

Generování a potlačování jednoosých vibrací

Gabriel Shanahan

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA

KVĚTEN 2014

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....
vlastnoruční podpis

ABSTRAKT

V této práci se zabýváme generováním a potlačováním vibrací. Naším cílem je navrhnout řídicí systém, který dokáže tlumit vibrace v jedné ose, spolu s vhodnou konstrukcí, na které takový regulátor otestovat. V první části se zabýváme volbou vhodných senzorů a aktuátoru, které budou tvořit testovací konstrukci. V další části sestavujeme matematický model konstrukce, podle kterého implementujeme tři simulační modely. Nakonec heuristicky navrhujeme dva lineární řídicí systémy, které porovnáme pomocí simulačních modelů. Bohužel, nebylo možné provést implementaci regulátoru na reálném systému.

KLÍČOVÁ SLOVA

Aktuátory, senzory, voice coil aktuátor (VCA), laserová triangulace, vibrace, elektromagnetismus, matematický model, simulační model, Simulink, SimMechanics, regulátor, rekonstruktor stavu, stavový regulátor.

ABSTRACT

In this thesis we concern ourselves with generating and suppressing vibrations. Our aim is to design a control system capable of attenuating vibrations in one dimension, along with a suitable apparatus for testing purposes. We first deal with choosing satisfactory sensors and actuators, which will comprise the testing structure. We then set up a mathematical model for the apparatus and construct three simulation models. Finally we heuristically design two linear compensators, which are compared using the simulation models. Unfortunately, it was not possible to implement the controller on a real system.

KEYWORDS

Actuators, sensors, voice coil actuator (VCA), laser triangulation, vibration, electromagnetism, mathematical model, simulation model, Simulink, SimMechanics, controller, state observer, state controller.

Obsah

Prohlášení	i
Abstrakt, klíčová slova	ii
Abstract, keywords	iii
Seznam obrázků	vii
Seznam tabulek	ix
Seznam dodatků	x
1 Úvod	1
1.1 Aktivní vs. pasivní tlumení	1
1.1.1 Pasivní řízení	1
1.1.2 Aktivní řízení	2
1.1.2.1 Dopředné řízení	2
1.1.2.2 Zpětnovazební řízení	3
1.1.2.3 Semi-aktivní řízení	3
2 Aktuátory a senzory	4
2.1 Aktuátory	4
2.1.1 Hydraulické aktuátory	5
2.1.2 Pneumatické aktuátory	5
2.1.3 Piezoelektrické aktuátory	5
2.1.4 Voice coil aktuátory	6
2.2 Senzory	7
2.2.1 Kapacitní senzory	8
2.2.2 Optické lineární kodéry	8
2.2.3 LDTV senzory	9
2.2.4 Laserová triangulace	9

3	Konstrukce a matematický model	10
3.1	Konstrukce	10
3.2	Matematický model	10
3.2.1	Elektromagnetické vztahy pro voice coil aktuátory	12
3.2.2	Rovnice elektrické části	13
3.2.3	Rovnice mechanické části	14
3.2.4	Rovnice sériově zapojených voice coil aktuátorů	14
3.2.5	Transformace souřadnic	16
3.2.6	Přenosový model	17
4	Simulační model	18
4.1	Možnosti implementace	18
4.1.1	Kauzální signálové bloky	18
4.1.2	Přenosové bloky	19
4.1.3	Nekauzální komponentové bloky	19
4.1.4	Parametry reálného systému	20
4.2	Simulační model pomocí kauzálních signálových bloků	21
4.2.1	Schéma jediného VCA	21
4.2.2	Propojení dvou VCA	22
4.3	Simulační model pomocí nekauzálních bloků nadstavby SIMMECHANICS	23
4.3.1	Schéma jediného VCA	24
4.3.2	Propojení dvou VCA	25
4.4	Simulační model pomocí přenosových funkcí	26
4.5	Porovnání simulačních modelů	26
5	Návrh regulátoru	28
5.1	Návrhová kritéria	28
5.2	Heuristický návrh regulátoru	30
5.3	Dynamický kompenzátor	33
5.3.0.1	Úvod do stavové regulace	33
5.3.0.2	Úvod do rekonstrukce stavu	34
5.3.1	Pozorovatelnost a říditelnost	36
5.3.2	Rekonstruktor stavu	38
5.3.3	Stavový regulátor	41
5.4	Porovnání navržených regulátorů	42
6	Závěr	45
	Literatura	47

Seznam obrázků

3.1.1 Schéma konstrukce, vytvořeno pomocí	11
3.2.1 Schématický obvod elektrického subsystému, vytvořeno pomocí	13
4.2.1 Schéma subsystému „VCA_2 Coil Dynamics“	22
4.2.2 Nejvyšší úroveň simulačního schématu pomocí kauzálních simulačních bloků	23
4.3.1 Schéma subsystému „Voice Coil Actuator 2“	24
4.3.2 Schéma elektrického subsystému VCA	25
4.5.1 Porovnání odezev simulačních modelů na bílý šum	27
5.1.1 Bodeho charakteristika výstupní poruchy	29
5.2.1 Tvar regulačního obvodu	30
5.2.2 Geometrické místo kořenů otevřené smyčky po přidání vnitřního modelu	31
5.3.1 Schéma rekonstruktoru stavu	39
5.3.2 Funkce rekonstruktoru pro systém s jedním VCA	40
5.3.3 Funkce rekonstruktoru pro systém s dvěma VCA	41
5.3.4 Schéma dynamického kompenzátoru s externím regulátorem	42
5.4.1 Porovnání tlumících schopností regulátorů	43
5.4.2 Porovnání tlumení bílého šumu	44
B.0.1 Nejvyšší úroveň simulačního schématu pomocí nekauzálních bloků nadstavby SIMMECHANICS	55
C.0.1 Přenosové simulační schéma	56
D.0.1 Geometrické místo kořenů s heuristicky navrženým regulátorem	57
D.0.2 Bodeho charakteristika otevřené smyčky s heuristicky navrženým regulátorem	58
D.0.3 Bodeho charakteristika uzavřené smyčky s heuristicky navrženým regulátorem	58

E.0.1 Geometrické místo kořenů otevřené smyčky se stavovou zpětnou vazbou	59
E.0.2 Bodeho charakteristika otevřené smyčky se stavovou zpětnou vazbou	60
E.0.3 Geometrické místo kořenů otevřené smyčky s přidaným externím regulátorem	60
E.0.4 Bodeho charakteristika otevřené smyčky s přidaným externím regulátorem	61
E.0.5 Bodeho charakteristika uzavřené smyčky s přidaným externím regulátorem	61
F.0.1 Fotografie reálného zařízení	62

Seznam tabulek

4.1.1 Rozměry	21
4.1.2 Hmotnosti	21
4.1.3 Ostatní parametry	22
4.4.1 Přenosové funkce po dosazení	26

Seznam dodatků

A	Dodatky k matematickému modelu	51
B	Obrázky z podčásti 4.3.2	55
C	Obrázky z části 4.4	56
D	Obrázky z části 5.2	57
E	Obrázky z podčásti 5.3.3	59
F	Sestavená konstrukce	62

Kapitola 1

Úvod

V posledních letech se stále navyšuje poptávka po vibrační izolaci a spolu s ní se navyšuje i rozmanitost účelů, ke kterým jsou tato řešení využívána. Kupříkladu v Londýnském centru nanotechnologie jsou umístěny mikroskopy, pomocí nichž se pořizují fotografie šál, které jsou na hranici pozorovatelnosti viditelným světlem. V tomto případě je potřeba velmi dobré izolace od okolních vibrací způsobených např. kolemjedoucími auty, aby nedošlo k znehodnocení snímků. Příkladem z jiného měřítka může být tlumení vibrací v dopravních prostředcích, např. pro zvýšení komfortu pasažérů, ale i pro bezpečnostní účely. Odhlučnění je také jistým druhem vibrační izolace. V průmyslových odvětvích je zase zapotřebí tlumit vibrace operujících strojů, neboť by mohlo dojít k poškození nebo úplnému zničení zařízení. Podobných příkladů bychom našli široké spektrum a je proto zřejmé, že je třeba nacházet mechanismy, jak takové izolace dosáhnout.

1.1 Aktivní vs. pasivní tlumení

Principiálně existují dva různé přístupy k izolaci vibrací; aktivní a pasivní.

1.1.1 Pasivní řízení

Pasivní přístup spočívá ve využití vlastností statických systémů, které jsou schopné chvění absorbovat. Vhodným situováním takové komponenty mezi zdrojem vibrací a systémem, který chceme izolovat lze v jisté míře vibrace potlačit. Nevý-

hodou tohoto přístupu je fixní a poměrně úzká šířka pásma, ve kterém zařízení vibrace potlačuje. Navíc je vyžadována apriorní znalost tohoto pásma, podle kterého se navrhnu parametry takové komponenty a tento přístup ztrácí na účinnosti, když není tato šířka k dispozici, popř. je příliš velká anebo se s časem mění. Pro nejobecnější případ stochastických vibrací pak tento přístup selhává úplně. Na druhou stranu, výhoda pasivního přístupu jsou nízké náklady na realizaci a údržbu a také fakt, že jejich nevhodná implementace nemůže systém destabilizovat (je-li zavedeno aspoň nějaké tlumení). Příkladem takové komponenty může být např. tlumič a pružina, ale existují i mnohem sofistikovanější řešení (Garoi et al., 2003; Platus, 1991).

1.1.2 Aktivní řízení

Aktivní přístup místo statických systému využívá systémy dynamické, tedy vhodnou kombinaci aktuátorů a senzorů, které vibrace snímají a generují patřičný akční zásah, aby se silový účinek vibrací vytratil, nebo aspoň co nejvíce utlumil. Výhodou tohoto přístupu je jeho flexibilita a robustnost (při správném návrhu). Nevýhodou je zesílení vibrací mimo navržené frekvenční pásmo, což může vést až k destabilizaci celého systému, dále pak vyšší náklady na realizaci a údržbu. Je třeba také vhodně navrhnout řídicí systém a brát v potaz jeho parametry (vlastní módy konstrukce se senzory a aktuátory apod.), takže je tento přístup mnohem náročnější po návrhové stránce. Bude to právě tento přístup, kterým se budeme v této práci zabírat.

Aktivní řízení se dále rozděluje na dvě skupiny, dopředné a zpětnovazební.

1.1.2.1 Dopředné řízení

Dopředné řízení využívá existenci signálu korelovaného s nežádoucí vibrací. Tento signál je využit ke generování akčního zásahu s opačnou polaritou, aby se vibrace potlačila. Výhodou tohoto přístupu je široké pásmo frekvencí, které lze tímto způsobem tlumit (oproti zpětnovazebnímu přístupu), avšak je k tomu zapotřebí velké množství výpočtů prováděných v reálném čase.

1.1.2.2 Zpětnovazební řízení

Zpětnovazební tlumení využívá záporné zpětné vazby k potlačení vibrací v určitém frekvenčním pásmu, které je však menší, než pásmo u dopředného přístupu. Výhodou tohoto přístupu je tlumení všech poruch v tomto pásmu, aniž by bylo zapotřebí znát jejich průběh (stačí pouze informace o výstupu systému). V této práci budeme navrhovat zpětnovazební řízení.

1.1.2.3 Semi-aktivní řízení

V poslední době narůstá zájem o tzv. semi-aktivní přístup, který se skládá ze statické komponenty, jejíž parametry mohou být měněny v reálném čase. Tyto systémy jsou z principu pasivní a nemohou tak způsobit destabilizaci systému, jejich nevýhodou je však silná nelinearita ([Preumont, 2002](#)). Mnohem detailnější pojednání o semi-aktivním řízení lze najít např. v ([Yalla, 2001](#)).

Kapitola 2

Aktuátory a senzory

Nezbytnou součástí návrhu aktivního tlumiče vibrací je vhodná volba aktuátorů a senzorů, které zprostředkovávají zpětnovazební smyčku. Tato volba je samozřejmě závislá na parametrech úlohy, která je řešena. V našem případě zvolíme parametry úlohy takto: budeme tlumit vibrace, jejichž amplitudy se pohybují v řádech milimetrů až centimetrů a frekvence v řádech jednotek radiánů za vteřinu (výsledné řešení však otestujeme i na jiných frekvencích). Hmotnosti těles, které budou vibracím vystaveny, se budou pohybovat ve škálách stovek gramů a snímat budeme polohu těchto těles (Z DŮVODŮ, KTERÉ NAZNAČÍME V PODKAPITOLE 2.2). Musíme tedy zvolit komponenty, které budou konformní s těmito požadavky.

2.1 Aktuátory

Aktuátory lze dělit do nejrůznějších skupin, které se od sebe liší principem fungování a samozřejmě charakterem aktuace (velikost síly, přesnost, linearita apod.). Rozsáhlý seznam těchto skupin je k nalezení např. v (Hollerbach et al., 1992). Pro naše účely krátce porovnáme nejznámější skupiny aktuátorů, konkrétně aktuátory hydraulické, pneumatické, piezoelektrické a elektromagnetické. Pro rozsáhlejší porovnání je možné nahlédnout např. do (McBean, 2004; International). Parametry těchto skupin budeme posuzovat kvalitativně, nikoli kvantitativně a budeme se soustředit především na jednoduchost zařízení a celkové implementace, dále pak na nejvyšší tlak, který je aktuátor schopný vyvinout, měřítko, na kterém je schopný vyvolat posuvný pohyb, jeho rychlost, přesnost, šířku pásma

a linearitu (zde máme na mysli např. (ne)přítomnost hystereze, vysokého tření součástí apod.). Problematikou parametrů, podle kterých lze aktuátory porovnávat a jakými způsoby vybrat aktuátor, který se pro danou úlohu hodí nejvíce, se zabývá např. (Zupan et al., 2002; Huber et al., 1997).

2.1.1 Hydraulické aktuátory

Hydraulické aktuátory vyvíjejí sílu prostřednictvím stlačené kapaliny. Jejich reálná implementace však vyžaduje přítomnost mnohých jiných zařízení, které realizují vlastní stlačení, ovládají proudění tekutiny apod. a navíc vykazují nelineární chování. V důsledku toho se z takového aktuátoru stává velmi složité, materiálně nákladné zařízení, které pod sebou zahrnuje mnoho nelineárních prvků (ostatně už jen samotné stlačování kapaliny je nelineární proces) a které se složitě řídí. Navíc je takový aktuátor určen k vyvíjení mnohem větších tlaků, než je v našem případě zapotřebí. Tento typ aktuátoru sice umožňuje vyvolání translačního pohybu na měřítkách, které vyhovují našim potřebám, disponuje velmi příznivou rychlostí a při správném řízení i rozumnou šířkou pásma (Boulet et al., 1993), avšak v porovnání s jinými skupinami aktuátorů je pro naše účely tato skupina nevhodná. Hlouběji se problematikou hydraulických aktuátorů a jejich porovnání s ostatními typy zabývá např. (Hollerbach et al., 1992; McBean, 2004).

2.1.2 Pneumatické aktuátory

Pneumatické aktuátory fungují na podobném principu jako hydraulické, pouze je místo kapaliny stlačován plyn. Rozdíly v jejich fungování jsou dány odlišnými parametry plynu a kapaliny, jako je viskozita, stlačitelnost apod. Pro naše účely trpí tento druh aktuátorů podobnými nedostatky jako aktuátory hydraulické. Navíc lze pomocí těchto aktuátorů dosáhnout výrazně menších pásmových šířek (Hollerbach et al., 1992) než u těch hydraulických, což z nich činí pro nás nevhodnou volbu.

2.1.3 Piezoelektrické aktuátory

Další velmi odlišnou kategorií aktuátorů jsou tzv. piezoelektrické aktuátory, které vyvíjejí sílu pomocí piezoelektrického jevu. Při tomto jevu reaguje materiál na přítomnost elektrického pole svou mechanickou deformací. Této deformace lze

principiálně využít k aktuaci, avšak v praxi tuto snahu komplikuje přítomnost značného množství nelinearit, které tento proces doprovází (často hysterezního charakteru) a potřeba poměrně vysokých napětí, aby k piezoelektrickému jevu vůbec došlo. Navíc je třeba vhodným způsobem vzniklou deformaci zesílit, neboť klasické piezoelektrické materiály vykazují deformaci řádově 0,1%, tj. pro vyvolání 1 mm translace by bylo zapotřebí 1 m piezoelektrického materiálu. Je zřejmé, že pro naše účely je i tento druh aktuátoru nevhodný. Více se těmito aktuátory zabývá (Hollerbach et al., 1992), porovnání s ostatními typy aktuátory lze nalézt v (McBean, 2004) a zesílením deformace se zabývá např. (Dynamic Structures & Materials).

2.1.4 Voice coil aktuátory

Dostáváme se ke skupině elektromagnetických (tzv. voice-coil) aktuátorů, které využívají k aktuaci elektromagnetické indukce. V případě lineárních (ve smyslu posuvných) aktuátoru jde principiálně o konstrukci skládající se ze dvou částí: cívky a (většinou permanentního) magnetu, který je do této cívky zasunut. Jedna z těchto částí je pevně uchycena a připojením cívky k vhodnému zdroji napětí lze vyvolat posuvný pohyb volné komponenty. Tyto aktuátory jsou velmi přesné a rychlé, při praktické realizaci nevyžadují jiná podpůrná zařízení a vyvolávají pohyb na měřítkách, které jsou konformní s našimi požadavky. Z tohoto důvodu zvolíme pro další práci právě tento druh aktuátorů.

Věnujme se skupině voice-coil aktuátorů (dále VCA) o něco více. Jich značnou výhodou je bilaterálnost, tedy schopnost vyvinout srovnatelné síly při vysouvání i zasouvání pohyblivé komponenty a vzhledem k malému počtu bodů dotyku nedochází k přílišnému tření částí VCA, takže disponují dlouhou životností. Mezi jejich další výhody patří velmi vysoká objemová hustota výkonu, rychlost, plynulost pohybu, nízká hlasitost, jednoduchost implementace a značná robustnost vůči přetížení. Mají totiž tu vlastnost, že pokud proti VCA aplikujeme větší opačně orientovanou sílu, než kterou zrovna působí, aktuátor to přímo nepoškodí, pouze začne vykonávat posuvný pohyb ve směru dominantní síly a všechnen dodávaný výkon bude přeměňován na teplo. Je však i z tohoto důvodu nutné zajistit dostatečné chlazení, v případě potřeby i aktivními metodami, neboť teplo negativně ovlivňuje sílu magnetického pole permanentních magnetů a mohlo by tak dojít ke zhoršení výkonnosti aktuátoru nebo dokonce k jeho trvalému poškození.

Jejich nevýhodou pro průmyslové aplikace je neschopnost vyvinutí větších tlaků, už vůbec ne po delší dobu. Pro naše účely však vysoké tlaky vyvíjet nepotřebujeme. Více se o VCA pohonech lze dozvědět např. v (Gogue and Stupak; Hollerbach et al., 1992; McBean, 2004).

2.2 Senzory

Podobně jako u aktuátoru je mnoho různých skupin senzorů, které se v praxi využívají a dělit je lze do nejrůznějších tříd podle měřené veličiny, principu fungování, rozsahu, rozlišení, ale i rozměrů, dlouhodobé stability měření, ceny apod.

