

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**Katedra elektroenergetiky a ekologie**

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Elektrodynamické síly při tavení v indukčních pecích**

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jiří PLAŠIL**  
Osobní číslo: **E11N0033K**  
Studijní program: **N2644 Aplikovaná elektrotechnika**  
Studijní obor: **Aplikovaná elektrotechnika**  
Název tématu: **Elektrodynamické síly při tavení v indukčních pecích**  
Zadávající katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Objasněte teorii vzniku elektrodynamických sil a princip jejich působení na taveninu v indukční kelímkové peci a v peci kanálkové.
2. Popište důsledky působení elektrodynamických sil na taveninu a doložte zvoleným příkladem řešeným matematickým modelem.
3. Uveďte možnosti využití elektrodynamických sil pro homogenizaci taveniny při kontinuálním odlévání oceli.
4. Provedte ideový návrh zařízení pro homogenizaci taveniny při kontinuálním odlévání.
5. Stanovte závěry pro praxi.

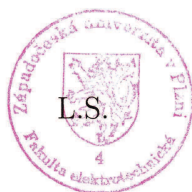
Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**  
Rozsah pracovní zprávy: **30 - 40 stran**  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**  
Seznam odborné literatury:


**Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.**

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**  
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **15. října 2012**  
Termín odevzdání diplomové práce: **9. května 2013**

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



  
Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2012

## **Abstrakt**

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na vznik a důsledky elektrodynamických sil v indukčních pecích. Popisuje teorii indukčního ohřevu a jeho využití v indukčních kelímkových a kanálkových pecích. Závěr této práce je věnován využití příznivých účinků elektrodynamických sil na vsázku v praxi.

## **Klíčová slova**

Indukční ohřev, teorie indukčního ohřevu, indukční kelímková pec, indukční kanálková pec, elektrodynamická síla, elektrodynamický tlak, vsázka, kontinuální lití.

## **Abstract**

### **Electrodynamic forces in induction melting furnaces**

The diploma thesis is focused on formation and results of electrodynamic forces in induction furnaces. It describes theory and its use in induction crucible and channel furnaces. The conclusion of the thesis is dedicated to use of beneficial effects of electrodynamic forces on charge in practice.

### **Key words**

Induction heating, theory of induction heating, induction crucible furnace, Induction channel furnace, electrodynamic force, electrodynamic pressure, charge, continuous casting.

## **Prohlášení**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 26. června 2013

.....

Jiří Plašil

## **Poděkování**

Na tomto místě bych chtěl poděkovat prof. Ing. Jiřímu Koženému, CSc. za odbornou pomoc při tvorbě této práce. Konkrétně za mnoho cenných rad a připomínek a za čas, který mi věnoval.

# Obsah

|   |           |
|---|-----------|
| <b>OBSAH</b> .....  | <b>7</b>  |
| <b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....   | <b>8</b>  |
| <b>ÚVOD</b> .....   | <b>10</b> |
| <b>1 INDUKČNÍ OHŘEV</b> .....   | <b>11</b> |
| 1.1 OBECNĚ O INDUKČNÍM OHŘEVU .....   | 11        |
| 1.2 ELEKTROTEPELNÁ INDUKČNÍ TAVÍCÍ ZAŘÍZENÍ .....   | 11        |
| 1.2.1 Indukční pec s uzavřeným železným jádrem .....  | 11        |
| 1.2.2 Indukční pec bez uzavřeného železného jádra .....   | 12        |
| <b>2 TEORIE INDUKČNÍHO OHŘEVU</b> .....   | <b>13</b> |
| 2.1 MAXWELLOVY ROVNICE A ODVOZENÍ VLNOVÝCH ROVNIC .....   | 13        |
| 2.1.1 Vlnové rovnice pro šíření elektromagnetického vlnění v elektricky nevodivém prostředí ..... | 14        |
| 2.1.2 Vlnové rovnice pro šíření elektromagnetického vlnění v prostředí elektricky vodivém .....   | 15        |
| 2.2 POYNTINGŮV ZÁŘIVÝ VEKTOR .....  | 17        |
| 2.3 VÁLCOVÉ ELEKTROMAGNETICKÉ VLNĚNÍ .....  | 19        |
| 2.3.1 Válcové elektromagnetické vlnění v plně vodivé válcové vsázce .....                         | 22        |
| 2.3.2 Výrazy pro $H$ a $E$ v případě velkého argumentu $x_2$ .....                                | 26        |
| 2.3.3 Proud naindukovaný v plně válcové vsázce .....  | 27        |
| <b>3 ELEKTRODYNAMICKÉ SÍLY VE VSÁZCE</b> .....  | <b>29</b> |
| 3.1 ELEKTRODYNAMICKÝ TLAK VE VSÁZCE .....   | 30        |
| 3.1.1 Elektrodynamický tlak ve vsázce s velkým argumentem $x_2$ .....                             | 33        |
| 3.1.2 Elektrodynamický tlak u cívky a vsázky konečné délky .....                                  | 36        |
| 3.1.3 Další způsob vyjádření elektrodynamického tlaku .....                                       | 37        |
| 3.2 INDUKČNÍ KANÁLKOVÁ PEC .....  | 37        |
| 3.2.1 Indukční kanálková pec s odkrytým kanálkem .....  | 37        |
| 3.2.2 Indukční kanálková pec se zakrytým kanálkem .....   | 38        |
| 3.3 INDUKČNÍ KELÍMKOVÁ PEC .....  | 38        |
| 3.3.1 Příklad výpočtu vzdutí hladiny vsázky v kelímkové peci .....                                | 39        |
| <b>4 KONTINUÁLNÍ ODLÉVÁNÍ</b> .....   | <b>41</b> |
| 4.1 OBECNĚ O KONTINUÁLNÍM ODLÉVÁNÍ .....  | 41        |
| 4.2 HORIZONTÁLNÍ ZPO .....  | 42        |
| 4.3 VERTIKÁLNÍ ZPO .....  | 42        |
| 4.3.1 Postup odlévání ve vertikálním ZPO .....  | 43        |
| 4.4 ELEKTROMAGNETICKÉ MÍCHÁNÍ .....   | 49        |
| <b>ZÁVĚR</b> .....  | <b>53</b> |
| <b>SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ</b> .....  | <b>54</b> |
| <b>PŘÍLOHY</b> .....  | <b>1</b>  |



## Seznam symbolů a zkratek

| Symbol [jednotka]                    | veličina                                       |
|--------------------------------------|--|
| $a$ [m].....                         | Hloubka vniku naindukovaných proudů            |
| $B$ [T] .....                        | Magnetické indukce                             |
| $C_1, C_2$ [ - ].....                | Integrační konstanty cylindrických funkcí      |
| $D$ [C/m <sup>2</sup> ] .....        | Elektrického indukce                           |
| $E$ [V/m] .....                      | Vektor intenzity elektrického pole             |
| $f$ [Hz].....                        | Frekvence                                      |
| $F$ [N].....                         | Síla   |
| $H$ [A/m].....                       | Vektor intenzity magnetického pole             |
| $h_0$ [m] .....                      | Výška vzednutí hladiny vsázky                  |
| $I_1$ [A].....                       | Proud procházející cívkou                      |
| $I_{11}$ [A/m].....                  | Proud na jednotku délky cívky                  |
| $I_{21}$ [A/m] .....                 | Naindukovaný proud ve vsázce na jednotku délky |
| $J$ [A/m <sup>2</sup> ].....         | Vektor hustoty proudu                          |
| $J_0(x)$ [ - ].....                  | Cylindrická funkce 1. druhu, funkce Besselova  |
| $M$ [m <sup>2</sup> ].....           | Průřez keramické trubky vložené do vsázky      |
| $N_0(x)$ [ - ].....                  | Cylindrická funkce 2. druhu, funkce Neumannova |
| $N_{11}$ [ - ] .....                 | Počet závitů cívky na jednotku délky           |
| $p_{os}$ [Pa].....                   | Elektrodynamický tlak v ose vsázky             |
| $d\bar{P}_r$ [N] .....               | Síla působící na plochu $dF$                   |
| $d\bar{p}_r$ [N/m <sup>2</sup> , Pa] | Měrný tlak ve vsázce                           |
| $q$ [W/m <sup>2</sup> ] .....        | Měrný příkon                                   |
| $Q$ [C].....                         | Elektrický náboj                               |
| $r$ [m] .....                        | Poloměr cívky (vsázky)                         |
| $s$ [kg/m <sup>3</sup> ] .....       | Měrná hmotnost taveniny                        |
| $S$ [W/m <sup>2</sup> ] .....        | Poyntingův zářivý vektor                       |
| $v$ [m/s] .....                      | Rychlost, rychlost šíření vlnění               |
| $V$ [m <sup>3</sup> ] .....          | Objem  |
| $W_e$ [J] .....                      | Elektrická energie                             |
| $W_m$ [J] .....                      | Magnetická energie                             |
| $\gamma$ [S/m].....                  | Elektrická vodivost                            |

|                                  |                        |
|----------------------------------|------------------------|
| $\varepsilon$ [F/m] .....        | Permitivita            |
| $\varepsilon_r$ [-] .....        | Relativní permitivita  |
| $\eta$ [-] .....                 | účinnost               |
| $\lambda$ [m] .....              | Vlnová délka           |
| $\mu$ [H/m] .....                | Permeabilita           |
| $\mu_r$ [-] .....                | Relativní permeabilita |
| $\rho$ [C/m <sup>3</sup> ] ..... | Hustota nábojů         |

**Zkratka****význam**

ZPO..... Zařízení pro plynulé odlévání

**Značení veličin**

$\mathbf{H}$ ,  $\left(\frac{H}{x}\right)$  ..... Vektorová veličina, (zápis ve zlomku)

$\bar{H}$ ,  $\left(\frac{\bar{H}}{x}\right)$  ..... Fázor veličiny, (zápis ve zlomku)

**Důležité konstanty**

$g = 9,81$  [m/s<sup>2</sup>]..... Tíhové zrychlení

$\varepsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$  [F/m]..... Permitivita vakua

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]..... Permitivita vakua

$\pi = 3,14$  [-].. Ludolfovo číslo

## Úvod

Indukční ohřev se používá ve strojírenství od 20. let minulého století a v dnešní době patří mezi nejmodernější způsoby ohřevu. Indukčních ohřevů je využíváno v nejrůznějších průmyslových odvětvích, což je dáno zejména jedinečnými vlastnostmi a výhodami tohoto typu ohřevu.

Při indukčním ohřevu vzniká veškeré teplo přímo v ohřívané vsázce působením elektromagnetického vlnění cívky a nedopravuje se do vsázky tepelným spádem, tak jak je tomu u jiných (nepřímých) způsobů ohřevu. Oproti jiným druhům ohřevu, se zkracuje doba a zvyšuje se přesnost ohřevu. Z toho plyne následná úspora elektrické energie a času.

Podle účelu použití lze rozdělit indukční ohřev do několika základních skupin. Využívá se pro: tavení, prohřívání, svařování, pájení a kalení. Tato diplomová práce se zabývá tavením v indukčních pecích a působením elektrodynamických sil ve vsázce. Dále je zde popsán princip kontinuálního odlévání oceli a hlavní části tohoto zařízení.

# 1 Indukční ohřev

Indukční ohřev je možný jen u materiálů elektricky vodivých. V předmětu z vodivého materiálu, který je vložen do střídavého magnetického pole se indukují vířivé proudy. Tyto proudy předmět zahřívají. Často se zjednodušeně přirovnává indukční ohřev k transformátoru, kde výstupní vinutí představuje vsázka a je spojeno nakrátko [1].

## 1.1 Obecně o indukčním ohřevu

Indukční teplo vzniká vždy, jestliže elektromagnetické vlnění dopadá na elektricky vodivou stěnu. Část vlnění se od stěny odrazí, část do ní vstupuje a vyvolává naindukovaný proud, jehož průchodem se stěna zahřívá. Doprava tepla do vsázky se tedy neděje tepelným spádem, jako například u zařízení odporových (s nepřímým ohřevem). Teplo se dopravuje střídavým magnetickým polem a vzniká přímo ve vsázce. Vsázka je nejteplejším objektem celé soustavy (vše ostatní může být studené). Indukční ohřev umožňuje nezvykle vysoké měrné příkony do vsázky.

Tím, že indukční teplo do vsázky nevstupuje jejím povrchem, ale vzniká přímo v zahříváné vsázce, a ta se velmi rychle ohřívá. Tato výhoda je nedosažitelná u jiných tepelných zdrojů. Další výhodou je skutečnost, že volbou kmitočtu je možné volit tloušťku vrstvy u povrchu vsázky, ve které teplo vzniká [2].

## 1.2 Elektrotepelná indukční tavící zařízení

Elektrotepelná indukční tavící zařízení lze rozdělit na:

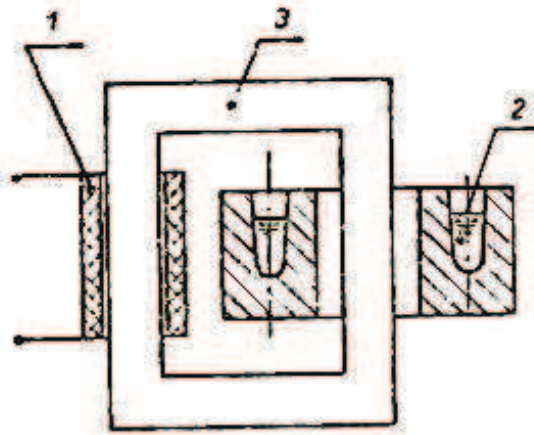
- *Indukční pece s uzavřeným železným jádrem*
- *Indukční pece bez uzavřeného železného jádra*
- *Indukční zařízení vysokofrekvenční*

### 1.2.1 Indukční pec s uzavřeným železným jádrem

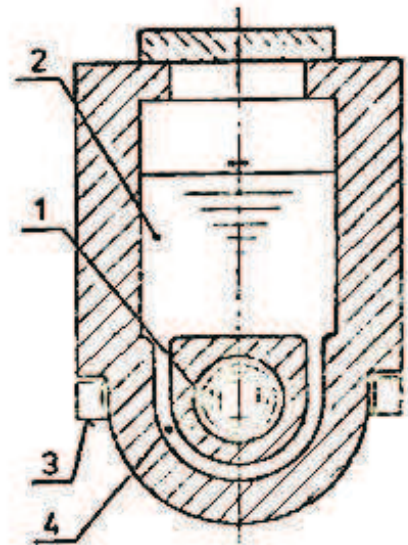
Indukční kanálkové pece (Obr. 1.1) se vyvinuly z elektrického transformátoru se železným jádrem. Železné jádro 3 nese primární cívku 1 připojenou ke zdroji střídavého napětí. Tekutá vsázka 2 v keramickém žlábků je vlastně sekundární stranou transformátoru spojeného nakrátko.

Tyto pece s „odkrytým kanálkem“ měly v provozu určité nevýhody, proto byly postupně vytlačeny pecemi odlišné konstrukce (Obr. 1.2). Pec má válcovou nístěž s roztavenou vsázkou 2 a kanálek 4 je zapuštěn do jejího dna. Na železném jádře 3 je umístěna primární cívka 1 připojená ke zdroji střídavého napětí. K napájení se většinou využívá frekvence 50 Hz.

Pece tohoto a obdobného provedení se používají pro výrobu slitin z barevných kovů, jako jsou mosaz, bronz, dále pro tavení hliníku a jeho slitin.



