

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD  
KATEDRA MECHANIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
NÁVRH KOMPOZITNÍHO LUKU

PLZEŇ, 2015

VÁCLAV HRDLIČKA

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 31. 7. 2015

.....

# Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Radku Kottnerovi, Ph.D. za přínosné rady, věnovaný čas a věcné připomínky. Bc. Janu Šípkovi a Ing. Petru Jindrovi za rady z oblasti lukostřelby, Ing. Lukáši Bekovi za rady při výrobě a mé rodině za podporu.

# Abstrakt

Po rešerši současných i historických luků byl na jejím základě parametricky modelován v konečněprvkovém softwaru luk z jednosměrového uhlíkového kompozitu. Pro účely modelu byly experimentálně vyšetřeny materiálové vlastnosti tětivy. Po vytvoření modelu následovala jeho tvarová a rozměrová optimalizace. Jejím předmětem byla snaha o maximalizaci akumulace potenciální energie a zároveň minimalizaci hmotnosti za udržení nátažové síly a složek napětí v přiměřených hodnotách. Další částí práce byla samotná výroba luku metodou Vacuum Assisted Process, kdy k vytvrzení kompozitu došlo v autoklávu. Na závěr byla provedena validační zkouška.

# Abstract

The first part of this thesis was a research of present and historical bows based on which was created a finite element model of a bow made of unidirectional carbon composite. In the model were entered material properties of bowstring which were experimentaly investigated. After that, the shape and dimensions of bow were optimized. The target of the optimization was maximisation of accumulated strain energy together with minimisation of mass, while draw force and components of stress were in required range. Another part of thesis was the manufacturing of bow using the Vacuum Assisted Process technology and curing in autoclave. The final step was the validation exam.

# Klíčová slova

Luk, kompozitní materiál, DFC graf, netkaná textilie, MKP, optimalizace, tětíva, dacron, autokláv, technologie VAP.

# Keywords

Bow, composite material, DFC graph, nonwoven textile, FEM, optimization, bowstring, dacron, autoclave, VAP technology.

# Použité veličiny

<i>symbol</i>	jednotka	název
$c$	N	odporová konstanta
$D$	m	délka nátahu
$dl$	mm	posuv (experiment pro tětívu)
$E$	Pa	Youngův modul pružnosti
$E_f, E_m$	Pa	Youngovy moduly pružnosti výztuže a matrice
$E_1, E_2, E_3$	Pa	moduly pružnosti kompozitu ve směrech 1, 2 a 3
$F$	N	náťahová síla
$FI_C$	-	Failure Index pro tlak. napětí
$Ft$	N	síla (experiment pro tětívu)
$G_f, G_m$	Pa	smykové moduly výztuže a matrice
$G_{12}, G_{13}, G_{23}$	Pa	smykové moduly kompozitu v příslušných rovinách
$I$	m <sup>4</sup>	kvadratický moment průřezu šípů
$k$	-	koeficient bezpečnosti
$ktet$	N.m <sup>-1</sup>	tuhost tětívy
$l$	m	délka šípů
$m$	g	hmotnost šípů
$M$	g	hmotnost luku
$m_v$	g	virtuální hmota
$s$	m	dostřel šípů
$S$	g	napětí ve směru vláken v tlaku pro účel optimalizace
$SE$	N.m	potenciální energie
$v$	m.s <sup>-1</sup>	počáteční rychlost šípů
$V_f, V_m$	-	objemový podíl výztuže a matrice
$X^C, X^T, Y^C, Y^T, S^L$	Pa	meze pevnosti kompozitu
$X_k^C$	Pa	mezní hodnota napětí ve směru vláken v tlaku
$X_f^T$	Pa	mez pevnosti výztuže v tahu
$\eta$	-	účinnost
$\eta_1$	Pa	součinitel při výpočtu mat. vlastností kompozitu
$\nu_f, \nu_m$	-	Poissonova čísla výztuže a matrice
$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$	-	Poissonova čísla kompozitu
$\rho$	kg.m <sup>-3</sup>	hustota
$\sigma_{11}, \sigma_{22}$	Pa	normálová napětí v kompozitu ve směrech 1 a 2
$\sigma_{12}$	Pa	smykové napětí v kompozitu v rovině 12



# Použité zkratky a výrazy

zkratka	název
BH	délka předpětí
CNC	Computer Numerical Control
DFC	Draw - Force Curve
FEM	Finite Element Method
FI	Failure Index, index porušení
KME	Katedra mechaniky
MKP	metoda konečných prvků
SHELL	dvojměrný skořepinový prvek
SW	software
TRUSS	jednorozměrný prvek
VAP	Vacuum Assisted Process
ZČU	Západočeská univerzita

# Seznam obrázků

2.1	Soška Skythů střílejících z luku . . . . .	4
2.2	Reflexní mongolský luk před napnutím . . . . .	5
2.3	Reflexní mongolský luk po napnutí . . . . .	5
2.4	Anglický středověký přímý luk z tisu . . . . .	6
2.5	Luk přímý, reflexní, deflexní a deflexně-reflexní . . . . .	8
3.1	Současný sportovní luk . . . . .	9
3.2	Detail zářezu pro tětivu . . . . .	10
4.1	DFC graf pro zvratný a přímý luk . . . . .	12
4.2	Lukostřelecký paradox . . . . .	14
5.1	Délka předpětí a rozsah nátahu . . . . .	18
5.2	Výška luku . . . . .	19
5.3	Délka luku . . . . .	19
6.1	Tětiva před začátkem tahové zkoušky . . . . .	23
6.2	Přetržení prvních vláken . . . . .	24
6.3	Celkové přetržení tětivy . . . . .	24
6.4	Závislost síly na posuvu až do porušení tětivy . . . . .	25
6.5	Závislost síly na posuvu na pracovní oblasti . . . . .	25
7.1	Model luku v počátečním stavu . . . . .	27
7.2	Tloušťky sekcí v modelu . . . . .	27
7.3	Diskretizace středu luku . . . . .	28
7.4	Uchycení tětivy . . . . .	29
7.5	Orientace použitého jednosměrového kompozitu . . . . .	29
7.6	Okrajová podmínka pro tětivu . . . . .	30
7.7	Fixace středu luku . . . . .	31

7.8	Krok 1 - simulace předpětí . . . . .	31
7.9	Okrajová podmínka posuvu při nátahu . . . . .	32
7.10	Kroky 2 a 3 - simulace nátahu . . . . .	33
8.1	Vývojový diagram . . . . .	35
8.2	Graf pareto optimalizace . . . . .	36
8.3	Názvy jednotlivých sekcí luku . . . . .	38
8.4	Geometrie luku . . . . .	39
8.5	DFC graf optimální varianty . . . . .	40
9.1	Forma pro výrobu luku z bočního pohledu . . . . .	41
9.2	Forma pro výrobu luku z pohledu shora . . . . .	42
9.3	Detail žlabu formy . . . . .	42
9.4	Textilie ve formě . . . . .	43
9.5	Nasátí pryskyřice . . . . .	44
9.6	Autokláv . . . . .	45
9.7	Luk po vytvrzení (v pozadí forma) . . . . .	46
10.1	Fixace středu luku . . . . .	48
10.2	Delaminace . . . . .	49
10.3	Počátek nátahu . . . . .	49
10.4	Nátaž na běžnou hodnotu . . . . .	50
10.5	Maximální nátaž . . . . .	50
10.6	Porovnání DFC grafů . . . . .	51

# Seznam tabulek

5.1	Materiálové vlastnosti výztuže a matrice . . . . .	15
5.2	Smykové moduly výztuže a matrice . . . . .	16
5.3	Materiálové vlastnosti použitého kompozitu . . . . .	17
5.4	Meze pevnosti kompozitu . . . . .	21
8.1	Objektivní funkce a omezení první optimalizace . . . . .	35
8.2	Vstupní parametry první optimalizace . . . . .	35
8.3	Výsledný design první optimalizace . . . . .	37
8.4	Objektivní funkce a omezení druhé optimalizace . . . . .	37
8.5	Vstupní parametry druhé optimalizace . . . . .	38
8.6	Tloušťky sekcí výsledného designu . . . . .	40
9.1	Tloušťky sekcí vyrobeného luku . . . . .	46
10.1	Materiálové vlastnosti kompozitu při $V_f = 0,5$ . . . . .	47
10.2	Porovnání hodnot BH a hmotnosti . . . . .	48
10.3	Porovnání validační zkoušky s modelem . . . . .	51

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
1.1 Motivace . . . . .	1
1.2 Cíle práce . . . . .	2
<b>2 Historie lukostřelby</b>	<b>3</b>
2.1 Vznik a vývoj luku . . . . .	3
2.2 Celkové dělení luků . . . . .	7
<b>3 Současný stav</b>	<b>9</b>
<b>4 Luk z hlediska mechaniky</b>	<b>11</b>
4.1 Akumulace energie . . . . .	11
4.2 Účinnost . . . . .	12
4.3 Dostřel . . . . .	13
4.4 Lukostřelecký paradox . . . . .	13
<b>5 Návrh luku</b>	<b>15</b>
5.1 Materiál . . . . .	15
5.2 Parametry luku . . . . .	17
5.3 Kritérium maximálního napětí . . . . .	20
5.4 Meze pevnosti kompozitu . . . . .	20
5.5 Výpočet hustoty kompozitu . . . . .	21
<b>6 Tětiva</b>	<b>22</b>
6.1 Podstata tětivy . . . . .	22
6.2 Materiál tětivy . . . . .	22
6.3 Popis experimentu . . . . .	23
6.4 Výsledky tahové zkoušky . . . . .	24

<b>7 Výpočtový model</b>	<b>26</b>
7.1 Použitý software . . . . .	26
7.2 Popis modelu . . . . .	26
7.2.1 Diskretizace . . . . .	28
7.2.2 Kontakt tětiny s ramenem . . . . .	28
7.2.3 Orientace a materiál . . . . .	29
7.2.4 Okrajové podmínky . . . . .	30
7.3 Vyhodnocení výsledků . . . . .	33
<b>8 Optimalizace</b>	<b>34</b>
8.1 Minimalizace hmotnosti a maximalizace energie . . . . .	34
8.2 Optimalizace průřezů s ohledem na hmotnost . . . . .	37
8.3 Celkové výsledky optimalizace . . . . .	39
<b>9 Výroba</b>	<b>41</b>
9.1 Forma . . . . .	41
9.2 Postup výroby . . . . .	43
9.3 Výrobek . . . . .	45
<b>10 Validace modelu</b>	<b>47</b>
10.1 Tahová zkouška . . . . .	47
10.2 Diskuze . . . . .	51
<b>11 Závěr</b>	<b>52</b>

# Kapitola 1

## Úvod

### 1.1 Motivace

Luk je nejen historicky významný vynález a zároveň zbraň, ale také úžasná látka pro studium mechaniky. V návrhu luku se spojují prvky pružnosti a pevnosti (deformace ramen při předpětí), dynamiky (rychlost šípu při výstřelu, lukostřelecký paradox, balistická křivka) a mechaniky kompozitních materiálů, neboť luk byl vyroben z uhlíkového kompozitu.

Kompozitní materiály do dnešní doby pronikly do velkého množství odvětví a jejich využití se stále rozrůstá. Uplatnění našly nejen v leteckém, kosmickém a automobilovém průmyslu, neboť jejich poměr tuhosti k hmotnosti a pevnosti k hmotnosti je vysoký [1], ale i v řadě sportovních odvětví. Nedílnou součástí výbavy dnešního sportovního lukostřelce je kompozitní luk. I zde je dobře využito zmiňovaných poměrů a možnosti vyrobit libovolný tvar. Dnešní závodní luky jsou vyráběny z uhlíkových a skelných kompozitů. Proti navrhovanému luku se nejedná o monolit, středy a ramena jsou vyráběna zvlášť, vzhledem k rozdílným požadavkům. Po opotřebení dochází také k výměně ramen, zatímco střed je ponechán stejný. Střed by měl být co nejtužší, zato ramena vysoce pružná a lehká, což má vliv na účinnost s jakou se akumulovaná energie přemění na kinetickou energii šípu. Účinnost luku, čili jak velké množství energie, jež se akumuluje při nátahu, se předá šípu, je tím menší, čím je větší virtuální hmota. A právě hodnota virtuální hmoty se zvyšuje s velikostí ramen a hmotností (tloušťkou) jejich koncovek.

## 1.2 Cíle práce

Cíle této práce jsou shrnuty v pěti bodech:

1. Provést rešerši různých typů luků a jejich vlastností.
2. Experimentálně vyšetřit mechanické vlastnosti tětivy.
3. Užitím metody konečných prvků namodelovat vybraný typ luku.
4. Optimalizovat geometrii luku s ohledem na požadované vlastnosti vybraného typu.
5. Výroba prototypu a porovnání jeho vlastností s vlastnostmi modelu.

