Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Zpracování výsledků vstupních testů z matematiky

Plzeň, 2013

Tereza Pazderníková

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně za použití pramenů uvedených v literatuře.

V Plzni dne 29. května 2013

Tereza Pazderníková

Poděkování

Velmi ráda bych poděkovala vedoucímu práce Mgr. Michalu Frieslovi, Ph.D. za odborné vedení, poskytnutí dat, informací, materiálů, cenných rad, užitečných připomínek a vstřícné jednání během vytváření bakalářské práce. Dále bych ráda poděkovala všem, kteří mě během mého studia podporovali.

Abstrakt

Práce se zabývá statistickým zpracováním výsledků vstupních testů z matematiky. Tyto testy slouží pro srovnání vstupních znalostí studentů fakult Západočeské univerzity v Plzni a jsou prováděny každoročně od roku 2006. Cílem práce je zaměřit se na souvislost výsledku testu se studovaným oborem a zhodnotit výsledky v posledních třech letech. Pro zpracování dat byla použita jednofaktorová a vícefaktorová analýza rozptylu a lineární regrese.

Klíčová slova: ANOVA, lineární regrese, testování hypotéz.

Abstract

The thesis deals with statistical analysis of results of mathematics entrance tests. These tests are used for comparison of the entrance knowledge of students from faculties of the University of West Bohemia in Pilsen and have been performed annually since 2006. The aim of the thesis is to assess the influence of the test results on the particular branch and analyze them in the last three years. For the analysis of the data were used the One-Way and Two-Way Analysis of Variance (ANOVA) and linear regression.

Key words: ANOVA, linear regression, testing hypothesis.

Obsah

1 Úvod

Cílem předkládané bakalářské práce je statistické zpracování dat získaných ze vstupních testů z matematiky. Tyto testy se konají každoročně od roku 2006, kdy byly poprvé uskutečněny na katedře matematiky Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni. Účel testů je porovnat vstupní matematické znalosti studentů jednotlivých fakult. Tato práce je zaměřena na souvislost výsledku testu se studovaným oborem. Tedy zda má na výsledek vstupního testu z matematiky vliv obor, který student studuje. V práci je dále sledován vývoj úspěšnosti studentů v posledních třech letech.

Ve druhé kapitole jsou popsána vstupní data použitá v bakalářské práci, formuláře vstupních testů a je ukázán pro příklad test z roku 2012. Následuje popis zpracování vstupních dat a použitý software.

Následující dvě kapitoly jsou věnovány teoretické části. Ve třetí kapitole je popis hlavní metody, která byla v práci použita, a to metody ANOVA. Je zde uvedena jak jednofaktorová, tak i dvoufaktorová analýza rozptylu. Tato kapitola dále obsahuje podkapitolu, která se věnuje problematice mnohonásobného porovnávání. Ve čtvrté kapitole se práce zabývá regresní analýzou. Je zde podrobněji popsána jednoduchá regrese, pomocí níž odhadujeme závislost výsledků vstupních testů na jednotlivých letech.

Následující tři kapitoly předkládané práce obsahují výpočtovou část. Pátá kapitola se věnuje jednotlivým oborům Fakulty aplikovaných věd, šestá kapitola je zaměřena na obory Fakulty elektrotechnické a sedmá kapitola hodnotí obory všech fakult dohromady. V úvodu všech těchto kapitol jsou data upravena a poté jsou spočteny základní statistiky. Každá z těchto kapitol je rozdělena do čtyř podkapitol. V první části jsou zpracována data z roku 2010, ve druhé data z roku 2011, ve třetí z roku 2012 a v poslední čtvrté části jsou sledována data ze všech let dohromady. V každé podkapitole je zjišťováno, zda studovaný obor má vliv na výsledky testů, testuje se tedy nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot vybraných skupin. Pokud je prokázán statisticky významný rozdíl mezi obory, zjišťuje se pomocí metody mnohonásobného porovnávání, které dvojice oborů se od sebe významně liší. Poslední podkapitola navíc obsahuje vývoj oborů v jednotlivých letech a sleduje závislost výsledků vstupních testů na jednotlivých letech.

2 Vstupní data

V této kapitole jsou popsána vstupní data k bakalářské práci a jejich zpracování. Jedná se o výsledky vstupních testů z matematiky studentů Západočeské univerzity (ZČU), které se pořádají na katedře matematiky.

2.1 Vstupní testy z matematiky

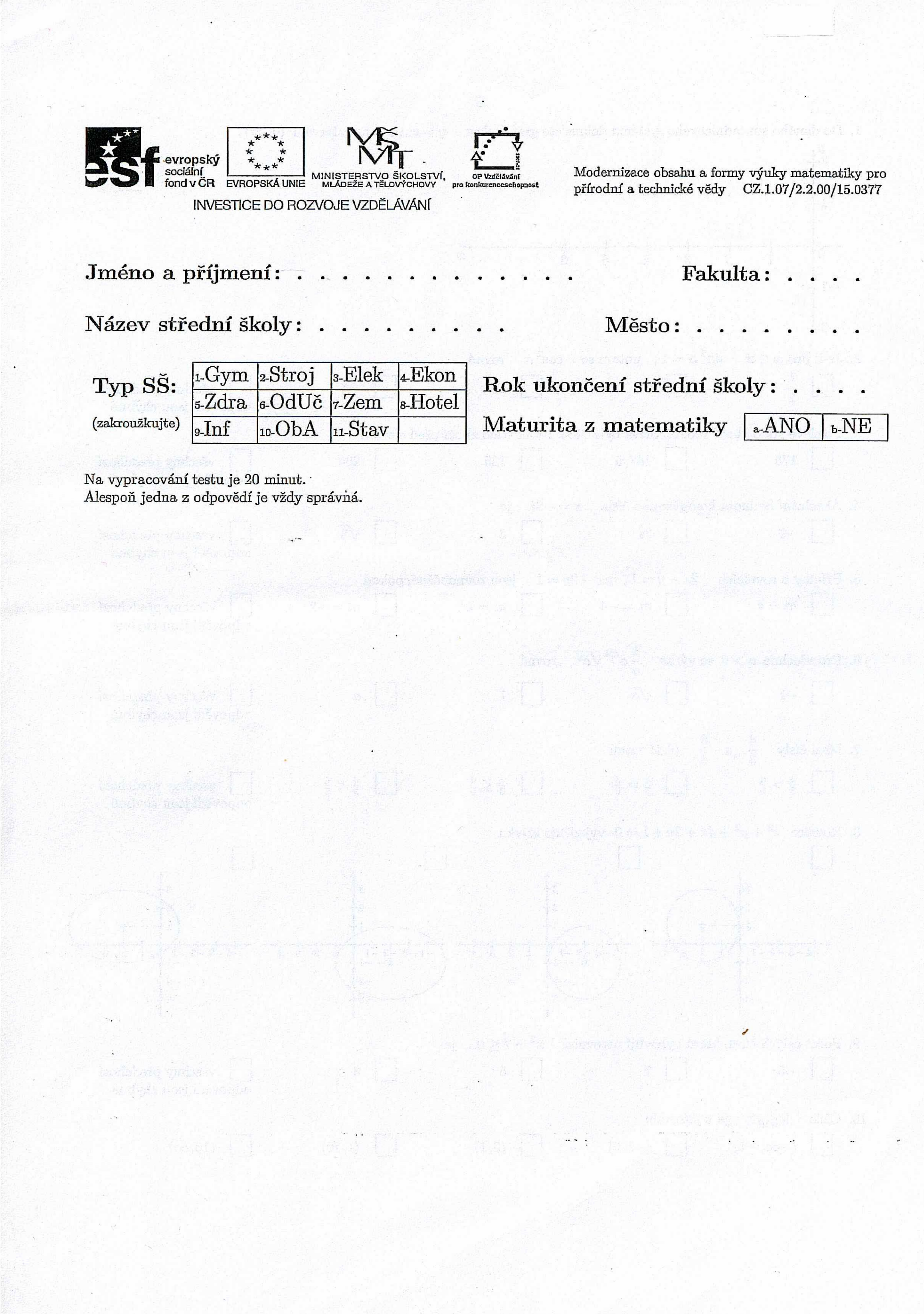
Vstupní testy z matematiky se konají každoročně od roku 2006, kdy byly poprvé uskutečněny na katedře matematiky. Cílem je porovnat vstupní matematické znalosti studentů jednotlivých fakult. Tento test studenti vyplňují na prvním cvičení, přičemž na vypracování mají dvacet minut. Jedná se o jednoduchý test, který osahuje deset otázek, týkajících se matematických znalostí ze střední školy. Kromě jedné otázky obsahuje každá pět nabídnutých odpovědí, ze kterých je správně právě jedna odpověď. Opravu testů pak provádí jednotliví cvičící. Obrázek 2.1 a 2.2 obsahuje ukázku vstupního testu z roku 2012.

Formuláře pro vstupní testy z matematiky se během tří let mírně změnily. V roce 2010 studenti vyplňovali následující údaje: jméno a příjmení, fakulta, název střední školy, město a rok ukončení střední školy. V roce 2011 a 2012 měli navíc vyplnit typ střední školy a informaci, zda maturovali z matematiky.

2.2 Zpracování vstupních dat

Pro vypracování této bakalářské práce byly vedoucím práce poskytnuty výsledky vstupních testů ze školních let 2010/2011, 2011/2012 a 2012/2013. Pro doplnění informací byly poskytnuty také ukázky vstupních testů ze stejných let. Data byla zpracována v softwaru MS Office Excel.

Jelikož se změnily formuláře, změnily se i informace, které byly obsaženy v datech. Data z roku 2010 obsahovala informace, kde se test psal, tedy o katedře, předmětu a kroužku, kde se test psal, semestru, kdy se test psal a jaký učitel test zadával. Dále informace o studiu studenta, na jaké fakultě studoval, v jakém městě, ročníku, forma jeho studia, program a konkrétní obor, který studoval. Dalším údajem byla střední škola studenta a kraj, kde se střední škola nachází. V letech 2011 a 2012 pak přibyly i údaje o typu střední školy a informace o maturitě. Ve všech letech bylo zaznamenáno pohlaví studenta a samozřejmě



evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modernizace obsahu a formy výuky matematiky pro přírodní a technické vědy CZ.1.07/2.2.00/15.0377

Jméno a příjmení: . . . . **Fakulta:** . . . .

Název střední školy: . . . . **Město:** . . . .

Typ SŠ: (zakroužkujte)

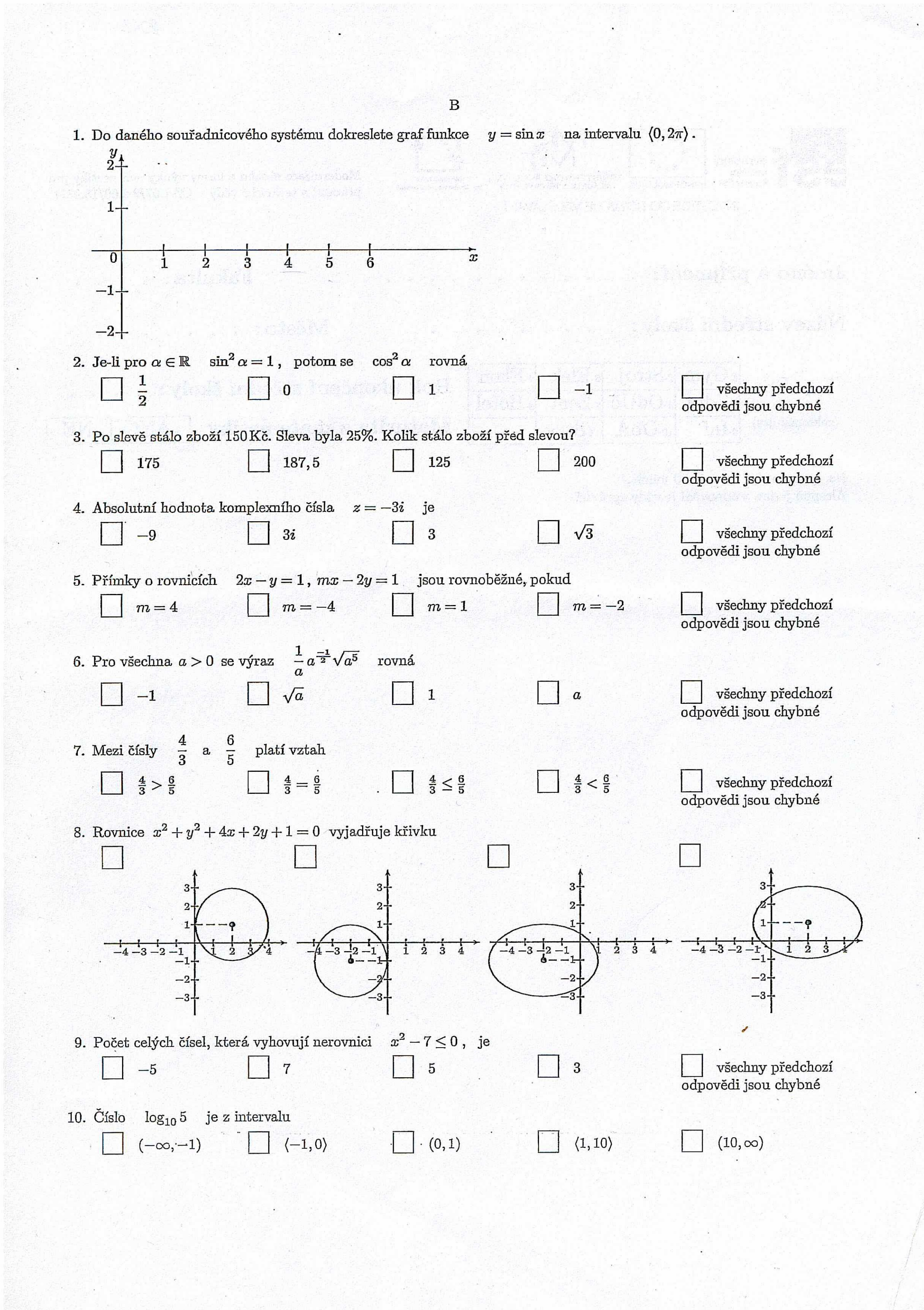
1-Gym	2-Stroj	3-Elek	4-Ekon
5-Zdra	6-OdUč	7-Zem	8-Hotel
9-Inf	10-ObA	11-Stav	

Rok ukončení střední školy: . . . .

Maturita z matematiky a-ANO b-NE

Na vypracování testu je 20 minut.
Alespoň jedna z odpovědí je vždy správná.

Obrázek 2.1: Ukázka vstupního testu z matematiky, 2012, 1. část



B

1. Do daného souřadnicového systému dokreslete graf funkce $y = \sin x$ na intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$.

2. Je-li pro $\alpha \in \mathbb{R}$ $\sin^2 \alpha = 1$, potom se $\cos^2 \alpha$ rovná

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 0 ☐ 1 ☐ -1 ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

3. Po slevě stálo zboží 150 Kč. Sleva byla 25%. Kolik stálo zboží před slevou?

☐ 175 ☐ 187,5 ☐ 125 ☐ 200 ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

4. Absolutní hodnota komplexního čísla $z = -3i$ je

☐ -9 ☐ $3i$ ☐ 3 ☐ $\sqrt{3}$ ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

5. Přímky o rovnicích $2x - y = 1$, $mx - 2y = 1$ jsou rovnoběžné, pokud

☐ $m = 4$ ☐ $m = -4$ ☐ $m = 1$ ☐ $m = -2$ ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

6. Pro všechna $a > 0$ se výraz $\frac{1}{a} a^{\frac{-1}{2}} \sqrt{a^5}$ rovná

☐ -1 ☐ $\sqrt{a}$ ☐ 1 ☐ a ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

7. Mezi čísly $\frac{4}{3}$ a $\frac{6}{5}$ platí vztah

☐ $\frac{4}{3} > \frac{6}{5}$ ☐ $\frac{4}{3} = \frac{6}{5}$ ☐ $\frac{4}{3} \leq \frac{6}{5}$ ☐ $\frac{4}{3} < \frac{6}{5}$ ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

8. Rovnice $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ vyjadřuje křivku

☐ ☐ ☐ ☐

9. Počet celých čísel, která vyhovují nerovnici $x^2 - 7 \leq 0$, je

☐ -5 ☐ 7 ☐ 5 ☐ 3 ☐ všechny předchozí odpovědi jsou chybné

10. Číslo $\log_{10} 5$ je z intervalu

☐ $(-\infty, -1)$ ☐ $\langle -1, 0)$ ☐ $(0, 1)$ ☐ $\langle 1, 10)$ ☐ $(10, \infty)$

Obrázek 2.2: Ukázka vstupního testu z matematiky, 2012, 2. část informace o dosažených bodech ve vstupním testu. K dispozici byly jak celkové výsledky, tak body získané v jednotlivých příkladech. Malá ukázka dat je v tabulce 2.1, kde je v jednotlivých sloupcích uvedená fakulta, forma studia, kód studovaného programu a číslo oboru, celkový počet dosažených bodů a získané body v jednotlivých příkladech, dále pohlaví studenta, kraj, kde se nacházela jeho střední škola a typ střední školy.