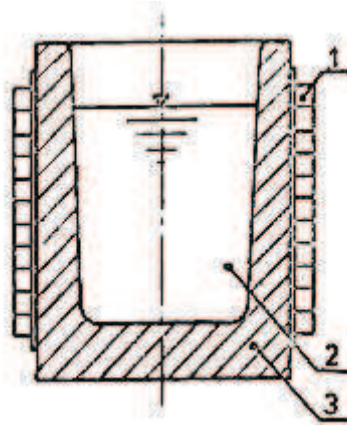
Obr. 1.1 Indukční pec Kjellinova



Obr. 1.2 Indukční pec typ „Ajax“

### 1.2.2 Indukční pec bez uzavřeného železného jádra

Později byla vyvinuta indukční zařízení bez uzavřeného železného jádra, pro jejichž napájení se používá vyšší frekvence. Na Obr. 1.3 je schematicky znázorněna kelímková pec pro tavení oceli. Uvnitř válcové cívky 1 z dutého vodiče je umístěn keramický kelímek 3 se vsázkou 2. Válcové elektromagnetické vlnění vyzářené vnitřním povrchem cívky, dopadá na povrch vsázky, částečně do ní vstupuje, v ní se utlumuje a vsázka se zahřívá.



Obr. 1.3 Indukční kelímková pec

Všechny indukční kelímkové pece se vyznačují tím, že v nich dochází působením elektrodynamických sil k intenzivnímu míchání tekuté vsázky. To má za následek dokonalou homogenizaci celé lázně z hlediska teploty i chemického složení.

## 2 Teorie indukčního ohřevu

Teorie indukčního ohřevu je založena na elektrodynamice, vyplývající z Maxwellových rovnic. Tyto rovnice určují vlnový charakter elektromagnetického pole. Podstatou vlnových jevů je konečná rychlost šíření těchto jevů. Kdyby se daný jev šířil rychlostí nekonečně velkou, nebylo by jeho šíření postupné. Jev by byl okamžitě v celém daném prostoru a nebylo by proto ani vlnění.

### 2.1 Maxwellovy rovnice a odvození vlnových rovnic

Vlnové rovnice lze odvodit ze základních Maxwellových rovnic [3]:

$$\text{I.} \quad \text{rot } \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{II.} \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{III.} \quad \text{div } \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \rho \quad (2.3)$$

$$\text{IV.} \quad \text{div } \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (2.4)$$

V zásadě mohou nastat dva případy, kdy se elektromagnetické pole šíří v prostředí elektricky nevodivém, kde můžeme  $\gamma$  zanedbat, nebo se šíří v prostředí elektricky vodivém a pak můžeme zanedbat  $\varepsilon_r$ . Volné náboje  $\rho$  nebudeme rovněž v odvozeních uvažovat ( $\rho = 0$ ).

### 2.1.1 Vlnové rovnice pro šíření elektromagnetického vlnění v elektricky nevodivém prostředí

Při odvození rovnice vlnění pro intenzitu  $\mathbf{E}$  v nevodivém prostředí lze použít Maxwellovy rovnice v následujícím tvaru:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0\mu_r \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\operatorname{div} \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} = 0 \quad (2.7)$$

$$\operatorname{div} \mu_0\mu_r\mathbf{H} = 0 \quad (2.8)$$

Derivací rovnice (2.5) podle času a dosazením do (2.6) dostaneme:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot}\mathbf{H}) = \operatorname{rot} \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0\mu_r} \operatorname{rot}\mathbf{E} \quad (2.10)$$

Určení rotace rovnice (2.10):

$$\operatorname{rot} \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0\mu_r} \cdot \operatorname{rot} \operatorname{rot}\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0\mu_r \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

Dále platí:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot}\mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div}\mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.13)$$

Podle (2.7)  $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ , proto:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.14)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] \quad (2.16)$$

Stejným způsobem lze odvodit rovnici vlnění i pro magnetickou složku  $\mathbf{H}$ :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] \quad (2.17)$$

Obě odvozené rovnice vlnění (2.16) pro složku elektrickou  $\mathbf{E}$  a (2.17) pro složku magnetickou  $\mathbf{H}$  mají na levé straně druhou derivaci podle času a na straně pravé mají Laplaceův operátor. Součinitel na pravé straně vždy značí čtverec postupné rychlosti šíření elektromagnetického vlnění v daném prostředí:

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}, \quad v = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}} \quad (2.18)$$

### 2.1.2 Vlnové rovnice pro šíření elektromagnetického vlnění v prostředí elektricky vodivém

Pro odvození rovnice vlnění pro magnetickou složku  $\mathbf{H}$  v prostředí vodivém opět použijeme Maxwellovy rovnice v příslušném tvaru:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} \quad (2.19)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.20)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (2.21)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (2.22)$$

Z rovnice (2.19) určíme  $\mathbf{E}$  a dosadíme do rovnice (2.20):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \operatorname{rot} \mathbf{H} \quad (2.23)$$



Určení rotace rovnice (2.23):

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.24)$$

Z rovnice (2.21) určíme:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H} \quad (2.25)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] \quad (2.27)$$

Rovnici vlnění pro elektrickou složku  $\mathbf{E}$  získáme derivací rovnice (2.19) podle času a dosazením do rovnice (2.20):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) = \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.28)$$

Derivací rovnice (2.20) dostaneme:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu_r \operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mu_0 \mu_r \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.29)$$

Dalším odvozením získáme konečný tvar:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] \quad (2.30)$$

Z výrazů (2.16), (2.17), (2.27) a (2.30), které udávají rovnice vlnění obou složek v prostředí nevodivém a vodivém v obecném případě, budeme vycházet při odvození výrazů pro elektromagnetické vlnění válcové a vlnění v plně válcové vsázce.

## 2.2 Poyntingův zářivý vektor

Poyntingův zářivý vektor  $\mathbf{S}$  určuje směr a hustotu toku elektromagnetické energie v prostoru [3]. Dále odvodíme závislost Poyntingova zářivého vektoru na intenzitě elektrického pole  $\mathbf{E}$  a intenzitě magnetického pole  $\mathbf{H}$  v uvažovaném bodě. Vychází se z definice množství elektromagnetické energie v jednotkovém objemu prostoru (hustota energie). Záporný časový vzrůst (úbytek) celkového množství energie v uvažovaném objemu  $V$  je právě hledaný zářivý vektor.

V určitém objemu  $V$  prostoru, je množství magnetické energie  $W_m$  a elektrické energie  $W_e$  dáno výrazy:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_0^V \mathbf{B} \mathbf{H} \, dV = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \int_0^V \mathbf{H}^2 \, dV \quad (2.31)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_0^V \mathbf{D} \mathbf{E} \, dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \int_0^V \mathbf{E}^2 \, dV \quad (2.32)$$

Vektor  $\mathbf{B}$  zde značí indukci magnetickou a vektor  $\mathbf{D}$  indukci elektrickou.

Hustota elektromagnetické energie v každém bodě je časově proměnná. Rychlost ubývání, neboli záporný časový vzrůst množství energie v uvažovaném objemu  $V$  za jednotku času bude:

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = - \int_0^V \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \mathbf{H}^2 \right\} \, dV \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}^2 \right) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot 2 \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \mathbf{H}^2 \right) = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.35)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} (W_e + W_m) = - \int_0^V \left\{ \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right\} \, dV \quad (2.36)$$

Nyní použijeme k vyjádření I. a II. Maxwellovu rovnici:

$$\text{rot } \mathbf{H} = [\nabla \mathbf{H}] = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}; \quad \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = [\nabla \mathbf{H}] - \gamma \mathbf{E} \quad (2.37)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = [\nabla \mathbf{E}] = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \quad \mu_0 \mu_r \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -[\nabla \mathbf{E}] \quad (2.38)$$

Dosazením do (2.36) dostaneme:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial t}(W_e + W_m) &= -\int_0^V \{([\nabla \mathbf{H}] - \gamma \mathbf{E})\mathbf{E} - ([\nabla \mathbf{E}]\mathbf{H})\} dV = \\ &= +\int_0^V \{\gamma \mathbf{E}^2 + ([\nabla \mathbf{E}]\mathbf{H}) - ([\nabla \mathbf{H}]\mathbf{E})\} dV \end{aligned} \quad (2.39)$$

Druhý a třetí člen v závorce značí skalární součiny vektorů. Protože platí komutativní zákon, tak nezáleží na pořadí členů. Lze tedy (2.39) zapsat ve tvaru:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_e + W_m) = \int_0^V \{\gamma \mathbf{E}^2 + (\mathbf{H}[\nabla \mathbf{E}]) - (\mathbf{E}[\nabla \mathbf{H}])\} dV \quad (2.40)$$

Protože platí:

$$(\mathbf{H}[\nabla \mathbf{E}]) - (\mathbf{E}[\nabla \mathbf{H}]) = (\nabla[\mathbf{E}\mathbf{H}]) = \text{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}] \quad (2.41)$$

Můžeme dosadit do (2.40) a dostaneme:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_e + W_m) = \int_0^V \{\gamma \mathbf{E}^2 + \text{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}]\} dV \quad (2.42)$$

Podle Gaussovy – Ostrogradského poučky nahradíme integrál objemový integrálem plošným:

$$\int_0^V \text{div}\{[\mathbf{E}\mathbf{H}]\} dV = \oint_A [\mathbf{E}\mathbf{H}] dA \quad (2.43)$$

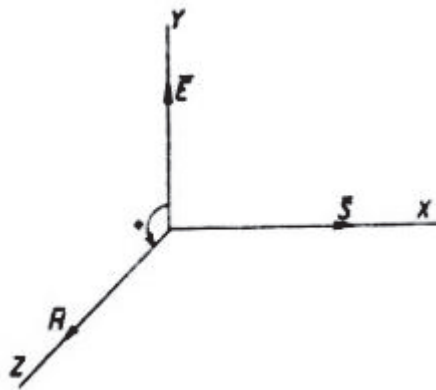
$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_e + W_m) = \int_0^V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_A [\mathbf{E}\mathbf{H}] dA = \int_0^V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_A \mathbf{N} dA \quad (2.44)$$

Výraz (2.44) určuje úbytek elektromagnetické energie v uvažovaném objemu  $V$  za jednotku času. První člen na pravé straně značí množství elektromagnetické energie, která se v tomto objemu přemění v teplo za 1 vteřinu. Druhý člen udává množství elektromagnetické energie, které z uvažovaného objemu povrchem vystoupí (diverguje) za 1 vteřinu do okolí. Množství energie, které diverguje (vyzařuje) plochou  $1 \text{ m}^2$ , je hledaný zářivý Poyntingův vektor  $\mathbf{S}$ .

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (2.45)$$

Z výše uvedeného je vidět, jak je elektromagnetické pole svázáno s tokem elektromagnetické energie v prostoru. Tok energie se děje ve směru vektoru  $S$ . Hustota toku energie, je množství energie, které proteče za jednu sekundu plochou  $1 \text{ m}^2$  kolmou ve směru šíření a je dána výrazem (2.45).

Zářivý vektor  $S$  je určen vektorovým součinem z vektorů  $E$  a  $H$  v uvažovaném místě. Jeho velikost je dána plochou rovnoběžníku, určeného vektory  $E$  a  $H$ . Směr vektoru  $S$  je kolmý k ploše rovnoběžníku a jeho smysl je takový, že při pohledu proti smyslu vektoru  $S$  se jeví otočení vektoru  $E$  k vektoru  $H$  v kladném smyslu jak je znázorněno na Obr. 2.1.



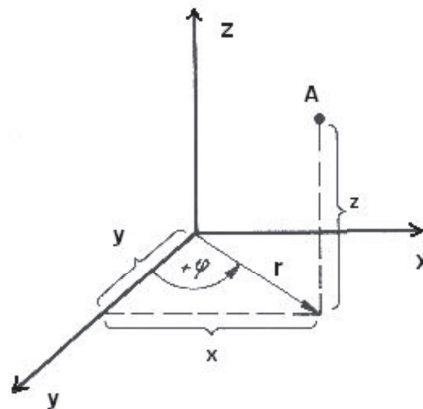
Obr. 2.1 Vzájemná orientace vektorů  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  a  $\vec{S}$

### 2.3 Válcové elektromagnetické vlnění

Protože se v technické praxi často indukčně ohřívají předměty válcového tvaru, a také většina cívek a vinutí je válcového tvaru, tak budou níže popsány vlastnosti a zákonitosti v těchto tvarech.

Zdrojem válcového elektromagnetického vlnění je válcová plocha nekonečné délky, protékaná střídavým proudem tak, že proudová vlákna leží v rovinách kolmých k ose válce. Předpokládejme, že okamžitá hodnota proudové hustoty připadající na část válcové plochy o osové délce  $1 \text{ m}$ , je v každém okamžiku po celé délce stejná. Takováto válcová plocha vyzařuje do své dutiny válcové elektromagnetické vlnění [3].

Pro zjišťování poměrů a jevů na válcových útvarech je výhodné zavést válcové (cylindrické) souřadnice (Obr. 2.2).



Obr. 2.2 Válcové souřadnice

Mezi válcovými a pravoúhlými souřadnicemi platí vztah:

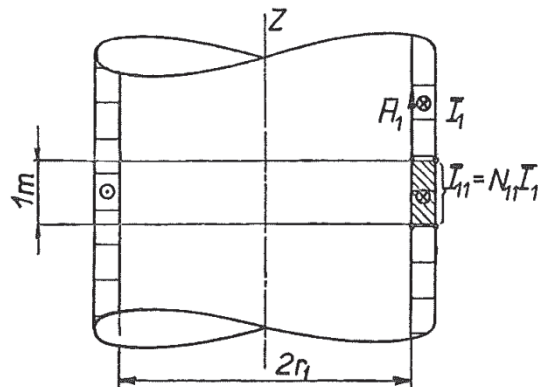
$$x = r \cos \varphi; \quad y = r \sin \varphi; \quad z = z \quad (2.46)$$

Bod  $A$  je pak podle Obr. 2.2 určen poloměrem  $r$ , úhlem  $\varphi$  a souřadnicí  $z$ .

Vyzařující válec umístíme tak, aby jeho osa splynula s osou  $z$  souřadnicového systému. Vektory  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  v kterémkoli místě v dutině válce jsou pouze funkcí poloměru  $r$  a nezávisí na úhlu natočení  $\varphi$  od nějaké zvolené výchozí polohy ani na vzdálenosti  $z$  od zvolené výchozí roviny. Určíme-li v dalším postupu veličiny  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  v uvažovaném bodu na poloměru  $r$ , potom tytéž hodnoty  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{H}$  budou mít všechny body souosé válcové plochy o poloměru  $r$ .

Uvažovaná vyzařující válcová plocha může být realizovaná tak, že bude navinutá jako cívka z vodiče obdélníkového průřezu, přičemž předpokládáme nulovou tloušťku izolace mezi závitů. Předpokládejme, že stoupání závitů je zanedbatelně malé proti poloměru  $r$ , takže je přibližně splněna podmínka, aby proudová vlákna ležela v rovinách kolmých k ose cívky.

Schematické znázornění uvažované vyzařující válcové plochy je na Obr. 2.3.

