

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**  
**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**  
**KATEDRA APLIKOVANÉ ELEKTRONIKY A TELEKOMUNIKACÍ**

## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

### **Analytické výpočty impedance a činitele jakosti elektricky malých antén**

Analytical Impedance and Quality-Factor Evaluation of Electrically Small  
Antennas

Autor: Hussein Hesham Al Said

Vedoucí práce: Ing. Jan Mráz, Ph.D

Místo a rok odevzdání: Plzeň, 2014

University of West Bohemia  
Faculty of Electrical Engineering  
Academic year: 2013/2014

## DISSERTATION ASSIGNMENT

(PROJECT, ART WORK, ART PERFORMANCE)

First name and surname: **Hussein AL SAID**  
Study program: **B2612 Electrical Engineering and Informatics**  
Identification number: **E12B0044P**  
Specialization: **Electronics and Telecommunications**  
Topic name: **Analytical Impedance and Quality-Factor Evaluation of Electrically Small Antennas**  
Assigning department: **Department of Applied Electronics and Telecommunications**

### Rules for elaboration:

1. Seznamte se s impedančním chováním anténních zářičů a zaměřte se na jednoduché elektricky malé antény.
2. Na základě dostupných zdrojů zpracujte analytické vztahy pro vstupní impedanci zvolených antén a jejich činitele jakosti.
3. Zvolte vhodný způsob experimentálního zjištění vstupní impedance spolu s odvozením činitele jakosti z naměřených hodnot. Využijte softwarové výpočetní prostředí.
4. Provedte kritické srovnání analytických vztahů a výstupů experimentů, případné rozdíly zdůvodněte.

Scope of graphic works: podle doporučení vedoucího

Scope of work report  
(scope of dissertation): 20 - 30 stran

Form of dissertation elaboration: printed/electronical

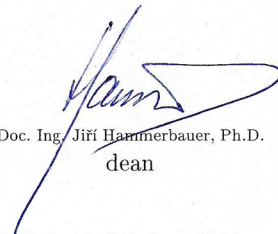
List of specialized literature:

**Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.**

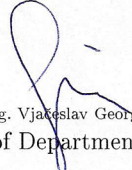
Tutor for dissertation: **Ing. Jan Mráz, Ph.D.**  
Department of Applied Electronics and  
Telecommunications

Date of dissertation assignment: **14 October 2013**

Date of dissertation submission: **9 June 2014**

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
dean



  
Doc. Dr. Ing. Vjaceslav Georgiev  
Head of Department

dated: 14 October 2013

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma: „Analytické výpočty impedance a činitele jakosti elektricky malých antén“ vypracoval samostatně s použitím literatury, kterou uvádím v přiloženém seznamu.

V Plzni dne 9.6. 2014

Podpis:

## **PODĚKOVÁNÍ**

Touto cestou bych chtěl poděkovat svému vedoucímu práce Ing. Janu Mrázovi, Ph.D za praktické vedení mé bakalářské práce, za odbornou pomoc, podnětné návrhy a hlavně za čas, který mi během konzultací věnoval.

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá analytickým odvozením vzorců impedance, činitele jakosti a šířky pásma pro elektricky malé antény. Pro tuto práci jsou zvoleny tři druhy antén, těmi jsou dipól, smyčková anténa a L anténa. Tyto antény byly vytvořeny a proměřeny pomocí vektorového analyzátoru. Získané hodnoty byly použity pro výpočty hodnot výše uvedených parametrů, za pomoci programu MATLAB. V tomto programu jsou také vytvořeny všechny grafy zobrazující naměřené a teoretické hodnoty.

## **Klíčová slova**

dipól, smyčková anténa, L anténa, monopól, impedance, činitel jakosti, šířka pásma

## **ABSTRACT**

The aim of this work is to deal with analytical derivation of the expressions of Impedance, Quality factor, Bandwidth for electrically-small antenna for achieve this work are chosen three types of antennas which are dipole, loop antenna and L antenna. We have created these antennas and measured their parameters using the Vector analyzer. The obtained values have been used to calculate the above mentioned parameters by using MATLAB software. Using the same program we have created the graphs which interpret the measured and theoretical values.

## **Keywords**

dipole, loop antenna and L antenna, monopole, impedance, quality factor, bandwidth

## **SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK**

**VNA** Vector Network Analyzer – vektorový analyzátor

**SMA** SubMiniature version A – typ koaxiálního konektoru



## Obsah:

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK .....	8
1. ÚVOD.....	10
2. DEFINICE PARAMETRŮ .....	11
2.1. Vstupní impedance.....	11
2.2. Činitel jakosti .....	11
2.3. Šířka pásma.....	12
3. ODVOZENÍ VÝPOČTŮ PARAMETRŮ MALÝCH ANTÉN.....	14
3.1. Malý dipól.....	14
3.2. Malá smyčková anténa.....	20
3.3. Malá L anténa .....	24
3.4. Monopól.....	32
4. VÝROBA A MĚŘENÍ.....	34
4.1. Monopól.....	35
4.2. Smyčková anténa.....	41
4.3. L anténa.....	46
4.3.1. L anténa $a=13,5\text{ mm}$ .....	46
4.3.2. L anténa $a=36,5\text{ mm}$ .....	51
4.3.3. L anténa $a=60\text{ mm}$ .....	56
4.4. Shrnutí.....	61
5. ZÁVĚR.....	62
POUŽITÁ LITERATURA.....	63

## 1. ÚVOD

Téma předkládané bakalářské práce je “Analytické výpočty impedance a činitele jakosti elektricky malých antén“. Jak již název napovídá, cíl této práce je odvodit analytické výpočty impedance a činitele jakosti pro malé antény a ty porovnat s naměřenými hodnotami.

Elektricky malé antény jsou takové antény, které mají malé rozměry ve srovnání s vlnovou délkou v provozní frekvenci. Pro tuto práci jsme zvolili tři druhy malých antén a to dipól, smyčkovou anténu a L anténu.

Tato práce je členěná do tří základních tematických celků. V první části bakalářské práce se budeme věnovat vymezení definic základních parametrů antén, kterými jsou vstupní impedance, činitel jakosti a šířka pásma, a jejich obecným výpočtům. Ve druhé části se po charakterizování použitých antén budeme zabývat odvozením výpočtů pro zvolené antény. Vše doplníme o obrázky a grafy jednotlivých vlastností antén. V poslední části bude popisována výroba a měření malých antén. Za pomoci programu MATLAB zaznamenáme do grafů jak naměřené a vypočtené hodnoty, tak hodnoty teoretické, které získáme z již dříve odvozených výpočtů. Vše bude zhodnoceno v závěru práce.

## 2. DEFINICE PARAMETRŮ

V této kapitole se budeme zabývat definicemi základních parametrů antén, které jsou pro naši práci podstatné.

### 2.1. Vstupní impedance

Vstupní impedance je definována jako impedance antény na jejich napájecích svorkách, tedy jako poměr napětí a proudu na těchto svorkách nebo poměr příslušných komponent elektrických magnetických polí v určitém místě antény[1].

$$Z_{in} = R_A + jX_A \quad (1)$$

kde

$Z_{in}$  je vstupní impedance antény

$R_A$  je rezistence antény

$X_A$  je reaktance antény.

$$R_A = R_r + R_L \quad (2)$$

kde

$R_r$  je vyzařovací odpor antény

$R_L$  je ztrátový odpor antény.

### 2.2. Činitel jakosti

Činitel jakosti antény je obyčejný a jednoduchý způsob, jak vyčíslit šířku pásma antény. Činitel jakosti je definován jako podíl mezi akumulovanou energií za dobu periody a vyzářeným výkonem [9].

Činitel jakosti antén je obecně definován jako [3]:

$$Q = \max \left\{ \frac{2\omega\tilde{W}_e}{P_{rad}}, \frac{2\omega\tilde{W}_m}{P_{rad}} \right\} \quad (3)$$

kde  $\tilde{W}_e$  je akumulovaná elektrická energie

$\tilde{W}_m$  je akumulovaná magnetická energie

$P_{rad}$  je vyzářený výkon

$\omega$  je úhlová frekvence.

Teoreticky nejnižší limity pro malé antény jsou [3]:

$$\min Q^{TE} = \min Q^{TM} \approx \frac{1}{(ka)^3}, \quad \min Q^{TE+TM} \approx \frac{1}{2(ka)^3} \quad (4)$$

Činitel jakosti lze vyjádřit ze vstupní impedance podle vztahu [3]:

$$Q = \frac{\omega \left[ \frac{\partial X_A}{\partial \omega} + \frac{X_A}{\omega} \right]}{2R_A} \quad (5)$$

Geyiův vztah nepostihuje správně činitel jakosti v antirezonanci, proto musíme použít metodu podle Yaghijana a Besta. Tento vztah tedy je [2]:

$$Q = \frac{\omega}{2R_A} \sqrt{\left( \frac{\partial R_A}{\partial \omega} \right)^2 + \left[ \frac{\partial X_A}{\partial \omega} + \frac{X_A}{\omega} \right]^2} \quad (6)$$

### 2.3. Šířka pásma

Šířka pásma antény je definována jako rozsah frekvencí, ve kterém je zvolen parametr antény, typický modul koeficientu odrazu či činitel stojatých vln, menší než zvolená hodnota. U širokopásmové antény je šířka pásma obvykle vyjádřena jako poměr horní a dolní frekvence. Například 10:1 pásma znamená, že horní frekvence je 10 krát větší než dolní. Pro úzkopásmové antény je šířka pásma vyjádřena v procentech frekvenčního rozdílu (horní minus dolní), děleného střední frekvencí pásma [1].

$$B = \frac{\Delta f}{f_0} 100\% \quad (7)$$

Kde  $B$  je šířka pásma antény

$\Delta f$  je  $f_2 - f_1$

$f_0$  je střední frekvence

Můžeme spočítat šířku pásma také ze znalosti VSWR a činitele jakosti  $Q$  [1]:

$$B = \frac{(VSWR-1)}{Q\sqrt{VSWR}} \quad (8)$$

kde  $B$  je šířka pásma antény

VSWR je napěťový poměr stojatých vln

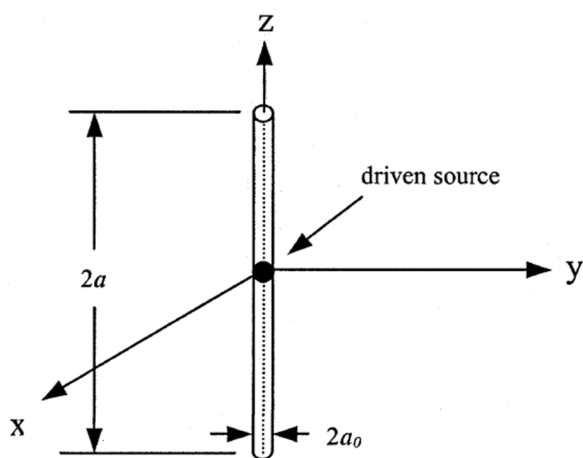
$Q$  je činitel jakosti antény

### 3. ODVOZENÍ VÝPOČTŮ PARAMETRŮ MALÝCH ANTÉN

Elektricky malé antény jsou takové antény, které mají malé rozměry ve srovnání s vlnovou délkou v provozní frekvenci. Při odvození výpočtů základních parametrů malých antén, použijeme metodu podle Geyie, která uvádí výpočty pro činitele jakosti  $Q$  a vstupní impedanci malých antén. Podstata metody je založená na faktu, že celková energie malé antény v Poyntingově teorému, může být rozdělena na akumulovanou energii a vyzařovanou energii pomocí nízkofrekvenčního rozšíření. Poyntingův teorém ve frekvenční oblasti poskytuje rovnici pro akumulovanou elektrickou a magnetickou energii, zatímco Poyntingův teorém v časové oblasti může být použit jako další nezávislá rovnice pro tyto energie. Ze získaných rovnic akumulované elektrické a magnetické energie je možné vypočítat činitel jakosti a vstupní impedanci malých antén [3].

#### 3.1. Malý dipól

Dipól je jednodimenzionální struktura, která vyzařuje jen TM módy. Vzhledem k tomu, že dipól využívá jen málo místa v opsané kouli, by skutečný činitel jakosti antény měl být mnohem větší než teoretický limit ze vzorce (4). Nyní předpokládáme, že dipólová anténa má poloměr  $a_0$  a délku  $2a$ , jak je ukázáno na obr. č. 1, a proud protéká na vnější válcové ploše dipólu[3].



Obr. č. 1 Malý dipól (zdroj: Geyi, 2003)

Nejprve je potřeba vypočítat elektrický moment dipólu ze základního vztahu [3],

$$\vec{\rho} = \int_{V_0} \vec{r} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (9)$$

Elektrický moment dipólu tedy je:

$$\begin{aligned} \vec{\rho} &= \int_{V_0} \vec{r} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_{-a}^a \vec{z} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{z} = \int_{-a}^0 \vec{z} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{z} + \int_0^a \vec{z} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{z} = \left[ \frac{a^2}{2} \right]_{-a}^0 \cdot \rho(\vec{r}) \\ &+ \left[ \frac{a^2}{2} \right]_0^a \cdot \rho(\vec{r}) = \frac{a^2}{2} \cdot \rho(\vec{r}) + \frac{a^2}{2} \cdot \rho(\vec{r}) = a^2 \cdot \rho(\vec{r}) \end{aligned} \quad (10)$$

když  $\rho(\vec{r}) = \frac{I_0}{\omega a}$  [3], pak

$$\vec{\rho} = a^2 \cdot \frac{I_0}{\omega a} = a \cdot \frac{I_0}{\omega} \quad (11)$$

kde  $a$  je délka antény,

$I_0$  je proud,

$\omega$  je úhlová frekvence.

Získaný elektrický moment dipólu  $\vec{\rho}$  můžeme použít do vzorce pro výpočet vyzářeného výkonu  $P_{rad}$  [3]:

$$P_{rad} \approx \frac{\eta k^4 c^2}{12\pi} |\vec{\rho}|^2 \approx \frac{\eta k^4 c^2}{12\pi} \cdot \left( \frac{I_0}{\omega} \cdot a \right)^2 \quad (12)$$

pokud  $\eta = 120\pi$ , pak

$$P_{rad} \approx \frac{120\pi \cdot k^4 c^2}{12\pi} \cdot \frac{|I_0|^2}{k^2 c^2} \cdot a^2 \approx 10 \cdot k^2 \cdot |I_0|^2 \cdot a^2 \quad (13)$$

kde  $k$  je konstanta šíření

Lze předpokládat, že proudová hustota a hustotu náboje na povrchu vodiče bude [3]:

$$\vec{j}(\vec{z}) = \hat{z} \frac{I_0}{2\pi a_0} \left(1 - \frac{|z|}{a}\right) \quad -a < z < a, \quad r=a_0 \quad (14)$$

$$\rho(\vec{z}) = \frac{\partial \vec{j}(\vec{z})}{\partial z} \cdot \frac{1}{j\omega} = -\frac{I_0}{j2\pi a_0 \omega a} \begin{cases} -1, & 0 < z < a, \quad r = a_0 \\ 1, & -a < z < 0, \quad r = a_0 \end{cases} \quad (15)$$

Poté můžeme vypočítat akumulovanou elektrickou energii ze vztahu [3]:

$$\tilde{W}_e = \frac{c\eta}{16} \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{1}{R} \cdot [\rho(\vec{z}) \cdot \rho^*(\vec{z}')]. d\vec{z} \cdot d\vec{z}' \quad (16)$$

Když  $\rho(\vec{z})$  dosadíme do vzorce (16) pak získáme:

$$\tilde{W}_e = \frac{c\eta}{16} \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{1}{R} \cdot \left[ \frac{|I_0|^2}{4\pi^2 \cdot a_0^2 \cdot \omega^2 \cdot a^2} \right] \cdot d\vec{z} \cdot d\vec{z}' \quad (17)$$

a když  $R = \sqrt{(z - z')^2 + a_0^2}$  [3], pak:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_e &= \frac{c \cdot \eta \cdot |I_0|^2}{16 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot a_0^2 \cdot \omega^2 \cdot a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} 1 \cdot d\phi d\phi' \cdot \int_0^{a_0} \int_0^{a_0} 1 \cdot d\rho d\rho' \cdot \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{1}{\sqrt{(z - z')^2 + a_0^2}} \cdot d\vec{z} \cdot d\vec{z}' \\ &= \frac{c\eta |I_0|^2}{164\pi^2 a_0^2 \omega^2 a^2} \cdot (4 \cdot \pi^2) \cdot \left(\frac{a_0^2}{2}\right) \cdot 4 \int_0^a \int_0^a \frac{1}{\sqrt{(z - z')^2 + a_0^2}} \cdot d\vec{z} \cdot d\vec{z}' \\ &= \frac{c\eta |I_0|^2}{8\pi \omega^2 a^2} \cdot \int_0^a \left[ \ln \left( z - z' + \sqrt{(z - z')^2 + \rho^2} \right) \right]_0^a \cdot d\vec{z}' \\ &= \frac{c\eta |I_0|^2}{8\pi \omega^2 a^2} \int_0^a \ln \left( \frac{(a - z' + \sqrt{(a - z')^2 + \rho^2})}{-z' \sqrt{z'^2 + \rho^2}} \right) \cdot d\vec{z}' \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2 a^2} \cdot \left[ a \ln \left( \dot{z} - a + \sqrt{(a - \dot{z})^2 + a_0^2} \right) + \sqrt{(a - \dot{z})^2 + a_0^2} - \sqrt{\dot{z}^2 + a_0^2} \right. \\
&\quad \left. + \dot{z} \ln \left( -\frac{\dot{z} - a + \sqrt{(a - \dot{z})^2 + a_0^2}}{\dot{z} - \sqrt{\dot{z}^2 + a_0^2}} \right) \right]_0^a \\
&= \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2 a^2} \cdot \left( a \ln(a_0) + a_0 - \sqrt{a^2 + a_0^2} + a \ln \left( -\frac{a_0}{a - \sqrt{a^2 + a_0^2}} \right) \right. \\
&\quad \left. - a \ln \left( -a + \sqrt{a^2 + a_0^2} \right) + \sqrt{a^2 + a_0^2} - a_0 \right) \\
&= \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2 a^2} \cdot \left( a \ln \left[ a_0 \cdot \left( -\frac{a_0}{a - \sqrt{a^2 + a_0^2}} \right) \cdot \left( \frac{1}{-a + \sqrt{a^2 + a_0^2}} \right) \right] + 2a_0 - 2\sqrt{a^2 + a_0^2} \right) \\
&= \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2 a^2} \cdot \left( 2a \ln \left( \frac{a_0}{\sqrt{a^2 + a_0^2} - a} \right) + 2a_0 - 2\sqrt{a^2 + a_0^2} \right) \tag{18}
\end{aligned}$$

za předpokladu, že  $a_0 \ll 2a$  získáme:

$$\tilde{W}_e = \frac{c\eta|I_0|^2}{4\pi\omega^2 a} \cdot \left( \ln \frac{a_0}{\sqrt{a^2 + a_0^2} - a} - 1 \right) \tag{19}$$

Pokud porovnáme získaný vzorec (19) se vzorcem podle Geyie, zjistíme, že jsou shodné [3].

$$\tilde{W}_e = \frac{c\eta|I_0|^2}{4\pi\omega^2 a} \cdot \left( \ln \frac{a_0}{\sqrt{a^2 + a_0^2} - a} - 1 \right) \approx \frac{\eta c|I_0|^2}{4\pi\omega^2 a} \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] \tag{20}$$

kde  $c$  je rychlost světla

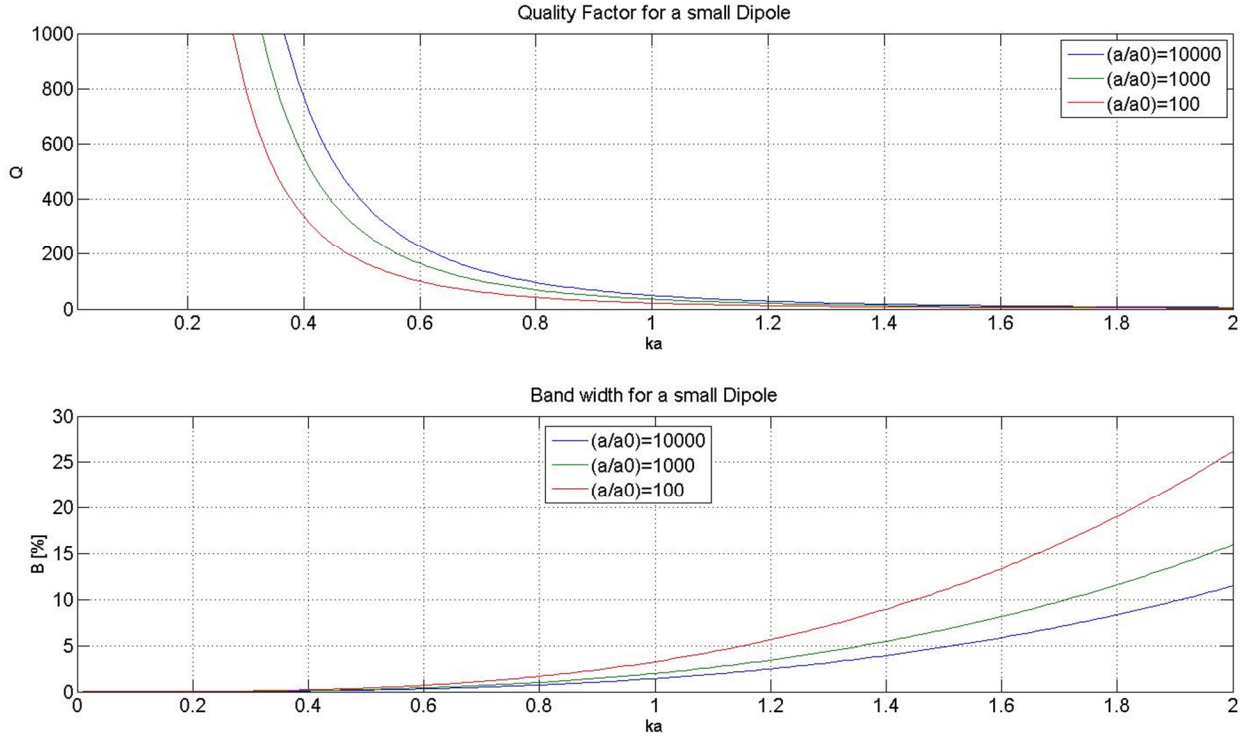
$a$  je délka antény

$a_0$  je poloměr antény

$\eta$  je charakteristická impedance volného prostoru

Pomocí vzorce (3) můžeme vypočítat činitel jakosti, kde podíl magnetického momentu zdroje dipólu bude v tomto případě nula. Takže činitel jakosti antény bude:

$$Q = \frac{2\omega\tilde{W}_e}{P_{rad}} = \frac{6 \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) - 1}{(k \cdot a)^3} \quad (21)$$