Formuláře vstupních testů z matematiky však někteří studenti nevyplnili zcela kompletně. U některých byl dokonce známý pouze výsledek a fakulta, kterou studují. Pokud byl tedy pro výpočet potřebný některý z chybějících údajů, bylo nutné ho v případě možnosti doplnit nebo studenta z dat vyloučit. Dále byli studenti rozděleni do skupin podle studované fakulty a konkrétního oboru. Všechny tyto úpravy byly provedeny v softwaru MS Office, kde byly také vypočteny základní statistiky vybraných podsouborů.

Následné zpracování dat bylo provedeno v softwaru Statistica 10. Tento software umožňuje importovat data z MS Office Excel a obsahuje velké množství grafů, testů, analýz, metod, apod. Uživatelské prostředí je velmi podobné jako u MS Office.

fak	forma	kod	cislo	body	pr1	pr2	pr9	pr10	pohl	kraj	xtyp
FAV	P	B3902	1801R001	6	1	1	0	0	M	Plzensky	SOS
FAV	P	B3902	1801R001	5	1	1	0	1	M	Plzensky	G
FAV	P	B3902	1801R001	8	0	1	1	1	M	Karlovarsky	G
FAV	P	B3902	1801R001	4	1	1	1	1	M	Jihocesky	SOS
FAV	P	B3902	1801R001	3	0	1	0	0	M	Plzensky	SOS
FAV	P	B3902	1801R001	10	1	1	1	1	M	Plzensky	G
FAV	P	B3902	1801R001	9	1	1	1	1	M	Karlovarsky	G
FAV	P	B3902	1801R001	3	0	1	0	1	M	Stredocesky	SOS

Tabulka 2.1: Ukázka dat ze vstupních testů z matematiky

3 Analýza rozptylu (ANOVA)

Analýza rozptylu (**an**alysis **o**f **va**riance - ANOVA) umožňuje zjistit, zda má na závisle proměnnou statisticky významný vliv jeden či více faktorů. Tento faktor musí nabývat konečného počtu hodnot, tzv. úrovní, nejméně však dvou. Podle počtu faktorů používáme metodu ANOVA s jednoduchým či vícenásobným tříděním. Analýza rozptylu umožňuje porovnávat libovolný počet skupin.

Základní statistikou analýzy rozptylu je F-testovací statistika rozdílnosti skupinových průměrů, pomocí níž se testuje hypotéza, zda se průměry ve skupinách od sebe liší více než na základě působení náhodného kolísání. Pokud se průměry statisticky významně neliší, usuzuje se, že faktor nemá vliv na závisle proměnnou. Jestliže je naopak vyhodnoceno, že faktor má statisticky významný vliv, řeší se pomocí metod mnohonásobného porovnávání otázka, které soubory se od sebe významně liší.

Obecně má F-statistika v analýze rozptylu formu:

$$F = \frac{\textit{vážený rozptyl mezi průměry skupin}}{\textit{rozptyl mezi jedinci ve stejné skupině}} .$$

Pokud překročí hodnota F-statistiky určenou kritickou mez, zamítá se nulová hypotéza, že mají všechny teoretické průměry stejnou hodnotu.

3.1 Jednoduché třídění (one-way ANOVA, jednofaktorová ANOVA)

V případě jednoduchého třídění je zkoumán vliv jednoho faktoru A na závisle proměnnou. Počet hodnot, tzv. úrovní, faktoru A je označen I a předpokládá se, že $I \geq 2$.

Pro i-tou úroveň faktoru A je realizováno n_i nezávislých pozorování

$$y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in_i} \quad (i = 1, \dots, I),$$

o kterých se předpokládá, že jsou náhodným výběrem z rozdělení $N(\mu_i, \sigma^2)$, výběry nechť jsou navzájem nezávislé. Pozorování se zapíše ve tvaru

$$y_{ip} = \mu_i + e_{ip} \quad (p = 1, \dots, n_i; i = 1, \dots, I), \tag{3.1}$$

kde e_{ip} jsou náhodné odchylky, $e_{ip} \sim N(0, \sigma^2)$. Testovaná hypotéza má tvar

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_I .$$

Celkový počet měření je značen n, $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_I$, a μ je vážený průměr hodnot μ_i,

$$\mu = \sum_{i=1}^{I} \mu_i \frac{n_i}{n}.$$

Hypotéza H_0 je ekvivalentní rovnostem $\mu_i = \mu$ pro $i = 1,...,I$. Dále označme α_i odchylky μ_i od celkového průměru μ,

$$\alpha_i = \mu_i - \mu \quad (i = 1,...,I).$$

Poté lze uvažovaný model psát ve tvaru

$$y_{ip} = \mu + \alpha_i + e_{ip} \quad (p = 1,...,n_i; i = 1,...,I) \tag{3.2}$$

a hypotéza H_0 je ekvivalentní hypotéze $H_0^{(\alpha)}$ ve tvaru

$$H_0^{(\alpha)} : \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_I = 0.$$

Protože v modelech 3.1 a 3.2 jsou μ_i, α_i konstantní parametry, říká se, že jsou to modely s pevnými efekty.

Označme $\bar{y}_{i\bullet}$ dílčí výběrové průměry,

$$\bar{y}_{i\bullet} = \frac{1}{n_i} \sum_{p=1}^{n_i} y_{ip} \quad (i = 1,...,I),$$

n buď celkový počet pozorování,

$$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_I$$

a $\bar{y}$ buď celkový průměr,

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{I} \sum_{p=1}^{n_i} y_{ip}.$$

Definujme součty

$$S_T = \sum_{i=1}^{I} \sum_{p=1}^{n_i} (y_{ip} - \bar{y})^2,$$

$$S_A = \sum_{i=1}^{I} (y_{i\bullet} - \bar{y})^2 n_i,$$

$$S_e = \sum_{i=1}^{I} \sum_{p=1}^{n_i} (y_{ip} - \bar{y}_{i\bullet})^2.$$

Součet S_T vyjadřuje celkovou variabilitu pozorování. Součet S_A vyjadřuje tzv. meziskupinovou variabilitu, tedy variabilitu vysvětlovanou působením faktoru A a součet S_e vyjadřuje tzv. vnitroskupinovou variabilitu, tedy variabilitu vysvětlovanou působením náhodných odchylek.

Za platnosti hypotézy H_0 mají veličiny S_T/σ^2, S_A/σ^2 a S_e/σ^2 rozdělení pravděpodobnosti χ^2 s počty stupňů volnosti, které označíme f_T, f_A, f_e a platí

$$f_T = n-1,\ \ f_A = I-1,\ \ f_e = n-I.$$

Platí $f_T = f_A + f_e$.

Podíly S_A/f_A a S_e/f_e jsou nazývány průměrné čtverce, jejich podíl označme F_A,

$$F_A = \frac{S_A/f_A}{S_e/f_e}.$$

Pokud platí hypotéza H_0, pak má veličina F_A rozdělení pravděpodobnosti F s počty stupňů volnosti f_A, f_e. Je-li hodnota F_A vysoká, pak je meziskupinová variabilita ve srovnání s vnitroskupinovou variabilitou velká a hypotézu H_0 (resp. $H_0^{(\alpha)}$) můžeme zamítnout. Hypotéza H_0 se zamítá na hladině významnosti α, pokud statistika F_A převýší $100(1-\alpha)$ %-ní kvantil rozdělení F s počty stupňů volnosti f_A, f_e, tj. je-li $F_A > F_{1-\alpha}(f_A, f_e)$.

Zdroj variability	**Součet čtverců (SS)**	**Počet stupňů volnosti (df)**	**Průměrný čtverec (MS)**	**F**
faktor *A*	S_A	$f_A = I-1$	S_A/f_A	F_A
reziduální	S_e	$f_e = n-I$	S_e/f_e	-
celkem	S_T	$f_T = n-1$	-	-

Tabulka 3.1: Tabulka analýzy rozptylu jednoduchého třídění

Při použití metody ANOVA ve statistickém softwaru se ve výsledcích udává tzv. p-hodnota příslušné statistiky. Platí, že hypotézu lze zamítnout na hladině významnosti α, právě když p-hodnota příslušné testové statistiky je menší nebo rovna α.

Jestliže dosáhla statistika F_A nadkritické hodnoty a došlo k zamítnutí hypotézy H_0 na hladině významnosti α, zajímá nás obvykle, které skupiny (výběry) se od sebe liší, tj. pro které dvojice *i*, *j* platí $\mu_i \neq \mu_j \quad (i, j = 1, \ldots, I)$. K tomu slouží metody mnohonásobného porovnávání.

3.2 Mnohonásobné porovnávání (post-hoc analýza)

Je-li zamítnuta nulová hypotéza o shodě všech středních hodnot ve výběrech, znamená to, že působí faktor A na měřenou veličinu významně. V tom případě nás obvykle zajímá, která dvojice středních hodnot se od sebe liší. Jedna z možností je porovnat každou dvojici průměrů nebo dvojice, které nás zajímají. Vícenásobné testování významnosti však vede k tomu, že může dojít k vysoké pravděpodobnosti, že bude nalezen významný rozdíl pouze náhodou. Chyba prvního druhu by byla podstatně vyšší než zvolená hladina významnosti α.

Pro mnohonásobné porovnávání existuje několik metod, například Bonferroniho, Tukeyova, Newman-Keulsova, Duncanova, Fisherovo LSD (nejmenší významný rozdíl - Least Significant Difference) a Scheffého. Mezi nejúčinnější patří Tukeyova metoda. Úkolem každé metody je udržet danou hladinu pravděpodobnosti chyby prvního druhu (5 %) a v podstatě ji rozdělit mezi všechna porovnání. Některé z těchto testů jsou velmi konzervativní. Může se stát, že F test zamítne hypotézu o rovnosti průměrů, a přitom žádná dvojice průměrů se od sebe podle výsledků metod mnohonásobného porovnávání navzájem významně neliší.

3.3 Dvojné třídění (two-way ANOVA, dvoufaktorová ANOVA)

Při dvojném třídění je sledován vliv dvou faktorů, které označíme A, B. Je uvažován model

$$y_{ijp} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ijp} \quad (p = 1,\dots,n_{ij}; i = 1,\dots,I; j = 1,\dots,J), \tag{3.3}$$

kde $I \geq 2$ je počet úrovní faktoru A, $J \geq 2$ je počet úrovní faktoru B,

y_{ijp} $(p = 1,\dots,n_{ij})$ jsou pozorování ve třídě, která je kombinací i-té úrovně faktoru A a j-té úrovně faktoru B a n_{ij} je počet pozorování pro tuto kombinaci,

μ je nějaká neznámá konstanta,

α_i je pevný efekt i-té úrovně faktoru A,

β_j je pevný efekt j-té úrovně faktoru B,

$e_{ijp} \sim N(0, \sigma^2)$ jsou nezávislé náhodné odchylky, rozptyl σ^2 neznáme.

V modelu 3.3 se účinky (efekty) faktorů A, B navzájem kombinují jednoduchým způsobem, sčítají se. Tento model se nazývá model bez interakcí. Velikost efektů α_i nemůže být určena jednoznačně pouze vztahem 3.3; zvětšíme-li např. všechny α_i o nějakou hodnotu

Δ a μ zmenšíme o Δ, zůstanou rovnosti 3.3 zachovány. Proto se na efekty α_i a podobně na β_j kladou doplňující požadavky $\sum \alpha_i = 0$, $\sum \beta_j = 0$, které se nazývají reparametrizační podmínky.

V případě nestejných počtů pozorování v podtřídách n_{ij} může být řešení úloh poměrně obtížné. Proto bývají testové statistiky odvozovány při stejných n_{ij}. Při dvojném třídění se podobně jako u jednoduchého třídění opět definuje součet S_T, který vyjadřuje celkovou variabilitu pozorování, dále součty S_A a S_B, které vyjadřují meziskupinovou variabilitu, tedy variabilitu působením faktoru A a B a dále součet S_e, který vyjadřuje vnitroskupinovou variabilitu, tedy variabilitu vysvětlovanou působením náhodných odchylek. Následně je vypočtena veličina F_A a F_B a dojde k testování hypotéz.

Hypotézu $H_0^A : \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_I = 0$ zamítáme na hladině významnosti α, je-li $F_A > F_{1-\alpha}(f_A, f_e)$.

Hypotézu $H_0^B : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_J = 0$ zamítáme na hladině významnosti α, je-li $F_B > F_{1-\alpha}(f_B, f_e)$.

Více informací lze najít v [1] a [2].

4 Regresní analýza

V regresní analýze se odhaduje, jakým způsobem závisí hodnoty či střední hodnoty nějaké náhodné veličiny, nazývající se vysvětlovaná proměnná, na jiné nebo na několika jiných veličinách, které se nazývají vysvětlující proměnné.

4.1 Jednoduchá regrese (přímka)

Jde o případ, kdy závislost mezi vysvětlující proměnnou x a vysvětlovanou proměnnou y lze popsat rovnicí přímky $y = \beta_0 + \beta_1 x$.

Máme n dvojic (x_i, y_i), kde $n > 2$, x_i jsou hodnoty vysvětlující proměnné, z nichž alespoň dvě jsou navzájem různé a y_i jsou hodnoty vysvětlované proměnné. Předpokládejme, že platí:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (i = 1,2,...,n),$$

kde β_0, β_1 jsou neznámé parametry, jejichž hodnoty chceme odhadnout. ε_i jsou neznámé náhodné odchylky, u kterých předpokládáme, že jejich střední hodnota je nulová, rozptyl všech těchto náhodných odchylek ε_i je stejný a ε_i jsou nezávislé veličiny.

Koeficienty β_0, β_1 se odhadují zpravidla metodou nejmenších čtverců (MNČ). Tyto odhady značíme b_0, b_1. Název MNČ je odvozen z faktu, že b_0, b_1 minimalizují součet druhých mocnin $S = \sum_{i=1}^{n} (b_0 + b_1 x_i - y_i)^2$.

Položíme-li parciální derivace S podle b_0, b_1 rovny 0 (nutná podmínka minima), získáme rovnice, které tvoří tzv. soustavu normálních rovnic pro hledané odhady b_0, b_1. Řešení této soustavy je:

$$b_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}, \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}.$$

Přímka $y = b_0 + b_1 x$ se nazývá regresní přímka. Odhady b_0, b_1 získané MNČ jsou nestrannými odhady koeficientů β_0, β_1 a mají-li odchylky ε_i normální rozdělení, mají b_0, b_1 ze všech nestranných odhadů koeficientů β_0, β_1 nejmenší rozptyl.

Definujeme tzv. vyrovnané (neboli očekávané) hodnoty $\hat{y}_i$ vztahem

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i \quad (i = 1,2,...,n).$$

Rozdíly mezi naměřenými a vyrovnanými hodnotami se značí e_i a nazývají se rezidua:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (i = 1,2,...,n).$$

Součet druhých mocnin reziduí se nazývá reziduální součet čtverců a značí se *RSS*.

