

KKS/ KVS, KOS

# Vedení valivá - příklady

Zdeněk Hudec



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE  
DO ROZVOJE  
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

verze - 1.0

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem  
a státním rozpočtem České republiky

Katedra konstruování strojů

## Hledáte kvalitní studium?

Nabízíme vám jej na Katedře konstruování strojů

Katedra konstruování strojů je jednou ze šesti kateder Fakulty strojní na Západočeské univerzitě v Plzni a patří na fakultě k největším. Fakulta strojní je moderní otevřenou vzdělávací institucí uznávanou i v oblasti vědy a výzkumu uplatňovaného v praxi.

Katedra konstruování strojů disponuje moderně vybavenými laboratořemi s počítačovou technikou, na které jsou např. studentům pro studijní účely neomezeně k dispozici nové verze předních CAD (Pro/Engineer, Catia, NX ) a CAE (MSC Marc, Ansys) systémů. Laboratoře katedry jsou ve všední dny studentům plně k dispozici např. pro práci na semestrálních, bakalářských či diplomových pracích, i na dalších projektech v rámci univerzity apod.

Kvalita výuky na katedře je úzce propojena s celouniverzitním systémem hodnocení kvality výuky, na kterém se průběžně, zejména po absolvování jednotlivých semestrů, podílejí všichni studenti.

V současné době probíhá na katedře konstruování strojů významná komplexní inovace výuky, v rámci které mj. vznikají i nové kvalitní učební materiály, které budou v nadcházejících letech využívány pro podporu výuky. Jeden z výsledků této snahy máte nyní ve svých rukou.

V rámci výuky i mimo ni mají studenti možnost zapojit se na katedře také do spolupráce s předními strojírenskými podniky v plzeňském regionu i mimo něj. Řada studentů rovněž vyjíždí na studijní stáže a praxe do zahraničí.

### Nabídka studia na katedře konstruování strojů:

Bakalářské studium (3roky, titul Bc.)		
Studijní program	B2301: strojní inženýrství („zaměřený univerzitně“)	B2341: strojírenství (zaměřený „profesně“)
Zaměření	Stavba výrobních strojů a zařízení Dopravní a manipulační technika	Design průmyslové techniky Diagnostika a servis silničních vozidel Servis zdravotnické techniky
Magisterské studium (2roky, titul Ing.)		
Studijní program	N2301: Strojní inženýrství	
Zaměření	Stavba výrobních strojů a zařízení Dopravní a manipulační technika	

Více informací naleznete na webech [www.kks.zcu.cz](http://www.kks.zcu.cz) a [www.fst.zcu.cz](http://www.fst.zcu.cz)

Západočeská univerzita v Plzni, 2012

ISBN 978-80-261-0393-6

© doc. Ing. Zdeněk Hudec, CSc.

Katedra konstruování strojů

## **Předmluva**

Předkládaná publikace slouží jako text pro studium předmětů KVS a KOS strojní fakulty. Je zaměřena na konstrukci valivých vedení obráběcích strojů.

Text je členěn na 3 kapitoly:

- První kapitola udává základní rozdělení valivých vedení a jejich charakteristické vlastnosti – přípustné hodnoty statické a dynamické bezpečnosti, max. rychlost, součinitel tření, dále příklady užití
- Druhá kapitola se zabývá přímočarým valivým vedením. Jsou zde popsány základní typy valivých vedení a proveden výpočet vedení - stanoveny zatěžovací stavy, provedena transformace sil do soustavy souřadnic vedení a určeny bezpečnosti valivých jednotek
- Třetí kapitola se zabývá výpočtem valivého vedení kruhového pohybu s přenosem klopného momentu. V úvodu jsou uvedeny základní typy valivých vedení kruhového pohybu, provedena transformace sil do počátku soustavy souřadnic jednotlivých ložisek a stanoveny jejich bezpečnosti

Katedra konstruování strojů

**OBSAH**

<b>1</b>	<b>Vlastnosti valivých vedení .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Vedení přímočaré .....</b>	<b>2</b>
<b>2.1</b>	<b>Základní typy valivých vedení přímočarých .....</b>	<b>2</b>
2.1.1	Valivé jednotky (tanky).....	2
2.1.2	Předepnuté valivé vedení.....	3
<b>2.2</b>	<b>Výpočet vedení .....</b>	<b>4</b>
2.2.1	Transformace sil do soustavy souřadnic vedení.....	4
2.2.2	Zatěžovací stavy .....	7
2.2.3	Síly a momenty .....	7
2.2.4	Doba běhu, ujetá dráha při zátěžných stavech .....	16
2.2.5	Zatížení, statická a dynamická bezpečnost valivých jednotek .....	18
<b>3</b>	<b>Vedení kruhového pohybu s přenosem klopného momentu .....</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>Základní typy valivých vedení kruhového pohybu.....</b>	<b>24</b>
<b>3.2</b>	<b>Výpočet vedení .....</b>	<b>24</b>
3.2.1	Zatěžovací stavy .....	24
3.2.2	Zatížení, statická a dynamická bezpečnost ložiska.....	25
3.2.2.1	Axiálně radiální ložisko s křížovým uspořádáním válečků .....	25
3.2.2.2	Axiálně radiální válečkové ložisko .....	26
	SEZNAMY .....	2
	Seznam tabulek .....	2
	Seznam příkladů .....	2
	Seznam obrázků.....	2
	Seznam použité literatury.....	2
	Firemní literatura (katalogy, www.) .....	2
	Publikace.....	2
	Přílohy.....	2

# 1 Vlastnosti valivých vedení

**Tab. 1 – Charakteristické vlastnosti valivého vedení**

Typy	Statická bezpečnost $S_0 = \frac{C_0}{F_M}$	Dynamická bezpečnost $S_{dyn} = \frac{L_h}{l_c}$	Max. rychlost $v$	Součinitel tření	Příklady užití
Přímočará			m/s		
Tanky, předepnutá valivá vedení	3 – 20 [ 2 ], [ 4 ]	2 [ 4 ]	1 - 5	0,002 – 0,0045	Pinoly, smykadla, saně – lože
Kruhová	1,5 – 3 (požadavky na vysokou přesnost) [ 1 ]	1 – 30 (v závislosti na zatěžovacích podmínkách) [ 1 ]	1 – 8	0,004	Kruhová vedení otočných stolů, frézovacích a vyvrtávacích zařízení

$C_0$  [N]...statická únosnost valivé jednotky

$F_M$  [N]...max. efektivní zatížení valivé jednotky

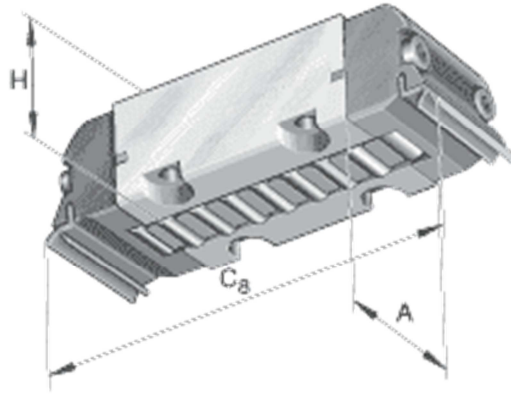
$L_h$  [m]...životnost valivé jednotky

$l_c$  [m]...celková ujetá dráha valivé jednotky

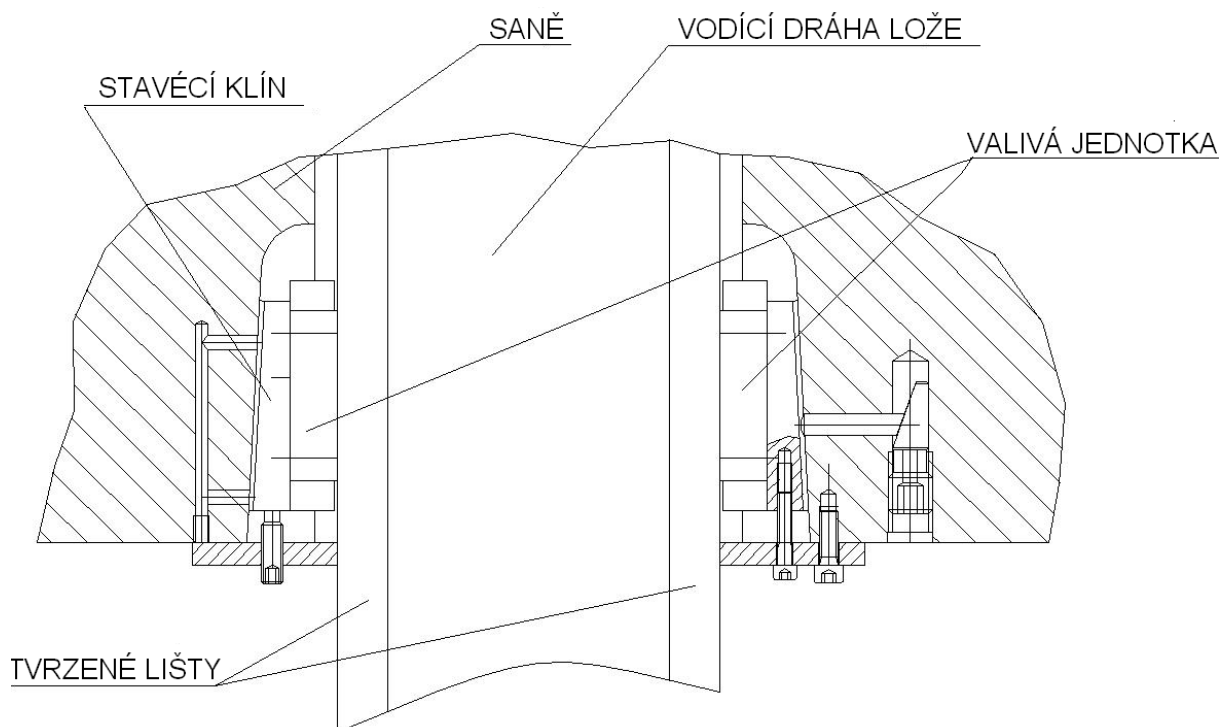
## 2 Vedení přímočaré

### 2.1 Základní typy valivých vedení přímočarých

#### 2.1.1 Valivé jednotky (tanky)



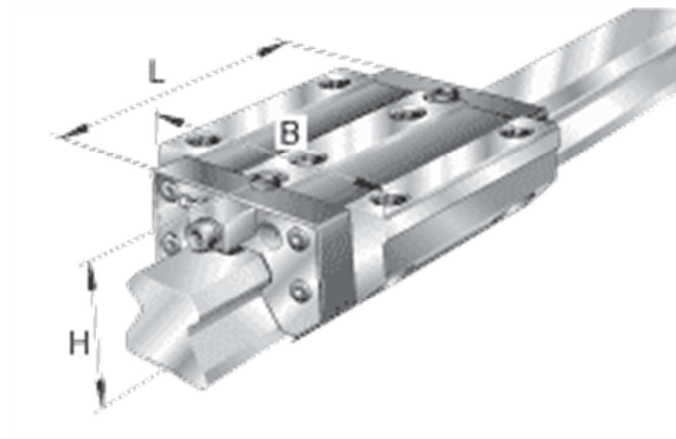
Obr. 1 – Valivá jednotka [ 2 ]