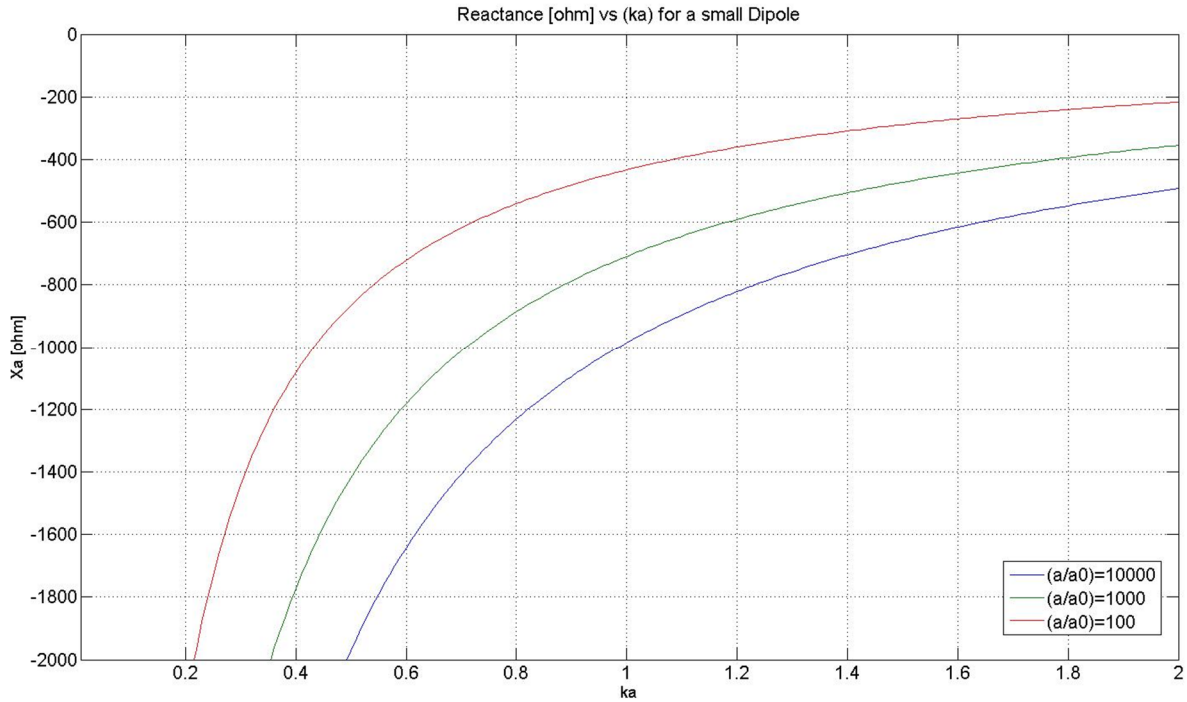
Graf č. 1 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na ka pro malý dipól (vytvořeno v MATLABu)

Po získání akumulované elektrické energie lze vypočítat vstupní impedanci, její imaginární část (reaktance  $X_A$ ) ze vztahu [2]:

$$X_A = \frac{4\omega}{I_0^2} (\tilde{W}_m - \tilde{W}_e) \quad (22)$$

kde  $\tilde{W}_m$  je rovno nule, pak

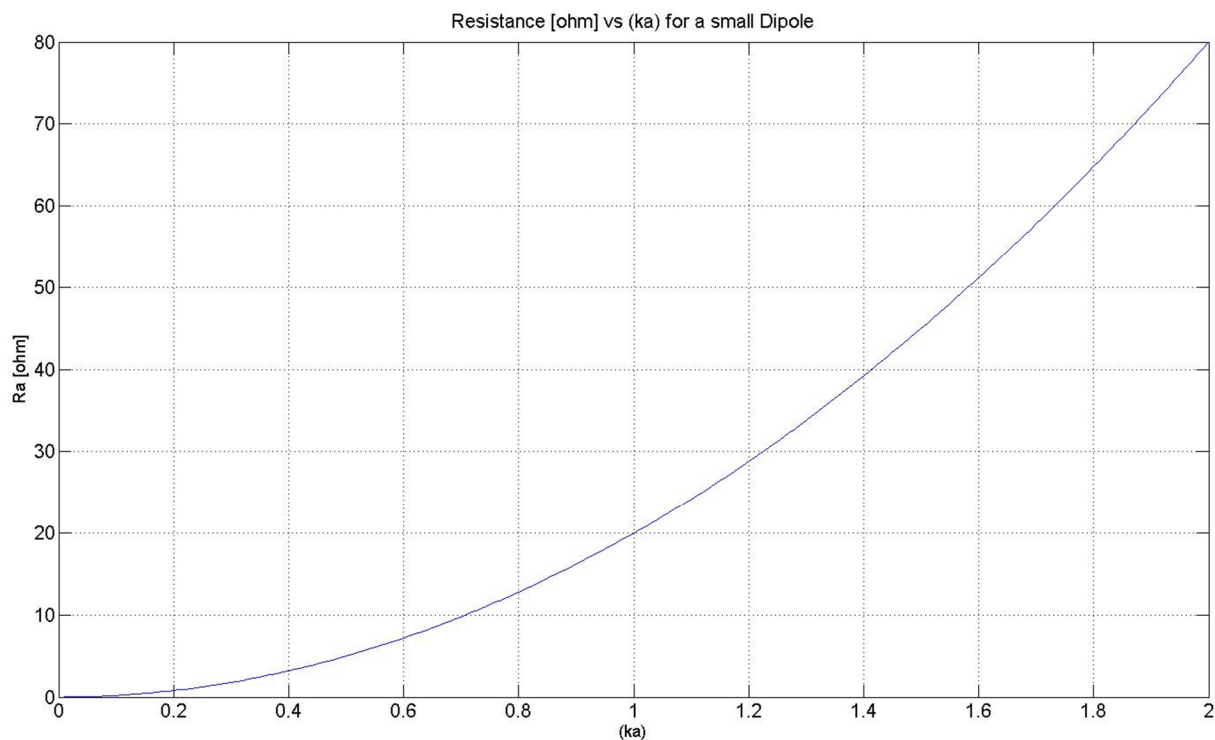
$$X_A = \frac{-4\omega}{|I_0|^2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{4\pi\omega^2 a} \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) = -\frac{\eta}{(ka)\pi} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) \quad (23)$$



Graf č. 2 Reaktance v závislosti na ka pro malý dipól (vytvoreno v MATLABu)

a její reálnou část  $R_A$  můžeme vypočítat za pomoci vyzářeného výkonu (13) takto[7]:

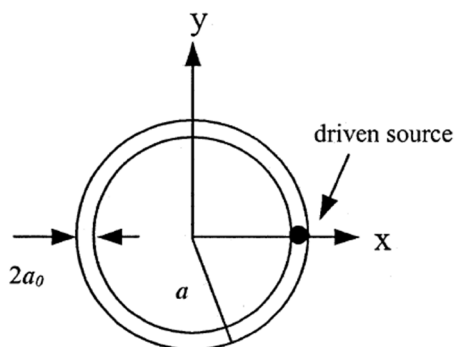
$$R_A = \frac{2.P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{2.10k^2|I_0|^2 a^2}{|I_0|^2} = 20k^2 a^2 \quad (24)$$



Graf č. 3 Rezistence v závislosti na  $ka$  pro malý dipól (vytvoreno v MATLABu)

### 3.2. Malá smyčková anténa

Malá smyčková anténa je znázorněna na obr. č. 2, kde předpokládáme, že poloměr smyčky je  $a$  a poloměr drátu  $a_0$  [3].



Obr. č. 2 Malá smyčková anténa (zdroj: Geyi, 2003)

Nejprve je potřeba vypočítat magnetický moment ze vztahu [3]:

$$m = \frac{1}{2} \int_{V_0} \vec{r} \times \vec{J}(r) dr = \pi \cdot a^2 \cdot I_0 \quad (25)$$

kde  $a$  je poloměr smyčky,  
 $I_0$  je proud.

Získaný magnetický moment  $m$  můžeme použít do vzorce pro výpočet vyzářeného výkonu  $P_{rad}$  [3]:

$$P_{rad} \approx \frac{\eta \cdot k^4}{12\pi} \cdot |m|^2 = \frac{\eta \cdot k^4}{12\pi} \cdot |\pi^2 \cdot a^4 \cdot I_0^2| = \frac{\eta \cdot k^4 \cdot a^4 \cdot \pi}{12} \cdot |I_0|^2 \quad (26)$$

kde  $k$  je konstanta šíření

Vzhledem k tomu že smyčka je velmi malá, můžeme předpokládat, že stávající proudová hustota na smyčce je jednotná a má tvar [3]:

$$\vec{J}(\vec{\varphi}) = \frac{I_0 \hat{\varphi}}{2\pi \cdot a_0} \quad (27)$$

Poté můžeme vypočítat akumulovanou magnetickou energii ze vztahu [3]:

$$\tilde{W}_m = \frac{c \cdot \eta}{16 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{1}{c^2} \cdot \iint_{V_0} \frac{\vec{J}(\vec{r}) \cdot \vec{J}^*(\vec{r}')}{R} \cdot d(\vec{r}) \cdot d(\vec{r}') + \frac{k^2}{2} \iint_{V_0} R \cdot \rho(\vec{r}) \cdot \rho^*(\vec{r}') \cdot d(\vec{r}) \cdot d(\vec{r}') \right] \quad (28)$$

Když  $\rho(\vec{r})$  je nula, a pak  $\vec{J}(\vec{\varphi})$  dosadíme do vzorce (28) a získáme:

$$\tilde{W}_m = \frac{c \cdot \eta}{16 \cdot \pi \cdot c^2} \cdot \frac{|I_0|^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot a_0^2} \cdot \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} 1 \cdot d\phi d\phi' \cdot \int_0^{a_0} \int_0^{a_0} 1 \cdot d\rho d\rho' \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{R} \cdot d\varphi \cdot d\varphi' \right) \quad (29)$$

a když  $R = \frac{a \cdot \cos(\varphi - \varphi')}{\sqrt{4 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right) + \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}}$  [3], pak :

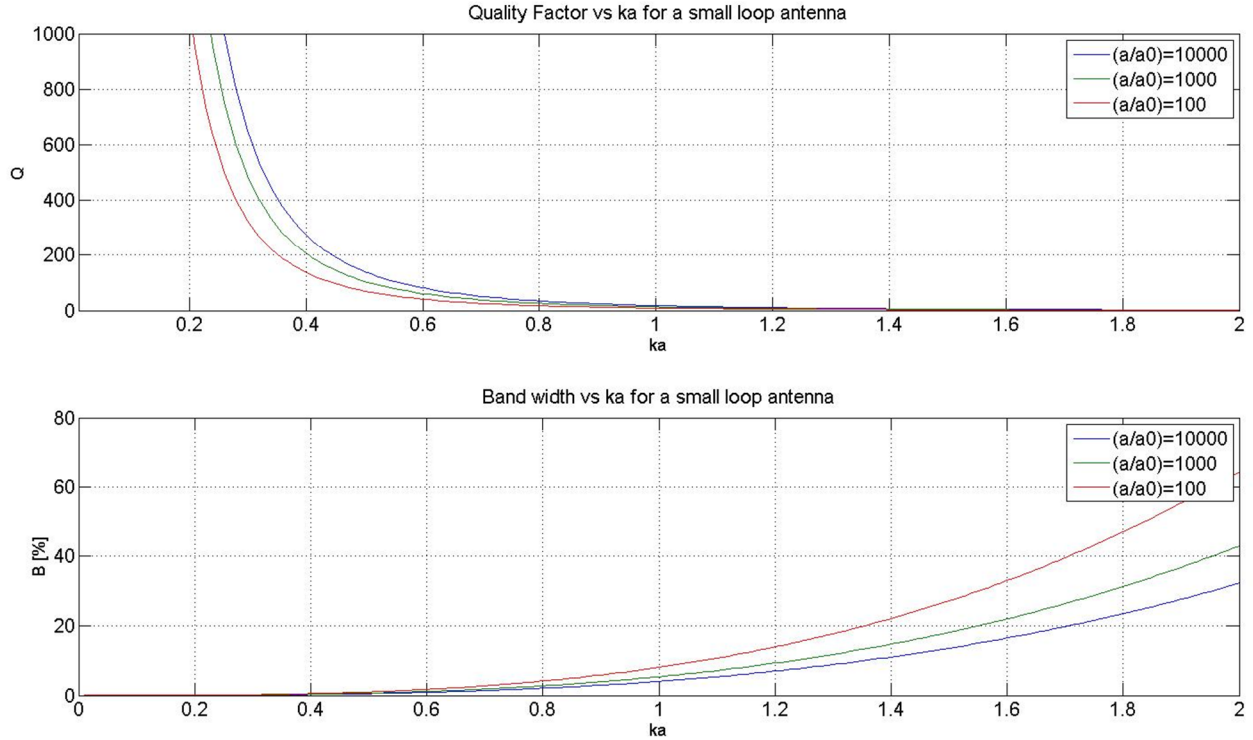
$$\tilde{W}_m \approx \frac{\eta 4 \pi^2 a_0^2 |I_0|^2}{16 \pi c^4 \pi^2 a_0^2} \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos(\varphi - \varphi')}{\sqrt{4 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right) + \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}} \cdot d\varphi d\varphi' \quad (30)$$

za předpokladu, že  $a_0 \ll 2a$  získáme:

$$\tilde{W}_m \approx \frac{\eta a |I_0|^2}{16\pi c} 4\pi \ln \frac{a_0}{a} \approx \frac{\eta a}{4c} |I_0|^2 \ln \frac{a}{a_0} \quad (31)$$

Ze vzorce (3) můžeme vypočítat činitel jakosti:

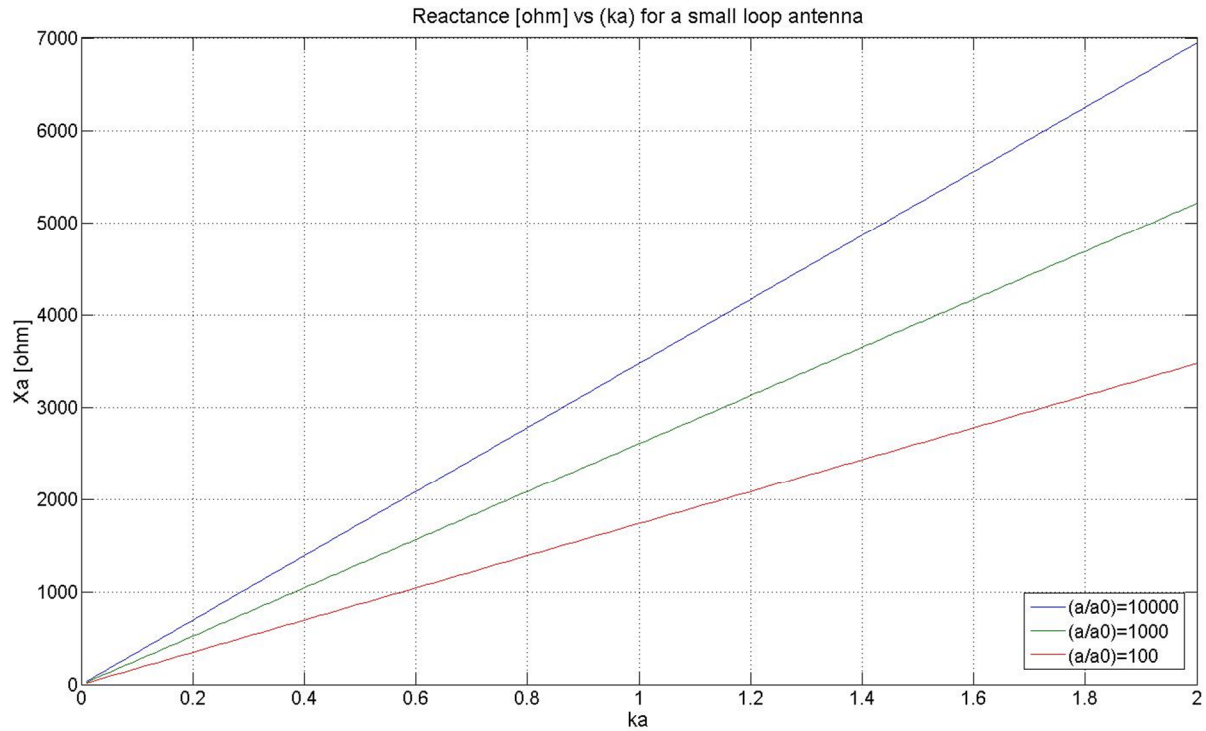
$$Q = \frac{2\omega \tilde{W}_m}{P_{rad}} = \frac{2\omega 12\eta a |I_0|^2 \ln \frac{a_0}{a}}{4c\eta k^4 a^4 \pi |I_0|^2} = \frac{6 \ln \frac{a_0}{a}}{(ka)^3 \pi} \quad (32)$$



Graf č. 4 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na ka pro malou smyčkovou anténu  
(vytvořeno v MATLABu)

Po získání akumulované magnetické energie lze vypočítat vstupní impedanci, její imaginární část (reaktance  $X_A$ ) ze vztahu (22), a když  $\tilde{W}_e$  je rovno nule, pak

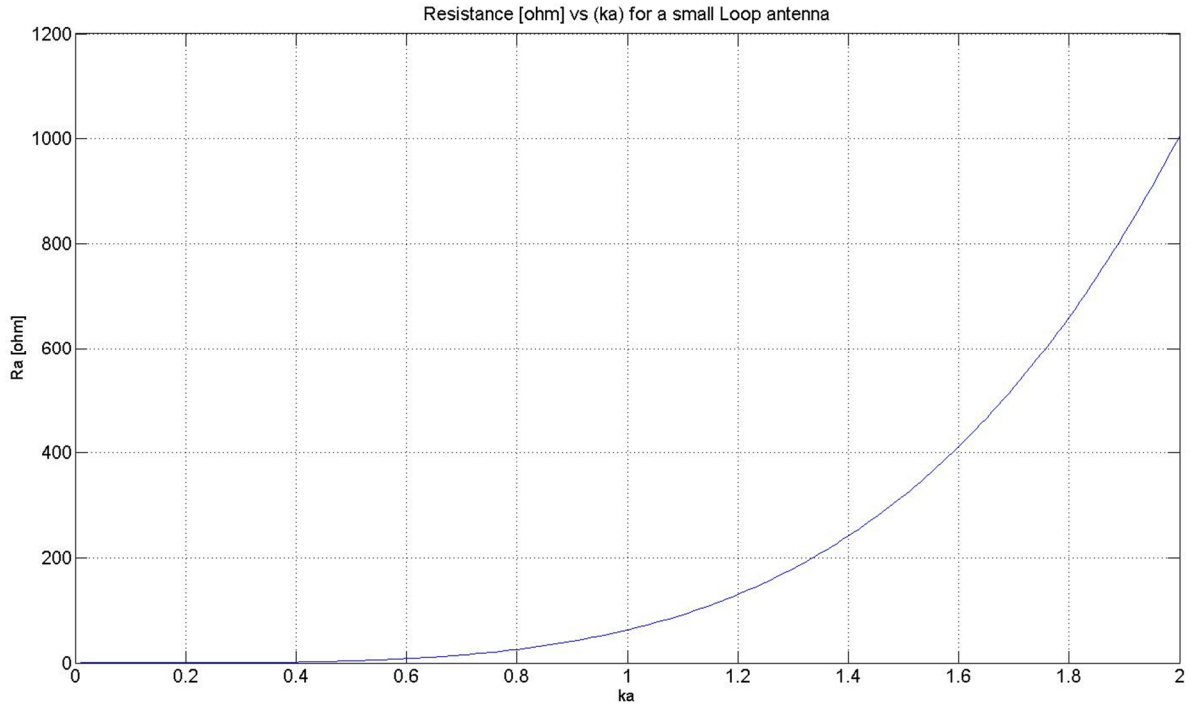
$$X_A = \frac{4\omega}{|I_0|^2} \cdot \frac{\eta a}{4c} \cdot |I_0|^2 \cdot \ln \frac{a_0}{a} = ka\eta \ln \frac{a_0}{a} \quad (33)$$



Graf č. 5 Reaktance v závislosti na  $ka$  pro malou smyčkovou anténu (vytvoreno v MATLABu)

a její reálnou část  $R_A$  můžeme vypočítat za pomoci vyzářeného výkonu (26) takto [7]:

$$R_{A^{rad}} = \frac{2.P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{\eta k^4 a^4 \pi}{6} \quad (34)$$



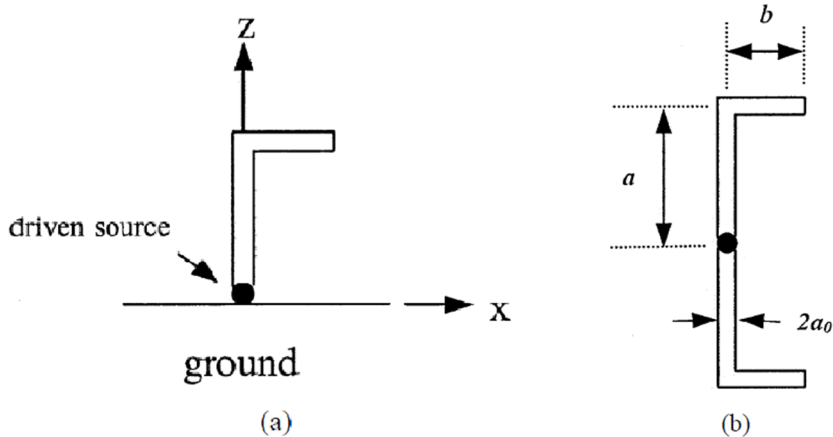
Graf č. 6 Rezistence v závislosti na  $ka$  pro malou smyčkovou anténu (vytvoreno v MATLABu)

### 3.3. Malá L anténa

Invertovaná L anténa je posazená na zemi nekonečné roviny jak můžeme vidět na obr. č. 3(a). Poloměr drátu je  $a_0$ . Podle imaginární teorie je jeho ekvivalentní problém se zemí odstraněn a je ukázán na obr. č. 3(b). Proudová hustota pro ekvivalentní problém odpovídá [3]:

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I_0}{2\pi a_0} \begin{cases} \hat{z} \left(1 - \frac{|z|}{a+b}\right), & |z| \leq a \\ \pm \hat{x} \left(1 - \frac{x+a}{a+b}\right), & 0 \leq x \leq b \end{cases} \quad (35)$$





Obr. č. 3 Malá invertovaná anténa (zdroj: Geyi, 2003)

Horní výraz v rovnici (35) je pro vertikální část antény, zatímco znaménko plus a mínus ve spodním výrazu jsou pro horní resp. dolní horizontální část. Hustota náboje na povrchu vodiče bude [3]:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\partial J(\vec{z}, \vec{x})}{J(\vec{z})} \cdot \frac{1}{j\omega} = \frac{-I_0}{j\omega 2\pi a_0(a+b)} \begin{cases} -1, \text{ pro horní část} \\ 1, \text{ pro dolní část} \end{cases} \quad (36)$$

Dále musíme vypočítat magnetický moment ze vztahu [3]:

$$\vec{p} = \int_{V_0} \vec{r} \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \left( \int_{-a}^0 r dr + \int_0^a r dr \right) \cdot \rho(\vec{r}) = a^2 \rho(\vec{r}) = a^2 \cdot \frac{I_0}{\omega a} = \frac{I_0 \cdot a}{\omega} \quad (37)$$

kde  $a$  je délka antény,  
 $I_0$  je proud.