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 .$$

Statistika

$$s_R^2 = \frac{RSS}{n-2}$$

je nestranným odhadem parametru $\sigma^2 = D(\varepsilon_i)$ a nazývá se reziduální rozptyl.

Odhady b_0, b_1 koeficientů β_0, β_1 jsou náhodné veličiny s rozptyly

$$D(b_0) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{n\sigma_n^2(x)} \right], \quad D(b_1) = \frac{\sigma^2}{n\sigma_n^2(x)} .$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 n_i = \sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^2 v_i , \quad \text{kde } v_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = 1,...,k).$$

Protože parametr σ^2 nebývá znám, dosadíme odhad s_R^2 a získané odhady označíme $\hat{D}(b_0)$, $\hat{D}(b_1)$. Příslušné odhady směrodatných odchylek se ve statistických programech zpravidla označují SE, tj.

$$SE(b_0) = \sqrt{\hat{D}(b_0)}, \quad SE(b_1) = \sqrt{\hat{D}(b_1)} .$$

Předpokládejme, že náhodné odchylky ε_i mají normální rozdělení. Pak statistiky t_0, t_1 definované předpisy

$$t_0 = \frac{b_0 - \beta_0}{SE(b_0)}, \quad t_1 = \frac{b_1 - \beta_1}{SE(b_1)}$$

mají rozdělení pravděpodobnosti $t(n-2)$.

Tyto statistiky jsou většinou uváděny v programech pro $\beta_0 = 0$ a $\beta_1 = 0$ a můžou se použít k testu hypotézy $\beta_0 = 0$ nebo $\beta_1 = 0$. Nejčastěji nás zajímá, zda je $\beta_1 = 0$ (proměnná *x* nemá vliv na *y*) nebo $\beta_1 \neq 0$ (*x* ovlivňuje *y*). Hypotézu $\beta_1 = 0$ zamítneme na hladině významnosti α při oboustranné alternativě $\beta_1 \neq 0$, pokud pro uvedenou statistiku t_1 po dosazení $\beta_1 = 0$ platí $|t_1| > t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-2)$. Je-li zamítnuta hypotéza $\beta_1 = 0$ na hladině významnosti 0,05, říkáme, že se koeficient b_1 významně liší od nuly, resp. stručněji, že je významný.

5 Obory v rámci Fakulty aplikovaných věd

V této kapitole jsou shrnuty výsledky testování, zda studovaný obor na Fakultě aplikovaných věd (FAV) statisticky významně ovlivňuje výsledek vstupního testu z matematiky. Výpočty byly provedeny v softwaru Statistica. Data, zahrnující výsledky studentů FAV z roku 2010, 2011 a 2012, byla nejdříve upravena. Ze souborů byli odstraněni studenti druhých a vyšších ročníků a zároveň studenti kombinované formy studia.

Studenti byli rozděleni dle jednotlivých oborů, jak je zobrazeno v tabulce 5.1. Jelikož je na FAV velké množství oborů, byli studenti posléze rozčleněni pro lepší přehlednost podle programů. Pro jednotlivé skupiny pak byly vypočteny základní statistiky, viz tabulka 5.2.

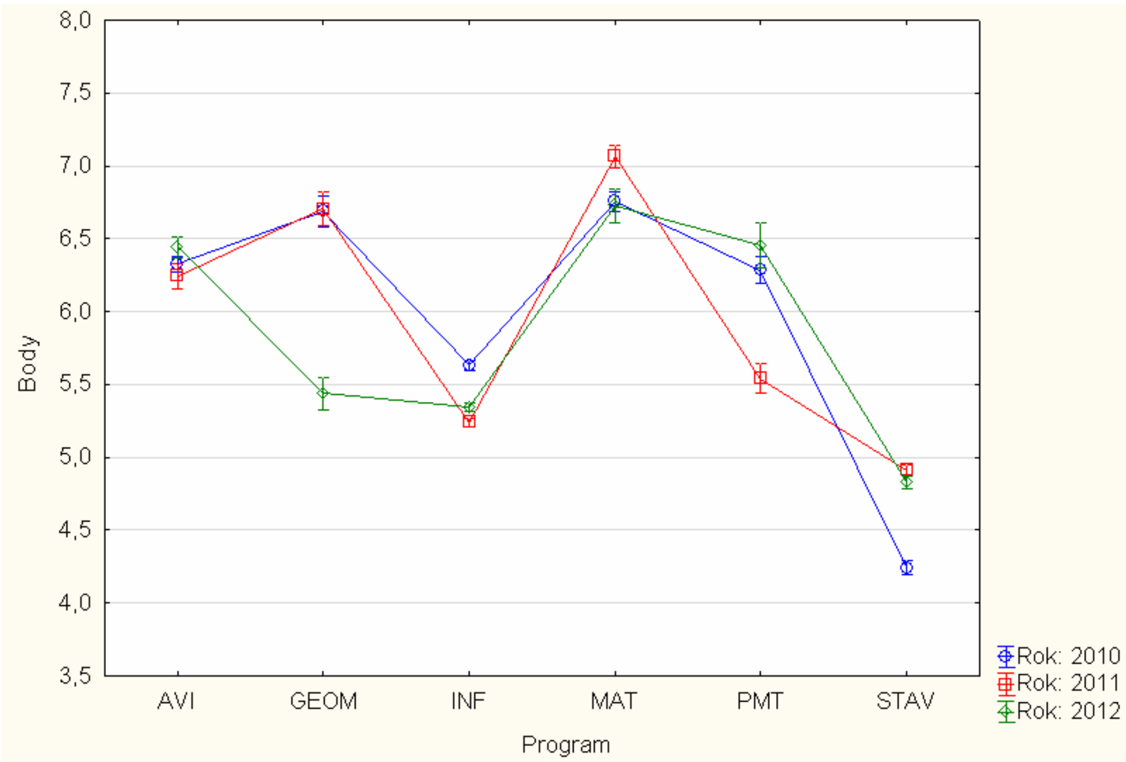
Celkem	**Zkratka**	**Obor**	**Název oboru**	**Počet studentů**		
				2010	**2011**	**2012**
Matematika	MAT	1101R023	Obecná matematika	9	6	6
Matematika	MAT	1101R048	Matematika pro přírodní vědy	6	3	2
Matematika	MAT	1101R049	Matematika a finanční studia	12	10	13
Matematika	MAT	1101R050	Matematické výpočty a modelování	4	5	1
Matematika	MAT	1101R051	Matematika a management	10	7	0
Geomatika	GEOM	3647R022	Geomatika	16	17	16
Inženýrská informatika	INF	1801R001	Informatika	108	146	118
Inženýrská informatika	INF	1801R018	Informační systémy	29	37	48
Inženýrská informatika	INF	2612R051	Výpočetní technika	20	10	8
Inženýrská informatika	INF	3902R053	Inteligentní komunikace člověk - stroj	7	5	3
Inženýrská informatika	INF	3902R054	Počítačové řízení strojů a procesů	4	5	5
Inženýrská informatika	INF	3902R055	Systémy pro identifikaci, bezpečnost a komunikaci	6	4	2
Stavební inženýrství	STAV	3607R050	Stavitelství	52	65	55
Stavební inženýrství	STAV	3914R020	Územní plánování	10	5	10
Aplikované vědy a informatika	AVI	3901R023	Mechanika	4	0	0
Aplikované vědy a informatika	AVI	3901R030	Aplikovaná a inženýrská fyzika	5	5	4
Aplikované vědy a informatika	AVI	3902R026	Kybernetika a řídící technika	28	24	24
Aplikované vědy a informatika	AVI	6207R004	Finanční informatika a statistika	15	8	6
Počítačové modelování v technice	PMT	3902R049	Počítačové modelování	12	7	5
Počítačové modelování v technice	PMT	3902R051	Výpočty a design	9	17	6
Celkem				**366**	**386**	**332**

Tabulka 5.1: Rozdělení studentů FAV

	Počet studentů			Průměr			Rozptyl		
Program	2010	2011	2012	2010	2011	2012	2010	2011	2012
AVI	52	37	34	6,327	6,243	6,441	4,259	7,157	4,482
GEOM	16	17	16	6,688	6,706	5,438	4,340	5,502	4,871
INF	174	207	184	5,632	5,242	5,342	5,095	5,198	4,530
MAT	41	31	22	6,756	7,065	6,727	4,965	4,576	7,562
PMT	21	24	11	6,286	5,542	6,455	4,299	6,082	6,430
STAV	62	70	65	4,242	4,914	4,831	3,700	2,964	3,525
Celkem	**366**	**386**	**332**	-			-		

Tabulka 5.2: Základní statistiky – FAV

Na obrázku 5.1 je zobrazen graf, kde je přehled průměrných výsledků jednotlivých fakult, rozdělený podle let.



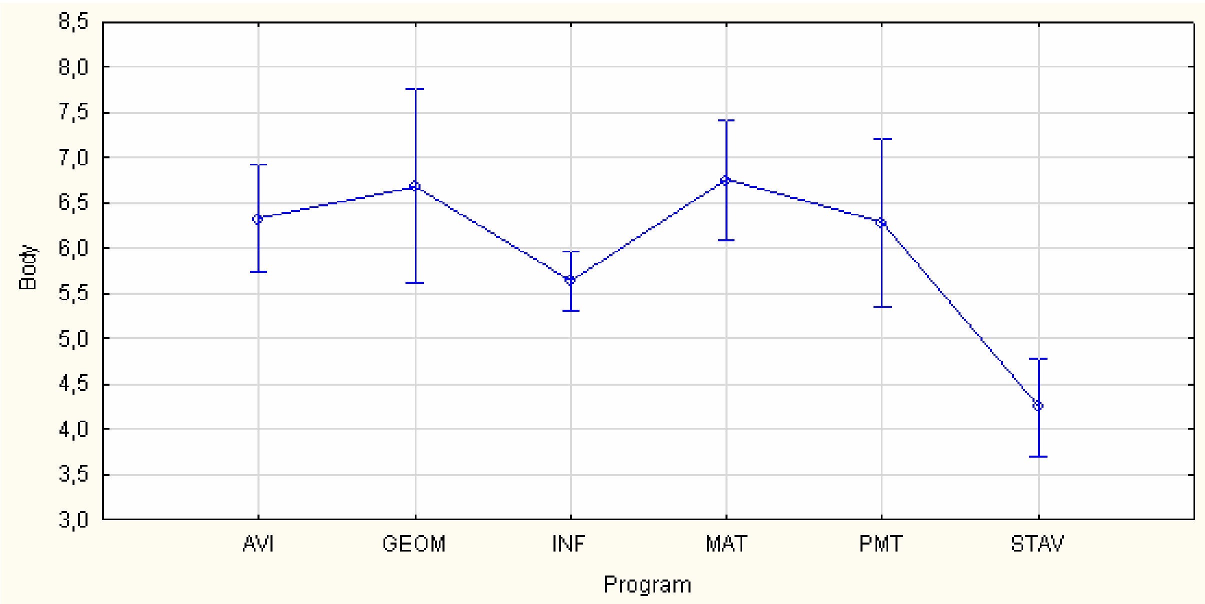
Obrázek 5.1: Srovnání programů FAV

Nejlepšího výsledku dosáhly obory v rámci programu Matematika v roce 2011. Naopak nejhorších výsledků dosahovali studenti z programu Stavební inženýrství, kteří měli nejnižší průměr v roce 2010. Jak lze vidět z grafu, výsledky v jednotlivých letech byly podobné, kromě programu Geomatika, kde se výrazně lišily výsledky z roku 2012 oproti ostatním a programu Počítačové modelování v technice, kde byl odlišný rok 2011.

Dále jsme za použití softwaru Statistica provedli zpracování dat metodou ANOVA a lineární regrese. Testy byly provedeny na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$.

5.1 Rok 2010

V této části jsou zpracována data FAV pro rok 2010. Obrázek 5.2 zobrazuje přehled jednotlivých programů. Na obrázku 5.3 je ukázka výsledné tabulky testu ANOVA. P-hodnota vyšla velmi nízká, zamítáme tedy nulovou hypotézu o shodnosti středních hodnot. Studovaný program je statisticky významným faktorem. V grafu lze pozorovat, že výsledky jednotlivých programů jsou relativně vyrovnané, výrazně vybočuje pouze program Stavební inženýrství.



Obrázek 5.2: Srovnání programů FAV 2010

Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	7351,202	1	7351,202	1556,215	0,000000
Program	221,574	5	44,315	9,381	0,000000
Chyba	1700,557	360	4,724		

Obrázek 5.3: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

Jelikož došlo k zamítnutí nulové hypotézy o shodnosti středních hodnot jednotlivých programů, bylo zjišťováno, které dvojice středních hodnot se od sebe významně liší. K tomu slouží tzv. mnohonásobné porovnávání. Byla použita Tukeyova metoda pro nestejné počty pozorování ve skupinách. Na obrázku 5.4 je ukázka výsledné tabulky této metody.

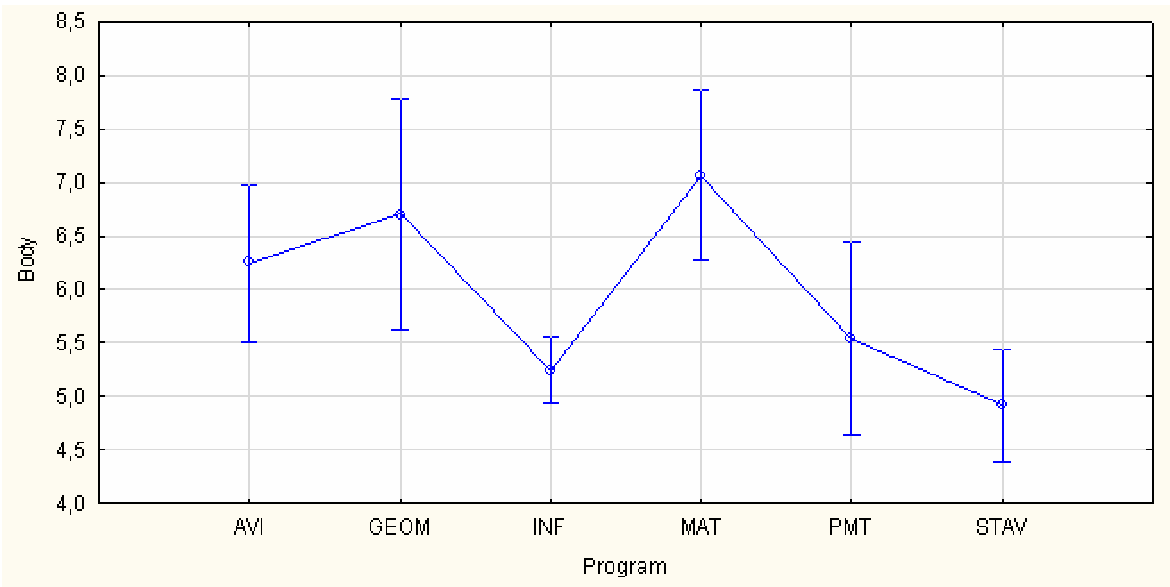
Č. buňky	Program	{1} 6,3269	{2} 6,6875	{3} 5,6322	{4} 6,7561	{5} 6,2857	{6} 4,2419
1	AVI		0,997179	0,578585	0,948060	1,000000	0,000034
2	GEOM	0,997179		0,743129	0,999999	0,995293	0,018285
3	INF	0,578585	0,743129		0,177566	0,926167	0,004977
4	MAT	0,948060	0,999999	0,177566		0,981843	0,000022
5	PMT	1,000000	0,995293	0,926167	0,981843		0,027986
6	STAV	0,000034	0,018285	0,004977	0,000022	0,027986	

Obrázek 5.4: Ukázka výsledné tabulky mnohonásobného porovnávání

Výsledky tohoto testu potvrzují, že se skutečně program Stavební inženýrství významně lišil od výsledků ostatních programů, což bylo patrné již z grafu na obrázku 5.2. U ostatních programů nebyl v roce 2010 zaznamenán významnější rozdíl mezi jejich středními hodnotami.