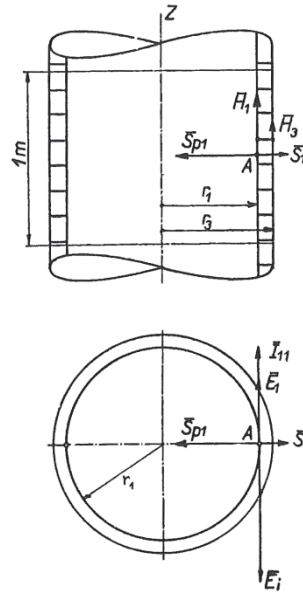


Obr. 2.3 Řez válcovou cívkou

Počet závitů, připadající na část cívky o osové délce 1 m je označen  $N_{11}$ , proud v závitěch cívky je  $I_1$ , takže proud na jednotku délky induktoru  $I_{11}$  bude:

$$I_{11} = N_{11}I_1 \quad (2.47)$$

Teče-li proud zvoleným směrem, má intenzita elektrického pole  $E_1$  na poloměru  $r_1$  stejný směr i smysl. Vektor intenzity magnetického pole  $H_1$  závisí na směru  $I_1$  v cívce. Vektory  $E_1$  a  $H_1$  určují zářivý vektor  $S_1$ , kolmý k jejich rovině. Jeho smysl je takový, že vstupuje kolmo do stěny cívky a značí velikost ztrát v cívce (Obr. 2.4). Proud  $I_1$  v cívce vybudí v dutině cívky magnetický tok, který indukuje v závitěch elektromotorickou sílu  $E_i$  opačného smyslu, než je intenzita  $E_1$ . Magnetická intenzita  $H_1$  a naindukovaná elektromotorická síla  $E_i$  vytvoří zářivý vektor  $S_{p1}$ , který je opět kolmý k povrchu cívky a směřuje radiálně k její ose. Cívka tedy vyzařuje do své dutiny elektromagnetické vlnění  $S_{p1}$ .

Obr. 2.4 Řez válcovou cívkou se znázorněním vektoru  $S_{p1}$ 

U cívky nekonečné délky můžeme teoreticky předpokládat konstantní hustotu proudu  $i_{11}$  v celé délce cívky. To by mohlo ve skutečnosti nastat pouze v případě, že rychlost šíření proudové vlny podél vodiče cívky by byla nekonečná. U skutečných cívek, jejichž rozměry jsou zpravidla velmi malé proti vlnové délce  $\lambda$  při použitém kmitočtu, je předpoklad splněn s velkou přesností. Za předpokladu, že cívka má nekonečnou délku, se potom magnetický tok buzený v dutině cívky vrací nekonečným prostorem vně cívky, má nekonečný průřez a tedy nulovou intenzitu. Proto intenzita magnetického pole  $H_2$  na vnějším poloměru cívky  $r_2$ , je rovna nule:

$$I_{11} = \oint_S \mathbf{H} \, ds = H_1 \quad (2.48)$$

### 2.3.1 Válcové elektromagnetické vlnění v plně vodivé válcové vsázce

Pro vyjádření elektromagnetického vlnění v plně vodivé válcové vsázce použijeme podobný způsob odvození intenzity elektrického pole  $E$  a intenzity magnetického pole  $H$  jako v kapitole 2.1.2.

Pro magnetickou složku obecného elektromagnetického vlnění ve vodivém prostředí máme odvozen vztah (2.26) [3]:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} = \nabla^2 \mathbf{H} \quad (2.49)$$

Laplaceův diferenciální operátor má v polárním systému souřadnic tvar:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (2.50)$$

Za předpokladu, že intenzita magnetického pole  $\mathbf{H}$  nezávisí na úhlu  $\varphi$ , ani na souřadnici  $z$ , platí

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} \quad (2.51)$$

U harmonického průběhu můžeme časovou změnu vyjádřit jako rotující fázor v komplexní rovině. Jde jen o vyjádření časové změny, která nemá nic společného se směrem  $\mathbf{H}$  v prostoru. Z prostorových, časově proměnných vektorů zůstanou jen fázory v komplexní rovině, vyjadřující jen časovou proměnnost těchto prostorových vektorů. Výraz (2.49) bude mít tento tvar:

$$j\omega \bar{H} = \frac{1}{\gamma \mu_0 \mu_r} \left( \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} \right) \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} - j\omega \gamma \mu_0 \mu_r \bar{H} = 0 \quad (2.53)$$

Zavedeme hloubku vniku naindukovaných proudů  $a$ :

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_0 \mu_r}} \quad (2.54)$$

Místo poloměru  $r$  zavedeme argument  $x$ , definovaný vztahem:

$$x = \frac{r}{a} \sqrt{2} \quad (2.55)$$

Nyní dělme vztah (2.53) součinitelem  $-j\omega \gamma \mu_0 \mu_r = \left( \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a} \right)^2$  při  $\bar{H}$ :

$$\frac{d^2 \bar{H}}{d(x\sqrt{-j})^2} + \frac{1}{(x\sqrt{-j})} \frac{d\bar{H}}{d(x\sqrt{-j})} + \bar{H} = 0 \quad (2.56)$$

$$\text{Výraz } \sqrt{-j} \text{ je komplexní číslo } \sqrt{-j} = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \quad (2.57)$$



Rovnice (2.56) je diferenciální rovnice 2. řádu, rovnice Besselova, pro komplexní argument  $(x\sqrt{-j})$ . Jejím řešením je lineární kombinace dvou cylindrických funkcí téhož argumentu:

$$\bar{H} = C_1 J_0(x\sqrt{-j}) + C_2 N_0(x\sqrt{-j}) \quad (2.58)$$

Kde  $C_1$ ,  $C_2$  jsou integrační konstanty, jejichž hodnoty odvodíme později z mezních podmínek.  $J_0(x\sqrt{-j})$  je cylindrická funkce prvního druhu, funkce Besselova.  $N_0(x\sqrt{-j})$  je cylindrická funkce druhého druhu, funkce Neumannova. Obě funkce jsou nultého řádu pro komplexní argument  $(x\sqrt{-j})$ . Obě uvedené cylindrické funkce jsou definovány řadami, ve kterých je polovina členů reálných a polovina imaginárních. Součet reálných a imaginárních členů funkce  $J_0(x\sqrt{-j})$  se značí  $\text{ber } x$ ,  $\text{bei } x$ . Obdobně  $\text{ner } x$ ,  $\text{nei } x$  u funkce  $N_0(x\sqrt{-j})$ . Lze tedy psát:

$$J_0(x\sqrt{-j}) = \text{ber } x - j \text{bei } x \quad (2.59)$$

$$N_0(x\sqrt{-j}) = \text{ner } x - j \text{nei } x \quad (2.60)$$

Nyní zbývá odvodit k rovnici (2.58) pro intenzitu magnetického pole, rovnici pro intenzitu pole elektrického. Vzájemný vztah mezi  $\bar{H}$  a  $\bar{E}$  je dán I. Maxwellovou rovnicí pro vodivé prostředí:

$$\text{rot } \bar{H} = \gamma \bar{E} \quad (2.61)$$

Víme, že:

$$\text{rot } \bar{H} = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial r} = \gamma \bar{E} \quad (2.63)$$

Nyní můžeme za použití (2.63) odvodit z (2.61) intenzitu elektrického pole  $\bar{E}$ :

$$\begin{aligned} \bar{E} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \bar{H}}{\partial (x\frac{a}{\sqrt{2}})} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\sqrt{2}}{a} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\sqrt{2}}{a} \sqrt{-j} \frac{\partial \bar{H}}{[\partial(x\sqrt{-j})]} = \\ &= -\sqrt{2} \frac{\sqrt{-j}}{a\gamma} \left\{ C_1 \frac{d[J_0(x\sqrt{-j})]}{d(x\sqrt{-j})} + C_2 \frac{d[N_0(x\sqrt{-j})]}{d(x\sqrt{-j})} \right\} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Derivace obou funkcí:

$$-\frac{d[J_0(x\sqrt{-j})]}{d(x\sqrt{-j})} = -\sqrt{j}(\text{ber}'x - j \text{bei}'x) = J_1(x\sqrt{-j}) \quad (2.65)$$

$$-\frac{d[N_0(x\sqrt{-j})]}{d(x\sqrt{-j})} = -\sqrt{j}(\text{ner}'x - j \text{nei}'x) = N_1(x\sqrt{-j}) \quad (2.66)$$

$J_1(x\sqrt{-j})$  je cylindrická funkce prvního druhu, prvního řádu, funkce Besselova.  $N_1(x\sqrt{-j})$  je cylindrická funkce druhého druhu, funkce Neumannova. Obě tyto funkce jsou prvního řádu a jsou definovány řadou členů reálných  $\text{ber}'x$ ,  $\text{ner}'x$  a členů imaginárních  $\text{bei}'x$ ,  $\text{nei}'x$ . Řady  $\text{ber}'x$ ,  $\text{ner}'x$ ,  $\text{bei}'x$ ,  $\text{nei}'x$  jsou první derivací řad  $\text{ber}x$ ,  $\text{bei}x$ ,  $\text{ner}x$ ,  $\text{nei}x$  podle  $x$ .

Výraz pro intenzitu elektrického pole  $\bar{E}$  pak můžeme zapsat ve tvaru:

$$\bar{E} = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} [C_1 J_1(x\sqrt{-j}) + C_2 N_1(x\sqrt{-j})] \quad (2.67)$$

Integrační konstanty  $C_1$  a  $C_2$  určíme z podmínek:

- v ose válce, pro  $r = 0$ , je intenzita elektrického pole  $\bar{E}_0 = 0$
- v mezeře je homogenní magnetické pole o intenzitě  $\bar{H}_1$ , proto intenzita  $\bar{H}_2$  na poloměru  $r_2$  také rovna  $\bar{H}_1$ .

Dosazení podmínky a) do výrazu (2.67), první člen v závorce je roven 0, protože  $J_1(0) = 0$ . Funkce  $N_1(0) \neq 0$ , potom musí být  $C_2 = 0$ .

Z rovnice (2.58) pro poloměr  $r_2$  dostaneme integrační konstantu  $C_1$ .

$$C_1 = \frac{\bar{H}_2}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (2.68)$$

Dosazení integrační konstanty  $C_1$  do výrazů (2.58) a (2.67) dostaneme fázory intenzity magnetického pole  $\bar{H}$  a elektrického pole  $\bar{E}$  ve vodivé vsázce na poloměru  $r$ , čemuž odpovídá argument  $x$  podle (2.55):

$$\bar{H} = \frac{\bar{H}_2}{J_0(x_2\sqrt{-j})} J_0(x\sqrt{-j}) \quad (2.69)$$

$$\bar{E} = \frac{1}{\gamma} \mathbf{J} = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a\gamma} \frac{\bar{H}_2}{J_0(x_2\sqrt{-j})} J_1(x\sqrt{-j}) \quad (2.70)$$

### 2.3.2 Výrazy pro $H$ a $E$ v případě velkého argumentu $x_2$

U tavicích pecí bývá argument  $x_2$  poměrně veliký [3]. V těchto případech se dají výrazy pro  $\bar{H}$  a  $\bar{E}$  zjednodušit. V případech, kdy argument  $x$  roste do nekonečna, cylindrické funkce přejdou na exponenciální. Níže uvedené výrazy lze s přijatelnou chybou používat již pro  $x \geq 8$ . Chyba je pak tím menší, čím větší je argument  $x$ .

Můžeme tady napsat:

$$\bar{H} = \frac{\bar{H}_2}{J_0(x_2\sqrt{-j})} J_0(x\sqrt{-j}) = \bar{H}_2 \frac{e^{-j(\frac{\pi}{8})} \sqrt{2\pi x_2}}{\sqrt{2\pi x}} \frac{e^{\sqrt{j}x}}{e^{-j(\frac{\pi}{8})} e^{\sqrt{j}x_2}} = \bar{H}_2 \sqrt{\frac{x_2}{x}} e^{-\sqrt{j}(x_2-x)} \quad (2.71)$$

Vyjádření exponentu:

$$-\sqrt{j}(x_2 - x) = -\frac{j+1}{\sqrt{2}} \left( \frac{r_2}{a} \sqrt{2} - \frac{r}{a} \sqrt{2} \right) = -\frac{1+j}{a} (r_2 - r) = -\frac{1+j}{a} z \quad (2.72)$$

Rozdíl  $(r_2 - r)$  jsme označili  $z$ , je to vzdálenost uvažovaného bodu od povrchu. Po dosazení do (2.71) dostaneme:

$$\bar{H} = \bar{H}_2 \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{-\left(\frac{z}{a}\right)} \cdot e^{-j\left(\frac{z}{a}\right)} \quad (2.73)$$

Podobným způsobem z (2.70) dostaneme výraz pro  $\bar{E}$ :

$$\bar{E} = -\sqrt{j} \frac{2}{a\gamma} \bar{H}_2 \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{-\left(\frac{z}{a}\right)} \cdot e^{-j\left(\frac{z}{a}\right)} \quad (2.74)$$

Pro povrch vsázky ( $r = r_2$ ,  $z = 0$ ) bude platit:

$$\bar{H} = \bar{H}_2 \quad (2.75)$$

$$\bar{E} = \bar{E}_2 = -\sqrt{j} \frac{2}{a\gamma} \bar{H}_2 \quad (2.76)$$

Výraz (2.74) má pak tento tvar:

$$\bar{E} = \bar{E}_2 \sqrt{\frac{r_2}{r}} e^{-\left(\frac{z}{a}\right)} \cdot e^{-j\left(\frac{z}{a}\right)} \quad (2.77)$$

Elektromagnetické vlnění, které proniká do vodivé stěny, se velmi rychle utlumuje. Amplituda magnetické i elektrické složky se exponenciálně zmenšuje, jejich maximální hodnoty jsou v rozhraní.

V hloubce vniku  $z = a$  jsou amplitudy  $\bar{H}$  a  $\bar{E} e^{-1}$  (0,368) násobně menší proti hodnotám  $\bar{H}_2$  a  $\bar{E}_2$  v rozhraní. V hloubce vniku  $z = 2\pi a$  (což je 6,28 násobek hloubky vniku) je elektromagnetické vlnění již prakticky utlumené (0,00187 z hodnot na povrchu). Vrstva na povrchu vsázky, ve které se utlumí dopadající elektromagnetické vlnění je tedy u tavicích pecí malá v poměru k poloměru vsázky  $r_2$ .

Korekční součinitel  $\sqrt{\frac{r_2}{r}}$  ve výrazech (2.73) a (2.74) se velmi přibližně rovná jedné. Výrazy pro  $\bar{H}$  a  $\bar{E}$  u válcové vsázky jsou potom přesně stejné jako při dopadu rovinného vlnění na rovnou stěnu.