Získaný magnetický moment  $m$  můžeme použít do vzorce pro výpočet vyzářeného výkonu  $P_{rad}$ :

$$P_{rad} \approx \frac{\eta k^4 c^2}{12\pi} \cdot a^2 \cdot \frac{|I_0|^2}{\omega^2} \approx 5k^2 a^2 |I_0|^2 \quad (38)$$

kde  $k$  je konstanta šíření

Pokud je anténa rozdělena do vertikální části (označené  $V_0^1$ ), horní horizontální část (označení  $V_0^{2+}$ ), a dolní horizontální část (označení  $V_0^{2-}$ ), pak máme [3]:

$$\begin{aligned}\tilde{W}_e &= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta}{16\pi} \cdot \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{1}{R} (\rho(\vec{r}) \cdot \rho^*(\vec{r}')) \cdot d\vec{r} d\vec{r}' \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta}{16\pi} \cdot \int_{V_0^1} \int_{V_0^1} \frac{1}{R} (\rho(\vec{z}) \cdot \rho^*(\vec{z}')) \cdot d\vec{z} d\vec{z}' + \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta}{16\pi} \cdot \int_{V_0^{2+}} \int_{V_0^{2+}} \frac{1}{R} (\rho(\vec{x}) \cdot \rho^*(\vec{x}')) \cdot d\vec{x} d\vec{x}' \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta}{16\pi} \cdot \int_{V_0^{2-}} \int_{V_0^{2-}} \frac{1}{R} (\rho(\vec{x}) \cdot \rho^*(\vec{x}')) \cdot d\vec{x} d\vec{x}'\end{aligned}$$

první část má řešení stejné jako dipól,

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta |I_0|^2}{8 \cdot \pi \cdot \omega^2 \cdot (a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{c\eta}{16\pi} \cdot \frac{|I_0|^2}{\omega^2 \pi^2 a_0^2 4(a+b)^2} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} 1 \cdot d\phi d\phi' \cdot \int_0^{a_0} \int_0^{a_0} 1 \cdot dp d\rho' \cdot \int_0^b \int_0^b \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 - a_0^2}} \cdot d\vec{x} d\vec{x}' \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta |I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{c\eta}{4 \cdot 16\pi^3 \omega^2 a_0^2 (a+b)^2} \cdot 4\pi^2 a_0^2 \cdot \int_0^b \ln \left( \frac{b-x + \sqrt{(b-x)^2 - a_0^2}}{-x + \sqrt{x^2 + a_0^2}} \right) \cdot dx \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta |I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) \\ &\quad + \frac{c\eta |I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left[ b \ln \left( x-b + \sqrt{(b-x)^2 - a_0^2} \right) - \sqrt{x^2 + a_0^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(b-x)^2 - a_0^2} + a \ln \left( -\frac{(b-x) + \sqrt{(a-x)^2 - a_0^2}}{x - \sqrt{x^2 + a_0^2}} \right) \right]_0^b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) + \frac{c\eta|I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot b \ln(a_0) - \sqrt{b^2 + a_0^2} + a_0 \\
&\quad + b \ln \left( -\frac{a_0}{b - \sqrt{b^2 + a_0^2}} \right) - \left( b \ln \left( -b + \sqrt{b^2 + a_0^2} \right) - a_0 + \sqrt{b^2 + a_0^2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) \\
&\quad + \frac{c\eta|I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot b \ln \left( a_0 \cdot \left( -\frac{a_0}{b - \sqrt{b^2 + a_0^2}} \right) \cdot \left( \frac{1}{-b + \sqrt{b^2 + a_0^2}} \right) \right) + 2a_0 \\
&\quad \quad \quad - 2\sqrt{b^2 + a_0^2} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) + \frac{c\eta|I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot 2b \ln \left( \frac{a_0}{b - \sqrt{b^2 + a_0^2}} \right) + 2a_0 \\
&\quad \quad \quad - 2\sqrt{b^2 + a_0^2} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) + \frac{c\eta|I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot 2b \left( \ln \frac{a_0}{\sqrt{b^2 + a_0^2} - b} - 1 \right) \tag{39}
\end{aligned}$$

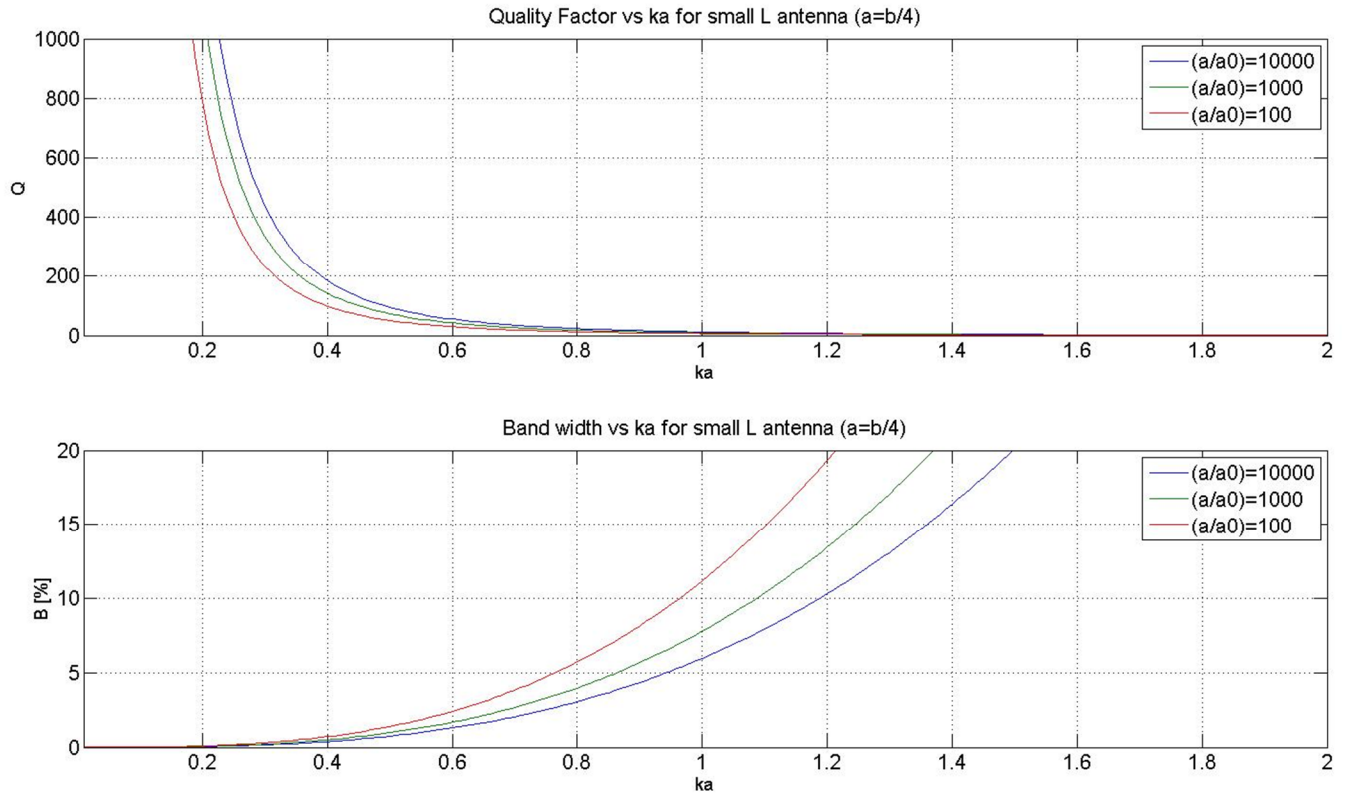
Když  $a_0 \ll a, a_0 \ll b$ , pak

$$\begin{aligned}
\tilde{W}_e &= \frac{1}{2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right) + \frac{c\eta|I_0|^2}{16\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot 2b \left( \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right) \\
&= \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \cdot \left( a \cdot \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] + b \cdot \left[ \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right] \right) \tag{40}
\end{aligned}$$

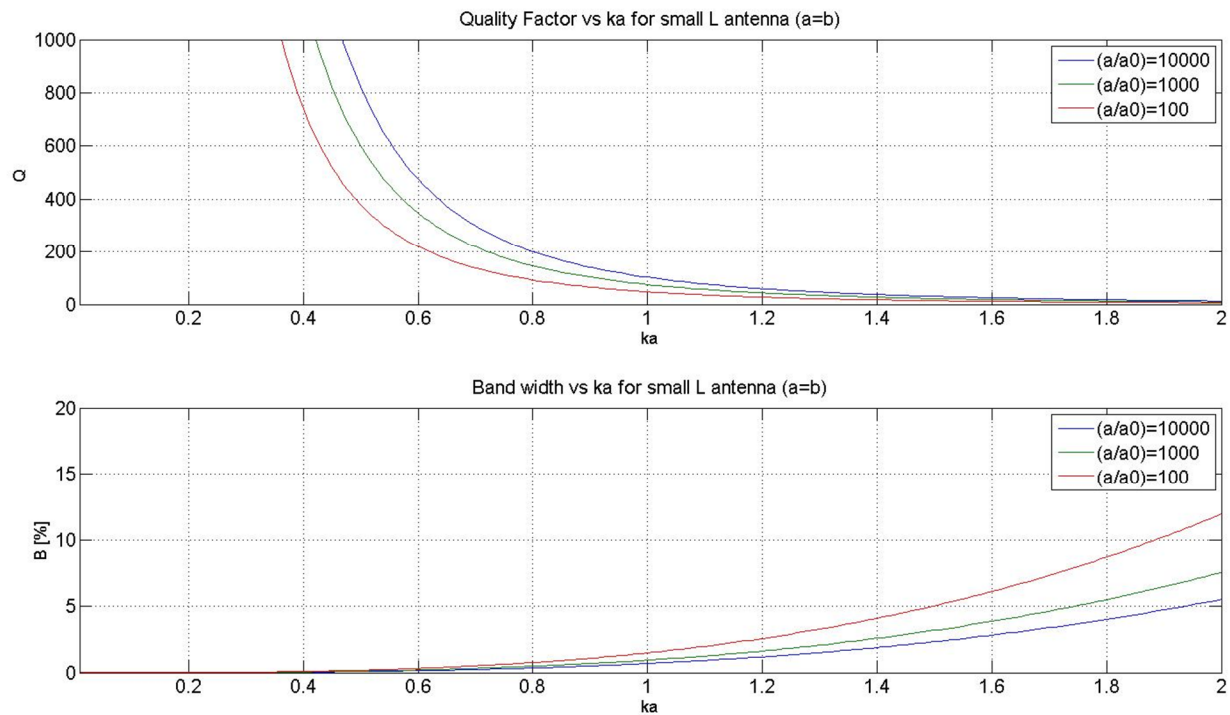
Ze vzorce (3) můžeme vypočítat činitel jakosti:

$$Q = \frac{2\omega\tilde{W}_e}{P_{rad}} = \frac{2\omega c\eta|I_0|^2}{5k^2|I_0|^2 a^2 8\pi\omega^2 (a+b)^2} \cdot \left( a \cdot \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] + b \cdot \left[ \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right] \right)$$

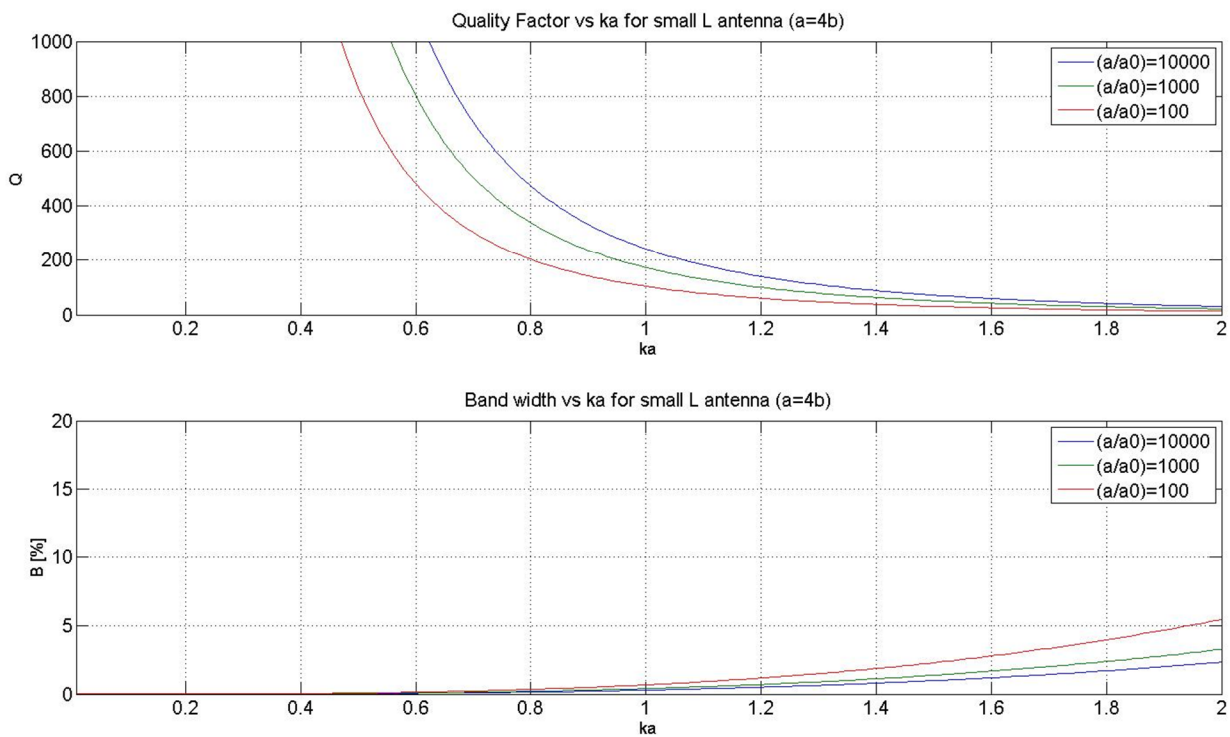
$$= \frac{6}{k^3 a^2 (a+b)^2} \cdot \left( a \cdot \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] + b \cdot \left[ \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right] \right) \quad (41)$$



Graf č. 7 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na ka pro L anténu ( $a=b/4$ ) (vytvořeno v MATLABu)



Graf č. 8 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na ka pro L anténu ( $a=b$ ) (vytvoreno v MATLABu)

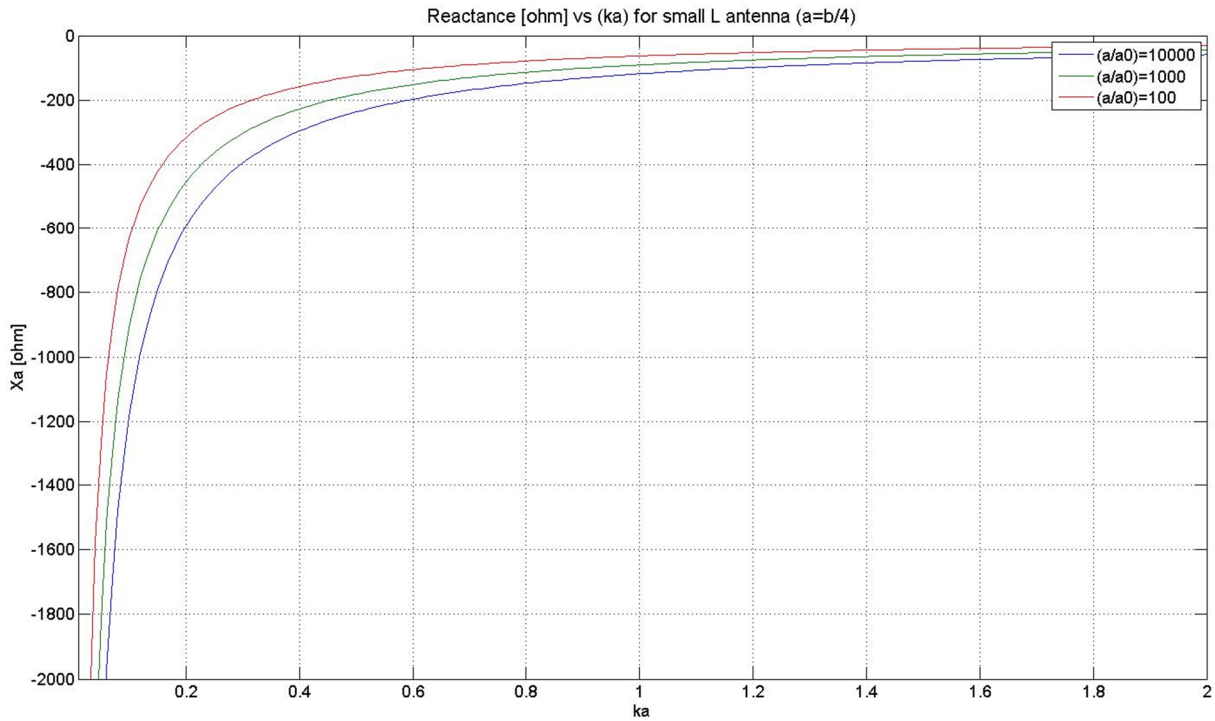


Graf č. 9 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na ka pro L anténu ( $a=4b$ ) (vytvoreno v MATLABu)

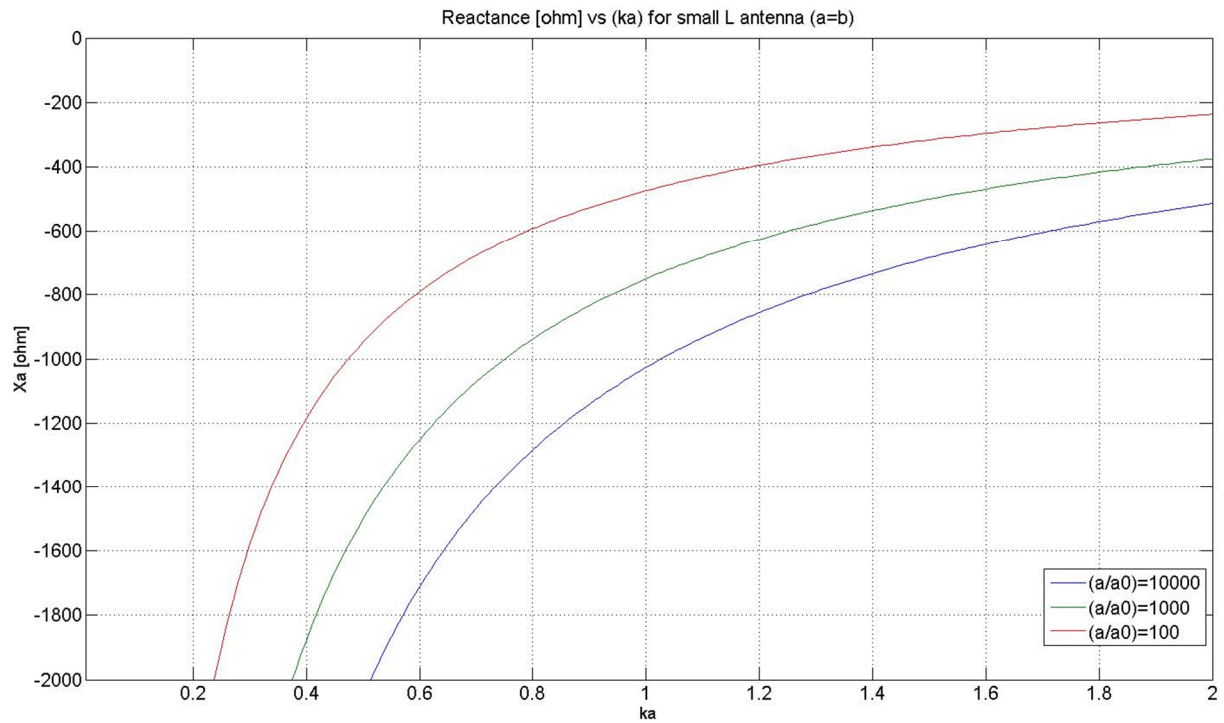
Po získání akumulované elektrické energie lze vypočítat vstupní impedanci, její imaginární část (reaktance  $X_A$ ) ze vztahu (22), a když  $\tilde{W}_m$  je rovno nule, pak

$$X_A = \frac{-4\omega}{|I_0|^2} \cdot \frac{c\eta|I_0|^2}{8\pi\omega^2(a+b)^2} \left( a \cdot \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] + b \cdot \left[ \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right] \right)$$

