

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ ELEKTRONIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Aplikace numerických metod pro Smart Metering

Originál (kopie) zadání BP/DP

Abstrakt

Obsahem bakalářské práce je popis způsobů měření práce elektrického proudu, elektroměry pro stejnosměrný proud, činnou a jalovou práci. Dále je popsán způsob aproximace dat numerickými metodami interpolace polynomem, metodou nejmenších čtverců a také numerické metody užitých k výpočtu ploch práce elektrického proudu. Obdélníkovou metodu a lichoběžníkovou metodu. V poslední části dokumentu je srovnání jednotlivých metod.

Klíčová slova

Elektroměr, numerické metody, aproximace, vzorkovací frekvence.

Abstract

Content of this these describes ways of measuring the work of electrical current, electricity meter for direct current, apparent power and real power. Next is described approximation of data using numerical methods such as polynomial interpolation, as well as numerical methods used to calculate work done by electrical current. Rectangle method and trapezoid method. In last section of this document is described comparison of these methods.

Key words

Electricity meter, numerical methods, approximation, sampling frequency

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 9.6.2014

Jiří Janouš

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu Bakalářské práce Ing. Aleši Krutinovi, za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

OBSAH	7
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	8
ÚVOD	9
1 MĚŘENÍ PRÁCE ELEKTRICKÉHO PROUDU	10
1.1 ELEKTROMĚRY PRO STEJNOSMĚRNÝ PROUD	10
1.2 ELEKTROMĚRY PRO MĚŘENÍ ČINNÉ PRÁCE	11
1.3 TECHNICKÉ PARAMETRY ELEKTROĚRŮ	13
1.4 STATICKÉ ELEKTROMETRY	14
1.5 VZORKOVÁNÍ SIGNÁLU	14
2 APROXIMACE HODNOT	14
2.1.1 <i>Lagrangeuv aproximační polynom</i>	15
2.1.2 <i>Newtonův aproximační polynom</i>	16
3 APROXIMACE POMOCÍ MATLABU	17
3.1 POUŽITÁ VÝCHOZÍ DATA	17
3.2 METODY POUŽITÉ K APROXIMACI	18
3.2.1 <i>Prosté vynásobení hodnot</i>	19
3.2.2 <i>Obdélníková metoda</i>	19
3.2.3 <i>Lichoběžníková metoda</i>	20
3.3 POROVNÁNÍ RŮZNÝCH ÚROVNÍ ZATÍŽENÍ	21
3.4 POROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH SLOŽEK VYBRANÉHO PRŮBĚHU	23
3.5 VYUŽITÍ APROXIMAČNÍHO POLYNOMU V APROXIMACI DAT	24
ZÁVĚR	28
POUŽITÁ LITERATURA	29

Seznam symbolů a zkratk

W	Elektrická práce (Ws)
$p(t)$	Okamžitý výkon (W)
P_n	Obecný polynom n řádu
f	Aproximační funkce
P_j	Lagrangeův interpolační polynom
N	Newtonův interpolační polynom
H	Odchylka při výpočtu metodou nejmenších čtverců
$F(w)$	Fourierova řada
MATLAB.....	Matrix laboratoř

Úvod

Aplikace numerických metod ve snímání práce elektrického proudu má veliký potenciál nejen v ČR ale i ve světě. Hlavně v ohledu na efektivitu měřících přístrojů, to je umocněno i velkým počtem odběrových míst. Pokud se dosáhne i nepatrného zpřesnění, může tento malý rozdíl znamenat poměrně značnou spotřebu elektrické energie v globálním měřítku.

V současné době se v České republice nachází okolo 3500000 odběrových míst, z toho je více jak 30000 tzv. smart meters které jsou nainstalovány v rámci evropského projektu, jehož účelem je zjistit chování elektroměrů v reálné distribuční síti.

Pojem smart meter znamená sofistikovaný elektroměr, který umožňuje lepší řízení spotřeby elektrické energie a komunikace distributora se zákazníkem, i možné užití více tarifů.

V této práci jsem se zaměřil na aplikaci numerických metod v takovýchto zařízeních, za účelem zpřesnění výpočtu spotřeby elektrické energie.

1 Měření práce elektrického proudu

Elektrická práce je rovna časovému integrálu elektrického výkonu. Pro výpočet elektrické práce lze napsat všeobecně platný vztah.

$$W = \int_0^T P dt \quad (1.1)$$

Hodnota výkonu elektrického proudu je dána součinem okamžitých hodnot el. Proudu a el. Napětí.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (1.2)$$

Pro Měření elektrické práce se používají integrační přístroje (elektroměry). Elektroměr je v podstatě wattmetr, který má proudovou a napěťovou cívku, ale od běžných wattmetrů se odlišuje tím, že jejich otočné ústrojí nemá direktivní moment a ústrojí pracuje na rovnováze impulzů pohybového a brzdícího momentu. Elektroměry můžeme rozdělit podle proudu, který měří:

- Elektroměry pro stejnosměrný proud
- Elektroměry pro střídavý proud

Střídavé elektroměry můžeme rozložit podle počtu měřících ústrojí dále podle počtu fází, na jedno fázové a tří fázové, nebo podle typu práce, jejíž spotřebu měří:

- Elektroměry pro měření činné práce,
- Elektroměry pro měření jalové práce,
- Elektroměry pro měření zdánlivé práce. [1]

1.1 Elektroměry pro stejnosměrný proud

Práce stejnosměrného proudu se měří pomocí integračních přístrojů s elektrodynamickým měřícím ústrojím, přístroj je také nazýván wathodinovým elektroměrem. Proud odebíraný ze sítě protéká dvěma budícími cívkami a vytváří budící magnetické pole, v němž se otáčí soustava otočných cívek propojených s komutátorem. Otočné ústrojí je tvořeno cívkami, které jsou připojeny na dvojici kartáčů s předřadným odporem. V obvodu je zařazena také

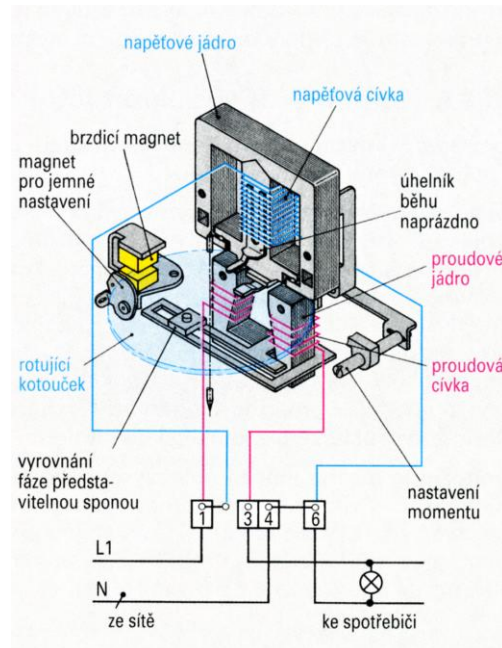
kompenzační cívka, ta má za úkol kompenzaci tření celého systému. Ústrojí je svou funkcí podobný stejnosměrnému motoru.

