

Sophisticated capabilities save development and maintenance time

PHIGS manages the storage and display of 2D and 3D graphical data, creates and maintains a hierarchical database. Also, it is a true 3D system; PHIGS generates 2D drawings of 3D models in any view. A commercial package from a long-standing vendor also guarantees the availability of future enhancements, additional programming tools to facilitate system use, and ongoing development of intelligent workstation interfaces.

Increased program performance because of fewer error conditions

In support of the desired interactive, distributed environment, PHIGS is designed to be a system with few error states. This helps reduce I/O traffic between nodes of a distributed system. Further, the production use of applications, which have well-defined inputs and outputs, can be streamlined by minimizing error logging overhead and utilizing run-time error recovery techniques. PHIGS provides these capabilities.

On the opposite side we must say that, like as the most of universal systems, PHIGS is robust system. PHIGS library has about 400 functions and it is rather difficult use it for beginners.

BIBLIOGRAPHY

- [1] Information processing systems - Computer Graphics - Programmer's Hierarchical Interactive Graphics System PHIGS, ISO 1989.
- [2] Information processing systems - Computer Graphics - Metafile for the storage and transfer of picture description information ISO/ISO 8632-1-4, 1987.
- [3] D.B. Arnolg : P.R. Bono : CGM and CGI. Springer 1988.
- [4] Hudec, B.: Fundaments of Computer Graphics, textbook, CTU Prague, 1993 in Czech.
- [5] Hudec, B.: Graphics Systems PHIGS and GKS, textbook, CTU, Prague, in Czech.
- [6] L. Piegl : On NURBS A Survey, IEEE Computer Graphics & Applications, pages 55-71, January 1991.
- [7] W. Tiller and L. Piegl. Curve and Surface Constructions using Rational B-splines. Computer Aided Design, 19(9) : 485-498, 1987.
- [8] Blake, J.W. : PHIGS and PHIGS+ An introduction to 3D Computer Graphics. Academic Press, 1992.
- [9] Gaskins, T.: PHIGS Programming Manual, O Reilly & Associates Inc.

Démonstration Constructive du Théorème de Pohlke-Schwarz

Svatopluk Zachariáš
katedra matematiky Západočeské univerzity
Americká 42
306 14, PLZEŇ
République Tchèque

*Quand j'ai vu ce que tant de grands hommes,
en France, en Angleterre et en Allemagne,
ont écrit avant moi, j'ai été dans l'admiration,
mais je n'ai point perdu le courage.*

Montesquieu, L'esprit des lois.

Le théorème de Pohlke-Schwarz dit:

Soient $(0, z_1, z_2)$ un simplexe et z_3 un nombre dans un plan complexe \mathbb{C} . Soit $(0, e_1, e_2, e_3)$ un simplexe dans \mathbb{E}_3 ; alors existent un nombre positif t et une projection parallèle $P: \mathbb{E}_3 \rightarrow \mathbb{C}$ tels que

$$P\left(\frac{e_i}{t}\right) = z_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Il existe, en général, deux projections obliques qui coïncident si, et seulement si, la projection est orthogonale.

Cette démonstration vaut pour n'importe quel repère orthonormal en \mathbb{E}_3 . La projection parallèle P , $P(e_i) = t \cdot z_i$, $i = 1, 2, 3$, sera déterminée par un vecteur S non-nul satisfaisant à la condition $P(S) = 0$. On en conclut que si $S = \sigma_1 \cdot e_1 + \sigma_2 \cdot e_2 + \sigma_3 \cdot e_3$, on aura $0 = \sigma_1 \cdot z_1 + \sigma_2 \cdot z_2 + \sigma_3 \cdot z_3$.

Pour satisfaire à cette condition il suffit de prendre

$$S = \text{real}(z) \times \text{imag}(z).$$

En désignant

$$e_i = (e_{1i}, e_{2i}, e_{3i})^T, \quad i = 1, 2, 3,$$

on a

$$S_i = \sigma_1 \cdot e_{1i} + \sigma_2 \cdot e_{2i} + \sigma_3 \cdot e_{3i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Le nombre $|\sigma_3|$ est égal au double de l'aire non-nul du simplexe $(0, z_1, z_2)$. Maintenant nous pouvons remplacer le vecteur s par un vecteur unitaire

$$s = \frac{S}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}.$$

Nous introduirons la notation suivante:

$$a = 4\sigma_3^2 \quad (a > 0).$$

Soit R un prisme de projection défini par la direction s et soit $(0, e_1, e_2)$, la face du trièdre $(0, e_1, e_2, e_3)$. Comme $\sigma_3 \neq 0$, ce prisme ne sera pas plan. Rien qu'en calculant le volume du prisme ayant la hauteur unitaire $|s|$, nous déterminons l'aire Δ de la section orthogonale.