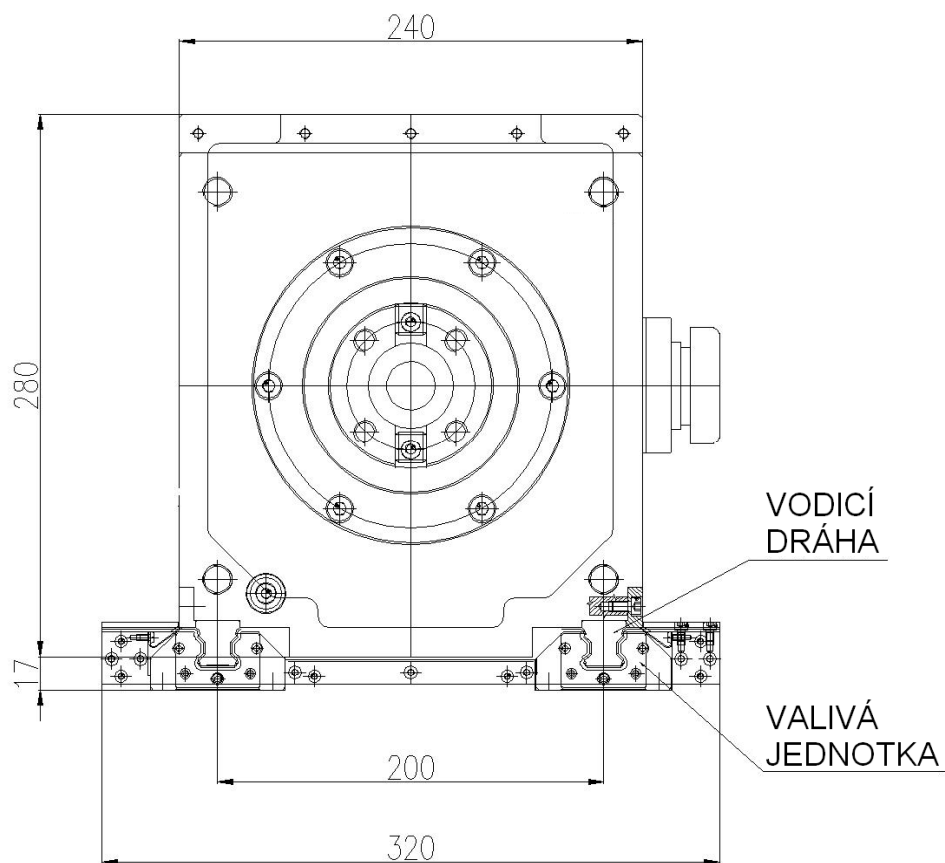
Obr. 2 – Valivé vedení saní otočného stolu

Valivé jednotky jsou uloženy v tělese pohyblivé skupiny ( saně ) a předepínají se vzájemně pomocí stavěcích klínů vzhledem k vodící dráze, která je obložena tvrzenými lištami. Předepínání se provádí při montáži saní na lože.

### 2.1.2 Předepnuté valivé vedení



Obr. 3 – Předepnuté valivé vedení [ 4 ]

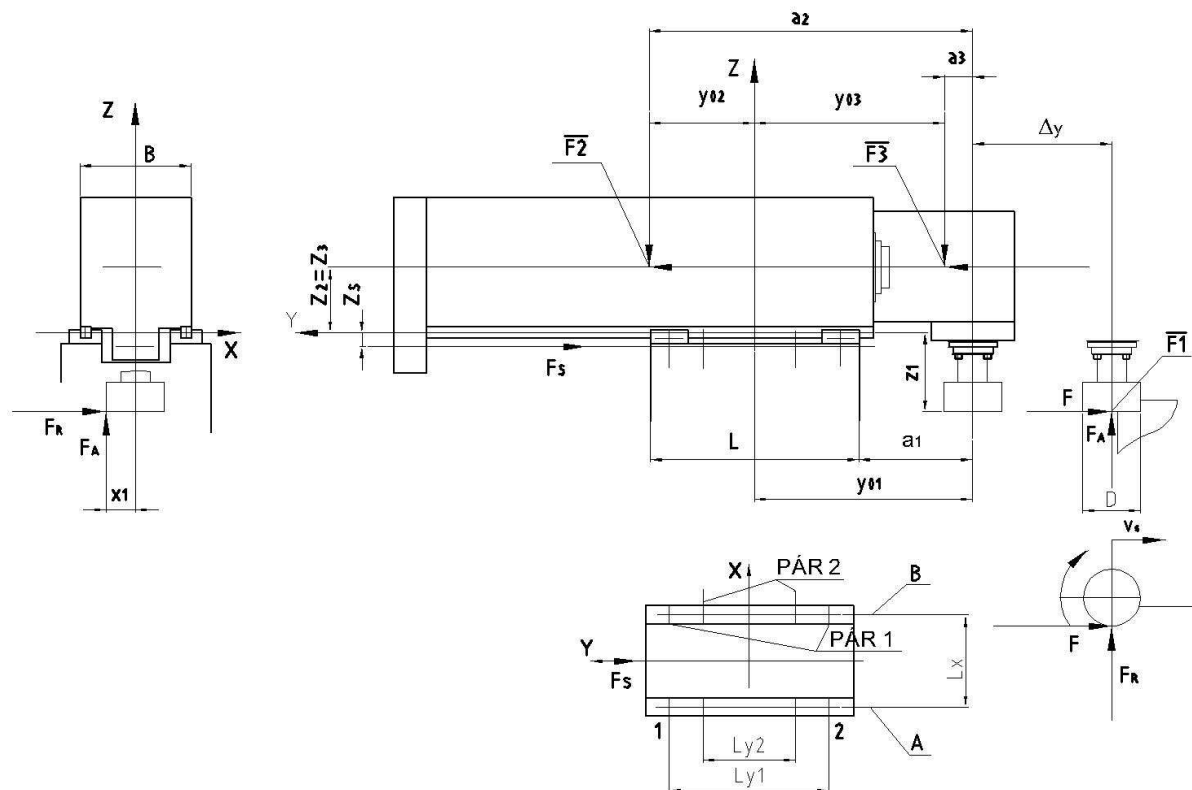


Obr. 4 – Předepnuté valivé pro vedení frézovacího vřeteníku

Valivé jednotky jsou předepnuty u dodavatele podle požadavku [ 4 ].

## 2.2 Výpočet vedení

### 2.2.1 Transformace sil do soustavy souřadnic vedení



Obr. 5 – Vedení smykadla - transformace sil.

Transformace sil působících na těleso do počátku souřadnic spoje ( $X, Y, Z$ ) se provádí pro zatěžovací stavy  $i = 1, 2 \dots 7$  takto:

- určením vektoru polohy
  - pro vektor řezné síly  $F\mathbf{I}_i$  pro stavy  $i = 1 \dots 3$

$$r\mathbf{I}_i = x1_i \quad y1_i \quad z1_i \dots \dots \dots (1)$$

- pro vektory tíhových a setrvačných sil  $F\mathbf{2}_i, F\mathbf{3}_i, \dots, F\mathbf{n}_i$ , pro stavy  $i = 1 \dots 7$

$$r\mathbf{2}_i = x2_i \quad y2_i \quad z2_i \dots \dots \dots (2)$$

$$r\mathbf{3}_i = x3_i \quad y3_i \quad z3_i \dots \dots \dots (3)$$

$$m_i = xn_i \quad yn_i \quad zn_i$$

- pro vektor hnací síly  $F\mathbf{S}_i$  pro stavy  $i = 1 \dots 7$

$$r\mathbf{S}_i = xS_i \quad yS_i \quad zS_i \dots \dots \dots (4)$$

- určením vektorů
  - řezné síly  $F\mathbf{I}_i$  pro stavy  $i = 1 \dots 3$
  - tíhových a setrvačných sil  $F\mathbf{2}_i, F\mathbf{3}_i, \dots, F\mathbf{j}_i, \dots, F\mathbf{n}_i$ , pro stavy  $i = 1 \dots 7$
  - hnací síly  $F\mathbf{S}_i$  pro stavy  $i = 1 \dots 7$



Katedra konstruování strojů

str.5/49

$$F_{Si} = 0 \quad \frac{-\sum F_{yi}}{\eta_v} \quad 0 \dots\dots\dots (5)$$

kde je  $\eta_v = 1$  účinnost vedení:

- určením vektorů momentu v počátku souřadnic vedení (X, Y, Z) pro stavy  $i = 1 \dots 7$ :

$$M_{1i} = r_{1i} \times F_{1i} \dots\dots\dots (6)$$

$$M_{2i} = r_{2i} \times F_{2i}$$

$$M_{ji} = r_{ji} \times F_{ji}$$

$$M_{ni} = r_{ni} \times F_{ni}$$

$$M_{Si} = r_S \times S_i \dots\dots\dots (7)$$

Výpočet se provádí takto:

$$M_{1i} = M_{1ix} \quad M_{1iy} \quad M_{1iz} \dots\dots\dots (8)$$

$$M_{1ix} = \text{determinant} \begin{vmatrix} y_{1i} & z_{1i} \\ F_{1yi} & F_{1zi} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

$$M_{1iy} = \text{determinant} \begin{vmatrix} z_{1i} & x_{1i} \\ F_{1zi} & F_{1xi} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

$$M_{1iz} = \text{determinant} \begin{vmatrix} x_{1i} & y_{1i} \\ F_{1xi} & F_{1yi} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

Obdobně se výpočet provádí pro  $M_{2i} \dots M_{ji} \dots M_{ni}$ .

$$M_{Si} = M_{Sxi} \quad M_{Syi} \quad M_{Szi} \dots\dots\dots (12)$$

$$M_{Sxi} = \text{determinant} \begin{vmatrix} 0 & z_S \\ F_S & 0 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

$$M_{Syi} = \text{determinant} \begin{vmatrix} z_S & x_S \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

$$M_{Szi} = \text{determinant} \begin{vmatrix} x_S & 0 \\ 0 & F_S \end{vmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

- stanovením celkových vektorů sil a momentů v počátku souřadnic spoje (X, Y, Z) pro stavy  $i = 1 \dots 7$ :

$$F_{ci} = \sum_{j=1}^n F_{ji} \dots\dots\dots (16)$$

$$M_{ci} = \sum_{j=1}^n M_{ji} + M_{Si} \dots\dots\dots (17)$$

Katedra konstruování strojů

str.6/49

**Př.: 1 – Zatěžovací stavy a transformace sil do souřadné soustavy vedení smykadla**

Dáno:

Počáteční vyložení osy nástroje na okraj vedení	$a_1 = 245 \text{ mm}$
Poloha těžiště fréz. zařízení	$a_2 = 700 \text{ mm}$
Poloha těžiště vřeteníku	$a_3 = 60 \text{ mm}$
Hmotnost vřeteníku	$m_1 = 160 \text{ kg}$
Hmotnost fréz. zařízení	$m_2 = 100 \text{ kg}$
Délka vedení	$L = 450 \text{ mm}$
Max. zdvih vřeteníku	$\Delta y = -300 \text{ mm}$
Omezný moment vřetene	$M_L = 375 \text{ Nm}$
Průměr frézy	$D = 125 \text{ mm}$
Souřadnice	$x_1 = -0,5 D = -62,5 \text{ mm}$
	$z_1 = -170 \text{ mm}$
	$z_2 = z_3 = 160 \text{ mm}$
	$z_S = -30 \text{ mm}$
Rychloposuv	$v_R = 20 \text{ m/min}$
Zrychlení	$a_s = 5 \text{ m/s}^2$
Účinnost vedení	$\eta_v = 1$
Obr. 5 – Vedení smykadla - transformace sil	

Stanovit:

- zatěžovací stavy a příslušný vektor síly a momentu v počátku souřadnic

Z Obr. 5 jsou zřejmé souřadnice ve směru Y pro max. výsuv smykadla:

- počáteční hodnoty

$$y_{01} = \left( \frac{L}{2} + a_1 \right)$$

$$y_{02} = (y_{01} + a_2)$$

$$y_{03} = (y_{01} + a_3)$$

$y_{01} = -470 \text{ mm}$
$y_{02} = 230 \text{ mm}$
$y_{03} = -410 \text{ mm}$

➤ při max. výsuvu smykadla

$$y_i = y_{0i} + \Delta y$$

$y_1 = -770 \text{ mm}$
$y_2 = -70 \text{ mm}$
$y_3 = -710 \text{ mm}$

### 2.2.2 Zatěžovací stavy

Valivá vedení se kontrolují vzhledem k statické bezpečnosti ( $S_0$ ), která určuje dlouhodobou přesnost vedení, dále se sleduje životnost vedení vzhledem k plánované době běhu což je dynamická bezpečnost ( $S_{dyn}$ ). To znamená, že je nutné zatížit vedení větším počtem zatěžovacích stavů, které vyjadřují proces obrábění i rychloposuv. V dalším se uvažuje se 7 zatěžovacími stavy, které představují:

- Obrábění v jednom smyslu pohybu  $i = 1 \dots 3$
- Rychloposuv v obou směrech pohybu  $i = 4 \dots 7$

### 2.2.3 Síly a momenty

#### 1. stav ( $i = 1$ ): frézování maximálním (omezným) momentem

Obvodová složka řezné síly je určena vztahem:

$$F = \frac{2M_L}{D} \dots \dots \dots (18)$$

$$F_R = 0,8F \dots \dots \dots (19)$$

$$F_A = 0,6F \dots \dots \dots (20)$$

Pro  $i = 1$  dle Obr. 5 se stanoví:

Vektor polohy síly  $r1$  a síly  $F1$ :

Složka	x	y	z	
$r1$	-62,5	-770	-170	mm
$F1_1$	4,8	-6	3,6	kN

Vektor polohy síly  $r_2$  a síly  $F2 = 0 \quad 0 \quad -m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_2$	0	-70	160	mm
$F_{2I}$	0	0	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_3 = 0 \quad 0 \quad -m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-710	160	mm
$F_{3I}$	0	0	-0,98	kN

Vektor polohy hnací síly  $r_s$  a hnací síly  $F_s = 0 \quad F_s \quad 0$  dle Obr. 5 a vztahu

$$F_{Si} = 0 \quad \frac{-\sum F_{yi}}{\eta_v} \quad 0 \dots\dots\dots (21):$$

Složka	x	y	z	
$r_s$	0	0	-30	mm
$F_{sI}$	0	6	0	kN

Pro  $i = 1 \dots 3$  pomocí vztahů

$$M_{ix} = \text{determinant} \begin{vmatrix} y_{1i} & z_{1i} \\ F_{1_{yi}} & F_{1_{zi}} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

$$M_{iy} = \text{determinant} \begin{vmatrix} z_{1i} & x_{1i} \\ F_{1_{zi}} & F_{1_{xi}} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

$$M_{iz} = \text{determinant} \begin{vmatrix} x_{1i} & y_{1i} \\ F_{1_{xi}} & F_{1_{yi}} \end{vmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

Obdobně:

$$M_{Si} = M_{S_{xi}} \quad M_{S_{yi}} \quad M_{S_{zi}} \dots\dots\dots (12)$$

$$M_{S_{xi}} = \text{determinant} \begin{vmatrix} 0 & z_s \\ F_s & 0 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

$$M_{S_{yi}} = \text{determinant} \begin{vmatrix} z_s & x_s \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

$$M_{S_{zi}} = \text{determinant} \begin{vmatrix} x_s & 0 \\ 0 & F_s \end{vmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

Katedra konstruování strojů  
se stanoví:

str.9/49

Složka	x	y	z	
$M1_I$	-3792	-591	4 071	Nm
$M2_I$	110	0	0	Nm
$M3_I$	696	0	0	Nm
$M_{SI}$	180	0	0	Nm

Dále se stanoví podle vztahů:

$$F_{ci} = \sum_{j=1}^n F_{j_i} \dots\dots\dots (16)$$

$$M_{ci} = \sum_{j=1}^n M_{j_i} + M_{S_i} \dots\dots\dots (17)$$

Složka	x	y	z	
$F_{cI}$	4,8	0	1,05	kN
$M_{cI}$	-2086	-591	4071	Nm

## 2. stav (i = 2): frézování sníženým momentem

Vektor řezné síly se stanoví ze vztahu:

$$F1_2 = k_2 * F1_1 \dots\dots\dots (22)$$

Kde je  $k_2 = 0,5$

Vektory  $F2$ ,  $F3$  a příslušné vektory polohy jsou stejné.

Platí tedy:

Vektor polohy síly  $r1$  a síly  $F1$ :

Složka	x	y	z	
$r1$	-62,5	-770	-170	mm
$F1_2$	2,4	-3	1,8	kN

Vektor polohy síly  $r2$  a síly  $F2 = 0 \quad 0 \quad -m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r2$	0	-70	160	mm

Katedra konstruování strojů

str.10/49

$F_{2_2}$	0	0	-1,6	kN
-----------	---	---	------	----

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_3 = 0 \ 0 \ -m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-710	160	mm
$F_{3_2}$	0	0	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_s$	0	0	-30	mm
$F_{s_2}$	0	3	0	kN

Složka	x	y	z	
$M_{1_2}$	-1896	-295	2 035	Nm
$M_{2_2}$	110	0	0	Nm
$M_{3_2}$	696	0	0	Nm
$M_{s_2}$	90	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c_2}$	2,4	0	-0,75	kN
$M_{c_2}$	-1000	-296	2035	Nm

### 3. stav ( $i = 3$ ): frézování sníženým momentem – dokončování, užití malých nástrojů

Vektor řezné síly se stanoví ze vztahu:

$$F_{1_3} = k_3 * F_{1_1} \dots \dots \dots (23)$$

Kde je  $k_3 = 0,2$ Vektory  $F_2$ ,  $F_3$  a příslušné vektory polohy jsou stejné.

Platí tedy:

Vektor polohy síly  $r_1$  a síly  $F_1$ :

Katedra konstruování strojů

str.11/49

Složka	x	y	z	
$r1$	-62,5	-770	-170	mm
$F1_3$	960	-1,2	0,72	kN

Vektor polohy síly  $r2$  a síly  $F2 = 0 \ 0 \ -m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r2$	0	-70	160	mm
$F2_3$	0	0	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r3$  a síly  $F3 = 0 \ 0 \ -m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r3$	0	-710	160	mm
$F3_3$	0	0	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_s$	0	0	-30	mm
$F_{s3}$	0	1,2	3	kN

Složka	x	y	z	
$M1_3$	-778	-143	800	Nm
$M2_3$	110	0	0	Nm
$M3_3$	696	0	0	Nm
$M_{s3}$	36	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c3}$	0,96	0	-1,83	kN
$M_{c3}$	64	-143	799	Nm

**4. stav ( $i = 4$ ): rychloposuv – zrychlený pohyb**Řezná síla:  $F1 = 0$ Zrychlení:  $a_{s4} = -a_s$

Katedra konstruování strojů

str.12/49

Poloha vřeteníku v ose y:  $\Delta y = 0$ 

Z toho vyplývají souřadnice:

$y_2 = 230\text{mm}$
$y_3 = -410\text{ mm}$

Vektor polohy síly  $r_2$  a síly  $F_{2_4} = 0 - m_1 * a_{s_4} - m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_2$	0	230	160	mm
$F_{2_4}$	0	0,8	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_{3_4} = 0 - m_2 * a_{s_4} - m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-410	160	mm
$F_{3_4}$	0	0,5	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_{s_4}$	0	0	-30	mm
$F_{s_4}$	0	-1,3	0	kN

Složka	x	y	z	
$M_{2_4}$	-488	0	0	Nm
$M_{3_4}$	322	0	0	Nm
$M_{s_4}$	-39	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c_4}$	0	0	-2,55	kN
$M_{c_4}$	-206	0	0	Nm

**5. stav (i = 5): rychloposuv – rovnoměrný pohyb**Řezná síla:  $F_I = 0$ Zrychlení:  $a_{s_5} = 0$ Poloha vřeteníku v ose y:  $\Delta y = 0$



Katedra konstruování strojů  
Z toho vyplývají souřadnice:

str.13/49

$y_2 = 230\text{mm}$
----------------------

$y_3 = -410\text{ mm}$
------------------------

Vektor polohy síly  $r_2$  a síly  $F_{25} = 0 \quad 0 \quad -m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_2$	0	230	160	mm
$F_{25}$	0	0	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_{35} = 0 \quad 0 \quad -m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-410	160	mm
$F_{35}$	0	0	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_{S5}$	0	0	-30	mm
$F_{S5}$	0	0	0	kN

Složka	x	y	z	
$M_{25}$	-361	0	0	Nm
$M_{35}$	402	0	0	Nm
$M_{S5}$	0	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c5}$	0	0	-2,55	kN
$M_{c5}$	41	0	0	Nm

### 6. stav ( $i = 6$ ): rychloposuv – rovnoměrný pohyb

Řezná síla:  $F_I = 0$

Zrychlení:  $a_{s6} = 0$

Poloha vřeteníku v ose y:  $\Delta y = -300\text{ mm}$

Katedra konstruování strojů  
Z toho vyplývají souřadnice:

str.14/49

$y_2 = -70\text{mm}$
----------------------

$y_3 = -710\text{ mm}$
------------------------

Vektor polohy síly  $r_2$  a síly  $F_{2_6} = 0 \quad 0 \quad -m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_2$	0	-70	160	mm
$F_{2_6}$	0	0	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_{3_6} = 0 \quad 0 \quad -m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-710	160	mm
$F_{3_6}$	0	0	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_s$	0	0	-30	mm
$F_{s_6}$	0	0	0	kN

Složka	x	y	z	
$M_{2_6}$	109	0	0	Nm
$M_{3_6}$	696	0	0	Nm
$M_{s_6}$	0	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c_6}$	0	0	-2,55	kN
$M_{c_6}$	806	0	0	Nm

### 7. stav ( $i = 7$ ): rychloposuv – zrychlený pohyb

Řezná síla:  $F_1 = 0$

Zrychlení:  $a_{s7} = a_s$

Poloha vřeteníku v ose y:  $\Delta y = -300\text{ mm}$

Katedra konstruování strojů  
Z toho vyplývají souřadnice:

str.15/49

$y_2 = -70\text{mm}$
$y_3 = -710\text{ mm}$

Vektor polohy síly  $r_2$  a síly  $F_{27} = 0 - m_1 * a_{s7} - m_1 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_2$	0	-70	160	mm
$F_{27}$	0	-0,8	-1,6	kN

Vektor polohy síly  $r_3$  a síly  $F_{34} = 0 - m_2 * a_{s4} - m_2 * g$  dle Obr. 5:

Složka	x	y	z	
$r_3$	0	-710	160	mm
$F_{37}$	0	-0,5	-0,98	kN

Složka	x	y	z	
$r_s$	0	0	-30	mm
$F_{s7}$	0	1,3	0	kN

Složka	x	y	z	
$M_{27}$	238	0	0	Nm
$M_{37}$	776	0	0	Nm
$M_{s7}$	39	0	0	Nm

Složka	x	y	z	
$F_{c7}$	0	0	-2,55	kN
$M_{c7}$	1053	0	0	Nm

**2.2.4 Doba běhu, ujetá dráha při zátěžných stavech****Př.: 2 – Přiřazení doby běhu, rychlosti a zrychlení k jednotlivým zatěžovacím stavům.**

Dáno:

Doba běhu při procesu obrábění	$T_O = 7\ 000\ hod$	
Poměrné doby běhu a posunová rychlost při obrábění:		
• 1. zatěžovací stav	$q_1 = 0,3$	$v_1 = 1\ m/min$
• 2. zatěžovací stav	$q_2 = 0,5$	
• 3. zatěžovací stav	$q_3 = 0,2$	
Doba běhu při rychloposuvu	$T_R = 8\ 000\ hod$	
Délka pojezdu rychloposuvem	$L_R = 0,3\ m$	
Rychloposuv	$v_R = 20\ m/min$	
Zrychlení	$a_s = 5\ m/s^2$	
Charakteristika zatěžovacích stavů rychloposuvu:		
• 4. zatěžovací stav	zrychlený	$v_4 = 0,5\ v_R = 10\ m/min$
• 5. zatěžovací stav	rovnoměrný	$v_5 = v_R = 20\ m/min$
• 6. zatěžovací stav	rovnoměrný opačný smysl	$v_6 = v_R = 20\ m/min$
• 7. zatěžovací stav	zrychlený - opačný smysl	$v_7 = 0,5\ v_R = 10\ m/min$