Elektrodynamické ústrojí se používá k měření odběru energie ve stejnosměrných sítích. Ty už se v současné době téměř nepoužívají. Pro měření práce střídavého proudu se elektrodynamické ústrojí nehodí a používá se pouze ve výjimečných podmínkách, kdy odebíraný proud obsahuje veliké množství vyšších harmonických. [1]

1.2 Elektroměry pro měření činné práce

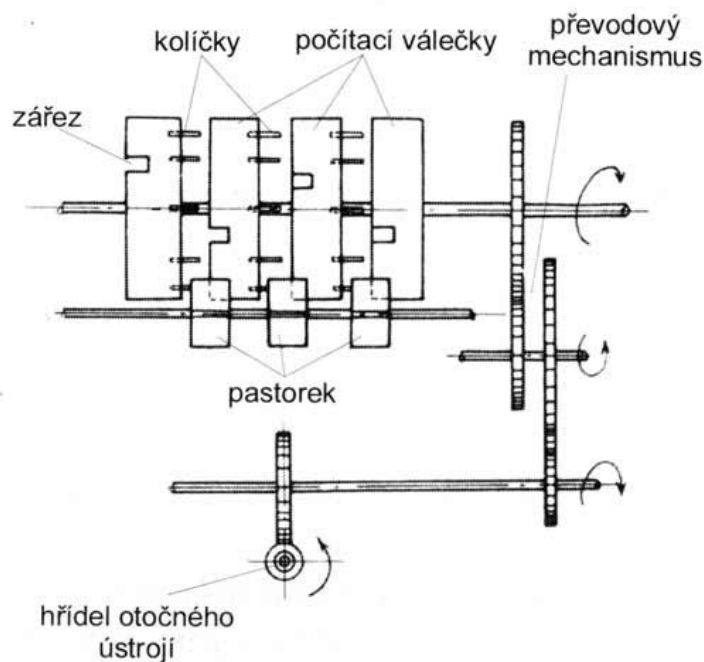
K měření činné práce se dnes používá velmi často indukční elektroměry. Princip indukčního ústrojí spočívá v tom, že do otočného hliníkového kotouče indukují proudy střídavým tokem několika elektromagnetů. Vzájemným působením indukovaných proudů a magnetického pole vzniká pohybový moment. Podmínkou pro funkci indukčního měřicího ústrojí je napájení střídavým proudem, ústrojí proto není možné použít pro měření stejnosměrného proudu

Na obrázku je klasické provedení jednofázového elektroměru. Měřicí ústrojí se skládá ze dvou elektromagnetů. Na horním elektromagnetu je navinuta napěťová cívka s velkým počtem závitů. Je navinuta na prostředním sloupku jádra. Na spodním elektromagnetu je navinuta proudová cívka, která má malý počet závitů vinutých silným vodičem. Proudová cívka je rozdělena na dvě části. Ve vzduchové mezeře mezi oběma elektromagnety se otáčí kotouček, jehož otáčky se přenáší pomocí šnekového kola na počítací mechanismus. Magnet pro jemné nastavení slouží ke kompenzaci tření. Jeho posunutím blíže nebo dále od středu se tento přídavný moment zvětšuje, nebo naopak.



Obr. 1.1 klasické provedení jednofázového elektroměru

Zapojení proudových a napěťových obvodů elektroměrů je normalizovaná, aby možnost chybného měření byla co nejmenší.



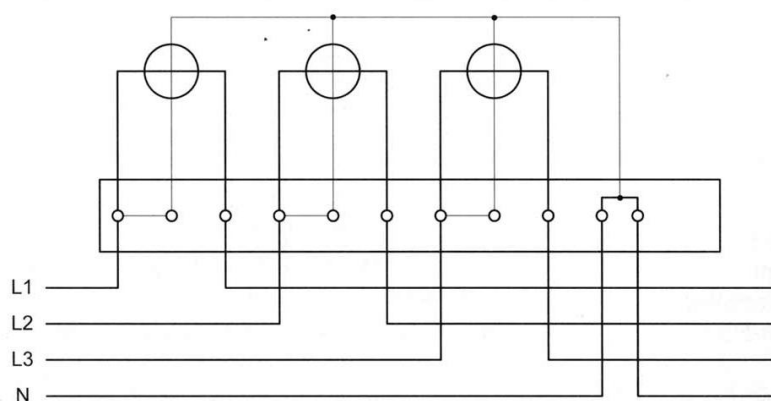
Obr. 1.2 Schématické znázornění počítacího strojku

Obr (číslo) znázorňuje princip počítacího strojku. Otáčivý pohyb je přenášen z hřídelky přenášen pomocí šnekového kola. Počítací strojek je složen z určitého počtu sousých válečků, s vodorovnými osami. Na válečcích jsou na jejich obvodech zářezy, do kterých

zapadne zub pastorku jednou za otáčku, tím se sousední váleček pootočí, o jednu desetinu obvodu.

V naší síti má trojfázová rozvodná soustava nízkého napětí vždy vyveden střední vodič, takže elektrickou práci měříme elektroměry se třemi měřicími ústrojími. Na společné hřídelce jsou umístěny dva kotouče, na jeden působí dvě ústrojí a na druhé jedno. Součet elektrické práce změřené ústrojími v jednotlivých fázích je udáván počítadlem.

Zapojení elektroměrů jsou normalizována, na obr. (číslo) je zobrazen běžně používaný elektroměr. Proudové cívky elektroměrů jsou obvykle dimenzovány na proudy 5,10 nebo 40A, napěťové cívky potom na napětí 400 nebo 230V. Pokud je zapotřebí změřit větší proudy, používají se měřicí transformátory proudu.