V této práci nešlo o výrobu závodního luku. Vzhledem ke snaze, aby výroba proběhla z většinové části v prostorách Katedry mechaniky Západočeské univerzity (KME ZČU), existovala i výrobní omezení. Protože byl luk vytvrzován v autoklávu, nesměla forma přesáhnout takové rozměry, aby ji do něj bylo možné umístit. Šířka luku byla po celé délce luku konstantní, neboť zužování by bylo výrobně náročné. Navrhovaný luk se na rozdíl od sportovních luků neskládá z ramen a středu, jež jsou k sobě spojena. To by přinášelo komplikace v rámci složení jednotlivých částí k sobě. Dalším zjednodušením bylo uvažování luku jako symetrického.

Po provedení rešerše a experimentálním vyšetření materiálových vlastností běžně používané tětivy byl luk navrhován s ohledem na následující parametry:

1. Maximalizace akumulace potenciální energie během nátahu.
2. Délka předpětí (*Brace height*) 16 až 24 cm, ideálně 20 cm.
3. Náťahová síla mezi 116 N a 125 N.
4. Odolnost vůči maximálnímu rozsahu nátahu 90 cm.
5. Minimalizace výšky luku.
6. Minimalizace hmotnosti.

Ty byly zaneseny jako omezení do optimalizačního procesu. Posledním cílem práce byla výroba prototypu a porovnání jeho vlastností s vlastnostmi modelu. Výsledný návrh byl vyroben laminováním do negativní formy. Do té byla vkládána vlákna za sucha a k prosycení pryskyřicí došlo s pomocí vakua. Vytvrzení proběhlo v autoklávu při teplotě 60°C.



# Kapitola 2

## Historie lukostřelby

### 2.1 Vznik a vývoj luku

Luk je klasická střelná zbraň, na jejíž vznik, a samozřejmě i vznik šípu, jako střeliva, existuje několik vědeckých hypotéz. Některé předpokládají, že první luky vznikly zhruba před 20 000 lety, jiné přicházejí i s 40 000 až 50 000 lety. Datace je o to složitější, protože z dochovaných pozůstatků lze často jen velmi těžko určit, zda se jedná o šíp do luku či pouze lehký oštěp. Z Afriky se však luk v průběhu staletí a tisíciletí rozšířil do všech kontinentů [11].

Na přelomu pozdního neolitu a doby bronzové (2 000 př. n. l.) doznala výroba luků a šípů vylepšení, k němuž přispěl především objev metalurgie. V této době se lukostřelba začala uplatňovat nejen v lovu, ale i ve válečnictví. Lučištníci začali být považováni za elitní součást vojsk. Luk se brzy dostal i do písemnictví. Učebnice lukostřelby Dhanurśāstra pochází pravděpodobně ze 7. stol. př. n. l. a mnoho zmínek o lukostřelbě lze najít i např. v indických historických eposech Rámájana a Mahábhárate. Kvalitní ovládání zbraní včetně luků patřilo v mytologii i k vlastnostem bohů (př. Aššur, Ištar, Ráma, Ninurta, Eros, Artemis) [11].

I díky písemným zmínkám můžeme sledovat různé odlišnosti v typech luků různých národů. Materiálem pro indické luky byl bambus či palmové dřevo a jejich délka se pohybovala okolo 180 cm [11]. Posuneme-li se v historii o trochu blíže současnosti, pak nemůžeme opomenout vztah Římanů k lukostřelbě. Od 3. st. př. n. l. patřila lukostřelba (spolu např. s plaváním, během či zápasem) k výcviku profesionálního římského vojáka [2].

U stepních nomádkých národů jako byli Skythové či Sarmaté se začal objevovat krátký reflexní (zvratný) luk. Tento luk byl tvořený dřevem, šlachami a rohovinou. Skythský luk pronikl i do umění, viz obr. 2.1.



Obrázek 2.1: Soška Skythů střílejících z luku, poloostrov Krym, 4. století př. n. l. [11]

Tento princip výroby i tvaru luku později přejala řada dalších národů, např. Hunové v období stěhování národů. Luk byl svou délkou okolo 120 cm výborně adaptabilní pro boj ze sedla. Těmto lukům se tak proto také říká jezdecké.

Obávanou zbraní byly luky i v období křížových výprav. Rytíři evropských zemí nevycházeli ze střetnutí s muslimskými lučištníky dobře, neboť jejich šípy prorážely kroužkovou zbroj. Velkou inspiraci v hunských lucích našli také Mongolové, jejichž lučištníci v polovině 13. století pronikli až na Moravu.

Reflexní luky Mongolů, ale i Osmanů či Seldžuků určené primárně pro střelbu za jízdy na koni byly typické dvojitým prohnutím lučiště. I zde se jednalo o slepování dřevěného jádra se zvířecími šlachami na přední a rohovinou na zadní straně lučiště. Náťahová síla takového luku měla široké rozpětí a pohybovala se cca od 120 N do 500 N. Dalším typickým rysem mongolského luku je kromě značného dostřelu i vyjímečná pružnost. Před napnutím měl takový luk tvar až půlkruhu. Při napínání pak došlo k opačnému prohýbání, čímž vznikl symetrický, dvojnásobně prohnutý tvar, jak je patrné z obr. 2.2. a 2.3.



Obrázek 2.2: Reflexní mongolský luk před napnutím [20]



Obrázek 2.3: Reflexní mongolský luk po napnutí [20]

Svou tradici má luk i ve východní Asii. Středověké japonské luky byly dlouhé až 220 cm a na jejich výrobu se používaly bambusové stromky. V Číně, kde luky vytlačily menší kuše, lukostřelba opět rozkvetla za nadvlády již zmíněných Mongolů. V Africe se luky také těšily v historii velké oblibě. Zde se u šípů používaly známé otrávené hroty vyráběné z mléčných šťáv jedovatých rostlin, ale také i housenek některých motýlů. Pro válečné účely se na černém kontinentu využívaly spíše oštěpy a kopí, avšak pro lov jsou zde luky používány dodnes [11].

Luky severoamerických indiánů dosahovaly délky až 2 m a materiálem pro jejich výrobu byl tis, hicori či cedr. Délka indiánských luků se lišila dle kmenu. Seminolové se vyznačovali luky delšími, kdežto kmeny Siouxů nebo Komančů také přizpůsobovaly délku luku pro účely střelby z koňského sedla. Pro výrobu reflexních luků se zde používali i rohy ovčí tlustorohých a bizonů. V Jižní Americe existuje řada kmenů, které místo luků upřednostňovali jiné zbraně, jako vrhač oštěpů atlatl, foukačku či prak. Amazonští šamani pak luky využívali i pro své rituální obřady. Vrhače oštěpů se rozšířily i u domorodých obyvatel Austrálie. Zde luk nikdy oblibě nedošel [11].

Svou roli hraje luk i v dějinách Evropy. Ovládat jej patřilo k jedné ze sedmi vojenských rytířských ctností [2]. Významnou zbraní byl také v bitvách u Hastingsu, kde se rozhodlo

o ovládnutí Anglie Normany či ve stoleté válce v bitvách u Azincourtu či Kresčaku, kde dostal prostor přímý luk, viz. obr. 2.4. V Anglii za vlády Jindřicha VIII. vznikla i kniha, ve které byl rozebrán výcvik střelby z luku. S postupem staletí byly luky v Evropě vystřídány kušemi a později palnými zbraněmi. Prakticky zůstává v současnosti luk používanou zbraní jen v Amazonii a některých částech subsaharské Afriky. Došlo však k přeměně lukostřelby na sportovní odvětví [11].

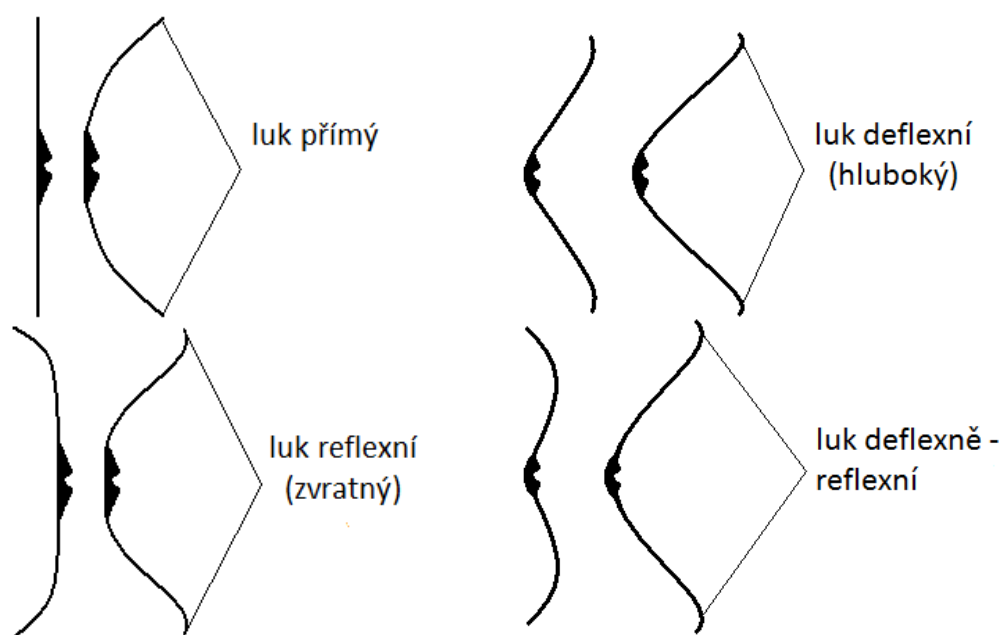


Obrázek 2.4: Anglický středověký přímý luk z tisu v předepnutém stavu [11]

Vznik lukostřeleckého sportu, nepočítáme-li starověké Olympijské hry, lze položit do 13. století, kdy na území Evropy vznikla tzv. "ptačí střelba," kde se účastníci snažili sestřelit dřevěnou figurku ptáka. Moderní lukostřelba pak přichází s myšlenkami romantismu a obnovou zájmu o středověk. Roku 1828 byl v americké Philadelphii založen první lukostřelecký klub a v roce 1911 se dá hovořit o vzniku moderní lovecké lukostřelby. O rok dříve se na pláži Le Touquet ve Francii konala soutěž v dostřelu lukem, kde vítěz za použití náťahové síly 440 N a starého tureckého luku dostřelil do vzdálenosti 434 m. Dostřel tureckých luků z osmanských dob je patrný i z dochovaného osmanského rekordu 845,5 m [14]. V současnosti je lukostřelba i na seznamu novodobých olympijských sportů, kde hlavním cílem je co nejpřesnější umístění šípů do terče (terčová lukostřelba). Oblibě se těší také terénní či 3D lukostřelba a speciálními odvětvími jsou para-archery pro handicapované sportovce a halová lukostřelba [12]. Různé soutěže jsou pořádány i v tradiční lukostřelbě, vycházející z historické předlohy, kde jde především o všestrannost lukostřelce (střelba na pohyblivé terče apod.). Dnešní sportovní luky mají zvrtné koncovky a jsou tedy inspirovány historickými luky (Mongolové, Osmané). Fyzikální podstata luku je popsána v kapitole Luk z hlediska mechaniky.

## 2.2 Celkové dělení luků

Obečně lze luky dělit na přímé, reflexní, deflexní a deflexně-reflexní [21]. Přímé luky, jak již název napovídá, jsou v nepředepnutém stavu rovné tyče o proměnném průřezu. Zakřivený tvar vzniká až při předpětí a k další deformaci dochází při nátahu. Z hlediska akumulování energie jde o nevýhodný luk, avšak v Turecku, Číně, Japonsku, Anglii i dalších zemích sklízel dlouhá staletí úspěchy ve vojenské sféře. Reflexní či jinak řečeno zvrtný luk je typický převrácením koncovek ramen luku během předepínání tětivy. Úspěch s tímto typem luku měli nejen Mongolové během svých dobovačných výbojů. Reflexní oblouk zvyšuje akumulovanou energii, avšak potíže nastávají u těchto luků při výstřelu, kdy se luk chová nestabilně, střelcova ruka je ohrožena zpětnými rázy a ovlivněna je i přesnost střelby. Již před staletími přišli tehdejší "vývojáři" s řešením, jak minimalizovat negativní vlivy reflexního luku. Vznikl luk hluboký (deflexní), u něhož jsou ramena převrácena směrem ke střelci ještě před fází předpětí, nikoli opačně jako u reflexního luku. Takový typ luku je v okamžiku výstřelu spolehlivější. Posledním článkem evoluce lukostřelby je luk deflexně-reflexní. Jedná se o kombinaci luku zvrtného a hlubokého a do velké míry i jejich předností. Spolehlivost střelby je zajištěna deflexním středem, ramena jsou již v nepředepnutém stavu nakloněna ke střelci, avšak zachován je i oblouk na konci ramene, jenž výrazně koresponduje s lukem reflexním. Přehled geometrií všech typů luků je znázorněn na obr. 2.5.