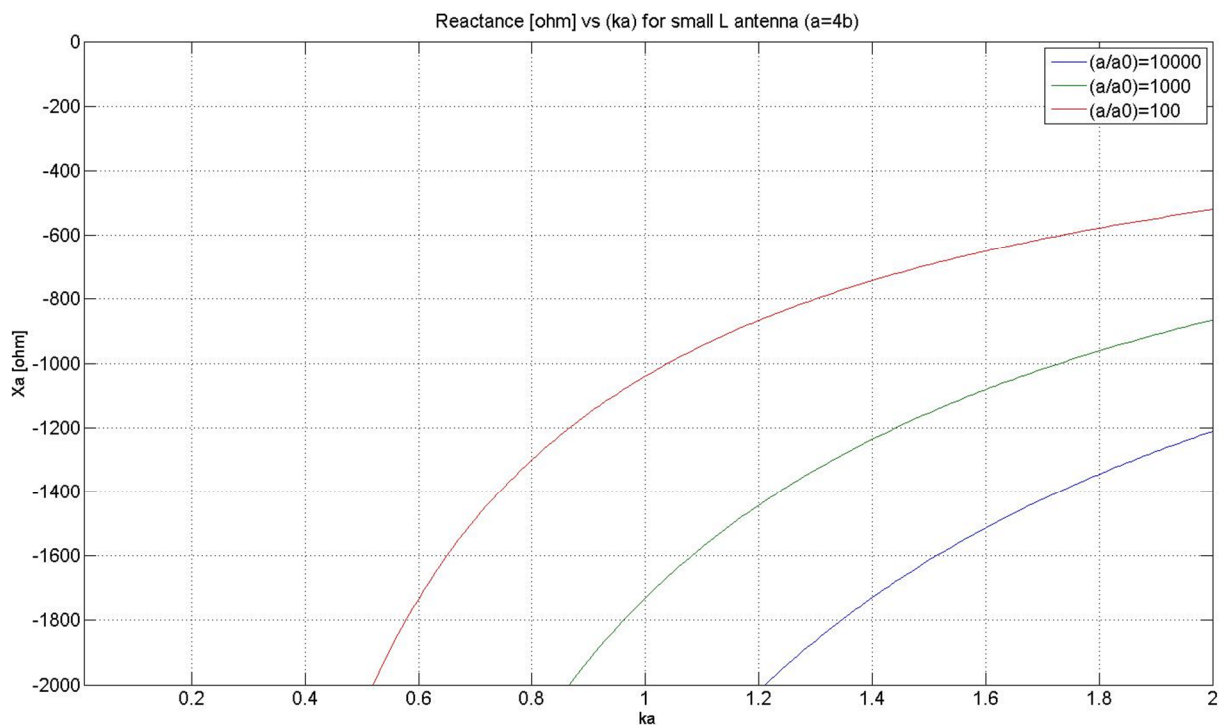
$$= \frac{-60}{k(a+b)^2} \cdot \left( a \cdot \left[ \ln \frac{a}{a_0} - 1 \right] + b \cdot \left[ \ln \frac{2b}{a_0} - 1 \right] \right) \quad (42)$$



Graf č. 10 Reaktance v závislosti na ka pro L anténu ( $a=b/4$ ) (vytvořeno v MATLABu)



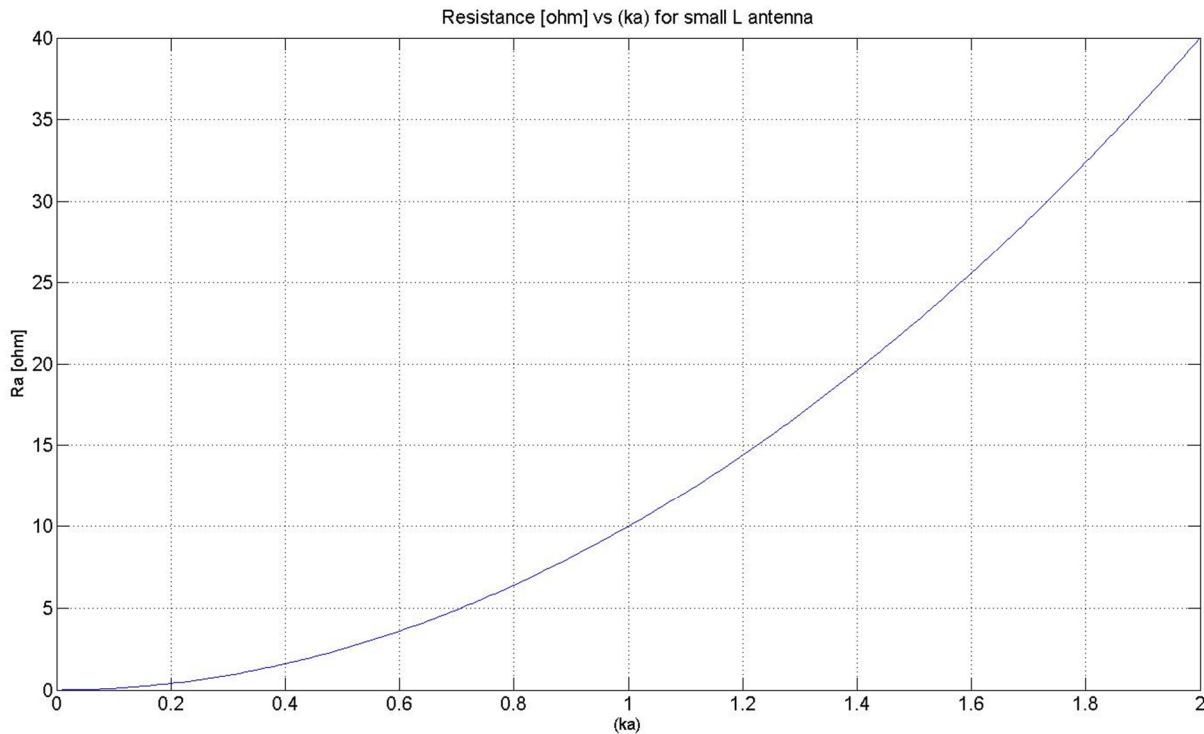
Graf č. 11 Reaktance v závislosti na  $ka$  pro  $L$  anténu ( $a=b$ ) (vytvořeno v MATLABu)



Graf č. 12 Reaktance v závislosti na  $ka$  pro  $L$  anténu ( $a=4b$ ) (vytvořeno v MATLABu)

a její reálnou část  $R_A$  můžeme vypočítat za pomoci vyzářeného výkonu (38) takto [7]:

$$R_A = \frac{2.P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{2.5k^2|I_0|^2a^2}{|I_0|^2} = 10.k^2.a^2 \quad (43)$$



Graf č. 13     *Rezistence v závislosti na ka pro L anténu (vytvořeno v MATLABu)*

### 3.4. Monopól

Jednopolová anténa je polovina dipólové antény umístěna nad deskou roviny. Za předpokladu, že rovina je nekonečná a dokonale vodivá, jednopolová anténa bude ekvivalentní jako dipól, jehož dolní polovina je obraz horní poloviny. Pak vyzářovací charakteristika (v horní polokouli) je stejná jako u dipólu. Protože pole jsou vyzářována jen v horní polokouli, celkový vyzářený výkon bude poloviční k dipólu, a tak i vstupní impedance bude také poloviční [7]:



$$P_{monopol} = \frac{1}{2} P_{dipol} \quad (44)$$

$$Z_{in(monopol)} = \frac{1}{2} \cdot Z_{in(dipol)} \quad (45)$$

takže bude platit také:

$$R_A(monopol) = \frac{1}{2} \cdot R_A(dipol), \quad X_A(monopol) = \frac{1}{2} \cdot X_A(dipol) \quad (46)$$

#### 4. VÝROBA A MĚŘENÍ

Pro měření jsme si vytvořili tři malé antény, konkrétně malý monopól, malou smyčkovou anténu a malou L anténu. Poté jsme pomocí vektorového analyzátoru proměřili jednotlivé antény. Měření proběhlo za standartních podmínek a před začátkem měřením bylo měřící zařízení standardně zkalibrováno.

Nejprve jsme jednotlivé antény změřili namířené do volného prostoru. Získali jsme hodnoty frekvence  $f$ , amplitudu koeficientu odrazu  $\Gamma_A [-]$  a fázi koeficientu odrazu  $\varphi [st]$ . Pro výpočet koeficientu odrazu použijeme vzorec [8]:

$$\Gamma[-] = \Gamma_A \cdot e^{j\varphi [rad]} \quad (47)$$

Jelikož získané hodnoty fáze koeficientu odrazu máme ve stupních, potřebujeme je převést na radiány, to uděláme pomocí vzorce:

$$\varphi[rad] = \frac{\varphi [st] \cdot \pi}{180} \quad (48)$$

Pomocí koeficientu odrazu můžeme vypočítat vstupní impedanci podle vztahu[8]:

$$Z_{in} = \frac{(1+\Gamma)}{(1-\Gamma)} \cdot Z_0 \quad (49)$$

kde  $Z_0$  je charakteristická impedance vedení

$Z_{in}$  je vstupní impedance.

Ze vstupní impedance získáme reálnou a imaginární část a z těch můžeme spočítat činitel jakosti i šířku pásma, podle vzorců (5),(8).

Poté jsme vložili jednotlivé antény do dutiny (cap) a znovu proměřili, abychom mohli spočítat vyzařovací účinnost podle vzorce [8]:

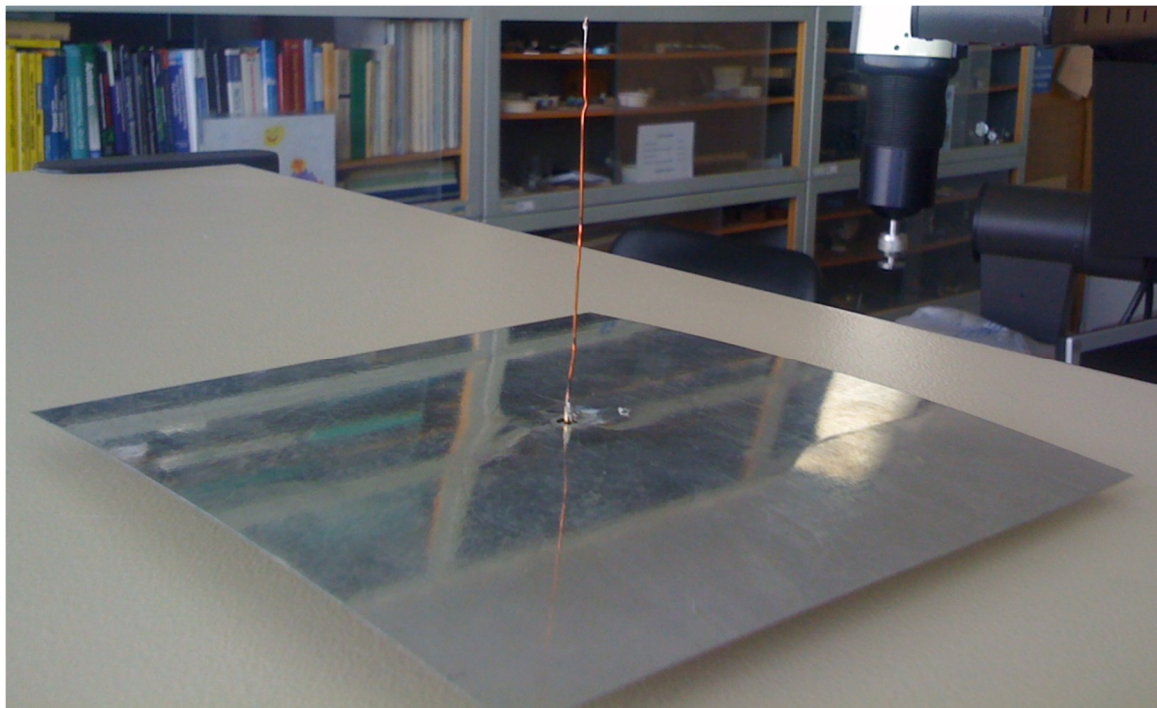
$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_l} \quad (47)$$

Protože měřením v dutině bude  $R_r$  rovno nule, tzn., že reálná část vstupní impedance bude  $R_l$ . Měřením ve volném prostoru získáme  $R_r$ , pokud je  $R_r = R_A - R_l$ .

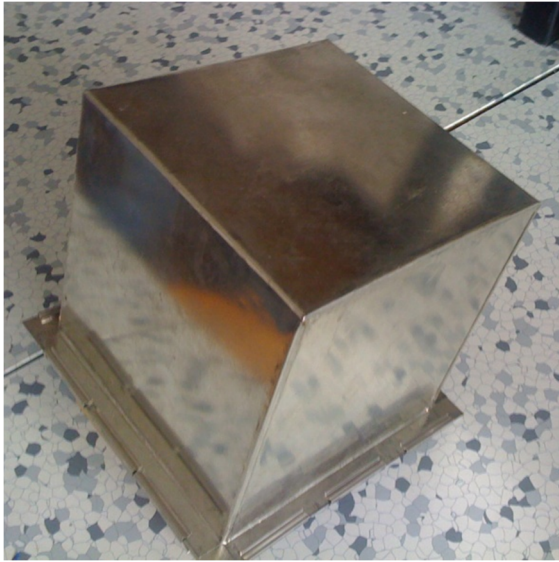
Všechny naměřené hodnoty jsou zpracované v programu MATLAB a jsou z nich vytvořené grafy k porovnání s teoretickými vztahy.

#### 4.1. Monopól

Monopól pro naše měření jsme vytvořili ze dvou částí, z vyzařovacího drátu a zemnicí roviny. Pro drát jsme zvolili měděný vodič o průměru 0,5 mm a o délce 75 mm (odpovídá přibližně  $\lambda/4$  pro 1GHz). Zemnicí rovinu jsme vytvořili z pocínovaného plechu o rozměrech 120x120 mm. Na spodní straně zemnicí roviny jsme upevnili SMA konektor pro snadné připojení k VNA. Na takto vytvořeném monopólu jsme měřili amplitudu a fázi koeficientu odrazu jak ve volném prostoru, tak v dutině.

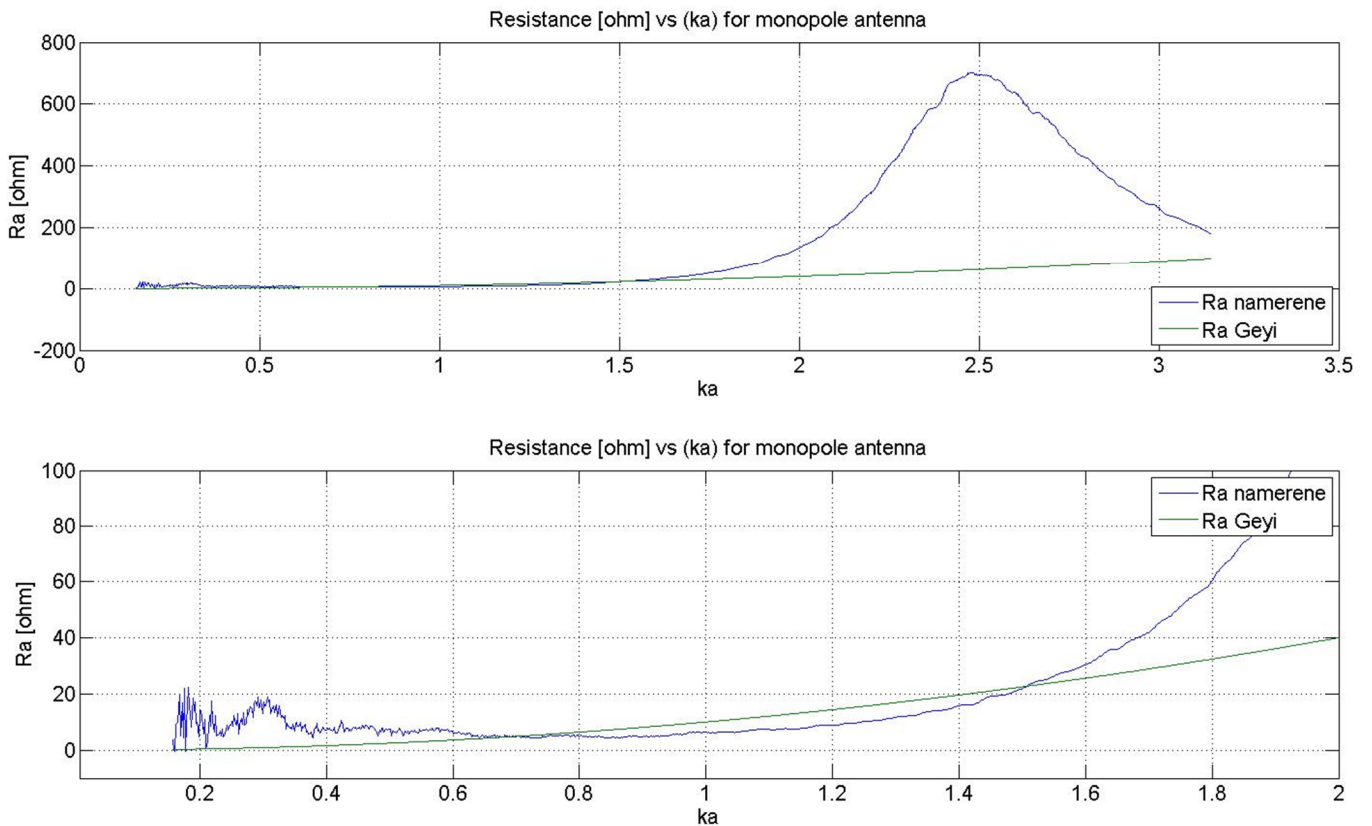


*Obr. č. 4 Realizovaný drátový monopól ve volném prostoru*



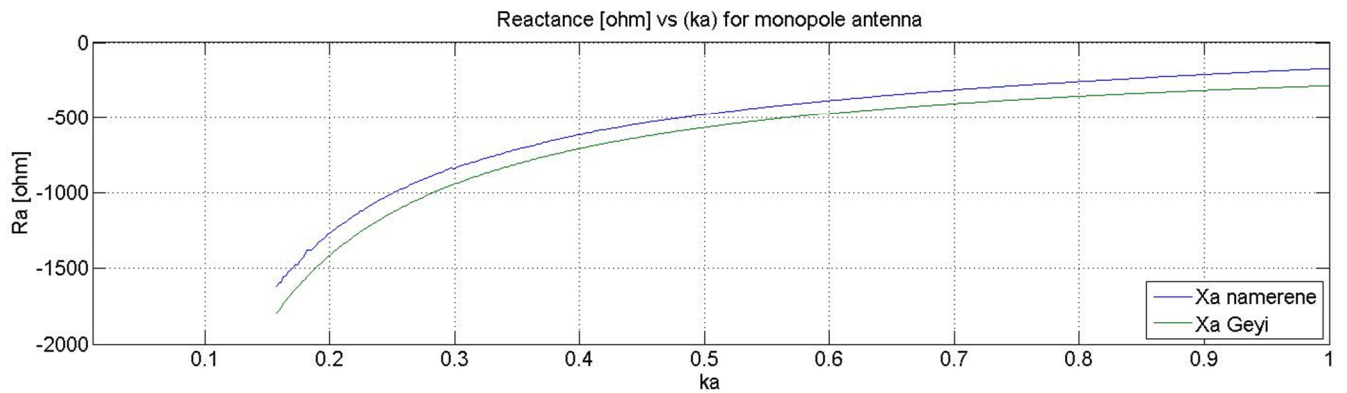
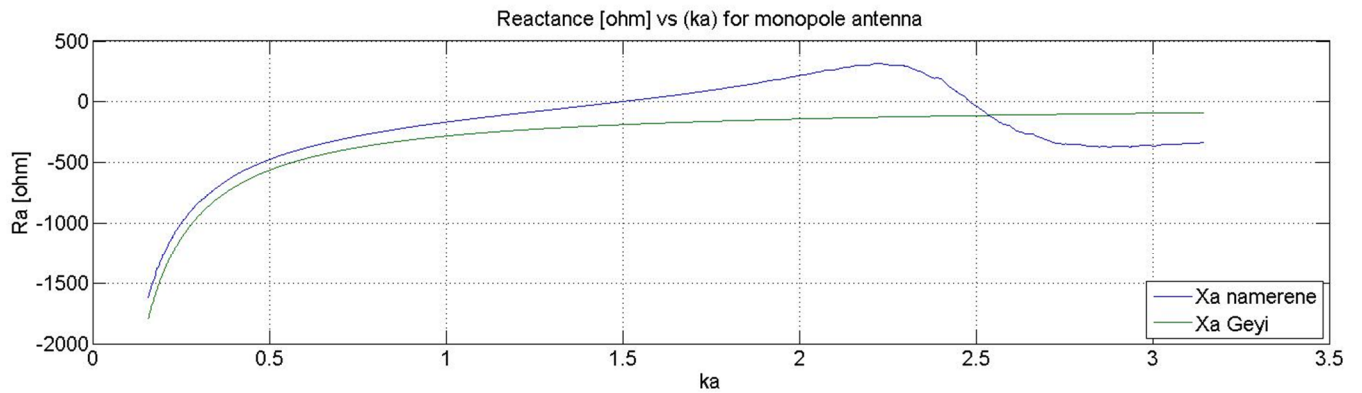
*Obr. č. 5 Realizovaný drátový monopól v dutině (cap)*

Tuto dutinu jsme použili u všech druhů použitých antén.