Obr. 1.3 Schéma zapojení trojfázového elektroměru

Odběr elektrické energie se posuzuje v různé denní období podle jiných zásad. Používají se dvousazbové elektroměry, uspořádání je stejné, pouze mají dvojitý počítací strojek. Přepínání sazeb se provádí pomocí signálu HDO (Hromadné dálkové ovládání) nebo spínacími hodinami. U moderních elektroměrů se používá přepínání sazeb pomocí diferenciálního soukolí. [1]

1.3 Technické parametry elektroěrů

Referenční proud	5-10[A]
Minimální proud	200[mA]
Jmenovité napětí	230[V]
Vlastní spotřeba	0,7[W]

Počet tarifů	[-]
Počet impulzů	[imp/kWh]
Komunikace	[typ]
Třída přesnosti	A-B[-]
[5]	

1.4 Statické elektrometry

Neskládají se z pohyblivých částí, proto statické, využívají možností, které poskytují moderní součástky, mikroprocesory a specializované obvody. To umožňuje okamžitou komunikaci se zařízením po sběrnici, pohled na elektrické parametry sítě, ukládání dat, přepínání tarifů. Možnost odečtu dat je rozšířena oproti tradičnímu způsobu o odečet po sběrnici M-bus, nebo odečet přes optické rozhraní. Elektroměry mohou být také vybaveny HDO.

1.5 Vzorkování signálu

Shannonův vzorkovací teorém říká, že pokud v čase spojité průběh obsahuje frekvence nejvýše o hodnotě f , lze jeho časový průběh jednoznačně určit odebráním vzorků frekvencí f_{vz} , která se rovná dvojnásobku původní funkce f [6]

2 Aproximace hodnot

Pokud budeme mít naměřené hodnoty pomocí elektroměru po určitém vzorkovacím intervalu, mohlo by nás zajímat jak, bude vypadat průběh měřené veličiny v intervalu, kdy o něm nemáme žádné informace, např.: mezi měřenými intervaly, nebo dokonce i po nich. Možným řešením je si neznámou funkci aproximovat. Takovíto malý rozdíl oproti prostému sečtení, může znamenat poměrně atraktivní úspory.

Cílem aproximační úlohy je popsat takovou funkci, která by se co nejméně lišila od průběhu veličiny, kterou měříme. Elektroměrem naměříme n různých bodů $x_1, \dots, x_n \in R$ o hodnotách $y_1, \dots, y_n \in R$ je nutné najít takovou funkci f která se bude v bodech x_i co nejméně lišit od naměřených hodnot y_i . Snažíme se aby $|y_i - f(x_i)|$ byl minimální.

Při výběru způsobu aproximace musíme zvážit, zda vybraná metoda funguje. Pokud zvolená metoda funguje, je zapotřebí vědět jak přesně. Při aproximaci se vždy dopouštíme nějakých chyb. Měli bychom být tedy schopni chybu určit, anebo alespoň odhadnout. Můžeme tedy metody srovnávat podle velikosti chyb, kterých se dopouštíme při jejich používání.

Dalším kritériem při výběru způsobu aproximace bude rychlost, se kterou je možné se výsledku dobat. Není tedy důležitá pouze chyba, ale také množství početních operací, kterých je k tomu zapotřebí. Proto bude nutné zjistit nejen přesnost funkce, ale také rychlost konvergence.

Jedním z velmi používaných způsobů jak sestavit funkci která by nabývala stejných hodnot jako původní funkce, je pomocí polynomů. Pod Polynomem rozumíme funkci následujícího tvaru.

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + x_0 \quad (2.1)$$

Polynom musí být menšího stupně než n , aby bylo dosaženo jednoznačnosti a existenci řešení. Pro řešení stačí určit koeficienty

$$\sum_0^{n-1} k_i \cdot f(x_i) = y_i \quad i = 0, \dots, n-1 \quad (2.2)$$

Libovolnou funkci je možné na určitém intervalu aproximovat pomocí interpolace polynomem. Některé funkce s konstantním způsobem může být obtížné aproximovat pomocí polynomů vyššího řádu. Existuje několik variant konstrukcí aproximačního polynomu, např.: Prostá interpolace, Newtonova, Lagrangeova. [3]

2.1.1 Lagrangeuv aproximační polynom

Nejprve vyřešíme případ, kdy složka y je jednotková a ostatní jsou nulové. Tím dostaneme polynomy ve tvaru

$$P_j(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{pro } i = j \\ 0 & \text{pro } i \neq j \end{cases} \quad (2.3)$$

Z jednotlivých polynomů P_j , $j = 0, \dots, n-1$ vypočteme obecné řešení

$$P_j(x) = \frac{\prod_{i < n, i \neq j} (x - x_i)}{\prod_{i < n, i \neq j} (x_j - x_i)} \quad (2.4)$$

Polynomy $P_j(x)$ se nazývají Lagrangeovy interpolační polynomy. [2][3]

2.1.2 Newtonův aproximační polynom

Výhodou Newtonova polynomu je skutečnost, že pokud chceme do již vypočtené úlohy zahrnout další údaj, je to na rozdíl od výše uvedených polynomů možné. U Lagrangeova polynomu by bylo nutné vypočítat všechny kořeny znovu. Oproti tomu postačí přičíst vhodný násobek polynomu, který bude ve všech ostatních bodech nulový.

Při konstrukci polynomu je potřeba vyřešit

$$N(x) = c_0 + (x - x_0)c_1 + (x - x_0)(x - x_1)c_2 + \dots + \prod_{i < n-1} (x - x_i)c_{n-1} = \sum_{j < n} c_j \prod_{i < j} (x - x_i) \quad (2.5)$$

Jedním z dalších způsobů je aproximace metodou nejmenších čtverců. Na rozdíl od interpolace není zapotřebí, aby se aproximace přímo shodovala s naměřenými hodnotami. Je pouze nutné, aby byla co nejmenší odchylka, nazvěme např. H . Naměřené hodnoty jsou zatíženy chybou a pokud jsou některé body přesnější, můžeme jim přiřadit odpovídající váhu v_0, \dots, v_i . Poté hledáme odchylku

$$H = \sum_{i < n} v_i (f(x_i) - y_i) \quad (2.6)$$

Aproximace Fourierovou řadou je nejrozšířenějším způsobem. Aproximujeme kombinací harmonických funkcí, které se liší násobkem frekvence. Výsledkem je konečná Fourierova řada, která reprezentuje funkci s periodou T . [2][3]

$$F(w) = c \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{iswt} dt \quad (2.7)$$