Stanovit:

- Dobu běhu a ujetou dráhu vedení v jednotlivých stavech a celkové hodnoty

*Obrábění – zatěžovací stavy  $i = 1, 2, 3$* 

- Doba běhu

$$T_i = q_i * T_O \dots\dots\dots (24)$$

- Ujetá dráha

$$l_{s_i} = |v_i| * T_i \dots\dots\dots (25)$$

$T_1 = 2\ 100$ hod
$l_{s1} = 1,26e5$ m
$T_2 = 3\ 500$ hod
$l_{s2} = 2,1e5$ m
$T_3 = 1\ 400$ hod
$l_{s3} = 8,4e4$

### Rychloposuv

Dle [ 6 ] je poměrná doba běhu rychloposuvu dána vztahy:

- při zrychleném pohybu

$$q_{R4} = \frac{t_4}{t_R} = \frac{2}{1 + \frac{a_s}{v_R^2} * L_R} \dots\dots\dots (26)$$

- při rovnoměrném pohybu

$$q_{R5} = \frac{t_5}{t_R} = \frac{\frac{a_s}{v_R^2} * L_R - 1}{\frac{a_s}{v_R^2} * L_R + 1} \dots\dots\dots (27)$$

Funkce  $q_{R4}$ ,  $q_{R5}$  mají smysl v intervalu  $\langle 0,1 \rangle$  tj. pro  $\frac{a_s}{v_{sM}^2} * L_R > 1$ .

Doby běhu pro zatěžovací stavy  $i = 4, 5, 6, 7$  se následně stanoví takto:

$$T_4 = T_7 = 0,5q_{R4} * T_R \dots\dots\dots (28)$$

$$T_5 = T_6 = 0,5q_{R5} * T_R \dots\dots\dots (29)$$

$T_4 = T_7 = 552$ hod
$T_5 = T_6 = 3\ 348$ hod

Ujeté dráhy jsou tedy dány vztahy:

$$l_{s4} = l_{s7} = \frac{v_R}{2} * T_4 \dots\dots\dots (30)$$

$$l_{s5} = l_{s6} = v_R * T_5 \dots\dots\dots (31)$$

$l_{s4} = l_{s7} = 3,31e5 \text{ m}$
--------------------------------------

$l_{s5} = l_{s6} = 4,1e6 \text{ m}$
-------------------------------------

Celková doba běhu a ujetá dráha je dána vztahy:

$$T_c = \sum_{i=1}^7 T_i \dots\dots\dots (32)$$

$$l_c = \sum_{i=1}^7 l_{s_i} \dots\dots\dots (33)$$

$T_c = 15 \text{ 000 hod}$
----------------------------

$l_c = 9,3e6 \text{ m}$
-------------------------

Jednotlivé doby běhu, poměrné doby běhu a ujeté dráhy pak jsou pro  $i = 1 \dots 7$ :

$T = 2100$	$3500$	$1400$	$552$	$3448$	$3448$	$552$	hod
$q = 0,14$	$0,23$	$0,09$	$0,04$	$0,23$	$0,23$	$0,04$	-
$l_s = 1,26e5$	$2,1e5$	$0,84e5$	$3,31e5$	$41,4e5$	$41,4e5$	$3,3e5$	m

## 2.2.5 Zatížení, statická a dynamická bezpečnost valivých jednotek

### Př.: 3 – Statická a dynamická bezpečnost valivých jednotek

Dáno:

Vektory sil v počátku soustavy (x, y, z) dle Obr. 5 pro zatěžovací stavy $i = 1 \dots 7$				
Složka	$F_x$	$F_y$	$F_z$	
$F_{c1}$	4,8	0	1,05	kN
$F_{c2}$	2,4	0	-0,75	kN
$F_{c3}$	0,96	0	-1,83	kN
$F_{c4}$	0	0	-2,55	kN
$F_{c5}$	0	0	-2,55	kN
$F_{c6}$	0	0	-2,55	kN
$F_{c7}$	0	0	-2,55	kN
Vektory momentů v počátku soustavy (x, y, z) dle Obr. 5 pro zatěžovací stavy $i = 1 \dots 7$				

Složka	$M_x$	$M_y$	$M_z$	
$M_{c1}$	-2086	-591	4071	Nm
$M_{c2}$	-1000	-296	2035	Nm
$M_{c3}$	64	-143	799	Nm
$M_{c4}$	-206	0	0	Nm
$M_{c5}$	41	0	0	Nm
$M_{c6}$	806	0	0	Nm
$M_{c7}$	1053	0	0	Nm
Celková ujetá dráha vedení			$l_c = 9,3e6$ m	
Jednotlivé ujeté dráhy pro $i = 1 \dots 7$ :				
$l_s = 1,26e5 \quad 2,1e5 \quad 0,84e5 \quad 3,31e5 \quad 41,4e5 \quad 41,4e5 \quad 3,3e5$				m

Valivá jednotka MRA 25 Schneeberger [ 4]:	
• Statická únosnost	$C_0 = 49\,800$ N
• Dynamická únosnost	$C = 27\,700$ N
• Předpětí $V3$	$F_0 = 0,13C = 3\,600$ N
Počet valivých jednotek na jedné dráze	$n = 4$
Počet drah	$n_d = 2$
Celkový počet valivých jednotek	$n_c = n * n_d = 8$
Vzdálenost valivých jednotek ve směru Y:	
• Vnějšího páru	$L_{y1} = 345$ mm
• Vnitřního páru	$L_{y2} = 200$ mm
	Obr. 5 – Vedení smykadla - transformace sil.

Stanovit:

- Síly působící na jednotlivé jednotky, statickou a dynamickou bezpečnost valivých jednotek

Síly působící na jednotky dle Obr. 5 jsou dány vztahy:

- Ve směru Z:

$$F_{A1z} = \frac{F_z}{n_c} + \frac{M_x}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} + \frac{M_y}{n * L_x} \dots\dots\dots (34)$$

$$F_{A2z} = \frac{F_z}{n_c} - \frac{M_x}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} + \frac{M_y}{n * L_x} \dots\dots\dots (35)$$

$$F_{B1z} = \frac{F_z}{n_c} + \frac{M_x}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} - \frac{M_y}{n * L_x} \dots\dots\dots (36)$$

$$F_{B2z} = \frac{F_z}{n_c} - \frac{M_x}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} - \frac{M_y}{n * L_x} \dots\dots\dots (37)$$

$F_{A1z} = -3651 \quad -1548 \quad -338 \quad -542 \quad -274 \quad 556 \quad 824$	N
$F_{A2z} = 2436 \quad 621 \quad -477 \quad -95 \quad -363 \quad -1193 \quad -1461$	N
$F_{B1z} = -2174 \quad -809 \quad 19 \quad -542 \quad -274 \quad 556 \quad 824$	N
$F_{B2z} = 3914 \quad 1360 \quad -119 \quad -95 \quad -363 \quad -1193 \quad -1461$	N

- Ve směru X:

$$F_{A1x} = \frac{F_x}{n_c} - \frac{M_z}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} \dots\dots\dots (38)$$

$$F_{B1x} = F_{A1x} \dots\dots\dots (39)$$

$$F_{B1x} = \frac{F_x}{n_c} + \frac{M_z}{n_d} * \frac{L_{y1}}{L_{y1}^2 + L_{y2}^2} \dots\dots\dots (40)$$

$$F_{B2x} = F_{A2x} \dots\dots\dots (41)$$

$F_{1x} = F_{2x} = -4673 \quad -2336 \quad -913 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$	N
$F_{3x} = F_{4x} = 7073 \quad 3536 \quad 1393 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$	N

Fiktivní zatížení jednotek se určí pro  $i = 1 \dots 7$ :

$$F_{A1_i} = |F_{A1x_i}| + |F_{A1z_i}| \dots\dots\dots (42)$$

$$F_{A2_i} = |F_{A2x_i}| + |F_{A2z_i}|$$

$$F_{B1_i} = |F_{B1x_i}| + |F_{B1z_i}|$$

$$F_{B2_i} = |F_{B2x_i}| + |F_{B2z_i}|$$



Katedra konstruování strojů

str.21/49

Vektory fiktivních sil jsou poté:

$F_{A1} =$	7467	3456	1085	542	274	556	824	N
$F_{A2} =$	7452	3130	1464	95	363	1193	1461	N
$F_{B1} =$	5990	2717	766	542	274	556	824	N
$F_{B2} =$	8930	3868	1106	95	363	1193	1461	N

Efektivní síly pro valivé jednotky  $A1, A2, B1, B2$  se stanoví pomocí těchto vztahů:

- Jestliže  $F_{A,i} < 3F_0$  je  $F_{eA,i} = F_0 + \frac{2}{3}F_{A,i}$
  - Jestliže  $F_{A,i} \geq 3F_0$  je  $F_{eA,i} = F_{A,i}$
- Tyto výrazy platí pro  $j = 1, 2$  a dále pro záměnu  $B$  místo  $A$ .

$F_{eA1} =$	8579	5905	4324	3962	3784	3971	4150	N
$F_{eA2} =$	8569	5687	4577	3665	3843	4396	4575	N
$F_{eB1} =$	7594	5412	4112	3962	3784	3971	4150	N
$F_{eB2} =$	9554	6180	4338	3665	3843	4396	4575	N

Z těchto vektorů se vybere maximální hodnota dle vztahů:

$$F_{A1M} = \max(F_{eA1}) \dots \dots \dots (43)$$

$$F_{A2M} = \max(F_{eA2})$$

$$F_{B1M} = \max(F_{eB1})$$

$$F_{B2M} = \max(F_{eB2})$$

$F_{A1M} = 8\,579$ N
$F_{A2M} = 8\,569$ N
$F_{B1M} = 7\,594$ N
$F_{B2M} = 9\,554$ N

Katedra konstruování strojů

str.22/49

Statická bezpečnost valivých jednotek je dána vztahy:

- Dovolena hodnota statické bezpečnosti  $S_{0D} = 3$  – dle [ 2]: všechny parametry zatížení jsou známy a odpovídají skutečnosti
- Statická bezpečnost pro jednotky  $A1, A2, B1, B2$ :

$$S_{0A.j} = \frac{C_0}{F_{AjM}} \dots\dots\dots (44)$$

$S_{0A1} = 5,8$
$S_{0A2} = 5,8$
$S_{0A3} = 6,5$
$S_{0A4} = 5,2$
vyhovují $S_{0D} = 3$

Dynamická bezpečnost valivých jednotek se stanoví pomocí vztahů:

- Dynamicky ekvivalentní zatížení valivé jednotky  $A1, A2, B1, B2$ :

$$F_{ekA.1} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^7 \left( F_{eA1.i}^{\frac{10}{3}} * l_{S_i} \right)}{l_{S_c}} \right]^{\frac{3}{10}} \dots\dots\dots (45)$$

$$F_{ekA.2} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^7 \left( F_{eA2.i}^{\frac{10}{3}} * l_{S_i} \right)}{l_{S_c}} \right]^{\frac{3}{10}}, F_{ekB.1} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^7 \left( F_{eB1.i}^{\frac{10}{3}} * l_{S_i} \right)}{l_{S_c}} \right]^{\frac{3}{10}}, F_{ekB.2} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^7 \left( F_{eB2.i}^{\frac{10}{3}} * l_{S_i} \right)}{l_{S_c}} \right]^{\frac{3}{10}}$$

$F_{ekA,1} = 4,159 \text{ kN}$
$F_{ekA,2} = 4,359 \text{ kN}$
$F_{ekB,1} = 4,069 \text{ kN}$
$F_{ekB,2} = 4,451 \text{ kN}$

- Životnost  $A1, A2, B1, B2$ :

$$L_{A1} = a_1 * \left( \frac{C}{F_{ekA1}} \right)^{\frac{10}{3}} * 10^5 [m] \dots\dots\dots (46)$$

$$L_{A2} = a_1 * \left( \frac{C}{F_{ekA2}} \right)^{\frac{10}{3}} * 10^5 [m]$$

$$L_{B1} = a_1 * \left( \frac{C}{F_{ekB1}} \right)^{\frac{10}{3}} * 10^5 [m]$$

$$L_{B2} = a_1 * \left( \frac{C}{F_{ekB2}} \right)^{\frac{10}{3}} * 10^5 [m]$$

kde  $a_1 = 1$  je součinitel 90% pravděpodobnosti dosažení životnosti [ 4].