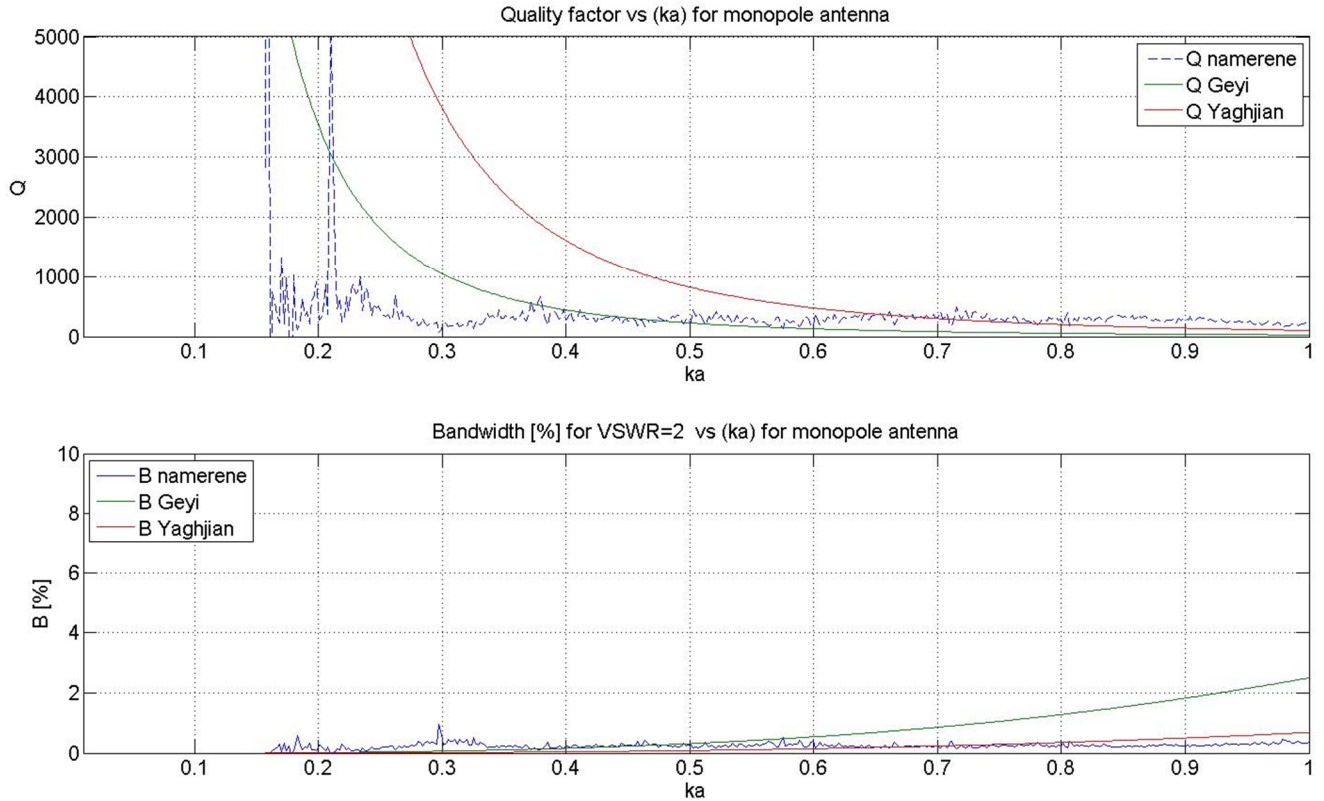
Graf č. 14 Rezistence v závislosti na  $ka$  pro monopól ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Hodnoty naměřené rezistence ve volném prostoru jsou vidět v grafu č. 14, pro srovnání jsou vyneseny do grafu i hodnoty teoretické podle Geyie. Z naměřených hodnot ve volném prostoru je patrné, že jsou téměř ve shodě s teoretickými hodnotami, které jsme počítali pro malé antény, až k bodu  $ka=1,5$  což odpovídá cca 0,95 GHz. Nad tuto hranici je vidět, že se obě křivky rozcházejí, jelikož tyto vztahy podle Geyie neumí nad tuto hranici počítat. Křivka naměřených hodnot stoupá až k maximu, které je v bodě  $ka=2,5$  což je cca 1,59 GHz a poté opět klesá.



*Graf č. 15    Reaktance v závislosti na  $ka$  pro monopól ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty*

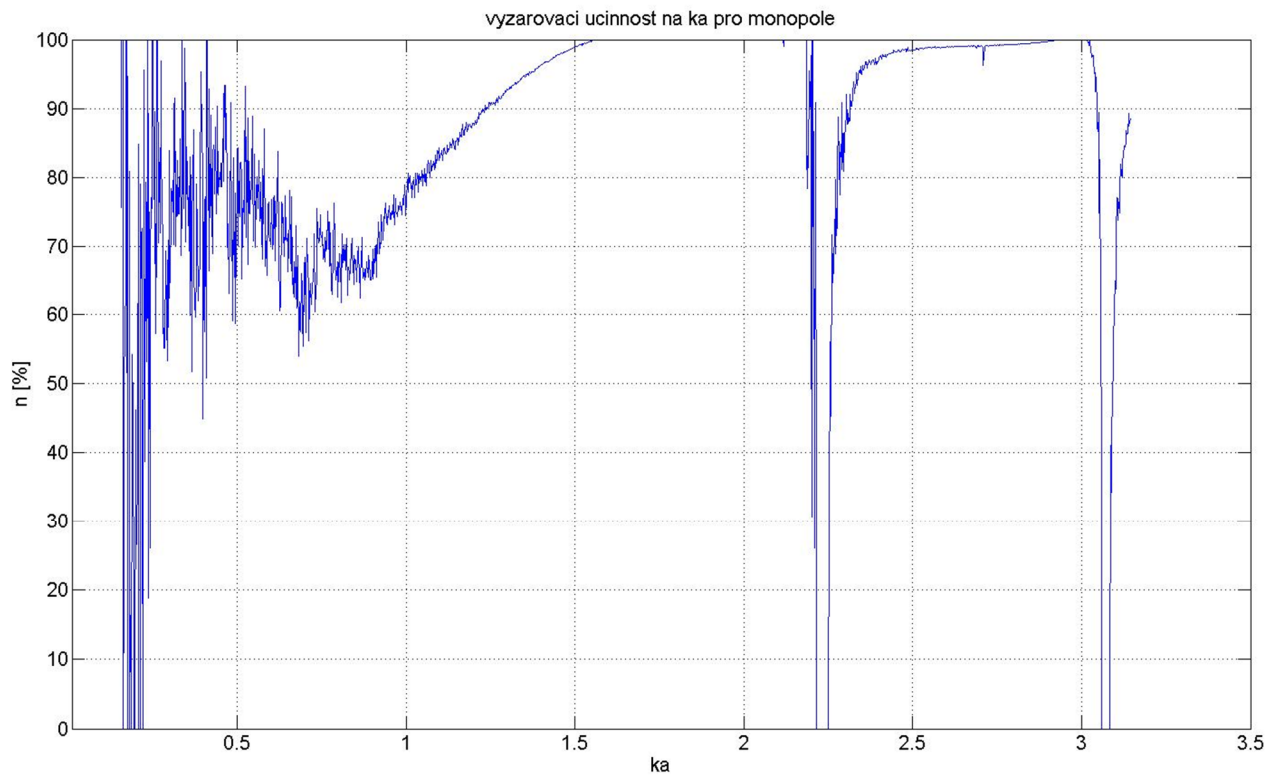
Graf č. 15 zobrazuje naměřené hodnoty reaktance monopólu ve volném prostoru spolu s teoretickými hodnotami. Až k bodu  $ka=1,0$ , což odpovídá 0,6 GHz, můžeme vidět, že se obě křivky tvarově shodují, ale nachází se mezi nimi posun. Od tohoto bodu se obě křivky rozbíhají, přičemž křivka naměřených hodnot stoupá až k maximum, které je v bodě  $ka=2,25$  což je cca 1,43 GHz, a poté klesá až na minimum, které je v bodě  $ka=2,7$  což je cca 1,72 GHz.



Graf č. 16 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na  $ka$  pro monopól ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Činitel jakosti naměřených hodnot ve volném prostoru i teoretických hodnot můžeme vidět v grafu č. 16. Teoretické hodnoty v tomto grafu zastávají dvě křivky, jedna je podle Geyie a druhá podle Yaghijana. Zde není tak patrná shoda jako u předešlých dvou grafů, ale přesto můžeme vidět drobnou shodu křivky naměřených hodnot s křivkou dle Geyie v pásmu od  $0,4-0,6 ka$ , což odpovídá  $0,25-0,38 GHz$ , a s křivkou dle Yaghijana v pásmu od  $0,65-0,8 ka$ , což odpovídá  $0,41-0,5 GHz$ .

Na tomtéž grafu můžeme také vidět šířku pásma v závislosti na  $ka$ . Křivka podle Geyie se téměř shoduje s naměřenými hodnotami až k bodu  $ka=0,5$ , což odpovídá  $0,31 GHz$ . Proti tomu křivka podle Yaghijana je ve shodě s měřenými hodnotami až ke  $ka=0,8$ , což odpovídá  $0,5 GHz$ .



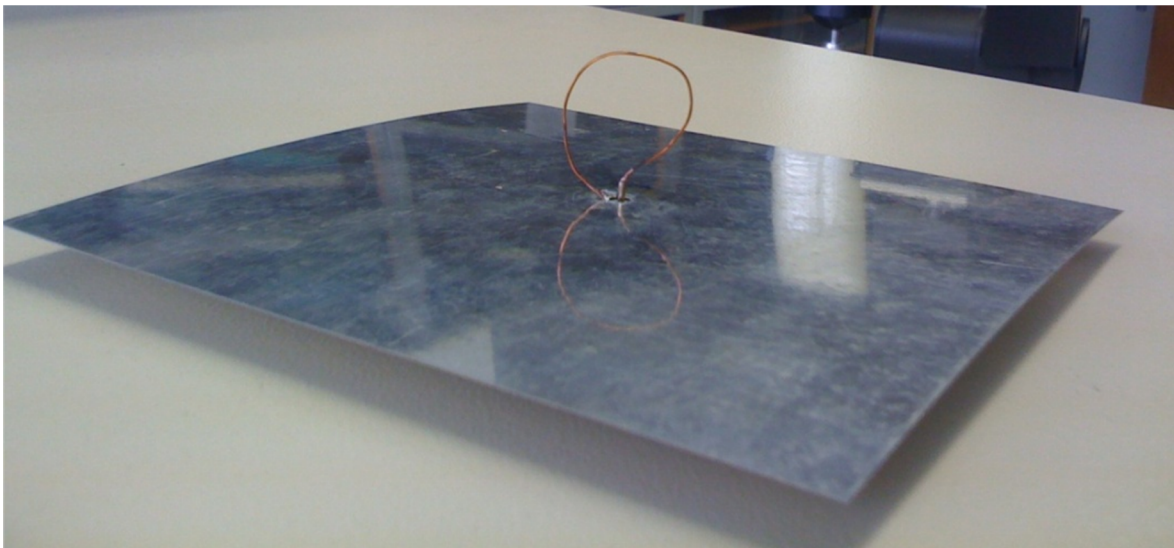
*Graf č. 17 Vyzařovací účinnost v závislosti na  $ka$  pro monopól, naměřené hodnoty*

Na grafu č. 17 vidíme vypočtenou výslednou vyzařovací účinnost. Podle tohoto grafu vykazuje anténa účinnost přibližně 90%, což je přijatelná hodnota. Také se nám zde objevily propady přibližně na  $ka=2,25$  což je cca 1,4 GHz a na  $ka=3$  což je cca 1,95 GHz.

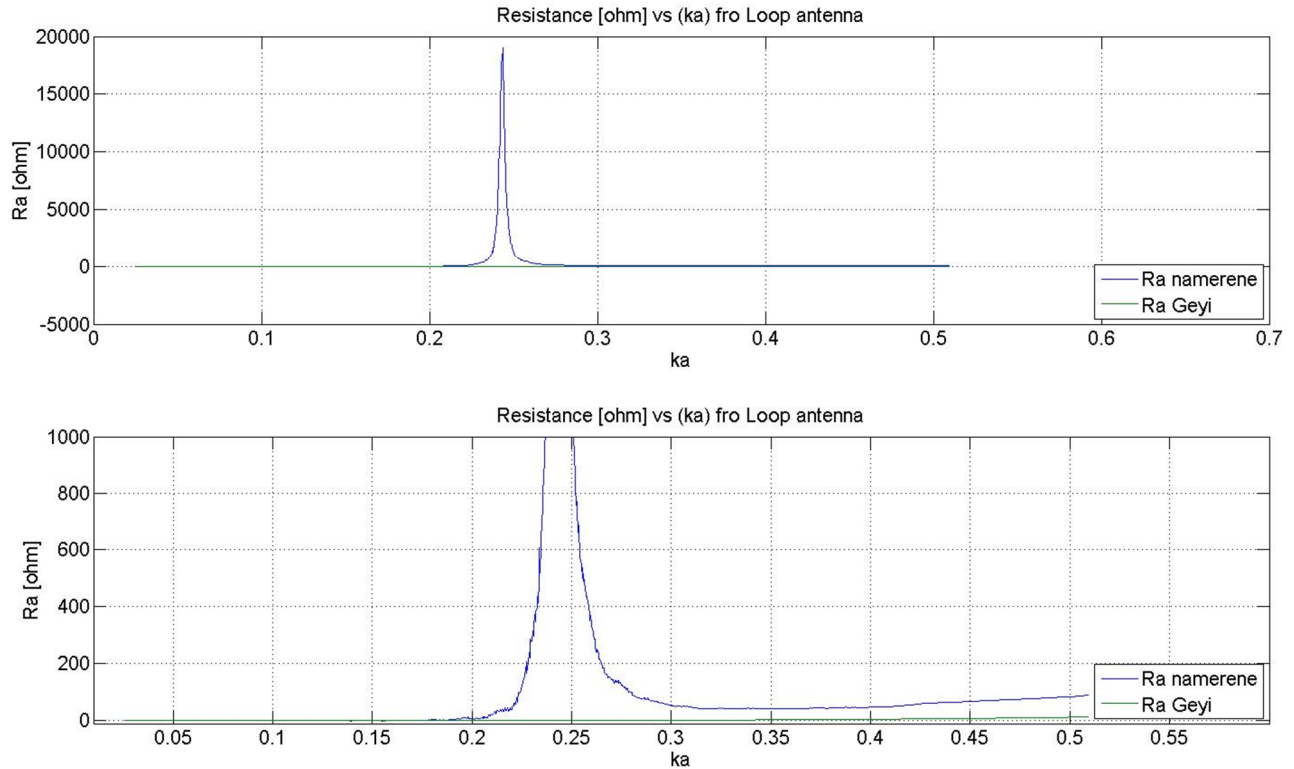


## 4.2. Smyčková anténa

Smyčkovou anténu pro naše měření jsme vytvořili ze dvou částí, z vyzařovacího drátu a zemnicí roviny. Pro drát jsme zvolili měděný vodič o průměru 0,5 mm a průměr smyčky je 24,3 mm. Zemnicí rovinu jsme použili z vyrobeného monopólu. Na spodní straně zemnicí roviny jsme upevnili SMA konektor pro snadné připojení k VNA. Na takto vytvořené smyčce jsme měřili amplitudu a fázi koeficientu odrazu jak ve volném prostoru, tak v dutině.

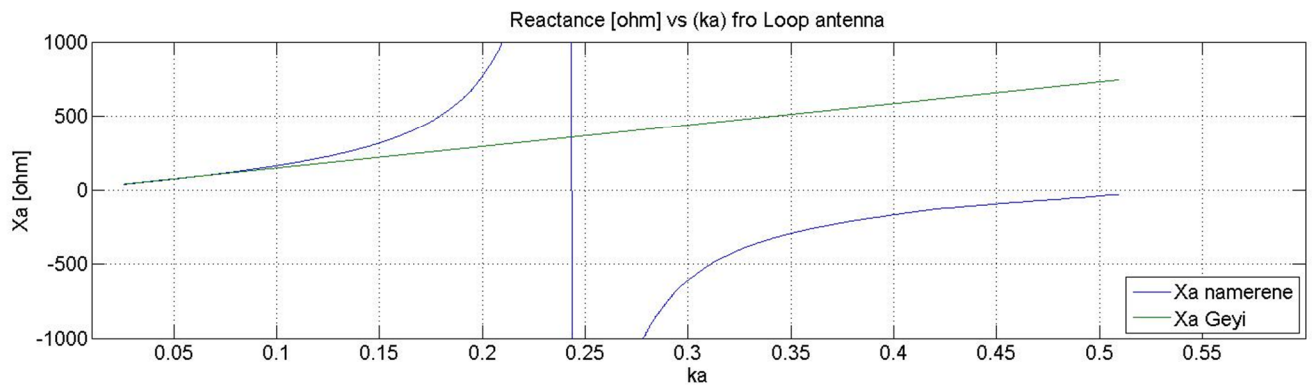
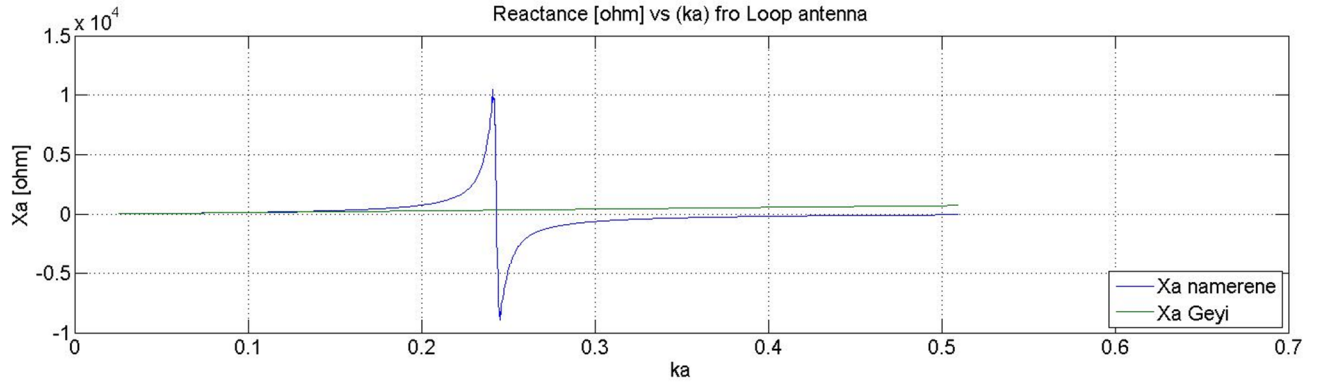


*Obr. č. 6 Realizovaná smyčková anténa ve volném prostoru*



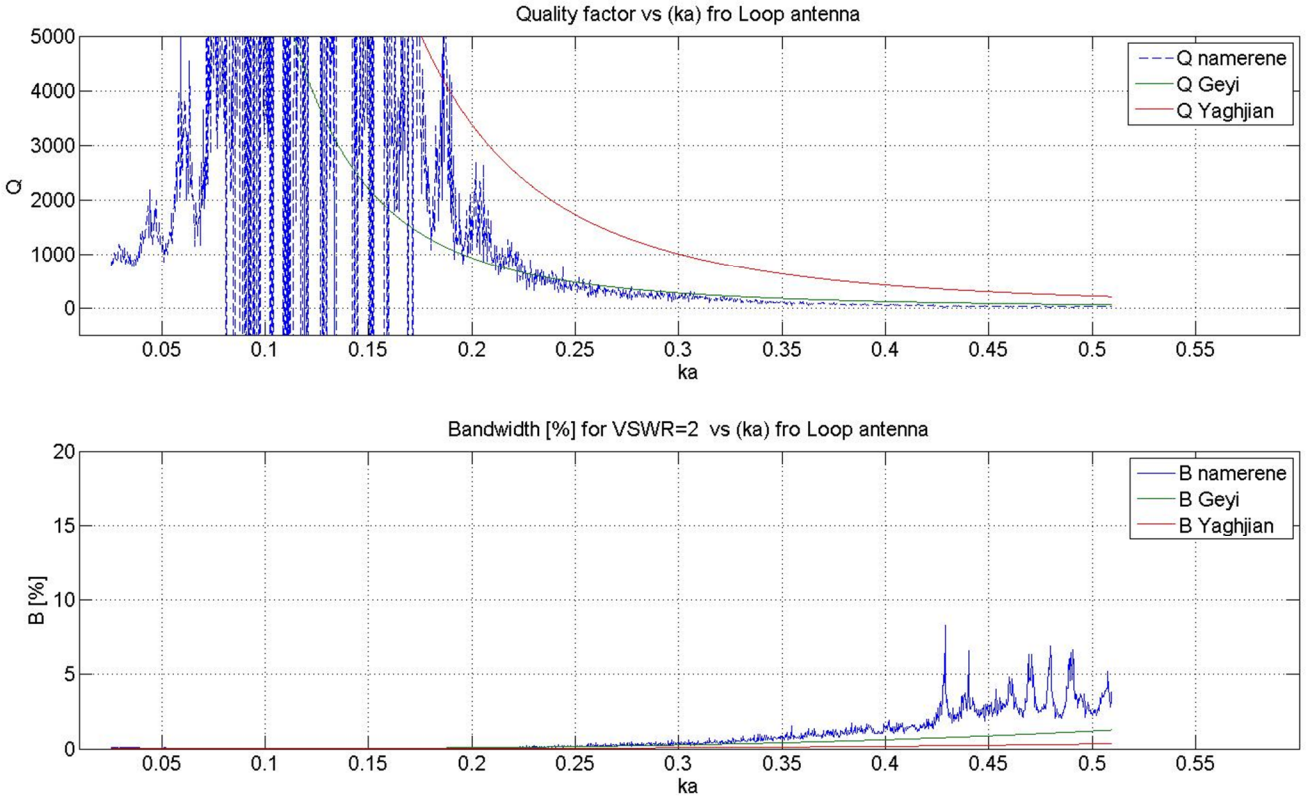
Graf č. 18 Rezistence v závislosti na  $ka$  pro smyčkovou anténu ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Hodnoty naměřené rezistence pro smyčkovou anténu jsou vidět v grafu č. 18, pro srovnání jsou vyneseny do grafu i hodnoty teoretické podle Geyie. Z naměřených hodnot ve volném prostoru je patrné, že jsou téměř ve shodě s teoretickými hodnotami v oblasti  $ka \leq 0,2$ , což odpovídá 0,8 GHz. Nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=0,24$  což je cca 0,9 GHz, a poté opět klesá.