3 Aproximace pomocí matlabu

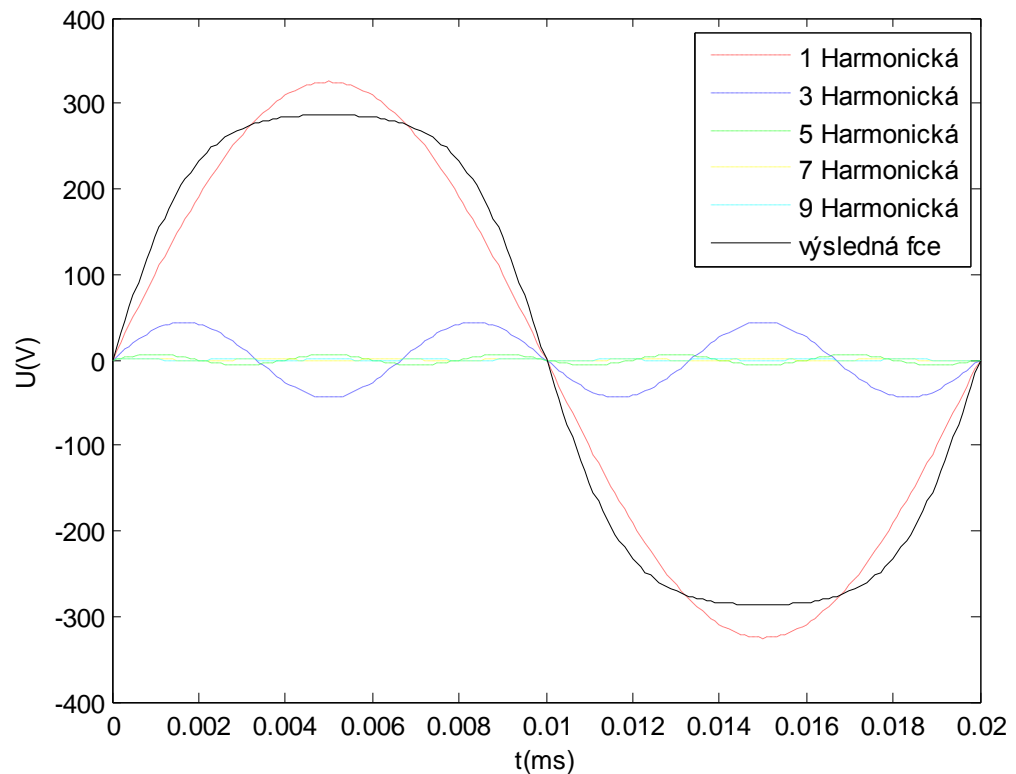
3.1 Použitá výchozí data

V matlabu můžeme naměřená data aproximovat pomocí některých z výše uvedených funkcí. Je zapotřebí aproximovat výkon odebíraný ze sítě, který bude odpovídat sinusovému průběhu výkonu, s obsahem vyšších harmonických.

$$P(t) = P_{1\max} \cdot \sin(\omega t) + P_{3\max} \cdot \sin(3\omega t) + P_{5\max} \cdot \sin(5\omega t) + P_{7\max} \cdot \sin(7\omega t) + P_{9\max} \cdot \sin(9\omega t) \quad (3.1)$$

Poměry jednotlivých harmonických složek jsou odvozeny exponenciálně, resp. jejich poměr exponenciálně klesá.

Aby bylo možné popsany průběh vypočítat, je nutné nejprve určit průběh napětí a proudu. Postup bude analogický k P . Jako maximální hodnotu je uvažováno $230 \cdot \sqrt{2}$ tato hodnota se liší vzhledem na poloze odběrného místa v distribuční síti, pro názornost příkladu je však postačující. Stejně tak se zanedbává i fázový posun mezi napětím a proudem, je tedy uvažována pouze odporová zátěž. Takto idealizovaný průběh napětí poté vypadá, viz obr. 3.1



Obr. 3.1 harmonický průběh napětí s jednotlivými složkami

Proud bude vypadat obdobně, pouze se uvažuje několik hodnot pro různé stupně zatížení, vzestupně od 0 až do 5 A.

3.2 Metody použité k aproximaci

Pro porovnání přesnosti budou použita výchozí data, získaná integrací. Pro názornost postačí vyzkoušet na průběhu napětí.

$$S = \int_0^{2\pi} (U_{1\max} \cdot \sin(\omega t) + U_{3\max} \cdot \sin(3\omega t) + U_{5\max} \cdot \sin(5\omega t) + U_{7\max} \cdot \sin(7\omega t) + U_{9\max} \cdot \sin(9\omega t)) dt$$

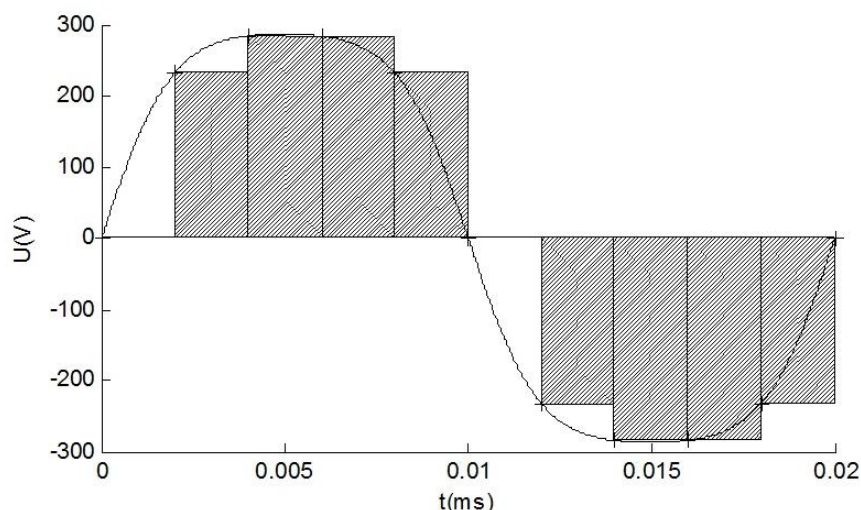
Tato hodnota poslouží pro srovnávání přesnosti jednotlivých metod. Obsah plochy průběhu napětí se rovná přibližně 4,3451.

3.2.1 Prosté vynásobení hodnot

Obsah pod křivkou je získán vynásobením jednotlivých funkčních hodnot s časovým intervalem odpovídajícím vzorkovací frekvenci. Metoda je výpočetně velmi jednoduchá, právě tímto způsobem je v současnosti získávána hodnota elektroměrů.