$L_{A1} = 5,56e7 \text{ m}$
-----------------------------

$L_{A2} = 4,7e7 \text{ m}$
----------------------------

$L_{B1} = 6e7 \text{ m}$
--------------------------

$L_{B2} = 4,4e7 \text{ m}$
----------------------------

- Dynamická bezpečnost  $k$  – té valivé jednotky splňující podmínku  $S_{dyn,k} \geq S_D$  :

$$S_{dyn,A1} = \frac{L_{A1}}{l_{sc}}, S_{dyn,A2} = \frac{L_{A2}}{l_{sc}}, S_{dyn,B1} = \frac{L_{B1}}{l_{sc}}, S_{dyn,B2} = \frac{L_{B2}}{l_{sc}} \dots \dots \dots (47)$$

$S_{dyn,A1} = 5,9$
--------------------

$S_{dyn,A2} = 5,1$
--------------------

$S_{dyn,B1} = 6,4$
--------------------

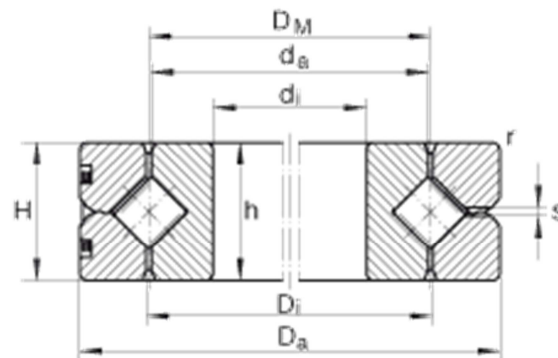
$S_{dyn,B2} = 4,7$
--------------------

vyhovují $S_D = 2$ dle [ 4]
-----------------------------

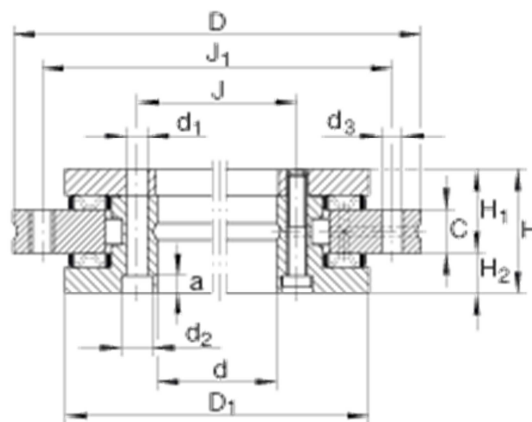
### 3 Vedení kruhového pohybu s přenosem klopného momentu

Tato vedení se využívají v případech, kdy je nutno uložit rotační část letmo a pro uložení na dvou podporách není v konstrukci dostatek místa. Jsou to uložení desek svislých soustruhů, otočných stolů, vyvrtávacích zařízení, frézovacích zařízení a ramen manipulátorů. Široké uplatnění nacházejí v uložení otočných skupin dalších strojů, jako jsou otočné dráhy jeřábů, bagrů, antén, věží tanků apod.

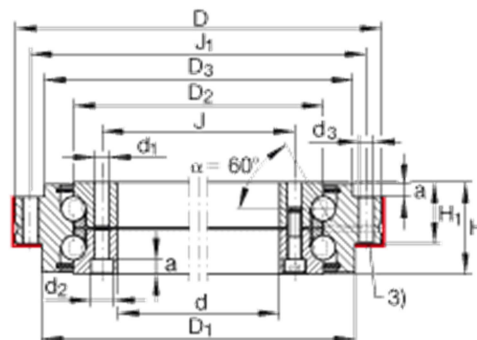
### 3.1 Základní typy valivých vedení kruhového pohybu



Obr. 6 – Axiálně radiální ložisko s křížovým uspořádáním válečků



Obr. 7 - Axiálně radiální válečkové ložisko



Obr. 8 - Axiálně radiální kuličkové ložisko

## 3.2 Výpočet vedení

### 3.2.1 Zatěžovací stavy

Zatěžovací stavy  $i = 1 \dots 7$  se vytvářejí dle kap. 2.3 pro vektory  $F_j$  a  $r_j$ , kde je  $j = 1 \dots m$ ,  $m \dots$  počet vektorů sil. V závislosti na konstrukčním řešení pohonu je nutno zahrnout do vektorů  $F_j$  a  $r_j$  také hnací sílu.

Katedra konstruování strojů

str.25/49

K těmto stavům se nadále přiřadí příslušné otáčky ložiska  $n_i$  a doby běhu ložiska  $T_i$ . Transformací  $F_j$  do počátku souřadného systému se stanoví vektory  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{zi}$  a  $M_{xi}$ ,  $M_{yi}$ ,  $M_{zi}$ , ze kterých se určí výsledné hodnoty zatěžující ložisko:

$$F_{ri} = \sqrt{F_{xi}^2 + F_{yi}^2} \dots\dots\dots (48)$$

$$F_{ai} = F_{zi} \dots\dots\dots (49)$$

$$M_i = \sqrt{M_{xi}^2 + M_{yi}^2} \dots\dots\dots (50)$$

### 3.2.2 Zatížení, statická a dynamická bezpečnost ložiska

#### 3.2.2.1 Axiálně radiální ložisko s křížovým uspořádáním válečků

Ekvivalentní statické zatížení ložiska dle Obr. 6 – Axiálně radiální ložisko s křížovým uspořádáním válečků pro zatěžovací stavy  $i = 1 \dots 7$  se stanoví dle [ 5 ] :

$$F_{0Pi} = F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} + 0,44F_{ai} \dots\dots\dots (51)$$

Kde je  $d_s$  střední průměr ložiska

Pro výpočet statické bezpečnosti se užije zatížení dle vztahu:

$$F_{0P} = \max(F_{0Pi}) \dots\dots\dots (52)$$

Statická bezpečnost je následně dána vztahem:

$$S_0 = \frac{C_0}{F_{0P}} \dots\dots\dots (53)$$

Dynamická bezpečnost se stanoví pomocí vztahů:

- Ekvivalentní zatížení  $i$  - tého stavu:

$$F_{Pi} = X_i \left( F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} \right) + Y_i * F_{ai} \dots\dots\dots (54)$$

kde je:

- $X_i = 1, Y_i = 0,45$  pro  $\kappa_i > 1,5$
- $X_i = 0,67, Y_i = 0,67$  pro  $\kappa_i \leq 1,5$

$$\kappa_i = \frac{F_{ai}}{F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s}} \dots\dots\dots (55)$$

- Střední působící síla ze stavů  $i = 1 \dots 7$ :

$$F_{Pm} = \left( \frac{\sum_{i=1}^7 F_{Pi}^3 * q_i * n_i}{n_m} \right) \dots \dots \dots (56)$$

kde jsou:

- Střední otáčky:

$$n_m = \sum_{i=1}^7 q_i * n_i \dots \dots \dots (57)$$

- Poměrná doba běhu:

$$q_i = \frac{T_i}{T_c} \dots \dots \dots (58)$$

- Otáčky  $n_i$ , doby běhu  $T_i$  příslušné k stavům  $i = 1 \dots 7$  a celková doba běhu  $T_c$

Životnost ložiska a dynamická bezpečnost je dána vztahy:

$$L_h = \left( \frac{C}{F_{Pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots \dots \dots (59)$$

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots \dots \dots (60)$$

### 3.2.2.2 Axiálně radiální válečkové ložisko

#### Axiální směr

Pomocí upravených předchozích vztahů se pro axiální směr stanoví ekvivalentní statické a dynamické zatížení ložiska dle Obr. 7 - Axiálně radiální válečkové ložisko:

$$F_{0Pi} = F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} + 0,44F_{ai} \dots \dots \dots (50),$$

$$F_{Pi} = X_i \left( F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} \right) + Y_i * F_{ai} \dots \dots \dots (53),$$

$$\kappa_i = \frac{F_{ai}}{F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s}} \dots \dots \dots (54)$$

Úprava je založena na předpokladu, že axiální část ložiska přenáší pouze axiální síly a klopný moment, radiální část pouze radiální síly tj.:

$$F_{0aPi} = \frac{2M_i}{d_s} + 0,44F_{ai} \dots \dots \dots (61)$$

Katedra konstruování strojů

str.27/49

Pro výpočet statické bezpečnosti se poté použijí vztahy:

$$F_{0P} = \max(F_{0P_i}) \dots \dots \dots (62),$$

$$S_{0A.j} = \frac{C_0}{F_{AjM}} \dots \dots \dots (63)$$

Dále se stanoví:

- Ekvivalentní dynamické zatížení  $i$  - tého stavu:

$$F_{aPi} = X_i \frac{2M_i}{d_s} + Y_i * F_{ai} \dots \dots \dots (64)$$

kde je:

- $X_i = 1, Y_i = 0,45$  pro  $\kappa_{ai} > 1,5$
- $X_i = 0,67, Y_i = 0,67$  pro  $\kappa_{ai} \leq 1,5$

$$\kappa_{ai} = \frac{F_{ai}}{\frac{2M_i}{d_s}} \dots \dots \dots (65)$$

- Střední působící síla ze stavů  $i = 1 \dots 7$  dle  $F_{Pm} = \left( \frac{\sum_{i=1}^7 F_{Pi}^3 * q_i * n_i}{n_m} \right)$   
 $\dots \dots \dots (66)$

- Střední otáčky dle  $n_m = \sum_{i=1}^7 q_i * n_i \dots \dots \dots (67)$

- Poměrná doba běhu dle  $q_i = \frac{T_i}{T_c} \dots \dots \dots (68)$

- Životnost ložiska a dynamická bezpečnost je dána vztahy:

$$L_h = \left( \frac{C}{F_{Pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots \dots \dots (69)$$

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots \dots \dots (70)$$

### **Radiální směr**

Ekvivalentní statické zatížení ložiska je dáno vztahy:

$$F_{0Pi} = F_{ri} \dots \dots \dots (71)$$

$$F_{0P} = \max(F_{0P_i}) \dots \dots \dots (72)$$

Statická bezpečnost se stanoví pomocí vztahu

Katedra konstruování strojů

str.28/49

$$S_0 = \frac{C_0}{F_{0P}} \dots\dots\dots (73)$$

dosazením za  $C_0 = C_{0r}$ .