$$\Delta = \frac{s \cdot (e_1 \times e_2)}{2}.$$

Posons comme ci-dessus

$$d = 16\Delta^2 \quad (d > 0).$$

Les vecteurs

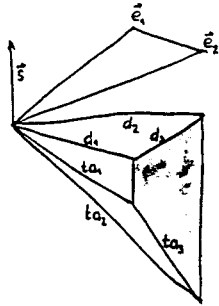
$$p = e_1 - (e_1 \cdot s)s, \quad c = e_2 - (e_2 \cdot s)s,$$

déterminent cette section y compris leurs longueurs. Désignons

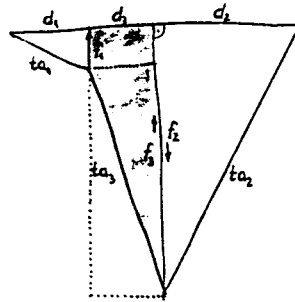
$$a_1 = |z_1|, \quad a_2 = |z_2|, \quad a_3 = |z_2 - z_1|,$$

$$d_1 = |p|, \quad d_2 = |q|, \quad d_3 = |q - p|,$$

la démonstration du théorème de P.-S. consiste à l'installation du triangle ayant pour côtés $t a_i$, $i = 1, 2, 3$, sur le prisme R (voir fig.1).



Prisme R de la projection.
Fig.1



Prisme développé au plan.
Fig.2

Le triangle ayant pour côtés $t a_i$, $i = 1, 2, 3$, se développe en ligne brisée F . La droite D joignant les extrémités de F est perpendiculaire aux arêtes développées. On voit que

ce problème se réduit à la recherche d'un nombre positif t et d'un triplet de nombres réels (f_1, f_2, f_3) , satisfaisant aux relations

$$t^2 a_i^2 - d_i^2 = f_i^2 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0.$$

La paire de nombres indépendants f_1, f_2 définit la normale n du plan de la projection

$$P : n = (p - f_1 s) \times (q + f_2 s), \quad (n \cdot s) \neq 0.$$

La configuration symétrique à la précédente, par rapport au plan de la section orthogonale, est définie par les réels $t, -f_1, -f_2, -f_3$, ce qui représente aussi la solution du système

$$t^2 a_i^2 - d_i^2 = f_i^2 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad f_1 + f_2 + f_3 = 0.$$

Ces deux solutions sont confondues si, et seulement si,

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0,$$

ce qui est équivalent à la condition $n \times s = 0$ exprimant que la projection est orthogonale.

Avant de continuer la démonstration nous allons caractériser l'ensemble de triangles (déterminés par leurs trois côtés) par une forme quadratique. Considérons la matrice régulière et symétrique

$$B = \{b_{ij}\} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

En tenant compte ses valeurs propres

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = -2,$$

on voit que la forme quadratique

$$[x, x] = \sum_{i,j=1}^3 x_i b_{ij} x_j$$

est indéfinie. Nous ne limiterons que la restriction du premier octant $x_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$. De même, nous ne considérons la forme bilinéaire adjointe

$$[a, d] = \sum_{i,j=1}^3 a_i b_{ij} d_j$$

que dans le premier octant $a_i \geq 0, d_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3$. Introduisons la notation

$$u^2 = (u_1^2, u_2^2, u_3^2)^T,$$

où les indices supérieurs expriment l'élevation au carré.

De la formule d'Héron ou des théorèmes des cosinus on peut tirer qu'un triplet de réels a_1, a_2, a_3 , satisfaisant à l'inégalité

$$[a^2, a^2] \geq 0$$

est un triplet du triangle si, et seulement si, les réels a_1, a_2, a_3 satisfont aux inégalités valables pour les côtés du triangle. Dans ce cas on obtient

$$[a^2, a^2] = 16 \Delta^2,$$

où Δ est l'aire du triangle. Si le triangle se réduit au segment, on aura

$$[a^2, a^2] = 0.$$

Donnons maintenant les deux exemples.