Obrázek 2.5: Luk přímý, reflexní, deflexní a deflexně - reflexní ve stavu před napnutím tětiny a během nátahu [21]

# Kapitola 3

## Současný stav

Moderní sportovní luky jsou vyráběny z uhlíkových a skelných kompozitů, ramena a středy zvlášť, nejedná se o monolit. Mají zvrtné koncovky a od středu po konec ramene se zužují jak do tloušťky, tak do šířky. Důvodem k tomu je snaha o co nejvyšší účinnost, viz. kapitola Luk z hlediska mechaniky. To však přináší nevýhody v podobě komplikované výroby. Třemi hlavními požadavky na současné luky jsou: rychlost šípu, hladkost nátahu a stabilita [7]. Rychlost šípu je závislá na několika parametrech, jako např. na délce předpětí, hmotnosti luku či druhu použitého šípu. Nejvíce je však pochopitelně ovlivněna délkou nátahu a náťahovou silou. Hladkost nátahu (smoothness) vypovídá o tom, jak snadný je náťah luku a zamíření. Nejpodstatnějším požadavkem je však stabilita. Tu lze dělit na přesnost a konzistentnost. Přesností je myšlena schopnost minimalizovat chyby během výstřelu a snaha o přesné vyvážení mezi koncovkami luku. Konzistence se pak týká jednotnosti chování luku během výstřelu i po opakovaném použití a schopnosti nepodléhat vlivům jako jsou změny teploty či vlhkosti. Současný sportovní luk je předmětem obr. 3.1.



Obrázek 3.1: Současný sportovní luk [11]

Přetrvává také výroba luků dřevěných. Ty nejsou určeny na sportovní závody, ale pro zábavu či jako historické repliky. Moderní kompozitový luk má proti klasickému dřevěnému výhodu právě v konzistentnosti chování.

Zářezy, do kterých jsou vsazeny konce tětivy, bývají šikmé a jsou provedeny zhruba do poloviny tloušťky luku, viz. obr. 3.2. Musí mít vhodnou velikost, ideálně takovou, aby do nich tětiva zapadla. Tvorba zářezů a způsobů, jak zajistit, aby tětiva během výstřelu zářez neopustila však není jednotná a lze se setkat i s jinými přístupy.



Obrázek 3.2: Detail zářezu pro tětivu [18]



# Kapitola 4

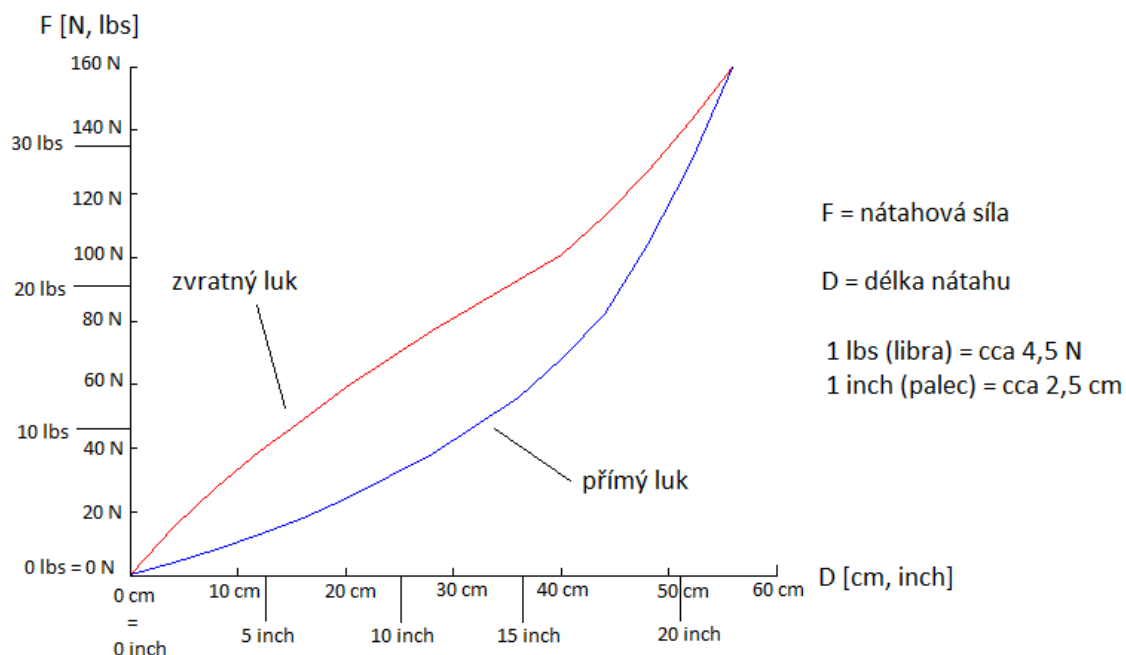
## Luk z hlediska mechaniky

### 4.1 Akumulace energie

Luk je velmi zajímavý objekt z hlediska mechaniky, a proto se stal i předmětem této bakalářské práce. Při výstřelu dochází k přeměně potenciální energie luku na kinetickou energii šípu. Ten má pak vyšší počáteční rychlost než by měl například oštěp, jenž by byl pouze vržen. Trajektorie šípu je také jiná než trajektorie oštěpu a použitím luku lze dosáhnout větší přesnosti.

Akumulovaná energie se rovná ploše pod grafem závislosti náťahové síly ( $F$ ) na délce náťahu ( $D$ ). Takzvaný DFC graf (Draw - Force Curve) může mít různý průběh [6]. Ten bude demonstrován u následujících dvou typů luků - přímém a zvratném. U přímého typu luku dochází k jevu zvanému "stacking" (váznutí). Zde musí v jistý okamžik střelec vynaložit pro zvětšení délky náťahu mnohem větší sílu, než tomu bylo na začátku děje. Vliv "stackingu" lze zmenšit prostým zvětšením délky luku, poté se naakumuluje více energie při stejné náťahové síle. Lepší výsledky ohledně akumulace energie vykazuje zvratný luk, jak je vidět na obr. 4.1.

Graf je pro oba typy luků omezen na vodorovné ose rozsahem náťahu a na ose svislé běžně používanou náťahovou silou. Při překročení používaných náťahových sil dochází ke zhoršení přesnosti střelby. Lukostřelec musí vynakládat nepřirozené úsilí, což ovlivní možnost mířit.



Obrázek 4.1: DFC graf pro zvrtný a přímý luk

## 4.2 Účinnost

Jaký podíl energie je ve skutečnosti šípů předán je dán součinitelem, jenž je známý jako účinnost luku. Ta je dána vztahem [8]:

$$\eta = \frac{m}{m + m_v}, \quad (4.1)$$

kde  $m$  představuje hmotnost šípů a  $m_v$  virtuální hmotu.

Pod tímto pojmem si lze představit takovou hmotu, jež by při pohybu tou samou rychlostí, jakou má šíp, měla stejně velkou kinetickou energii jako luk v okamžiku, kdy jej šíp opouští. Účinnost je tedy tím vyšší, čím je vyšší hmotnost šípů. Těžký šíp nelze vystřelit stejnou rychlostí jako lehký šíp, ale má vyšší energii. Naopak, účinnost je nižší, je-li kinetická energie luku vyšší. Jinými slovy, je-li vyšší hmotnost pohybujících se částí luku.

### 4.3 Dostřel

Zvětšení hodnoty nátažové síly nepřinese ohledně dostřelu příliš užitku. Spolu s nátažovou silou se zvětší také zmíněná virtuální hmotnost. Pro maximální dostřel libovolného luku lze použít tento vztah [19]:

$$s = \frac{v^2}{g} \left(1 + \frac{cv^2}{mg}\right)^{-0.74}, \quad (4.2)$$

platné pro střelbu pod úhlem  $45^\circ$ , kde  $g$  je tížové zrychlení,  $v$  je počáteční rychlost šípu a  $c$  je odporová konstanta, jež byla měřením v aerodynamickém tunelu určena jako  $10^{-4}\text{N}$ .

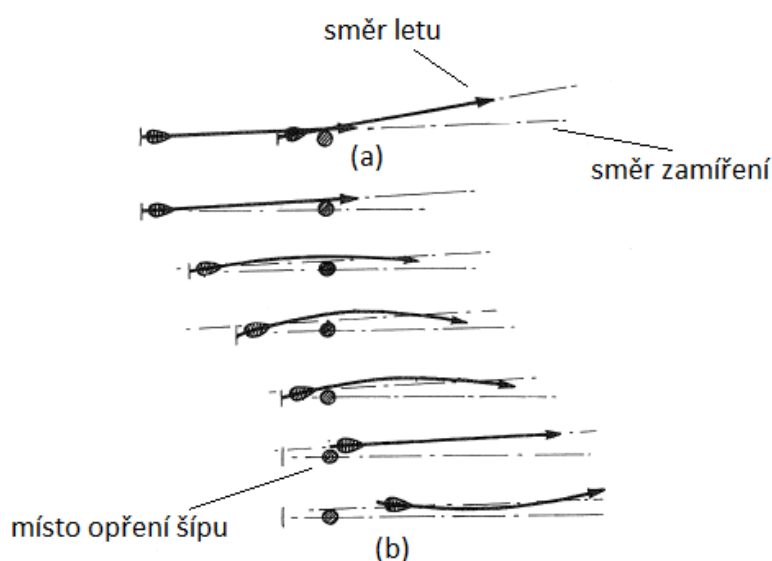
Již výše zmíněných osmanských 845,5 m není světovým rekordem v dostřelu. Ten s největší pravděpodobností drží průkopník moderních kompozitových luků Harry Drake. Během oficiální soutěže v roce 1971 vystřelil do vzdálenosti 1 077 yardů (cca 985 metrů). Drake se nesmířil s limitací délky nátahu při výstřelu z klasického luku, který je natahován ručně. Tu obešel použitím techniky střelby v leže, kdy střelec drží luk nohama a při vhodné konstrukci luku tak může být délka nátahu i nátažová síla mnohem větší. Za pomoci tohoto footbow dostřelil Harry Drake až do vzdálenosti 2028 yardů (cca 1854 metrů) [15].

### 4.4 Lukostřelecký paradox

Lukostřelecký paradox je jev, na který je nutné myslet při výběru šípu. Souvisí s tím, že tětíva působí na lehký konec šípu, kdežto hmotnost šípu se soustředí do jeho hrotu. Šíp není dokonale tuhé těleso, pokud by byl, vychýlí se při výstřelu ze zamíření (obr. 4.2.). Reálný šíp se kolem luku během výstřelu "obtáčí". V ideálním případě udělá šíp během doby, ve které mívá rukojeť, polovinu kmitu. Pro lehkou špičku šípu můžeme určit dobu kmitu přibližně jako [8]:

$$T = \frac{1}{4} \frac{ml^{\frac{1}{2}}}{EI}, \quad (4.3)$$

kde  $m$  je hmotnost šípu,  $l$  je jeho délka,  $E$  je Youngův modul použitého materiálu a  $I$  je kvadratický moment průřezu šípu.



Obrázek 4.2: Dokonale tuhý šíp (a) vs. ohebný šíp (b), jenž kmitá správnou frekvencí [8]

Dá se tedy shrnout, že šíp je nosník, do nějž přechází energie a který jistou dobu za letu kmitá, prohne se, vychýlí a nedojde tak ke kolizi s rukou, která drží samotný luk. K jakému pronutí dojde ovlivňuje přesnost a rychlost toho, jak se vrátí do směru, který mu byl udělen uložením na těživě. Tato vlastnost šípu se nazývá spin.

Výstřel šípu z luku a jeho následný let je ovlivněn několika faktory. Na jeho hmotnosti (viz účinnost) závisí jeho dostřel. Na spinu návrat do směru, jenž byl šípu původně udělen, tedy přesnost. Těžiště šípu a jeho letky pak mají vliv na klidný let šípu a prakticky také i na dostřel.

# Kapitola 5

## Návrh luku

### 5.1 Materiál

Pro výrobu luku byla jako výztuž vybrána vysokopevnostní netkaná uhlíková textilie Tenax 24K [22], jež byla kladena pod úhlem  $0^\circ$  vůči křivce luku. Jako matrice byla zvolena pryskyřice *Epikote<sup>TM</sup>MGS<sup>®</sup>LR285*, jež byla smíchána s tvrdidlem LH287 [17]. Objemový podíl textilie byl uvažován  $V_f = 0,55$ . Youngovy moduly pružnosti a Poissonova čísla výztuže a matrice jsou vedeny v tab. 5.1.