5.2 Rok 2011

V této části jsou pro výpočty použity výsledky studentů FAV z roku 2011. Na obrázku 5.5 je přehled jednotlivých programů. Nejlépe si vedli studenti programu Matematika, nejhůře studenti Stavebního inženýrství.



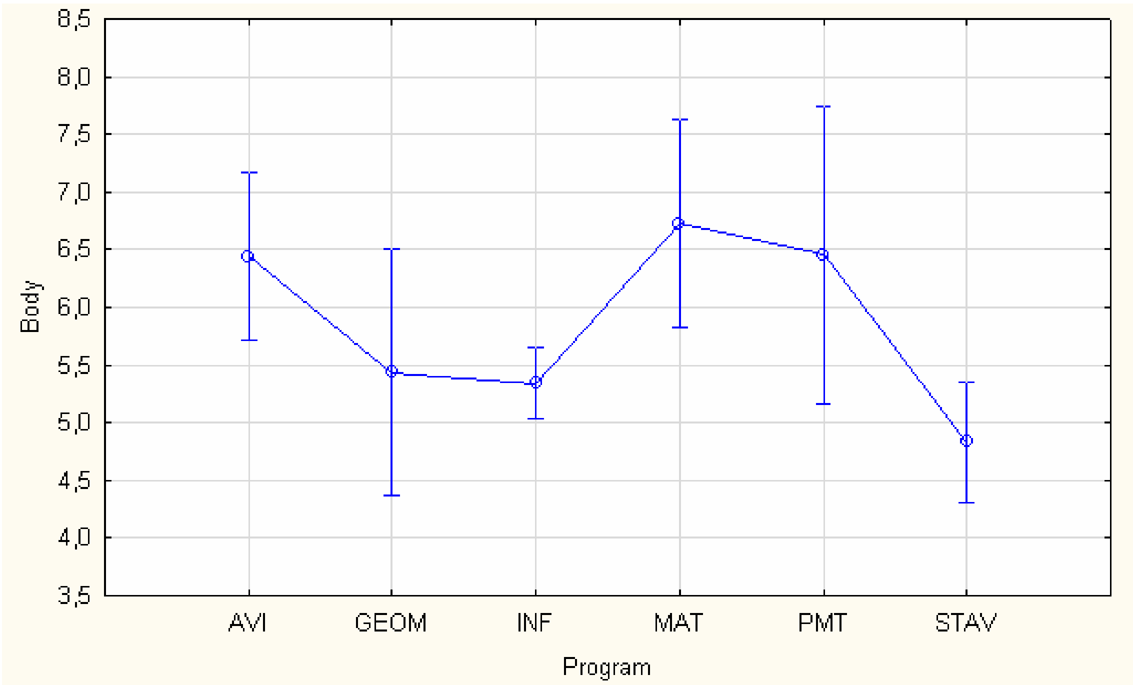
Obrázek 5.5: Srovnání programů FAV 2011

Opět byla použita jednofaktorová metoda ANOVA, přičemž p-hodnota testu byla 0,000014, proto došlo k zamítnutí nulové hypotézy o shodnosti středních hodnot. Studovaný obor je i v roce 2011 statisticky významným faktorem.

Pomocí metody mnohonásobného porovnávání byl určen rozdíl mezi programem Matematika a Stavební inženýrství, tedy mezi programem s nejlepším a nejhorším výsledkem. Další významný rozdíl byl zaznamenán mezi programy Matematika a Inženýrská informatika. Ostatní programy již nebyly od programu Matematika ani mezi sebou vzdáleny významně.

5.3 Rok 2012

Na obrázku 5.6 je uveden graf pro jednotlivé programy FAV v roce 2012. Stejně jako v minulých letech dosahovali i v tomto roce nejlepších výsledků studenti programu Matematika, nejhorších pak studenti Stavebního inženýrství.



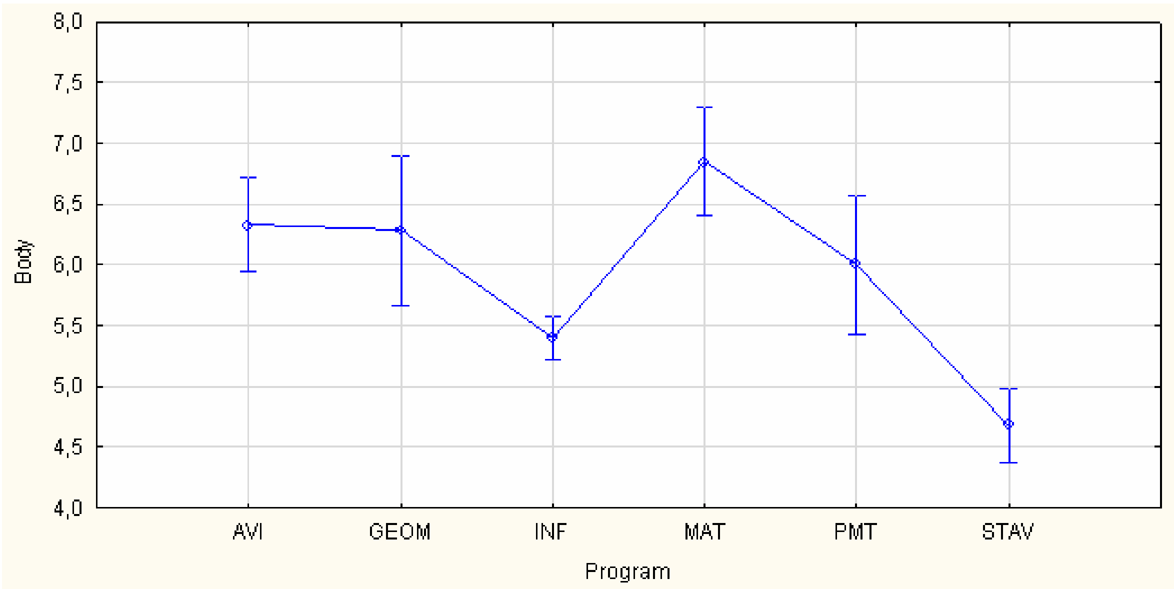
Obrázek 5.6: Srovnání programů FAV 2012

P-hodnota jednofaktorové metody ANOVA byla 0,000494, dojde tedy k zamítnutí nulové hypotézy o shodnosti středních hodnot jednotlivých programů. I pro tento rok je studovaný program statisticky významným faktorem.

Mnohonásobným porovnáváním byl zjištěn statisticky významný rozdíl mezi Stavebním inženýrstvím a Matematikou, dále Stavebním inženýrstvím a programem Aplikované vědy a informatika. Dle grafu bychom se mohli domnívat, že bude statisticky významný rozdíl i mezi programy Stavební inženýrství a Počítačové modelování v technice, protože tento program dosáhl podobných výsledků jako program Aplikované vědy a informatika. Tento rozdíl však pomocí mnohonásobného porovnávání nebyl prokázán, což může být způsobeno i tím, že má program Počítačové modelování v technice větší interval spolehlivosti než program Aplikované vědy a informatika.

5.4 Všechny roky dohromady

V této podkapitole jsou zkoumány jak výsledky programů FAV pro všechny roky dohromady, tak průběh výsledků v posledních třech letech. Přehled výsledků jednotlivých programů ve všech letech dohromady je zobrazen na obrázku 5.7. Programem s nejlepšími výsledky byl program Matematika, což se dalo vzhledem k zaměření studentů předpokládat. Tento program dosáhl nejlepších výsledků nejen v souhrnu, ale i v jednotlivých letech. Naopak nejhorších výsledků jak v souhrnu, tak v jednotlivých letech dosáhl program Stavební inženýrství.



Obrázek 5.7: Srovnání programů FAV 2010-2012

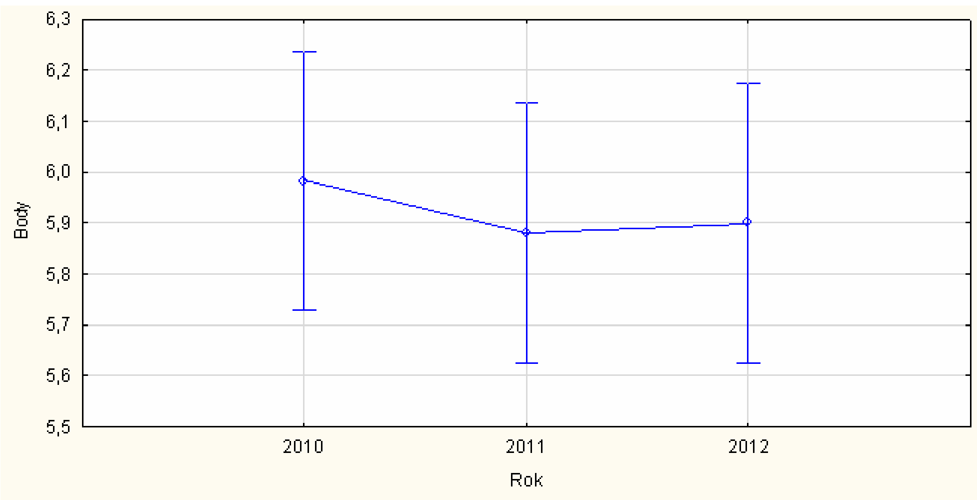
Jelikož ve všech jednotlivých letech byl studovaný program statisticky významným faktorem, mohli bychom se domnívat, že i v celkových výsledcích dojde k zamítnutí nulové hypotézy o shodnosti středních hodnot jednotlivých souborů. Tento předpoklad byl ověřen pomocí metody ANOVA, mezi zkoumanými programy byl potvrzen statisticky významný rozdíl.

Pro zjištění dvojic, u kterých je rozdíl významný, bylo použito mnohonásobné porovnávání. Významně se lišil program Stavební inženýrství a to od všech ostatních programů, což je patrné i z grafu na obrázku 5.7. Program Stavební inženýrství měl ve výsledcích o necelý bod nižší průměr než druhý bodově nejslabší program Inženýrská informatika. Dále byl zaznamenán rozdíl mezi Inženýrskou informatikou a Aplikovanými vědami a mezi Inženýrskou informatikou a Matematikou.

V dalším kroku bylo sledováno, zda rok také statisticky významně ovlivňuje výsledky vstupních testů z matematiky. Pro zhodnocení významu byla použitá dvourozměrná metoda ANOVA bez interakce a to pro faktory program a rok. Na hladině významnosti α bylo prokázáno, že program je statisticky významným faktorem, ale rok je statisticky nevýznamným faktorem. Ukázka výsledné tabulky je na obrázku 5.8. Na obrázku 5.9 je pro doplnění zobrazeno srovnání výsledků v jednotlivých letech.

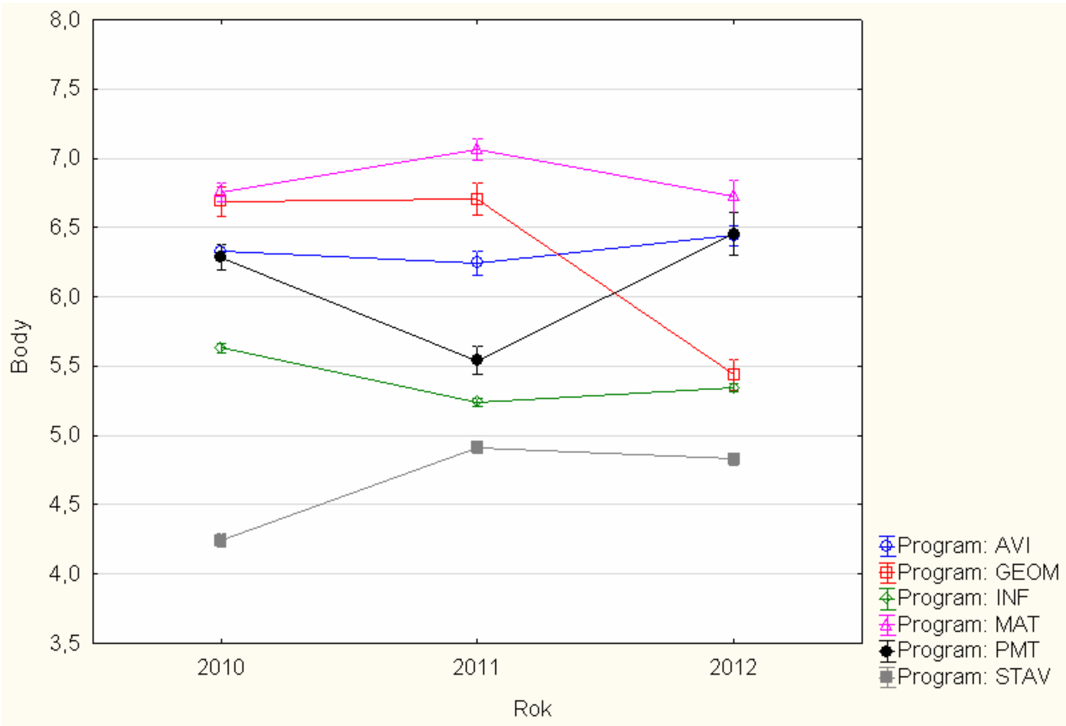
Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	19626,61	1	19626,61	4046,229	0,000000
Rok	2,20	2	1,10	0,227	0,796915
Program	428,32	5	85,66	17,661	0,000000
Chyba	5219,24	1076	4,85		

Obrázek 5.8: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

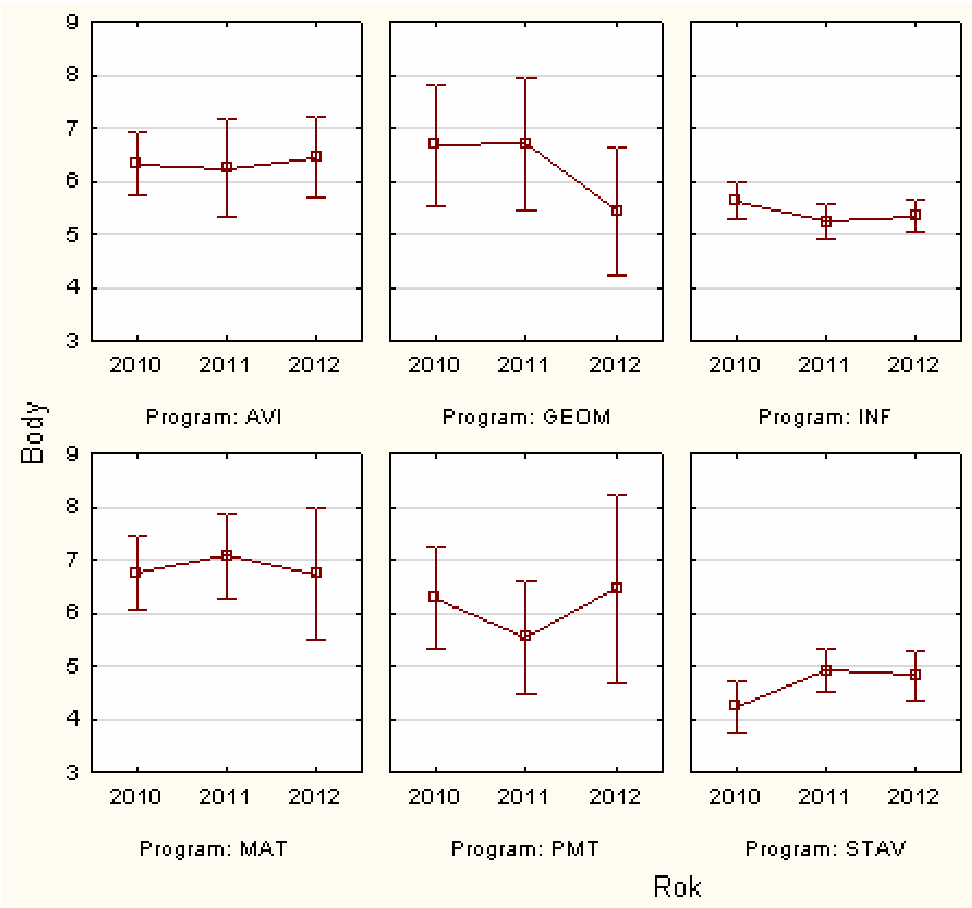


Obrázek 5.9: Srovnání výsledků FAV v jednotlivých letech

Následně byl sledován vývoj výsledků v jednotlivých letech pro každý program samostatně. Celkový přehled programů je na obrázku 5.10. Z tohoto grafu je zřejmé, že nejlepších výsledků dosahovaly obory programu Matematika, nejhorších výsledků pak dosahoval program Stavební inženýrství. Program Geomatika měl v roce 2012 výrazně nižší průměr než v ostatních letech. Pro úplnost je ještě doplněn obrázek 5.11, kde jsou grafy pro jednotlivé obory oddělené.