Graf č. 19 *Reaktance v závislosti na  $ka$  pro smyčkovou anténu ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty*

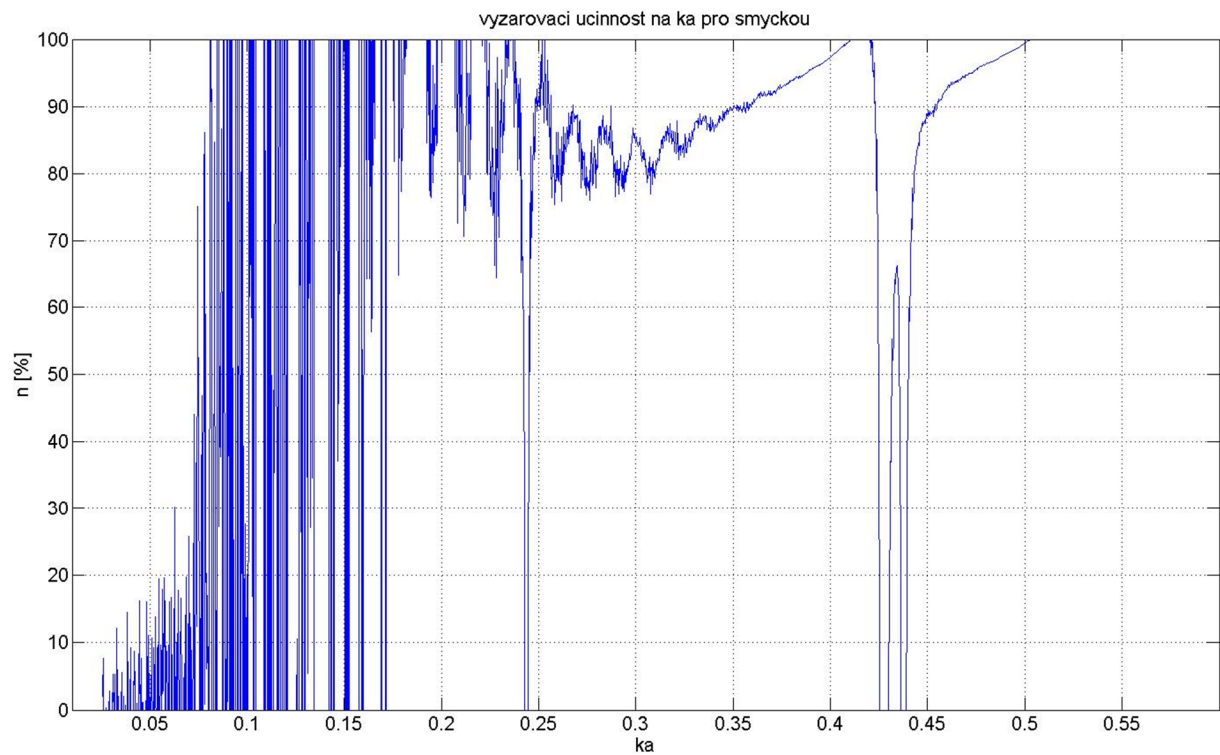
Graf č. 19 zobrazuje naměřené hodnoty reaktance smyčkové antény ve volném prostoru spolu s teoretickými hodnotami. Obě křivky jdou souběžně až k bodu  $ka = 0,1$ , což odpovídá 0,4 GHz. Nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximum, které je v bodě  $ka = 0,24$  což je cca 0,95 GHz a poté klesá na minimum, které je v bodě  $ka = 0,245$ , což odpovídá cca 0,96 GHz



Graf č. 20 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na  $ka$  pro smyčkovou anténu ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Činitel jakosti naměřených hodnot ve volném prostoru i teoretických hodnot můžeme vidět v grafu č. 20. Teoretické hodnoty v tomto grafu zastupují dvě křivky, jedna je podle Geyie a druhá podle Yaghijana. Od bodu  $ka=0,2$ , což odpovídá 0,86 GHz, se shoduje křivka naměřených hodnot s křivkou podle Geyie. Křivka podle Yaghijana se tvarově podobá oběma křivkám, ale ani s jednou se neshoduje.

Na tomtéž grafu můžeme také vidět šířku pásma v závislosti na  $ka$ . Křivky podle Geyie i podle Yaghijana se téměř shodují s naměřenými hodnotami až k bodu  $ka=0,3$ , což odpovídá 1,2 GHz, za touto hranicí se všechny křivky mírně rozcházejí.



Graf č. 21 Vyzařovací účinnost v závislosti na  $ka$  pro smyčkovou anténu, naměřené hodnoty

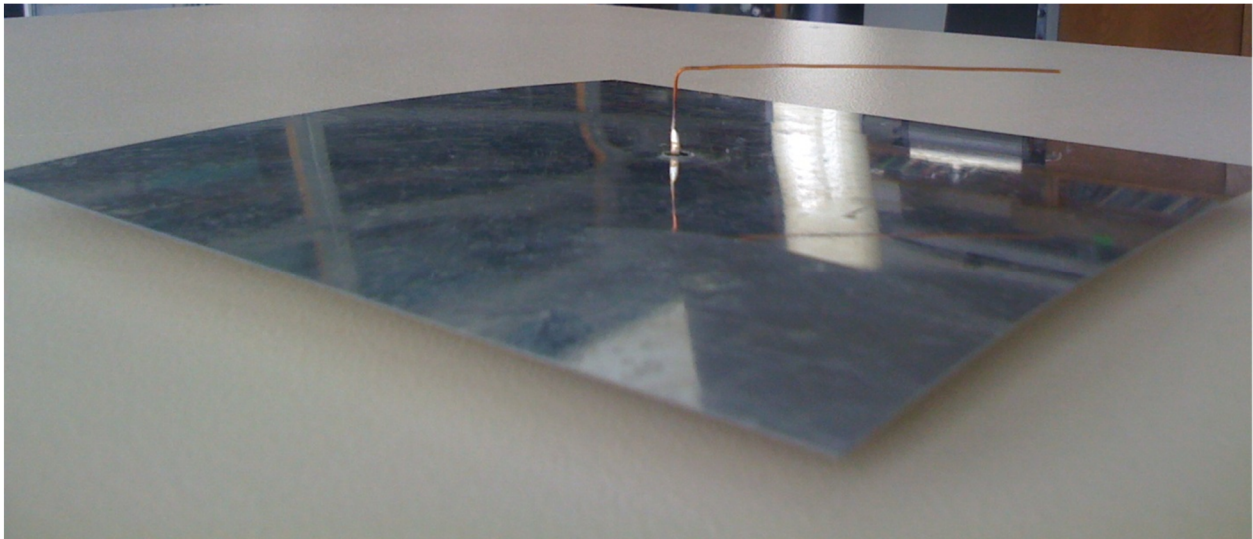
Na grafu č. 21 vidíme výslednou vyzařovací účinnost smyčkové antény. Podle tohoto grafu vykazuje anténa účinnost přibližně 90%, což je přijatelná hodnota. Také se nám zde objevily propady přibližně na  $ka=0,23$  což je cca 0,9 GHz a na  $ka=0,43$  což je cca 1,7 GHz.

### 4.3. L anténa

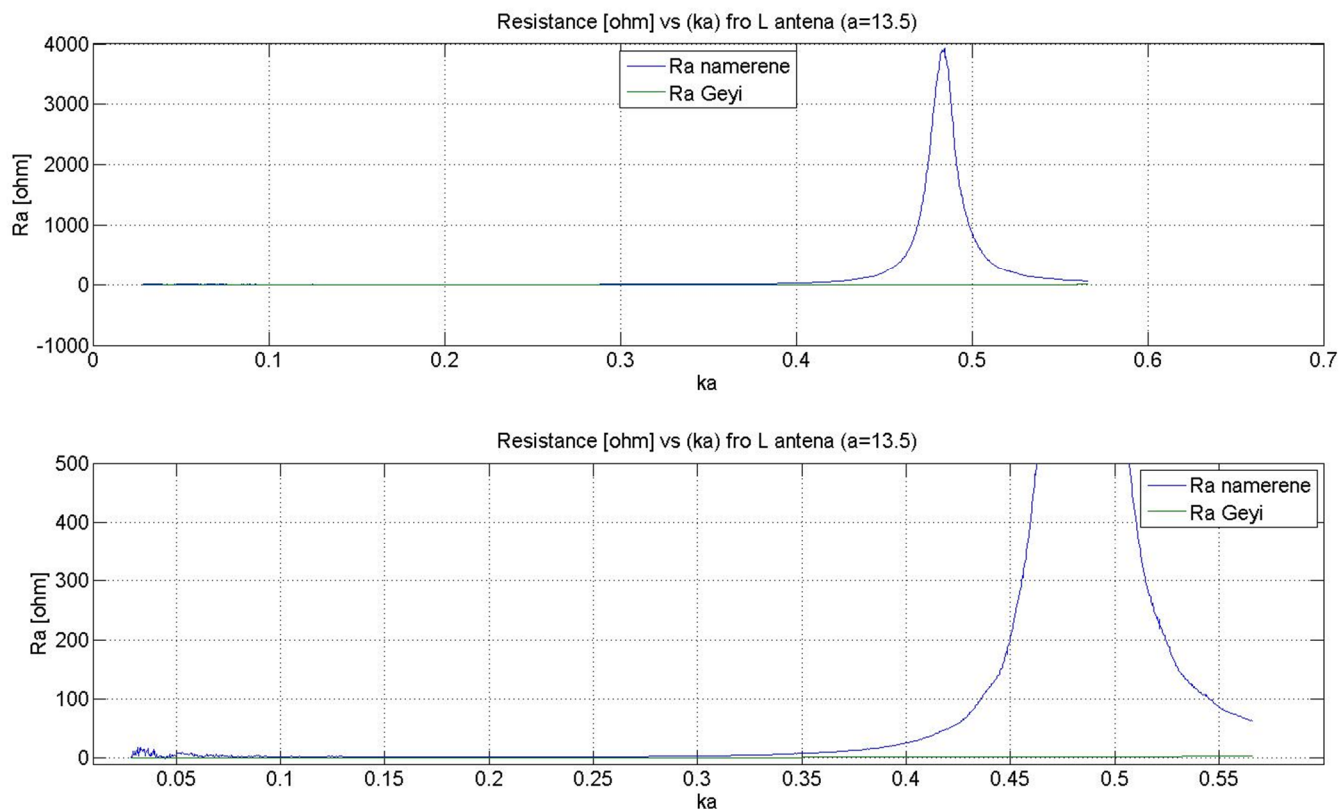
K tomuto měření jsme vytvořili tři různé L antény, pokaždé jiných rozměrů. Pro základ všech antén jsme použili již vytvořený monopól, který jsme třikrát ohnuli pokaždé v jiném místě, a tudíž jsme získali pokaždé jiný rozměr  $a$  a  $b$ .

#### 4.3.1. L anténa $a=13,5$ mm

K tomuto měření jsme si vytvořili L anténu z měděného drátu o rozměrech  $a=13,5$  mm a  $b=61,5$  mm a průměru 0,5 mm. Takto upravený drát jsme připevnili k zemní rovině, která má rozměry 120x120 mm. Na spodní straně zemní roviny jsme upevnili SMA konektor pro snadné připojení k VNA. Na takto vytvořené L anténě jsme měřili amplitudu a fázi koeficientu odrazu jak ve volném prostoru, tak v dutině.

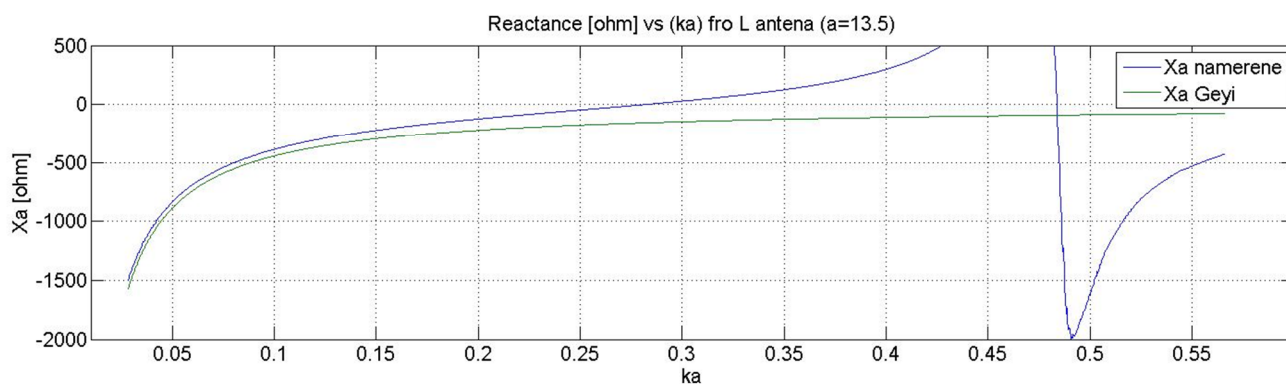
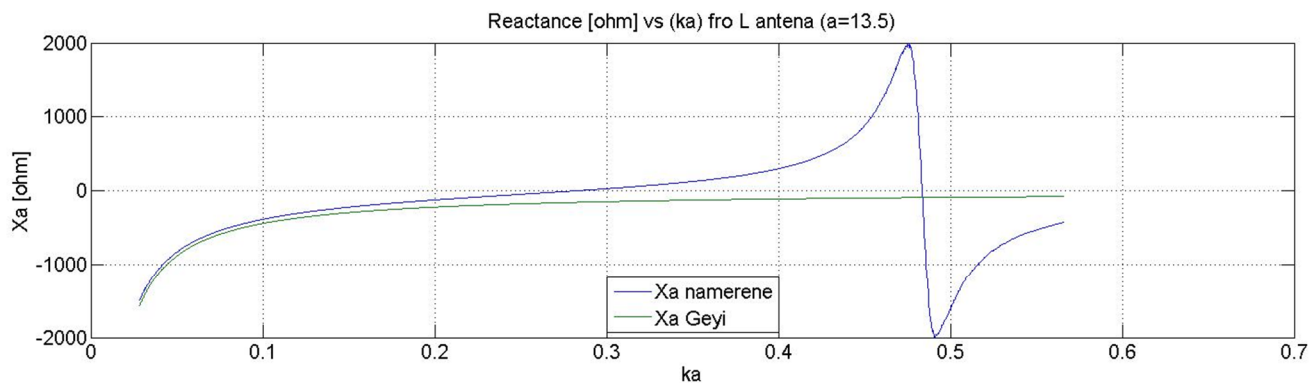


Obr. č. 7 Realizovaná L anténa ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru



Graf č. 22 *Rezistence v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty*

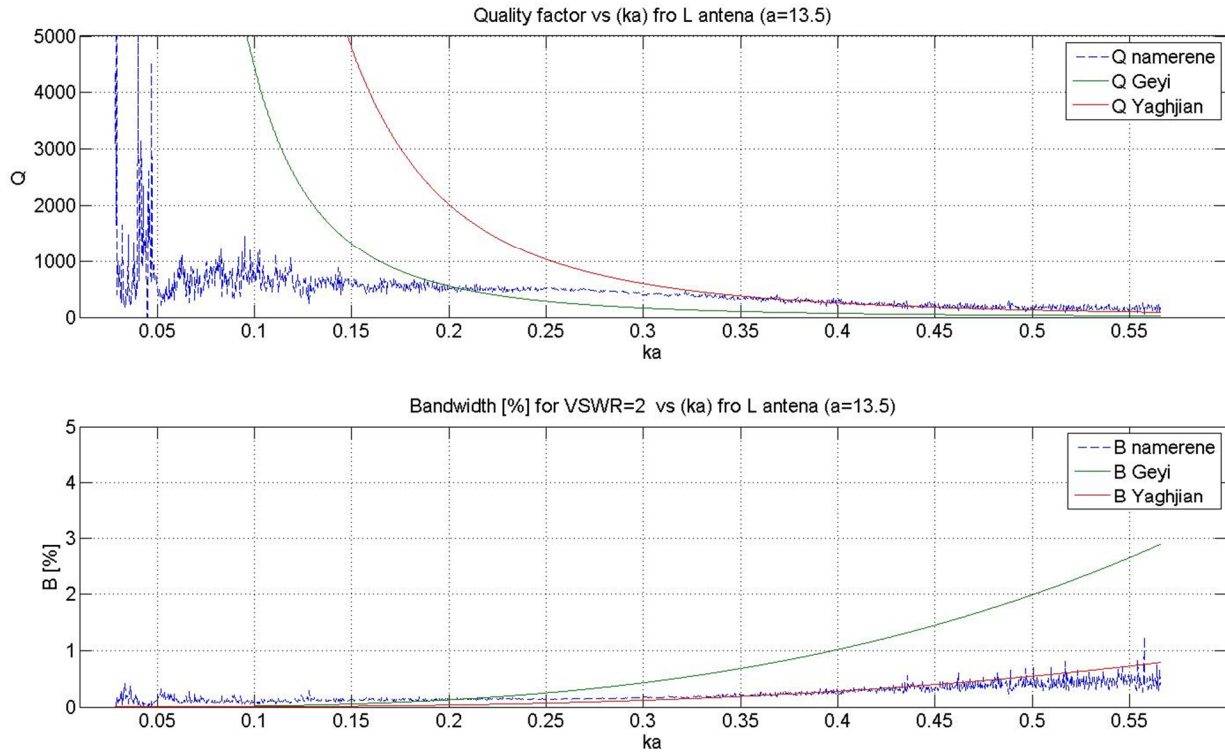
Graf č. 22 zobrazuje hodnoty rezistence L antény ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je vidět, že obě křivky, jak naměřených tak i teoretických hodnot, jdou shodně až k hranici  $ka=0,3$  a to odpovídá cca 1 GHz, nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=0,48$  což je cca 1,7 GHz a poté opět klesá.



Graf č. 23 Reaktance v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Další graf č. 23 ukazuje hodnoty reaktance L antény ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je patrné, že až k bodu  $ka=0,15$ , což odpovídá 0,5 GHz, se obě křivky tvarově shodují, ale nachází se mezi nimi posun. Od tohoto bodu se obě křivky rozbíhají, přičemž křivka naměřených hodnot stoupá až k maximu, které je v bodě  $ka=0,48$  což je cca 1,7 GHz, a poté prudce klesá až na minimum, které je v bodě  $ka=0,49$  což je cca 1,73 GHz.

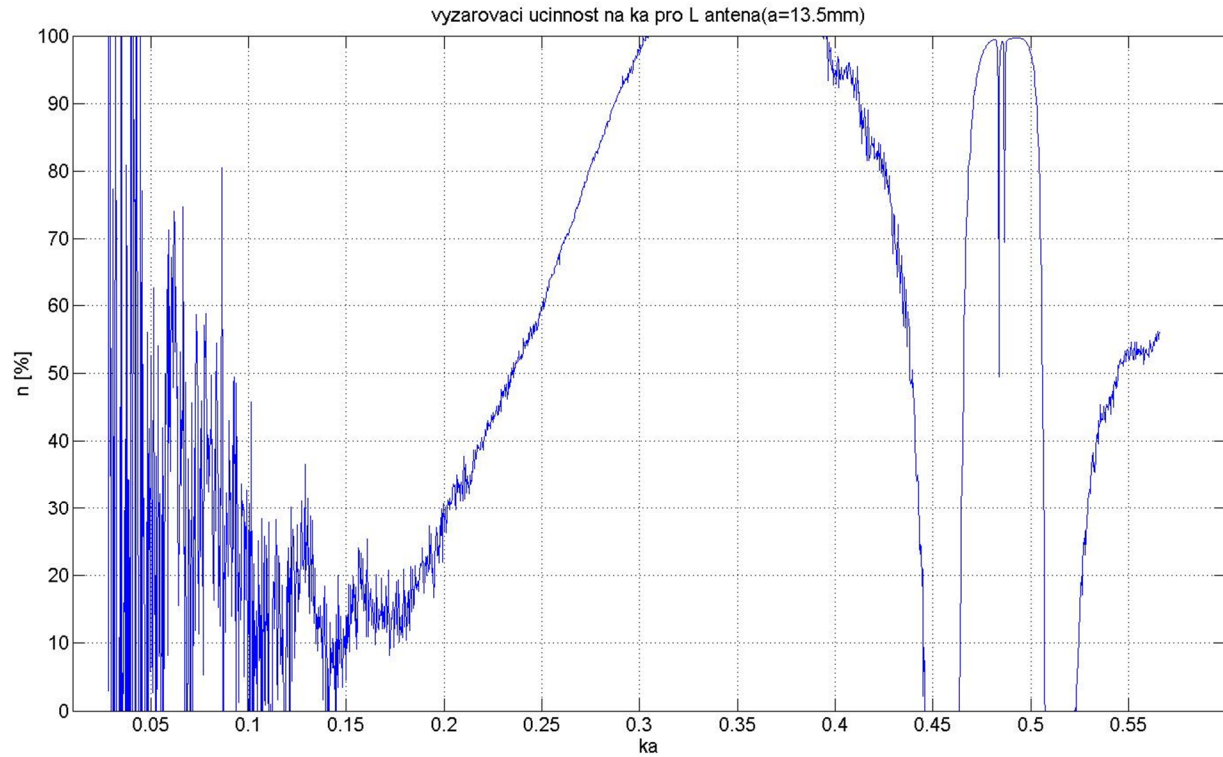




Graf č. 24 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na  $ka$  pro  $L$  anténu ( $a=13,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

V následujícím grafu č. 24 jsou vyobrazeny činitel jakosti a šířka pásma. Z grafu činitele jakosti je vidět, že se křivka naměřených hodnot shoduje s křivkou dle Yaghijana od bodu  $ka=0,35$ , což odpovídá 1,2 GHz. Křivka dle Geyie je od nich mírně vzdálená.

V grafu šířky pásma se s křivkou naměřených hodnot shoduje křivka dle Geyie až k bodu  $ka=0,2$ , což odpovídá 0,7 GHz, poté se obě křivky rozbíhají. Kdežto u křivky dle Yaghijana je shoda s naměřenými hodnotami až od bodu  $ka=0,3$ , což odpovídá 1 GHz.