Tabulka 5.1: Materiálové vlastnosti výztuže a matrice

$E_f$	290 GPa
$\nu_f$	0,3
$E_m$	3 GPa
$\nu_m$	0,4

Jelikož se jedná o jednosměrový kompozit, který lze považovat za ortotropní či příčně izotropní, byly smykové moduly  $G_f$  a  $G_m$  vypočteny dle vztahů [5]:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)}, \quad (5.1)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}. \quad (5.2)$$

Jejich numerické hodnoty jsou obsahem tab. 5.2:

Tabulka 5.2: Smykové moduly výztuže a matrice

$G_f$	111,54 GPa
$G_m$	1,07 GPa

Z těchto materiálových charakteristik byly za pomoci následujících vztahů [3] vypočteny vlastnosti samotného kompozitu, které pak byly uvažovány ve výpočtovém modelu. Ty jsou vypsané v tab. 5.3.

Objemový podíl matrice  $V_m$ :

$$V_m = 1 - V_f, \quad (5.3)$$

Youngovy moduly pružnosti  $E$ :

$$E_1 = V_f E_f + V_m E_m, \quad (5.4)$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m}, \quad (5.5)$$

$$E_3 = E_2, \quad (5.6)$$

Poissonova čísla  $\nu$ :

$$\nu_{12} = V_f \nu_f + V_m \nu_m, \quad (5.7)$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{\nu_f}{\nu_m} - 1}{\frac{\nu_f}{\nu_m} + 1}, \quad (5.8)$$

$$\nu_{23} = \nu_m \frac{(1 + \eta_1 V_f)}{(1 - \eta_1 V_f)}, \quad (5.9)$$

$$\nu_{13} = \nu_{12}, \quad (5.10)$$

Smykové moduly  $G$ :

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_m G_f + V_f G_m}, \quad (5.11)$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})}, \quad (5.12)$$

$$G_{13} = G_{12}. \quad (5.13)$$

Tabulka 5.3: Materiálové vlastnosti použitého kompozitu

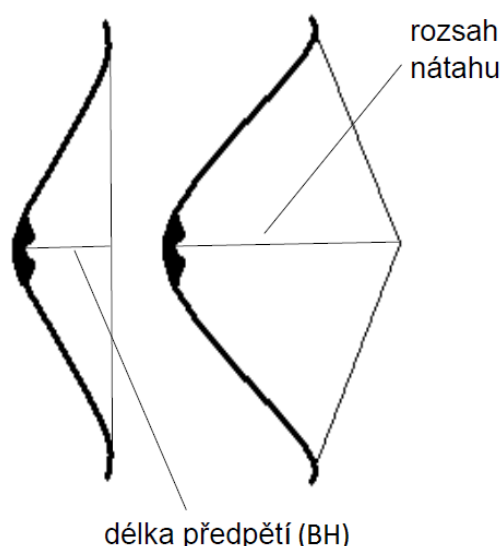
$V_f$	0,55
$V_m$	0,45
$E_1$	160,85 GPa
$E_2$	6,58 GPa
$E_3$	6,58 GPa
$\nu_{12}$	0,3450
$\nu_{13}$	0,3450
$\nu_{23}$	0,3417
$G_{12}$	2,35 GPa
$G_{13}$	2,35 GPa
$G_{23}$	2,45 GPa

## 5.2 Parametry luku

Do návrhu bylo nutné začlenit také hodnotu předpětí luku (*Brace height*, BH). To je vzdálenost mezi středem těla luku a místem na tětivě, kam střelec šíp založí. Hodnota BH se podle délky luku pohybuje mezi 16 až 24 cm. Ideálně pak kolem 20 cm. Pro vyšší hodnoty dojde ke snížení rychlosti výstřelu na úkor zklidnění tětivy [16]. Navrhovaný luk není určen pro válečné či lovecké účely a dle toho je třeba také uvažovat jeho náťahovou sílu. Měl být použitelný nejen trénovaným jedincem, ale i začátečníkem. Během lukostřeleckých výcviků používají muži-záčátečníci náťahovou sílu zhruba 28 lbs (125 N).

Náťahová síla je vztažena na maximální rozsah nátahu. To je vzdálenost od jugulární jamky (jamka pod krkem) po střed dlaně lukostřelce při rozpažení. U každého jednotlivce je tato hodnota jiná, individuálně se pohybuje mezi 60 a 90 cm. Průměrně vysoký dospělý muž je schopen dosáhnout rozsahu nátahu okolo 76 cm. V případě vyššího a statnějšího jedince se tato délka přesáhne. Luk je tedy nutné konstruovat tak, aby vydržel i rozsah nátahu 90 cm.

Rozsah nátahu, viz. obr. 5.1, nesmí být zaměňován s délkou nátahu, což je vzdálenost, o kterou se u symetrického luku posune střed tětiny během procesu nátahu. Hodnota délky nátahu se tak tedy dá popsat i jako rozsah nátahu bez délky předpětí.



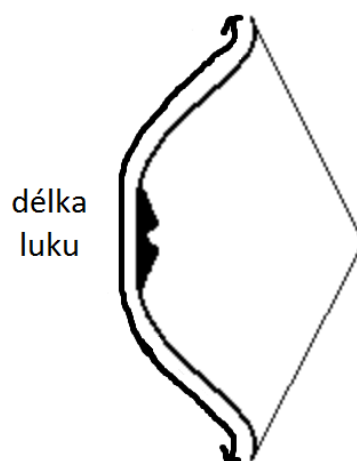
Obrázek 5.1: Délka předpětí a rozsah nátahu

Existují doporučení na velikost luku v závislosti na rozsahu nátahu a dalších parametrech. To především proto, aby si lukostřelec-začátečník nepořídil luk, jenž by nebyl dostatečně výkonný či by mohl poškodit jeho zdraví, neboť by během výstřelu praskl. Tato omezení není třeba uvažovat, neboť pevnost a akumulace energie, jak bude patrné na dalších stránkách této práce, byla předmětem následné optimalizace. Naopak byla do návrhu zahrnuta snaha o snadnou přenositelnost luku a snížení hmotnosti. Šířka luku byla z důvodu snazší proveditelnosti výroby uvažována konstantní a rovna 3 cm. Je také důležité rozlišovat pojmy délka a výška luku. Délkou luku se myslí vzdálenost po povrchové křivce luku od jednoho zářezu pro tětivy k druhému, výškou luku pak svislá vzdálenost mezi zářezy, viz. obr. 5.2. a 5.3.





Obrázek 5.2: Výška luku



Obrázek 5.3: Délka luku

U navrhovaného luku bylo uvažováno postupné zužování tloušťky ramen směrem od středu ke koncovkám. Tím dojde k minimalizaci hmotnosti luku a s ní i k minimalizaci virtuální hmoty a zvýšení účinnosti luku. K opětovnému rozšiřování však muselo dojít z důvodu, aby koncovka ramene měla dostatečnou tloušťku pro zářez na tětivu.

### 5.3 Kritérium maximálního napětí

Z hlediska porušení bylo použito Kritérium maximálního napětí, k němuž je díky jeho jednoduchosti a menší náročnosti na znalosti materiálových parametrů často přistupováno i v praxi. Jedná se o neinteraktivní kritérium, čili neexistuje vazba mezi složkami normálových napětí ani mezi normálovými a smykovými složkami napětí. Podmínky pevnosti lze zapsat 6 nerovnostmi [5]:

$$-X^C < \sigma_{11} < X^T, \quad (5.14)$$

$$-Y^C < \sigma_{22} < Y^T, \quad (5.15)$$

$$-S^L < \sigma_{12} < S^L, \quad (5.16)$$

kde  $X^T$  a  $X^C$  jsou meze pevnosti ve směru vláken v tahu, resp. tlaku,  $Y^T$  a  $Y^C$  pevnost ve směru kolmém na vlákna v tahu, resp. tlaku,  $S^L$  je smyková pevnost,  $\sigma_{11}$  je napětí ve směru vláken,  $\sigma_{22}$  je napětí ve směru kolmém na vlákna a  $\sigma_{12}$  je smykové napětí.

K porušení materiálu nedojde, je-li splněno všech 6 těchto podmínek. Dále z nich vyplývají tzv. indexy porušení (Failure Index, FI). Např. porušení nenastane, nabývá-li index porušení pro tlak ve směru vláken následujících hodnot:

$$FI_C = \frac{-\sigma_{11}}{-X_k^C} \leq 1, \quad (5.17)$$

přičemž

$$X_k^C = \frac{X^C}{k}, \quad (5.18)$$

kde  $k$  je koeficient bezpečnosti. Při výstřelu nehrozí bezprostřední ohožení života z důvodu porušení luku. Bylo plánováno také jeho podrobení validační zkoušce, proto byl jako dostatečný koeficient bezpečnosti zvolen  $k = 2$  pro rozsah nátahu 90 cm.

### 5.4 Meze pevnosti kompozitu

Hodnoty pevností  $X^C$ ,  $Y^T$ ,  $Y^C$  a  $S^L$  nebyly pro použitý materiál přesně stanoveny, proto se vycházelo z ověřených hodnot pro uhlíkový kompozit T700 již na KME ZČU používaný,

kde byly materiálové vlastnosti uhlíkového vlákna i použité pryskyřice velmi podobné [4]. Tahová mez pevnosti  $X^T$  byla stanovena výpočetním vztahem [5]:

$$X^T = V_f X_f^T, \quad (5.19)$$

kde  $V_f$  je objemový podíl výztuže a  $X_f^T$  její mez pevnosti.

Meze pevnosti výsledného kompozitu jsou shrnuty v tab. 5.4:

Tabulka 5.4: Meze pevnosti kompozitu

$X^T$	3080 MPa
$X^C$	1160 MPa
$Y^T$	42 MPa
$Y^C$	92 MPa
$S^L$	48 MPa

Maximální tahové a tlakové napětí ve směru vláken je u luku přibližně stejné, přičemž  $X^T$  je výrazně vyšší hodnota než  $X^C$ . Hodnoty smykového napětí a napětí ve směru příčném na vlákna dosahovaly v modelu pouze jednotek MPa, kdežto meze pevnosti byly o řád vyšší. Z tohoto resumé je tak patrné, že nejkritičtějších hodnot bylo dosaženo u tlakového napětí ve směru vláken.

## 5.5 Výpočet hustoty kompozitu

Dle datových listů pryskyřice a textilie bylo možné vypočítat přibližnou hustotu celého kompozitu. Matrice se skládala z pryskyřice LR285 a tvrdidla LH287 v objemovém poměru 100:51. Hustota LR285 se udává v rozmezí 1180 až 1230  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a LH287 mezi 930 až 960  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  [17]. Z těchto hodnot byla vypočtena hustota matrice, jež byla zaokrouhlena na 1100  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Hustota uhlíkové textilie byla udána jako 1800  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  [22]. Při objemovém podílu vláken 0.55 tak lze dojít k celkové hustotě přibližně 1485  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

# Kapitola 6

## Tětiva

### 6.1 Podstata tětivy

V nejjednodušší formě je tětiva provaz s očky na obou koncích, který bývá zavěšen do zářezů na koncích ramen luku, a který se napíná během nátahu. Dnes dostupné tětivy bývají vyráběny s oběma očky, v minulosti se však druhé očko dovazovalo i během samotného předepínání luku. Závodní luky mají u tětiv pomůcky, které mohou zabraňovat kmitání či vydávání nepříjemných zvuků při výstřelu. Často se lze na tětivách také setkat s drobnou smyčkou v místě opření šípu. Ta má za úkol zabraňovat přílišnému opotřebení a nazývá se D-loop [13].

Tětiva by měla mít vysokou tuhost i pevnost, aby tah vydržela a zároveň nepodléhala pružnému prodloužení, což by znamenalo ztrátu energie. Základním parametrem tětivy je také velmi malý poměr hmotnosti k pevnosti. V okamžiku výstřelu šípu se luk snaží dostat zpět do stavu před nátahem. I malý pohyb konců ramen pak vyvolá velmi rychlý pohyb středu tětivy směrem do původní polohy a zrychlení středu tětivy je zároveň rovno zrychlení šípu.

### 6.2 Materiál tětivy

Před vytvořením výpočtového modelu luku bylo nutné experimentálně vyšetřit materiálové vlastnosti tětivy. Pro výrobu tětivy do luku bývá v dnešní době používáno několik materiálů - dacron, fastflight, kevlar a jiné (v minulosti také kůže, šlachy, konopí, len či hedvábí). Z prvně jmenovaného byla vyrobena i testovaná tětiva. Dacronových tětiv

existuje velké množství druhů, splétaných z šesti až dvaceti svazků. Použitá tětiva byla tvořena z dvanácti dacronových svazků.

Dacron, který se dá chemicky charakterizovat jako polyethyltereftalát, se kromě tětivy do luků používá také jako výplň polštářů a přerin, laminované dacronové tkaniny pak jako plachty pro sportovní plachetnice či bývá tohoto materiálu využíváno v lékařství pro výrobu umělých cév. V minulosti byl dacron používán i jako oděvní textilie [10].