Výběru vlastního senzoru předchází diskuze o tom, jakou veličinu budeme vůbec měřit. Vzhledem k tomu, že cílem naší práce je aktivně tlumit vibrace, tj. polohové výchylky, zdálo by se samozřejmé volit jako měřenou veličinu právě polohu. Stojí však za zmínku, že v praxi mohou nastat situace, kdy měřit polohu je prakticky nerealizovatelná záležitost, typicky pokud se výchylky poloh pohybují na škálách menších, než jsou rozlišovací schopnosti dostupných senzorů.

V takových případech je třeba volit jinou měřenou veličinu; v úvahu přichází např. zrychlení, jehož velikost je při dostatečně vysoké frekvenci vibrací dobře měřitelná i v případech neměřitelných výchylek (a často jsou to právě vysokofrekvenční vibrace, které jsou předmětem zájmu, např. při monitorování závad na strojích). Měření zrychlení s sebou přináší potenciální úskalí v tom, že většina běžných akcelerometrů není bezkontaktní, oproti např. optickým senzorům polohy, a tím pádem může jejich přítomnost nezanedbatelně ovlivňovat dynamiku celého systému. Pokud se tak stane, je třeba model senzoru zahrnout do modelu celého systému, což přirozeně vede ke zkomplikování řešeného problému.

Vzhledem k parametrům naší úlohy můžeme bezpečně použít poziční senzory. Z důvodů, které jsme ilustrovali v předchozím odstavci, bude naším primárním kritériem při volbě senzoru bezkontaktnost. Zmíníme však i jiná kritéria, jako je rozlišení nebo konzistentnost měření. Stejně jako u aktuátorů budeme parametry uvádět pouze kvalitativně.

Pro porovnání jsme vybrali malou podmnožinu častých pozičních senzorů (ať už relativních nebo absolutních), jmenovitě kapacitní senzory, optické lineární kodéry, LVDT senzory a laserové senzory. Pro rozsáhlejší seznam doporučujeme zkontrolovat např. (Nyce, 2004; Bell et al., 2005; Shieh et al., 2001). Zdroje (Bell

et al., 2005; Shieh et al., 2001) se přímo zabývají porovnáním parametrů širokého spektra senzorů a metodikou, jak optimálně vybrat senzor pro danou úlohu.

2.2.1 Kapacitní senzory

Principem fungování kapacitních senzorů je závislost kapacity kondenzátoru na vzdálenosti jeho destiček. Toho lze využít fixací jedné z destiček na předmětu, jehož poloha má být měřena a druhou na nějaký externí referenční rám. Mění-li se pak vzdálenost těchto dvou destiček, mění se i kapacita kondenzátoru a tedy parametry elektrického signálu, který jím prochází. Výstup tohoto senzoru není sám o sobě mírou vzdálenosti; je třeba elektrický signál dále zanalyzovat, aby bylo možné tuto vzdálenost určit. Z tohoto důvodu je potřeba nadstavba ve formě nějakého elektrického obvodu, který tuto analýzu provede a dále úchytu, který udrží destičky srovnané. Tento druh senzoru disponuje schopností měřit bezkontaktně, s poměrně vysokou přesností a konzistentností měření a nevyžaduje prakticky žádnou údržbu. Jeho nevýhodou je relativně nízký rozsah měření. Mnohem hlubší pojednání o principech fungování tohoto druhu senzoru lze najít např. v (Nyce, 2004).

2.2.2 Optické lineární kodéry

Lineární kodéry jsou tvořeny pásem, ve kterém jsou zasazeny střídající se vzory a zařízením, které je schopné detekovat přechod z jednoho vzoru na druhý. Je-li pás vložen na pohybující se objekt, je pak možné postupným nasčítáním přechodů určit délku posuvu. Speciální druhy lineárních kodérů se pak liší způsobem, jakým zaznamenávají přechody mezi vzory. Optický lineární kodér v principu funguje tak, že tyto přechody detekuje pomocí světelného zdroje (např. LED) a světelného detektoru (např. fototranzistor). Mezi tyto dvě komponenty je vložen pás, na kterém se střídají průsvitné a neprůsvitné oblasti. Podle toho jestli detektor zaznamenává paprsek či nikoli je možné určit přechody, avšak je třeba řešit, jakým způsobem poznat kterým směrem se páska pohybuje, např. použitím dvojic emitorů a detektorů. Tento základní princip je dále zdokonalován a je možné dosáhnout rozlišení v řádech nanometrů. Hluběji se problematikou optických lineárních kodérů a kodérů obecně zabývá (Nyce, 2004).

2.2.3 LDTV senzory

Poslední skupinou senzorů, kterou zde zmíníme, jsou LDTV senzory, z anglického linear variable differential transformer. Ty využívají k měření polohy jev elektromagnetické indukce; ferromagnetický válec je vložen do tří za sebou umístěných cívek a prostřední z těchto cívek je připojena ke stálému zdroji střídavého napětí. Tím je kolem této cívky indukováno magnetické pole a tímto magnetickým polem je obratem v krajních cívkách indukováno napětí. Pohybem ferromagnetického válce blíže k jedné z cívek dojde ke zvýšení síly magnetického pole v jejím okolí a tím pádem ke zvýšení napětí, které je indukováno, zatím co v druhé krajní cívce dojde k jevu opačnému. Tímto způsobem je možné určit vzdálenost, o kterou se válec posunul. Tento způsob měření umožňuje prakticky nekonečné rozlišení a často se využívají v armádních aplikacích (Nyce, 2004).

2.2.4 Laserová triangulace

Aparát pro laserové měření polohy se většinou sestává z LED diody a ze zařízení, které je schopné určit místo dopadu světelného paprsku (tzv. PSD, position sensitive detector, jsou komerčně dostupné a lze je sestavit např. z vhodně umístěných fotodiod). Paprsek světla se odrazí od objektu, ke kterému chceme měřit vzdálenost, je zachycen PSD a pomocí principu triangulace je dopočítána vzdálenost k objektu. Takový senzor je bezkontaktní, disponuje velmi vysokou přesností a je schopný měřit na vzdálenosti několik stovek milimetrů. Pro porovnání s jinými druhy senzorů lze nahlédnout např. do (Shieh et al., 2001). Důkladnější pojednání o typických i atypických vlastnostech těchto senzorů podává např. (Buzinski et al., 1992).

Pro naše účely jsme vybrali měření polohy pomocí laseru.

Kapitola 3

Konstrukce a matematický model

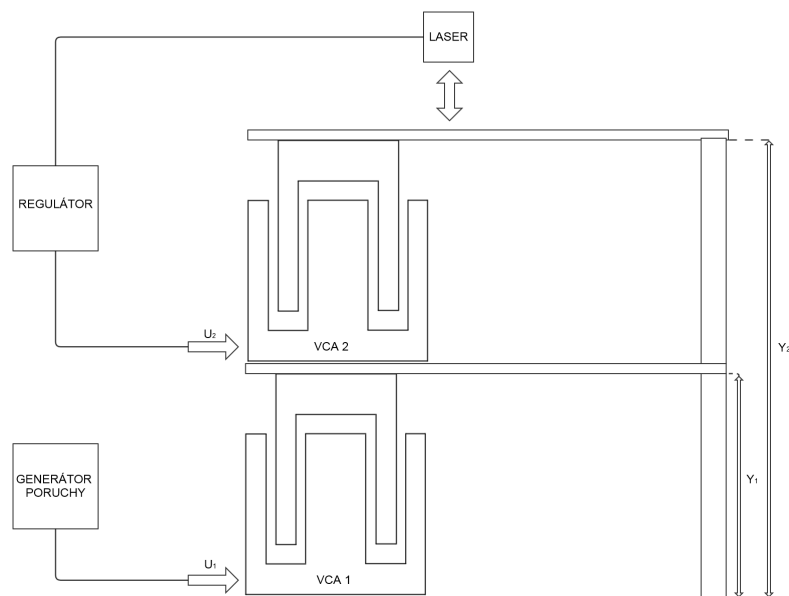
Pro shrnutí předešlých dvou kapitol, jako aktuátor jsme zvolili VCA a jako senzor laserový snímač polohy. Poruchu, která bude reprezentovat působící vibrace, budeme také generovat pomocí VCA pohonu. Tyto dva VCA zapojíme do série a jako regulovanou veličinu zvolíme polohu horní cívky. Dále na vrch každého z VCA přišroubujeme ocelové pravítko, které bude z druhé strany přišroubované k pevnému rámu. Tím bude celá konstrukce stabilizována v ostatních osách. Laser bude snímat výchylku právě tohoto pravítka, a to v dostatečné blízkosti aby šla naměřená data bez přepočítávání považovat za polohu svrchního VCA.

3.1 Konstrukce

Celou konstrukci znázorňuje schéma na obrázku [3.1.1](#). Zavedli jsme značení pro základní vstupní a výstupní veličiny celé konstrukce. Je třeba však mít na paměti, že celý VCA 1 má zastupovat poruchové chování a tím pádem nebude napětí U_1 faktickým vstupem do systému, který budeme modelovat, stejně tak jako nebude vzdálenost Y_1 jeho výstupem. Regulovanou veličinou bude vzdálenost Y_2 a vstupem systému bude napětí U_2 .

3.2 Matematický model

Systém znázorněný na obrázku [3.1.1](#) je hybridním systémem s rozloženými parametry, který obsahuje mechanickou a elektromagnetickou část. Pokud bychom



Obrázek 3.1.1 – Schéma konstrukce, vytvořeno pomocí

chtěli systém modelovat přesně, pravděpodobně by úloha vedla na rozsáhlý systém parciálních algebrodiferenciálních rovnic, které bychom museli řešit některou z metod konečných prvků. To je samozřejmě mnohem složitější postup, než je v tomto případě zapotřebí a proto učiníme několik zjednodušujících předpokladů, za kterých lze aplikovat běžné nástroje matematickofyzikálního modelování. Naší snahou bude hybridní systém s rozloženými parametry převést na spojitý systém s koncentrovanými parametry. Pozastavíme se pouze nad dvěma předpoklady v tomto procesu, neboť ty zbylé jsou implicitně aplikovány naprosto běžně.

První z těchto předpokladů se bude týkat odstranění přítomnosti pravitků. Praktický důsledek přítomnosti pravitka je pouze ten, že pokud se pohyblivá část VCA vychýlí z rovnovážné polohy, způsobí jeho ohyb, a pravitko bude silově reagovat proti vychýlení. Pravitko je tedy principiálně pružina s vhodnou tuhostí, která má rovnovážný stav v místě kde není způsoben ohyb pravitka. Můžeme proto naši konstrukci zjednodušit nahrazením pravitků pružinami, které povedou mezi pohyblivou cívkou a počátkem. Těmto pružinám budou příslušet tuhosti, které změříme experimentálně. Pokud budou výchylky malé, což v našem případě platí, bude chyba způsobena tímto zjednodušením velmi malá.

Druhý předpoklad se týká odstranění hybridnosti systému, která je způsobená omezením pohybu cívky – např. pokud by cívka příliš klesla, narazila by do kotvy, což je obtížně modelovatelný nespojitý jev. Při modelování budeme proto předpokládat, že se žádné takové jevy nedějí, a při realizaci budeme dbát na to, aby se cívky pohybovaly pouze v rozmezích, ve kterých nedochází k nárazům.

Za těchto předpokladů přistoupíme k tvorbě matematického modelu. Nechali jsme se inspirovat (Baronti et al., 2009), kde se autoři zabývají modelováním jak elektromechanické části, tak i teplotně proměnného odporu cívky (tuto část do modelu nezakomponujeme). Dále lze pro hlubší pojednání o této problematice nahlédnout např. do (Mayer and Ulrych, 2009), kde se autoři zabývají numerickou studií dynamických a statických charakteristik VCA pohonu a berou v potaz např. nelineárnost magnetické indukce.

3.2.1 Elektromagnetické vztahy pro voice coil aktuátory

Jak již bylo řečeno, VCA pohon je tvořen subsystémy mechanického a elektromagnetického charakteru. Princip fungování elektromagnetické části je založen na Lorenzově síle, která v daném místě a čase působí na nabitý hmotný bod pohybující se v magnetickém poli:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, Q, t) = Q \cdot \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad (3.2.1)$$

Písmenem Q označujeme celkový náboj v coulombech, \mathbf{r} je polohový vektor hmotného bodu vzhledem k pevnému počátku v metrech, $\dot{\mathbf{r}}$ je vektor rychlosti náboje vzhledem k témuž počátku v metrech za sekundu, \mathbf{B} je vektor magnetické indukce v tesla a t je čas ve vteřinách.

Lze odvodit, že v jednodimenziálním případě přibližně platí:

$$F_{EM}(t) = K_F \cdot I(t) \quad (3.2.2)$$

Zde jsme označily F_{EM} sílu působící na cívku v důsledku elektromagnetických jevů v newtonech, $I(t)$ proud protékající cívku v ampérech a K_F tzv. silovou konstantu, jejíž jednotkou je newton na ampér. Platí tedy, že elektromagnetická síla je přímo úměrná proudu protékající cívku. Pro možné odvození vztahu 3.2.2 odkazujeme čtenáře na dodatek A.1.

V další fázi se budeme zabývat modelováním elektrického obvodu. Jedná se o jednoduchý obvod, kde je ke zdroji napětí (což je vstupem celého systému) připojena cívka, které přísluší indukčnost a vlastní odpor. Než však začneme sestavovat rovnice obvodu, musíme uvážit, že se cívka pohybuje v magnetickém

poli rychlostí \dot{y} a podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce se na ní indukuje napětí U_i . Lze odvodit, že přibližně platí vztah

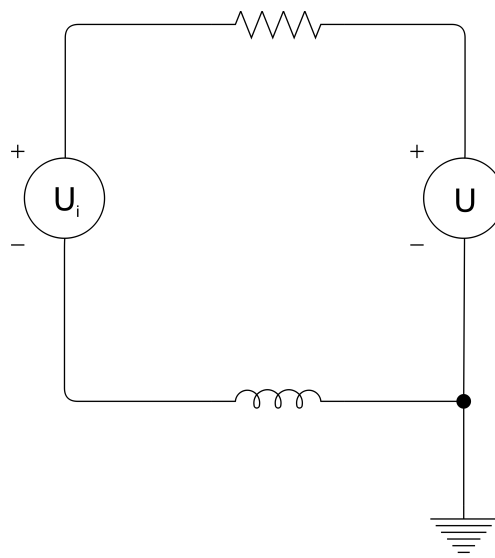
$$U_i(t) = -K_{bemf} \cdot \dot{y}(t) \quad (3.2.3)$$

Napětí indukované na cívce přímo úměrné její rychlosti vzhledem k magnetickému poli. Konstantu úměrnosti jsme až na znaménko označily K_{bemf} a nazýváme jí *konstantou zpětné elektromotorické síly* (angl. *back electromotive force*). Její jednotkou je volt sekunda na metr. Znaménko mínus ponecháváme jako zdůraznění, že v souladu s Lenzovým zákonem působí indukované napětí proti změně, která ho vytváří. Pro možné odvození vztahu 3.2.3 lze nahlédnout do dodatku A.2.

S touto znalostí můžeme přistoupit k sestavení popisu elektrického subsystému.

3.2.2 Rovnice elektrické části

Pro rekapitulaci: elektrický obvod je tvořen cívkou připojené ke zdroji napětí U , které přísluší indukčnost L a vlastní odpor R . Tato cívka se pohybuje rychlostí \dot{y} ve vertikálním směru, čímž se v důsledku magnetického pole permanentního magnetu na cívce indukuje napětí U_i . Takový systém lze reprezentovat obvodem na obrázku 3.2.1.



Obrázek 3.2.1 – Schématický obvod elektrického subsystému, vytvořeno pomocí

Pomocí tohoto schématu můžeme jednoduše odvodit rovnici obvodu aplikací Kirchhoffových zákonů. Platí

$$\begin{aligned} U(t) + U_i(t) &= U_R(t) + U_L(t) \\ U(t) &= RI(t) + K_{bemf}\dot{y}(t) + L\frac{dI(t)}{dt} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

3.2.3 Rovnice mechanické části

Nyní sestavíme rovnice pro mechanický subsystém. Připomeneme, které síly na pohyblivou část VCA působí. Jedná se o viskózní tlumení F_b , sílu pružiny F_k , gravitační sílu F_G a elektromagnetickou sílu F_{EM} . Pokud ponecháme značení, která jsme doposud zavedli a dále označíme m hmotnost pohyblivé části VCA v kilogramech, $y(t)$ funkci polohy pohyblivé části vzhledem ke zdroji magnetického pole v metrech, b konstantu viskózního tlumení v newton sekundách na metr, k tuhost pružiny v newtonech na metr, y_a polohu pohyblivé části v metrech takovou, že nedochází k ohybu připevněného pravitka a g velikost lokálního gravitačního zrychlení v metrech za sekundu na druhou, můžeme podle druhého Newtonova zákona psát:

$$\begin{aligned} m\ddot{y}(t) &= F_b + F_k + F_G + F_{EM} \\ m\ddot{y}(t) &= -b\dot{y}(t) - k(y(t) - y_a) - mg + K_F I(t) \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

Znovu zdůrazňujeme, že je potřeba rychlost měřit vzhledem k magnetickému poli.

3.2.4 Rovnice sériově zapojených voice coil aktuátorů

Odvodili matematický model jednoho VCA, jehož cívka se pohybuje ve vertikálním směru:

$$m\ddot{y}(t) = -b\dot{y}(t) - k(y(t) - y_a) - mg + K_F I(t) \quad (3.2.6)$$

$$U(t) = RI(t) + K_{bemf}\dot{y}(t) + L\frac{dI(t)}{dt} \quad (3.2.7)$$

V tuto chvíli zbývá jen sériově propojit dva VCA pohony a jsme hotovi. Použijeme naprosto totožné značení, jako doteď, pouze budeme všechna písmena indexovat číslem 1, pokud půjde o spodní VCA a číslem 2 pokud půjde o horní VCA, tedy např. K_{bem,f_2} je konstanta zpětné elektromotorické síly horního VCA.

Rovnice budou velmi podobné těm, co jsme odvodily v minulých odstavcích, jen je třeba dodat vazby mezi oběma VCA.

Jelikož na pohyblivou část VCA 2 působí silově permanentní magnet uložený v jeho kotvě, působí i pohyblivá část stejnou opačně orientovanou silou na kotvu, podle Newtonova třetího zákona. Vzhledem k tomu, že je tato kotva pevně přichycena k pohyblivé části VCA 1, je výsledkem silové působení na tuto pohyblivou část. Na pravé straně rovnice 3.2.6 přísluší VCA 1 tedy přibude člen $-F_{EM}$.

Další změna bude v rovnici 3.2.7 přísluší VCA 2, neboť velikost zpětné elektromotorické síly je přímo úměrná rychlosti pohyblivé části vzhledem ke zdroji magnetického pole, tedy ke kotvě. Při odvozování rovnic jsme předpokládali, že je kotva nehybně spjata se zemí, ale v případě VCA 2 je kotva v pevné vazbě s pohyblivou částí VCA 1, která nehybná není. Proto bude v odpovídajícím členu rozdíl rychlostí pohyblivých částí.