### 2.3.3 Proud naindukovaný v plné válcové vsázce

Pro odvození naindukovaného proudu ve vsázce  $I_{21}$  uvažujme část vsázky o osově délce 1 m (Obr. 2.5). Plošným elementem ( $1 \cdot dr$ ) protéká proud:

$$dI_{21} = (1 \cdot dr) \cdot J = J dr \quad (2.78)$$

Integrací dostaneme proud ve vsázce  $I_{21}$  v uvažované části vsázky:

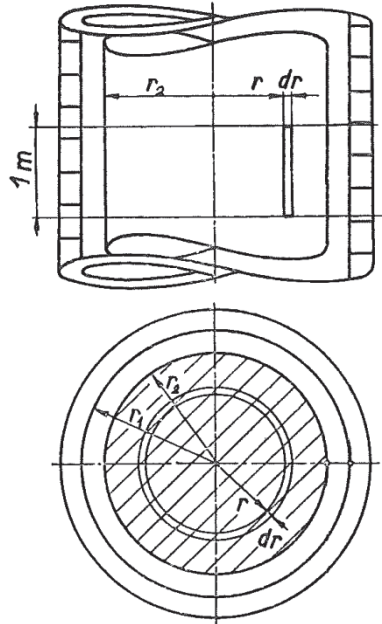
$$I_{21} = \int_0^{r_2} J dr = \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a} \frac{H_2}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \int_0^{r_2} J_1(x\sqrt{-j}) dr \quad (2.79)$$

Protože platí:

$$\int J_1(x\sqrt{-j}) dx = -\sqrt{j} J_0(x_2\sqrt{-j}) \quad (2.80)$$

Můžeme výsledný naindukovaný proud vyjádřit takto:

$$I_{21} = -\sqrt{j} \frac{\sqrt{2}}{a} H_2(-\sqrt{j}) \frac{\sqrt{2} J_0(x_2\sqrt{-j}) - J_0(0)}{J_0(x_2\sqrt{-j})} = -H_2 \frac{J_0(x_2\sqrt{-j}) - 1}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (2.81)$$



Obr. 2.5 Uspořádání válcové cívky a sousedě vsázky

Vybuzený proud  $I_{21}$  ve vsázce závisí na argumentu  $x_2$ , tedy na fyzikálních vlastnostech  $\gamma$  a  $\mu$  vsázky, na jejím poloměru  $r_2$  a na frekvenci  $f$ .

Má-li argument  $x_2$  malou hodnotu, potom se obě elektromagnetické vlnění postupující proti sobě vzájemně zeslabují a výsledný naindukovaný proud je malý [2].

Pro větší hodnoty argumentu  $x_2$  rostou rychle složky  $\text{ber } x_2$ ,  $\text{bei } x_2$ , proto můžeme zanedbat ve výrazu (2.81) 1 proti  $J_0(x_2\sqrt{-j})$  a potom platí [3]:

$$I_{21} = -H_2 = -H_1 = -I_{11} \quad (2.82)$$

U tavicích pecí, kde je argument  $x_2$  zpravidla značně vyšší, než 10, nezávisí proud  $I_{21}$  naindukovaný ve vsázce na jejích fyzikálních vlastnostech  $\gamma$  a  $\mu$ , ani na poloměru  $r_2$  a na frekvenci  $f$ . Proud  $I_{21}$  naindukovaný ve vsázce je pak stejně veliký, jako proud  $I_{11}$  v cívce, má však opačný smysl.

### 3 Elektrodynamické síly ve vsázce

Na bodový náboj  $Q$ , v magnetickém poli  $\mathbf{B}$ , pohybující se rychlostí  $\mathbf{v}$  působí tzv. Lotentzova síla [4]:

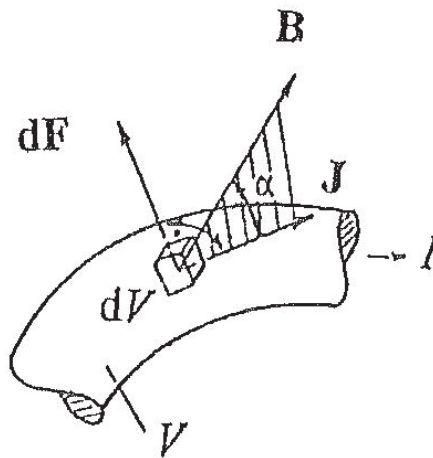
$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.1)$$

Místo pohybujícího se náboje  $Q$  uvažujeme proud procházející vodičem. V objemovém elementu  $dV$  je náboj  $dQ = \rho dV$ . V magnetickém poli na něj působí síla:

$$d\mathbf{F} = dQ(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \rho(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) dV = (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dV \quad (3.2)$$

Pak platí:

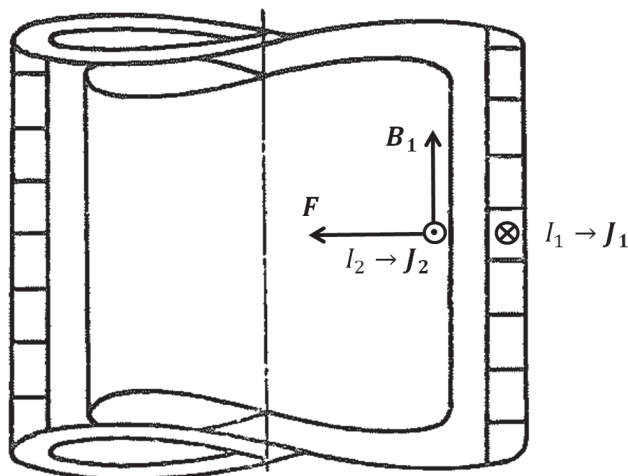
$$\mathbf{F} = \int_V (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dV \quad (3.3)$$



Obr. 3.1 Síla působící na proudovodič

Cívkou pece prochází proud  $I_1$  a vzniká magnetická indukce  $\mathbf{B}_1$ . Ve vsázce je naindukovaný proud  $I_2$  s proudovou hustotou  $\mathbf{J}_2$ , která spolu s magnetickou indukcí z cívky  $\mathbf{B}_1$  vytváří sílu  $\mathbf{F}$  kolmou k ose vsázky (Obr 3.2)

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}_2 \times \mathbf{B}_1 \quad (3.4)$$



Obr. 3.2 Vznik síly ve vsázce

### 3.1 Elektrodynamický tlak ve vsázce

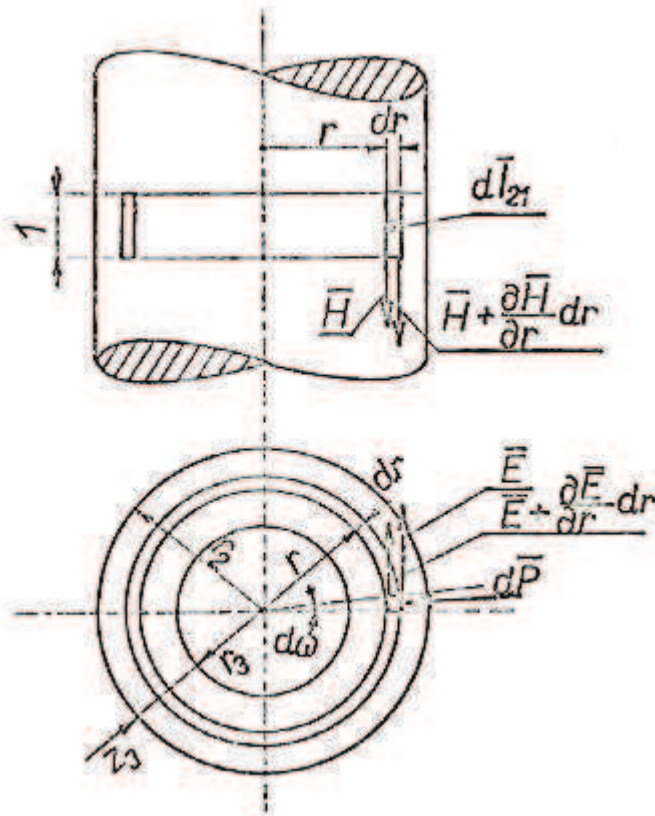
Pro odvození elektrodynamického tlaku ve vsázce uvažujeme vodivou vsázku nekonečné délky (Obr. 3.3) [2]. Intenzita magnetického pole i intenzita elektrického pole mají maximální hodnoty na povrchu (poloměr  $r_2$ ) a směrem k ose se jejich hodnoty zmenšují podle vztahů daných cylindrickými funkcemi.

$$\bar{H} = \bar{H}_1 \cdot \frac{J_0(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (3.5)$$

$$\gamma \bar{E} = \bar{J} = \sqrt{-j} \cdot \frac{\sqrt{2}}{a_2} \cdot \bar{H}_1 \cdot \frac{J_1(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (3.6)$$

$$\bar{H}_2 = \bar{H}_1 = N_{11} \cdot \bar{I}_1 = \bar{I}_{11} \quad (3.7)$$

$\bar{H}_2$  značí fázor intenzity magnetického pole na povrchu vsázky,  $\bar{H}_1$  na vnitřním povrchu cívky,  $N_{11}$  počet závitů cívky na 1 m její délky,  $\bar{I}_1$  fázor proudu v závitěch cívky,  $a_2$  hloubku vniku,  $(x\sqrt{-j})$  je komplexní argument cylindrických funkcí nultého a prvního řádu,  $x = r \cdot \frac{\sqrt{2}}{a_2}$  je reálná složka argumentu.  $\bar{H}$  je intenzita magnetického pole a  $\bar{J}$  hustota proudu v závislosti na komplexním argumentu  $(x\sqrt{-j})$ .



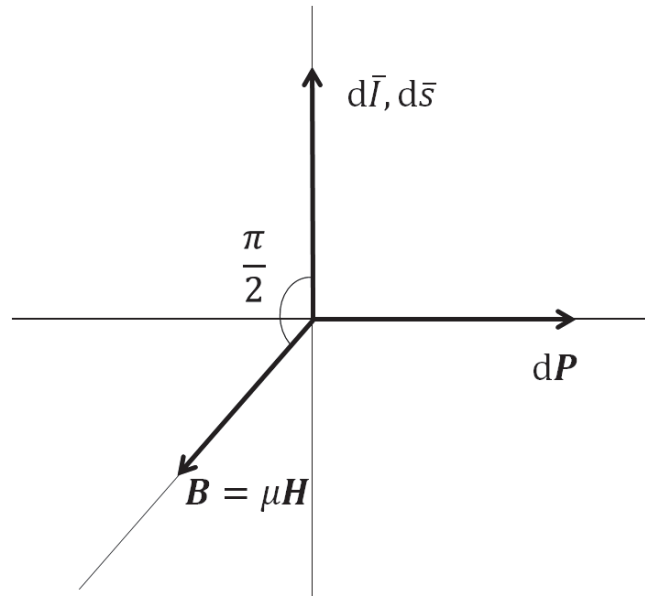
Obr. 3.3 Část vsázky nekonečné délky

Ve vsázce podle Obr. 3.3 uvažujeme elementární válec o poloměru  $r$ , radiální tloušťce  $dr$  a výšce  $1$  m. Vyznačeným řezem ( $1 \cdot dr$ ) protéká proud  $d\bar{I}_{21} = \bar{J} \cdot dr \cdot 1$ . Uvažované válcové proudové vlákno je v místě s magnetickou intenzitou  $\bar{H}$  a magnetickou indukcí  $\bar{B}$ ,  $\bar{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \bar{H}$ . Obecně platí, že na proudovodič, protékaný proudem a umístěný v magnetickém poli působí mechanická síla  $d\bar{P}$ , úměrná proudu  $\bar{I}$  a magnetické indukci  $\bar{B}$  podle:

$$d\bar{P} = \bar{I} \cdot (d\bar{s} \cdot \bar{B}) \quad (3.8)$$

Kde  $d\bar{s}$  značí element proudovodiče ve směru proudu  $\bar{I}$  (v prostoru),  $d\bar{s} = r \cdot d\omega$ . Vektor  $d\bar{P}$  je kolmý k rovině určené  $d\bar{s}$  a  $\bar{B}$  (které jsou vzájemně k sobě kolmé) a směřuje na tu stranu, z níž vidíme otočení od  $d\bar{s}$  k  $\bar{B}$  v kladném smyslu.



Obr. 3.4 Vzájemná orientace  $d\bar{I}$ ,  $d\bar{S}$ ,  $\mathbf{B}$  a  $d\bar{P}$  v prostoru

Na Obr. 3.3 je vyznačen směr proudu  $d\bar{I}_{21}$ , totožný s  $\bar{E}$  a směr magnetické indukce  $\bar{B}$ , totožný s  $\bar{H}$ . Vektor síly  $d\bar{P}$  je kolmý k oběma a směřuje k ose vsázky. Síla  $d\bar{P}$  je vektor v prostoru, ale současně i veličina časově harmonicky proměnná (fázor), protože veličiny  $\bar{I}$  a  $\bar{B}$  jsou harmonicky proměnné. Velikost fázoru  $d\bar{P}$  na poloměru  $r$  bude v tomto případě:

$$d\bar{P}_r = d\bar{I}_{21} \cdot r \cdot d\omega \cdot \bar{B} = \bar{J} \cdot dr \cdot 1 \cdot r \cdot d\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \bar{H} \quad (3.9)$$

Síla  $d\bar{P}_r$  působí na plošce  $dF = r \cdot d\omega \cdot 1$ . Měrný tlak  $d\bar{p}_r$ , kterým uvažovaný proudový element na poloměru  $r$  působí směrem dovnitř na sousední vrstvu rovněž o tloušťce  $dr$ , bude dán poměrem:

$$d\bar{p}_r = \frac{d\bar{P}_r}{dF} = \mu_0 \mu_r \cdot \bar{J} \bar{H} \cdot \frac{r \cdot d\omega \cdot dr}{r \cdot d\omega \cdot 1} = \mu_0 \mu_r \cdot \bar{J} \bar{H} \cdot dr \quad (3.10)$$

Výsledný tlak  $p_3$  na zvoleném poloměru  $r_3 < r_2$  dostaneme integrací dílčích tlaků  $d\bar{p}_r$  v jednotlivých vrstvách o tloušťce  $dr$  po integrační čáře od povrchu (poloměr  $r_2$ ) až k poloměru  $r_3$ :

$$\bar{p}_3 = \int_{r_2}^{r_3} \mu_0 \mu_r \cdot \bar{J} \bar{H} \cdot dr \quad (3.11)$$

Dosažením za  $\bar{J}$  a  $\bar{H}$  ze vztahů (3.5), (3.6) a  $\mu_0$  dostaneme:

$$\bar{p}_3 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a_2} \mu_r \cdot \frac{\bar{H}_1^2}{J_0^2(x_2\sqrt{-j})} \cdot \int_{r_2}^{r_3} J_0(x\sqrt{-j}) \cdot J_1(x\sqrt{-j}) \cdot dr \quad (3.12)$$

Po vyřešení integrálu obou cylindrických funkcí:

$$\bar{p}_3 = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^2 \cdot \left\{ 1 - \frac{J_0^2(x_3\sqrt{-j})}{J_0^2(x_2\sqrt{-j})} \right\} \quad (3.13)$$

Výraz (3.13) pro fázor měrného tlaku  $\bar{p}_3$  na poloměru  $r_3$  má složku reálnou i imaginární. Pro odvození elektrodynamického tlaku se uplatní pouze reálná složka.