### 6.3 Popis experimentu

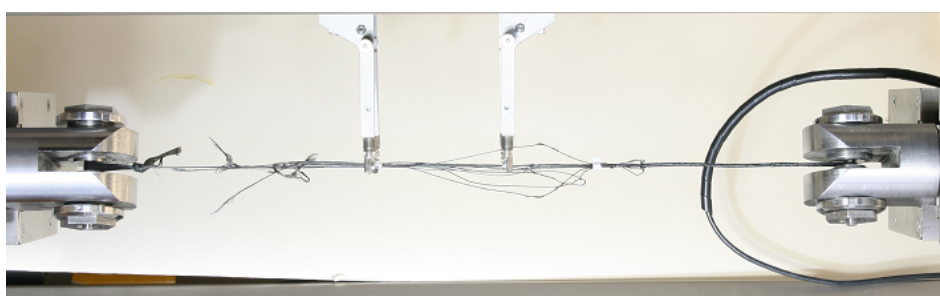
Tahové zkoušky byly prováděny na trhacím stroji Zwick/Roell Z050. Zkoušky byly provedeny dvě a v obou případech byla nastavena počáteční délka extenzometru na 100 mm a předzatížení na 5 N. V jednom případě byla rychlost zatěžování  $2,5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ , ve druhém  $5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ . Průběh měření byl fotograficky zaznamenáván. Fotografie byly pořizovány po pětivteřinových intervalech a několik z nich je poukázáno na obr. 6.1., 6.2. a 6.3., aby přiblížily průběh měření.



Obrázek 6.1: Tětiva před začátkem tahové zkoušky



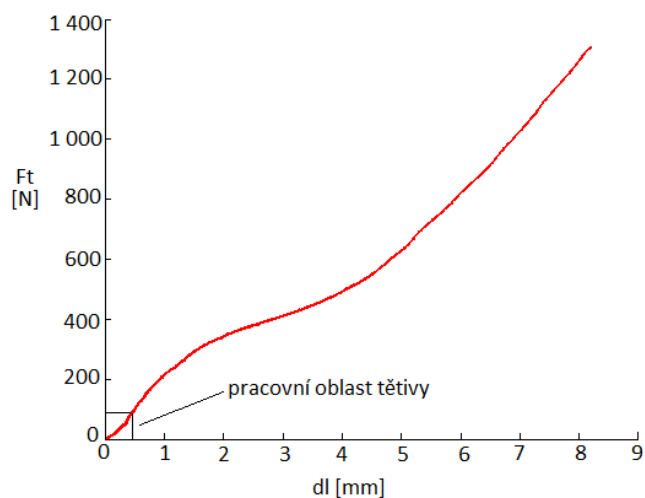
Obrázek 6.2: Přetržení prvních vláken



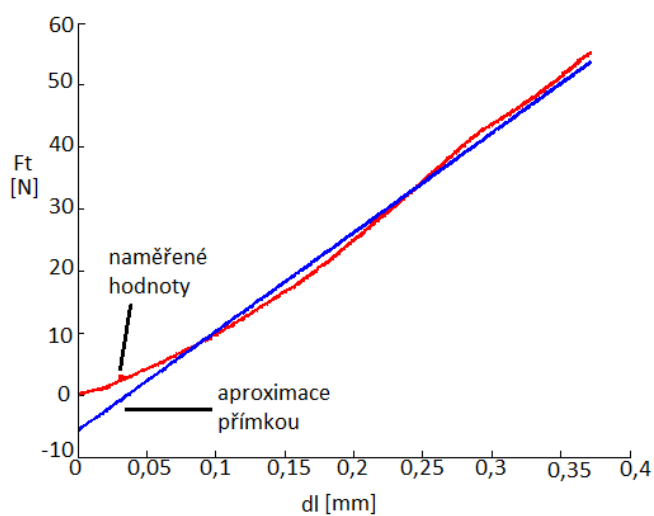
Obrázek 6.3: Celkové přetržení tětivy

## 6.4 Výsledky tahové zkoušky

Výsledkem měření byla závislost síly na posuvu extenzometru. Ta byla aproximována v softwaru *Matlab* za pomoci funkce *polyfit* na pracovní oblasti tětivy. Obr. 6.4. ukazuje výše zmíněnou závislost až do okamžiku porušení tětivy, na obr. 6.5. je detail této závislosti na pracovní oblasti tětivy.



Obrázek 6.4: Závislost síly na posuvu až do porušení tětivy



Obrázek 6.5: Závislost síly na posuvu na pracovní oblasti

Z naměřených hodnot byla vypočtena tuhost tětivy dle vztahu:

$$k_{tet} = \frac{F_t}{dl}, \quad (6.1)$$

Průměrná hodnota získaná tímto vztahem a jež byla zanesena do výpočtového modelu je  $1,2 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$ .

# Kapitola 7

## Výpočtový model

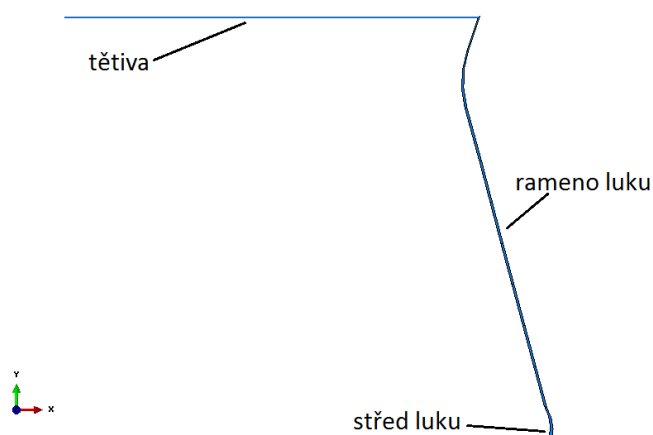
### 7.1 Použitý software

Model luku byl vytvořen v konečněprvkovém softwaru (SW) *Abaqus*. Velká výhoda tohoto SW spočívá v možnosti automatického vytváření modelů za pomoci skriptů, jež jsou psány v jazyce *Python*. Ty jsou poté využitelné nejen pro snažší úpravy modelu, ale i pro proces optimalizace.

### 7.2 Popis modelu

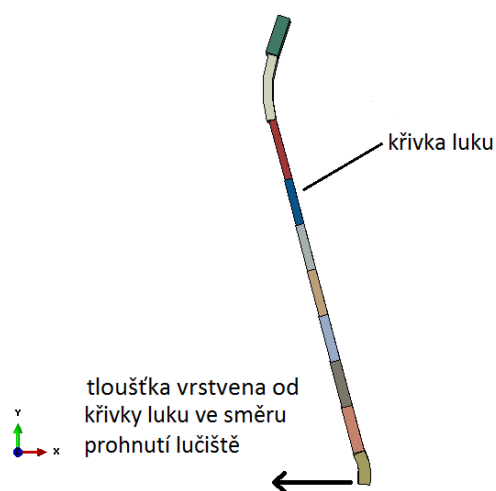
Neboť byl luk uvažován jako symetrický, byla modelována jen jeho polovina, jak je znázorněno na obr. 7.1. V počáteční fázi modelu je uvažováno, že tětiva je uchycena v zářezu pro ni určeném a jejím posuvem dojde k předpětí luku. Bylo nutné vyřešit problém se stabilitou modelu, jenž vzniknul z důvodu reflexního oblouku, k čemuž došlo uvažováním tětivy v počátečním stavu modelu v horizontální poloze.





Obrázek 7.1: Model luku v počátečním stavu

Tělo luku bylo rozděleno celkem do deseti sekcí (střed a devět částí ramene), kterým byly přiřazeny různé tloušťky, čímž bylo modelováno zužování a poté opět rozšiřování ramen luku a odlišná tloušťka středu, viz. obr. 7.2.

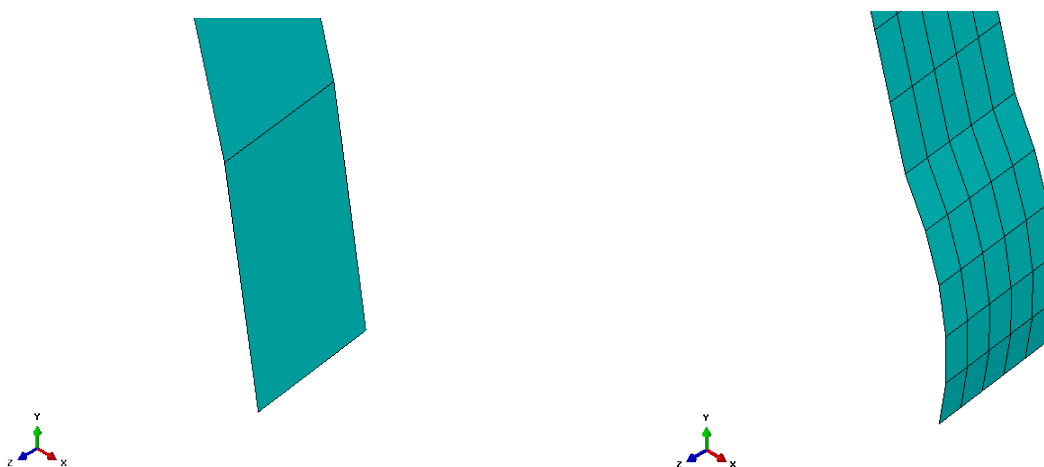


Obrázek 7.2: Tloušťky sekcí v modelu

Model byl rozfázován do tří kroků, v prvním bylo simulováno předpětí luku, ve druhém nátahu na rozsah nátahu 76 cm (běžná hodnota) a ve třetím na rozsah nátahu 90 cm. K rozdělení na tyto kroky bylo přistoupeno proto, aby mohla být odečtena akumulovaná potenciální energie vzniklá během nátahu luku a náťahová síla potřebná k nátahu na běžnou hodnotu rozsahu nátahu (76 cm) a napětí při maximálním možném nátahu.

### 7.2.1 Diskretizace

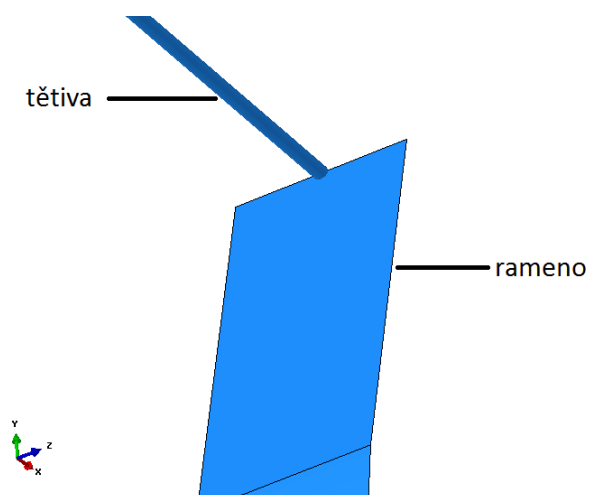
Tělo luku, ramena i střed, byla modelována skořepinovými prvky typu SHELL, tětíva byla modelována prutovými prvky typu TRUSS. Model byl diskretizován dvojitým způsobem. První sloužil jen pro účel optimalizace a síť měla velmi malý počet elementů - jeden na sekci. K této diskretizaci bylo přistoupeno z důvodu urychlení optimalizačního procesu. U druhého způsobu diskretizace byla velikost elementů sítě u těla luku zvolena tak, aby byly výsledky modelu co nejpřesnější. Na obr. 7.3. jsou vyobrazeny obě diskretizace středu luku.



Obrázek 7.3: Diskretizace středu luku (vlevo pro účel optimalizace)

### 7.2.2 Kontakt tětivy s ramenem

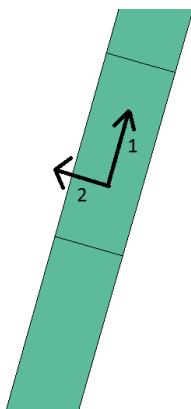
Během předpětí dochází ke dvěma kontaktům tětivy s ramenem. První z nich - uchycení tětivy v zářezu na konci ramene - je děj, jenž je trvalý po celou dobu předpětí a nátahu luku a tedy i pro celý děj simulace. Bylo tak tedy možné jej řešit pevnou vazbou [9], viz. obr. 7.4. Druhý kontakt - přilnutí tětivy k ramenu luku během předpětí - modelován nebyl, neboť by jeho uvažování výrazně prodloužilo dobu výpočtu a následné optimalizace.



Obrázek 7.4: Tětiva uchycena na středu šíře luku

### 7.2.3 Orientace a materiál

Tělu luku byla přiřazena odpovídající orientace výztuže -  $0^\circ$  ve směru křivky luku, viz. obr. 7.5., na kterém je orientace vyobrazena na části ramene luku. Směr vláken kompozitu je značen 1, směr kolmý na vlákna v rovině vrstvy 2.