Na pohled se tato metoda zdá jako velmi nepřesná. Na začátku periody vznikají plochy pod křivkou, které nejsou započítávány do konečného výsledku, a naopak na konci periody je do výsledku započtena plocha která není pod křivkou, tyto plochy se mezi sebou vykompenzují.

$$S = \sum_0^i U(i) \cdot \Delta t$$



Obr. 3.2 znázornění výpočtu plochy pomocí vynásobení hodnot

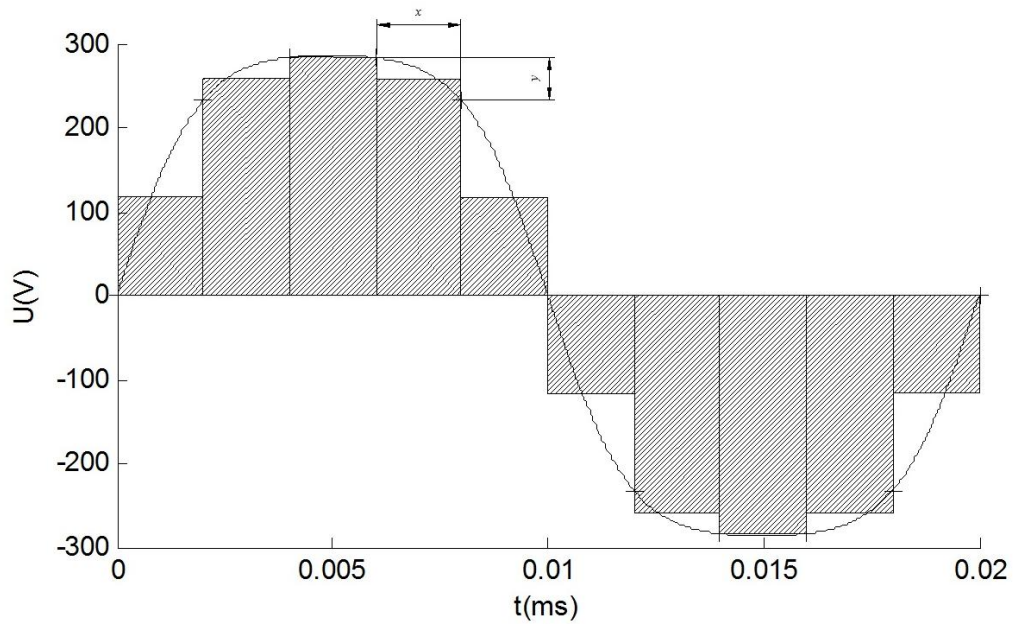
3.2.2 Obdélníková metoda

Uprostřed intervalu se nachází uzlový bod. Vynásobením jeho funkční hodnoty s časovým intervalem se vypočítá přibližná plocha pod křivkou. Nad a pod úsečkou, která je sestrojena pomocí uzlového bodu vzniká chyba, která se v ideálním případě mezi sebou odečte. Poloha uzlového bodu $B(i)$ se vypočte jako polovina intervalu vzorkovací periody.

pomocí $x = \frac{x(i) + x(i+1)}{2}$, druhá souřadnice je obdobným způsobem spočtena jako

$y = \frac{y(i) + y(i+1)}{2}$. Přibližný obsah vypočítaný pomocí obdélníkové metody se poté rovná:

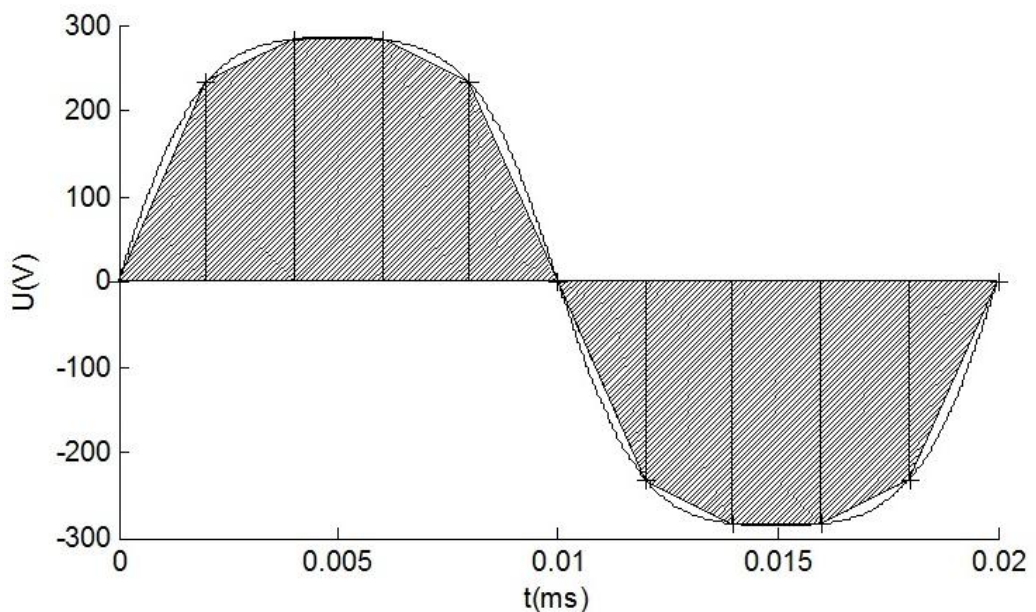
$$S = \sum_1^i B(i) \cdot \Delta t$$



Obr. 3.3 znázornění výpočtu plochy pomocí obdélníkové metody

3.2.3 Lichoběžníková metoda

Počítaný interval lze rozložit na dvě části. Spodní část se vypočte jako obdélník o hraně časového intervalu a menší hodnotě jednoho z obou bodů. Horní část se poté vypočte jako polovina obdélníku o hranách časového intervalu a rozdílu obou funkčních hodnot. Funkční hodnoty jsou uvažovány v absolutní hodnotě, pokud by to tak nebylo, bylo by zapotřebí zvolit odlišný postup.



Obr. 3.4 znázornění výpočtu plochy pomocí lichoběžníkového pravidla

Existují i další metody, např.: Simpsonova metoda, u ní se proloží 3 uzlové body kvadratickým polynomem. Její přesnost je vyšší než, u výše zmíněných metod, má však také vyšší výpočetní náročnost. Pro další postup jsou proto použity pouze již tři zmíněné metody.

chyba výpočtů jednotlivých různou vzorkovací frekvencí metod v porovnání s přibližnou hodnotou vypočtenou pomocí určitého integrálu						
zvolená metoda	f=475(hz)	f=500(Hz)	f=750(Hz)	f=1000(Hz)	f=1250(Hz)	f=1500(Hz)
násobení hodnot	0,0146	0,2165	0,0231	0,0522	0,0083	0
obdélníková metoda	0,0145	-0,1122	0,0231	-0,0263	0,0083	0
lichoběžníková metoda	0,1717	0,2165	0,0231	0,0522	0,0083	0,0093