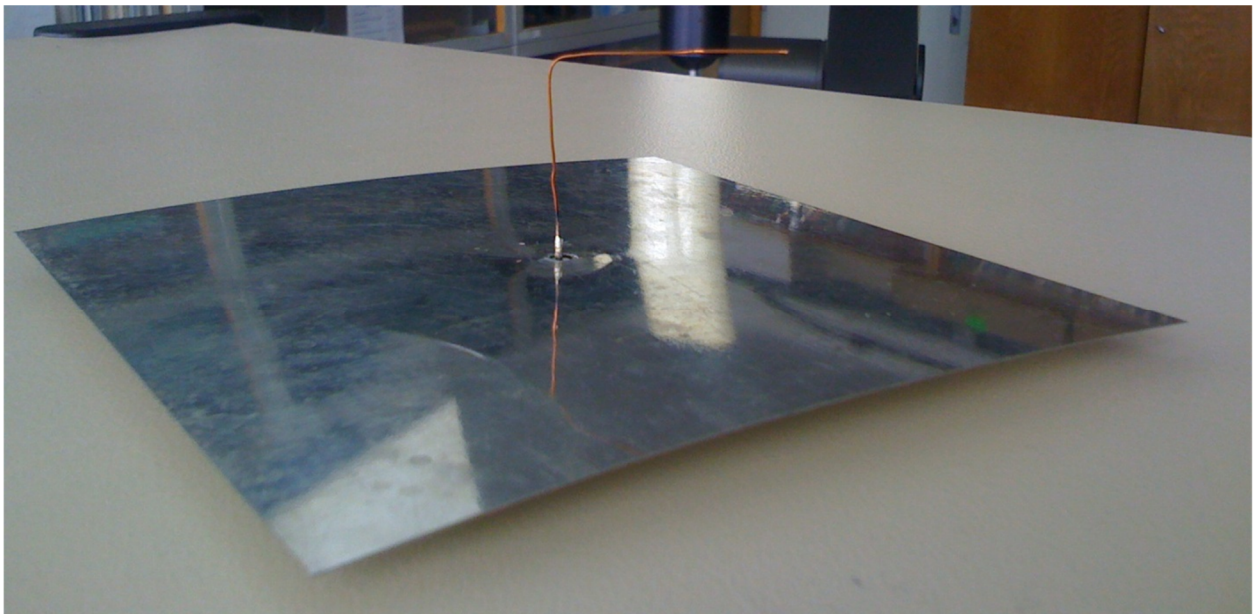


Graf č. 25 Vyzařovací účinnost v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=13,5$  mm), naměřené hodnoty

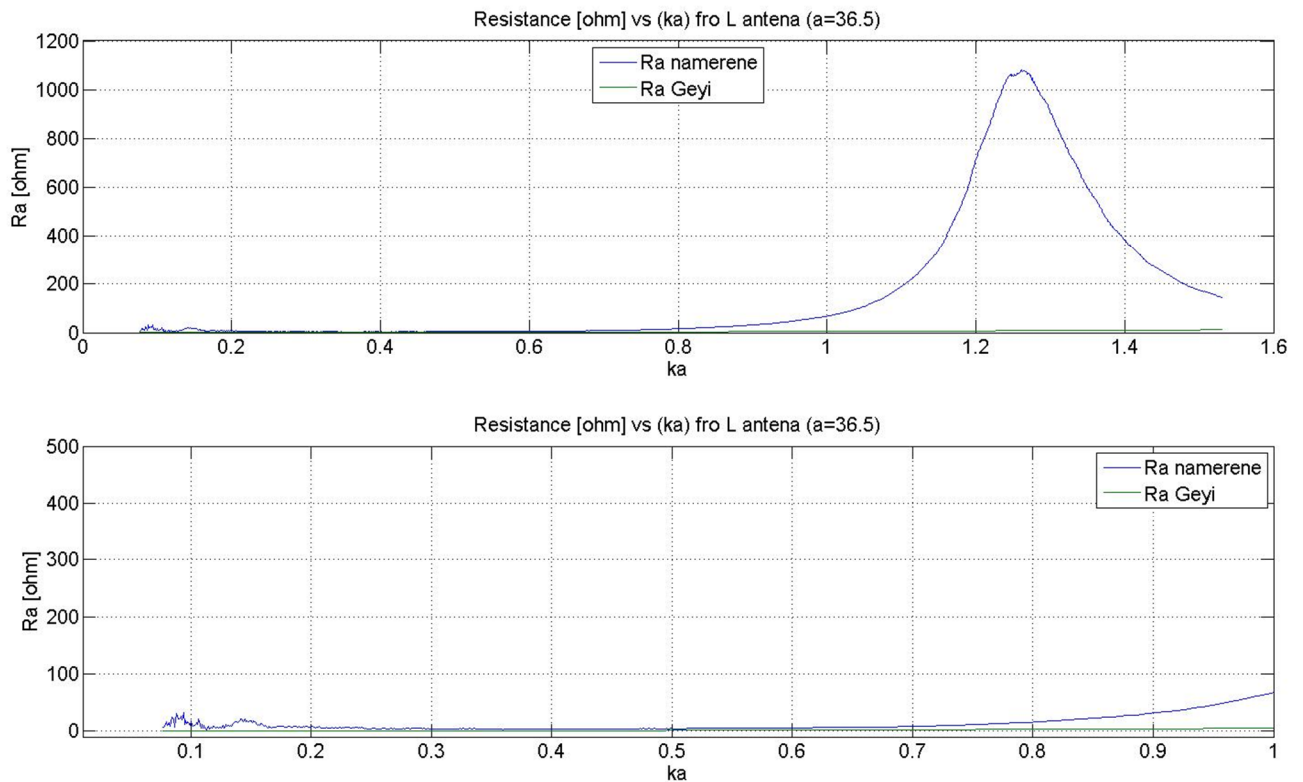
Na grafu č. 25 vidíme výslednou vyzařovací účinnost L antény ( $a=13,5$  mm). Podle tohoto grafu vykazuje anténa v oblasti do  $ka=0,2$  účinnost přibližně 30%, od tohoto bodu křivka stoupa až k 100%, poté se objevují propady přibližně na  $ka=0,45$  což je cca 1,6 GHz a na  $ka=0,52$  což je cca 1,85 GHz.

#### **4.3.2. L anténa $a=36,5$ mm**

K tomuto měření jsme si vytvořili L anténu z měděného drátu o rozměrech  $a=36,5$  mm a  $b=38,5$  mm a průměru 0,5 mm. Takto upravený drát jsme připevnili k zemní rovině, která má rozměry 120x120 mm. Na spodní straně zemní roviny jsme upevnili SMA konektor pro snadné připojení k VNA. Na takto vytvořené L anténě jsme měřili amplitudu a fázi koeficientu odrazu jak ve volném prostoru, tak v dutině.

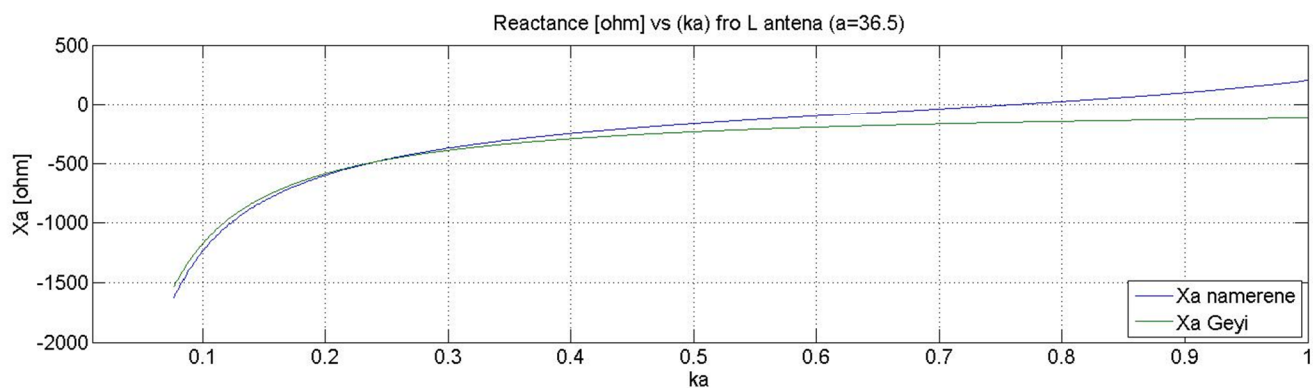
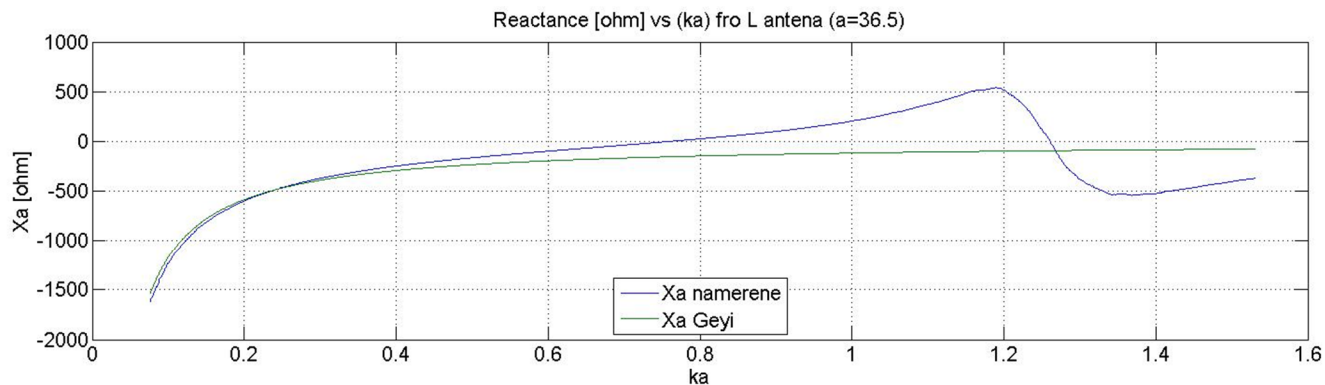


*Obr. č. 8 Realizovaná L anténa ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru*



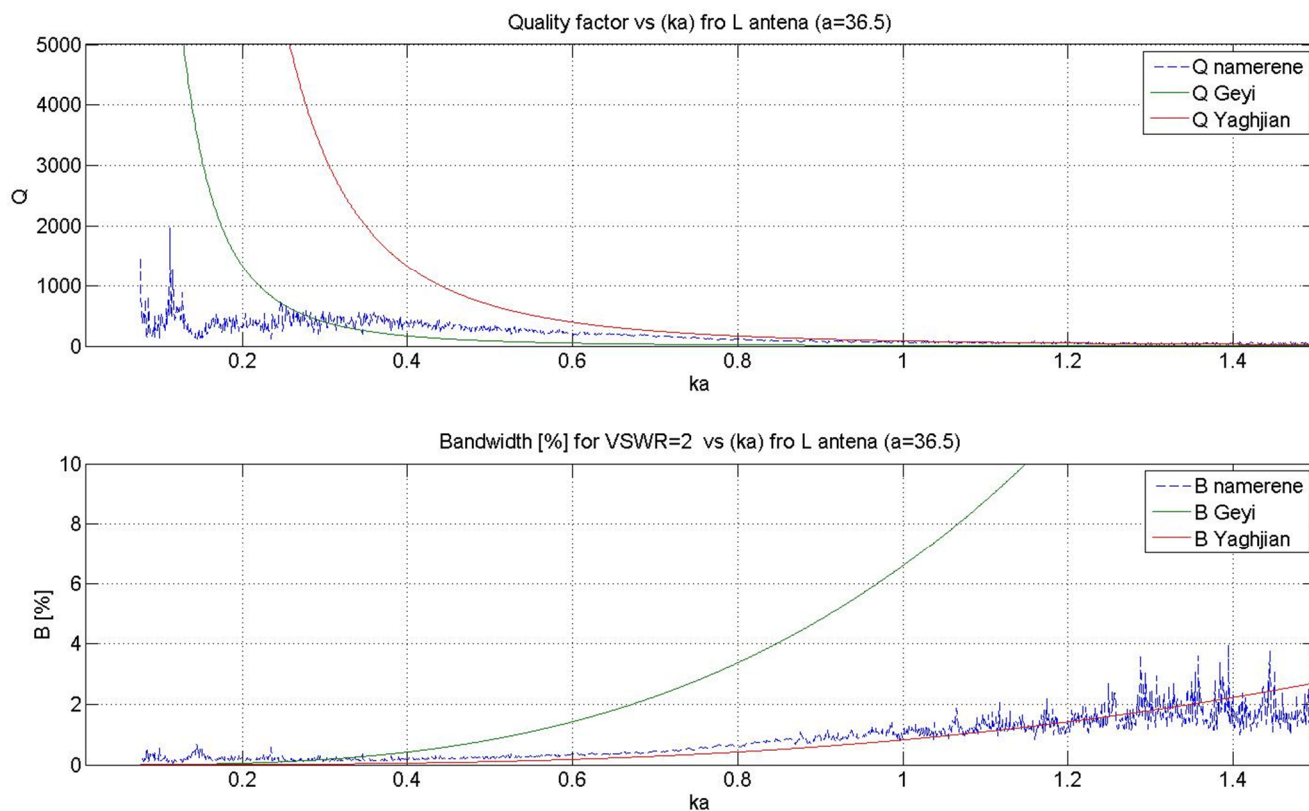
Graf č. 26 *Rezistence v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty*

Graf č. 26 zobrazuje hodnoty rezistence L antény ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je vidět, že obě křivky, jak naměřených tak i teoretických hodnot, jdou shodně až k hranici  $ka=0,7$ , což odpovídá 0,9 GHz. Nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=1,23$  což je cca 1,6 GHz a poté opět klesá.



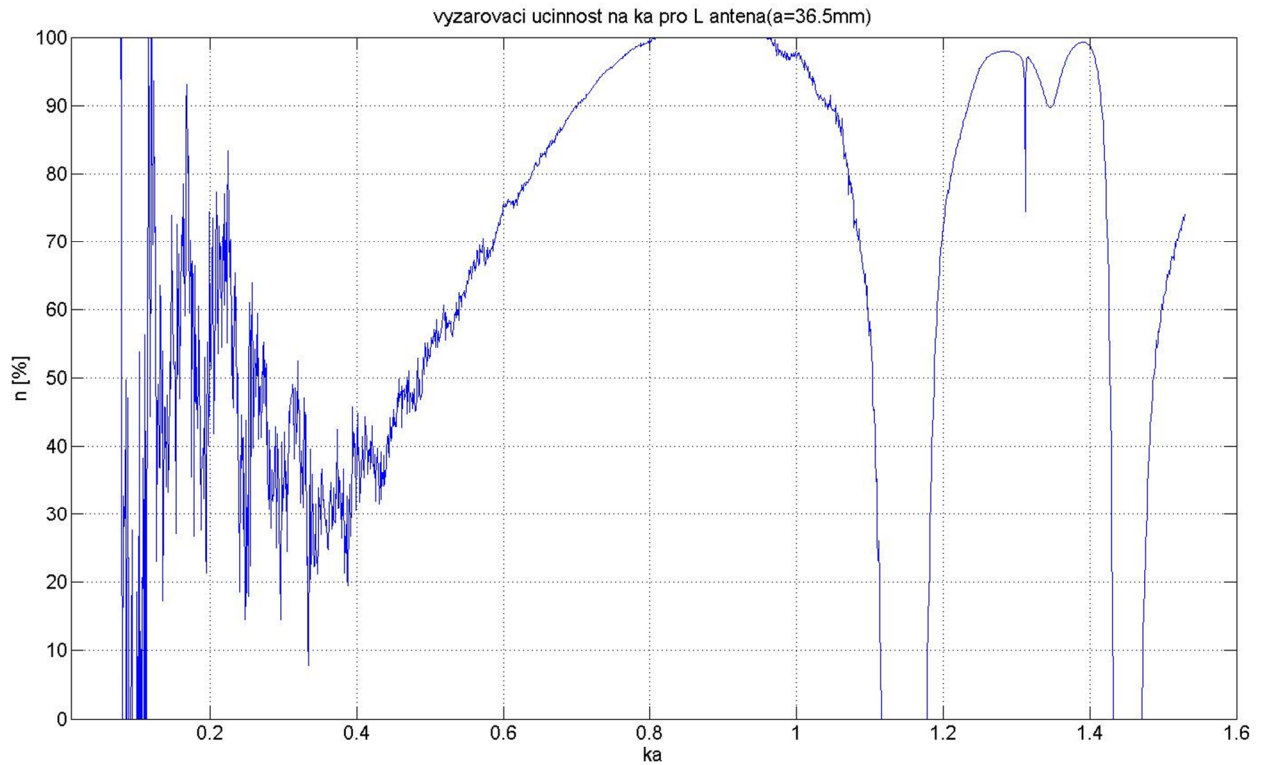
Graf č. 27 Reaktance v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

Další graf č. 27 ukazuje hodnoty reaktance L antény ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je patrné, že obě křivky, jak naměřených tak i teoretických hodnot, jsou téměř shodné, ovšem pouze až k hranici  $ka=0,3$ , což odpovídá 0,4 GHz. Nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=1,2$  což je cca 1,55 GHz, a poté klesá až na minimum, které je v bodě  $ka=1,36$  což je cca 1,7 GHz.



Graf č. 28 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na  $ka$  pro  $L$  anténu ( $a=36,5$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

V následujícím grafu č. 28 jsou vyobrazeny činitel jakosti a šířka pásma. Z grafu činitele jakosti je vidět, že křivka naměřených hodnot se od bodu  $ka=0,8$ , což odpovídá 1 GHz, shoduje s křivkou dle Yaghijana, od bodu  $ka=1,0$  dále, což odpovídá 1,3 GHz, se shodují všechny tři křivky. Patrná shoda je také v grafu šířky pásma až k bodu  $ka=0,4$ , což odpovídá 0,56 GHz, za touto hranicí jde shodně křivka naměřených hodnot s křivkou podle Yaghijana a křivka podle Geyie se od nich oddaluje.

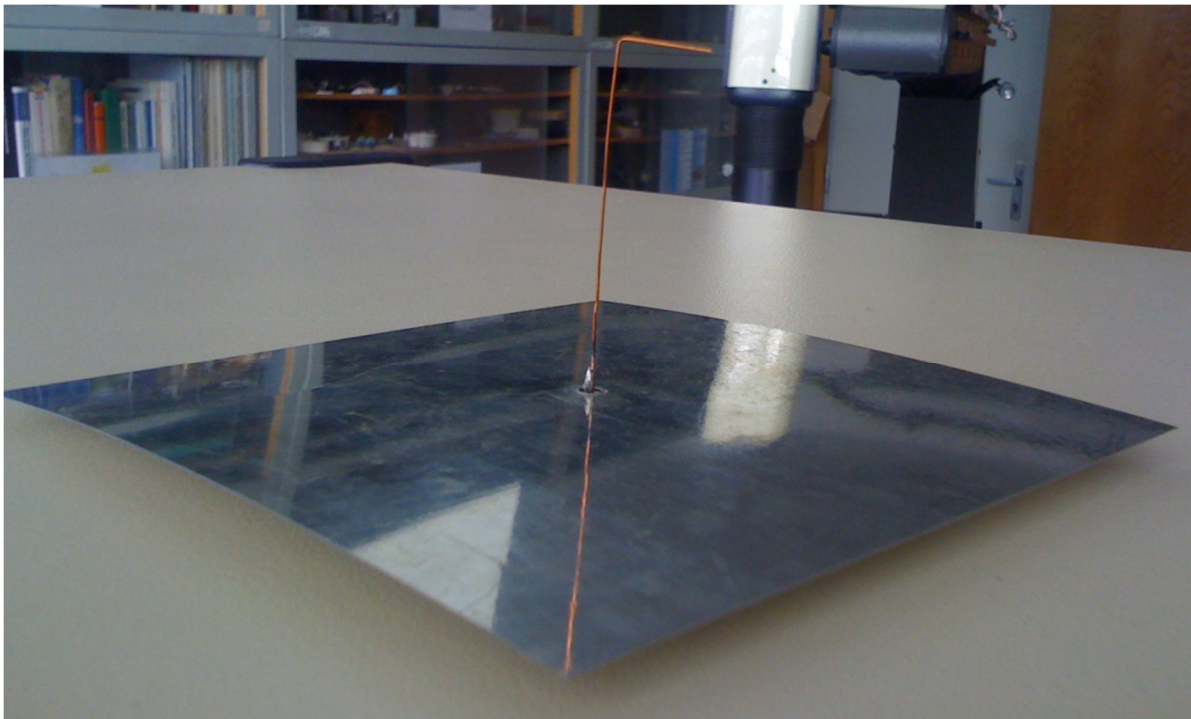


*Graf č. 29 Vyzařovací účinnost v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=36,5$  mm), naměřené hodnoty*

Na grafu č. 29 vidíme výslednou vyzařovací účinnost L antény ( $a=36,5$  mm). Podle tohoto grafu vykazuje anténa v oblasti do  $ka= 0,4$  účinnost průměrně 50%, od této hranice stoupá křivka až na 100%, poté se objevují propady přibližně na  $ka=1,18$  což je cca 1,54 GHz a na  $ka=1,45$  což je cca 1,9 GHz.

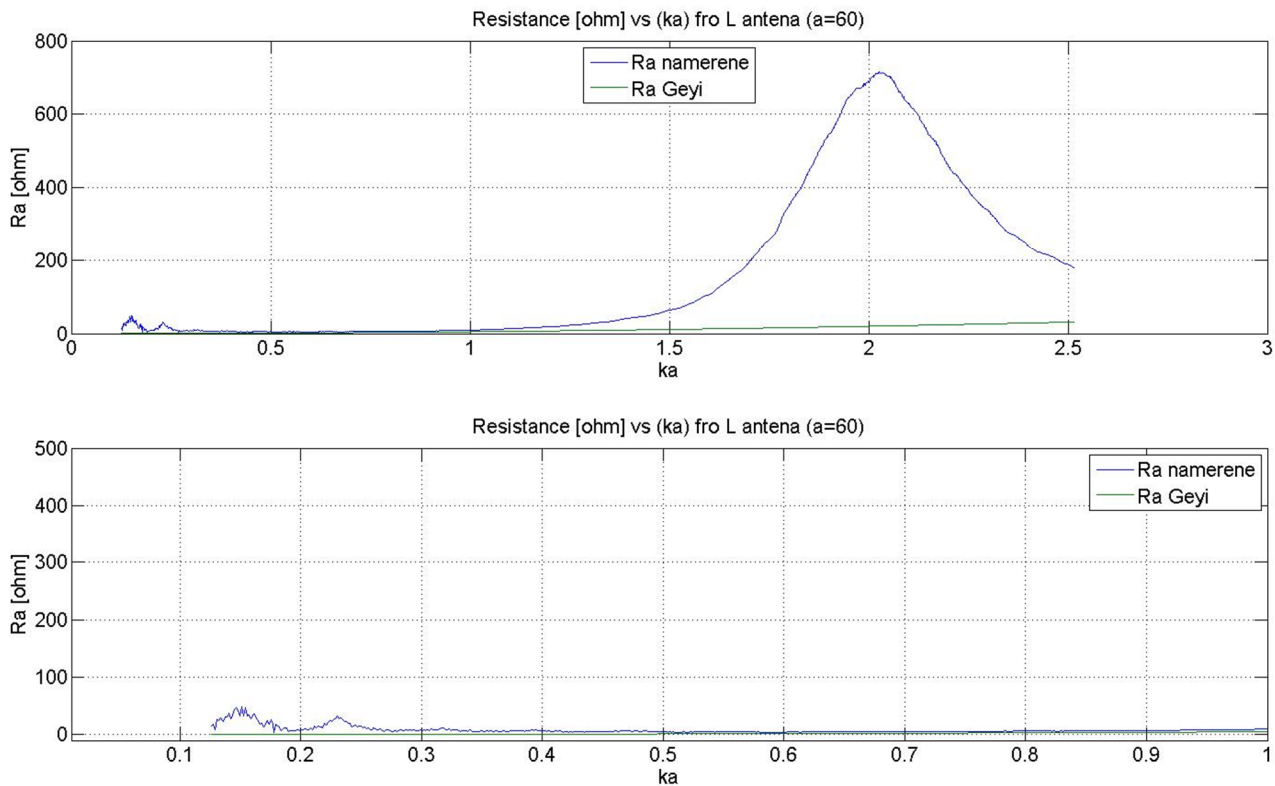
### 4.3.3. *L* anténa $a=60\text{ mm}$

K tomuto měření jsme si vytvořili *L* anténu z měděného drátu o rozměrech  $a=60\text{ mm}$  a  $b=15\text{ mm}$  a průměru  $0,5\text{ mm}$ . Takto upravený drát jsme připevnili k zemnicí rovině, která má rozměry  $120\times 120\text{ mm}$ . Na spodní straně zemnicí roviny jsme upevnili SMA konektor pro snadné připojení k VNA. Na takto vytvořené *L* anténě jsme měřili amplitudu a fázi koeficientu odrazu jak ve volném prostoru, tak v dutině.