Dynamická bezpečnost se stanoví pomocí vztahů:

- Ekvivalentní zatížení  $i$  - tého stavu:

$$F_{Pi} = F_{ri} \dots\dots\dots (74)$$

- Střední působící síla ze stavů  $i = 1 \dots 7$ , střední otáčky, poměrná doba běhu se stanoví podle vztahů:

$$F_{Pm} = \left( \frac{\sum_{i=1}^7 F_{Pi}^3 * q_i * n_i}{n_m} \right) \dots\dots\dots (75),$$

$$n_m = \sum_{i=1}^7 q_i * n_i \dots\dots\dots (76),$$

$$q_i = \frac{T_i}{T_c} \dots\dots\dots (77)$$

Životnost ložiska je dána vztahem:

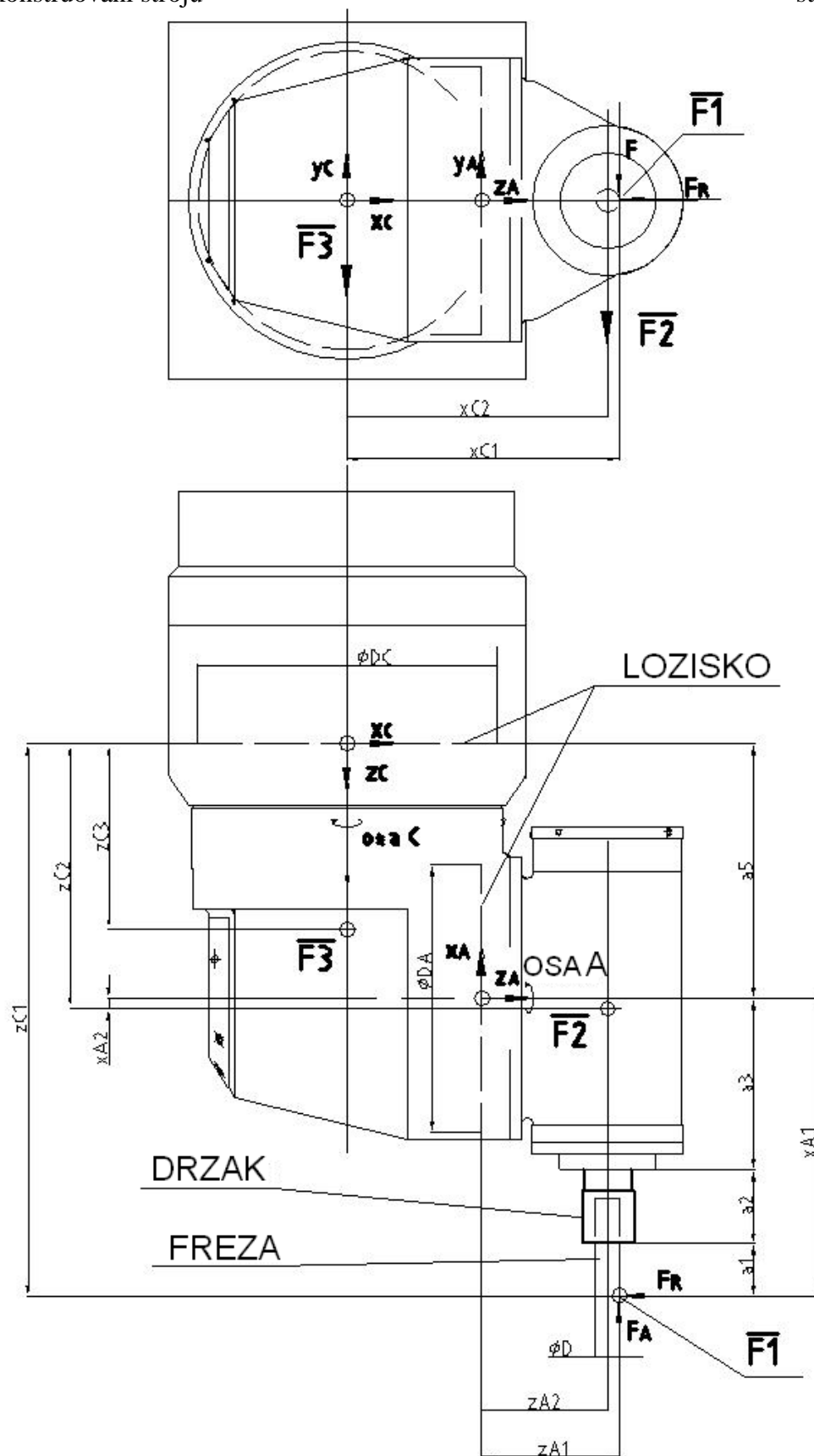
$$L_h = \left( \frac{C}{F_{Pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots\dots\dots (78)$$

dosazením za  $C = C_r$ .

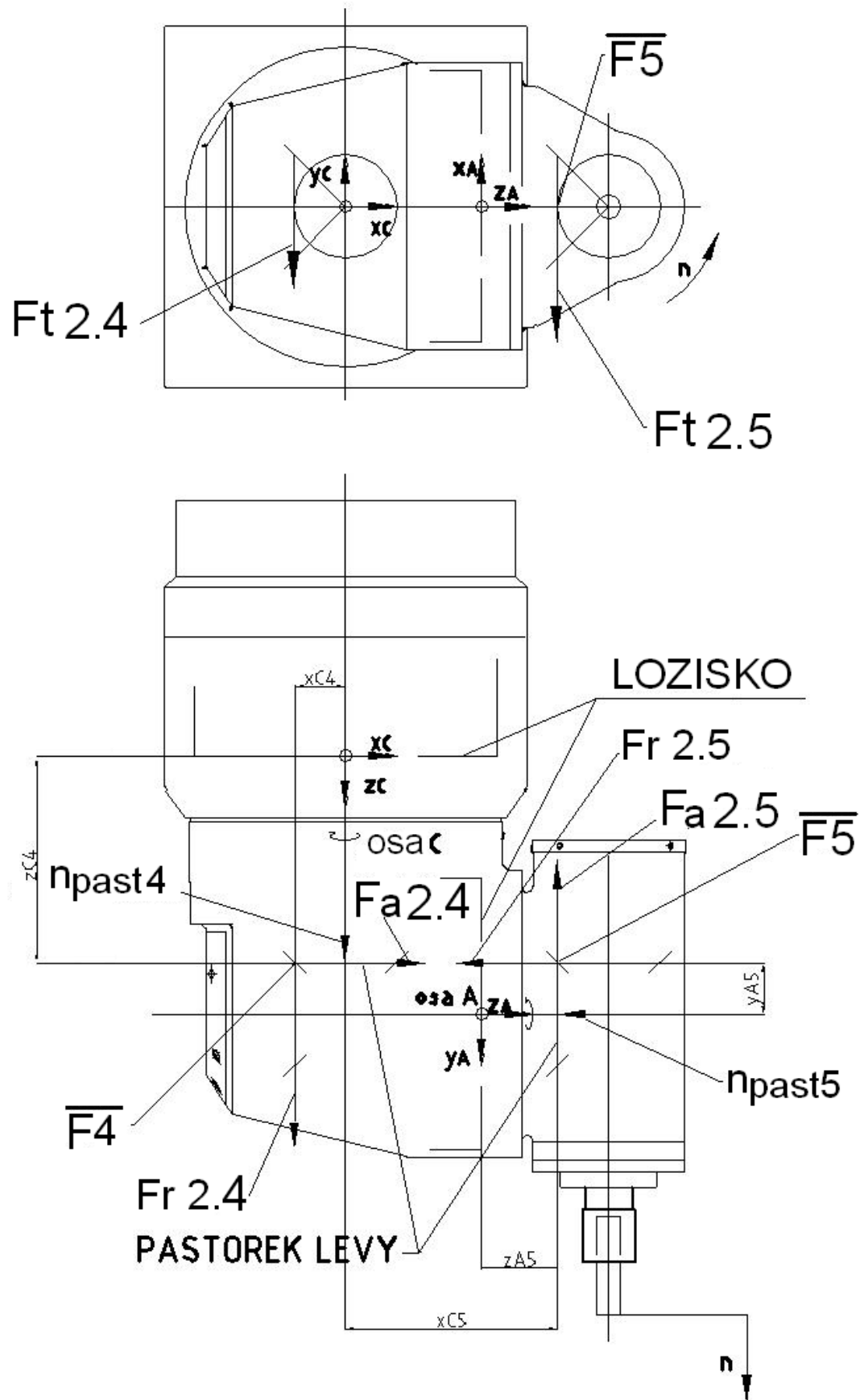
Dynamická bezpečnost je tedy:

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots\dots\dots (79)$$





Obr. 9 – Frézovací zařízení se souvislým natáčením kolem dvou os



Obr. 10 – Síly v převodech hlavního pohonu

Katedra konstruování strojů

str.31/49

**Př.: 4 – Transformace sil do počátků jednotlivých soustav souřadnic.**

Dáno:

Souřadnice vektoru $F_1$ soustavy A:	
	$x_{A1} = -399 \text{ mm}$
	$y_{A1} = 0$
	$z_{A1} = 184 \text{ mm}$
Souřadnice vektoru $F_2$ soustavy A:	
	$x_{A2} = -14 \text{ mm}$
	$y_{A2} = 0$
	$z_{A2} = 168 \text{ mm}$
Souřadnice vektoru $F_1$ soustavy C:	
	$x_{C1} = 365$
	$y_{C1} = 0$
	$z_{C1} = 741 \text{ mm}$
Souřadnice vektoru $F_2$ soustavy C:	
	$x_{C2} = 348 \text{ mm}$
	$y_{C2} = 0 \text{ mm}$
	$z_{C2} = 356 \text{ mm}$
Souřadnice vektoru $F_3$ soustavy C:	
	$x_{C3} = 0$
	$y_{C3} = 0$
	$z_{C3} = 250 \text{ mm}$
Údaje pro stanovení vektoru řezných sil $F_I$ :	
• Omezný moment na vřetenu	$M_L = 48 \text{ Nm}$
• Jmenovitý průměr frézy	$D = 32 \text{ mm}$
• Smysl složek řezné síly	Obr. 9

Katedra konstruování strojů

str.32/49

• Pracovní rychlost posuvu	$v_f = 1\,500\text{ mm/min}$
Údaje pro stanovení vektorů tíhových sil $F_2, F_3$ :	
• Hmotnost hlavy	$m_1 = 100\text{ kg}$
• Hmotnost tělesa fréz. zařízení	$m_2 = 200\text{ kg}$
• Smysl tíhových sil	Obr. 9
Údaje pro stanovení vektorů sil od převodů hlavního pohonu $F_4, F_5$ :	
• Výkon	$P = 15\text{ kW}$
• Jmenovité otáčky	$n_L = 3\,000\text{ min}^{-1}$
• Smysl otáček na vřetenu	Obr. 10
Finální člen posuvových mechanismů osy A a C	Mezihřídelová spojka prstencového motoru
Obr. 9 – Frézovací zařízení	

Stanovit:

- zatěžovací stavy a příslušný vektor síly a momentu v počátku souřadnic A a C

V zadání je zřejmě určen pouze 1 zatěžovací stav – dán polohou otočných skupin frézovacího zařízení dle Obr. 9 a údaji pro stanovení řezné síly. Neuvažují se stavy při rychloposuvu tj. působení setrvačných sil.

$$\text{Dle } F = \frac{2M_L}{D} \dots\dots\dots (80),$$

$$F_R = 0,8F \dots\dots\dots (81),$$

$$F_A = 0,6F \dots\dots\dots (82) \text{ a Obr. 5 se stanoví:}$$

- Pro souřadný systém A

Vektor polohy síly  $r_{AI}$  a síly  $F_{AI}$ :

$r_{AI}$	$x_{AI}$	$y_{AI}$	$z_{AI}$	
	-399	0	184	mm
$F_{AI}$	$F_A$	$-F$	$-F_R$	
	1,8	-3	-2,4	kN

Vektor polohy síly  $r_{A2}$  a síly  $FA2$ :

$r_{A2}$	$x_{A2}$	$y_{A2}$	$z_{A2}$	
	-14	0	168	mm
$FA2$	0	$-m_1 \cdot g$	0	
	0	-0,98	0	kN

Pro určení vektoru polohy hnací síly  $r_{A5}$  a síly hlavního pohonu  $FA5$  (Obr. 10) se pro daný výkon a otáčky stanoví převody párem kuželových kol pomocí [ 7], ze kterého vyplývají tyto údaje:

Vektor polohy síly  $r_{A5}$  a síly  $FA5$ :

$r_{A5}$	$x_{A5}$	$y_{A5}$	$z_{A5}$	
	0	-68	101	mm
$FA5$	$-F_{t_{2,5}}$	$-F_{a_{2,5}}$	$-F_{r_{2,5}}$	
	-1,198	-0,756	0,222	kN

Vektor polohy hnací síly  $r_{A5}$  a  $FA5$  jsou nulové protože finální člen je mezihřídelová spojka.

