

# Posudek oponenta bakalářské práce

autorka:

MONIKA BLÁHOVÁ,

studijní program:

Matematická studia,

téma:

„Elementární úvod do teorie Gröbnerovýchází“

Autorka se v práci věnuje řešení soustav algebraických rovnic vyššího stupně. Nejprve na osmi úlohách užívá různé metody jejich řešení bez použití počítače, v dalších kapitolách zavádí potřebné pojmy k tomu, aby čtenář mohla seznámit i s postupem, při němž se soustava transformuje na ekvivalentní „pohodlnější řešitelnou“ soustavu, který užívá Buchbergerův algoritmus. Svůj výklad doplňuje vhodnými ilustračními příklady.

V práci jsem nenašla vážnější chyby odborného charakteru. Mám jen následující připomínky. Na str. 7 bylo vhodné specifikovat, že jde o tzv. řešení v radikálech. (Řešení kubických rovnic a rovnic vyššího stupně numerickými metodami totiž zvládli čínští matematikové nejpozději v 7. a zejména pak ve 13. a 14. stol. n. l., tedy dříve než italští matematikové.)

Některé pojmy, které byly pro autorku nové, nejsou v práci správně použity. Na str. 8: „[...] metodu pro řešení [...] rovnic pátého a vyššího stupně, který byl v radikálech, tak jako jsou v radikálech rovnice [...]“. Na str. 16: „ $3(x-2)^2 = 0$ . Z této rovnosti [...]“. Na str. 24: „Tento mnohočlen opět vydělíme číslem  $3x$ “. Pojem „normální tvar polynomu  $p$  vzhledem k polynomu  $q$ “, resp. „normální tvar polynomu  $p$  vzhledem k množině polynomů  $Q$ “ je zaveden větou (!) 3.8 na str. 27. Na str. 46: „normální tvary soustavy rovnic“. Na str. 48 se o polynomu  $-y^2 + 2x - 1$  píše jako o rovnici.)

Práce není zcela jednotná v zavedených a používaných symbolech či znacích. (Na str. 11 je těleso označeno  $T$ , na str. 25 je těleso označeno  $F$ . Na str. 11 je  $T$  těleso, na str. 25 je  $T$  množina termů. Na str. 25 je  $T$  množina termů, na str. 26 je množina termů označena  $T[x_1, x_2, \dots, x_n]$ .) Práce není jednotná ani z hlediska algebraické struktury, v níž je výklad proveden. (Např. na str. 9 je definována rovnice nad tělesem reálných čísel, ale níže se definuje soustava obecnější, nad oborem integrity  $I$ , který připouští, že koeficienty rovnic soustavy budou např. i celá čísla nebo polynomy nad vhodným oborem. Na str. 11 je definována soustava lineárních rovnic nad (libovolným) tělesem  $T$ . Na str. 25 je  $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$  okruh polynomů, na str. 26 je  $F[x_1, x_2, \dots, x_n]$  obor integrity.)

Zcela zbytečné (bez uvedení souvislosti s řešenou problematikou) se mi zdá být zařazení kapitoly 2.2.1 o soustavách lineárních rovnic.

Autorka na str. 10 uvedla pěkný přehled metod řešení soustav algebraických rovnic. Použití těchto postupů měla zdůraznit v řešených příkladech na str. 12 – 23. Soustavy by pak bylo možno uspořádat do skupin podle použitých postupů. Jednotlivé kroky prováděné při řešení soustav v příkladech 2.2.2.1 až 2.2.2.8 jsou vhodně komentovány, některé mohly být pro čtenáře vysvětleny podrobněji (např. úpravy na součín na str. 13, 15, 18, 21). Autorka se mohla aspoň v některých příkladech pokusit o zdůvodnění použitých „fint“.

Po velmi důkladném procvičení výpočtů  $S$ -polynomů následuje ve čtvrté kapitole zavedení stěžejního pojmu – Gröbnerovy báze. Domnívám se, že mohl být uveden aspoň jeden ilustrační příklad ukazující, že nějaká zvolená množina polynomů není Gröbnerovou bází, tj. normální formy nejsou určeny jednoznačně. Na str. 37 a 38 je v některých případech nepatřičně použit znak „=“.

Práce je napsána jen s malým počtem formálních nedopatření. Na str. 6 se píše, že poslední kapitola je rozdělena do dvou částí, obsahuje však tři podkapitoly. Např. na str. 13, 20, 24, 32, 36 chybí čárky, na str. 7, 10 čárky přebývají. Na str. 18 by měl být výraz  $\pm 1$  oddělen závorkami, na str. 20 chybí „}“ pro uzavření množiny  $P$ . Na stejné stránce chybí „2“ v exponentu druhé rovnice soustavy. Na několika místech jsou překlepy („rovnice“ na str. 21, nadbytečné „ $\leq$ “ na str. 25). Objevila se i pravopisná chyba („výsledky, které nám vyšli“ na str. 42). Některá vyjádření jsou neobratná („existují [...] výpočty realizující kalkulátory“ na str. 10). Práce má pěknou grafickou úroveň.

Autorka v souladu se zásadami pro vypracování splnila hlavní cíl práce, tj. vysvětlit na čem je založen výpočet Gröbnerovy báze ideálu s ohledem na jeho užití pro řešení soustav polynomiálních rovnic.

Doporučuji uznat předloženou práci jako bakalářskou a hodnotit ji stupněm *velmi dobře*.

V Plzni dne 25. 7. 2014

  
Mgr. Martina Kašparová, Ph.D.  
oponent bakalářské práce