### 3.1.1 Elektrodynamický tlak ve vsázce s velkým argumentem $x_2$

Stejně jako v části 2.3.2 v případě argumentu  $x_2$ , který je větší než 10, můžeme nahradit funkce cylindrické jednoduššími funkcemi exponenciálními. Výraz v závorce z předchozího výrazu (3.13) se tak zjednoduší.

$$A = \left\{ 1 - \frac{J_0^2(x_3\sqrt{-j})}{J_0^2(x_2\sqrt{-j})} \right\} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \left\{ 1 - \frac{J_0^2(x_3\sqrt{-j})}{J_0^2(x_2\sqrt{-j})} \right\} = \frac{\exp(-j\frac{\pi}{8}) \cdot \exp(\sqrt{j}x_3)}{\sqrt{2\pi x_3}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi x_2}}{\exp(-j\frac{\pi}{8}) \cdot \exp(\sqrt{j}x_2)} = \\ &= \sqrt{\frac{x_2}{x_3}} \cdot \exp[-\sqrt{j}(x_2 - x_3)] \end{aligned}$$

$$\sqrt{j}(x_2 - x_3) = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{a_2} \cdot (r_2 - r_3) = (1+j) \frac{z_3}{a_2} = pz_3$$

Symbol "p" zde značí  $p = \frac{1+j}{a_2}$

$$\bar{A} = \sqrt{\frac{x_2}{x_3}} \cdot \exp\left(-\frac{1+j}{a_2} \cdot z_3\right)$$

Znak  $z_3 = r_2 - r_3$  udává vzdálenost od povrchu vsázky, do které provádíme integraci. U tavících pecí se indukční teplo zpravidla vyvíjí v povrchové vrstvě  $z_3$

malé tloušťky ve srovnání s poloměrem  $r_2$ :

$$z_3 \ll r_2, \quad x_3 \doteq x_2$$

Výraz (3.14) pak bude roven:

$$\bar{A} = \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) \cdot \exp\left(-j \frac{2z_3}{a_2}\right) \right\} \quad (3.15)$$

Stále předpokládáme, že cívka i vsázka mají nekonečnou délku. Fázor pro elektrodynamický tlak  $\bar{p}_3$  z (3.13) bude:

$$\begin{aligned} \bar{p}_3 &= 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^2 \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) \cdot \left[ \cos\frac{2z_3}{a_2} - j \sin\frac{2z_3}{a_2} \right] \right\} = \\ &= 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^2 \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) \cdot \cos\frac{2z_3}{a_2} + j \exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) \cdot \sin\frac{2z_3}{a_2} \right\} = \\ &= \operatorname{Re}(\bar{p}_3) + j \operatorname{Im}(\bar{p}_3) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Pro vyvolání elektrodynamického tlaku v roztavené vsázce se uplatní pouze reálná část výrazu (3.16)

$$\operatorname{Re}(\bar{p}_3) = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^2 \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2z_3}{a_2}\right) \right\} \quad (3.17)$$

Nyní odvodíme fázor elektrodynamického tlaku v ose vsázky. Pro  $r_3 = 0$ ,  $z_3 = r_2$ ,  $a_2 \ll z_3$ . Již pro  $\frac{z_3}{a_2} = 3,0$  je  $\exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) = 0,0024788$ ,  $\cos\left(\frac{2z_3}{a_2}\right)$  je maximálně roven 1.

Druhý člen v závorce výrazu (3.16) můžeme zanedbat proti 1. Potom:

$$\operatorname{Re}(\bar{p}_0) = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^2 = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot \bar{I}_1)^2 \quad (3.18)$$

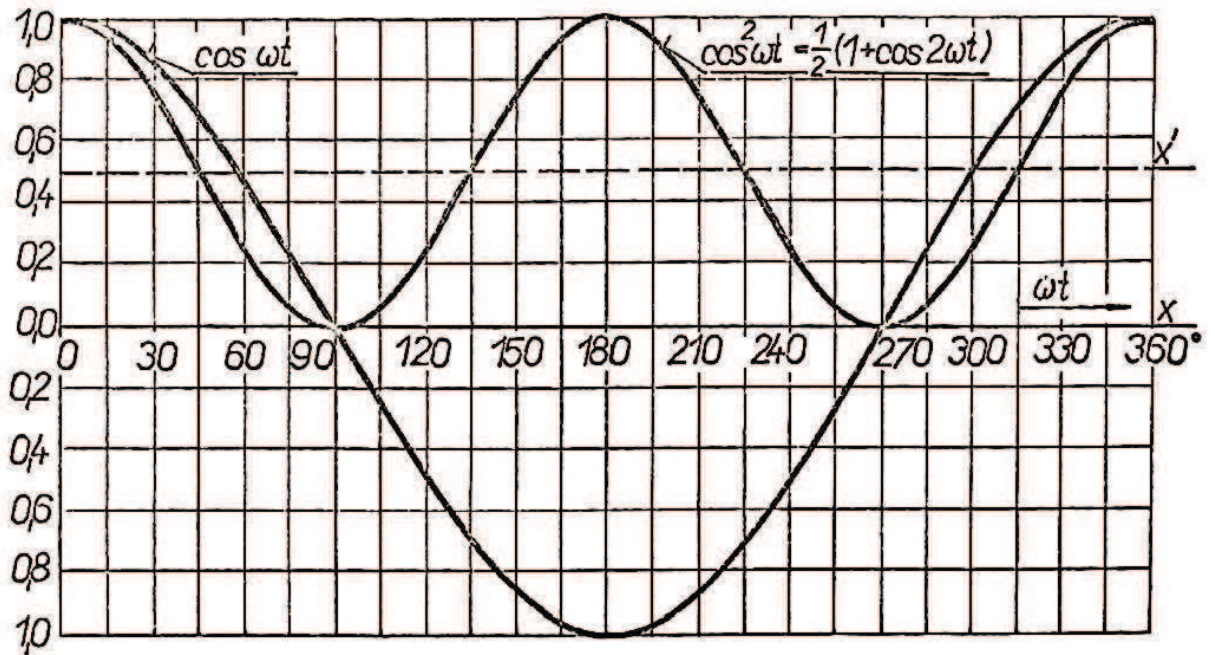
Proud  $\bar{I}_1$  v cívce je harmonicky proměnný:

$$\bar{I}_1 = I_1 \cdot \exp(j\omega t) = I_1 \cdot (\cos \omega t + j \sin \omega t) \quad (3.19)$$

Časový průběh proudu je dán reálnou složkou  $\bar{I}_1 \cdot \cos \omega t$ . Pro časový průběh elektrodynamického tlaku uvažujeme pouze tuto reálnou složku.

$$p_o = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \cos^2(\omega t) \quad (3.20)$$

Časový průběh elektrodynamického tlaku  $p_o$  v ose vsázky je na Obr. 3.5 dán pořadnicí křivky  $\cos^2(\omega t)$ .



Obr. 3.5 Časové průběhy  $p_o$  a  $I_1$

Časový průběh proudu  $I_1$  udává pořadnice křivky  $\cos \omega t$ . Vidíme, že proud  $I_1$  je střídavě kladný a záporný, avšak časový průběh křivky  $\cos^2(\omega t)$ , což je průběh elektrodynamického tlaku stále kladný. Výsledek bude ještě názornější, vyjádříme-li  $\cos^2(\omega t)$  dvojnásobným argumentem s poloviční amplitudou:

$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} p_o &= 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \cos^2(\omega t) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t\right) = \\ &= 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 + 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \cos 2\omega t \end{aligned} \quad (3.22)$$

Z výrazu (3.22) a z Obr 3.5 vidíme, že časový průběh elektrodynamického tlaku  $p_o$  dostaneme jako součet stejnosměrné složky, rovné poloviční amplitudě a střídavé

složky podél nové osy  $x'$  s poloviční amplitudou a dvojnásobným kmitočtem. Ke stálé složce elektrodynamického tlaku se střídavě přičítají kladné a záporné rázy harmonického průběhu, takže jejich účinek se v důsledku setrvačnosti hmoty vzájemně ruší. Konečný výsledek je dán pouze stejnosměrnou složkou výrazu (3.22). Výsledná střední hodnota elektrodynamického tlaku  $p_{os}$  v ose vsázky nekonečné délky je tedy rovna:

$$p_{os} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \quad (3.23)$$

$I_1$  značí maximální hodnotu proudu v cívce,  $I_{11}$  je proud v části cívky o osově délce 1 m.

### 3.1.2 Elektrodynamický tlak u cívky a vsázky konečné délky

V případě, že by cívka i vsázka měly nekonečnou délku, jak jsme dosud uvažovali, nemohl by se účinek elektrodynamického tlaku v ose vsázky nijak projevit. U skutečných pecí s konečnou délkou vsázky a cívky způsobí odvozený elektrodynamický tlak zvednutí hladiny v okolí osy vsázky, které vyvolá neustálé rozlévání vzniklé vyvýšeniny a tím trvalou cirkulaci roztavené vsázky. Podobně způsobí vztlak cirkulaci i u dna kelímku.

Kdybychom zabránili rozlévání vzniklé vyvýšeniny na hladině roztavené vsázky například tak, že bychom ponořili do osy lázně keramickou trubku o průřezu  $M$ , stoupla by v této trubce působením elektrodynamického tlaku  $p_{os}$  hladina vsázky o výšku  $h_0$ . Je-li měrná hmotnost  $s$ , tíhové zrychlení  $g$ , dostaneme teoretické vzduť hladiny vsázky  $h_0$ :

$$p_{os} \cdot M = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \cdot M = g \cdot s \cdot h_0 \cdot M \quad (3.24)$$

$$h_0 = \frac{p_{os}}{g \cdot s} = 3,20 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\mu_r}{s} \cdot I_{11}^2 \quad (3.25)$$

Podle tohoto vztahu (3.25) se počítá teoretické vzduť, které má být menší než je tloušťka vrstvy strusky, aby nedocházelo k obnažování lázně a k její oxidaci. Při uvedeném výpočtu je rezerva v tom, že skutečné vzduť vsázky je v důsledku rozlévání menší než teoretické.

### 3.1.3 Další způsob vyjádření elektrodynamického tlaku

Zajímá nás závislost elektrodynamického tlaku  $p_{os}$  na měrném příkonu  $q$ , který přivádíme do vsázky každým  $m^2$  válcového povrchu. Víme, že u vsázky nekonečné délky lze měrný příkon vyjádřit takto:

$$q = \frac{\pi}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{f \cdot \rho \cdot \mu_r} \cdot 10^{-3} \cdot I_{11}^2 \quad (3.26)$$

Dosazením za  $I_{11}^2$  z (3.26) do (3.23) dostaneme:

$$p_{os} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{1,00658 q}{\sqrt{f \cdot \rho \cdot \mu_r}} \cdot 10^{-3} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} \quad (3.27)$$

Teoretická výška vzdutí  $h_0$ :

$$h_0 = \frac{p_{os}}{g \cdot s} = \frac{1}{9,81 \cdot s} \cdot p_{os} = 0,323 \cdot \frac{q}{s} \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} \quad (3.28)$$

Podle (3.26) je vzdutí hladiny lázně přímo úměrné měrnému příkonu  $q$  a odmocnině z permeability  $\mu_r$  (zpravidla rovné 1) a nepřímo úměrné měrné hmotnosti  $s$  a odmocnině z kmitočtu  $f$  a měrného odporu  $\rho$ .

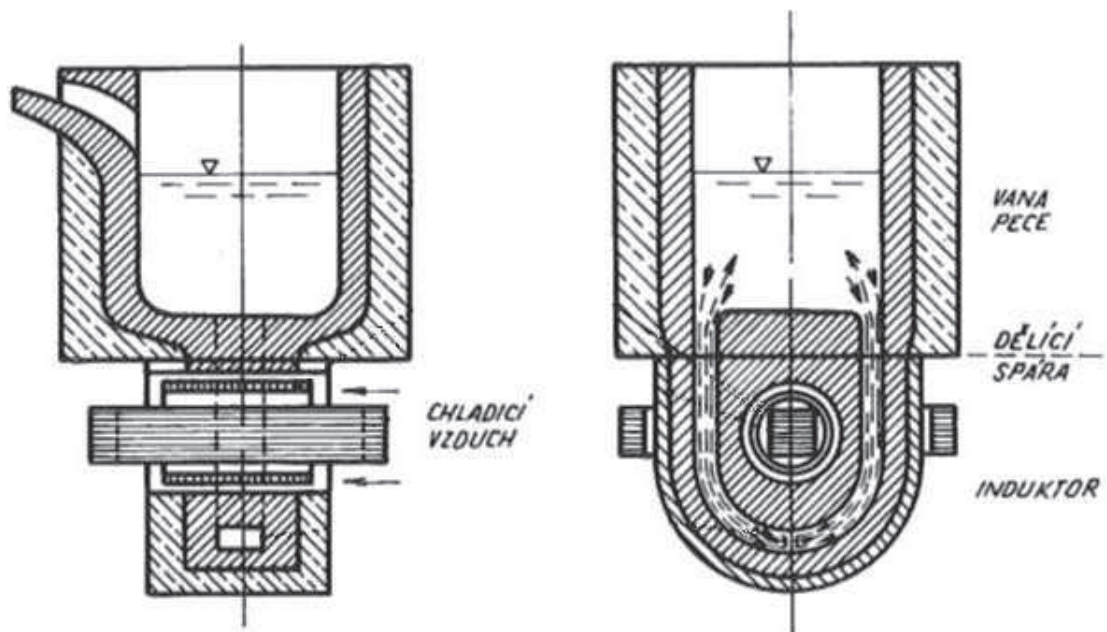
## 3.2 Indukční kanálková pec

### 3.2.1 Indukční kanálková pec s odkrytým kanálkem

Vsázka taveniny má dokonalé víření a není ovlivněna vnějšími vlivy [5]. Vlivem působení elektrodynamických sil, které působí v radiální rovině, není hladina taveniny vodorovná, ale je šikmá s gradientem k vnějšímu okraji. To způsobuje pohyb v radiálním směru a promíchávání taveniny. Při zvyšování příkonu peci může dojít k nežádoucím jevům a to přerušení prstence taveniny. V tom okamžiku přestávají působit elektrodynamické síly a tavenina se vrací do rovnovážného stavu. Pokud se tento jev opakuje, dochází k proudovým rázům a tím dochází k porušení řádného provozu pece.

### 3.2.2 Indukční kanálková pec se zakrytým kanálkem

Za výhodnější konstrukci je považováno řešení se zakrytým kanálkem, který je zapuštěn do dna pece. Elektromagnetické pole, vznikající kolem kanálku, je buzeno proudem v kanálku. Tím je kov odtlačován od stěn k ose kanálku. Hydrostatickým tlakem, který je největší v ose kanálku, je studený kov dopravován podél stěn do kanálku a teplejší kov stoupá a vytéká do vany (Obr. 3.6). Tak se kov promíchává. Při překročení příkonu může dojít k přerušení toku kovu do kanálku a tím k přerušení proudu na sekundárním vinutí. Výsledkem jsou nebezpečné výkonové a silové impulzy.



Obr. 3.6 Směr pohybu taveniny v kanálku [3]

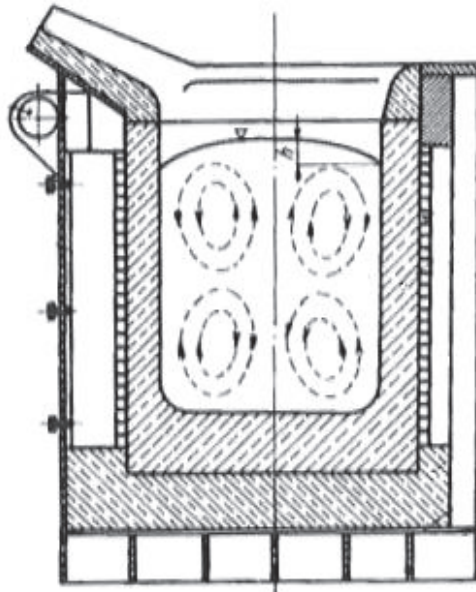
Nevýhodou tohoto konstrukčního řešení je nutnost plnění pece taveninou při první tavbě. Proto se nehodí pro přerušovaný provoz a střídání druhu složení kovů. Pec je nutné udržovat na provozní teplotě při technologických přestávkách a přerušení výroby.