Tabulka 3.1 srovnání přesnosti metod na průběhu napětí

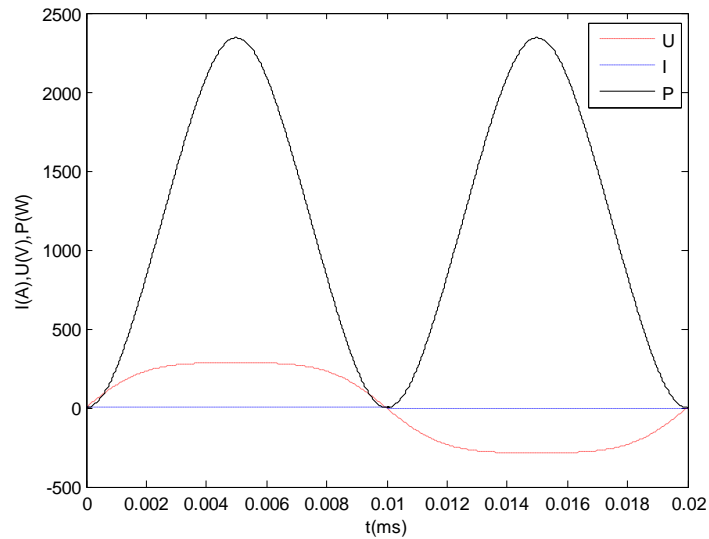
Z tabulky je patrné, že chyba jednotlivých metod nejmenší pro vysoké vzorkovací frekvence a naopak pro nízké. Nejlépe vyšla obdélníková metoda, z teoretického předpokladu by se očekávalo, že nejmenší chyba bude vznikat metodou lichoběžníků, u zvoleného průběhu však vychází tato metoda naopak jako nejméně přesná. To je způsobeno zvoleným průběhem, ten je téměř ideální a pro postihnutí měřících chyb nejméně vhodný.

3.3 Porovnání různých úrovní zatížení

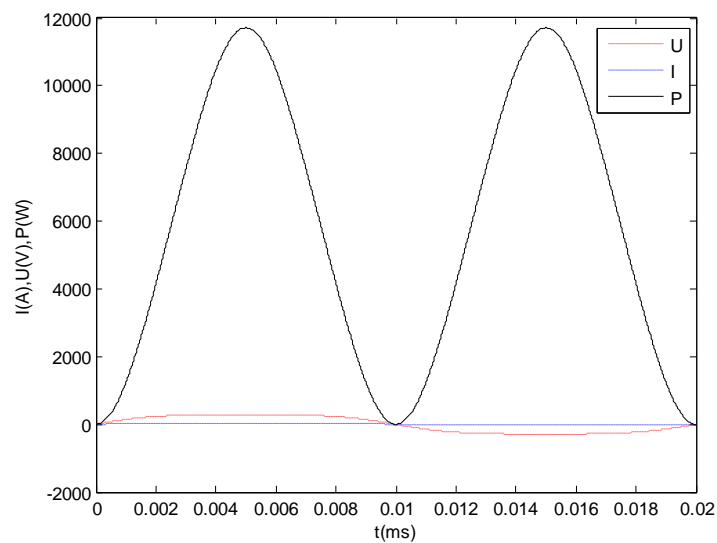
V následující kapitole bude znázorněn rozdíl mezi stupni zatížení, budou uvažovány různé stupně zátěže, pro srovnání použitých metod. Při rychlejším nárůstu funkčních hodnoty by se mohly odhalit nedostatky při výpočtu, které se projeví jako odchylka od vypočítané hodnoty, jako určitého integrálu jednotlivých výkonů podle času. Aby byl výsledek názornější, jsou v tomto případě vypočítané hodnoty vztaženy na jednu vteřinu, místo jedné periody jsou hodnoty vypočítány na pěti periodách. Tím by předpokládaný výsledek i všechny vypočítané odchylky vycházejí v (W_s). Pro názornost grafů však postačí zobrazit pouze jednu.

Následující graf zobrazuje hodnotu výkonu, která je uvažována pro zátěž odpovídající maximální hodnotě proudu $\sqrt{2} \cdot 5$. Energie je poté vypočítána jako

$$E = \sum_1^9 \int_0^t U_{\max}(i) \sin(\omega \cdot i \cdot t) \cdot I_{\max}(i) \sin(\omega \cdot i \cdot t) dt \quad (3.2)$$



Obr. 3.5 průběh výkonu při nejnižším uvažovaném zatížení



Obr. 3.6 průběh výkonu při nejnižším uvažovaném zatížení

Z grafů je patrný rozdíl mezi zatížením, v druhém grafu je proud 5krát větší, výkon se zvětší o odpovídající hodnotu.

chyba výpočtů jednotlivých různou vzorkovací frekvencí metod v porovnání s přibližnou hodnotou vypočtenou pomocí určitého integrálu pro hodnotu $I_{ef}=5A$						
zvolená metoda	f=475(hz)	f=500(Hz)	f=750(Hz)	f=1000(Hz)	f=1111(Hz)	f=1500(Hz)
násobení hodnot	-0,0015	0,0385	0,0005	0	0,016	-0,001
obdélníková metoda	0,0025	0,0115	0	0	-0,0145	0,093
lichoběžníková metoda	1,44	0,0385	0,0005	0	0,04	0,185
pro hodnotu $I_{ef}=25A$						
násobení hodnot	-0,007	0,1925	0,01	0	0	-0,005
obdélníková metoda	0,0125	-0,193	-0,0055	0	0	0,4635
lichoběžníková metoda	7,2005	0,1925	0,01	0	0	0,9235

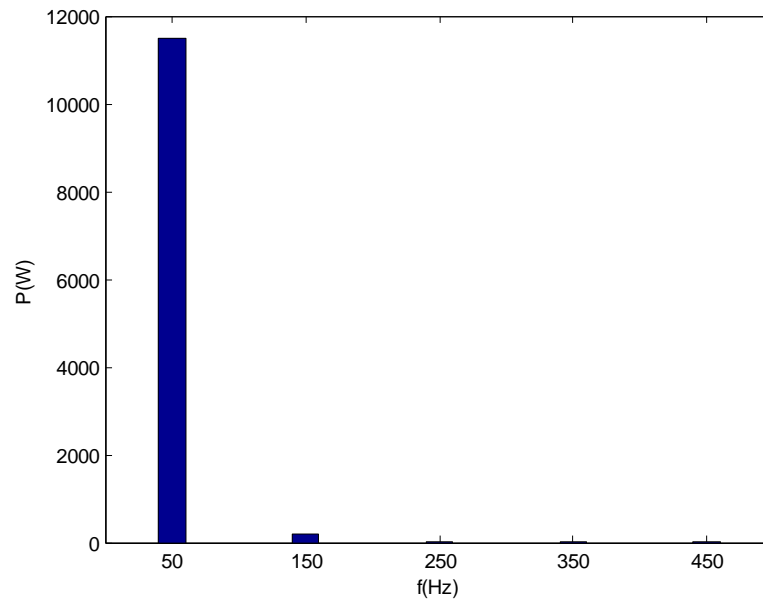
Tabulka 3.2 porovnání přesností metod pro různé hodnoty zatížení

Idealizovaný periodický průběh je nejméně vhodný k zohlednění chyb, které vznikají při výpočtu. Opět se potvrdilo, že zatímco při prvních dvou metodách vznikají plochy, které se navzájem kompenzují, při použití třetí metody vždy vznikne odchylka od zadaného průběhu, která se již nevykompenzuje a s rostoucí amplitudou zadaného průběhu se chyba jen zvětšuje.