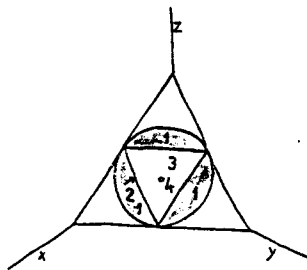
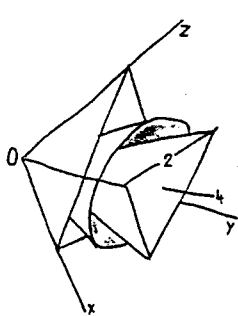
Un triangle équilatéral correspond au vecteur propre $(a_0^2, a_0^2, a_0^2)^T$, ($\lambda = 1$) de la matrice B; on obtient alors

$$[a^2, a^2] = 16 \Delta^2 = 3 a_0^4.$$

Pour un "non-triangle" ($a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4$) on a

$$[a^2, a^2] = -105.$$

Les vecteurs f^2 satisfaisant à la condition $[f^2, f^2] = 0$ forment une surface conique de révolution. Cette surface quadratique est inscrite au premier octant. Elle est tangente aux plans des coordonnées $f_1 = 0, f_2 = 0, f_3 = 0$ en trois demi-droites ayant pour origine le point commun 0 (cf. fig.3 et fig.4). L'intérieur du cône correspond aux triangles, l'extérieur correspond aux "non-triangles" et la frontière de ces domaines correspond aux segments.



1-t. obtusangles,
2-t. rectangles,
t. acutangles,
4-t. équilatérales.

Domaines des triangles.

Fig.3 et 4

Revenons maintenant à la construction de la solution des relations

$$t^2 \cdot a_i^2 - d_i^2 = f_i^2 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$f_1 + f_2 + f_3 = 0.$$

Considérons deux triangles représentés par deux points intérieurs a^2, d^2 du cône $C_0 : [f^2, f^2] = 0$. Une surface conique C_d qui est parallèle à la surface C_0 , entièrement posée à l'intérieur du C_0 , a pour son sommet d^2 (cf. fig.5). La droite $[0, a^2]$ coupe *univoquement* la surface C_d au point $g^2 = t^2 \cdot a^2$, $t^2 > 0$ (peut être même sommet d^2). Posons $f^2 = g^2 - d^2$. Comme cette direction appartient à la surface conique C_0 on obtient

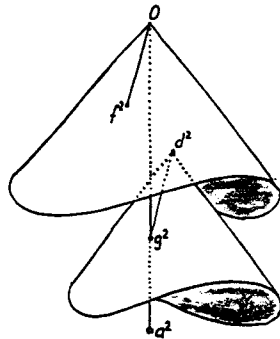
$$[f^2, f^2] = 0, \quad t^2 \cdot a_i^2 - d_i^2 = f_i^2 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

On a alors trouvé l'inconnue t et les valeurs absolues des inconnues restantes $|f_1|, |f_2|, |f_3|$ d'une façon univoque. La projection p est orthogonale si, et seulement si, on a $g^2 = d^2$.

Si on a un triangle dégénéré $\{|f_1|, |f_2|, |f_3|\}$ caractérisant la surface $C_0 : [f^2, f^2] = 0$, il existe une permutation (i, j, k) de $(1, 2, 3)$ qui satisfait à l'équation $|f_i| + |f_j| = |f_k|$. Puis on peut poser

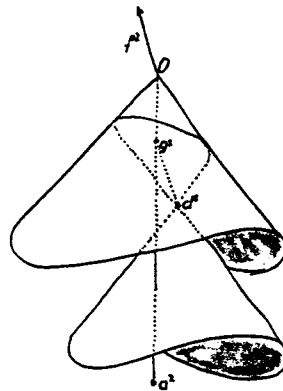
$$f_1 = (|f_i|, |f_j|, -|f_k|), \quad f_2 = (-|f_i|, -|f_j|, |f_k|).$$

Si $f^2 \neq 0$ on peut supposer que les deux vecteurs différents f_1, f_1 déterminent deux projections obliques et différentes. Les deux solutions sont possibles. Dans ce cas les normales n_1, n_2 des plans inconnus satisfont à l'équation suivante $n_2 = 2(n_1 \cdot s)s - n_1$, et le théorème est démontré.



Surfaces coniques parallèles.

Fig.5



Solution fausse.

Fig.6

FRACTAL BASED PROCEDURAL MODELLING.

Norbert Filip

Department of Geometry

Faculty of Mathematics and Physics, Comenius University,

842 15 Bratislava, Slovakia

e-mail : filip@delta.dcs.fmph.uniba.sk

1. ABSTRACT.

Two different methods for procedurally based modelling are presented as an alternative to the interactive modelling. Fractal and graftal techniques are shown to be the possibilities for modelling of natural phenomena as terrain shapes and trees. Different issues of consistency for fractal based terrain modelling are discussed. Second part of the paper shows several problems of graftal and L-systems trees modelling. Attention is focused on modelling of branches, the problems of "twisted" branches and branch connections are solved. The paper contains remarks towards the implementation of presented ideas.