Vektory momentu se poté stanoví pro  $i = 1$  pomocí vztahů

$$M_{I_{ix}} = \text{determinant} \begin{matrix} y_{1_i} & z_{1_i} \\ F_{1_{yi}} & F_{1_{zi}} \end{matrix} \dots\dots\dots (83)$$

$$M_{I_{iy}} = \text{determinant} \begin{matrix} z_{1_i} & x_{1_i} \\ F_{1_{zi}} & F_{1_{xi}} \end{matrix} \dots\dots\dots (84)$$

$$M_{I_{iz}} = \text{determinant} \begin{matrix} x_{1_i} & y_{1_i} \\ F_{1_{xi}} & F_{1_{yi}} \end{matrix} \dots\dots\dots (85)$$

, obdobně pro  $M2$  a  $M5$ :

Složka	x	y	z	
$MA1$	552	-626	1 197	Nm
$MA2$	164	0	14	Nm
$MA5$	91	-121	-81	Nm

Katedra konstruování strojů  
Dále se stanoví podle vztahů:

str.34/49

$$F_{ci} = \sum_{j=1}^n F_{j_i} \dots\dots\dots (86),$$

$$M_{ci} = \sum_{j=1}^n M_{j_i} + Ms_i \dots\dots\dots (87)$$

Pracovní otáčky části otočné kolem A:

$$n_A = \frac{v_f}{2\pi * |x_{A1}|} \dots\dots\dots (88)$$

$n_A = 0,6 \text{ min}^{-1}$
------------------------------

**Tab. 2 – Zatížení v počátku soustavy souřadnic A**

Složka	x	y	z	
$FA_c$	0,6	-4,7	-2,6	kN
$MA_c$	808	-747	1129	Nm

• **Pro souřadný systém C**

Vektor polohy síly  $r_{C1}$  a síly  $FC1$ :

$r_{C1}$	$x_{C1}$	$y_{C1}$	$z_{C1}$	
	365	0	741	mm
$FC1$	$-F_R$	$-F$	$-F_A$	
	-2,4	-3	-1,8	kN

Vektor polohy síly  $r_{C2}$  a síly  $FC2$ :

$r_{C2}$	$x_{C2}$	$y_{C2}$	$z_{C2}$	
	348	0	356	mm
$FC2$	0	$-m_1 * g$	0	
	0	-0,98	0	kN

Vektor polohy síly  $r_{C3}$  a síly  $FC3$ :

$r_{C3}$	$x_{C3}$	$y_{C3}$	$z_{C3}$	
	0	0	250	mm
$FC3$	0	$-m_2 * g$	0	
	0	-2	0	kN

Katedra konstruování strojů

str.35/49

Pro určení vektoru polohy hnací síly  $r_{C4}$  a síly hlavního pohonu  $FC4$  (Obr. 10) se pro daný výkon a otáčky stanoví převody párem kuželových kol pomocí [ 7], ze kterého následně vyplývají tyto údaje:

Vektor polohy síly  $r_{C4}$  a síly  $FC4$ :

$r_{C5}$	$x_{C4}$	$y_{C4}$	$z_{C4}$	
	-67	0	274	mm
$FC4$	$Fa_{2,4}$	$-Ft_{2,4}$	$Fr_{2,\dot{e}}$	
	0,222	-1,197	0,756	kN

Vektor polohy hnací síly  $r_{C5}$  a  $FC5$  jsou nulové protože finální člen je mezihřídelová spojka.

Vektory momentu se stanoví pro  $i = 1$  pomocí vztahů

$$MI_{ix} = \text{determinant} \begin{matrix} y^1_i & z^1_i \\ F1_{yi} & F1_{zi} \end{matrix} \dots\dots\dots (89)$$

$$MI_{iy} = \text{determinant} \begin{matrix} z^1_i & x^1_i \\ F1_{zi} & F1_{xi} \end{matrix} \dots\dots\dots (90)$$

$$MI_{iz} = \text{determinant} \begin{matrix} x^1_i & y^1_i \\ F1_{xi} & F1_{yi} \end{matrix} \dots\dots\dots (91),$$

obdobně pro  $M2$  a  $M3$ :

Složka	x	y	z	
$MC1$	2 223	-1 121	-1 095	Nm
$MC2$	349	0	-341	Nm
$MC3$	698	0	0	Nm
$MC4$	328	111	89	Nm

Dále se stanoví podle vztahů:

$$F_{ci} = \sum_{j=1}^n Fj_i \dots\dots\dots (92),$$

$$M_{ci} = \sum_{j=1}^n Mj_i + Ms_i \dots\dots\dots (93)$$

Pracovní otáčky části otočné kolem C dle

$$n_A = \frac{v_f}{2\pi * |x_{A1}|} \dots\dots\dots (94)$$

pro  $n_C = n_A$ ,  $x_{A1} = x_{C1}$ :

$n_C = 0,65 \text{ min}^{-1}$
-------------------------------

**Tab. 3 - Zatížení v počátku soustavy souřadnic C**

Složka	x	y	z	
$FC_c$	-2,178	-7,14	-1,04	kN
$MC_c$	3 599	-1 010	-1 356	Nm

**Př.: 5 – Volba ložisek v soustavách souřadnic A a C**

Dáno:

Zatížení v počátku soustavy souřadnic A				
Složka	x	y	z	
$FA_c$	0,6	-4,7	-2,6	kN
$MA_c$	808	-747	1129	Nm
Zatížení v počátku soustavy souřadnic C				
Složka	x	y	z	
$FC_c$	-2,178	-7,14	-1,04	kN
$MC_c$	3599	-1010	-1356	Nm
Finální člen posuvových mechanismů osy A a C			Mezihřídelová spojka	
Pracovní otáčky			$n_A = n_C = 0,6 \text{ min}^{-1}$	
Rychloposuv			$n_{AR} = n_{CR} = 2 \text{ min}^{-1}$	
Vnější průměr ložiska osy A			$D_A = 360 \text{ mm}$	
Vnější průměr ložiska osy C			$D_C = 400 \text{ mm}$	
Součinitel tření válečkového ložiska			$f_L = 0,004$	
Obr. 9 – Frézovací zařízení				

Stanovit:



Katedra konstruování strojů

str.37/49

- Statickou a dynamickou bezpečnost ložisek, pohon otáčivých posuvů jednotlivých skupin

**Souřadnice A:**

- **Ložisko A**

Ve vztahu na daný vnější průměr se zvolí ložisko:

NSK: NRXT 300025DD: 300/360/25 [ 5]:	
• Vnější průměr	$D_A = 360 \text{ mm}$
• Vnitřní průměr	$d_A = 300 \text{ mm}$
• Statická únosnost	$C_0 = 250 \text{ kN}$
• Dynamická únosnost	$C = 107 \text{ kN}$
• Max. otáčky – předepnutí, tuk	$n_L = 100 \text{ min}^{-1}$

Střední průměr ložiska se stanoví ze vztahu:

$$d_{sA} = \frac{D_A + d_A}{2} \dots\dots\dots (95)$$

$d_{sA} = 330 \text{ mm}$
---------------------------

Radiální síla a klopný moment působící na ložisko jsou dány vztahy:

$$F_r = \sqrt{F_{cx}^2 + F_{cy}^2} \dots\dots\dots (96)$$

pro  $F_{cx} = FA_{cx}$ ,  $F_{cy} = FA_{cy}$ .

$F_r = 4,475 \text{ kN}$
--------------------------

$$M = \sqrt{M_{cx}^2 + M_{cy}^2} \dots\dots\dots (97)$$

pro  $M_{cx} = MA_{cx}$ ,  $M_{cy} = MA_{cy}$ .

$M = 1\,101 \text{ Nm}$
-------------------------

Ekvivalentní statické zatížení ložiska a statická bezpečnost jsou dány vztahy

$$F_{0Pi} = F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} + 0,44F_{ai} \dots\dots\dots (98),$$

$$S_0 = \frac{C_0}{F_{0P}} \dots\dots\dots (99)$$

Katedra konstruování strojů

str.38/49

$F_{0P} = 12,6 \text{ kN}$
----------------------------

$S_0 = 19,8$
--------------

vyhovuje $S_{0D} = 3$
-----------------------

Ekvivalentní dynamické zatížení dle vztahů

$$\kappa_i = \frac{F_{ai}}{F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s}} \dots\dots\dots (100)$$

$\kappa = 0,229$
------------------

Tj. dle vztahů:

- $X_i = 1, Y_i = 0,45$  pro  $\kappa_i > 1,5$
- $X_i = 0,67, Y_i = 0,67$  pro  $\kappa_i \leq 1,5$

$X = Y = 0,67$
----------------

$$F_{Pi} = X_i \left( F_{ri} + \frac{2M_i}{d_s} \right) + Y_i * F_{ai} \dots\dots\dots (101)$$

$F_P = 9,4 \text{ kN}$
------------------------

Životnost a dynamická bezpečnost dle vztahů

$$L_h = \left( \frac{C}{F_{pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots\dots\dots (102)$$

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots\dots\dots (103)$$

pro  $F_{pm} = F_p, n_m = n_A$ 

$L_h = 9,1e7 \text{ hod}$
---------------------------

$S_{dyn} = 2,3 e4$
--------------------

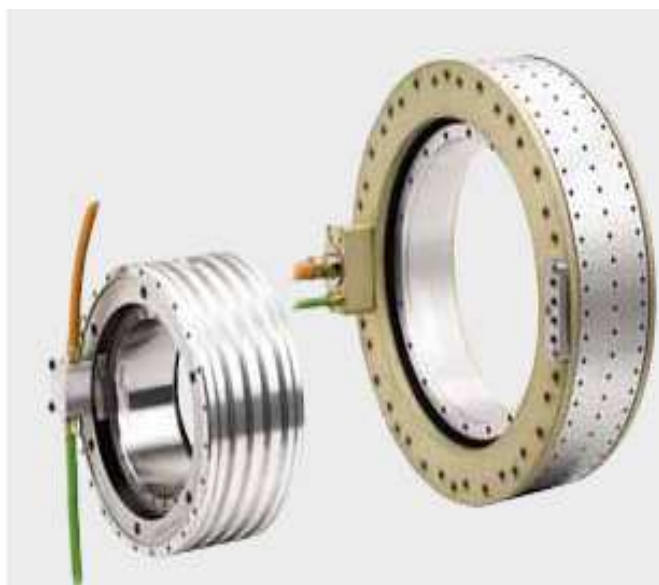
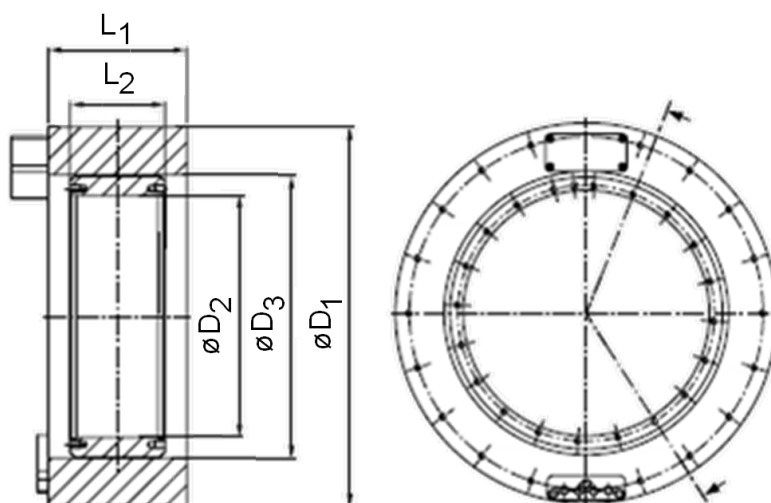
vyhovuje $S_D = 2$ dle [ 4 ]
------------------------------