Obrázek 5.10: Vývoj programů FAV v jednotlivých letech



Obrázek 5.11: Vývoj programů FAV v jednotlivých letech

Pomocí jednoduché regrese byl vyhodnocen vývoj jednotlivých programů během sledovaných let. Byl uvažován model $y = b_0 + b_1 x$, více v kapitole 4. V tabulce 5.3 je přehled odhadů koeficientů jednoduché regrese pro jednotlivé programy FAV a souhrn pro všechny programy FAV.

Program	b_0	b_1	P-hodnota
AVI	-90,150	0,048	0,849146
GEOM	1263,161	-0,625	0,128581
INF	291,724	-0,142	0,227979
MAT	-32,924	0,020	0,948812
PMT	72,552	-0,033	0,940326
STAV	-581,020	0,291	0,078769
Celkem	226,822	-0,110	0,203957

Tabulka 5.3: Jednoduchá regrese FAV

Na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$ se ani v jednom případě nepodařilo prokázat závislost výsledků vstupních testů z matematiky na roce, kdy byl test vyplňován. Avšak u programu Stavební inženýrství vyšla p-hodnota poměrně nízká, při zavedení hladiny významnosti např. $\alpha = 0{,}10$ by již došlo k prokázání závislosti výsledku testu na jednotlivých letech.

6 Obory v rámci Fakulty elektrotechnické

V této části jsou sledovány výsledky vstupních testů z matematiky studentů Fakulty elektrotechnické (FEL). Byl zjišťován vliv studovaného oboru FEL na výsledek testu. Před zpracováním dat v softwaru Statistica musela být data nejdříve upravena. Z jednotlivých souborů byli vyřazeni studenti kombinované formy studia a studenti druhých a vyšších ročníků. Poté byli studenti rozděleni dle jednotlivých oborů. Přehled oborů FEL, které se testování zúčastnily, je v tabulce 6.1.

Obor	Název oboru	Zkratka
2602R001	Aplikovaná elektrotechnika	AEL
2602R007	Elektrotechnika a energetika	ELE
2602R010	Komerční elektrotechnika	KOE
2612R019	Elektronika a telekomunikace	EAT
3904R015	Technická ekologie	TEK

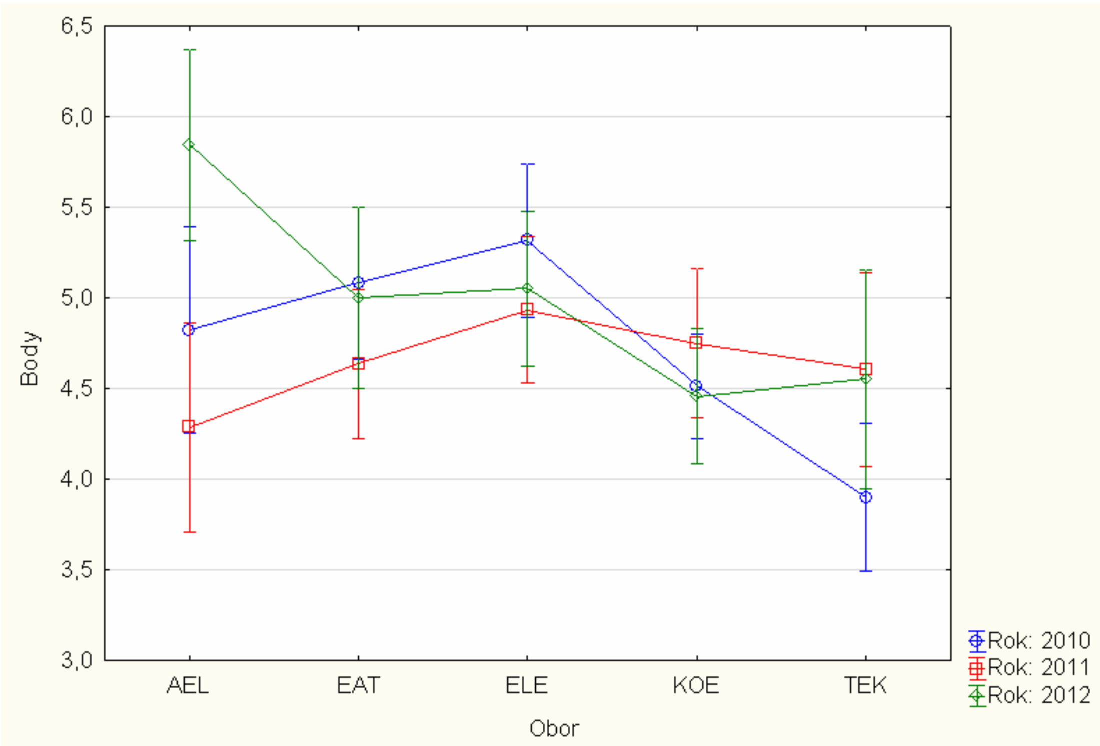
Tabulka 6.1: Obory FEL

V následující tabulce 6.2 jsou uvedeny základní statistiky jednotlivých oborů.

Obor	Počet studentů			Průměr			Rozptyl		
	2010	2011	2012	2010	2011	2012	2010	2011	2012
AEL	45	35	45	4,822	4,286	5,844	3,480	2,718	3,020
ELE	79	90	96	5,316	4,933	5,052	3,558	3,640	4,362
KOE	164	92	114	4,512	4,750	4,456	3,421	3,905	3,985
EAT	86	85	67	5,081	4,635	5,000	3,749	3,596	4,119
TEK	70	48	49	3,900	4,604	4,551	2,861	3,281	4,329
Celkem	**444**	**350**	**371**	-			-		

Tabulka 6.2: Základní statistiky FEL

Nejvíce zúčastněných studentů FEL bylo v roce 2010. Nejlepšího průměrného výsledku dosáhl obor Aplikovaná elektrotechnika v roce 2012, nejhoršího naopak obor Technická ekologie v roce 2010. Grafické srovnání oborů v jednotlivých letech je znázorněno na obrázku 6.1. Jak lze vidět z grafu, výsledky jsou v jednotlivých letech různé. Není proto možné dle tohoto srovnání stanovit obor, který by měl výrazně horší či lepší výsledky během sledovaného období.

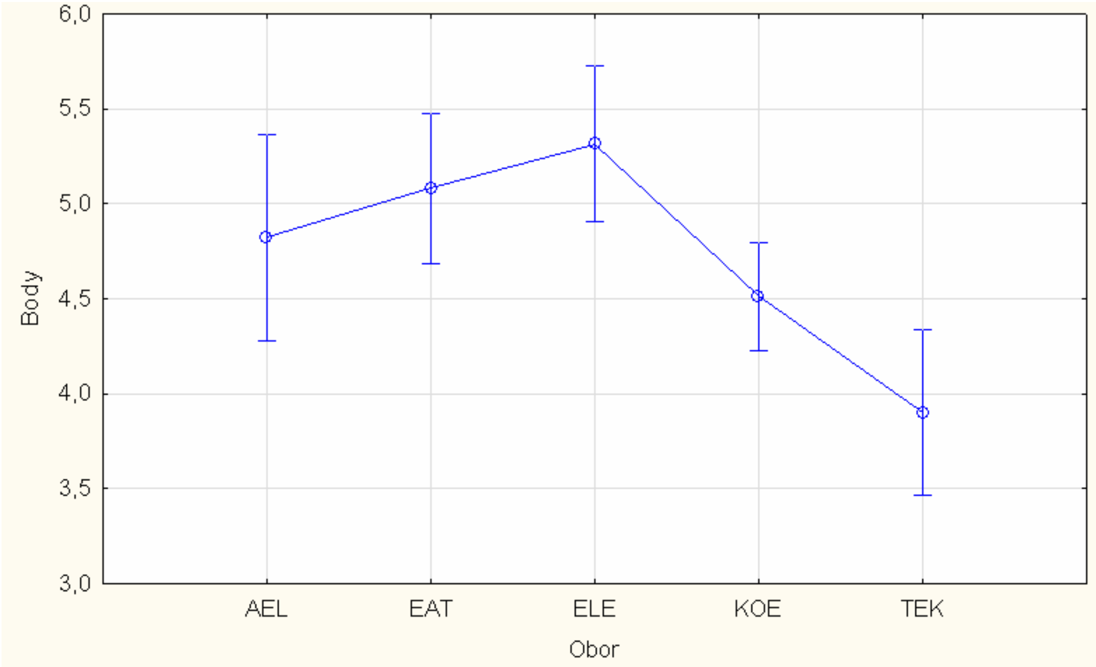


Obrázek 6.1: Srovnání oborů FEL

Následovalo další zpracování dat v softwaru Statistica. Nejdříve byla provedena analýza oborů metodou ANOVA pro jednotlivé roky odděleně, poté analýza pro všechny roky dohromady. Všechny testy byly provedeny na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$.

6.1 Rok 2010

Studenti Fakulty elektrotechnické, kteří se zúčastnili testování v roce 2010, byli rozděleni do skupin dle jednotlivých oborů. Na obrázku 6.2 je zobrazen přehled jednotlivých oborů FEL v roce 2010. Nejlepších výsledků dosáhl obor Elektrotechnika a energetika, naopak nejhorších obor Technická ekologie. Průměr těchto oborů se od sebe lišil téměř o jeden a půl bodu. Rozdíl mezi jednotlivými obory byl testován metodou ANOVA v softwaru Statistica.



Obrázek 6.2: Srovnání oborů FEL 2010

Na obrázku 6.3 je ukázka výsledné tabulky metody ANOVA. P-hodnota byla 0,000027, zamítáme tedy nulovou hypotézu o shodnosti středních hodnot ve všech skupinách. Mezi obory je statisticky významný rozdíl.

Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	8349,088	1	8349,088	2409,173	0,000000
Obor	93,788	4	23,447	6,766	0,000027
Chyba	1521,372	439	3,466		

Obrázek 6.3: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

Pomocí metody mnohonásobného porovnávání byly určeny dvojice oborů, které se mezi sebou významně liší. Na obrázku 6.4 je uvedena výsledná tabulka mnohonásobného porovnávání, kde jsou vyznačeny dvojice rozdílných oborů červenou barvou.

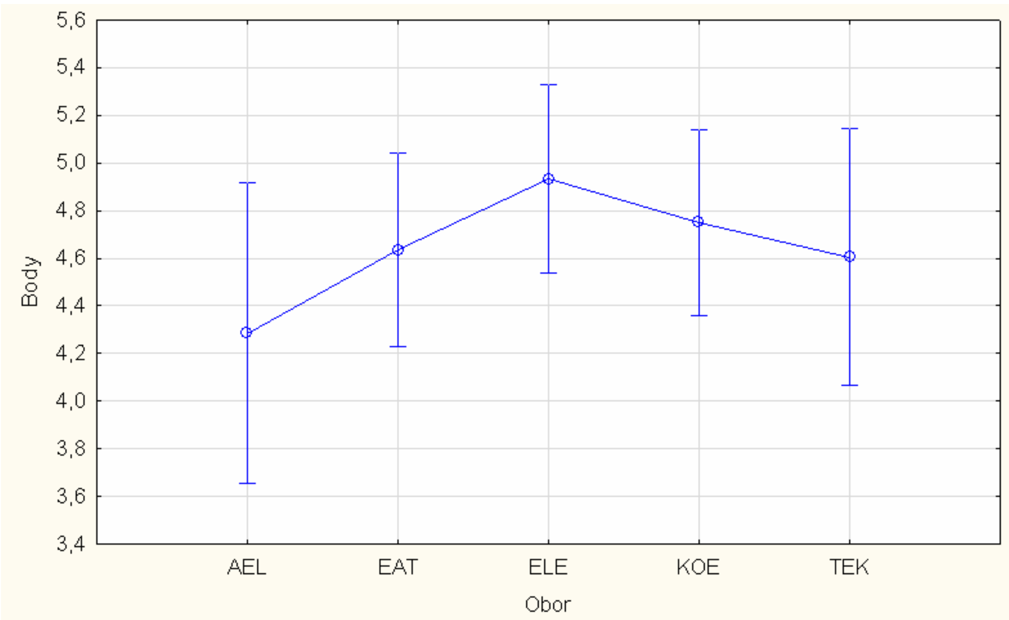
Č. buňky	**Obor**	{1} 4,8222	{2} 5,0814	{3} 5,3165	{4} 4,5122	{5} 3,9000
1	AEL		0,964734	0,716222	0,933626	0,129421
2	EAT	0,964734		0,932572	0,263468	0,001638
3	ELE	0,716222	0,932572		0,051755	0,000081
4	KOE	0,933626	0,263468	0,051755		0,293210
5	TEK	0,129421	0,001638	0,000081	0,293210	

Obrázek 6.4: Ukázka výsledné tabulky mnohonásobného porovnávání

Dle použitého testu je zřejmé, že se významně liší obor Technická ekologie od oboru Elektronika a telekomunikace a zároveň od oboru Elektrotechnika a energetika. Obor Technická ekologie dosáhl ve zmíněném roce nejnižších výsledků, naopak nejlepší výsledky měl obor Elektronika a telekomunikace, druhé nejlepší pak obor Elektrotechnika a energetika. Obor s nejnižším průměrem se tedy od prvních dvou nejvyšších průměrů lišil významně. Rozdíl oboru Elektrotechnika a energetika a oboru Komerční elektrotechnika nebyl na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$ prokázán, ale p-hodnota byla 0,051755. Při zavedení hladiny významnosti například $\alpha = 0{,}10$ by již byl mezi těmito obory prokázán významný rozdíl. Mezi ostatními obory již rozdíl v průměrech nebyl tak významný.

6.2 Rok 2011

V tomto případě jsou použity výsledky studentů FEL v roce 2011. Na obrázku 6.5 je přehled jednotlivých oborů FEL. Nejlepších výsledků opět dosahovali studenti oboru Elektrotechnika a energetika, nejhorších tentokrát studenti oboru Aplikovaná elektrotechnika.

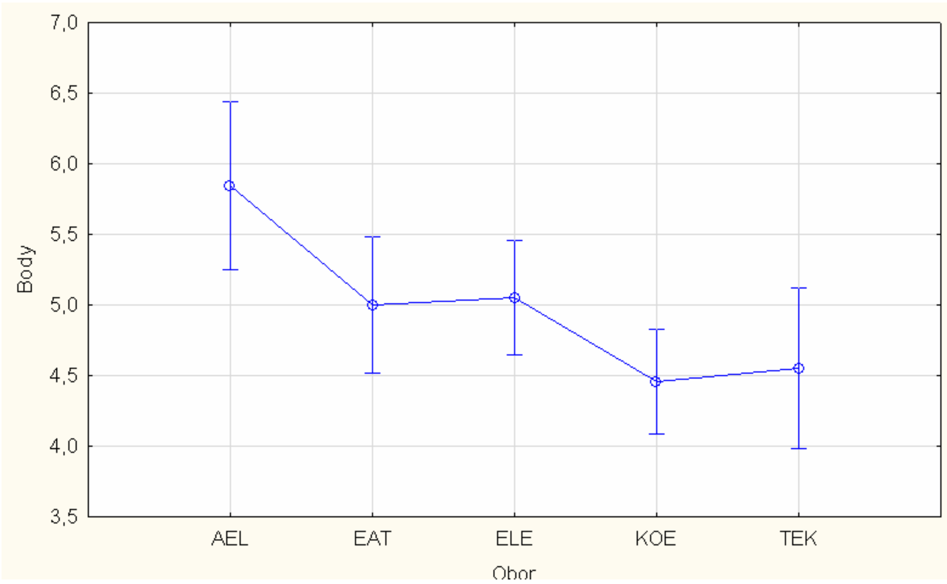


Obrázek 6.5: Srovnání oborů FEL 2011

P-hodnota ANOVA testu se rovnala 0,509009, přijímáme nulovou hypotézu o shodnosti středních hodnot jednotlivých skupin. V roce 2011 se tedy neprokázal významný rozdíl mezi jednotlivými obory. Výsledky testu potvrdily graf na obrázku 6.5, průměry jednotlivých oborů jsou poměrně vyrovnané, maximální rozdíl mezi dvěma obory je přibližně 0,6 bodu.