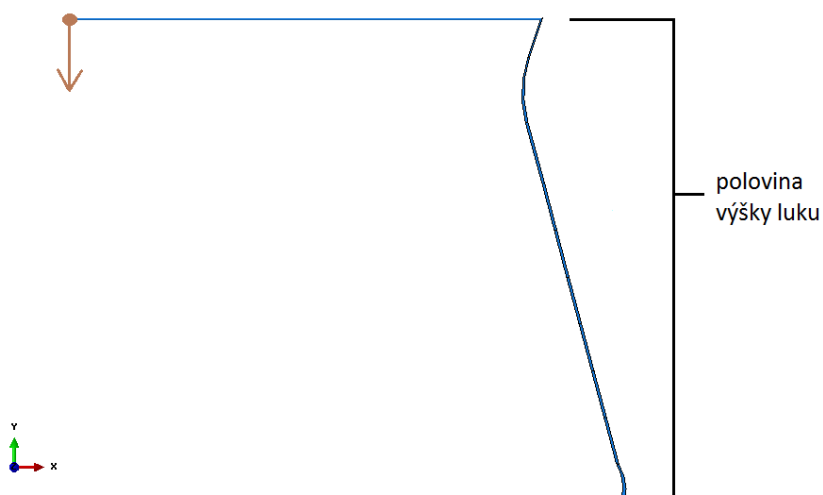


Obrázek 7.5: Orientace použitého jednosměrového kompozitu

Materiál tětivy je již zmíněný dacron, jehož materiálové vlastnosti byly vyšetřeny tahovou zkouškou v trhačím stroji a materiálovým vlastnostem uhlíkového kompozitu odpovídá tab. 5.3. Bylo uvažováno, že použitý kompozit i dacron jsou materiály homogenní, lineárně elastické, v prvním případě se jedná o materiál ortotropní, v druhém o izotropní.

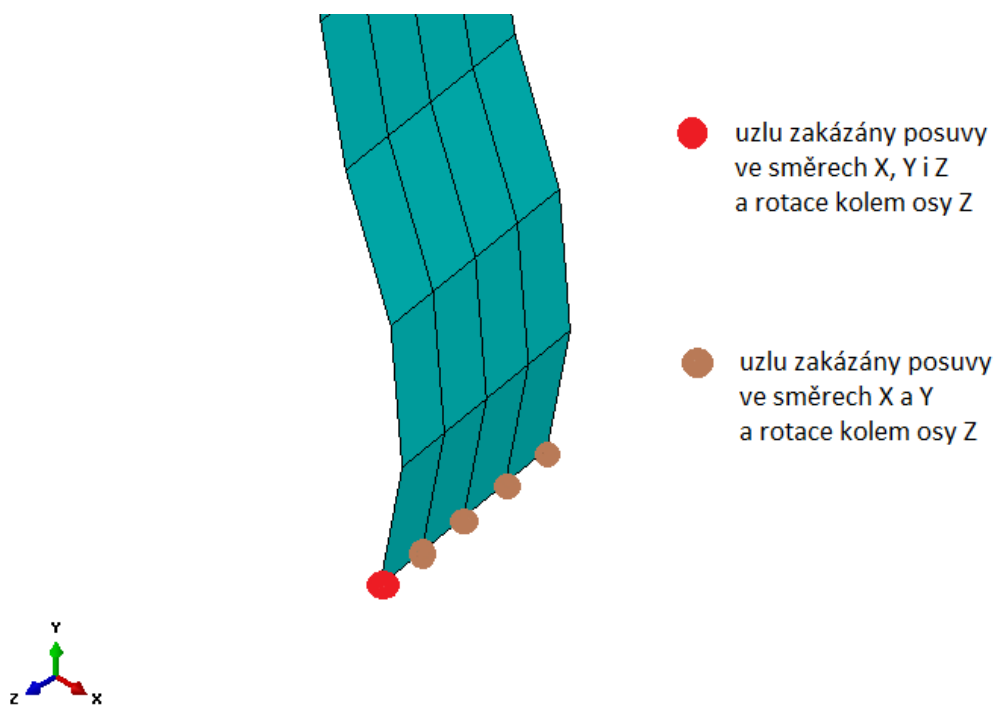
### 7.2.4 Okrajové podmínky

V průběhu prvního kroku modelu - předpětí - byl bodu tětivy, jenž reprezentuje její reálný střed, udělen takový posuv, aby se dostal na úroveň středu luku, viz. obr. 7.6. Definován byl jen posuv ve směru osy Y a to o vzdálenost poloviny výšky luku. Tím, že polovina tětivy je o 1 cm kratší než výška poloviny luku, dojde i k deformaci ramene luku, čímž bylo modelováno předpětí. Posuv ve směru osy X nebyl fixně určen, aby nedošlo ke zkreslení deformace.

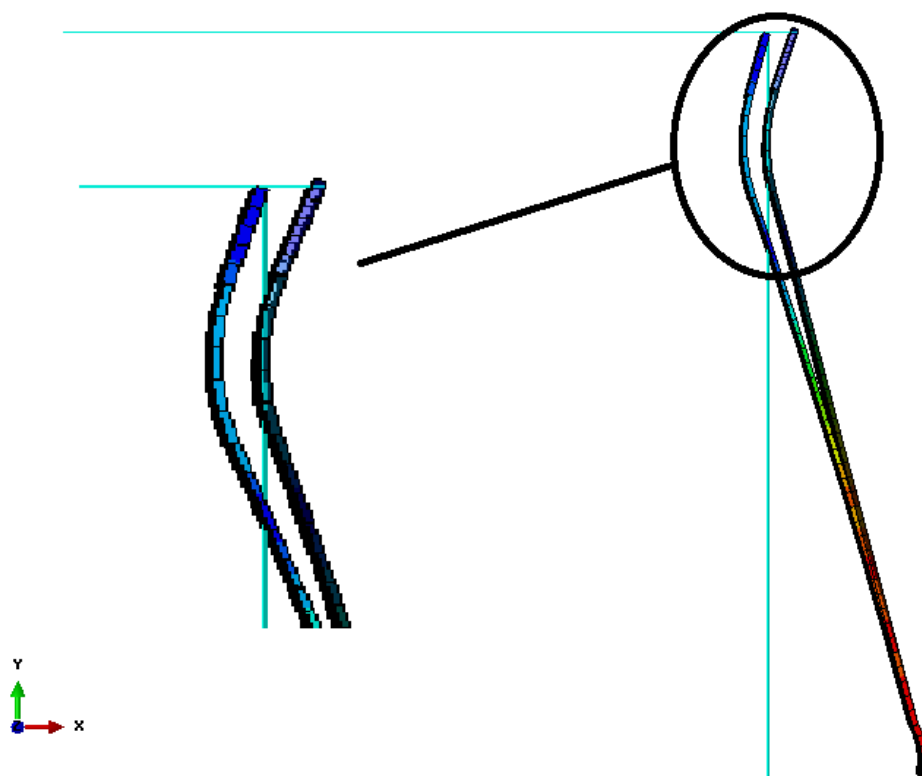


Obrázek 7.6: Okrajová podmínka pro tětivu

Tělu luku byly předeepsány okrajové podmínky odpovídající držení luku střelcem. Středu luku byla zamezena rotace kolem osy Z a posuvy ve směrech X a Y a jednomu bodu i ve směru Z, což je znázorněno na obr. 7.7. Stav modelu na začátku a konci prvního kroku je znázorněn na obr. 7.8.

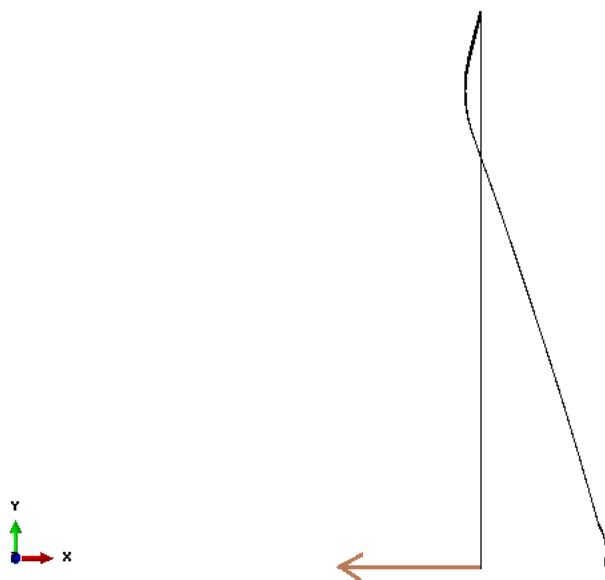


Obrázek 7.7: Fixace středu luku



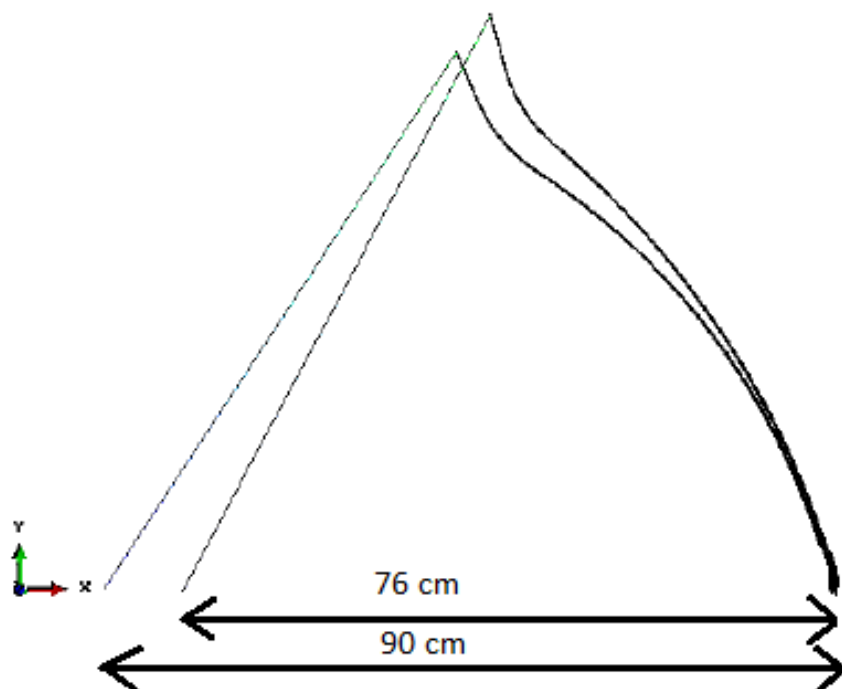
Obrázek 7.8: Krok 1 - simulace předpětí

Bodu těživy, jemuž byl udělen posuv již v prvním kroku, je v kroku následujícím udělen posuv ze stávajícího stavu pouze v ose X. Tím je modelován nátah luku tak, aby rozsah nátahu byl 76 cm, viz. obr. 7.9.



Obrázek 7.9: Okrajová podmínka posuvu při nátahu

Třetí krok je analogický druhému, jen rozsah nátahu je 90 cm. Na obr. 7.10. je znázorněn model ve stavu po nátahu na 76 cm i 90 cm.



Obrázek 7.10: Kroky 2 a 3 - simulace nátahu

### 7.3 Vyhodnocení výsledků

Skript pro model byl napsán tak, aby se po proběhnutí výpočtu automaticky vypsaly do textových souborů požadované hodnoty napětí ve směru vláken, náťahové síly, délky nátahu, polohové energie a hmotnosti, s nimiž se dále pracovalo během optimalizace.

# Kapitola 8

## Optimalizace

Optimalizace byla prováděna za pomoci SW *OptiSlang* a byla rozdělena do dvou částí. Předmětem první bylo zjistit, do jaké míry je akumulace potenciální energie závislá na tvarovém a rozměrovém provedení luku a zároveň možnosti minimalizace hmotnosti luku (hmotnost běžně používaných luků se pohybuje od 500 g výše). Objektivní funkce tedy byly dvě, minimalizace hmotnosti a maximalizace akumulované energie. Vzhledem k těmto požadavkům bylo přistoupeno k řešení Pareto algoritmem.

### 8.1 Minimalizace hmotnosti a maximalizace energie

Omezeními pro optimalizaci bylo udržení náťahové síly v intervalu 116 N až 125 N (v modelu byla tětiva tažena v jednom diskrétním bodě, což neodpovídá klasickému způsobu náťahu, kdy bývá tětiva natahována třemi prsty, k čemuž je ve skutečnosti potřeba zhruba o cca 9 N větší náťahová síla, proto interval 116 N až 125 N) a tlakové napětí ve směru vláken menší než 580 MPa (5.17). V této části optimalizace nebyl řešen proměnlivý průřez ramene luku. Jelikož bylo rameno rozděleno do 9 sekcí, znamenalo by to výrazné prodloužení optimalizačního výpočtu. Objektivní funkce a omezení této optimalizace jsou shrnuty do tab. 8.1. Parametry optimalizace a jejich intervaly jsou popsány v tab. 8.2., obr. 8.1. ukazuje vývojový diagram optimalizačního procesu.