Poslední změna se týká hmotností, neboť zatímco pohyblivá část VCA 2 nese pouze svojí váhu, pohyblivá část VCA 1 nese váhu jak svojí, tak kotvy VCA 2. Tato změna se v rovnicích přímo neprojeví, neboť hmotnosti budeme stále značit m_1 resp. m_2 , ale musíme mít na paměti, že je jejich vyjádření odlišné.

Zakomponováním předchozích změn dostáváme matematický model odpovídající systému na obr. 3.1.1

$$m_1\ddot{y}_1(t) = -b_1\dot{y}_1(t) - k_1(y_1(t) - y_{a_1}) - m_1g + K_{F_1}I_1(t) - K_{F_2}I_2(t) \quad (3.2.8)$$

$$U_1(t) = R_1I_1(t) + K_{bem,f_1}\dot{y}_1(t) + L_1\frac{dI_1(t)}{dt} \quad (3.2.9)$$

$$m_2\ddot{y}_2(t) = -b_2\dot{y}_2(t) - k_2(y_2(t) - y_{a_2}) - m_2g + K_{F_2}I_2(t) \quad (3.2.10)$$

$$U_2(t) = R_2I_2(t) + K_{bem,f_2}(\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)) + L_2\frac{dI_2(t)}{dt} \quad (3.2.11)$$

3.2.5 Transformace souřadnic

Model vyjádřen pomocí rovnic 3.2.8 až 3.2.11 disponuje jednou problematickou vlastností, a to že v něm vystupují konstantní členy, se kterými bychom se dostali do potíží při odvozování přenosů. Naštěstí lze u lineárních systémů vždy provést (afinní) transformaci souřadnic, která se konstantních členů zbaví.

První transformace bude za účelem zbavení se přirozené délky pružiny. Vidíme, že se tato konstanta vyskytuje pouze ve výrazu, který vyjadřuje odchylku skutečné polohy od té rovnovážné. Zavedeme proto transformaci souřadnic polohy jako $\tilde{y}_i(t) \triangleq y_i(t) - y_{a_i}$, čímž se zbavíme konstanty, aniž bychom v jiném místě konstantu vytvořili (neboť se všude jinde vyskytují pouze derivace polohy). Vyjádřeno slovně, polohu již nebudeme měřit absolutně, ale jako výchylku od rovnovážné polohy pružiny.

Druhá transformace bude za účelem zbavení se členu gravitační síly. Intuitivně budeme postupovat tak, že spočteme napětí, které je potřeba přivést na vstup aby výsledná síla působící na pohyblivou část přesně vyrušila účinky gravitace. Nechť je toto napětí U_0 , pak transformaci zavedeme jako $\tilde{U}_i(t) \triangleq U_i(t) - U_0$, tedy $U_i(t) = \tilde{U}_i(t) + U_0$. Zbývá pouze toto napětí dopočítat.

Začneme výpočtem U_{0_2} , neboť toto napětí budeme muset znát, abychom mohli tentýž výpočet provést pro VCA 1. V pracovním bodě, ve kterém jsou řízením přesně vykompenzovány účinky gravitace, se vektor stavu nemění a derivace všech jeho složek je nulová. Zároveň je nulová i poloha $\tilde{y}_i(t)$, neboť předpokládáme, že pružina nepůsobí žádnou silou. Z rovnice 3.2.10 dostáváme $I_{0_2} = \frac{m_2 g}{K_{F_2}}$ a z rovnice 3.2.11 za stejných předpokladů $U_{0_2} = R_2 \frac{m_2 g}{K_{F_2}}$.

Totožným způsobem dopočítáme U_{0_1} , pouze v rovnici 3.2.8 dosadíme $I_2(t) = I_{0_2}$. Dostáváme $I_{0_1} = \frac{(m_1+m_2)g}{K_{F_2}}$ a z rovnice 3.2.9 pak $U_{0_1} = R_1 \frac{(m_1+m_2)g}{K_{F_2}}$.

Tím jsme hotovi, a matematický model v nových souřadnicích je:

$$m_1 \ddot{\tilde{y}}_1(t) = -b_1 \dot{\tilde{y}}_1(t) - k_1 \tilde{y}_1(t) + K_{F_1} \tilde{I}_1(t) - K_{F_2} \tilde{I}_2(t) \quad (3.2.12)$$

$$\tilde{U}_1(t) = R_1 \tilde{I}_1(t) + K_{bemf_1} \dot{\tilde{y}}_1(t) + L_1 \frac{d\tilde{I}_1(t)}{dt} \quad (3.2.13)$$

$$m_2 \ddot{\tilde{y}}_2(t) = -b_2 \dot{\tilde{y}}_2(t) - k_2 \tilde{y}_2(t) + K_{F_2} \tilde{I}_2(t) \quad (3.2.14)$$

$$\tilde{U}_2(t) = R_2 \tilde{I}_2(t) + K_{bemf_2} (\dot{\tilde{y}}_2(t) - \dot{\tilde{y}}_1(t)) + L_2 \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt} \quad (3.2.15)$$

3.2.6 Přenosový model

Rovnic 3.2.12 až 3.2.15 můžeme využít pro sestavení modelu pomocí přenosových funkcí mezi vstupy a výstupy. Znovu podotýkáme, že spodní VCA aktuátor je generátorem poruchy a jeho napětí proto není faktickým vstupem do systému, i když s ním tak nakládáme. Aplikací Laplaceovy transformace na rovnice 3.2.12 až 3.2.15 dostáváme:

$$\begin{aligned} m_1 s^2 \tilde{Y}_1(s) &= -b_1 s \tilde{Y}_1(s) - k_1 \tilde{Y}_1(s) + K_{F_1} \tilde{I}_1(s) - K_{F_2} \tilde{I}_2(s) \\ \tilde{U}_1(s) &= R_1 \tilde{I}_1(s) + K_{bemf_1} s \tilde{Y}_1(s) + L_1 s \tilde{I}_1(s) \\ m_2 s^2 \tilde{Y}_2(s) &= -b_2 s \tilde{Y}_2(s) - k_2 \tilde{Y}_2(s) + K_{F_2} \tilde{I}_2(s) \\ \tilde{U}_2(s) &= R_2 \tilde{I}_2(s) + K_{bemf_2} s (\tilde{Y}_2(s) - \tilde{Y}_1(s)) + L_2 s \tilde{I}_2(s) \end{aligned} \quad (3.2.16)$$

Dalším krokem by byly úpravy rovnic, skrze které bychom se snažily vyjádřit výstupní proměnné (tedy skutečný výstup $\tilde{Y}_2(s)$ a poruchu $\tilde{Y}_1(s)$) pomocí vstupních proměnných (tedy skutečný vstup $\tilde{U}_2(s)$ a vstup do generátoru poruchy $\tilde{U}_1(s)$). Symbolicky zapsáno, převáděli bychom rovnice 3.2.16 na tvar

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_1(s) &= H_{11}(s)U_1(s) + H_{12}(s)U_2(s) \\ \tilde{Y}_2(s) &= H_{21}(s)U_1(s) + H_{22}(s)U_2(s) \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

kde $H_{ij}(s)$ je přenosová funkce z j -tého vstupu na i -tý výstup. Laskavý čtenář nahlédne, o které úpravy se jedná - odvození ani výsledné přenosy zde nebudeme uvádět, neboť se jedná o výrazy zabírající několik řádek. V tabulce 4.4.1 jsou uvedeny přenosové funkce, které vzniknou po dosazení konkrétních hodnot za jednotlivé konstanty.

Kapitola 4

Simulační model

Implementaci simulačního modelu provedeme za pomoci programového prostředí MATLAB. Toto prostředí v sobě obsahuje nástroj SIMULINK, což je grafické prostředí pro tvoření blokových schémat za účelem simulace. Tento nástroj pod sebou zahrnuje mnoho různých knihoven funkčních bloků, které umožňují implementovat model více různými způsoby, jak na vyšších tak nižších úrovních, a toho lze pak využít při ověření správnosti sestavených modelů.

4.1 Možnosti implementace

4.1.1 Kauzální signálové bloky

Nejzákladnější nízkourovňový způsob modelování se provádí pomocí kauzálních signálových bloků. Tento přístup modeluje proces jako soubor kauzálně se šířících signálů, které reprezentují jednotlivé stavové veličiny a blokové schéma je pak realizováno jako přímý grafický přepis matematického modelu systému. Klíčovým prvkem je zde integrační blok, který umožňuje převádět jednotlivé stavy mezi sebou a zachycovat tak vazby mezi nimi. Dalšími bloky jsou pak realizovány matematické operace, které se objevují v modelovaných rovnicích, vstupy systému a sběr výstupních signálů.

Nespornou výhodou tohoto přístupu je jednoduchost převodu mezi matematickým modelem a vlastním simulačním schématem, což snižuje množství chyb, které by mohli při implementaci nastat. Dále je pak tento přístup extrémně

flexibilní, neboť nevynucuje napasování implementace daného modelu na kompozici nějakých předem daných subsystémů. To však může být i nevýhodou, neboť musíme pokaždé „znovu objevovat kolo“ a modelování tak může být poměrně zdlouhavé, obzvláště pokud modelujeme systém vysokého řádu. Nevýhodou je také míra abstrakce od reality, kterou práce s matematickým modelem nevyhnutelně přináší - ze sestaveného schématu nevyčteme bez dalších informací charakter systému a mnohdy ani neodhadneme jeho chování, což je problematické při hledání případných chyb.

4.1.2 Přenosové bloky

Speciálním případem výše zmíněného přístupu je modelování pomocí přenosových bloků. V takovém případě je principem modelování také operace nad vstupními signály, ale v tomto případě je veškeré chování systému zapouzdřeno v jediném bloku, který obsahuje přenos modelovaného systému. Veškerá práce je tedy provedena ve fázi matematického modelování a sestavení schématu je otázkou několika vteřin. Z toho vyplývá, že je prakticky nemožné udělat chybu ve vlastní implementaci, ale také, že případné chyby nelze na simulační úrovni řešit vůbec - veškeré opravy musí být provedeny ve vlastním odvození rovnic systému.

4.1.3 Nekauzální komponentové bloky

Jako protipól ke kauzálnímu přístupu je v rámci SIMULINK implementována knihovna SIMSCAPE, která umožňuje vysokoúrovňové modelování pomocí předem předpřipravených subsystémů různého charakteru (mechanické, elektromagnetické, hydraulické aj.). Jednotlivé bloky zde nerepresentují operace nad hodnotami signálu jako tomu bylo v předchozím případě, ale sami o sobě reprezentují buď dílčí dynamickou jednotkou modelovaného systému nebo vazbu mezi těmito jednotkami. Vhodnou topologií blokového schématu se realizují energetické a informační vazby, čímž se z dílčích subsystémů sestaví cílový systém. Oproti kauzálnímu, imperativnímu přístupu v předchozím odstavci se tedy jedná o nekauzální, deklarativní přístup. Přímý převod z matematických rovnic by byl prakticky nemožný, proto se zde model vytváří na základě znalosti reálného systému.

Výhody a nevýhody tohoto přístupu jsou doplňkem výhod přístupu kauzálního. Způsob implementace nesmírně zvyšuje čitelnost a komfort při práci, ale jeho závislost na správné dekompozici a napasování reálného systému na omeze-

nou množinu dostupných subsystémů umožňuje vznik značného množství chyb. Obecně lze říci, že jsou zde kladeny mnohem větší požadavky na úsudek návrháře, než v případě opisu matematických rovnic.

V našem případě budeme využívat hlavně bloky z knihovny SIMMECHANICS, což je jedna z podknihoven SIMSCAPE a okrajově pak bloky z knihovny SIMELECTRONICS pro realizaci elektromagnetické části systému. Od verzi MATLAB R2012a je implementována druhá generace knihovny SIMMECHANICS, která s sebou přináší schopnost automaticky sestavit a animovat 3D model odpovídající modelovanému systému. Této schopnosti s výhodou využijeme, což však znamená, že se vedle čistě funkčními parametry musíme zabývat i těmi metrickými. Vzhledem k tomu, že se zabýváme pouze translačním pohybem a nikoli rotačním, nebudeme nikde počítat s momentovými veličinami a tím pádem mají tyto parametry pouze estetický vliv.

4.1.4 Parametry reálného systému

V dalších podkapitolách provedeme návrh všemi třemi výše uvedenými přístupy a v poslední části provedeme jejich porovnání, abychom se ujistili, že jsou všechny implementovány správně. Než však přistoupíme k vlastní implementaci, je třeba specifikovat číselné hodnoty parametrů VCA, které budeme používat. Oba naše VCA budou shodného modelu, konkrétně se jedná o model LVCM-051-025-01 firmy MOTICONT (<http://www.moticont.com>). Nebudeme proto rozlišovat mezi parametry vrchního a spodního VCA. Vzhledem k tomu, že v době psaní této práce není k dispozici reálná konstrukce, nemáme o některých parametrech žádné informace a jejich hodnoty tím pádem neodráží skutečnost. Jedná se zejména o tuhosti pravítek a viskózního tlumení pohybu cívky.

Parametry jsou k vidění v tabulkách 4.1.1 až 4.1.3 a v simulačním modelu jsou zadány jako proměnné, které jsou hromadně definovány ve spouštěcím skriptu. To umožňuje konstanty efektivně měnit, aniž by bylo potřeba do modelu zasahovat. Ve zmíněných tabulkách jsou k vidění i názvy proměnných, které tyto parametry reprezentují v simulačních modelech. Pokud je za názvem uvedena hvězdička, znamená to, že je hodnota dopočítána z hodnot ostatních; konkrétní způsob výpočtu lze nahlédnout ve spouštěcím skriptu.

Název parametru	Název proměnné	Hodnota [m]
Maximální výkmit	<code>x_max</code>	0.0127
Délka kotvy	<code>l_arm</code>	0.0254
Tloušťka okraje kotvy	<code>w_arm</code>	0.0116
Poloměr kotvy	<code>r_arm</code>	0.0254
Délka svrchní části	<code>l_top</code>	0.0127
Poloměr svrchní části*	<code>r_top</code>	0.0254
Délka cívky*	<code>l_coil</code>	0.0127
Poloměr cívky*	<code>r_coil</code>	0.0138
Délka VCA*	<code>l_vca</code>	0.0381

Tabulka 4.1.1 – Rozměry

Název parametru	Název proměnné	Hodnota [kg]
Hmotnost kotvy	<code>m_arm</code>	0.326
Hmotnost pohyblivé části	<code>m_cass</code>	0.092
Hmotnost cívky*	<code>m_coil</code>	0.0046
Hmotnost svrchní části*	<code>m_top</code>	0.0874

Tabulka 4.1.2 – Hmotnosti

4.2 Simulační model pomocí kauzálních signálových bloků

V této části sestavíme model přímým přepisem rovnic odvozených v kapitole 3. Začneme sestavením modelu jediného VCA, z něhož vytvoříme subsystém. Ten následně zduplikujeme a obe navzájem vhodně propojíme.

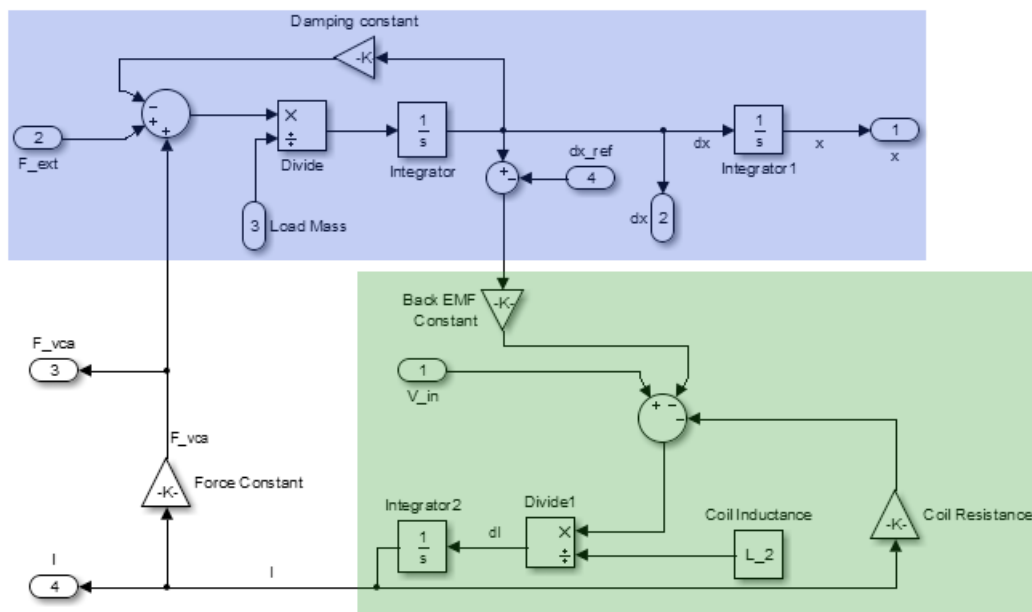
4.2.1 Schéma jediného VCA

Při sestavování modelu jednoho VCA jsme zřetelně oddělili mechanickou část od elektromagnetické. Vstupem do systému jsou externí síly, vstupní napětí a hmotnost pohyblivé části. Externí síly jsou přes dva integrační bloky převedeny na rychlost resp. polohu a signál rychlosti je vyveden pro převod na indukované napětí v souladu s 3.2.3. Toto napětí je pak spolu s napětími na všech ostatních komponentách elektrického obvodu a se vstupním napětím využito ke spočítání napětí na cívce, které je integračním blokem převedeno na proud, který cívkou teče. Ten je obratem využit k výpočtu působící elektromagnetické síly v souladu s 3.2.2, čímž se smyčka uzavírá.

Obr. 4.2.1 ukazuje výsledek takové implementace. Vidíme, že se rychlost odečítá od hodnoty `dx_ref`, která reprezentuje rychlost kotvy. Zeleně je zde vyznačena elektromagnetická část systému a modře část mechanická.