### 3.3 Indukční kelímková pec

Z cívky umístěné na vnější straně kelímku dopadá na vsázku elektromagnetické vlnění. V důsledku elektrodynamických sil, které vznikají vzájemným působením proudů indukovaných ve vsázce a magnetického pole, se vsázka zahřívá a pohybuje. Po roztavení kovů vzniká pohyb taveniny (víření), které dopomáhá k dokonalému



promíchání taveniny. Toto víření je velmi výhodnou vlastností indukčních kelímkových pecí. Následkem víření mají slitiny kovů a legované oceli dokonalé homogenní složení v celém objemu kelímku, které nelze dosáhnout v žádném jiném druhu pecí. Víření a jeho charakter, tak i intenzitu lze ovlivnit mnoha způsoby, jako je volba frekvence, nebo velikosti kelímku, množství dodané energie a také umístění induktoru vzhledem k vsázce.



Obr. 3.7 Směr pohybu taveniny v kelímku [3]

Během tavení může nastat situace, kdy je víření tak velké, že dochází k nadměrnému vzduť hladiny taveniny, které vede k popraskání strusky a tavenina se tak dostává do styku se vzduchem a rychle reaguje s kyslíkem. U tavících pecí nemá být vzduť hladiny vsázky větší než je tloušťka strusky, což bývá 6 – 8 cm. Toto vzduť, vzniká tím, že je u stěn kelímku podtlak a v ose naopak přetlak v tavenině. Tavenina tak odtéká ke stěně vlivem hydrostatických sil a vzdouvá se v ose kelímku (Obr. 3.7). Nadměrné víření taveniny také způsobuje nežádoucí úbytek tloušťky stěny u dna kelímku.

### 3.3.1 Příklad výpočtu vzduť hladiny vsázky v kelímkové peci

Pro výpočet teoretického vzduť hladiny vsázky budeme uvažovat indukční kelímkovou pec pro 900 kg oceli. Pec má stínící měděný plášť, příkon  $p_g = 550$  kW, účinnost  $\eta = 0,71$ . Cívka má vnitřní průměr  $2r_1 = 0,69$  m a délku  $l_1 = 0,78$  m.



Vsázka má průměr  $2r_2 = 0,49$  m, délku  $l_2 = 0,69$  m, měrný odpor roztavené oceli  $\rho = 1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$  a měrná hmotnost  $s = 6,95 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Výpočet provedeme pro napájecí frekvence  $f = 200; 400; 600; 825; 1000$  a 1200 Hz. Ostatní hodnoty včetně měrného příkonu zůstanou stejné.

Vsázka absorbuje příkon  $P_2 = \eta \cdot p_g = 0,71 \cdot 550 = 390$  kW. Měrný příkon  $q$  pak bude:

$$q = \frac{P_2}{\pi \cdot 2r_2 \cdot l_2} = \frac{3,9 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 0,49 \cdot 0,69} = 3,67 \cdot 10^5 \text{ W/m}^3 \quad (3.29)$$

Pro výpočet střední hodnoty elektrodynamického tlaku v ose vsázky použijeme vztah (3.27) a frekvenci  $f = 825$  Hz.

$$\begin{aligned} p_{os} &= 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 3,67 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{\frac{1}{825 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} = \\ &= 4040 \text{ Pa} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Pro výpočet teoretického vzduť hladiny vsázky použijeme vztah (3.28):

$$h_0 = \frac{p_{os}}{g \cdot s} = \frac{4040}{9,81 \cdot 6,95 \cdot 10^3} = 0,0593 \text{ m} \quad (3.31)$$

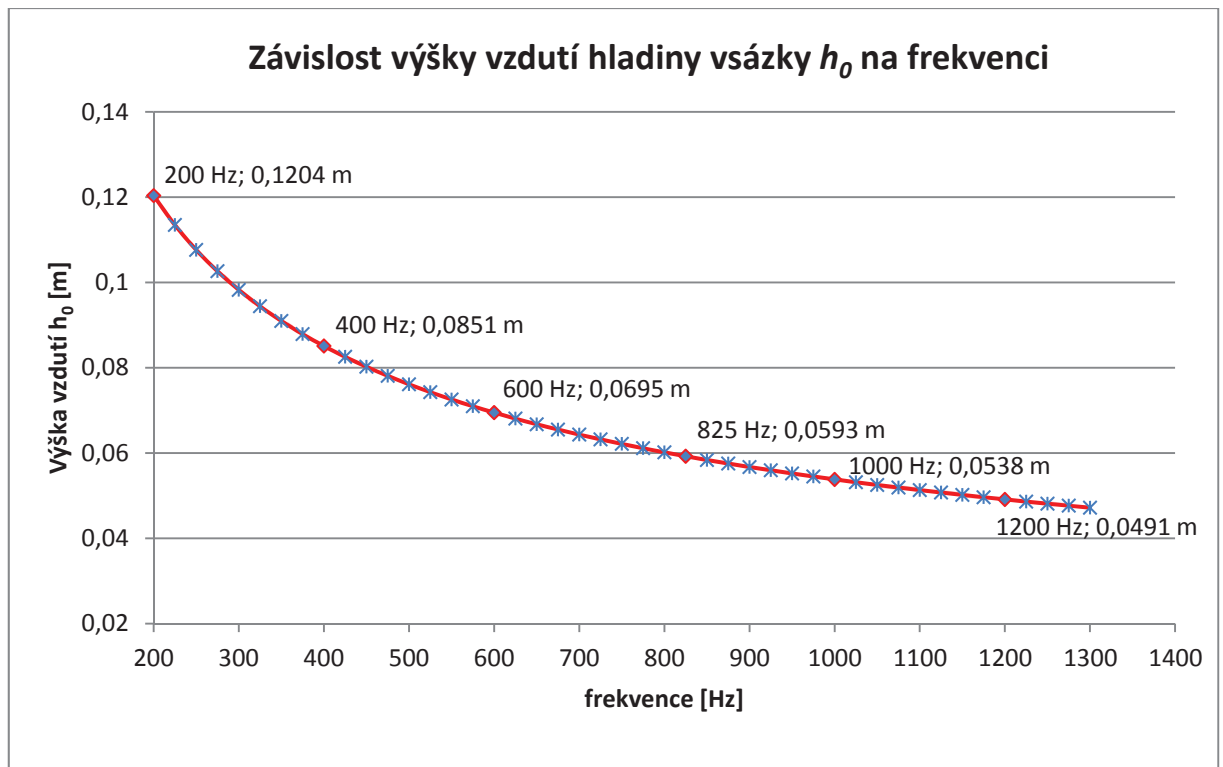
V níže uvedené tabulce jsou vypočítány hodnoty  $p_{os}$  a  $h_0$  pro ostatní zadané frekvence.

| frekvence [Hz] | 200    | 400    | 600    | 825    | 1000   | 1200   |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $p_{os}$ [Pa]  | 8205   | 5802   | 4738   | 4040   | 3670   | 3350   |
| $h_0$ [m]      | 0,1204 | 0,0851 | 0,0695 | 0,0593 | 0,0538 | 0,0491 |

Tab. 3.1 Vypočtené hodnoty  $p_{os}$  a  $h_0$

Další vypočtené hodnoty teoretické výšky vzduť hladiny vsázky  $h_0$  pro ostatní frekvence znázorněné v grafu 3.1 jsou uvedeny v samostatné příloze č.1.

V grafu 3.1 je znázorněna závislost teoretické výšky vzduť hladiny vsázky  $h_0$  na frekvenci cívky kelímkové indukční pece.

Graf 3.1 Závislost  $h_0$  na frekvenci

## 4 Kontinuální odlévání

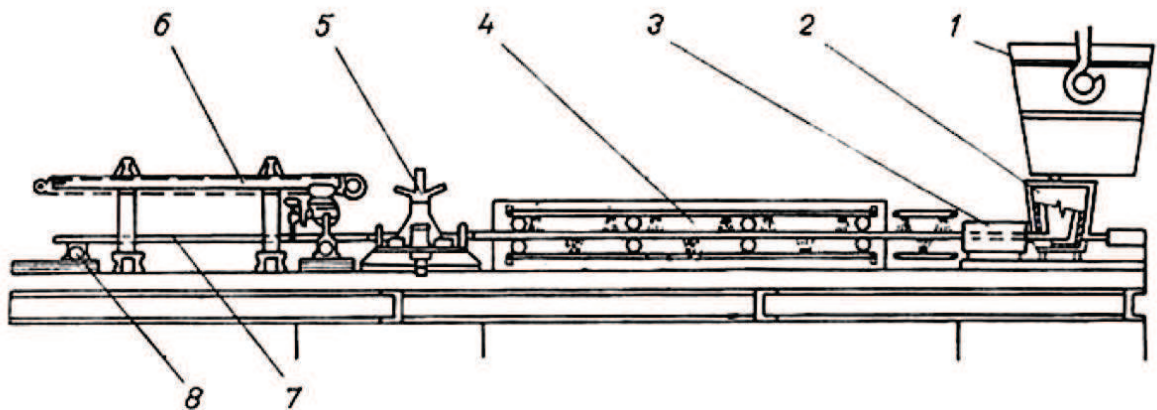
### 4.1 Obecně o kontinuálním odlévání

Kontinuální odlévání je metalurgický proces, kdy se roztavený kov nechává tuhnut do polotovarového bloku nebo desky (bramy) pro následné válcování [7]. Před zavedením kontinuálního odlévání v 50. letech 20. století, se ocel odlévala do stacionárních forem, kde tuhla v ingoty. V současné době je převážná část vyrobené oceli odlévána na zařízeních pro plynulé lití a menší část je odlévána do kokil na ingoty. Pomocí kontinuálního odlévání se dosáhlo nižších ztrát, vyšší kvality, produktivity a nižších nákladů. Kontinuální odlévání se nejčastěji využívá u oceli, ale také u hliníku a mědi. Vyšší kvalita je dosažena mimo jiné nižším objemem nežádoucích vměstků u bramy než u ingotu. Při následném válcování, mají pak vývalky menší rozptyl mechanických vlastností.

Rozeznáváme základní dva druhy konstrukcí pro plynulé odlévání oceli. Jedná se o horizontální a vertikální zařízení pro plynulé odlévání (dále ZPO).

## 4.2 Horizontální ZPO

Horizontální ZPO je určeno především pro menší ocelárny se širokým sortimentem jakostních ocelí [8]. Základní schéma tohoto zařízení se vyznačuje uspořádáním jednotlivých částí v horizontálním směru. Toto zařízení bylo v České republice postaveno v 80. letech 20. století v ocelárně v Hrádku u Rokycan, ale v současnosti již není v provozu. Tento typ ZPO se v ocelářském průmyslu příliš nerozšířil a je spíše na ústupu.

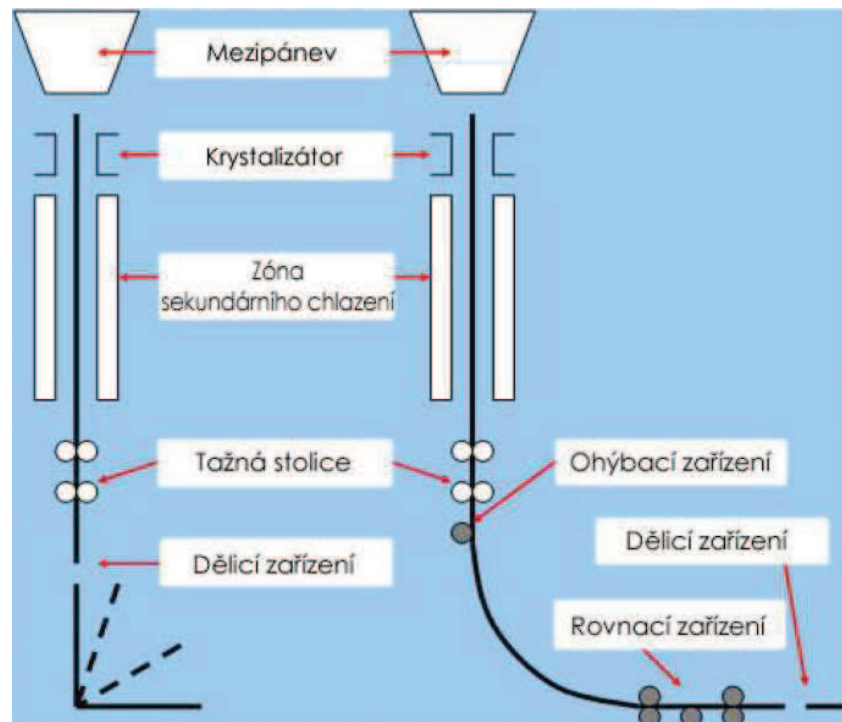


Obr. 4.1 Schéma horizontálního odlévání

Horizontální ZPO se skládá z odlévací pánve (1), mezipánve (2), krystalizátoru (3), sekundárního chlazení (4), tažné stoličky (5) a dělicího zařízení (6). Dále je na Obr. 4.1 zobrazen předlitek (7) a valník (8).

## 4.3 Vertikální ZPO

Klasické vertikální ZPO je charakteristické uspořádáním hlavních částí licího stroje tvořeného krystalizátorem, vodícími válci, sekundárním chlazením atd. svisle pod sebou (Obr. 4.2). U tohoto typu ZPO dochází k počátku tuhnutí předlitku v přímém vertikálním krystalizátoru, dále probíhá na sestupné vertikální dráze, na níž na předlitek působí sekundární chlazení. Ztuhnutí předlitku v celém průřezu je ukončeno na vertikální dráze. Poté dochází k délkovému dělení předlitku na dopravitelné kusy. Toto dělení probíhá při vertikálním pohybu předlitku, a proto je dělicí zařízení umístěno pod tažnou stolicí.



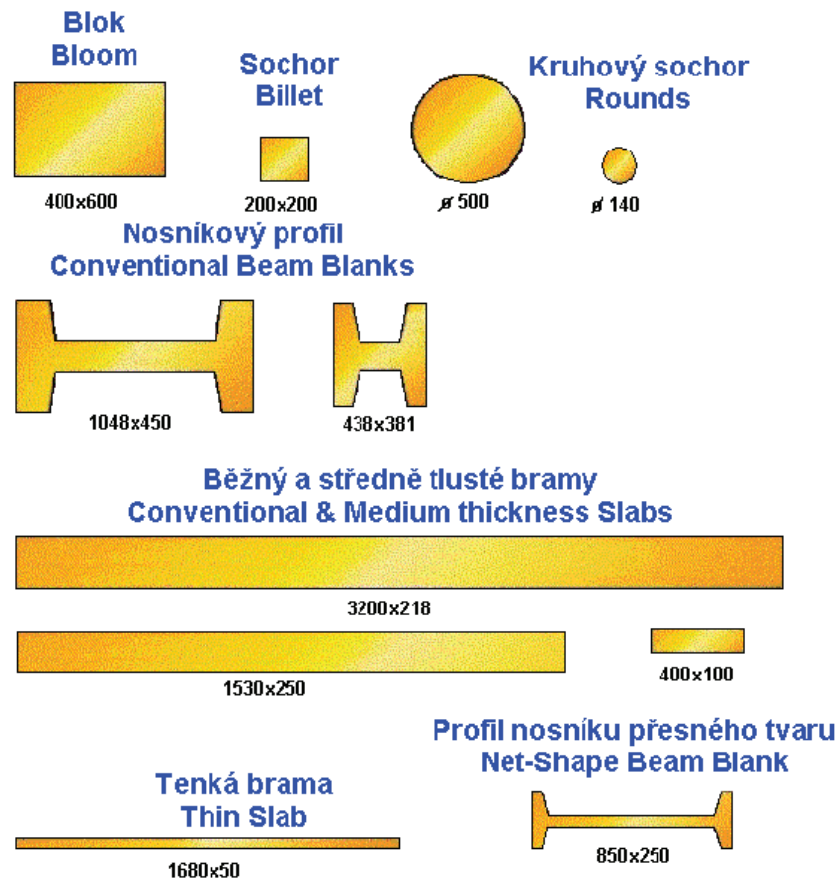
Obr. 4.2 Schémata vertikálního ZPO a ZPO s ohybem předlitku

Modifikací tohoto typu bylo vyvinuto vertikální ZPO s ohybem předlitku již ve ztuhlém stavu (Obr 4.2). V tomto případě je ZPO doplněno o ohýbací válec nebo sekci ohýbacích válců, které předlitek ohýbají během jeho plynulého odlévání. Účelem tohoto typu ZPO bylo snížení celkové výšky ZPO a také zajištění výhodnějších podmínek pro dělení materiálu, kdy je předlitek dělen až při pohybu ve vodorovném směru, čímž je docíleno i jednoduššího zařízení pro odběr předlitků. U tohoto typu ZPO začíná tuhnutí předlitku v krystalizátoru, dále probíhá na sestupné zakřivené dráze, kdy na předlitek působí systém sekundárního chlazení, přičemž úplné ztuhnutí předlitku po celém průřezu je dle použitých podmínek vedení procesu lití ukončeno buď ještě na zakřivené dráze, nebo až v horizontální dráze předlitku. Proto probíhá rovnání předlitku buď při zcela tuhém průřezu, nebo předlitkem obsahujícím ještě tekuté jádro v průřezu.