6.3 Rok 2012

Grafické srovnání oborů Fakulty elektrotechnické v roce 2012 lze vidět na obrázku 6.6. Nejlepšího průměru dosáhl obor Aplikovaná elektrotechnika. P-hodnota jednofaktorové metody ANOVA byla v tomto roce 0,001846, dojde tedy k zamítnutí nulové hypotézy o shodnosti středních hodnot jednotlivých oborů. Minimálně dvě střední hodnoty se od sebe statisticky významně liší.

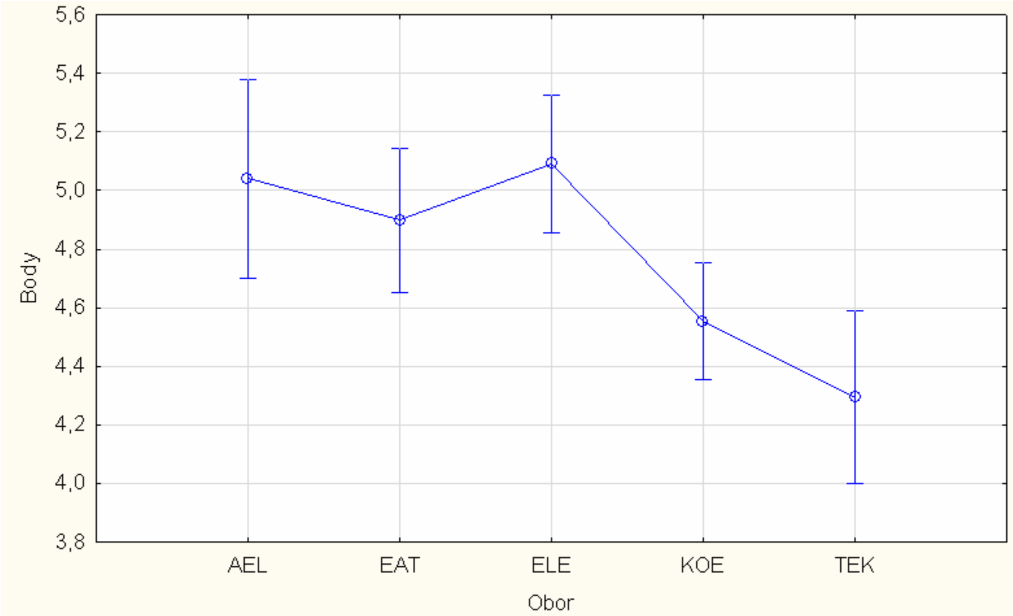


Obrázek 6.6: Srovnání oborů FEL 2012

Mnohonásobným porovnáváním byl zjištěn významný rozdíl mezi obory Aplikovaná elektrotechnika a Komerční elektrotechnika, kde byl rozdíl mezi průměry přibližně 1,4 bodu. Další významný rozdíl byl zaznamenán mezi oborem Aplikovaná elektrotechnika a Technická ekologie, mezi kterými byl rozdíl přibližně 1,3 bodu. Ostatní dvojice oborů se již od sebe nelišily tak významně.

6.4 Všechny roky dohromady

V této části byly sledovány jak výsledky jednotlivých oborů Fakulty elektrotechnické pro všechny roky dohromady, tak závislost výsledků jednotlivých oborů na letech. Srovnání celkových výsledků oborů za všechny roky dohromady je zobrazeno v grafu na obrázku 6.7. Nejlepších výsledků pro všechny roky dosáhl obor Elektrotechnika a energetika, nejhorších naopak obor Technická ekologie.



Obrázek 6.7: Srovnání oborů FEL 2010-2012

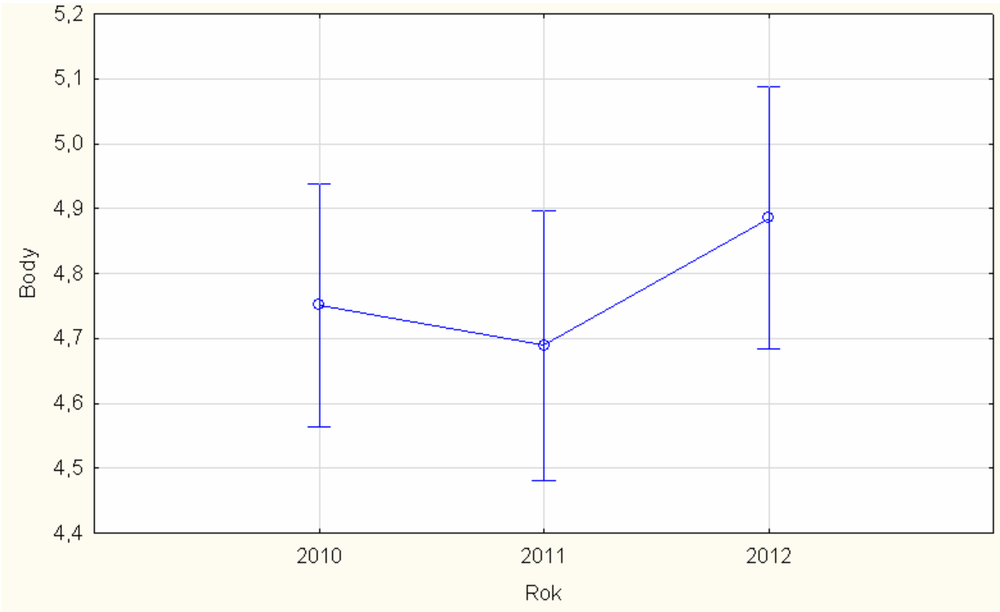
P-hodnota jednofaktorového ANOVA testu při sledovaném faktoru obor byla 0,000047, proto byla zamítnuta nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot.

Pro zjištění rozdílných dvojic oborů bylo použito mnohonásobné porovnávání. Byl prokázán významný rozdíl mezi čtyřmi dvojicemi. Významně se lišil obor Elektrotechnika a energetika, který měl celkově nejlepší průměr mezi obory Fakulty elektrotechnické, od oboru Komerční elektrotechnika. Nejhoršího průměru naopak dosáhl obor Technická ekologie, který se významně lišil od všech oborů kromě oboru s druhým nejnižším průměrem. Lišil se tedy od oborů Aplikovaná elektrotechnika, Elektronika a komunikace a Elektrotechnika a energetika.

Pro ověření, zda má na výsledky vstupních testů vliv také rok, ve kterém byly testy provedeny, byla použita dvourozměrná metoda ANOVA, kde k faktoru obor přibyl také faktor rok. Jak je vidět na obrázku 6.8, nebyl prokázaný vliv let na výsledky testování. Obrázek 6.9 obsahuje porovnání výsledků v jednotlivých letech, kde je patrné, že se výsledky příliš nelišily.

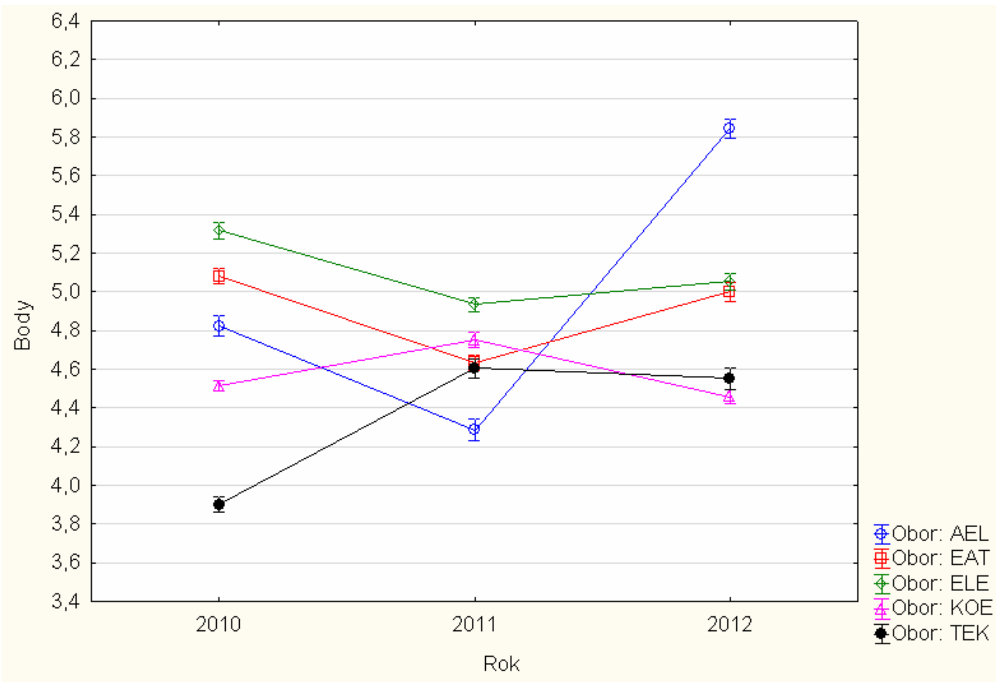
Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	22939,38	1	22939,38	6110,956	0,000000
Rok	7,33	2	3,67	0,977	0,376842
Obor	93,81	4	23,45	6,248	0,000057
Chyba	4346,91	1158	3,75		

Obrázek 6.8: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

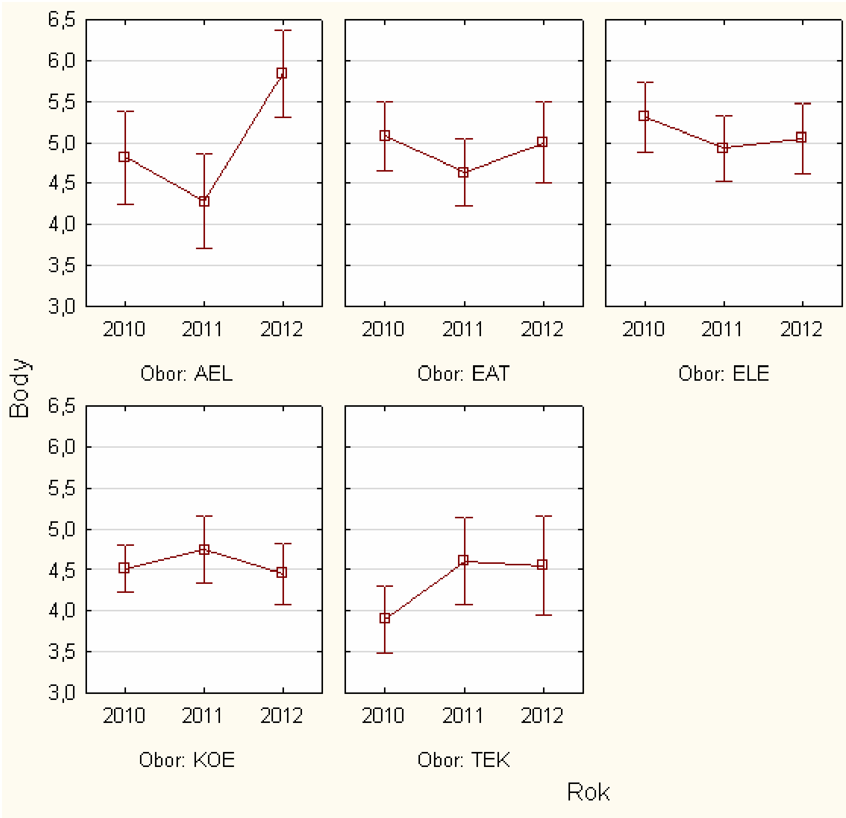


Obrázek 6.9: Srovnání výsledků FEL v jednotlivých letech

Následně byl sledován vývoj výsledků v jednotlivých letech pro každý obor samostatně. Celkový přehled oborů je na obrázku 6.10. Pro úplnost je doplněn obrázek 6.11, kde jsou grafy pro jednotlivé obory oddělené.



Obrázek 6.10: Vývoj oborů FEL v jednotlivých letech



Obrázek 6.11: Vývoj oborů FEL v jednotlivých letech

Pomocí jednoduché regrese byl vyhodnocen vývoj jednotlivých oborů během sledovaných let. Byl uvažován model $y = b_0 + b_1 x$, více v kapitole 4. V tabulce 6.3 je přehled odhadů koeficientů jednoduché regrese pro jednotlivé obory FEL a souhrn pro všechny obory.

Obor	b_0	b_1	P-hodnota
AEL	-1022,804	0,511	0,009395
EAT	123,258	-0,059	0,712985
ELE	254,172	-0,124	0,410186
KOE	36,412	-0,016	0,892865
TEK	-689,765	0,345	0,047706
Celkem	-180,297	0,092	0,180383

Tabulka 6.3: Jednoduchá regrese FEL

Na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$ se u oboru Aplikovaná elektrotechnika a Technická ekologie podařilo prokázat závislost výsledků vstupních testů z matematiky na roce, kdy byl test vyplňován. V obou případech vyšel koeficient b_1 kladný. U dalších oborů nebyla prokázána závislost výsledků testů na roce, kdy proběhlo testování vstupních znalostí studentů.

7 Obory všech fakult

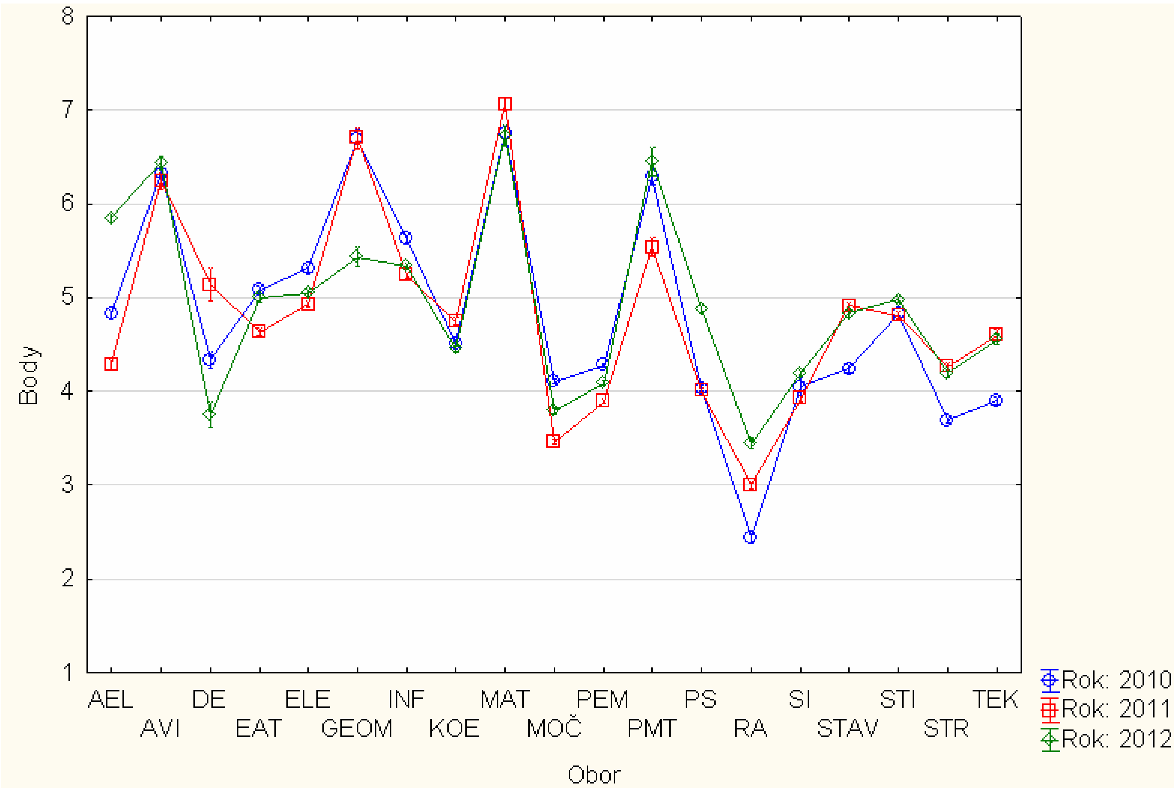
V této části práce jsou sledovány výsledky studentů ze všech oborů. Nejdříve za všechny roky zvlášť a poté dohromady. V letech 2010, 2011 a 2012 se vstupních testů zúčastnily následující fakulty: Fakulta aplikovaných věd (FAV), Fakulta ekonomická (FEK), Fakulta elektrotechnická (FEL), Fakulta pedagogická (FPE), Fakulta strojní (FST), Fakulta zdravotních studií (FZS), Ústav umění a designu (UUD), Fakulta filozofická (FF) a Přírodovědecká fakulta (PrF). Z dat však byly odstraněny výsledky studentů PrF a FF, protože chyběly údaje o oborech testovaných studentů. Dále byli vyřazeni studenti kombinované formy studia a studenti druhých a vyšších ročníků. Jelikož testovaných oborů bylo celkem čtyřicet, byly pro lepší přehlednost některé sloučeny. U Fakulty aplikovaných věd bylo oborů nejvíce, celkem 20, proto byli studenti rozděleni dle programů. Dále proběhlo sloučení dvou oborů u Fakulty ekonomické. Obory přírodovědných studií na Fakultě pedagogické měly malý počet testovaných studentů, proto u nich také došlo k sloučení do jedné skupiny. V tabulce 7.1 je zobrazeno rozdělení studentů do jednotlivých skupin včetně počtu studentů a průměrů.