Název parametru	Název proměnné	Hodnota [jednotka]
Silová konstanta	K_f	6.9 [N/A]
Konstanta zpětné elektromotorické síly	K_bemf	6.9 [N/A]
Odpor cívky	R	1.7 [Ohm]
Indukčnost cívky	L	0.0006 [H]
Tuhost pružiny (pravítka)	k	500 [N/m]
Konstanta viskózního tlumení	b	0 [N*s/m]

Tabulka 4.1.3 – Ostatní parametry

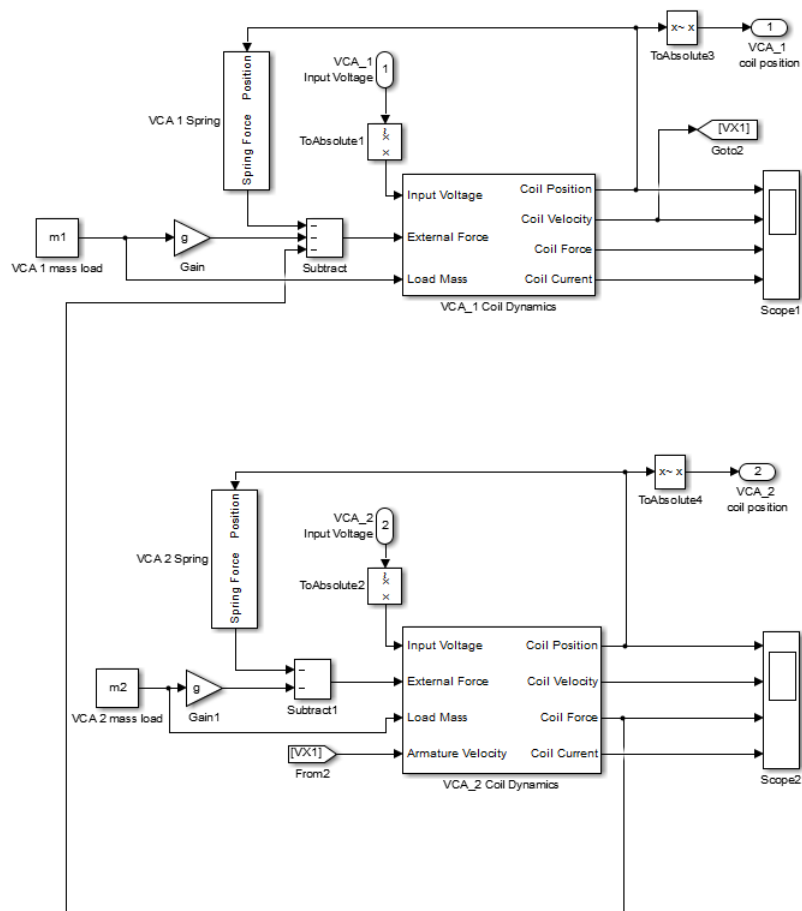


Obrázek 4.2.1 – Schéma subsystému „VCA_2 Coil Dynamics“

4.2.2 Propojení dvou VCA

Postoupíme o úroveň výše. Propojení mezi subsystémy realizujeme přesně podle odvozených rovnic; musíme vyvést elektromagnetickou sílu vrchního VCA a dle Newtonova třetího zákona jí přivést s opačným znaménkem na vstup spodního VCA. Dále musíme vyvést rychlost pohyblivé části spodního VCA a přivést ji na vstup vrchního VCA jako rychlost jeho kotvy (poněvadž je kotva vrchního VCA pevně spjata s pohyblivou částí spodního VCA). Externí sílu pak spočteme jako součet sil gravitačních, případně elektromagnetických a síly pružin, které reprezentují pravítka. To odpovídá schématu na obrázku 4.2.2. Povšimněme si bloků **ToAbsolute**, které realizují převod mezi absolutními a relativními souřadnicemi v souladu s diskuzí na konci kapitoly 3. Zdůrazníme však, že je na výstupu systému proveden inverzní převod, takže faktický výstup ze systému je v absolutních souřadnicích, což sice není v souladu s tím, jak jsme vstupy a výstupy systému navrhli, ale umožňuje nám to dobře porovnat fungování všech tří modelů. Také zdůrazníme, že hmotnosti pohyblivých částí nejsou pro oba VCA stejné - zatímco

pro vrchní se jedná pouze o hmotnost cívky a jejího úchyty, pro spodní VCA je to ještě navíc hmotnost kotvy vrchního VCA. Tato odlišnost je vidět pouze, pokud se podíváme na definici konstant m_1 a m_2 ve spouštěcím skriptu.



Obrázek 4.2.2 – Nejvyšší úroveň simulačního schématu pomocí kauzálních simulačních bloků

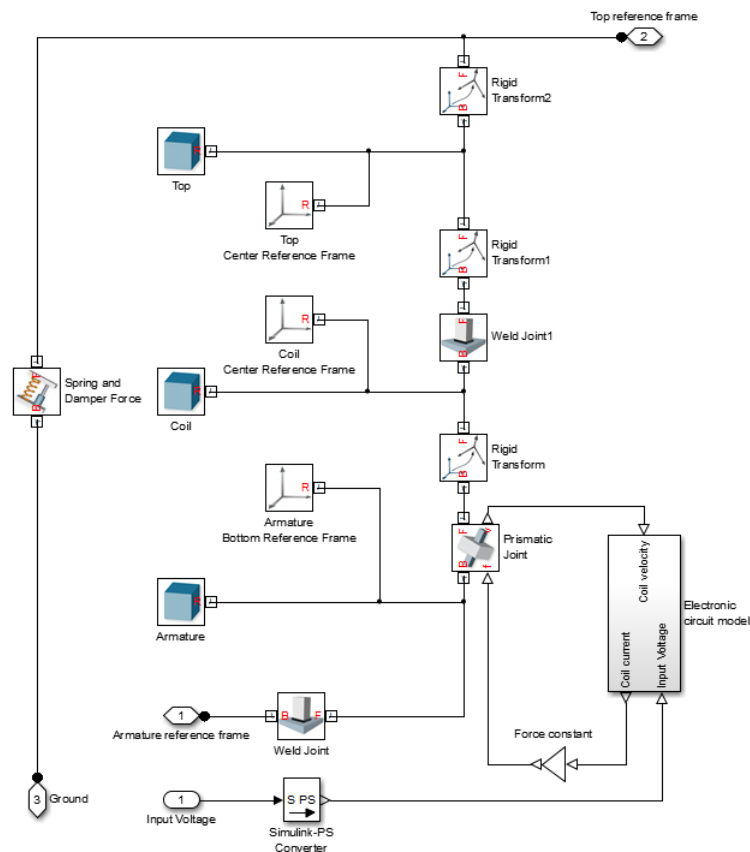
4.3 Simulační model pomocí nekauzálních bloků nadstavby SimMechanics

V této části sestavíme model systému pomocí předdefinovaných bloků knihovny SIMSCAPE. Základní bloky, se kterými budeme operovat, jsou dvojího druhu: buď bloky, které reprezentují těleso a nebo bloky, které realizují vazbu mezi těmito bloky, což můžeme chápat jako omezení počtu stupňů volnosti. Bloky reprezentující tělesa (v SIMMECHANICS nazývány *Bodies*) v sobě umožňují definovat parametry určující jejich inerční a momentové charakteristiky jako jsou hmotnost či hustotu, tvar, velikost apod. Vazební bloky (v SIMMECHANICS nazývány *Joints*) umožňují snímat hodnoty neomezených stupňů volnosti spolu s její derivacemi a také umožňují specifikovat aktuaci v těchto stupních volnosti. Toho využijeme

při propojování mechanické části s elektromagnetickou.

Při sestavování modelu pomocí knihovny SIMSCAPE je třeba velmi pečlivě pracovat s transformacemi souřadnicových systémů. Od těch se totiž odvíjí nejen hodnoty souřadnic při specifikaci tvaru VCA, ale i výsledky měření výstupních veličin. Pro přehlednost je v knihovně začleněn blok *Reference frame*, který nemá na vlastní simulaci žádný vliv a jeho jediným účelem je umožnit návrháři okamžitě identifikovat, ve kterém souřadnicovém systému daný blok operuje.

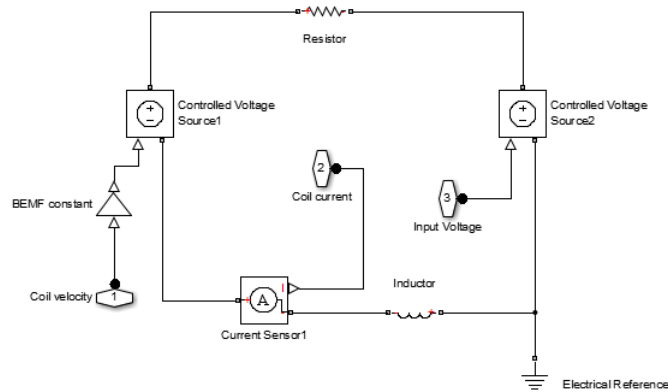
4.3.1 Schéma jediného VCA



Obrázek 4.3.1 – Schéma subsystému „Voice Coil Actuator 2“

Základní reprezentaci systému jednoho VCA tvoří tři bloky *Bodies*: kotva, což je nepohyblivá část VCA a cívka s vrchní částí, které tvoří pohyblivou část. Z implementačního hlediska je zapotřebí pouze dvou částí, ale kvůli správnému vykreslení 3D modelu jsme byli nuceni pohyblivou část rozdělit na dvě. Tomu odpovídá i poměrové rozdělení hmotnosti, které je k nalezení ve spouštěcím skriptu - podotýkáme, že bylo zvoleno bez jakéhokoli experimentálního ověření, neboť v našem případě nemá vliv na správné fungování modelu.

Tyto tři bloky jsou pak propojeny příslušnými vazbami, které tělesa buďto pevně spojí (blok *Weld joint*) a nebo omezí jejich vzájemný pohyb na translační v jedné ose (blok *Prismatic joint*). Druhý z těchto bloků je využit ke snímání vzájemné rychlosti cívky a kotvy, která je využita v elektromagnetické části. Všimněme si, že tímto nám odpadá starost o pohyb kotvy, neboť se rovnou snímá relativní rychlost.



Obrázek 4.3.2 – Schéma elektrického subsystému VCA

Nakonec stačí vhodně přidat blok tlumiče a pružiny, kde musíme opět dbát na propojení se správnými souřadnicovými systémy, aby bylo vše v souladu se situací na obr. 3.1.1, a implementovat elektromagnetický subsystém, který je přímou kopií obvodu na obr. 3.2.1. Jeho implementaci lze nalézt na obr. 4.3.2 a implementaci celého VCA na obr. 4.3.1.

4.3.2 Propojení dvou VCA

Propojení dvou subsystému VCA do výsledného je v tomto přístupu triviální záležitostí a zbývá jen vhodně měřit výstup systému. Povšimněme si, že je vstup do systému je opět v relativních souřadnicích.

Knihovna SIMMECHANICS vyžaduje pro své fungování připojení ke speciálním konfiguračním blokům, které definují dodatečné parametry systému (např. gravitaci), popř. slouží jako absolutní referenční bod všech souřadnicových systémů. Blokové schéma je vyobrazeno na obr. B.0.1.

4.4 Simulační model pomocí přenosových funkcí

V tomto případě je vše velmi přímočaré. Aplikujeme postup popsany na konci kapitoly 3, čímž sestavíme příslušné přenosy. Jejich tvary po dosazení lze nalézt v tabulce 4.4.1.

Název přenosového bloku	Tvar přenosu
V1_to_X1	$\frac{0.0003809s^3 + 1.079s^2 + 330.6s + 5865}{1.384 \cdot 10^{-8}s^6 + 7.845 \cdot 10^{-5}s^5 + 0.1284s^4 + 49.24s^3 + 3047s^2 + 1.219 \cdot 10^5s + 722500}$
V2_to_X1	$\frac{-0.0003809s^3 - 1.079s^2 - 2.07s - 5865}{1.384 \cdot 10^{-8}s^6 + 7.845 \cdot 10^{-5}s^5 + 0.1284s^4 + 49.24s^3 + 3047s^2 + 1.219 \cdot 10^5s + 722500}$
V1_to_X2	$\frac{328.5s}{1.384 \cdot 10^{-8}s^6 + 7.845 \cdot 10^{-5}s^5 + 0.1284s^4 + 49.24s^3 + 3047s^2 + 1.219 \cdot 10^5s + 722500}$
V2_to_X2	$\frac{0.001731s^3 + 4.903s^2 + 330.6s + 5865}{1.384 \cdot 10^{-8}s^6 + 7.845 \cdot 10^{-5}s^5 + 0.1284s^4 + 49.24s^3 + 3047s^2 + 1.219 \cdot 10^5s + 722500}$

Tabulka 4.4.1 – Přenosové funkce po dosazení

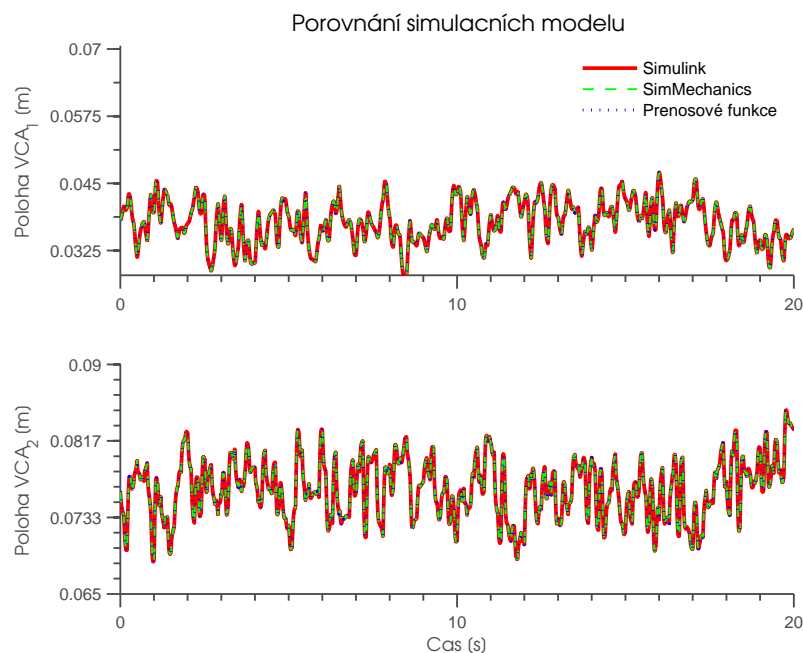
Pak již stačí přesně realizovat vztahy 3.2.17 pomocí příslušných bloků. Výsledné schéma je vidět na obr. C.0.1. Všimněme si, že jediné v tomto případě chybí na vstupu bloky ToAbsolute, neboť přenosy byly odvozeny pro systém, který se v pracovním bodě již nachází.

4.5 Porovnání simulačních modelů

Porovnání simulačních modelů provedeme tak, že na vstup každého z nich přivedeme stejný signál a budeme pozorovat jejich výstup. Pokud jsme provedli implementaci správně, měli by se odezvy všech modelů shodovat. Je samozřejmě teoreticky možné, že bychom udělali ve všech třech modelech stejnou chybu, kterou bychom z takového vyhodnocení nepoznali, ale vzhledem k diametrální odlišnosti přístupů k implementaci ve všech třech případech můžeme tuto variantu bezpečně vyloučit.

Je důležité, abychom jako vstupní signál zvolili takový, který vybudí všechny módy - pouze tak můžeme mít jistotu, že jsou všechny aspekty simulačních modelů stejné. Je možné zvolit jednotkový skok nebo impuls, my však zvolíme bílý šum, neboť bude odezva dynamičtější.

Z obr. 4.5.1 lze usoudit, že jsme návrh a implementaci všech modelů provedli správně. Zmíníme však jeden nesoulad, který se může objevit. V modelu pomocí knihovny SIMMECHANICS je implementována pružina s nenulovou při-



Obrázek 4.5.1 – Porovnání odezev simulačních modelů na bílý šum

rozenou délkou, zatímco v ostatních modelech se pracuje s pružinami s nulovou přirozenou délkou. To má ten důsledek, že pokud bychom systém excitovali s dostatečnou amplitudou, mohla by se pružina v SIMMECHANICS smrsknout na nulovou délku a pokud bychom amplitudu ještě o trochu zvýšili, prošla by krz sebe a tím by přeskočila její rovnovážná poloha (z „kladné“ na „zápornou“). V tu chvíli se začnou modely drasticky rozcházet.

Nicméně, tato situace nám nevadí, neboť v reálné aplikaci nemůže nastat. Mnohem dříve bychom narazily na problémy charakteru omezení délkou VCA, zastavení silovým působením pravítka apod.

Kapitola 5

Návrh regulátoru

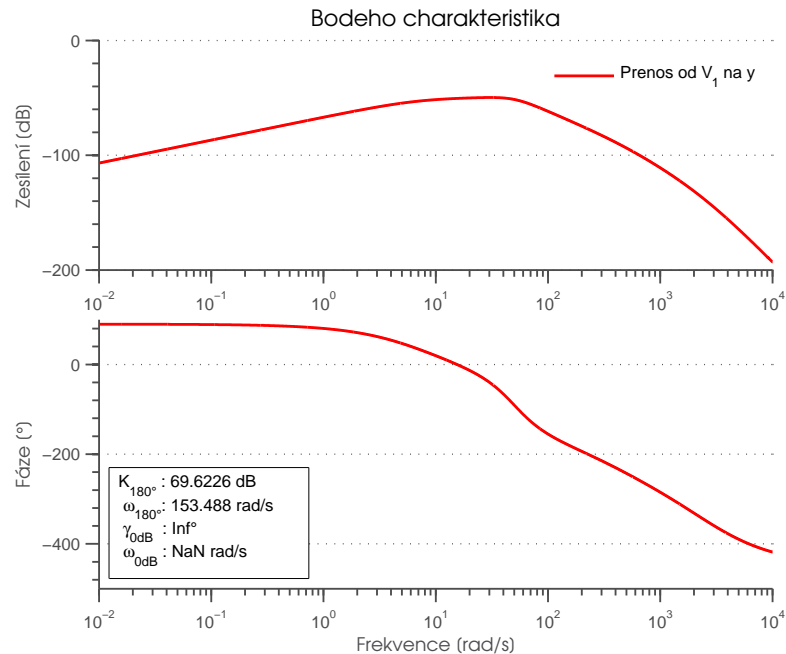
5.1 Návrhová kritéria

Cílem této práce je sestavit mechanismus, který by umožňoval tlumit vibrační působení okolí. Je zřejmé, že nejkritičtější část tohoto procesu je návržení vhodného regulátoru, který bude řídit akční zásahy aktivního tlumiče. Je rovněž zřejmé, že by tento regulátor měl být v jistém slova smyslu robustní - neměl by být příliš citlivý na změnu parametrů systému, měl by disponovat dostatečnou bezpečností v zesílení a ve fázi apod. Jinými slovy, uzavřená regulační smyčka by měla splňovat určitá návrhová kritéria, která musíme vhodně specifikovat.

Bohužel, jsme fundamentálně omezeni Bodeho integrální větou, která platí pro všechny lineární systémy. Pokud bychom se tomuto omezení chtěli vyhnout, nezbylo by než se uchýlit k nelineární regulaci, což je mimo záběr této práce. Jinak bude vždy platit, že tlumení jedné frekvence způsobí zesílení jiných. Z tohoto důvodu volíme přístup takový, že zatlumíme pouze dominantní frekvenci, což se na celkovém potlačení poruch projeví nejpříznivěji. Využijeme tedy znalosti skutečného zdroje poruchy a než zadáme návrhová kritéria, prostudujeme Bodeho charakteristiku přenosu od vstupu „poruchového“ VCA na výstup řízeného VCA v otevřené regulační smyčce, která je k vidění na obr. 5.1.1.

Lze spočítat, že největší zesílení nastane na frekvenci $\omega^* = 32 \text{ rad/s}$. Měli bychom tedy mezi návrhová kritéria zařadit odfiltrování poruchy na této frekvenci. Dalším přirozeným návrhovým kritériem je sledování konstantní referenční hodnoty a vyfiltrování skokové poruchy na výstupu. Je samozřejmostí, že

by měl být uzavřený obvod stabilní a to ještě s dostatečnou bezpečností v zesílení a ve fázi. Zároveň by nemělo být příliš velké řízení, z důvodu saturačních mezí, které v matematickém modelu neuvažujeme, ale v reálném systému vždy existují, nemluvě o tom, že příliš vysoký vstupní signál by mohl vést k poškození zařízení.