#### 4.3.1 Postup odlévání ve vertikálním ZPO

Na začátku odlévání je spodek krystalizátoru (formy) utěsněn zátkou, která je držena hydraulicky jednotkou tažných válců [9]. Tato zátka předchází tekutou ocel z konce krystalizátoru dále přes celé ZPO. Odlitý ocelový předlitek je na výstupu z krystalizátoru, tzv. primární chladicí zóny, částečně ztuhlý, po obvodu se vytvoří ztuhlá skořepina, která má na konci krystalizátoru tloušťku 10 – 20 mm. Jednotka

tažných válců začne táhnout zátku následovanou částečně ztuhlým předlitkem. Tekutá ocel musí být doplňována do formy stejnou rychlostí, jakou se za formou pohybuje pomocí tažných válců. Licí rychlost je závislá na tvaru profilu, jeho velikosti a třídě lité oceli. Obvykle se pohybuje v rozsahu od 0,3 do 8 m/minutu. Příklady odlévaných profilů jsou uvedeny na Obr. 4.3.



Obr. 4.3 Příklady odlévaných profilů

Po opuštění krystalizátoru prochází litý profil klecí (zónou) sekundárního chlazení, kde je tuhnoucí předlitek chlazen vodními nebo vodo-vzdušnými chladicími tryskami, aby tuhnutí předlitku pokračovalo. Tato zóna zajišťuje konečný tvar profilu, jeho integritu a zároveň kvalitu. Bramy velkých rozměrů potřebují rozšířenou klec sekundárního chlazení s tažnými válci. Když je celý proud ztuhlý a projde celou oblastí tažných válců, je zátka oddělena a uskladněna pro další použití. Po výstupu z klece prochází brama zónou tzv. terciárního chlazení, které probíhá formou přirozené konvekce. Na konci terciární zóny je nekonečná brama dělena na dělicím zařízení na jednotlivé kusy, také nazvané podle tvaru profilu jako sochory, bloky, bramy, válce a nosníky.

Proces plynulého odlévání lze rozdělit do následujících sekcí:

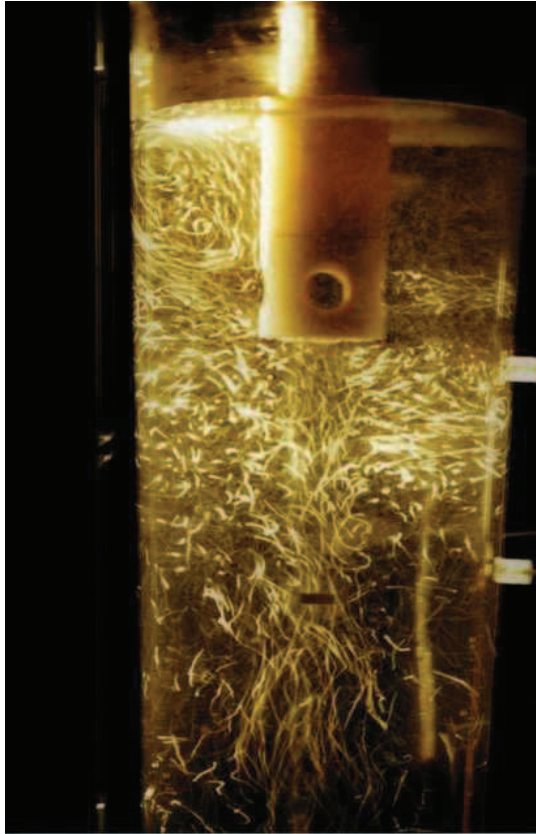
- *Mezipánve je umístěna nad krystalizátorem; rychlost toku taveniny z mezipánve je regulována.*
- *Krystalizátor, tzv. primární chladicí zóna (vodou chlazená měděná forma); předlitek z něj vystupuje již se ztuhlou skořepinou dostatečné pevnosti a tloušťky.*
- *Sekundární chladicí zóna je pod krystalizátorem; předlitek je chlazen vodními nebo vodovzdušnými tryskami, pokračuje jeho tuhnutí a probíhá jeho rovnání do horizontální polohy.*
- *Terciární chladicí zóna; v ní již ztuhlý předlitek chladne.*
- *Dělicí mechanismus (mechanický nebo hořákový), který rozděluje proud na jednotlivé kusy, které odcházejí k dalším technologickým procesům.*

Tekutá ocel z pánve do krystalizátoru je dopravována ve dvou fázích. V první fázi je dopravena z pánve do mezipánve. Ve druhé proudí z mezipánve do krystalizátoru. Regulace toku taveniny z mezipánve do krystalizátoru je prováděna: stavidlem, zastavovacími tyčemi, počítací tryskou a kontrolováním hladiny v mezipánvi.

Mezipánve je obvykle obdélníkového tvaru. Trysky jsou umístěny v její dolní části a dopravují tekutou ocel do krystalizátoru. Velikost mezipánve činí obvykle 8 – 10 % velikosti licí pánve.

Po naplnění mezipánve je možno otevřít jednotlivé licí proudy a začít plnění krystalizátorů. Tekutá ocel proudí obvykle přes keramickou ponornou trubici, která zrovnoměrňuje proud. Způsob proudění může ovlivňovat vyplouvání a separaci nekovových městků, strhávání licího prášku nebo vzdušného kyslíku do oceli. Charakter proudění lázně v krystalizátoru je určen především typem použité ponorné výlevky a tvarem krystalizátoru. Příklad proudění lázně v modelu kruhového krystalizátoru při použití pětiotvorové výlevky je na Obr. 4.4. U menších profilů předlitek ocel proudí volným proudem. Na začátku lití je krystalizátor v dolní části uzavřen zátkou. Tekutá ocel nejprve tuhne na ploše zátky, kde je obvykle záměrně umístěn přídatný materiál podporující vznik velkého množství krystalizačních zárodků. Postupně se plní celý krystalizátor a na jeho stěnách se vytváří ztuhlá licí kůra (skořepina).





Obr. 4.4 Proudění lázně v modelu kruhového krystalizátoru při použití pětiotvorové výlevky [10]

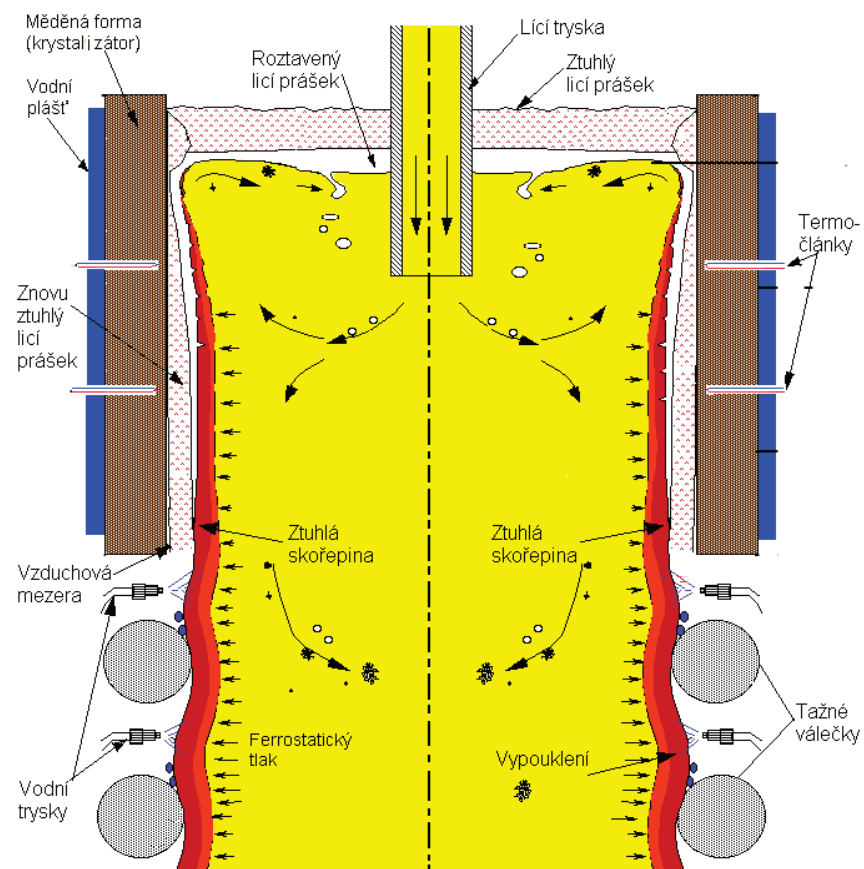
Hlavní funkcí krystalizátoru je zajistit ztuhnutí povrchové skořepiny takové tloušťky a pevnosti, aby udržela obsah tekutého jádra při vstupu proudu do sekundární zóny chlazení. Klíčovými prvky jsou tvar, tloušťka skořepiny, stejná teplota skořepiny při posuvu, a to vše bez vnitřních i povrchových vad s minimální pórovitostí a s malým počtem nekovových vměstků.

Krystalizátor je otevřený krabicový objekt, do jehož stěn jsou zabudovány vodní chladicí kanály. Krystalizátor je vyroben z velmi čisté měděné slitiny. Stěny krystalizátoru chlazené vodou odvádí teplo z tuhnoucí oceli. Vnitřní pracovní povrch měděných desek obsahuje chróm nebo nikl, aby povrch dosáhl patřičné tvrdosti. Je třeba zabránit otěru mědi do povrchu ocelového proudu, který by mohl být příčinou povrchových trhlin na výrobcích.

Hladina oceli v krystalizátoru je pokryta souvislou vrstvou licího prášku, který se taví a stéká po stěnách krystalizátoru. Dvě hlavní funkce licího prášku jsou krytí hladiny před oxidací a mazání styčných ploch na povrchu vzniklé licí kůry a na pracovní stěně krystalizátoru.

V krystalizátoru se z předlitky odvádí z celého ZPO relativně největší množství tepla za jednotku času, a to 10 až 30 % veškerého tepla. Krystalizátor je ve většině případů chlazen vodou.

V horní části krystalizátoru, kde je v přímém styku tekutá ocel, se intenzivně odvádí teplo z taveniny a vzniká ztuhlá, tzv. licí kůra-skořepina. Její tloušťka postupně narůstá, klesá její povrchová teplota a dochází k jejímu smršťování. Vzniklá spára se vyplní lubrikantem, který je-li práškový, se roztaví, v nižších částech krystalizátoru zase ztuhne a mezerou vypadává. Smrštěním předlitku a účinkem lubrikantu se zhoršuje přenos tepla a dochází dokonce k reohřevu kůry. Kůra se vlivem ferrostatického tlaku prohýbá zpět k desce krystalizátoru. Do vzniklých trhlin ve vrstvě již ztuhlých dendritických krystalů znovu vniká tekutá ocel. Konečně v dolní části krystalizátoru je kůra natolik pevná, že udrží ferrostatický tlak a mezeru mezi kůrou a deskou krystalizátoru, kterou vypadl natuhlý licí prášek, se vyplní plynem.



Obr. 4.5 Schéma krystalizátoru



Pro minimalizaci tření mezi natuhlou skořepinou a pracovním povrchem uvnitř krystalizátoru je využíváno nejen lubrikantu v podobě tavicího prášku, ale také oscilace krystalizátoru. Tím se zabraňuje přetržení skořepiny a výtoku tekuté oceli tzv. průvalu. Oscilace o frekvenci řádově jednotek Hz jsou vybuzovány hydraulicky nebo motoricky přes vačky nebo páky. Oscilace nejsou symetrické (negativní obrat), pohyb dolů je rychlejší. Ve skořepině tak může vznikat tlakové napětí a zmenšovat tahové napětí s předpokladem, že povrch bude bez trhlin a pórovitosti.

Z krystalizátoru předlitek, který má ještě stále tekuté jádro, vstupuje do zóny sekundárního chlazení, kde je ostříkován vodou (u bramového ZPO je nazýváno klecí). Předlitek je veden vodícími a opěrnými válečky. Intenzita a rovnoměrnost chlazení v sekundární oblasti má podstatný vliv na povrchovou a podpovrchovou kvalitu předlitku, zejména na vznik povrchových a vnitřních trhlin. Typický je sekundární chladicí systém tvořen skupinami zón chladicích trysek, odpovídající segmentu s řízeným chlazením tuhacího proudu procházejícího strojem. Chladicím tryskajícím médiem je voda nebo kombinace vzduchu a vody.

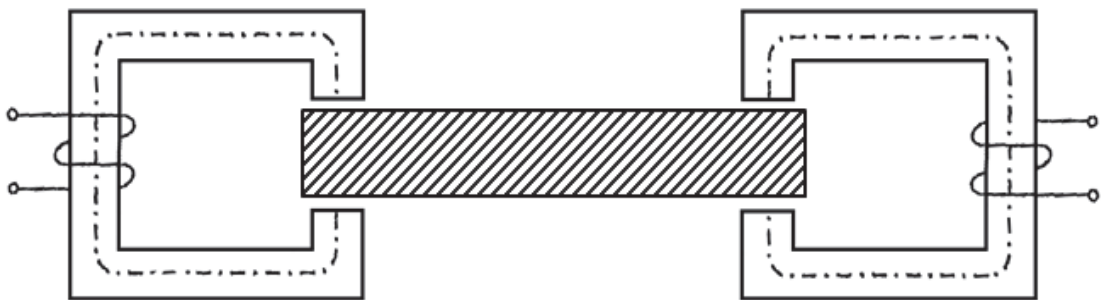
Oblast segmentů válců je integrální součástí oblasti sekundárního chlazení. Každý proud obsahuje skupiny válců vždy na opačných stranách. Hlavním úkolem válců je zajistit posuv tuhacího proudu a zároveň zabezpečovat dále tuhou skořepinu a válcovat povrch. Předlitek po opuštění krystalizátoru má ještě relativně slabou kůru, která musí pevnostně vydržet jak vytahovací sílu válců, tak i ferrostatický tlak oceli. Z tohoto důvodu je kůra podpírána válečky tzv. nulté sekce neboli patními válečky, které zpravidla vykonávají oscilační pohyb spolu s krystalizátorem. V oblasti nulté sekce je povrch předlitku zvláště intenzivně ochlazován vodními nebo vodo-vzdušnými tryskami.