Fakulta	Obor	Zkratka	Počet studentů			Průměr		
			2010	2011	2012	2010	2011	2012
FAV	Matematika	MAT	41	31	22	6,756	7,065	6,727
	Geomatika	GEOM	16	17	16	6,688	6,706	5,438
	Stavební inženýrství	STAV	62	70	65	4,242	4,914	4,831
	Inženýrská informatika	INF	174	207	184	5,632	5,242	5,342
	Aplikované vědy a informatika	AVI	52	37	34	6,327	6,243	6,441
	Počítačové modelování v technice	PMT	21	24	11	6,286	5,542	6,455
FEK	Management obchodních činností	MOČ	187	207	128	4,107	3,464	3,797
	Podniková ekonomika a management	PEM	293	362	269	4,276	3,898	4,089
	Systémové inženýrství a informatika	SI	21	78	113	4,048	3,923	4,195
FEL	Elektrotechnika a energetika	ELE	79	90	96	5,316	4,933	5,052
	Komerční elektrotechnika	KOE	164	92	114	4,512	4,750	4,456

	Elektronika a telekomunikace	EAT	86	85	67	5,081	4,635	5,000
	Technická ekologie	TEK	70	48	49	3,900	4,604	4,551
	Aplikovaná elektrotechnika	AEL	45	35	45	4,822	4,286	5,844
FPE	Přírodovědná studia	PS	146	113	91	4,034	4,009	4,879
FST	Strojní inženýrství	STI	100	85	150	4,830	4,812	4,980
	Strojírenství	STR	96	86	74	3,691	4,267	4,189
FZS	Radiologický asistent	RA	25	23	29	2,440	3,000	3,448
UUD	Design	DE	12	7	8	4,333	5,143	3,750
Celkem			1690	1697	1565	-		

Tabulka 7.1: Rozdělení studentů

Na obrázku 7.2 je srovnání jednotlivých oborů ve třech sledovaných letech.

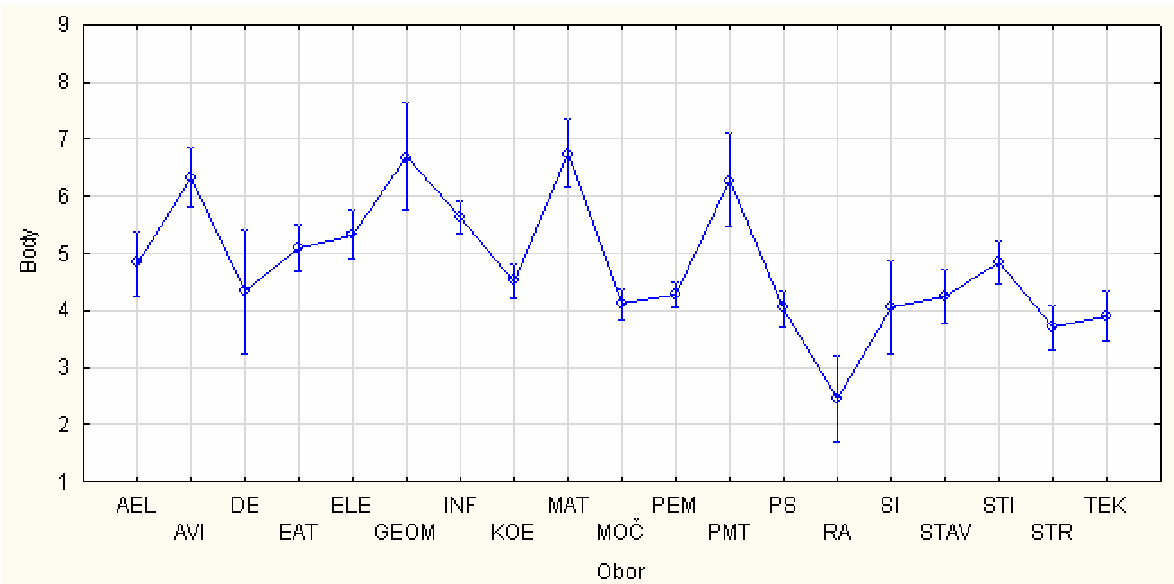


Obrázek 7.1: Srovnání jednotlivých oborů

Nejlepšího výsledku dosáhl obor Matematika Fakulty aplikovaných věd v roce 2011, naopak nejhoršího obor Radiologický asistent v roce 2010. Jak je dle grafu vidět, bodové výsledky jsou v jednotlivých letech podobné. Větší rozdíl mezi sledovanými roky je zachycen u oboru Aplikovaná elektrotechnika v roce 2012 a především u oboru Geomatika, kdy byly výrazněji nižší výsledky z roku 2012 oproti rokům 2010 a 2011.

7.1 Rok 2010

V této části byly zkoumány výsledky studentů ze všech oborů v roce 2010. Je testována nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot jednotlivých oborů. Zajímá nás tedy, zda je obor statisticky významným faktorem a má vliv na výsledky vstupních testů. Na obrázku 7.2 je srovnání studentů jednotlivých oborů v roce 2010. Mezi nejlepší obory patřily Matematika a Geomatika, mezi nejhorší patřil obor Radiologický asistent.



Obrázek 7.2: Srovnání oborů 2010

Výsledky testů byly dále zpracovány metodou ANOVA, jejíž výsledná tabulka je znázorněna na obrázku 7.3. Jak můžeme vidět, p-hodnota je blízká nule, proto na hladině významnosti α zamítáme nulovou hypotézu o shodnosti středních hodnot. Studovaný obor je statisticky významným faktorem.

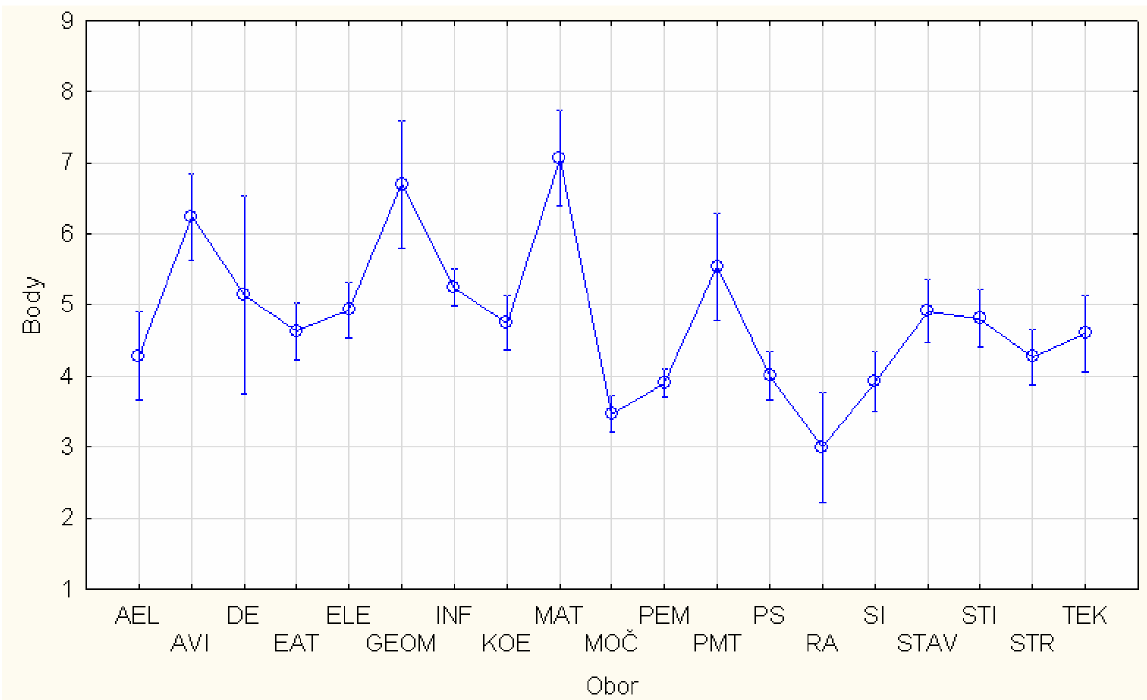
Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	18556,75	1	18556,75	5034,345	0,00
Obor	1095,54	18	60,86	16,512	0,00
Chyba	6159,36	1671	3,69		

Obrázek 7.3: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

Pro zjištění dvojic, mezi kterými je významný rozdíl, byla použita metoda mnohonásobného porovnávání. Například zaměříme-li se na obor s nejlepším výsledkem, tedy obor Matematika, významný rozdíl nebyl zaznamenán pouze s obory Aplikované vědy a informatika, Design, Elektrotechnika a energetika, Geomatika, Inženýrská informatika, Počítačové modelování v technice, tedy většinou s obory Fakulty aplikovaných věd. Nejhorších výsledků dosáhl obor Radiologický asistent, u toho nebyl zaznamenán významný rozdíl s obory Design, Management obchodních činností, Podniková ekonomika a management, Přírodovědná studia.

7.2 Rok 2011

Obrázek 7.4 zobrazuje přehled jednotlivých oborů v roce 2011. Nejlepších výsledků opět dosáhly obory Matematika a Geomatika, nejhorších Radiologický asistent.



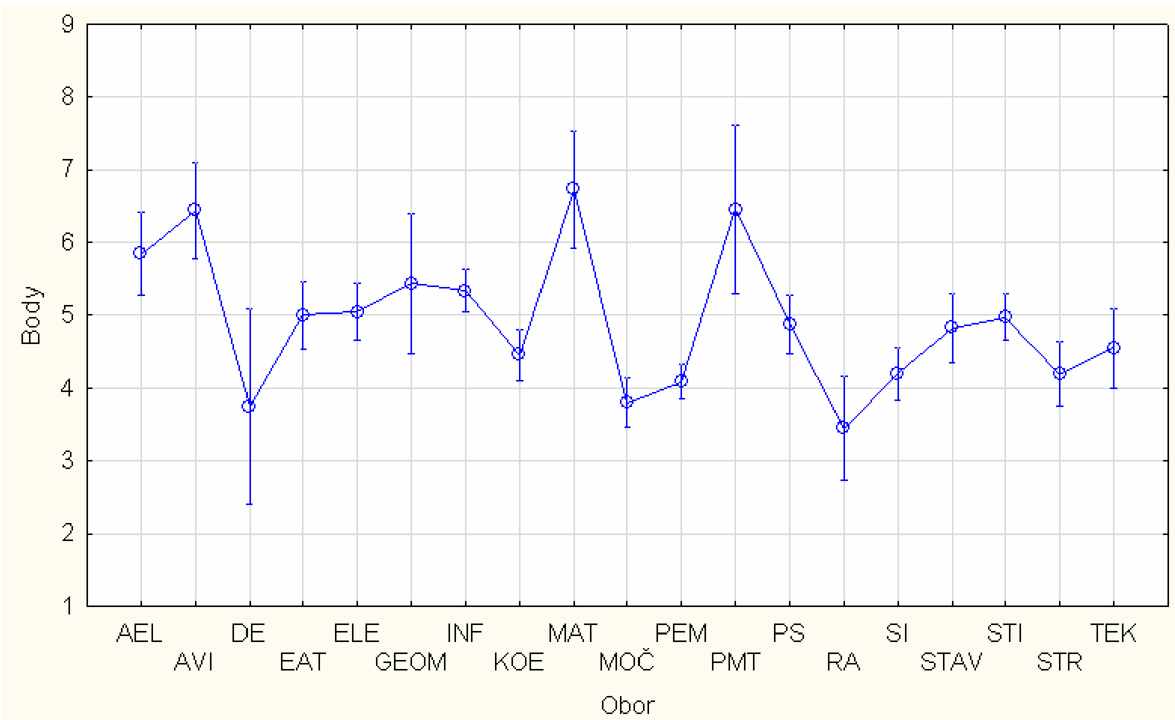
Obrázek 7.4: Srovnání oborů 2011

Dále byla provedena jednofaktorová ANOVA za použití softwaru Statistica. P-hodnota byla blízká nule, nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot byla tedy zamítnuta. Mezi obory je statisticky významný rozdíl ve výsledcích vstupních testů.

Pro určení, které dvojice oborů se mezi sebou významně liší, byla použita metoda mnohonásobného porovnávání. Opět se mezi sebou příliš nelišily obory Fakulty aplikovaných věd. Významný rozdíl mezi obory této fakulty byl pouze u dvojic Matematika a Inženýrská informatika, Matematika a Stavební inženýrství. Jediný obor ze všech fakult, u kterého nebyl prokázán významný rozdíl s dalším oborem, byl obor Design. Tento obor má také největší interval spolehlivosti.

7.3 Rok 2012

Srovnání jednotlivých oborů v roce 2012 je na obrázku 7.5. Jako v předchozích letech měl nejlepší výsledky obor Matematika, naopak nejhorší obor Radiologický asistent.



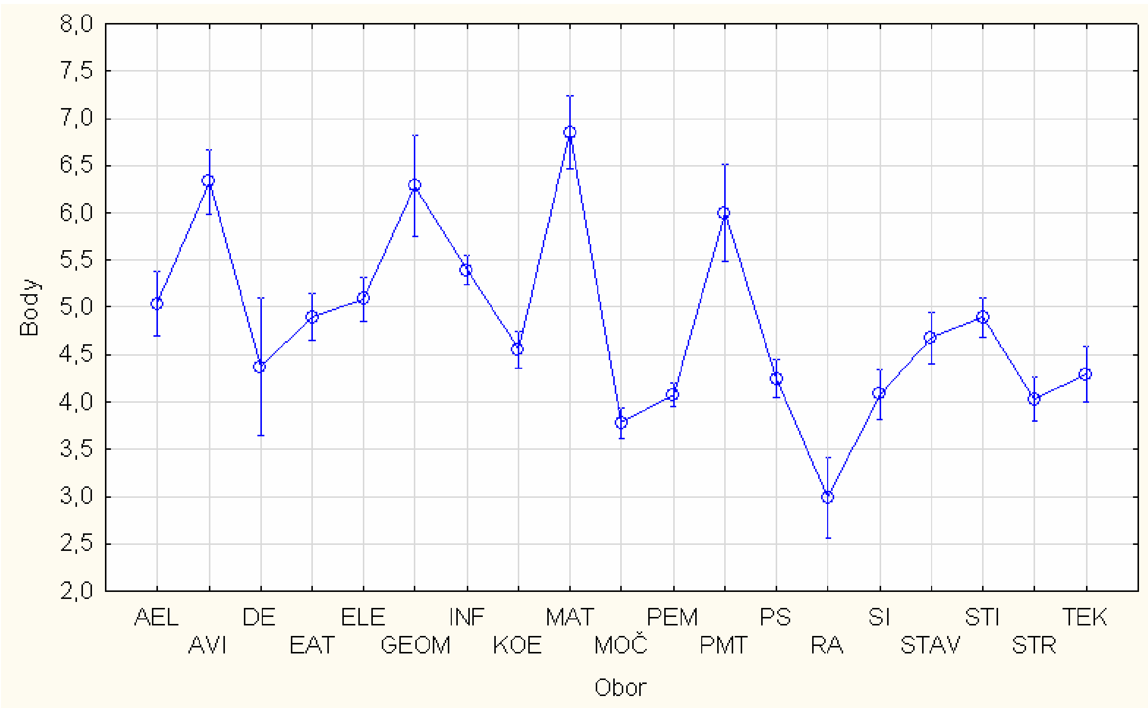
Obrázek 7.5: Srovnání oborů 2012

P-hodnota ANOVA testu byla opět blízká nule, což znamená, že nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot byla zamítnuta a mezi obory je tedy významný rozdíl.