Obrázek 5.1.1 – Bodeho charakteristika výstupní poruchy

Pokud tato převážně kvalitativní kritéria shrneme, máme:

- Stabilní uzavřená smyčka
- Dobrá bezpečnost v zesílení a ve fázi
- Úplné odfiltrování výstupních poruch s frekvencemi 0 rad/s a 32 rad/s
- Sledování konstantní referenční hodnoty
- Co nejmenší velikost akčních zásahů

Podobně jako v předchozí kapitole by i zde bylo žádoucí navrhnout regulátor ví-cero odlišnými metodami, což nám umožní mezi sebou výsledky porovnat a zvolit nejlepší variantu. Tato porovnání budeme provádět na základě známých charakteristik, které se k těmto účelům běžně používají. Jedná se o Evansovo geometrické místo kořenů a Bodeho charakteristiku. Při návrhu budeme také dbát na průběh přechodových charakteristik, ale odezvami na konkrétní vstupní či poruchové signály se budeme plně zabývat až ve fázi porovnávání.

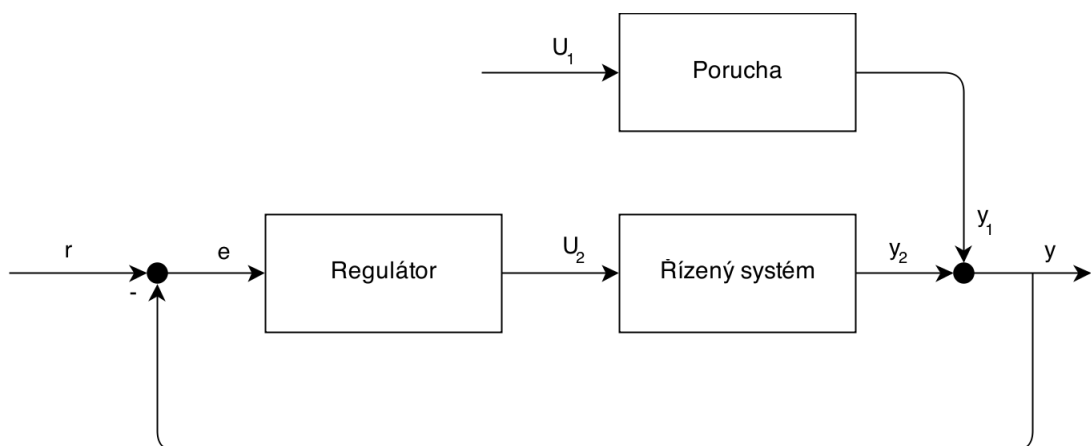
V této práci provedeme dva různé návrhy - první, ryze heuristický, bude spočívat v tvarování průběhu geometrického místa kořenů a druhý, částečně analytický, v sobě zahrnuje návrh rekonstruktoru stavu a stavového regulátoru, které spolu budou tvořit dynamický kompenzátor.

5.2 Heuristický návrh regulátoru

Při tomto návrhu budeme uvažovat standartní tvar regulační smyčky, k vidění na obr. 5.2.1. Jak jsme již říkali, návrh budeme provádět zcela heuristicky a výsledný přenos proto téměř jistě nebude optimální v žádném slova smyslu.

Při sestavování přenosu regulátoru budeme v první fázi směřovat ke splnění kritérií úplného potlačení poruchy na 32 rad/s a sledování konstantní referenční hodnoty. Uvidíme, že tento krok způsobí nestabilitu systému, takže v dalším kroce budeme modifikovat přenos tak, abychom systém stabilizovali. V poslední fázi již nebudeme příliš měnit řád regulátoru, pouze budeme interaktivně manipulovat s jeho parametry pro dosažení co nejlepších výsledků ve zbylých kritériích.

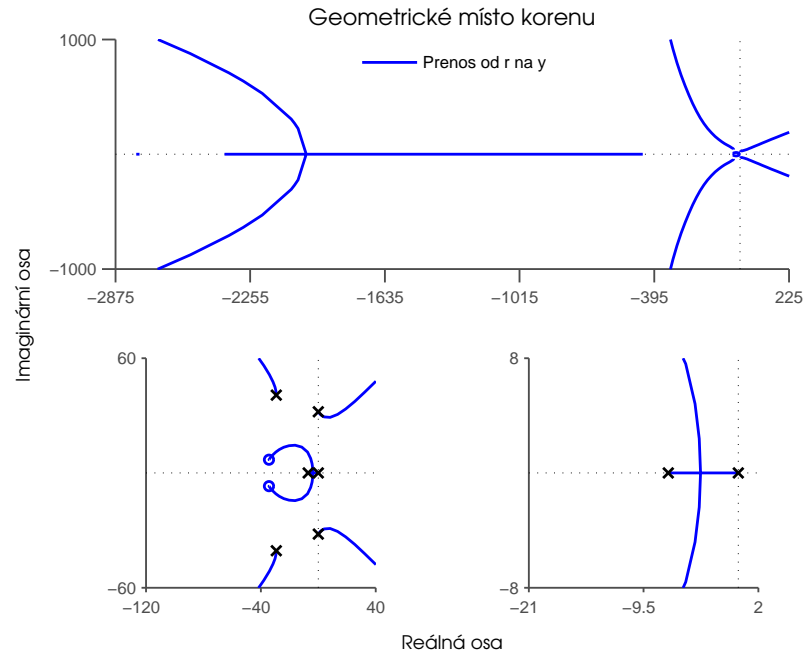
Při návrhu se budeme nejvíce opírat o tvar geometrického místa kořenů a dále pak o průběh Bodeho charakteristiky přenosu od poruchy na výstup v uzavřené smyčce, která nám umožní posoudit míru potlačení v závislosti na frekvenci.



Obrázek 5.2.1 – Tvar regulačního obvodu

V první řadě je třeba zabezpečit, aby signál sledoval referenční hodnotu a aby byla potlačena výstupní porucha na frekvenci 32 rad/sec. Obě tato kritéria jsme schopni zabezpečit využitím principu vnitřního modelu, který říká, že musejí

být póly referenčního signálu, který chceme sledovat, resp. poruchy, kterou chceme potlačit, obsažené v přenosu otevřené smyčky - v případě konstantní referenční hodnoty se jedná o integrátor, v případě odfiltrování frekvence 32 rad/s o sdružené ryze imaginární póly $\pm 32j$.



Obrázek 5.2.2 – Geometrické místo kořenů otevřené smyčky po přidání vnitřního modelu

Není příliš překvapivé, že se po přidání příslušných pólů stal systém nestabilním – ostatně, přidali jsme tři póly na mezi stability, což samozřejmě není samo o sobě garancí nestability, ale cítíme, že pokud nepřidáme žádné nuly tak tato situace velmi pravděpodobně nastane (tento pocit lze ospravedlnit např. vztahem pro směrnice asymptot, ke kterým se některé větve GMK blíží). Je tedy třeba nuly přidat tak, aby se systém stabilizoval.

Než popíšeme další postup, připomeneme několik vlastností GMK.

- Pro všechny body patřící do GMK platí $|L(s)| = \frac{1}{K}$ a $\sum_i \text{Arg}\{s - z_i\} - \sum_j \text{Arg}\{s - p_j\} = \pi \pmod{2\pi}$.
- Počet asymptot GMK je roven rozdílu počtu pólů a počtu nul otevřené smyčky.
- Úhel φ , pod kterým větev GMK „opouští“ pól p^* , je dán vztahem $\varphi = \text{Arg}\{L(p^*)\} + \pi \pmod{2\pi}$, kde $L(s)$ je přenos otevřené smyčky.

Vlastnost a) plyne přímo z definice, pokud rovnici rozepíšeme zvlášť pro

velikost a argument komplexního čísla $L(s)$ a použijeme vztahů pro argument součinu resp. podílu komplexních čísel.

Vlastnost b) bychom dokázali tak, že bychom napsali rovnici GMK pro nekonečné zesílení, ukázali, že tato rovnice má právě m konečných řešení, kde m je počet nul, a $n - m$ řešení v nekonečnu, kde n je počet pólů. Nakonec bychom napsali rovnici GMK pro fázi, přenos otevřené smyčky bychom rozvinuli v Taylorovu řadu kolem nekonečna a provedli aproximaci dominantním členem, z čehož by následně vyplynulo asymptotické chování zmíněných $n - m$ větví.

Vlastnost c) získáme studií bodu patřícího do GMK, který je infinitesimálně blízko daného pólu p^* . Jednoduchou analýzou lze dospět k závěru, že rozdíl mezi argumentem přenosu v tomto bodě a v bodě p^* je pouze příspěvek od členu, v němž figuruje p^* (který je v prvním případě nulový a v druhém případě rovný φ). Dosazením do fázové rovnice GMK dostáváme příslušný vztah.

Těchto vlastností můžeme s výhodou využít při rozhodování, kam umístit nuly regulátoru. Zároveň nám stačí studovat pouze první dva kvadranty komplexní roviny, neboť ve zbývajících dvou se situace odehrává symetricky.

Z obrázku 5.2.2 je vidět, že pól, který způsobuje nestabilitu systému má $\varphi \approx -\frac{\pi}{4}$. My bychom samozřejmě chtěli přidat nuly tak, aby byl tento úhel spíše kolem π . Z vlastností a) a c) snadno nahlédneme, že přidání nuly zvýší φ právě o fázový úhel vektoru vedoucí od nuly k danému pólu. Pokud si nechceme zavádět neminimálně fázové nuly, což je žádoucí, a uvážíme-li, že minimálně fázová nula může tento úhel zvýšit maximálně o $\frac{\pi}{2}$, ale zároveň nechceme přidávat nuly příliš blízko mezi stability, dojdeme k závěru, že je zapotřebí minimálně tří nul, abychom dosáhli požadované změny φ . Také je zřejmé, že budou muset ležet v relativně blízkém okolí tohoto pólu, aby byly fázové přírůstky dostatečně velké, a rovněž budou muset být jejich imaginární části menší, než je imaginární část pólu – tento poslední požadavek je velmi kritický, neboť pokud by došlo k jeho porušení, systém by se stal nestabilním (tomuto jevu se říká *pole-zero flipping*, viz např. (Preumont, 2002)). Nakonec můžeme také konstatovat, že počet přidaných nul musí být právě 3, neboť vyšší počet by vedl k nekauzálnímu přenosu.

Z počtu požadovaných nul přímo vyplývá, že se bude jednat o jednu reálnou nulu a jednu komplexně sdruženou dvojici nul. Jejich konkrétní umístění vzešlo z ryze heuristického postupu, ve kterém autor pozoroval, jaký vliv má jejich poloha na charakteristicky uzavřeného obvodu, zejména pak na míru potlačení poruch a robustnosti ve stabilitě. Poté se zesílení nastavilo na takovou hodnotu,

aby přechodové děje odeznívaly s dostatečnou rychlostí, ale zároveň aby nebyla ohrožena stabilita regulační smyčky.

Konečný přenos regulátoru jsme zvolili jako $C(s) = 132443 \frac{(s+14)(s^2+20s+412.1)}{s(s+1000)(s^2+1024)}$. Do přenosu jsme vedle zmíněných nul přidaly jeden reálný pól, kvůli zachování striktní ryzosti. Aby nedošlo k nepříznivému ovlivnění dynamiky, umístili jsme tento pól hluboko ve stabilní polorovině, konkrétně v bodě -1000. S tímto přenosem získáváme charakteristiky regulačního obvodu na obrázcích [D.0.1](#) až [D.0.3](#)

5.3 Dynamický kompenzátor

Doposud využíval regulátor ke generování akčního zásahu pouze informaci o současné hodnotě výstupu. Intuitivně ale cítíme, že bychom mohli kvalitu regulace zlepšit, pokud bychom vstup regulátoru obohatili o nějaký další signál, který by nesl dodatečnou informaci o stavu systému.

5.3.0.1 Úvod do stavové regulace

Zřejmě se jako nejjednodušší varianta nabízí využít přímo stav systému jako nosiče oné informace a akční zásahy generovat na základě těchto hodnot. Regulátor, který funguje na tomto principu, se nazývá stavovým regulátorem. Cítíme, že z principu nemůže existovat lepší regulátor než je stavový, neboť všechny kauzálně dostupné informace o systému jsou obsaženy právě v jeho stavu. Tento intuitivní pocit lze podložit matematickou analýzou ze které vyplyne, že za určitých předpokladů jím lze naprosto libovolně specifikovat dynamiku výsledné regulační smyčky.

Úskalí tohoto regulátor tkví právě v oněch předpokladech. První z nich se týká schopnosti regulátoru daný systém řídit v plné míře - je zřejmé, že pokud budou aktuátory umístěny takovým způsobem, že jimi nebude možné ovlivnit nějakou množinu stavů, nepomůže nám ani sebelepší regulátor. Této vlastnosti se říká říditelnost, a tvoří první ze dvou nutných podmínek pro použití stavového regulátoru.

Druhý předpoklad se týká snímání stavu, neboť abychom mohli stav využít ke generování akčních zásahů, musíme nejdříve mít tento stav k dispozici. V některých případech je možné tento problém vyřešit tak, že na řízený systém

umístíme senzory takovým způsobem, abychom přímo odebírali hodnoty všech stavových veličin, ale je zřejmé, že tento přístup bude mnohdy nerealizovatelný, ať už z teoretických důvodů (neměřitelnost dané veličiny) nebo z praktických (příliš nákladné, technicky náročné apod.). Nastává tedy otázka, za jakých okolností jsme schopni ze znalosti omezeného množství stavů jednoznačně určit ty zbylé. Systém, u kterého jsme schopni takový výpočet provést, se nazývá pozorovatelný. Pozorovatelnost je tedy druhá nutná podmínka pro použití stavového regulátoru.

5.3.0.2 Úvod do rekonstrukce stavu

Zmínili jsme se o vlastnosti, která pojednává o možnosti zjištění kompletního stavu systému ze znalosti nějaké její podmnožiny, ale zatím jsme neřekli nic o tom, jak bychom takový proces realizovali. Je samozřejmé, že abychom mohli určit hodnotu stavů, musíme znát model řízeného systému. Dále uvážíme, že aktuální odezva (a tedy i stav) systému jsou dány superpozicí odezev na vstupní signál a počáteční podmínky a tím pádem, že k jednoznačnému určení stavu je zapotřebí znát navíc ještě hodnoty vstupů, které na systém působí a počáteční podmínky, ze kterých systém startoval. Zatímco první z těchto informací je bezproblému dostupná, druhá je naopak prakticky vždy nedostupná a pokud ano, tak vždy jen s omezenou přesností.

Bohužel, pokud neznáme počáteční podmínky systému, principiálně není možné přímo určit přesnou hodnotu jeho stavů i přesto, že je systém pozorovatelný. Pokud bychom však slevili na požadavcích a nehledali způsob, jak stav vypočítat přesně, nýbrž pouze způsob, jak iterativně zlepšovat nějaký počáteční odhad, pak již problém řešit lze. Počáteční odhad vytvoříme jednoduše tak, že sestrojíme model řízeného systému, který odstartujeme z náhodných počátečních podmínek a budeme ho řídit stejnými vstupy jako reálný systém. U tohoto výpočetního modelu samozřejmě máme všechny stavy k dispozici a zbývá tedy jen určit mechanismus, pomocí kterého by se tento odhad s rostoucím časem zlepšoval.

Všechny iterativní aproximační algoritmy, ať už pro řešení rovnic, učení klasifikátorů nebo řidiče za volantem, jsou v jádře řízeny nějakou zpětnou vazbou, ve které se porovnává skutečný výstup s požadovaným, a jinak tomu nebude ani v našem případě. Existuje mnoho způsobů, jak se k tomuto řešení dobrat a některý z nich by byl jistě k nalezení v každé učebnici teorie řízení, např. (Preumont, 2002). Většinou se jedná o víceméně analytický postup, ve kterém se sestrojí

fiktivní dynamický systém reprezentující průběh odchylky odhadovaného stavu od skutečného a odvodí se takové zapojení, aby šel výstup tohoto systému k nule; my však zvolíme jiný přístup.

Na výstup našeho modelu lze nahlížet jako superpozici kýženého výstupu, který splývá s výstupem reálného systému, a odezvy na odlišné počáteční podmínky. Pokud naprosto standartním způsobem zavedeme zpětnou vazbu od výstupu našeho umělého modelu a jako referenční signál zvolíme výstup reálného systému, můžeme na odezvu od odlišných počátečních podmínek nahlížet jako jakousi fiktivní poruchu na výstupu. V tuto chvíli můžeme elegantně využít principu vnitřního modelu, neboť je zřejmé, že póly poruchy jsou totožné s póly systému, tím pádem jsou jistě obsaženy v přenosu otevřené smyčky a výstupní porucha bude proto plně potlačena.

Toto je základní princip fungování tzv. rekonstruktoru stavu, který bude za podmínky pozorovatelnosti reálného systému konvergovat k jeho stavu. Stavový regulátor, který ke svému akčnímu zásahu využívá rekonstruovaného stavu, se spolu s rekonstruktorem nazývá dynamický kompenzátor a v této kapitole se budeme zabývat jeho návrhem.

Ve skutečnosti je problematika, kterou jsme v předchozích odstavcích nastínili, mnohem rozsáhlejší. Existují také vlastnosti dosažitelnosti a detekovatelnosti, které jsou za určitých podmínek (pro spojitě systémy vždy) ekvivalentní s říditelností resp. pozorovatelností. Také jsme se vůbec nezabývali tím, jak určit zda je systém říditelný nebo pozorovatelný. Abychom k tomuto problému mohli vůbec smysluplně přistoupit, bylo by třeba vytvořit rigorózní definice všech čtyř těchto vlastností, které by reflektovaly intuitivní stránku kterou jsme nastínili. Pomocí nich lze dojít k tzv. gramiánu, což je matice, z jejíž hodnoty jsme schopni tyto vlastnosti vyčíst.

Těmito záležitostmi se v této práci zabývat nebudeme, pouze užitíme gramián k určení pozorovatelnosti a říditelnosti našeho systému. Pro precizní přístup k tomuto tématu a intuitivní odvození gramiánu lze nahlédnout např. do ([Shanahan, 2013](#)). Dále by bylo třeba ukázat, že lze návrh rekonstruktoru oddělit od návrhu stavového regulátoru, tedy tzv. princip separace, což zde implicitně předpokládáme. Důkaz tohoto faktu není složitý, lze jej nalézt např. v ([Preumont, 2002](#)).

5.3.1 Pozorovatelnost a říditelnost

Než přistoupíme k vyšetřování říditelnosti a pozorovatelnosti, poukážeme na jednu zásadní změnu oproti předchozím postupům. Zatímco doteď jsme v návrzích přímo pracovali s modelem poruchy (tedy modelem spodního VCA), který jsme do všech výpočtů začlenili, takto při navrhování dynamického kompenzátoru postupovat samozřejmě nemůžeme. Zaprvé, je na první pohled zřejmé že snímáním pouze polohy cívky vrchního aktuátoru nemůžeme dopočítat kompletní informaci o stavu dvou svázaných VCA, což lze jednoduše ověřit. Zadruhé, navrhovaný regulátor má být použit pro tlumení vibrací, které nemusejí být nutně způsobeny spodním VCA - naše konstrukce je určena pouze pro testovací účely, ale v praxi samozřejmě žádný spodní VCA existovat nebude. Tudíž, i kdyby nám v tomto postupu nebránila nepozorovatelnost systému dvou VCA, byl by holý nesmysl navrhovat dynamický kompenzátor, který bude akční zásahy generovat v závislosti na stavu systému, který ve skutečnosti vůbec nebude existovat a takový přístup by pravděpodobně vedl k velmi špatným výsledkům.