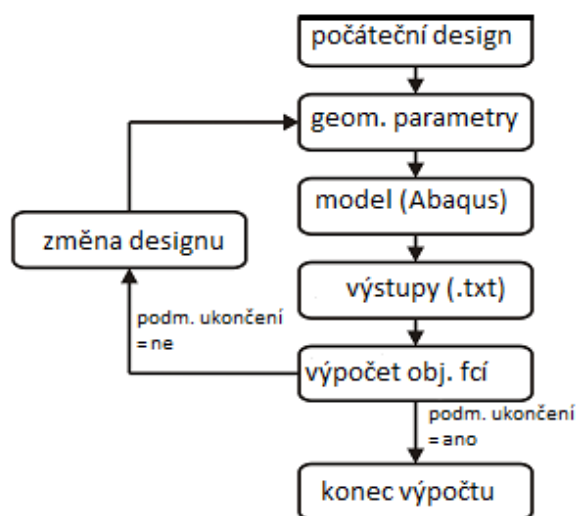
Tabulka 8.1: Objektivní funkce a omezení první optimalizace

minimalizace hmotnosti luku	$\min(M)$
max. potenc. energie	$\min(1/SE)$
omezení nát. síly shora	$(F+62,5)>0$
omezení nát. síly zdola	$(-F-58)>0$
omezení napětí	$(580-S)>0$

$M$  je hmotnost poloviny luku,  $SE$  je potenciální energie akumulovaná při nátahu modelované poloviny luku,  $F$  náťahová síla k tomu potřebná (z modelu záporná) a  $S$  napětí ve směru vláken v tlaku.

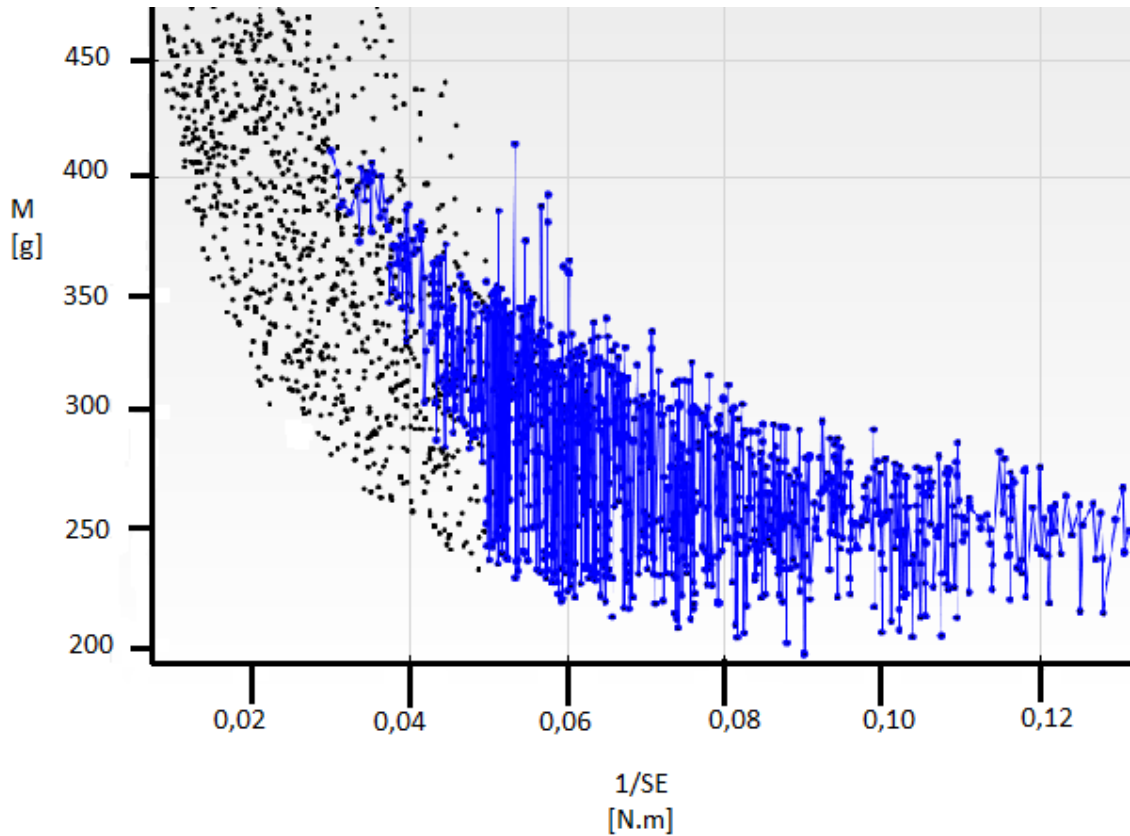
Tabulka 8.2: Vstupní parametry první optimalizace

parametr	[mm]	[mm]
výška luku	1600	1800
radius zakřivení	30	200
vzdálenost provedení radiusu od konce ramene	30	200
tloušťka středu	5	15
jednotná tloušťka ramene	5	12



Obrázek 8.1: Vývojový diagram

Pro menší výšku luku než 1600 mm byly hodnoty tlakového napětí ve směru vláken příliš vysoké a neodpovídaly požadované bezpečnosti. Výška přesahující 1800 mm pak nebyla reálná z výrobních důvodů. Pareto fronta první optimalizace je k vidění na obr. 8.2.



Obrázek 8.2: Graf pareto optimalizace, modře zvýrazněna poslední generace

Výsledkem této části optimalizace byl design s následnými parametry a výsledky (tab. 8.3.):

Tabulka 8.3: Výsledný design první optimalizace

parametr	hodnota
výška luku	1630 mm
radius zakřivení	190 mm
vzdálenost provedení radiusu od konce ramene	120 mm
tloušťka středu	7,90 mm
jednotná tloušťka ramene	5,60 mm
hmotnost (polovina)	211,14 g
potenciální energie pro nátaž 76 cm (poloviční síla)	16,43 N.m

Optimalizace ukázala, že větší výška luku umožní akumulaci větší energie, ovšem její nárůst není vyhovující vzhledem k rozdílu hmotnosti, o který je takový luk těžší.

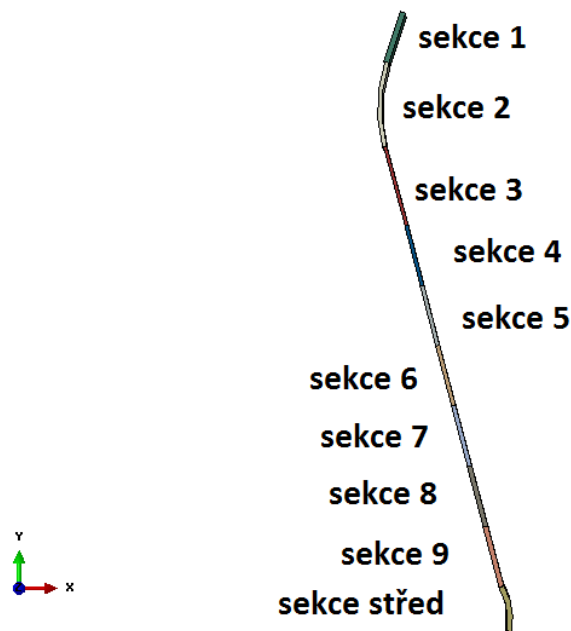
## 8.2 Optimalizace průřezů s ohledem na hmotnost

Proměnlivý průřez ramen luku byl řešen až po navržení tvaru, což bylo předmětem první části optimalizace, a tak byla jediná objektivní funkce druhé části optimalizace minimalizace hmotnosti. Omezení na napětí a nátažovou sílu zůstala stejná (tab. 8.4).

Tabulka 8.4: Objektivní funkce a omezení druhé optimalizace

minimalizace hmotnosti luku	$\min(M)$
omezení nát. síly shora	$(F+62,5)>0$
omezení nát. síly zdola	$(-F-58)>0$
omezení napětí	$(580-S)>0$

Vstupních parametrů bylo 10 - tloušťky všech sekcí včetně středu. Luk se směrem od středu po koncovku ramene zužoval, jen u posledních dvou sekcí bylo připuštěno opětovné rozšiřování, aby tloušťka luku na konci ramene umožňovala výrobu zářezu pro tětivu. Názvy sekcí jsou předmětem obr. 8.3. Intervaly parametrů optimalizace jsou předmětem tab. 8.5.



Obrázek 8.3: Názvy jednotlivých sekcí luku

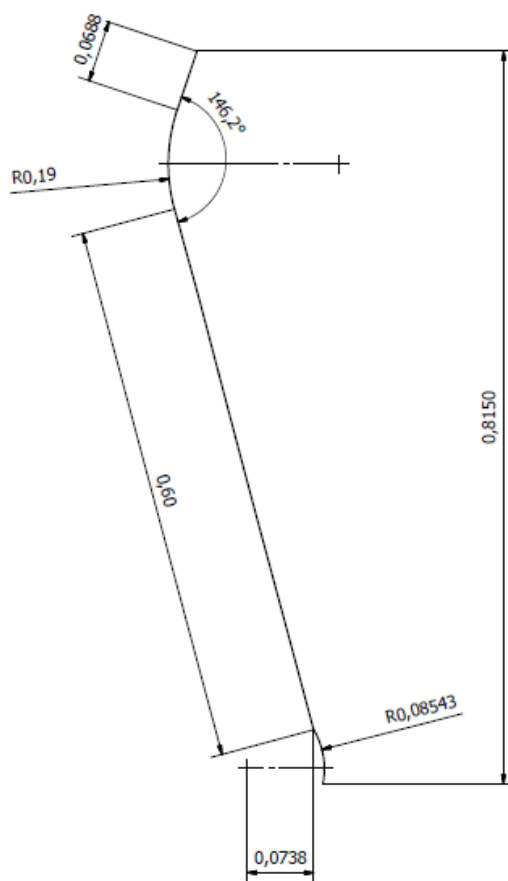
Tabulka 8.5: Vstupní parametry druhé optimalizace

parametr	[mm]	[mm]
tloušťka středu	5	10
zúžení mezi sekcemi střed a 9	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 9 a 8	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 8 a 7	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 7 a 6	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 6 a 5	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 5 a 4	-0,5	0
zúžení mezi sekcemi 4 a 3	-0,5	0
rozšíření mezi sekcemi 3 a 2	0	1,5
rozšíření mezi sekcemi 2 a 1	0	2

Záporné hodnoty znamenají menší tloušťky následující sekce vůči předchozí ve směru od středu ke konci ramene, kladné naopak zvětšení tloušťky.

### 8.3 Celkové výsledky optimalizace

Výsledný design byl vybírán s přihlédnutím k tloušťce konce ramene. Omezením pro výrobu zářezu byla tloušťka této sekce minimálně 70 mm. Geometrie luku je přiblížena na obr. 8.4., tloušťky sekcí výsledného designu jsou v tab. 8.6.

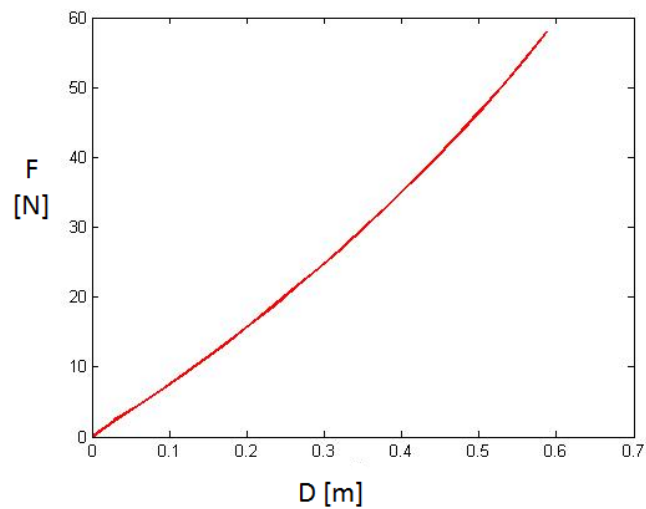


Obrázek 8.4: Geometrie luku [m]

Tabulka 8.6: Tloušťky sekcí výsledného designu

sekce	tloušťka [mm]
střed	6,9
sekce 9	6,5
sekce 8	6,1
sekce 7	5,6
sekce 6	5,2
sekce 5	5,0
sekce 4	4,7
sekce 3	4,2
sekce 2	5,5
sekce 1	7,3

Výsledný design (symetrická polovina) má hmotnost 215 gramů, celý luk pak 430 gramů. DFC graf výsledného designu je do délky nátahu 10 cm konkávní, poté se mění v pouze mírně konvexní, viz obr. 8.5. Výsledná závislost náhahové síly na délce nátahu lze považovat za úspěšnou.