- **Pohon A**

Při součiniteli tření ložiska  $f_L = 0,004$  lze třecí moment zanedbat. Výstupní moment posuvového mechanismu je dán hodnotou  $MA_{cz} = 1\,129 \text{ Nm}$ . K tomuto momentu lze přiřadit z katalogu [ 3 ] prstencový motor (torque motor) Obr. 12:

Siemens: 1FW 6160-0. B15:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vnější průměr statoru</li> </ul>	$D_I = 440 \text{ mm}$

• Délka statoru	$L_1 = 210 \text{ mm}$
• Vnitřní průměr rotoru	$D_2 = 280 \text{ mm}$
• Max. točivý moment	$M_M = 2\,150 \text{ Nm}$
• Statický moment	$M_0 = 1\,400 \text{ Nm}$
• Jmenovitý moment	$M_I = 1\,350 \text{ Nm}$
• Max. otáčky	$n_1 = 66 \text{ min}^{-1}$

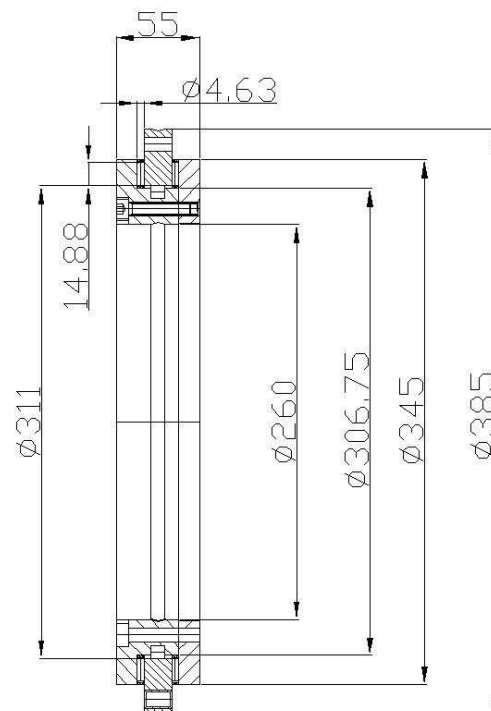
**Obr. 11 – Prstencový motor [ 3 ]****Obr. 12 – Prstencový motor – rozměrový náčrt [ 3 ]**

**Souřadnice C:**

- **Ložisko C**

Ve vztahu na daný vnější průměr se zvolí ložisko:

INA: YRT 260: 260/385/55 [ 2 ]:	
• Vnější průměr	$D_A = 385 \text{ mm}$
• Vnitřní průměr	$d_A = 260 \text{ mm}$
• Průměr dráhy - Obr. 13	$d_d = 311 \text{ mm}$
• Délka válečku - Obr. 13	$L_v = 14,9 \text{ mm}$
• Statická únosnost axiální	$C_{a0} = 810 \text{ kN}$
• Dynamická únosnost axiální	$C_a = 109 \text{ kN}$
• Statická únosnost radiální	$C_{r0} = 305 \text{ kN}$
• Dynamická únosnost radiální	$C_r = 101 \text{ kN}$



**Obr. 13 – YRT 260 – rozměry [ 2 ]**

➤ **Axiální směr**

Klopný moment působící na ložisko je dán vztahem:

$$M = \sqrt{M_{cx}^2 + M_{cy}^2} \dots\dots\dots ( 104 )$$

pro  $M_{cx} = MA_{cx}$ ,  $M_{cy} = MA_{cy}$ .

Katedra konstruování strojů

str.41/49

$M = 3\,738 \text{ Nm}$
-------------------------

Ekvivalentní statické zatížení ložiska a statická bezpečnost jsou dány vztahy

$$F_{0aPi} = \frac{2M_i}{d_s} + 0,44F_{ai} \dots\dots\dots (105)$$

kde je axiální síla  $F_a = FA_{cz}$  a střední průměr:

$$d_s = d_d + L_v$$

$d_s = 326 \text{ mm}$
------------------------

$F_a = 1,44 \text{ kN}$
-------------------------

$$S_{0A.j} = \frac{C_0}{F_{AjM}} \dots\dots\dots (106)$$

$F_{0p} = 23,4 \text{ kN}$
----------------------------

$S_{0a} = 34,6$
-----------------

vyhovuje $S_{0D} = 3$
-----------------------

Ekvivalentní dynamické zatížení pro  $i = 1$  je dáno vztahy

$$\kappa_{ai} = \frac{F_{ai}}{\frac{2M_i}{d_s}} \dots\dots\dots (107)$$

$\kappa_a = 0,046$
--------------------

tj.: $X = Y = 0,67$
---------------------

$$F_{aPi} = X_i \frac{2M_i}{d_s} + Y_i * F_{ai} \dots\dots\dots (108)$$

$F_{aP} = 16 \text{ kN}$
--------------------------

Životnost ložiska a dynamická bezpečnost je dána vztahy:

$$L_h = \left( \frac{C}{F_{Pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots\dots\dots (109)$$

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots\dots\dots (110)$$

pro  $F_{Pm} = F_{aP}$ ,  $n_m = n_C$

Katedra konstruování strojů

str.42/49

$L_h = 5,4e7 \text{ hod}$
---------------------------

$S_{dyn} = 3,7 e3$
--------------------

➤ **Radiální směr**

Radiální síla je dána vztahem:

$$F_r = \sqrt{F_{cx}^2 + F_{cy}^2} \dots\dots\dots (111)$$

pro  $F_{cx} = FC_{cx}$ ,  $F_{cy} = FC_{cy}$ .

$F_r = 7,4 \text{ kN}$
------------------------

$$Z F_{0Pi} = F_{ri} \dots\dots\dots (112) \text{ a } S_0 = \frac{C_0}{F_{0P}} \dots\dots\dots (113)$$

plyne:

$S_0 = 56$
------------

<i>vyhovuje</i> $S_{0D} = 3$
------------------------------

Dynamická bezpečnost se stanoví pomocí vztahů

$$F_{Pi} = F_{ri} \dots\dots\dots (114), \text{ pro } i = 1 \text{ je } F_{Pm} = F_{Pi}.$$

Životnost ložiska a dynamická bezpečnost jsou dány vztahy:

$$L_h = \left( \frac{C}{F_{Pm}} \right)^{\frac{10}{3}} * \frac{10^6}{n_m} \dots\dots\dots (58),$$

$$S_{dyn} = \frac{L_h}{T_c} \dots\dots\dots (59)$$

$L_h = 7,3e6 \text{ hod}$
---------------------------

$S_{dyn} = 1,8 e3$
--------------------

• **Pohon C**

Při součiniteli tření ložiska  $f_L = 0,004$  lze třecí moment zanedbat. Výstupní moment posuvového mechanismu je tedy dán hodnotou  $MC_{cz} = 1\,436 \text{ Nm}$ . Lze použít stejný motor jako u souřadnice A.

Katedra konstruování strojů

**SEZNAMY****Seznam tabulek**

Tab. 1 – Charakteristické vlastnosti valivého vedení.....	1
Tab. 2 – Zatížení v počátku soustavy souřadnic A .....	34
Tab. 3 - Zatížení v počátku soustavy souřadnic C .....	36

**Seznam příkladů**

Př.: 1 – Zatěžovací stavy a transformace sil do souřadné soustavy vedení smykadla .....	6
Př.: 2 – Přiřazení doby běhu, rychlosti a zrychlení k jednotlivým zatěžovacím stavům.....	16
Př.: 3 – Statická a dynamická bezpečnost valivých jednotek.....	18
Př.: 4 – Transformace sil do počátků jednotlivých soustav souřadnic. ....	31
Př.: 5 – Volba ložisek v soustavách souřadnic A a C .....	36

**Seznam obrázků**

Obr. 1 – Valivá jednotka [ 2 ].....	2
Obr. 2 – Valivé vedení saní otočného stolu .....	2
Obr. 3 – Předepnuté valivé vedení [ 4].....	3
Obr. 4 – Předepnuté valivé pro vedení frézovacího vřeteníku .....	3
Obr. 5 – Vedení smykadla - transformace sil.....	4
Obr. 6 – Axiálně radiální ložisko s křížovým uspořádáním válečků .....	24
Obr. 7 - Axiálně radiální válečkové ložisko.....	24
Obr. 8 - Axiálně radiální kuličkové ložisko .....	24
Obr. 9 – Frézovací zařízení se souvislým natáčením kolem dvou os.....	29
Obr. 10 – Síly v převodech hlavního pohonu.....	30
Obr. 11 – Prstencový motor [ 3].....	39
Obr. 12 – Prstencový motor – rozměrový náčrt [ 3 ] .....	39
Obr. 13 – YRT 260 – rozměry [ 2 ].....	40

**Seznam použité literatury****Firemní literatura (katalogy, www.)**

- [ 1 ] HARMONIC DRIVE. [cit.2013-08-12]. Dostupné z: <http://www.harmonicdrive.net>
- [ 2 ] INA. [cit.2013-08-12]. Dostupné z: <http://www.ina.de>
- [ 3 ] SIEMENS. [cit.2013-08-12]. Dostupné z: <http://www.siemens.cz/pohony>
- [ 4 ] SCHNEEBERGER. Monorail und MMS: Katalog, 1992
- [ 5 ] NSK AMERICAS. [cit.2013-08-12]. Dostupné z: <http://www.nsk.com>

**Publikace**

- [ 6 ] HUDEC, Z. Posuvové mechanismy – příklady. Plzeň: ZČU 2013. ISBN 978-80-261-0388-2

**Přílohy**

- [ 7 ] PROGRAM EXCEL / MITCALC: Gear2\_01\_kuz.xls. Plzeň: ZČU 2010
- [ 8 ] PROGRAM MATHCAD. Soubor: val\_ved\_11a.xml. Plzeň: ZČU 2014

## **KKS/KVS,KOS VEDENÍ VALIVÁ - PŘÍKLADY**

doc. Ing. Zdeněk Hudec, CSc.

Vydavatel:                   Západočeská univerzita v Plzni, Vydavatelství  
Univerzitní 8, 306 14 Plzeň  
tel.: 377 631 951  
e-mail: [vydavatel@vyd.zcu.cz](mailto:vydavatel@vyd.zcu.cz)  
Katedra:                    konstruování strojů  
Vedoucí katedry:         doc. Ing. Václava Lašová, CSc.  
Určeno:                    pro studenty FST  
Vyšlo:                     červen 2013  
Počet stran:               49

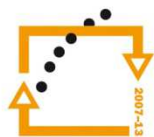
Nositelé  
autorských práv:         doc. Ing. Zdeněk Hudec, CSc.  
Západočeská univerzita v Plzni  
Vydání:                    1. vydání, on-line

Tato publikace neprošla redakční ani jazykovou úpravou.





MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE  
DO ROZVOJE  
VZDĚLÁVÁNÍ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

doc. Ing. Zdeněk Hudec, CSc.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky v rámci projektu č. CZ.1.07/2.2.00/07.0235 „Inovace výuky v oboru konstruování strojů včetně jeho teoretické, metodické a počítačové podpory“.