Budeme tedy pracovat s jiným systémem, konkrétně s modelem jediného VCA. Vibrační působení (ať už způsobené spodním VCA nebo jiným zdrojem) budeme reprezentovat jako poruchovou sílu působící na cívku.

Návrh dynamického kompenzátoru se tradičně provádí pomocí stavové reprezentace systému a proto zmíněný nový model odvodíme právě takto. Proces zkrátíme, neboť se jedná o rovnice 3.2.6 a 3.2.7, pouze je přidán vliv poruchové síly F . Výsledkem jsou rovnice 5.3.1 a 5.3.2, které jsou již převedeny do relativních souřadnic.

$$m_2 \ddot{\tilde{y}}_2(t) = -b_2 \dot{\tilde{y}}_2(t) - k_2 \tilde{y}_2(t) + K_F \tilde{I}_2(t) + F \quad (5.3.1)$$

$$U_2(t) = R_2 \tilde{I}_2(t) + K_{bem,f_2} \dot{\tilde{y}}_2(t) + L_2 \frac{d\tilde{I}_2(t)}{dt} \quad (5.3.2)$$

Zavedeme-li stavové veličiny jako $x_1(t) = \tilde{y}(t)$, $x_2(t) = \dot{\tilde{y}}(t)$, $x_3(t) = I(t)$, pak dostáváme stavový model 5.3.3.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} & \frac{K_{F_2}}{m_2} \\ 0 & -\frac{K_{bemf_2}}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \end{pmatrix} \tilde{U}_2(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_2} \\ 0 \end{pmatrix} F(t) \\ \tilde{y}_2(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

Bohužel, pokud bychom si znovu spočetli hodnotu gramiánu, zjistili bychom, že je tento systém rovněž nepozorovatelný, s jedním nepozorovatelným stavem. To je důsledek faktu, že znalost vstupního napětí a výstupní polohy nijak neurčuje hodnoty rychlosti a proudu, což lze nahlédnout z příslušných rovnic. Pokud bychom navíc znali jeden z těchto stavů (je jedno který), pak už by byl ten zbývající jednoznačně určen a systém by byl pozorovatelný.

Nezbývá nám tedy nic jiného, než zasáhnout do samotné konstrukce modelu a přidat dodatečný senzor. Z praktického hlediska je mnohem jednodušší, přesnější a méně nákladné snímat proud. Ten můžeme měřit obyčejným ampérmetrem, který je běžně dostupný, levný, nikterak závažně neovlivňuje dynamiku systému a jeho ex post doplnění do systému nevyžaduje žádnou změnu dosavadních výsledků.

Patřičnou úpravou stavové reprezentace získáváme model SIMO systému vyjádřený rovnicemi 5.3.4

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} & \frac{K_{F_2}}{m_2} \\ 0 & -\frac{K_{bemf_2}}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \end{pmatrix} U_2(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_2} \\ 0 \end{pmatrix} F(t) \\ \begin{pmatrix} y_2(t) \\ I_2(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

Snadno se lze přesvědčit že je tento systém jak říditelný, tak pozorovatelný.

Abychom však mohli správně navrhnout rekonstruktor, musíme do mo-

delu zahrnout i model poruchy a tím pádem je potřeba učinit předpoklad o jejím tvaru. V souladu s našimi návrhovými požadavky budeme předpokládat, že je výstupní porucha ve tvaru $F(t) = \sin(\omega t) + b$, tedy součet harmonické a konstantní poruchy. Frekvenci harmonické složky zvolíme jako 32 rad/s . Rozšíříme-li vektor stavu o složky $w_1 = \sin(\omega t)$, $w_2 = \omega \cos(\omega t)$, $w_3 = b$, dostáváme stavový model 5.3.5.

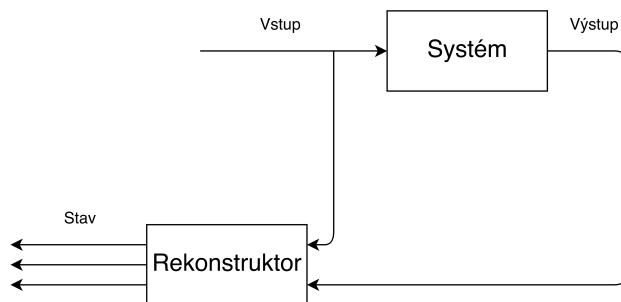
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{w}_1(t) \\ \dot{w}_2(t) \\ \dot{w}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} & \frac{K_{F2}}{m_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{bemf2}}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U_2(t)$$

$$y_2(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{pmatrix} \tag{5.3.5}$$

5.3.2 Rekonstruktor stavu

Než se pustíme do vlastních výpočtů, věnujme trochu času zformalizování intuitivních informací, které jsme podali v úvodu této kapitoly. Rekonstruktor je dynamický systém, jehož dynamika je kopií řízeného systému, ale na vstupu jsou vyvedeny všechny jeho stavy, tedy matice výstupu je čtvercová, jednotková a příslušného řádu. Z toho, co jsme o rekonstruktoru řekli, můžeme vyvodit zapojení na obr. 5.3.1. Vidíme, že na vstupu rekonstruktoru je vstup do reálného systému a také rozdíl výstupů reálného systému a rekonstruktoru.

Vrátíme-li se k analogii potlačení výstupní poruchy, kterou jsme užili v úvodu, můžeme jít ještě o krok dál a uvědomit si, že rychlost potlačení výstupní poruchy je vždy úměrná zesílení otevřené smyčky. Je tedy přirozené, abychom rozdíl výstupů vhodně zesílili. Pokud bychom takový systém zachytili pomocí stavové reprezentace, dostali bychom rovnice 5.3.6.



Obrázek 5.3.1 – Schéma rekonstruktoru stavu

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b} \cdot U_2(t) + \boldsymbol{\kappa} (y(t) - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}(t)) \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \hat{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\tag{5.3.6}$$

Maticе získů $\boldsymbol{\kappa}$ je analogií vektoru \mathbf{b} a její složky ovlivňují zmíněné zesílení rozdílů výstupů, což lze dobře vidět ze stavové reprezentace 5.3.6.

Stavovou reprezentaci 5.3.6 můžeme jednoduchými upravami převést na standartní stavovou reprezentaci MIMO systému 5.3.7

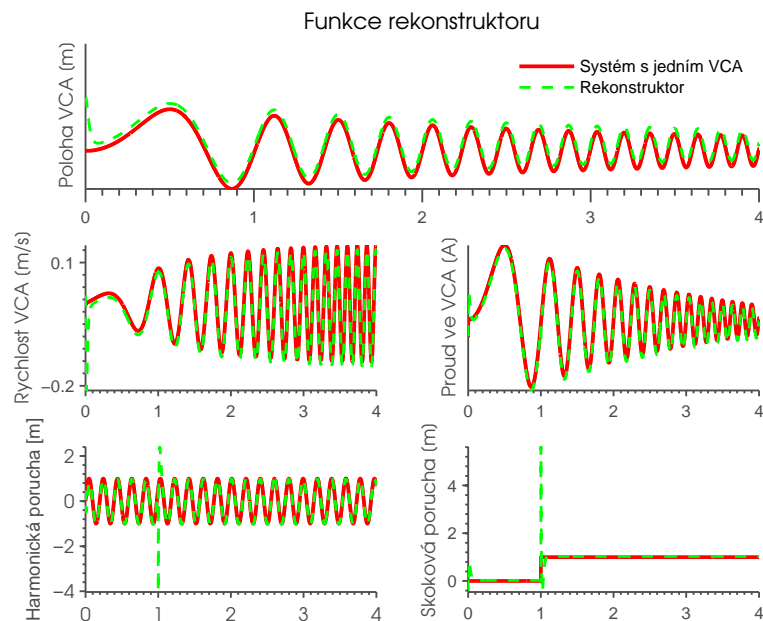
$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= (\mathbf{A} - \boldsymbol{\kappa} \mathbf{c}^T) \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2(t) & y(t) \end{pmatrix} \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \hat{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\tag{5.3.7}$$

Vidíme, že volbou vektoru $\boldsymbol{\kappa}$ určujeme umístění pólů rekonstruktoru, které lze za předpokladu pozorovatelnosti umístit libovolně, a tím i rychlost najíždění na správný stav; čím hlouběji budou póly ve stabilní polorovině, tím dříve rychleji bude aproximace probíhat. Je samozřejmě žádoucí, aby toto „najetí“ proběhlo dříve, než odezní nejrychlejší děje v rekonstruovaném systému, jinak by nemohl být rekonstruktor přesný. Je tedy zřejmé, že budou muset jeho póly ležet dál, než póly rekonstruovaného systému - udává se dva až šestkrát (Preumont, 2002).

Pokud dosadíme za obecné parametry v 5.3.5 z tabulek 4.1.2 a 4.1.3, zjistíme, že hodnoty pólů jsou cca. 0, -18.9, -327.6, -2486.8, $\pm 5j$. V souladu s doporučením umístíme póly rekonstruktoru do bodů -80, -80, -100, -100, -1234, , -10000 a dostáváme matici získů 5.3.8

$$\kappa = \begin{pmatrix} -0.068 & 0.396 \\ 25.976 & -82.338 \\ -1659.6 & 7384.6 \\ -7967.1 & -1377.3 \\ 222239.2 & 36393.7 \\ 9343.2 & 1578.2 \end{pmatrix} \quad (5.3.8)$$

Ná obr. 5.3.2 lze vidět průběh aproximace stavu pro samotný VCA (bez vnější poruchy) a na obr. 5.3.3 pak funkci rekonstruktoru připojeného k systému se dvěma VCA.

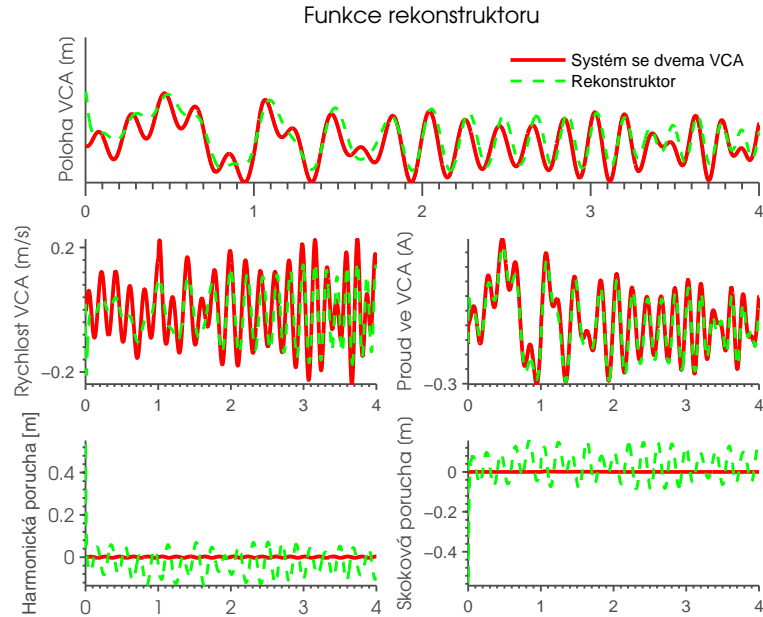


Obrázek 5.3.2 – Funkce rekonstruktoru pro systém s jedním VCA

Vidíme, že rekonstruktor pracující se systémem, pro který byl navržený, funguje velmi dobře a stavy jsou s aproximovány s vysokou přesností již po několika zlomcích vteřiny. Také stojí za zmínku, že poloha i proud patří mezi přímo měřené stavy, a tím pádem tyto výstupy rekonstruktoru nepotřebujeme (formalizováním této myšlenky lze odvodit tzv. Luenbergerův rekonstruktor, jehož řád lze oproti řádu systému snížit o počet lineárně nezávislých výstupů reálného systému, tj. v našem případě o dva řády).

Rekonstruktor pracující se systémem dvou VCA je na tom pochopitelně výrazně hůře. Vidíme, že odhad stavů VCA je vcelku uspokojivý, ale odhad působících poruch je velmi špatný. Tato situace nelze vyřešit změnou ziskové matice - zhoršený výsledek můžeme například odůvodnit tak, že póly poruchy nejsou ob-

saženy v otevřené smyčce, kterou jsme zmiňovali při analogii s vnitřním modelem a proto nedojde k jejímu odfiltrování.



Obrázek 5.3.3 – Funkce rekonstruktoru pro systém s dvěma VCA

5.3.3 Stavový regulátor

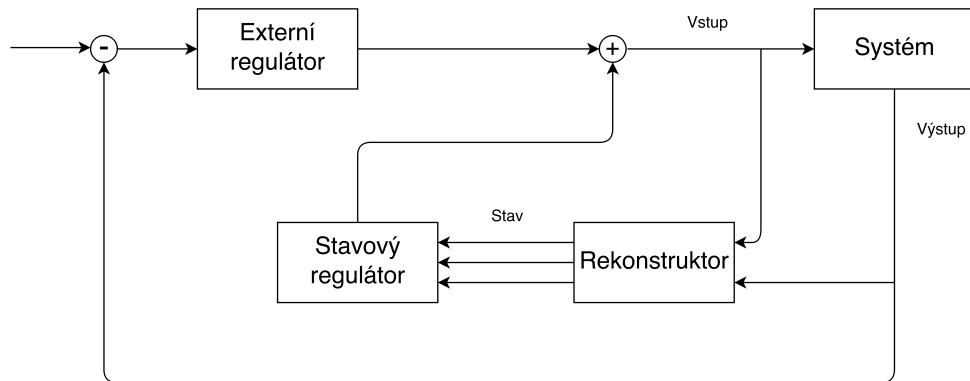
Úloha návrhu stavového regulátoru je v mnoha směrech velmi podobná úloze návržení rekonstruktoru stavu. Tato podobnost plyne z faktu, že jsou tyto dvě úlohy v jistém smyslu navzájem duální.

V úvodu jsme naznačili, že stavová regulace využívá ke generování akčního zásahu informaci o stavu systému a že je za podmínky říditelnosti a pozorovatelnosti možné tímto způsobem libovolně ovlivnit dynamiku systému, ale nespécifikovali jsme žádný konkrétní zákon řízení, který by toto umožňoval. Při stavové regulaci je zákon řízení lineární kombinací aktuálních stavů systému, tedy $u = -\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}$ pro nějaký vektor \mathbf{k} . Pokud tento zákon zavedeme do stavové rovnice systému, dostáváme po drobných úpravách 5.3.9.

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T) \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (5.3.9)$$

Jedná se o rovnici autonomního systému, jehož matici dynamiky můžeme za předpokladu říditelnosti zvolit libovolně. Tím se systém se zavedenou stavovou zpětnou vazbou převede na nový systém, jehož dynamiku si sami zvolíme a

můžeme ho dál řídit kterýmkoli jiným zákonem řízení, abychom dosáhli požadovaného chování. Vygenerované řízení pak pouze přičteme k řízení generovaného stavovou zpětnou vazbou, tak jak je naznačeno na schématu 5.3.4.



Obrázek 5.3.4 – Schéma dynamického kompenzátoru s externím regulátorem

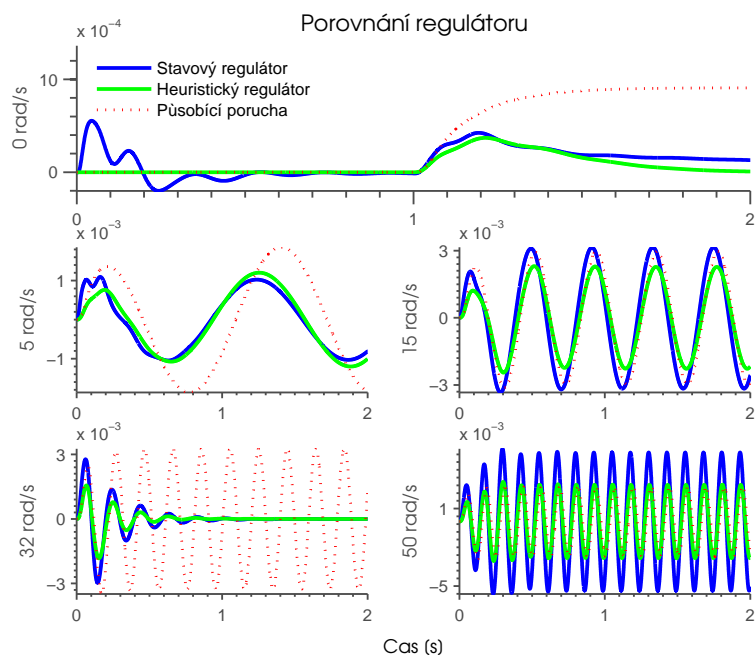
Náš postup bude takový, že celý návrh regulátoru provedeme pro systém s jedním VCA a výsledný regulační obvod implementujeme na systému s dvěma VCA. Nejdříve navrhne stavovou zpětnou vazbu, čímž příznivě změním dynamiku systému a poté k systému s dynamikou navrhne externí regulátor tak, aby byla splněna návrhová kritéria, která jsme si stanovili.

Bohužel, je na první pohled zřejmé, že je systém 5.3.5 neřiditelný - nemáme jak ovlivnit poruchové stavy. Je proto zapotřebí využít pouze stavy, které jsou říditelné, což jsou v našem případě stavy příslušící samotnému VCA. Od těchto stavů zavedeme zpětnou vazbu na vstup systému a tím mu přiřadíme nové póly. V našem případě je volíme jako $p_1 = -20$, $p_2 = -30$, $p_3 = -40$. Vektor zisků dostáváme jako $\mathbf{k}^T = \begin{pmatrix} -3.721 & -6.9227 & -1.6460 \end{pmatrix}$ a výsledný systém disponuje charakteristikami na obr. E.0.1 a E.0.2.