Aby bylo stanoveno, mezi kterými obory konkrétně je tento statisticky významný rozdíl, byla použita metoda pro mnohonásobné porovnávání. Dle této metody bylo například zjištěno, že Fakulta elektrotechnická, Fakulta ekonomická a ani Fakulta aplikovaných věd nemá dva vlastní obory, které by se mezi sebou významně lišily. U oborů Geomatika a Stavební inženýrství dokonce nebyl prokázán rozdíl ani v porovnání s obory ostatních fakult. Také u oboru Design nebyl prokázán rozdíl mezi jiným oborem, stejně jako v minulých letech. Tento obor má opět největší interval spolehlivosti. Naopak obor, u kterého bylo prokázáno, že se nejvíce liší od ostatních oborů, byl obor Management obchodních činností.

7.4 Všechny roky dohromady

V tomto případě byly sledovány výsledky všech oborů pro všechny roky dohromady. Srovnání celkových výsledků všech oborů je zobrazeno na obrázku 7.6.



Obrázek 7.6: Srovnání všech oborů 2010-2012

Celkově dosáhly nejlepších výsledků obory v rámci programu Matematika, nejhorších obor Radiologický asistent, stejně jako tomu bylo ve všech sledovaných letech odděleně. Z grafu je dále patrné, že nejlepších výsledků dosahovaly obory Fakulty aplikovaných věd.

Pro zjištění, zda studovaný obor má vliv na výsledky testů, byla použita metoda ANOVA v softwaru Statistica. P-hodnota byla stejně jako v předchozích případech blízká nule, proto byla nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot jednotlivých oborů zamítnuta. Obor je statisticky významným faktorem.

Pro určení rozdílných dvojic oborů byla použita Tukeyova metoda pro nestejný počet pozorování ve skupinách. Pomocí této metody mnohonásobného porovnávání bylo prokázáno velké množství dvojic, mezi kterými je statisticky významný rozdíl. Například obor s nejlepším průměrem, tedy Matematika, se významně nelišil pouze od oborů Aplikované vědy a informatika, Geomatika a Počítačové modelování v technice, což jsou všechno obory Fakulty aplikovaných věd. Od ostatních oborů se již významně lišil. Nebyl zaznamenán žádný obor, který by nebyl významně rozdílný od některého z ostatních oborů.

Pro ověření, zda má na výsledky vstupních testů vliv také rok, ve kterém byly testy provedeny, byla použita dvourozměrná metoda ANOVA, kde k faktoru obor přibyl právě faktor rok. Jak je vidět na obrázku 7.7, v tomto případě byla p-hodnota testu 0,006622, takže rok má statisticky významný vliv na výsledky testů.

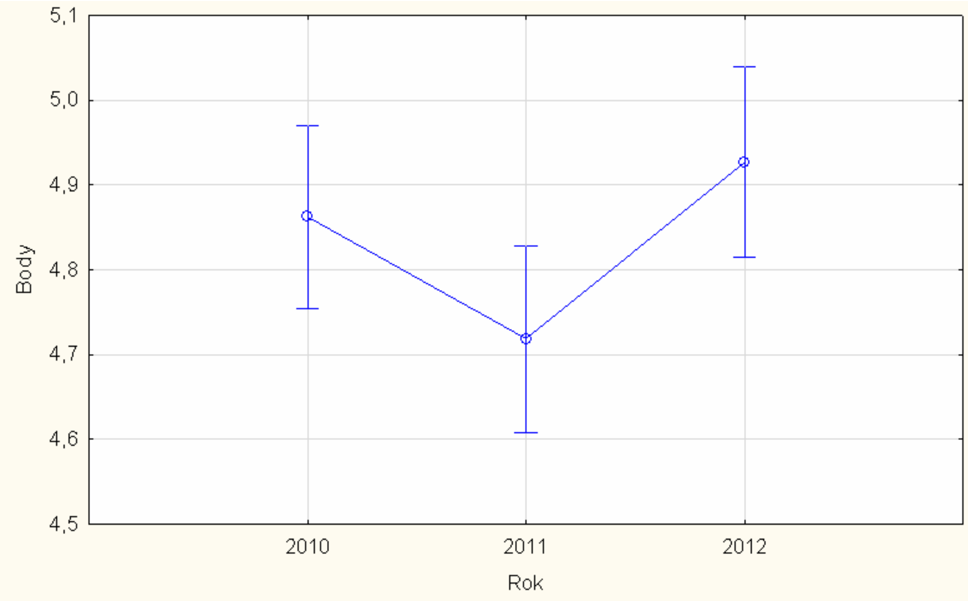
Efekt	SČ	Stupně volnosti	PČ	F	p
Abs. člen	54058,07	1	54058,07	14555,14	0,000000
Rok	37,31	2	18,65	5,02	0,006622
Obor	2587,36	18	143,74	38,70	0,000000
Chyba	18313,82	4931	3,71		

Obrázek 7.7: Ukázka výsledné tabulky ANOVA

Metodou mnohonásobného porovnávání bylo prokázáno, že se významně lišil rok 2011 od ostatních dvou let, viz obrázek 7.8, kde je výsledná tabulka metody mnohonásobného porovnávání. Graf na obrázku 7.9 odpovídá výpočtům, i zde lze vidět, že rok 2011 se významně lišil od ostatních let.

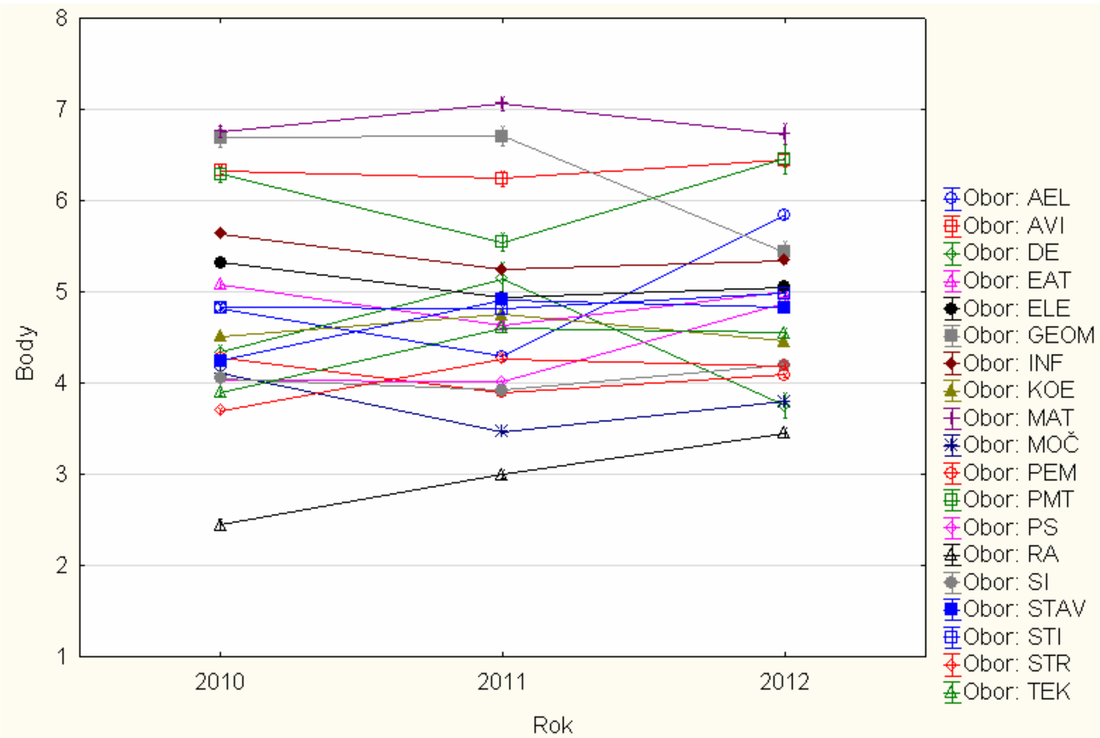
Č. buňky	Rok	{1} 4,6278	{2} 4,4431	{3} 4,6818
1	2010		0,014791	0,713191
2	2011	0,014791		0,001553
3	2012	0,713191	0,001553	

Obrázek 7.8: Ukázka výsledné tabulky mnohonásobného porovnávání



Obrázek 7.9: Srovnání výsledků v jednotlivých letech

Následně byl sledován vývoj výsledků v jednotlivých letech pro každý obor samostatně. Celkový přehled oborů je na obrázku 7.10. Z grafu je dobře patrné, že nejlepších výsledků dosahoval obor Matematika. Obor Geomatika byl v roce 2010 a 2011 druhým nejlepším oborem, avšak v roce 2012 došlo k poklesu průměrného výsledku. Nejhorším oborem byl obor Radiologický asistent.



Obrázek 7.10: Vývoj všech oborů v jednotlivých letech

8 Závěr a shrnutí výsledků

V bakalářské práci byla zpracována data získaná ze vstupních testů z matematiky z let 2010, 2011 a 2012. Data byla upravena v softwaru MS Office Excel, následně rozdělena do skupin podle fakulty, oboru a roku testování a poté byly vypočteny základní statistiky jednotlivých skupin. Další zpracování dat bylo provedeno v softwaru Statistica 10. Ve výpočtech byla testována nulová hypotéza o shodnosti středních hodnot jednotlivých oborů, jelikož bylo sledováno, zda má studovaný obor vliv na výsledky vstupních testů z matematiky. Dále byla zjišťována souvislost výsledků testů na roce. Všechny testy byly provedeny na hladině významnosti $\alpha = 0{,}05$.

Nejdříve byly zpracovány obory Fakulty aplikovaných věd. Jelikož se zúčastnilo velké množství oborů, byli studenti pro lepší přehlednost rozděleni do skupin dle studovaných programů. Jak v jednotlivých letech, tak pro všechny roky dohromady dosáhl nejlepších výsledků program Matematika, naopak nejhorších program Stavební inženýrství. Dále bylo sledováno, zda má studovaný program vliv na výsledky vstupních testů. Pro data z roku 2010 bylo prokázáno, že studovaný program je statisticky významným faktorem, tedy že má významný vliv na výsledky testů. Metodou mnohonásobného porovnávání bylo vyhodnoceno, že se významně liší výsledky programu Stavební inženýrství od výsledků všech ostatních programů. Pro rok 2011 bylo opět prokázáno, že studovaný program má vliv na výsledky testů, přičemž bylo zjištěno, že program Matematika se významně lišil od programu Stavební inženýrství a programu Inženýrská informatika. Program významně ovlivnil výsledky testů i v roce 2012, kdy byl opět prokázán rozdíl mezi programy Matematika a Stavební inženýrství a dále rozdíl mezi programem Stavební inženýrství a Aplikované vědy a informatika. Při zpracování výsledků programů Fakulty aplikovaných věd pro všechny roky dohromady bylo pomocí metody ANOVA opět prokázáno, že studovaný program má statisticky významný vliv na výsledky studentů ve vstupních testech z matematiky. Program Stavební inženýrství se významně lišil od všech ostatních programů a dále se významně lišil program Inženýrská informatika od programu Aplikované vědy a informatika a programu Matematika. Vliv roku na výsledky testů nebyl dvoufaktorovou metodou ANOVA dokázán. Výsledky v jednotlivých letech se od sebe příliš nelišily. Tento výpočet byl potvrzen i pomocí jednoduché regrese.

V šesté kapitole byly sledovány obory Fakulty elektrotechnické. Po upravení dat byly spočteny základní statistiky jednotlivých oborů. Nejlepšího průměrného výsledku dosáhl obor Aplikovaná elektrotechnika v roce 2012, naopak nejhoršího obor Technická ekologie v roce 2010. Nejdříve byly opět uvažovány jednotlivé roky samostatně. V roce 2010 bylo jednofaktorovou metodou ANOVA stanoveno, že studovaný obor má statisticky významný vliv na výsledky testů. Mnohonásobným porovnáváním bylo zjištěno, že obor s nejnižším průměrem se významně lišil od prvních dvou nejvyšších průměrů, tedy obor Technická ekologie od oborů Elektronika a telekomunikace a Elektrotechnika a energetika. Rok 2011 byl jediným rokem, kdy nebylo prokázáno, že obor statisticky významně ovlivňuje výsledky testů. Na výsledky z roku 2012 již měl obor významný vliv. Metodou mnohonásobného porovnávání bylo určeno, že se významně lišil obor Aplikovaná elektrotechnika od oboru Komerční elektrotechnika a oboru Technická ekologie. I výsledky za všechny roky dohromady studovaný obor ovlivnil významně. Rozdíl byl zaznamenán mezi čtyřmi dvojicemi oborů. Dále bylo sledováno, zda má na výsledky vstupních testů vliv také rok, ve kterém byly testy provedeny. Dvoufaktorová metoda ANOVA neprokázala, že by měl rok na výsledky významný vliv. Následně byla použita jednoduchá regrese k analyzování vlivu roku na výsledky pro jednotlivé obory zvlášť. Tento vliv byl prokázán u oboru Aplikovaná elektrotechnika a Technická ekologie.

Poslední kapitola byla věnována oborům všech fakult. Nejlepšího výsledku dosáhly obory v rámci programu Matematika Fakulty aplikovaných věd v roce 2011, naopak nejhoršího obor Radiologický asistent Fakulty zdravotních studií v roce 2010. Pro všechny sledované roky a zároveň pro výsledky ze všech let dohromady bylo stanoveno, že studovaný obor má statisticky významný vliv na výsledky vstupních testů. Dále nás zajímalo, zda výsledky ovlivňuje také rok, ve kterém jsou testy provedeny. Pro ověření byla použita dvoufaktorová ANOVA, kdy bylo prokázáno, že rok také významně ovlivňuje výsledky. Mnohonásobným porovnáváním bylo zjištěno, že se významně odlišovaly výsledky testů z roku 2011 oproti výsledkům z ostatních let.

9 Seznam literatury

[1] Reif Jiří: *Metody matematické statistiky*, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2000.

[2] Anděl Jiří: *Matematická statistika*, SNTL, Alfa, Praha, 1985.

[3] Šedivá Blanka, *Výpočtová statistika*, ZČU, výukový text, http://home.zcu.cz/~sediva/stav.htm, 2013-04-08.

[4] Šedivá Blanka, *Mnohorozměrné statistické metody*, ZČU, výukový text, http://home.zcu.cz/~sediva/msm.htm, 2013-04-08.

[5] Hendl Jan, *Přehled statistických metod zpracování dat*, Portál s.r.o., Praha, 2006.

[6] Beranová Petra, Blažková Lenka, Uldrich Miloš, *Stručný manuál k ovládání programu STATISTICA*, StatSoft, Praha, 2011, http://www.statsoft.cz/podpora/ke-stazeni/strucny-manual-k-software-statistica/, 2013-03-04.