2. INTRODUCTION.

There are two ways, how to put data for rendering in to a computer:

- By user. User generates data from basic elementary geometric objects (lines, triangles, spheres, ...) using elementary geometric operation (union, intersection,...).
- Procedurally. Data are generated by procedural algorithms.

This paper describes the methods of procedurally generating data. Very popular and useful part of procedural modelling is based on the fractal techniques. Fractal geometry is very often used in methods of generation of natural (or naturally looking) models. Naturally looking objects cannot be generate by user using elementary operations on basic elements, because they are very coarse and complex. Therefore, fractal geometry, with its properties (self-similarity, subdivision and iterative character...) is very useful to generate models of real objects.

Next chapters deal with two basic fractal based modelling systems.

3. FRACTAL BASED TERRAIN GENERATION.

Example of measurement of England's coastline is very often used as a typical example of fractal object. An algorithm, which produces naturally looking models of coastline (or mountain) in 2D, can be describe as follows.

An algorithm starts with some approximation of a terrain (it is a system of lines) and uses method of subdivision. Subdivision in this context means both splitting the polyline into smaller and smaller parts and, at the same time, spatially perturbing these parts. The initial gross shape of the objects is retained to an extend that depends on the perturbation applied on each subdivision level. The subdivision algorithm most commonly used was developed by Fournier in 1982. This algorithm was introduced as a cheap alternative to the more rigorous procedures suggested by Mandelbrot. It uses self-similarity and conditional expectation properties of fractional Brownian motion to give an estimate of the increment that is used in the line subdivision.

Nous donnons encore, ci-dessous, un algorithme pour calculer les inconnues t, f_1, f_2, f_3 . L'inconnue positive t satisfait à une équation biquadratique

$$\begin{aligned} 0 &= [f^2, f^2] = [t^2 a^2 - d^2, t^2 a^2 - d^2] = \\ &= t^4 [a^2, a^2] - 2t^2 [a^2, d^2] + [d^2, d^2]. \end{aligned}$$

L'existence d'une solution t , implique que le discriminant

$$D = [a^2, d^2]^2 - [a^2, a^2] \cdot [d^2, d^2]$$

satisfait à l'inéquation $D \geq 0$.

Si $D = 0$ on a

$$t^2 = \frac{[a^2, d^2]}{[a^2, a^2]} = \sqrt{\frac{[d^2, d^2]}{[a^2, a^2]}}$$

$t^4 [a^2, a^2] = [d^2, d^2]$. Ceci veut dire que l'aire du triangle $\{t a_1, t a_2, t a_3\}$ ne sera pas diminuée après une projection orthogonale. On a $f_1 = f_2 = f_3 = 0$ et la projection P sera orthogonale.

Si $D > 0$, il existera deux solutions différentes

$$t_1^2 = \frac{[a^2, d^2] + \sqrt{D}}{[a^2, a^2]}, \quad t_2^2 = \frac{[a^2, d^2] - \sqrt{D}}{[a^2, a^2]}$$

Les conditions

$$t_1^2 > 0, \quad \frac{[d^2, d^2]}{[a^2, a^2]} > 0$$

impliquent $t_2^2 > 0$, $[a^2, d^2] > 0$, d'où on a $t_1^2 > t_2^2$. On obtient ensuite

$$\frac{[d^2, d^2]}{[a^2, a^2] \cdot t_2^2} > t_2^2,$$

$[d^2, d^2] > [t_2^2 \cdot a^2, t_2^2 \cdot a^2]$. L'aire du triangle $\{t a_1, t a_2, t a_3\}$ sera augmentée après une projection orthogonale. La solution t_2^2 est fausse (cf. fig.6).

Par le programme suivant on considère cas plus générale qui selui du théorème de Pohlke-Schwarz. Nous supposons qu'il existe trois segments non-coplanaires au plan, c'est à dire qu'un des nombres complexes z_1, z_2, z_3 est certainement non-nul. Le programme va chercher le nombre σ_i , $i = 1, 2, 3$ le plus commode.

En modelant, nous comparons souvent deux nombres réels: x et 0 . On se sert de l'inégalité $|x| < \varepsilon$. Le nombre ε est proportionnel à l'erreur relative d'arrondissement des réels. Une évaluation de la valeur universelle ε pour le cours de tout le programme est démesurée.