Ve skutečnosti se však ideální průběh nebude vyskytovat téměř vůbec a za tohoto předpokladu bude lichoběžníková metoda velmi vhodná.

3.4 Porovnání jednotlivých složek vybraného průběhu

Graf zobrazuje rozložení poměru výkonu jednotlivých složek harmonického průběhu. Graf je znázorněn s nejvyšším dosud uvažovaným zatížením I_{\max} ($I_{\max} = 25 \cdot \sqrt{2}$). Obsah jednotlivých složek exponenciálně klesá, toto je opět idealizovaný případ. Rozložení jednotlivých složek bude záležet na poloze odběrového místa.



Obr. 3.7 rozložení složek uvažovaného průběhu

Při této úvaze by se rozdíl mezi obsahem 1. harmonické složky a součtem všech složek až do 9 harmonické rovnal přibližně 1,83%. Pokud se změní zátěž, tak se změní i rozdíl těchto složek, avšak procentuální rozložení zůstane stejné. Hodnoty jednotlivých energií se vypočítají následovně:

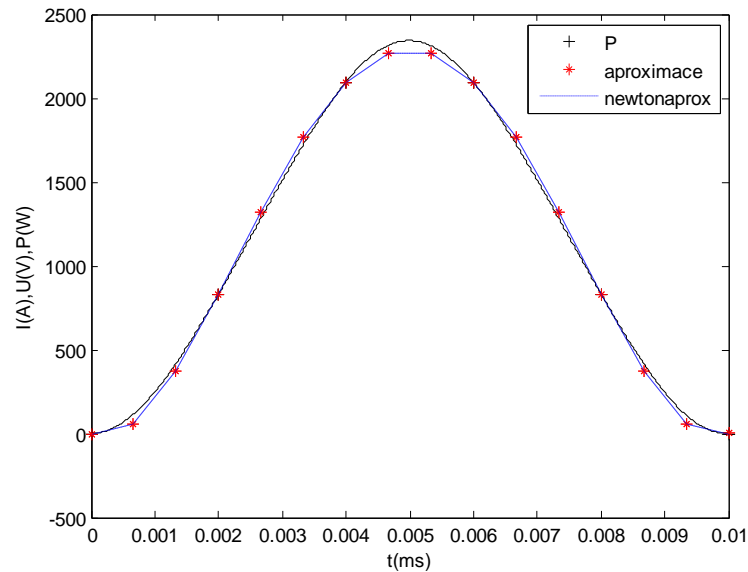
$$E(1) = \int_0^1 U_{\max} \sin(\omega t) \cdot I_{\max} \sin(\omega t) dt = 575Ws \quad (3.3)$$

$$E(1-9) = \sum_{i=1}^9 \int_0^1 U_{\max}(i) \sin(\omega \cdot i \cdot t) \cdot I_{\max}(i) \sin(\omega \cdot i \cdot t) dt = 585,722Ws \quad (3.4)$$

3.5 Využití aproximačního polynomu v aproximaci dat

Z vybraných způsobů aproximace vyšla velmi dobře obdélníková metoda i jednoduché vynásobení hodnot. Lichoběžníková metoda vycházela nejhůře, to si lze vysvětlit velmi symetrickým průběhem. Ten se však v reálném světě nebude vyskytovat.

Jako velmi perspektivní by mohl být způsob klouzavého okna, ten spočívá v tom, že určitý interval několika hodnot by se aproximoval například pomocí polynomu.



Obr. 3.8 průběhy aproximace Newtonovým polynomem a aproximace pomocí metody nejmenších čtverců

V grafu černá křivka znázorňuje průběh, jehož hodnotu se snažíme změřit. Černými křížky označují naměřené hodnoty, které odpovídají vzorkovací frekvenci 500(Hz). Červený průběh znázorňuje aproximaci pomocí metody nejmenších čtverců polynomem pátého řádu. Metoda nejmenších čtverců je realizována funkcemi v matlabu, *polyfit()* a *polyval()*. Průběh modré křivky zobrazuje aproximaci pomocí Newtonova polynomu, pomocí funkce *newton*, která byla vytvořena pro tento případ.

Funkce vypočte koeficienty Newtonova polynomu v kombinaci s funkcí *polyval* lze určit hodnotu aproximace v jakémkoliv okamžiku. Pro další práci budeme průběhy nazývat *Polyval*, *Newton*

vzorkovací frekvence 333,333 Hz			
metoda	f=1(kHz)	f=2(kHz)	f=3(kHz)
polyfit	-10,6774	-11,8757	-12,0976
newton	-10,6774	-11,8757	-12,0976
vzorkovací frekvence 450 Hz			
polyfit	-1,016	-0,4857	-0,5011
newton	-58,1866	-57,017	-56,7063
vzorkovací frekvence 500 Hz			
polyfit	0,7398	0,9566	0,8161
newton	0,7398	0,9566	0,8161
vzorkovací frekvence 750 Hz			
polyfit	0,7633	-1,1016	-2,189
newton	-7,148	-13,2053	-18,9157

Tabulka 3.3 přesnost vypočítána pomocí fce Newton a polyfit

V tabulce je znázorněna přesnost výše popsané metody klouzavého okna po dobu jedné vteřiny na aproximaci pomocí funkcí polyfit a newton. Průběh byl vzorkován různými frekvencemi a následně byly pomocí aproximačních polynomů dopočítány hodnoty, které odpovídají frekvencím 1,2,3 kHz.