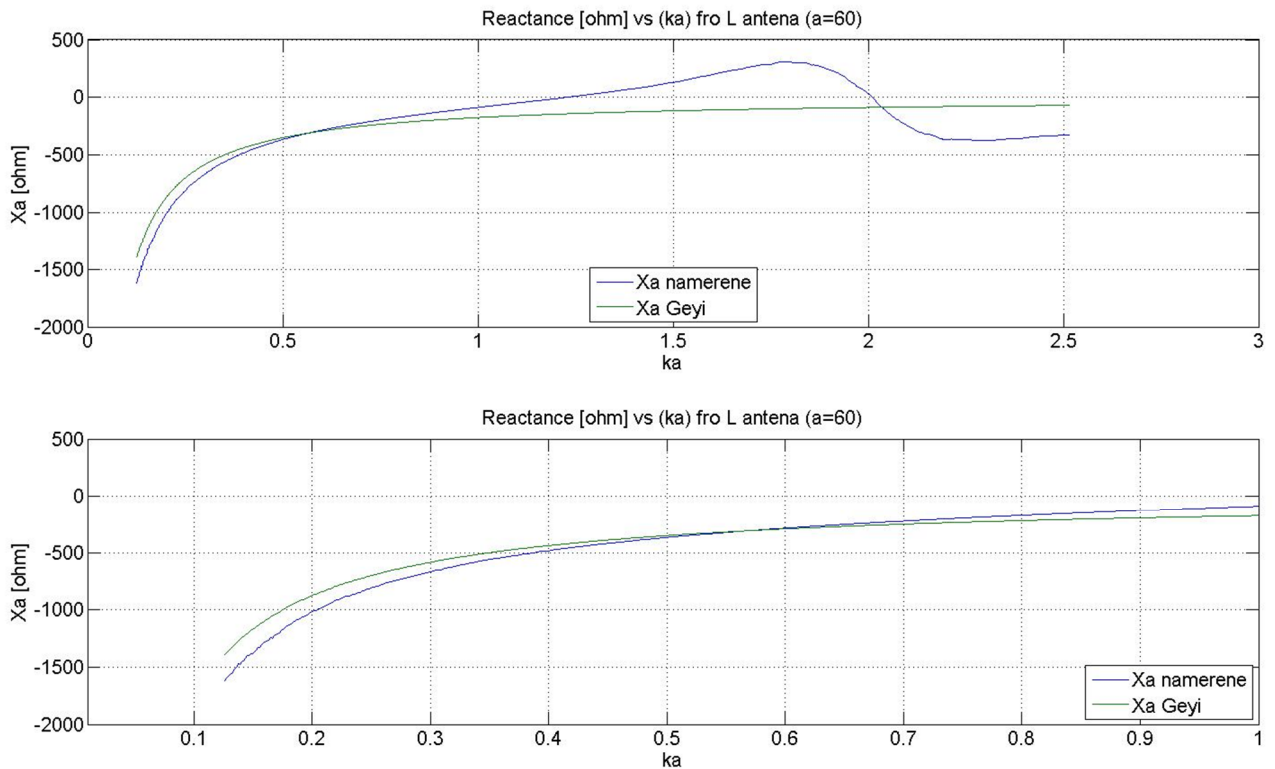
Obr. č. 9 *Realizovaná L anténa ( $a=60\text{ mm}$ ) ve volném prostoru*





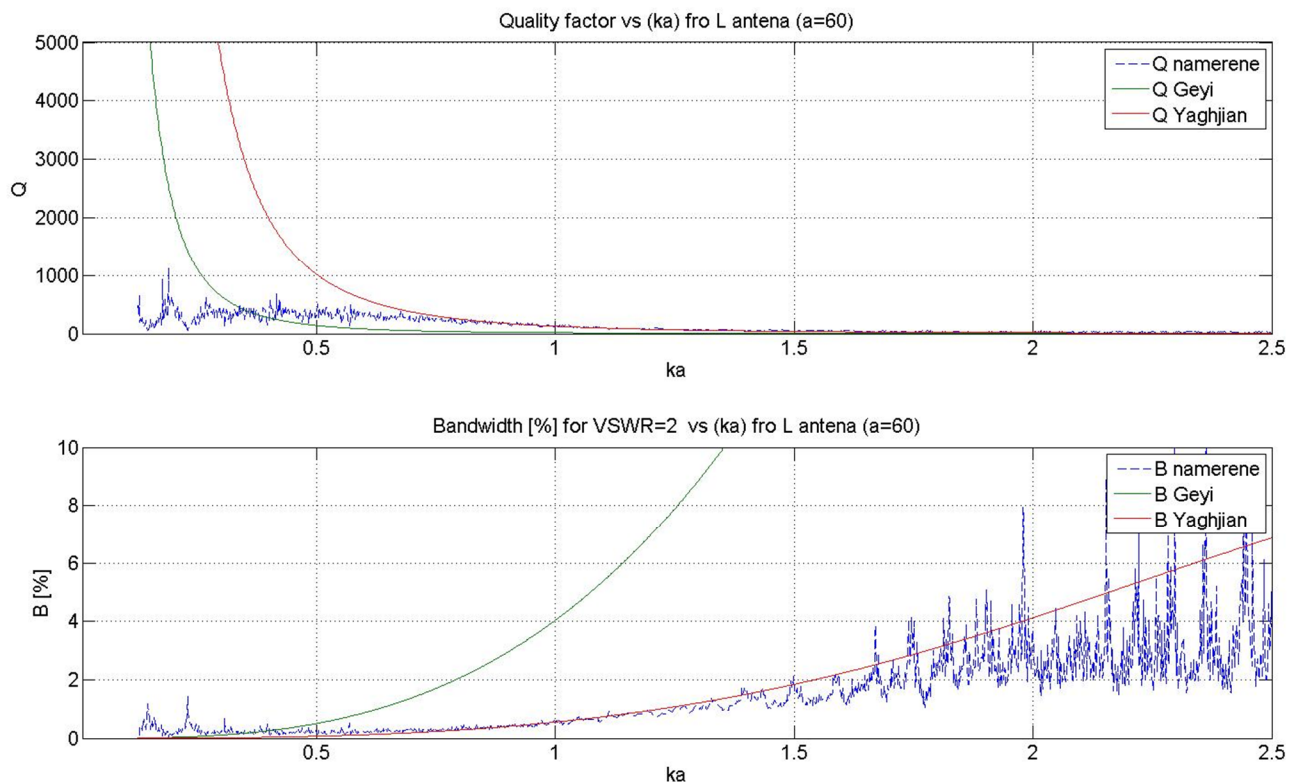
*Graf č. 30      Rezistence v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=60$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty*

Graf č. 30 zobrazuje hodnoty rezistence L antény ( $a=60$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je vidět, že obě křivky, jak naměřených tak i teoretických hodnot, jdou shodně až k hranici  $ka=1$  a to odpovídá cca 0,8 GHz, nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=2,1$  což je cca 1,67 GHz a poté opět klesá.



*Graf č. 31      Reaktance v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=60$  mm) ve volném prostoru,  
naměřené i teoretické hodnoty*

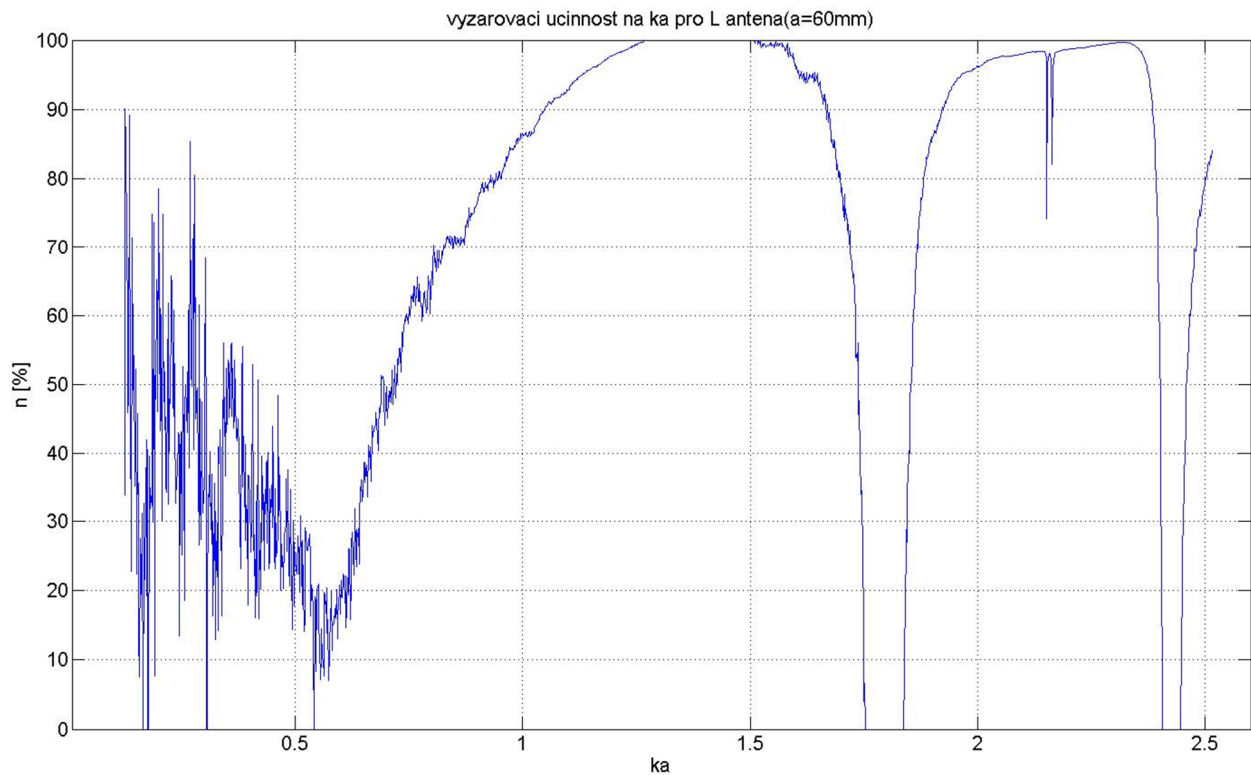
Další graf č. 31 ukazuje hodnoty reaktance L antény ( $a=60$  mm) ve volném prostoru v závislosti na  $ka$ . Z tohoto grafu je patrné, že obě křivky, jak naměřených tak i teoretických hodnot, jsou téměř shodné, ovšem pouze až k hranici  $ka=0,7$ , což odpovídá 0,5 GHz. Nad tuto hranici stoupá křivka naměřených hodnot až k maximu, které je v bodě  $ka=1,8$  což je cca 1,4 GHz, a poté klesá až na minimum, které je v bodě  $ka=2,2$  což je cca 1,75 GHz.



Graf č. 32 Činitel jakosti a šířka pásma v závislosti na  $ka$  pro  $L$  anténu ( $a=60$  mm) ve volném prostoru, naměřené i teoretické hodnoty

V následujícím grafu č. 32 jsou vyobrazeny činitel jakosti a šířka pásma. Z grafu činitele jakosti můžeme vidět, že křivka naměřených hodnot jde od bodu  $ka=0,75$ , což odpovídá 0,6 GHz, shodně s křivkou podle Yaghijana. Od bodu  $ka=1,5$ , což odpovídá 1,2 GHz, se k nim přidává i křivka podle Geyie.

Patrná shoda je také v grafu šířky pásma až k bodu  $ka=0,4$ , což odpovídá 0,3 GHz. Za touto hranicí jde shodně křivka naměřených hodnot s křivkou podle Yaghijana a křivka podle Geyie se od nich oddaluje.

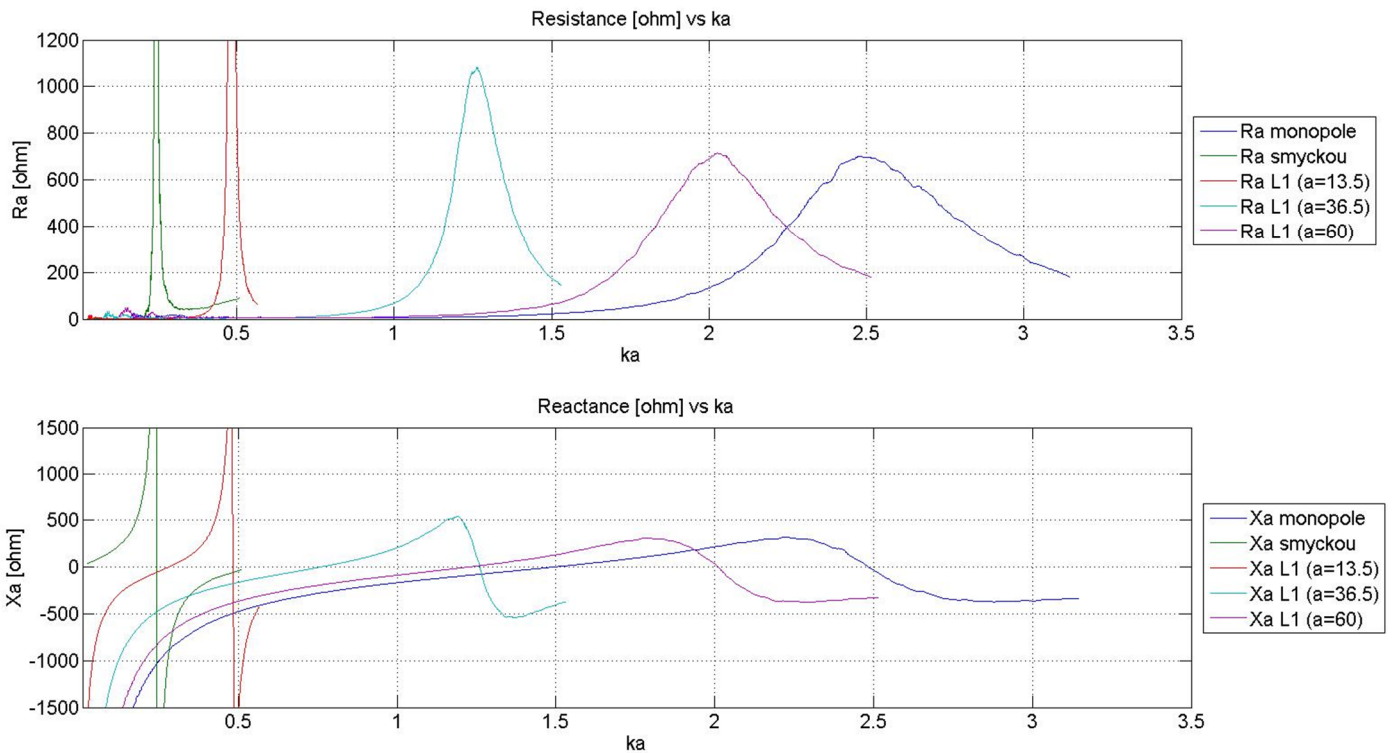


Graf č. 33 Vyzařovací účinnost v závislosti na  $ka$  pro L anténu ( $a=60$  mm), naměřené hodnoty

Na grafu č. 33 vidíme výslednou vyzařovací účinnost L antény ( $a=60$  mm). Podle tohoto grafu vykazuje anténa v oblasti do  $ka= 0,5$  účinnost průměrně 50%, od této hranice stoupá křivka až na 100%, poté se objevují propady přibližně na  $ka=1,75$  což je cca 1,4 GHz a na  $ka=2,4$  což je cca 1,95 GHz.

#### 4.4. Shrnutí

V posledním grafu č. 34 jsou zobrazené rezistence i reaktance všech typů antén, se kterými jsme pracovali, je to tedy monopól, smyčková anténa a L antény v závislosti na  $ka$ .



Graf č. 34 Rezistence a reaktance v závislosti na  $ka$  pro monopól, smyčku a L antény ( $a=13.5$ ,  $36.5$ ,  $60$  mm), naměřené hodnoty

Maximální hodnoty rezistence mají monopól v bodě  $ka=2,5$ , smyčka v  $ka=0,24$ , L anténa ( $a=13,5$  mm) v  $ka=0,48$ , L anténa ( $a=36,5$  mm) v  $ka=1,23$  a L anténa ( $a=60$  mm) v  $ka=2,1$ .

Maximální hodnoty reaktance mají monopól v bodě  $ka=2,25$ , smyčka v  $ka=0,24$ , L anténa ( $a=13,5$  mm) v  $ka=0,48$ , L anténa ( $a=36,5$  mm) v  $ka=1,2$  a L anténa ( $a=60$  mm) v  $ka=1,8$ . Jejich minimální hodnoty jsou u monopólu v bodě  $ka=2,7$ , smyčky v  $ka=0,245$ , L antény ( $a=13,5$  mm) v  $ka=0,49$ , L antény ( $a=36,5$  mm) v  $ka=1,36$  a L antény ( $a=60$  mm) v  $ka=2,2$ .

## 5. ZÁVĚR

Při odvozování vztahu akumulované elektrické energie pro dipól výsledný výraz mírně nesouhlasí s výrazem podle Geyie. Pokud platí, že  $2a \gg a_0$ , pak dojdeme k přibližné shodě obou výrazů. Při odvozování vztahu akumulované magnetické energie pro smyčkovou anténu jsme použili program MATLAB pomocí funkce dblquad, abychom mohli řešit dvojitý integrál. Výsledek se shoduje s teorií dle Geyie, za stejných podmínek jako u dipólu. Odvození vztahu akumulované elektrické energie u L antény bylo téměř shodné s teorií dle Geyie, za předpokladu že  $a_0 \ll \min(a,b)$ .

Pro potřeby měření jsme si vytvořili 3 druhy malých antén (monopól, smyčkovou anténu a L anténu) a k tomu jsme použili již vytvořenou dutinu. Všechny antény jsme proměřili pomocí analyzátoru jak ve volném prostoru, tak v dutině. Naměřené hodnoty amplitudy a fáze koeficientu odrazu ve volném prostoru pro všechny typy antén jsme použili pro spočtení vstupní impedance, činitele jakosti a šířky pásma. Takto získané hodnoty jsme vynesli do grafů spolu s teoretickými hodnotami a zkoumali jsme jejich shodu. U monopólu se obě křivky (naměřené i teoretické) shodují k hodnotě  $ka=1,5$  (0,95 GHz) pro rezistenci a k hodnotě  $ka=1,0$  (0,6 GHz) pro reaktanci. U smyčkové antény je shoda až k hodnotě  $ka=0,2$  (0,8 GHz) pro rezistenci a k hodnotě  $ka=0,1$  (0,4 GHz) pro reaktanci. Pro L anténu máme tři varianty. U první varianty  $a=13,5$  mm je shoda obou křivek až k bodu  $ka=0,3$  (1 GHz) pro rezistenci a k hodnotě  $ka=0,15$  (0,5 GHz) pro reaktanci. U druhé varianty  $a=36,5$  mm je shoda obou křivek až k bodu  $ka=0,7$  (0,9 GHz) pro rezistenci a k hodnotě  $ka=0,3$  (0,4 GHz) pro reaktanci. U poslední varianty  $a=60$  mm je shoda obou křivek až k bodu  $ka=1,0$  (0,8 GHz) pro rezistenci a k hodnotě  $ka=0,7$  (0,5 GHz) pro reaktanci. Při měření v dutině jsme získali ztrátový odpor, který jsme použili spolu s hodnotami vyzařovacího odporu z měření ve volném prostoru, abychom mohli spočítat vyzařovací účinnost.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BALANIS, Constantine A. *Antenna theory: analysis and design*. 2nd ed. New York: Wiley, c1997, 941 s. ISBN 04-715-9268-4.
- [2] YAGHIJAN , Arthur D. *Transactions on antennas and: Impedance, Bandwidth, and Q of Antennas*. 4.4.2005, s. 53.
- [3] Geyi, W., *A Method for the Evaluation of Small Antenna Q*, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. 51, No. 8, 2003, p. 2124-9.
- [4] G. A. E. Vandenbosch, "Reactive Energies, Impedance, and Q Factor of Radiating Structures," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 4, pp. 1112-1127, Apr., 2010
- [5] G. A. E. Vandenbosch, Efficient Procedure for the Calculation of Electric and Magnetic Energies in Vacuum, *Radioengineering*, Vol. 18, No. 4, 2009, p. 337-342.
- [6] G. A. E. Vandenbosch, "Simple Procedure to Derive Lower Bounds for Radiation Q of Electrically Small Devices of Arbitrary Topology, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 6, pp. 2217-2225, June, 2011.
- [7] [on-line] Orfanidis, S. J., *Electromagnetic Waves and Antennas*, chapter 15, 16, 21, 22
- [8] HUANG, Yi a Kevin BOYLE. *Antennas: From Theory to Practice*. Wiley, 2008
- [9] GUSTAFSSON, Mats a Sven NORDEBO. *Department of Electrosience Electromagnetic Theory: Bandwidth, Q factor, and resonance models of antennas*. 2005. vyd. s. 1-15.