Stejně důležité jako udržet tvar předlitku je převést ho z vertikálního směru do horizontální roviny. Rovnění ztuhlé skořepiny způsobuje na vnějším oblouku tah a na vnitřním tlak. Výsledné napětí je závislé na poloměru oblouku a mechanických vlastnostech. Jestliže napětí na vnějším rádiu je příliš velké, mohou vznikat povrchové trhliny a jiné vady, které mají vliv na kvalitu polotovaru. Tato napjatost je obvykle minimalizována použitím co největšího rovnacího oblouku.

Po narovnání je rovný předlitek dopravován po válečkové trati k dělicímu stroji,

kteřý řeže předlitek na požadované délky polotovaru. Každý kus je poté označen značkovacím zařízením. Řezání může být mechanické nebo kyslíkovým hořákem.

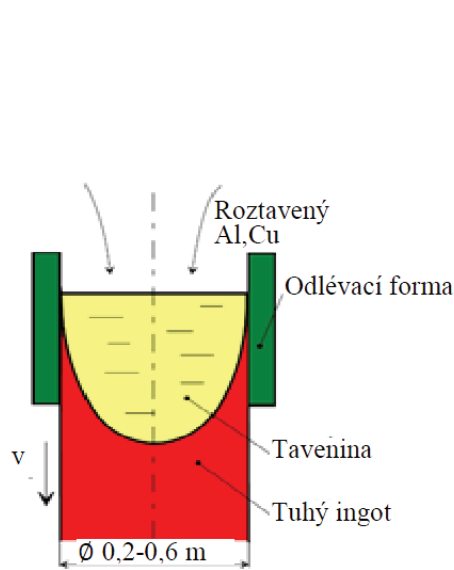
V závislosti na tvaru nebo způsobu budoucího použití jsou výsledné produkty skladovány na chladicích roštích nebo tzv. horkou cestou dopravovány ke konečnému válcování. I při horké cestě musí být znovu ohřívány, aby se pro válcování dosáhlo optimálních tepelně-mechanických vlastností. V případě válcování bram je vhodné systematicky přehřívát okraje, protože v důsledku jejich rychlejšího chladnutí vznikají při válcování na okrajích otřepy, které je nutné následně odstranit. Tím není využit celý průřez materiálu. K tomuto ohřevu je možné použít ohřev v příčném elektromagnetickém poli (Obr 4.6). Při tomto ohřevu je možné použít i technický kmitočet, neboť se neuplatní hloubka vniku jak je tomu u obvyklého ohřevu v podélném elektromagnetickém poli.



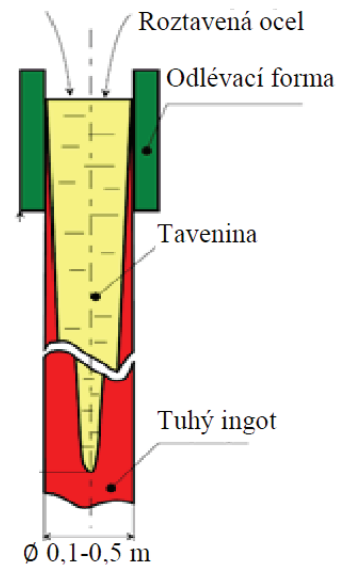
Obr. 4.6 Schéma ohřevu okrajů bramy v příčném elektromagnetickém poli

#### 4.4 Elektromagnetické míchání

Při kontinuálním či polokontinuálním způsobu odlévání kovů pohyb taveniny pozitivně ovlivňuje metalurgickou strukturu odlitku [11]. Tento způsob odlévání spočívá v tažení tuhého ingotu z chladnoucí taveniny, jejíž množství se udržuje konstantní. Pro kovy s dobrou tepelnou vodivostí jako je hliník nebo měď, je situace znázorněna na Obr. 4.7. V tomto případě dochází k rychlejšímu tuhnutí a tavenina má přibližný tvar polokoule. V případě kovů s nízkou tepelnou vodivostí jako je například ocel, je situace na Obr. 4.8. U těchto materiálů má tavenina tvar obráceného kužele délky i několik metrů.



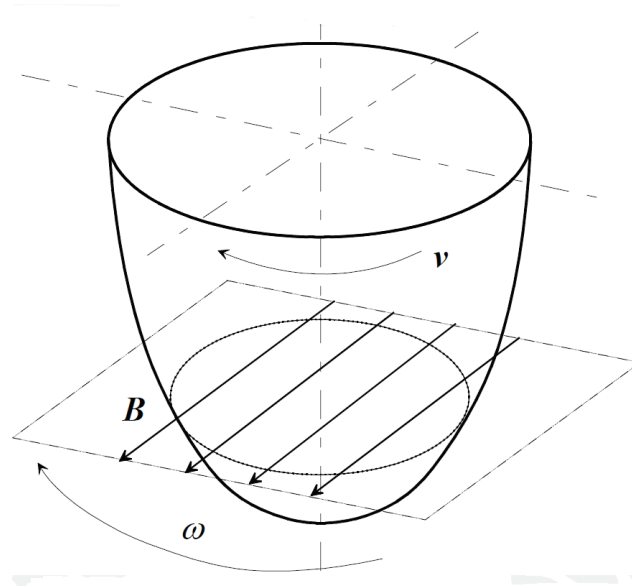
Obr. 4.7 Odlévání hliníku a mědi



Obr. 4.8 Odlévání oceli

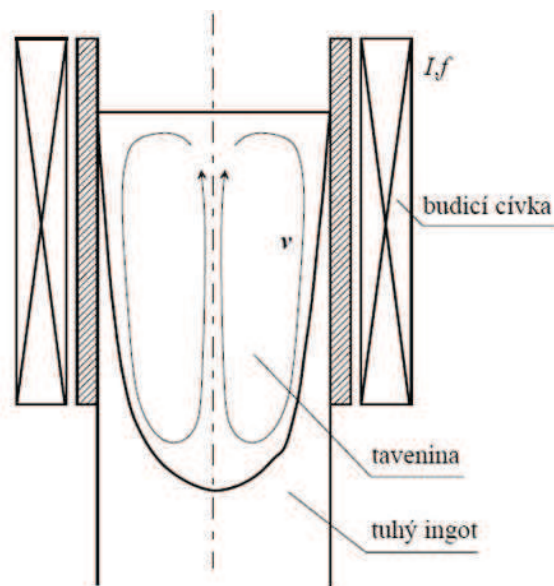
Během tuhnutí kovů však vznikají některé nepříznivé jevy. Legující přísady často mají snahu vytěšňovat se z hostitelského kovu, což vede k nehomogenitě struktury odlitku. V některých částech odlitku se mohou vytvářet malé dutinky. Například ty v povrchových vrstvách ocelových ingotů pocházejí od bublinek obsahujících oxid uhelnatý CO, kdežto vnitřní dutinky vznikají v důsledku smršťování materiálu během ochlazování. Všechny uvedené jevy lze potlačit mícháním, které vykazuje i další výhody. Mezi ně patří výhodnější nukleace a tvorba krystalů se stejně orientovanými osami na úkor krystalů dendritických, které jsou velké, anizotropní a jejichž přítomnost je obecně nežádoucí.

Elektromagnetické míchání taveniny lze realizovat několika způsoby. Jedna z možností je využití vnějšího rotujícího horizontálního magnetického pole  $B$  s úhlovou rychlostí  $\omega$ . Toto pole působí jako stator asynchronního stroje, zatímco tavenina jako rotor. Promíchávání je tak v horizontálním směru (Obr. 4.9). Vnější horizontální pole lze generovat mnoha způsoby a jeho intenzitu lze navíc dobře měnit po výšce. Vlivem vnějšího pole vznikají v tavenině Lorentzovy síly, které jsou funkcí polohy, nikoli však rychlosti taveniny. Rychlost  $v$  má v tomto případě jen obvodovou složku.



Obr. 4.9 Míchání taveniny rotujícím magnetickým polem [12]

Další způsob míchání taveniny je znázorněn na Obr. 4.10, kde induktor protékaný harmonickým proudem o zvoleném kmitočtu budí časově proměnné magnetické pole  $B$  orientované převážně ve směru osy kelímku  $z$ . Vířivé proudy v tavenině mají obvodový směr opačný než budicí proud v induktoru. Síly vyvolané interakcí magnetického pole a vířivých proudů na částice roztaveného kovu směřují hlavně k ose kelímku a vyvolávají rychlostní pole  $v$ , jehož tvar je na Obr. 4.6 naznačen.



Obr. 4.10 Míchání taveniny induktorem protékaným střídavým proudem [12]

Elektromagnetické míchání taveniny je tedy nedílnou součástí výrobního procesu při kontinuálním odlévání. Je však nutné mít na paměti, že při elektromagnetickém míchání dodáváme již chladnoucí tavenině další teplo. Proto je třeba navrhnout takový proud a kmitočet, aby Jouleovo teplo generované v tavenině se maximálně rovnalo tepelným ztrátám systému, způsobených především konvekcí.

U sochorového kontinuálního odlévání je možné použít kromě míchání v krystalizátoru dodatečného míchání kužele tekutého kovu v již chladnoucím sochoru. Tyto míchače se umísťují na začátku proudu za prvními zónami chlazení a v místě předpokládaného konce kužele tekutého kovu.

## Závěr

V této diplomové práci jsem nejprve objasnil teorii indukčního ohřevu, založenou na elektromagnetickém vlnění. Postupně jsem z Maxwellových rovnic odvodil vlnové rovnice v elektricky vodivém i nevodivém prostředí. Protože se v technické praxi často indukčně ohřívají předměty válcového tvaru a většina cívek a vinutí je válcového tvaru, tak jsem popsal také rovnice pro válcové elektromagnetické vlnění.

V další části jsem uvedl princip elektrodynamické síly, odvodil příčiny vzniku elektrodynamického tlaku ve vsázce a popsal jeho důsledky na taveninu v indukčních pecích. Na zvoleném příkladu jsem prokázal závislost napájecího kmitočtu na elektrodynamickém tlaku ve vsázce kelímkové pece a jeho důsledku v podobě víření a vzednutí hladiny vsázky. Nevhodně zvolený napájecí kmitočet způsobuje nadměrné víření taveniny, které má za následek vymílání stěny kelímku v blízkosti dna a tím dochází k jeho rychlejšímu opotřebení. Při nevhodně zvoleném napájecím kmitočtu také dochází k vyššímu vzednutí hladiny vsázky než je tloušťka strusky, což vede k jejímu popraskání a k obnažení taveniny. Obnažení taveniny způsobuje její nežádoucí oxidaci.

V poslední části této práce, jsem se věnoval kontinuálnímu odlévání oceli. Tato technologie má sice z historického hlediska pouze asi 50-ti leté průmyslové nasazení, ale podíl odlévané oceli tímto způsobem je dominantní. Vysvětlil jsem princip kontinuálního odlévání a popsal funkci jeho hlavních částí.

Požadavky na neustálé zdokonalování vlastností a zvyšování kvality stávajících materiálů kladou na výrobní technologie vysoké nároky. Mezi klíčové faktory ovlivňující výslednou kvalitu odlévané oceli patří homogenizace taveniny, způsobená intenzívním promícháváním pomocí elektrodynamických sil přímo v krystalizátoru a další míchání tekutého kovu v již chladnoucím sochoru.

Nesmíme však zapomenout, že na výslednou kvalitu má vliv také obsluhující kvalifikovaný personál, který se celým výrobním procesem podílí...

## Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] Rada, J. a kolektiv: *Elektrotepelná technika*, SNTL – Nakladatelství technické literatury, Praha 1985
- [2] Langer, E., Kožený J.: *Elektrotepelná zařízení indukční*, VŠSE, Plzeň 1982
- [3] Langer, E.: *Teorie indukčního a dielektrického tepla*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1964
- [4] Mayer, D.: *Teorie elektromagnetického pole*, ZČU, Plzeň, 2001
- [5] Dvořák, Z.: *Procesní inženýrství III, Elektrické teplo*, UTB, Zlín 2008
- [6] Langer, E.: *Elektrotepelná technika, část IV – Indukční pece kanálkové*, SNTL, Praha 1969
- [7] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Kontinuální\\_lití](http://cs.wikipedia.org/wiki/Kontinuální_lití)
- [8] Bažan, J.: *Studijní opora k předmětu Lití a krystalizace oceli*, VŠB - TU Ostrava, 2008
- [9] Štětina, J.: *Dynamický model teplotního pole plynule odlévané bramy*, VŠB - TU Ostrava, 2007  
<http://ottp.fme.vutbr.cz/users/stetina/disertace/index.htm>
- [10] <http://homel.vsb.cz/~mih50/frames/ukoly.html#4>
- [11] [http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id\\_document=25605](http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=25605)
- [12] <http://web.fel.zcu.cz/kte/predmety/jine/EDS/dalsi/COUP7.pdf>

## Přílohy

### Příloha č. 1 - Vypočtené hodnoty teoretické výšky vzdutí hladiny vsázky $h_0$ pro ostatní frekvence znázorněné v grafu 3.1

|                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 200    | 225    | 250    | 275    | 300    | 325    | 350    | 375    |
| $p_{os}$ [Pa]  | 8206   | 7736   | 7339   | 6998   | 6700   | 6437   | 6203   | 5993   |
| $h_0$ [m]      | 0,1204 | 0,1135 | 0,1076 | 0,1026 | 0,0983 | 0,0944 | 0,0910 | 0,0879 |

|                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 400    | 425    | 450    | 475    | 500    | 525    | 550    | 575    |
| $p_{os}$ [Pa]  | 5802   | 5629   | 5470   | 5325   | 5190   | 5065   | 4948   | 4839   |
| $h_0$ [m]      | 0,0851 | 0,0826 | 0,0802 | 0,0781 | 0,0761 | 0,0743 | 0,0726 | 0,0710 |

|                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 600    | 625    | 650    | 675    | 700    | 725    | 750    | 775    |
| $p_{os}$ [Pa]  | 4738   | 4642   | 4552   | 4467   | 4386   | 4310   | 4237   | 4168   |
| $h_0$ [m]      | 0,0695 | 0,0681 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0632 | 0,0622 | 0,0611 |

|                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 800    | 825    | 850    | 875    | 900    | 925    | 950    | 975    |
| $p_{os}$ [Pa]  | 4103   | 4040   | 3980   | 3923   | 3868   | 3816   | 3765   | 3716   |
| $h_0$ [m]      | 0,0602 | 0,0593 | 0,0584 | 0,0575 | 0,0567 | 0,0560 | 0,0552 | 0,0545 |

|                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 1000   | 1025   | 1050   | 1075   | 1100   | 1125   | 1150   | 1175   |
| $p_{os}$ [Pa]  | 3670   | 3625   | 3581   | 3539   | 3499   | 3460   | 3422   | 3385   |
| $h_0$ [m]      | 0,0538 | 0,0532 | 0,0525 | 0,0519 | 0,0513 | 0,0507 | 0,0502 | 0,0497 |

|                |        |        |        |        |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence [Hz] | 1200   | 1225   | 1250   | 1275   | 1300   |
| $p_{os}$ [Pa]  | 3350   | 3316   | 3282   | 3250   | 3219   |
| $h_0$ [m]      | 0,0491 | 0,0486 | 0,0481 | 0,0477 | 0,0472 |