Je patrné, že při velmi nízké vzorkovací frekvenci dochází při aproximaci ke zkreslení průběhu, což se projevilo v přesnosti. V ostatních případech vycházela metoda pomocí funkce polyfit velmi dobře, vypočítaná chyba se pohybovala od 0,5-1% z měřeného průběhu. U funkce newton se projeví jisté nedostatky, hlavně není možné zadat stupeň polynomu, kterým se bude průběh aproximovat, a to působí nepřesnosti při vyšších vzorkovacích frekvencích. Tyto nepřesnosti by se však daly snadno odstranit zkrácením délky klouzavého okna. Tím by se zmenšil počet uvažovaných hodnot a klesl by řád polynomu. Pro vzorkovací frekvenci 500 Hz vycházely obě metody s téměř totožnou přesností.

Důležitý je také čas, za který jsme schopni vypočítat veškeré operace, jež jsou za potřebí k provedení obou operací. To znamená vypočítat koeficienty polynomů, pomocí polynomu získat větší počet hodnot, a následně sečíst obsah průběhu některými z již zmíněných postupů. K tomuto úkolu poslouží funkce v matlabu *tic*. Po zavolání této funkce je měřen čas, který uběhne, dokud program nenarazí na funkci *toc*. [4]

Při hodnotách které posloužili k demonstraci přesnosti tohoto postupu, vzorkovací frekvenci 500 Hz vypočtení hodnot aby frekvence odpovídala 1000Hz a použití obdélníkové metody pro výpočet plochy se, ani jedna metoda nevešla do časového intervalu 1 ms.

Možným způsobem jak řešit tento problém by bylo zkrátit měřený interval a tím snížit stupeň polynomu potřebný k jeho aproximaci. Při snížení intervalu na polovinu se funkce Polyval již pohodlně vejde do časového intervalu s časem přibližně 0,3 ms. Druhá metoda se nepodařila do časového intervalu včas spočítat. Příčinou je nejspíše špatně napsaná funkce newton, která zdržuje výpočetní proces.

Dovolená chyba elektroměrů je udávána třídou přesnosti a ovlivňuje ji např. velikost zatížení, a účinník $\sin\varphi$. Pohybuje se od 0,5-4 %. Přesnost všech metod výpočtu se pohybovala od 1,255% až po zanedbatelnou odchylku, která je v tabulce označena jako 0. Výpočetní náročnost metody se dá jen těžce určit, v matlabu je možné získat nějaký odhad, ale přesné určení bude záležet na typu použitého procesoru.

Závěr

V první kapitole je popsán způsob měření elektrické energie, základní používané přístroje pro měření činné a jalové energie, statické elektroměry a vzorkování signálu. Následující část popisuje způsoby numerické aproximace.

V závěrečné části je popis výsledného průběhu nejprve napětí, s obsahem vyšších harmonických složek. Tento průběh posloužil pro srovnání přesnosti metod při výpočtu plochy pod křivkou. Ten samý postup byl uvážen při aproximaci průběhů různých zátěží. Podle předpokladů se chyba lichoběžníkové metody zvětšovala se stoupající zátěží. Dále byl zhodnocen přínos vyšších harmonických průběhů, pokud uvažujeme exponenciální rozložení jednotlivých složek. Všechny zmíněné průběhy byly nasimulovány v matlabu a idealizovány. Postih chyby při takovémto průběhu je velmi obtížný, přesto se v krajních případech vyskytnula chyba, kterou nelze zanedbat.

Nakonec byla popsána metoda klouzavého okna, která do jisté míry připomíná Simpsonovu metodu, s tím rozdílem, že je možné použít delší krok a pomocí některé z aproximací dopočítat pomocné hodnoty které zpřesňují výpočet výsledné práce elektrického proudu. Za tímto účelem byla popsána funkce newton v matlabu. Pro optimálně dimenzovaný časový interval byly výsledky obou metod přesné a to umožnilo zmenšit vzorkovací frekvenci, což by mohlo mít pozitivní dopad na spotřebu elektroměru. Ve srovnání s ostatními metodami byla odchylka největší i při nízkých vzorkovacích frekvencích. Popsaný způsob by mohl lépe postihnout chyby, které se vyskytnou v reálné distribuční síti, které lze jen obtížně popsat v simulovaném prostředí.

Použitá literatura

- [1] *Elektrotechnická měření*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2002, 255 s. ISBN 80-730-0022-9.
- [2] PŘÍKRYL, Petr a Marek BRANDNER. *Numerické metody II*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd, 2000, 184 s. ISBN 80-708-2699-1.
- [3] RALSTON, Anthony. *Základy numerické matematiky*. Praha: Academia, nakladatelství Československé akademie věd, 1973, 636 s. ISBN 104-21-852.
- [4] Mathworks. [online]. [cit. 2014-06-08]. Dostupné z:
<http://www.mathworks.com>
- [5] ZPA smart energy. [online]. [cit. 2014-06-08]. Dostupné z:
<http://www.zpa.cz>
- [6] Institute of Electrical and Electronics Engineers. [online]. [cit. 2014-06-08]. Dostupné z: <http://www.ieee.org>

Seznam tabulek a obrázků

<i>Obr. 1.1</i> klasické provedení jednofázového elektroměru	12
<i>Obr. 1.2</i> Schématické znázornění počítacího strojku	12
<i>Obr. 1.3</i> Schéma zapojení trojfázového elektroměru	13
<i>Obr. 3.1</i> harmonický průběh napětí s jednotlivými složkami	18
<i>Obr. 3.2</i> znázornění výpočtu plochy pomocí vynásobení hodnot	19
<i>Obr. 3.3</i> znázornění výpočtu plochy pomocí obdélníkové metody	20
<i>Obr. 3.4</i> znázornění výpočtu plochy pomocí lichoběžníkového pravidla	20
<i>Obr. 3.5</i> průběh výkonu při nejnižším uvažovaném zatížení	22
<i>Obr. 3.6</i> průběh výkonu při nejnižším uvažovaném zatížení	22
<i>Obr. 3.7</i> rozložení složek uvažovaného průběhu	24
<i>Obr. 3.8</i> průběhy aproximace Newtonovým polynomem a aproximace pomocí metody nejmenších čtverců	25
<i>Tabulka 3.1</i> srovnání přesnosti metod na průběhu napětí	21
<i>Tabulka 3.2</i> porovnání přesnosti metod pro různé hodnoty zatížení	23
<i>Tabulka 3.3</i> přesnost vypočítána pomocí fce Newton a polyfit	26

Přílohy

Příloha 1

Funkce pro výpočet koeficientů Newtonova polynomu je uvedena na příloženém CD

Příloha 2

Funkce pro výpočet lichoběžníkovým pravidlem je na příloženém CD

Příloha 3

Funkce pro výpočet lichoběžníkovým pravidlem je na příloženém CD

Příloha 4

Script na generování průběhu je na příloženém CD