Proces návrhu heuristického regulátoru bude velmi podobný jako při sestavování přenosu v předchozí podkapitole a nebudeme jej zde dále rozebírat; výsledný přenos „externího“ regulátoru jsme zvolili jako $C = 2110.9 \frac{(s+1)(s^2+9.496s+510.9)}{s(s+5)(s^2+1024)}$. Charakteristiky výsledného obvodu lze vidět na obrázcích E.0.3 až E.0.5

5.4 Porovnání navržených regulátorů

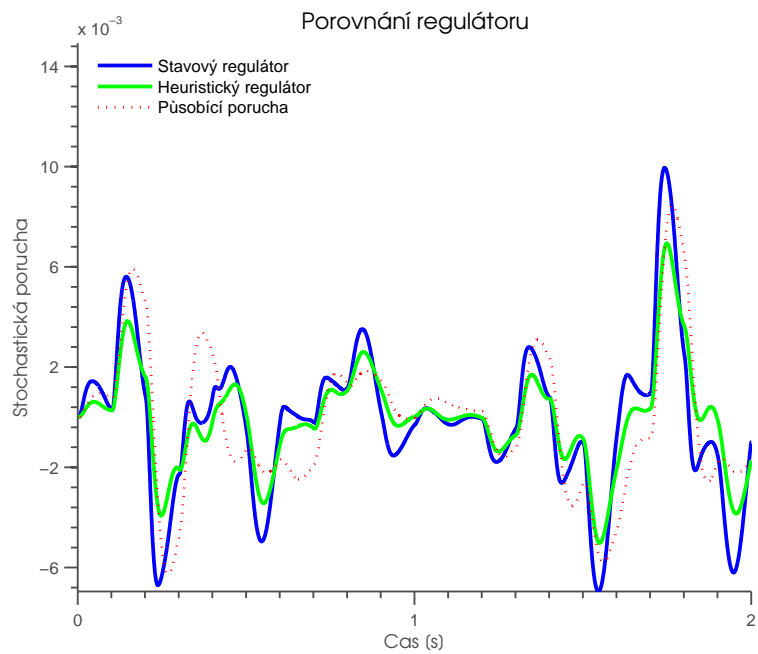
Navržené regulátory porovnáme na základě schopnosti potlačovat nejrůznější výstupní poruchy. Tlumení vibrací vyzkoušíme pro harmonické signály s frekvencí 0 (tj. skoková porucha), 5, 15, 32 a 50 rad/sec a některé jejich kombinace. Dále provedeme porovnání pro případ stochastických vibrací.



Obrázek 5.4.1 – Porovnání tlumících schopností regulátorů

Vidíme, že oba regulátory splňují návrhová kritéria tlumení - poruchy na 0 rad/s a 32 rad/s jsou zcela odfiltrovány během méně než vteřiny. Bohužel, mimo tyto navržené frekvence regulátory příliš dobře nefungují, v některých případech je dokonce porucha působením regulátoru zesílena. Obecně by se mohlo zdát divné, že stavový regulátor vykazuje horší výsledky než obyčejný regulátor. Musíme však mít na paměti, že rekonstruktor odhaduje stavy, které jsou zatíženy jinou chybou, než pro kterou byl navržen a že tím pádem póly nového systému nejsou skutečně ty, které jsme zadali a pro které jsme navrhli externí regulátor, což pochopitelně má za důsledek zhoršení kvality regulace. Navíc externí regulátor jsme navrhovali opět heuristicky, což samo o sobě znamená, že nemáme zaručené optimální chování v jakémkoli slova smyslu.

Podobně dopadne situace i s odezvou na bílý šum. Vidíme, že zatímco regulátor bez stavové zpětné vazby vibrace tlumí relativně úspěšně, v některých případech až na polovinu, dynamický kompenzátor poruchu na mnoha místech zesiluje.



Obrázek 5.4.2 – Porovnání tlumení bílého šumu

Kapitola 6

Závěr

V této práci jsme se zabývali kompletním návrhem aktivního tlumiče vibrací.

Nejprve jsme věnovali pozornost vlastní konstrukci zařízení, zejména výběru vhodných aktuátorů a senzorů. Po přehledovém porovnání skupiny nejznámějších kategorií jsme se rozhodli aktuaci provést pomocí voice coil aktuátoru, zejména pro jeho jednoduchou obsluhu, rychlost a přesnost. Dále jsme diskutovali o možných výstupních veličinách, které bychom mohli měřit a nakonec jsme se rozhodli pro snímání polohy pomocí laseru. Dále jsme specifikovali konkrétní konstrukci zařízení, která se skládala ze dvou pevně spojených VCA, jeden zastupující generátor poruchy a druhý reprezentující vlastní tlumič.

Pokračovali jsme sestavením matematického modelu pomocí fyzikálního modelování, ve kterém jsme učinili několik zjednodušujících předpokladů o charakteru systému. Pro tento model jsme implementovali tři simulační schémata v nástroji SIMULINK - pomocí kauzálních signálových bloků, pomocí nekauzálních bloků knihovny SIMMECHANICS a pomocí přenosových funkcí. Ve všech třech případech jsme dosáhli dokonalé shody.

Nakonec jsme provedli heuristický návrh dvou regulátorů. V první řadě jsme specifikovali zjednodušená návrhová kritéria, kterých jsme se návrhem regulátoru snažili dosáhnout. Mezi nejkritičtější patřili odfiltrování výstupních poruch na 0 rad/s (stejnoseměrný signál) a 32 rad/sec (frekvence, na které nastává maximální zesílení VCA pro naše parametry).

V prvním případě jsme navrhli klasickou výstupní zpětnou vazbu, a re-

gulátor jsme sestavili na základě principu vnitřního modelu, doplněného o takové nuly a póly, aby byl výsledný systém stabilní. Návrh jsme prováděli přímo pro navrženou konstrukci.

V druhém případě jsme nejdříve navrhli dynamický kompenzátor pro systém s jedním VCA a k tomuto systému jsme kaskádně navrhli další externí regulátor, opět heuristicky. Návrh byl v obou fázích prováděn pro odlišný systém, než na který byl nakonec nasazen.

Z výsledků naší práce je zřejmé, že ani jeden z navržených regulátorů by nešel použít v praxi. Zaprvé, jejich heuristický návrh neumožňuje činit jakékoli garance optimality a zadruhé, tlumení probíhalo efektivně pouze na velmi úzkém pásmu kolem frekvence 32 rad/sec. Pokud bychom chtěli skutečně efektivně tlumit vibrace, bylo by zapotřebí aplikovat sofistikovanější metody návrhu a vzhledem k Bodeho integrální větě pravděpodobně přejít k nelineární regulaci. Dalším problémem je, že od samého začátku byl návrhový proces závislý na parametrech konstrukce, které jsme neznali (tuhost pravítek, viskozní tlumení apod.). Už vlastní návrhové specifikace byly odvozeny od frekvence, na které dochází k maximálnímu přenosu v jednom VCA, a tato frekvence by se pochopitelně změnila při změně parametrů konstrukce. Pokud bychom regulátor nasazovali na reálný systém, bylo by potřeba návrh provést znovu, pro správné parametry.

Bohužel, kvůli problémům při výrobě, dodání a zprovoznění konstrukce jsme neměli možnost návrh regulátorů dále upravit a nasadit na reálné zařízení. Pro úplnost přikládáme jeho vyobrazení, které je k vidění na obr. [F.0.1](#).

Literatura

- Baronti, F., A. Lazzeri, F. Lenzi, R. Roncella, R. Saletti, and S. Saponara: 2009, 'Voice Coil Actuators: from Model and Simulation to Automotive Application'. In: *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*. pp. 1805 – 1810.
- Bell, D. J., T. J. Lu, N. A. Fleck, and S. M. Spearing: 2005, 'MEMS actuators and sensors: observations on their performance and selection for purpose'. *Journal of Micromechanics and Microengineering* **15**(7), S153.
- Boulet, B., L. Daneshmend, V. Hayward, and C. Nemri: 1993, 'System identification and modelling of a high performance hydraulic actuator'. In: R. Chatila and G. Hirzinger (eds.): *Experimental Robotics II*, Vol. 190 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 503–520.
- Buzinski, M., A. Levine, and W. H. Stevenson: 1992, 'Performance characteristics of range sensors utilizing optical triangulation'. In: *Aerospace and Electronics Conference, 1992. NAECON 1992., Proceedings of the IEEE 1992 National*. pp. 1230 – 1236.
- Dynamic Structures & Materials, L., 'Piezoelectric Actuation Mechanisms: Flex-tensional Piezo-Actuator Operation'.
- Garoi, F., J. Winterflood, L. Ju, J. Jacob, and D. G. Blair: 2003, 'Passive vibration isolation using a Roberts linkage'. *Review of Scientific Instruments*.
- Gogue, G. P. and J. J. Stupak, Jr., 'Voice-coil actuators'.
- Hollerbach, J. M., I. W. Hunter, and J. Ballantyne: 1992, *The Robotics Review*

- 2, Chapt. A Comparative Analysis of Actuator Technologies for Robotics, pp. 299–342. MIT Press.
- Huber, J. E., N. A. Fleck, and M. F. Ashby: 1997, ‘The selection of mechanical actuators based on performance indices’. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, Volume 453* pp. 2185–2205.
- International, S., ‘Comparison of EAPs with Other Actuator Technologies’.
- Mayer, D. and B. Ulrych: 2009, ‘Electromechanical actuators dynamics’. *Journal of ELECTRICAL ENGINEERING* (255-260).
- McBean, J. M.: 2004, ‘Design and control of a voice coil actuated robot arm for human-robot interaction’. Master’s thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Nyce, D. S.: 2004, *Linear position sensors: theory and application*. Wiley-Interscience.
- Platus, D. L.: 1991, ‘Negative-stiffness-mechanism vibration isolation systems’. In: *Vibration Control in Microelectronics, Optics, and Metrology*. pp. 44–54.
- Preumont, A.: 2002, *Vibration control of active structures: an introduction*. Kluwer Academic Publishers.
- Shanahan, G.: 2013, ‘A report on controllability, reachability, observability and constructability of continuous time-variant linear systems - A heuristic approach to the gramian’. Submitted in fulfilment of KKY/PRJ4 to Ing. O. Straka, PhD at the Faculty of Cybernetics, University of West Bohemia.
- Shieh, J., J. E. Huber, N. A. Fleck, and M. F. Ashby: 2001, ‘The selection of sensors’. *Progress in Materials Science* pp. 461–504.
- Yalla, S. K.: 2001, ‘LIQUID DAMPERS FOR MITIGATION OF STRUCTURAL RESPONSE: THEORETICAL DEVELOPMENT AND EXPERIMENTAL VALIDATION’. Ph.D. thesis, Graduate School of the University of Notre Dame.
- Zupan, M., M. F. Ashby, and N. A. Fleck: 2002, ‘Actuator Classification and

Selection - The Development of a Database'. *Advanced Engineering Materials*,
Volume 4, Issue 12 pp. 933–940.

DODATKY

Dodatek A

Dodatky k matematickému modelu

A.1 Odvození vztahu pro silovou konstantu

Vyjdeme z rovnice pro Lorentzovu sílu

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, Q, t) = Q \cdot \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) . \quad (\text{A.1.1})$$

Cílem je odvodit vztah pro sílu F_{EM} . V každém časovém okamžiku se v každém bodě cívky nachází infinitesimální náboj, na který působí infinitesimální síla. Celkovou sílu působící na cívku spočteme tak, že spočteme dílčí síly působící v každém bodě vodiče a tyto infinitesimální síly posčítáme.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\mathbf{F}(\mathbf{r}, dQ, t) &= \int_{\Omega(\mathbf{x})} dQ \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \\ &= \int_{\Omega(\mathbf{x})} \frac{dQ}{dt} \cdot d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \\ &= \int_{\Omega(\mathbf{x})} I \cdot d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \triangleq \\ &\triangleq \mathbf{F}_{celk}(I, \mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

Množina Ω zde obsahuje souřadnice všech bodů cívky vzhledem k (libovolně zvolenému) danému počátku a je tím pádem závislá na poloze cívky \mathbf{x} . S výhodou jsme v úpravách užili definice proudu jako časové změny náboje.

Dále uvážíme, že permanentní magnet vytváří magnetické pole neměnné v čase, tedy $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r})$ a dosadíme.

$$\mathbf{F}_{celk}(I, \mathbf{x}, t) = \int_{\Omega(\mathbf{x})} I \cdot d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = I \cdot \left(\int_{\Omega(\mathbf{x})} d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \right) \quad (\text{A.1.3})$$

Závorka na pravé straně rovnice A.1.3 je funkcí pouze charakteru permanentního magnetu, tvaru vodiče a polohy cívky. Zavedeme tedy novou vektorovou veličinu $\mathbf{K}_F(\mathbf{x}) \triangleq \int_{\Omega(\mathbf{x})} d\mathbf{r} \times \mathbf{B}(\mathbf{r})$ a nazveme ji *citlivost síly* (z anglického *force sensitivity*) nebo také *silová konstanta* (z anglického *force constant*). Její jednotka je newton na ampér a její směr udává směr působení síly.

Jak název naznačuje, i přesto, že je tato veličina ve skutečnosti funkcí polohy cívky, se v praktických aplikacích tato závislost mnohdy neuvažuje a její hodnota se bere jako konstantní. Z důvodu nedostatku informací o užitém VCA jsme nuceni tento přístup zvolit také. V (Baronti et al., 2009) lze nahlédnout, jak vypadá implementace simulačního modelu s proměnnou citlivostí síly.

A.2 Odvození vztahu pro konstantu zpětné elektromotorické síly

Cílem je odvodit vztah pro napětí indukované na cívce VCA pohybujícího se magnetickým polem rychlostí $\dot{\mathbf{x}}$. Jev elektromagnetické indukce popisuje Faradayův zákon, který zapíšeme v integrálním tvaru.

$$\oint_{\partial\Psi} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} = -\frac{d}{dt} \iint_{\Psi} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{A.2.1})$$

Písmeno \mathbf{E} označuje intenzitu (indukovaného) elektrického pole ve voltech na metr a \mathbf{B} je magnetická indukce v tesla. Na pravé straně je oblastí integrace plocha Ψ , zatímco na levé straně se integruje vzhledem k (nutně uzavřené) hranici též plochy. Tento zákon platí přesně pouze pro uzavřenou vodivou smyčku a plochu jí ohraničenou. Analýza plochy, kterou ohraničuje naše cívka, by byla nesmírně složitá a zdlouhavá. Uvážíme však, že vodič, který cívku tvoří, je velmi tenký a tím pádem každý její závit tvoří téměř uzavřenou křivku $\Omega_i(\mathbf{x})$. Pak můžeme s vysokou přesností integrovat každý závit zvlášť a výsledky sečíst, což plyne z definice Lebesgueova integrálu a faktu, že množiny $\Omega_i(\mathbf{x})$ tvoří úplný disjunktní rozklad množiny $\Omega(\mathbf{x})$ všech bodů cívky.

Pokud toto uvážení zapíšeme formálně, dostáváme

$$\oint_{\partial\Psi} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cong \int_{\Omega_1(\mathbf{x})} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} + \int_{\Omega_2(\mathbf{x})} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} + \dots + \int_{\Omega_N(\mathbf{x})} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r}. \quad (\text{A.2.2})$$

Zde jsme označili N počet závitů v cívce a $\Omega_i(\mathbf{x})$ množinu bodů tvořící i -tý závit cívky. Křivkový integrál nám přešel v součet N obyčejných integrálů a ty jsou z definice rovny napětím mezi koncovými body každého závitu. Nakonec ještě uvážíme, že koncový bod i -tého závitu je počátečním bodem $(i + 1)$ -tého závitu a dostáváme levou stranu rovnice A.2.1 jako (indukované) napětí na cívce U_i .

$$\oint_{\partial\Psi} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} \cong U_i \quad (\text{A.2.3})$$

Na pravou stranu také aplikujeme jistá zjednodušení. V první řadě učiníme zcela rozumný předpoklad, že magnetická indukce permanentního magnetu je nezávislá na čase, tedy $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r})$. Dále pak rozdělíme plošný integrál na jednotlivé plošky tak jako jsme to udělali u levé strany v A.2.2 a poté využijeme integrální větu o střední hodnotě, což je oprávněný krok neboť skalární součin $\mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}$ je spojitý, a uvnitř cívky nemění znaménko.

$$-\frac{d}{dt} \iint_{\Psi} \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} \cong \sum_i \left(-\frac{d}{dt} B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})) \iint_{\Psi_i} dS \right), \quad \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}) \in \Psi_i \quad (\text{A.2.4})$$

Symbolem Ψ_i jsme zde formálně označily plochu „vymezenou“ jedním závitem – musíme mít stále na paměti, že ani závity žádnou plochu nevymezují, neboť nejsou uzavřené a proto uvedený vztah platí jen přibližně. Dále jsme označily $B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})) \triangleq \mathbf{B}(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})) \cdot \vec{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}))$, kde $\vec{\mathbf{n}}(\cdot)$ značí jednotkový normálový vektor integrační plochy v daném bodě. Bod $\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})$ je vícerozměrnou analogií jednorozměrné integrální věty o střední hodnotě, jejíž důkaz lze najít v každé učebnici matematické analýzy. Je důležité si povšimnout, že souřadnice bodu, ve kterém jsou vektory \mathbf{B} a $\vec{\mathbf{n}}$ vyhodnoceny, závisí pouze na poloze cívky a na pořadí závitu, se kterým zrovna počítáme a naopak že hodnota integrálu v tomto pří-

padě na poloze cívky nezávisí, neboť na ní nezávisí integrand (hodnota integrálu je rovna obsahu kruhu „vymezeného“ jedním závitem).

V dalších krocích budeme pro přehlednost pracovat pouze s výrazem $-\frac{d}{dt}B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}))$. Zde znovu provedeme zjednodušení, jelikož předpokládáme, že se magnetická indukce na měřítkách pohybu cívky mění pouze lineárně s polohou. Můžeme proto rozvést magnetickou indukci v mocninnou řadu prvního řádu podle \mathbf{x} kolem nějakého pevného bodu \mathbf{x}_0 :

$$-\frac{d}{dt}B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})) \cong -\frac{d}{dt}\left(B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_0)) + \mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}(\mathbf{x}_0)^T \cdot \nabla B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_0)) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)\right) \quad (\text{A.2.5})$$

Zde symbolem $\nabla B(\cdot)$ označujeme gradient, který má v tomto případě rozměry 3×1 a symbolem $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}$ označujeme Jacobiho matici vektorové funkce $\boldsymbol{\xi}_i$, která má v tomto případě rozměry 3×3 . Vzhledem k předpokladu linearit platí $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}(\mathbf{x}_0)^T \cdot \nabla B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_0)) = \mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}^T \cdot \nabla B = \text{const}$.

Jsme téměř hotovi; po derivaci dostáváme

$$-\frac{d}{dt}B(\boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x})) \cong -\mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}^T \cdot \nabla B \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad (\text{A.2.6})$$

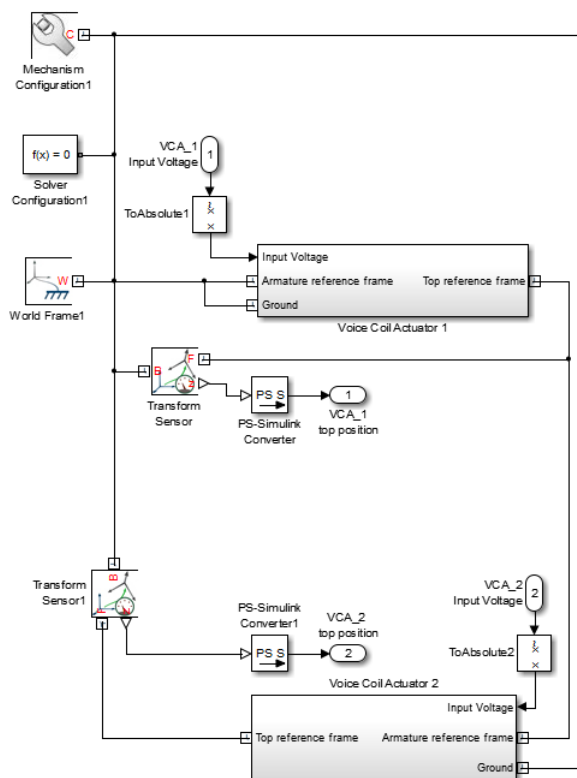
A konečně dosazením do [A.2.4](#) dostáváme spolu s [A.2.3](#)

$$U_i(t) \cong -\left(\sum_i \mathbf{J}_{\boldsymbol{\xi}_i}^T \cdot \nabla B \iint_{\Psi_i} dS\right) \cdot \dot{\mathbf{x}} \triangleq -\mathbf{K}_{bemf} \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad (\text{A.2.7})$$

Výraz v závorce je závislý pouze na charakteru permanentního magnetu a tvaru cívky, tím pádem je pro naši úlohu konstantní. Ukázali jsme, že za některých zjednodušujících předpokladů je napětí indukované na cívce přímo úměrné její rychlosti vzhledem k magnetickému poli. Konstanta \mathbf{K}_{bemf} se nazývá *konstantou zpětné elektromotorické síly* (angl. *back electromotive force*) a její jednotkou je volt sekunda na metr.

Dodatek B

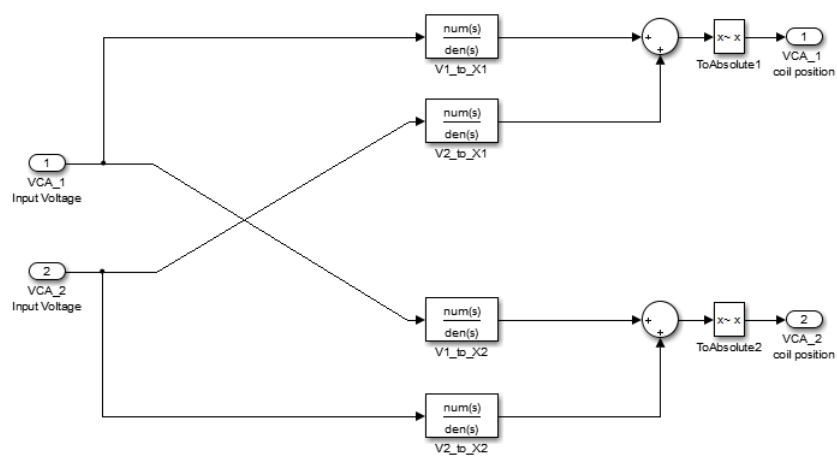
Obrázky z podčásti 4.3.2



Obrázek B.0.1 – Nejvyšší úroveň simulačního schématu pomocí nekauzálních bloků nadstavby SIMMECHANICS

Dodatek C

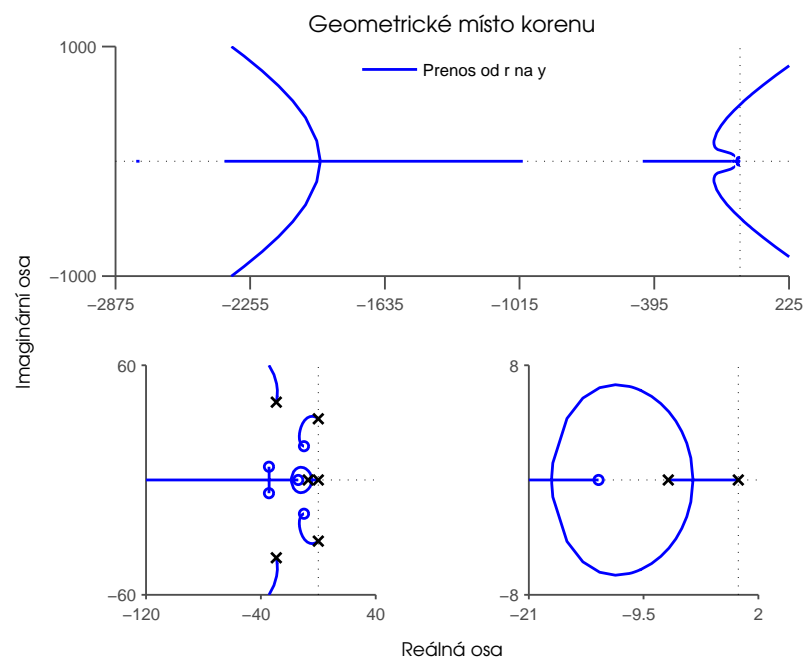
Obrázky z části 4.4



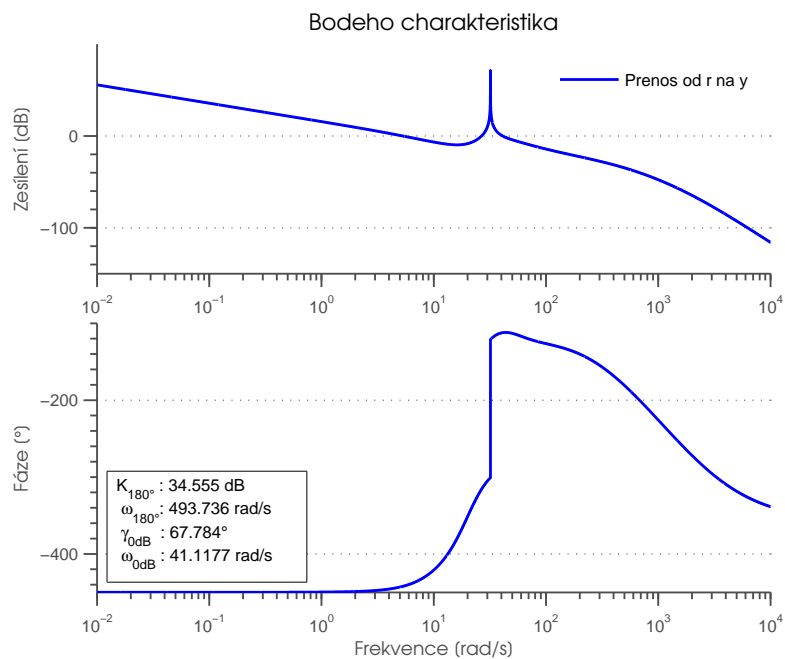
Obrázek C.0.1 – Přenosové simulační schéma

Dodatek D

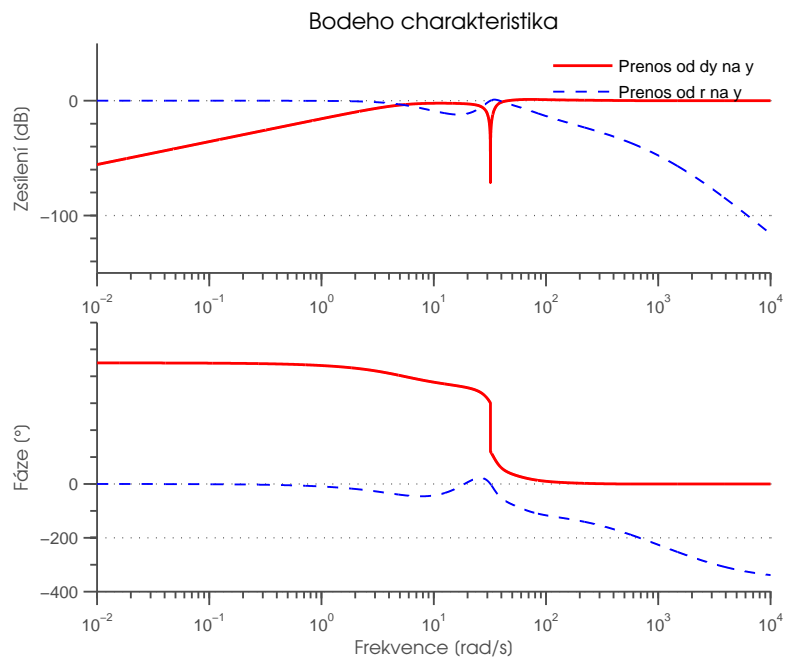
Obrázky z části 5.2



Obrázek D.0.1 – Geometrické místo kořenů s heuristicky navrženým regulátorem



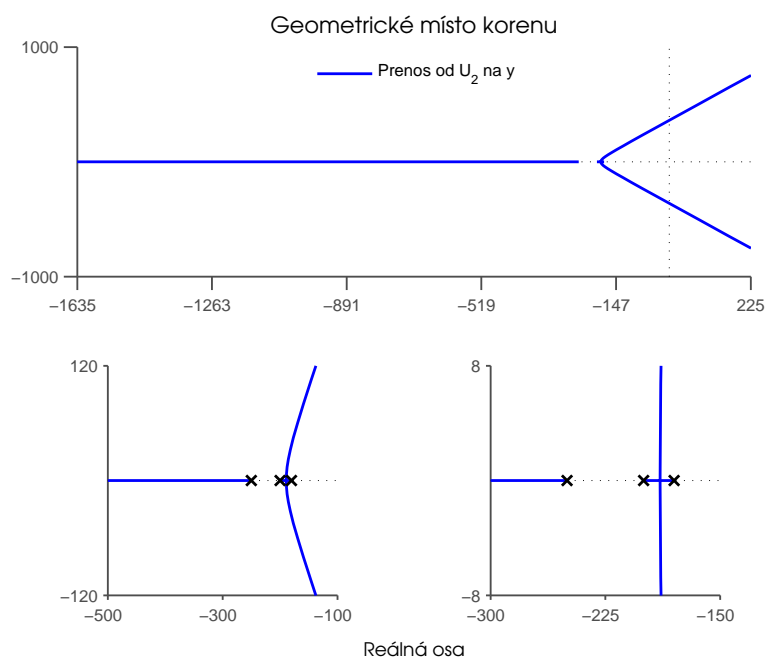
Obrázek D.0.2 – Bodeho charakteristika otevřené smičky s heuristicky navrženým regulátorem



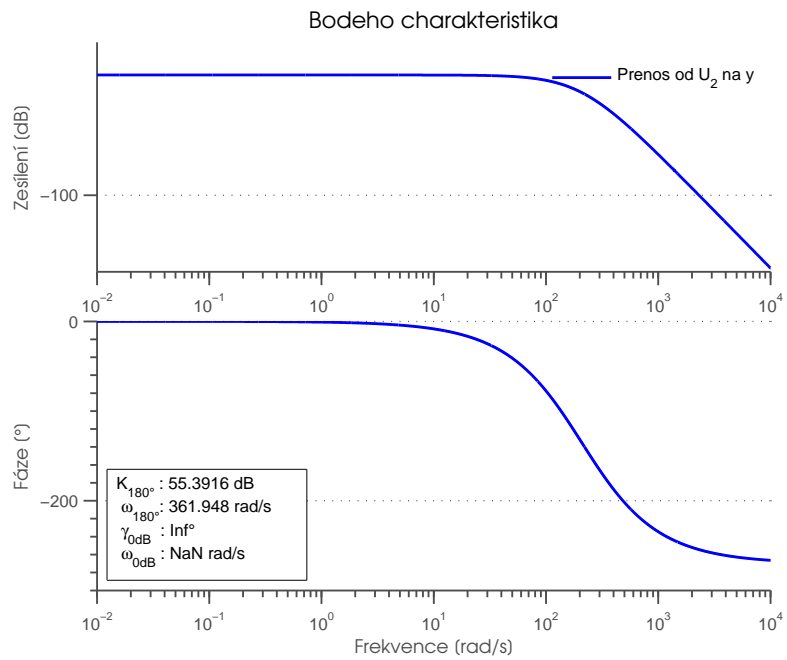
Obrázek D.0.3 – Bodeho charakteristika uzavřené smičky s heuristicky navrženým regulátorem

Dodatek E

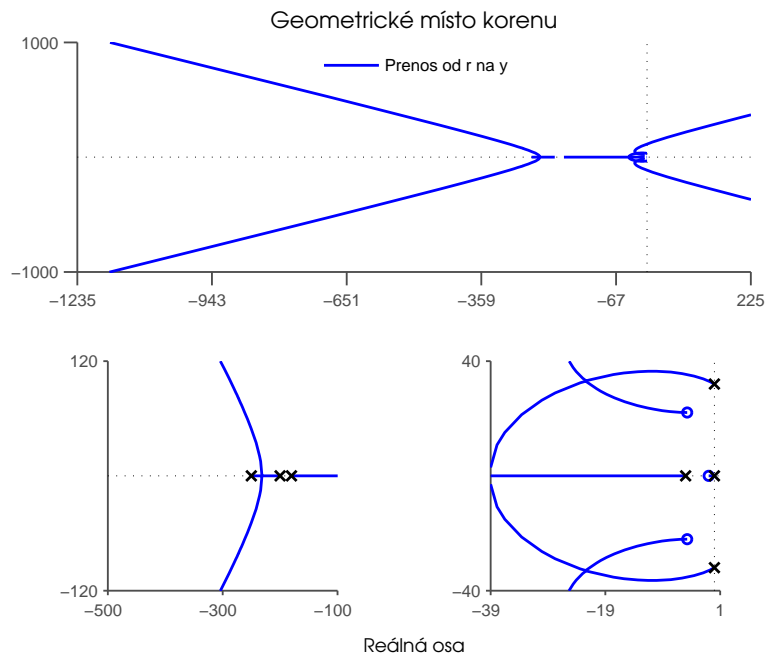
Obrázky z podčásti 5.3.3



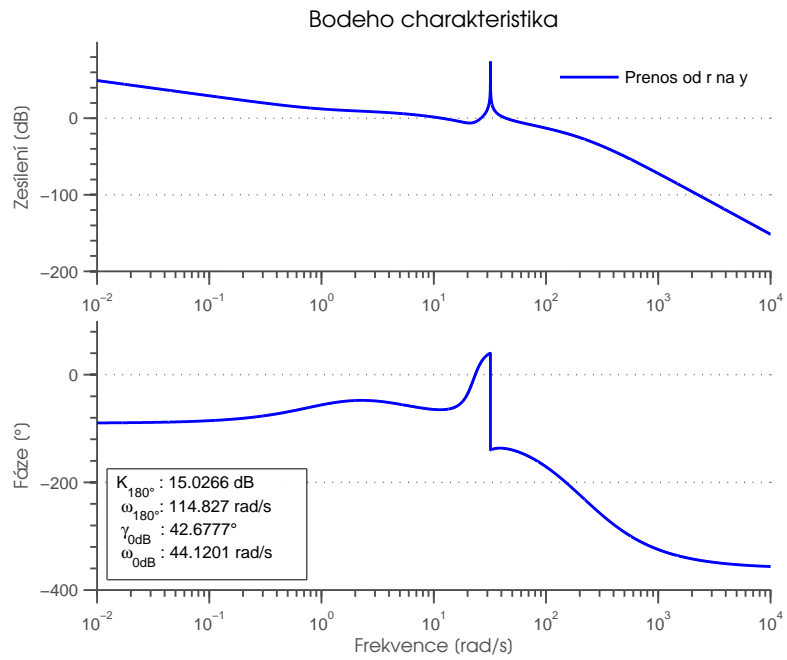
Obrázek E.0.1 – Geometrické místo kořenů otevřené smyčky se stavovou zpětnou vazbou



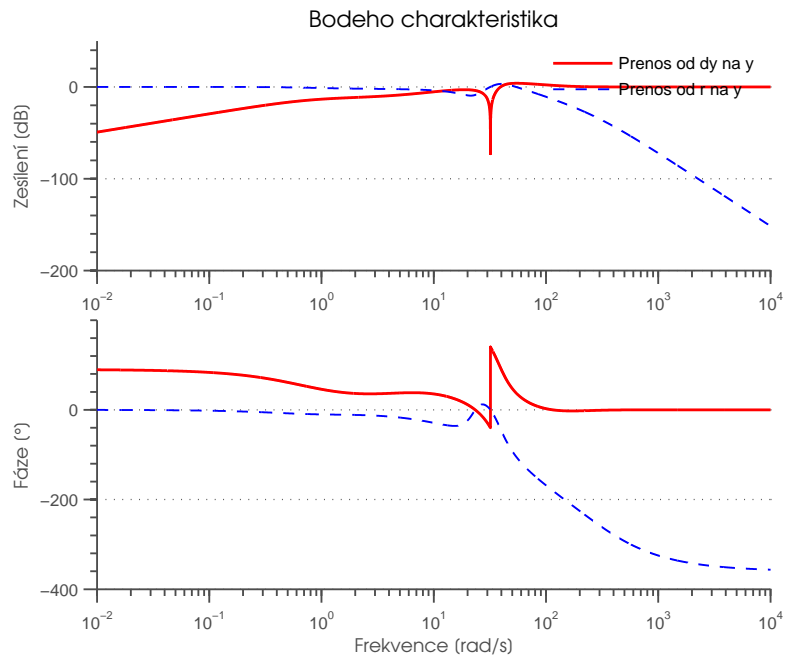
Obrázek E.0.2 – Bodeho charakteristika otevřené smyčky se stavovou zpětnou vazbo



Obrázek E.0.3 – Geometrické místo kořenů otevřené smyčky s přidáním externím regulátorem



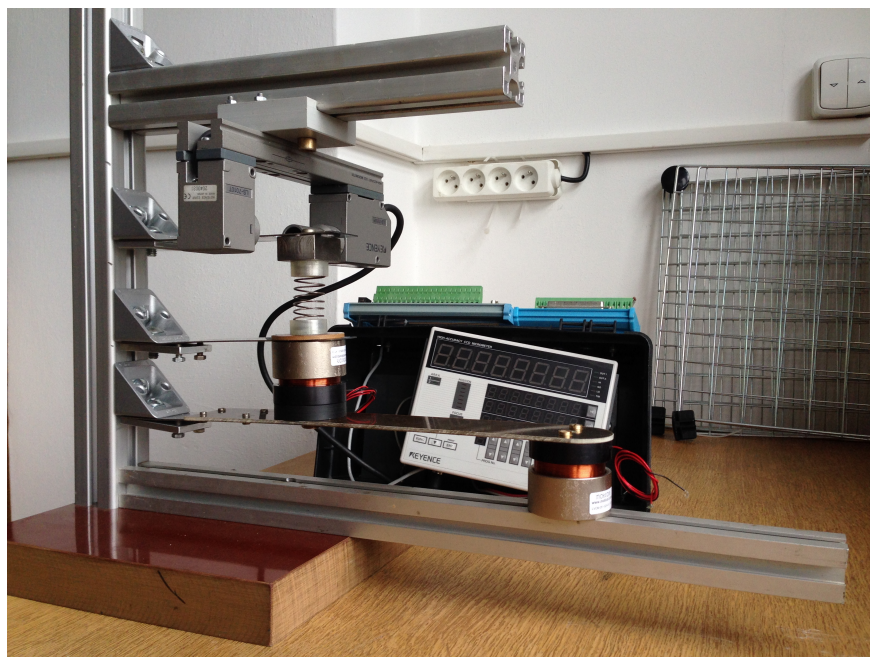
Obrázek E.0.4 – Bodeho charakteristika otevřené smyčky s přidaným externím regulátorem



Obrázek E.0.5 – Bodeho charakteristika uzavřené smyčky s přidaným externím regulátorem

Dodatek F

Sestavená konstrukce



Obrázek F.0.1 – Fotografie reálného zařízení