Obrázek 8.5: DFC graf optimální varianty

# Kapitola 9

## Výroba

### 9.1 Forma

Forma pro výrobu optimálního návrhu sestávala ze tří dřevěných přířezů. Ty byly vyrobeny na CNC fréze, aby bylo dosaženo co největší tvarové shodnosti s návrhem. Tvar středového prkna z jedné strany odpovídal křivce luku, boční přířezy byly vyšší o tloušťku luku a rezervu 10 mm po celé délce křivky luku z důvodu následné snažší manipulace s materiálem. Tak vznikl žlab, do nějž byla kladena uhlíková textilie, viz. obr. 9.1 a 9.2.

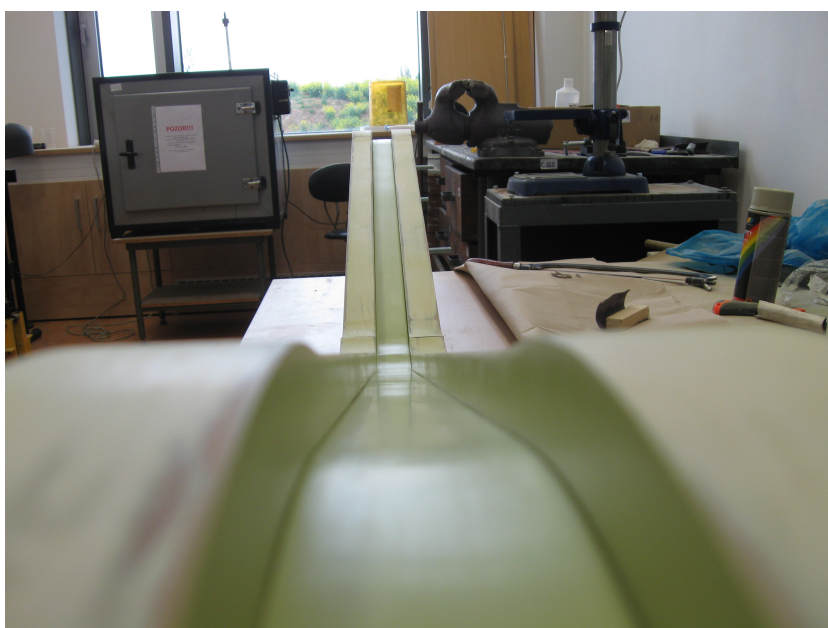


Obrázek 9.1: Forma pro výrobu luku z bočního pohledu



Obrázek 9.2: Forma pro výrobu luku z pohledu seshora

Plochy formy byly povrchově upraveny laminováním skelnou tkaninou a byla na ně nanesena vrstva tmelu, aby bylo dosaženo hladkosti povrchu. Přířezy byly k sobě sešroubovány a spáry byly zahlazeny silikonem. Detail povrchově upraveného žlabu je na obr. 9.3.



Obrázek 9.3: Detail žlabu formy



## 9.2 Postup výroby

Před kladením textilie byla forma separována chemickými separátory. Uhlíková textilie byla při kladení do formy fixována proti posuvu. Sekci luku s nejtenčí tloušťkou odpovídalo 12 vrstev textilie a sekci s největší tloušťkou 20 vrstev. Počet vrstev byl odhadnut na základě tloušťky jedné vrstvy v neprosyceném stavu. Dala se tedy očekávat odchylka od plánovaných tloušťek, neboť není možné přesně odhadnout tloušťku jedné vrstvy uhlíkové textilie v prosyceném stavu, pokud je k dispozici ke změření jen ve fázi před výrobou, čili neprosyceném stavu, což byl tento případ. Vrstvy jednosměrové textilie byly proloženy jednou vrstvou čtyřsložkové textilie, jejíž složky měly sklon  $0^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-45^\circ$  vůči křivce luku, aby bylo zajištěno lepší propojení jednosměrové textilie. Vrstvy položené v naseparované formě jsou na obr. 9.4.

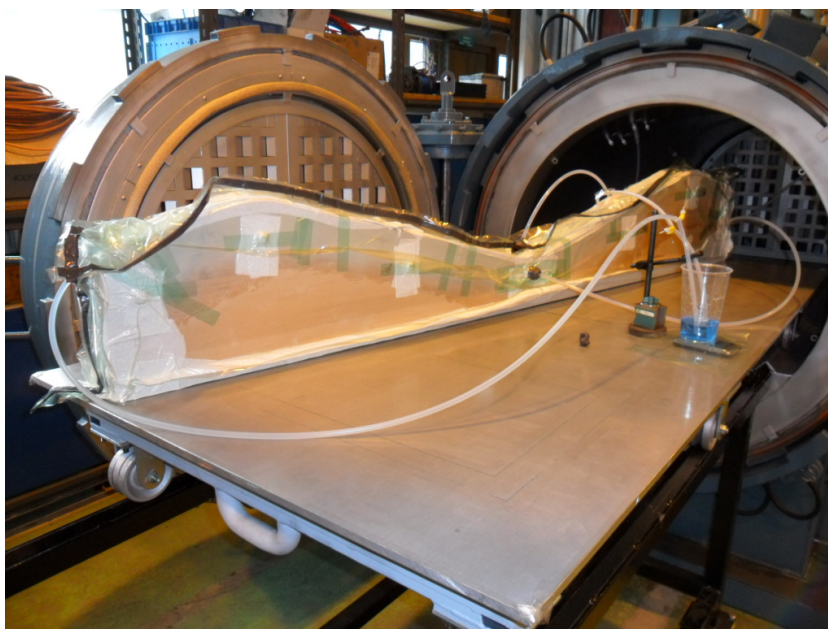


Obrázek 9.4: Textilie ve formě

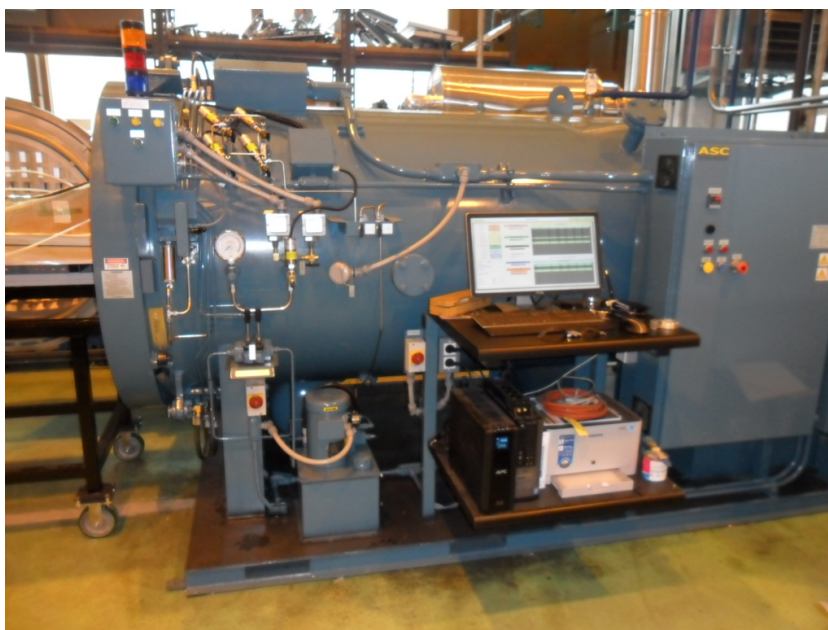
Na uhlíkovou textilií byla přiložena odtrhávací tkanina, na níž následovalo položení mřížky pro rozvod pryskyřice a opět jedna vrstva odtrhávací tkaniny. Mřížka byla napojena na hadičky, přes které byla pryskyřice vedena. Nedílnou součástí byla goretexová membrána, která má schopnost z jedné strany nepropouštět vzduch. Poslední vrstvou byla vakuovací plachetka, před jejímž umístěním byl na místa, kde by mohlo dojít k jejímu porušení, umístěn flís.

Vzduch byl z pod plachetky odsáván vakuovou pumpou. Externím senzorem byla měřena úroveň vakua. Po její kontrole byla infiltrována pryskyřice (obr. 9.5.). K jejímu vytvrzení došlo po dobu 24 hodin při pokojové teplotě. Následné dotvrzení probíhalo již v autoklávu po dobu 15 hodin při 60°C. Celá doba pro vytvrzení tak činila 39 hodin.

V dnešní době se použitá výrobní technologie (VAP - Vacuum Assisted Process) a autokláv (obr. 9.6.) používají mimo jiné také při výrobě dílů v leteckém či automobilovém průmyslu. Autokláv je vzhledem k možnosti volby použité teploty a tlaku používán i v lékařství, např. pro sterilizaci nástrojů.



Obrázek 9.5: Nasátí pryskyřice



Obrázek 9.6: Autokláv, ve kterém došlo k vytvrzení

### 9.3 Výrobek

Po vyjmutí luku z formy nebyla nalezena žádná vada při prosycování, avšak při přeměření bylo zjištěno skutečně nedodržení plánovaných tloušťek sekcí. Tloušťky sekcí výsledného výrobku a jejich porovnání s optimální variantou jsou předmětem tab. 9.1. Objemový podíl vláken byl proti původně plánovaným 55% pouze 50%.

Tabulka 9.1: Tloušťky sekcí vyrobeného luku

sekce	plán [mm]	výrobek [mm]
střed	5,51	6,90
sekce 9	5,04	6,50
sekce 8	4,71	6,10
sekce 7	4,45	5,60
sekce 6	4,19	5,20
sekce 5	3,92	5,00
sekce 4	3,73	4,70
sekce 3	3,52	4,20
sekce 2	4,45	5,50
sekce 1	5,40	7,30

Vlivem těchto změn se dala očekávat neshoda s modelem ve velikosti nátažové síly potřebné k nátahu luku. Výsledný výrobek je vidět na obr. 9.7.



Obrázek 9.7: Luk po vytvrnutí

# Kapitola 10

## Validace modelu

### 10.1 Tahová zkouška

Po výrobě následovala fáze experimentálního ověření vlastností modelu. Pro porovnání hodnot z validační zkoušky byl přemodelován původní optimální design s reálně naměřenými tloušťkami a objemovým podílem  $V_f = 0,5$ . Tomuto objemovému podílu vláken pak odpovídají materiálové vlastnosti v tab. 10.1.

Tabulka 10.1: Materiálové vlastnosti kompozitu při  $V_f = 0,5$

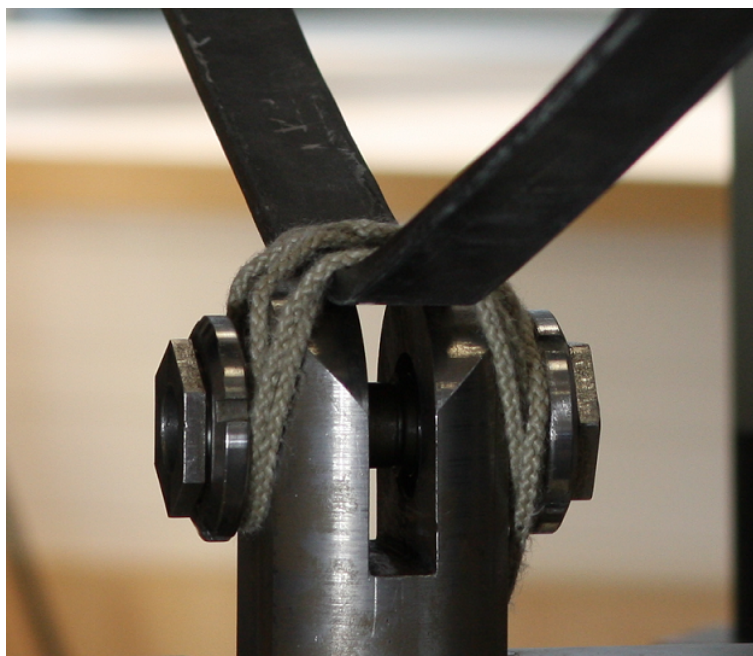
$E_1$	146,5 GPa
$E_2$	5,94 GPa
$E_3$	5,94 GPa
$\nu_{12}$	0,35
$\nu_{13}$	0,35
$\nu_{23}$	0,3467
$G_{12}$	2,12 GPa
$G_{13}$	2,12 GPa
$G_{23}$	2,20 GPa
$\rho$	1450 kg.m <sup>-3</sup>

Testovaným atributem byla náťahová síla, z jejíž závislosti na délce náťahu bylo možné sestavit DFC graf vyrobeného luku. Luk byl také zvážen a přeměřena jeho délka předpětí. Porovnání hodnot BH a hmotnosti z modelu a reálného výrobku je předmětem tab. 10.2.

Tabulka 10.2: Porovnání hodnot BH a hmotnosti

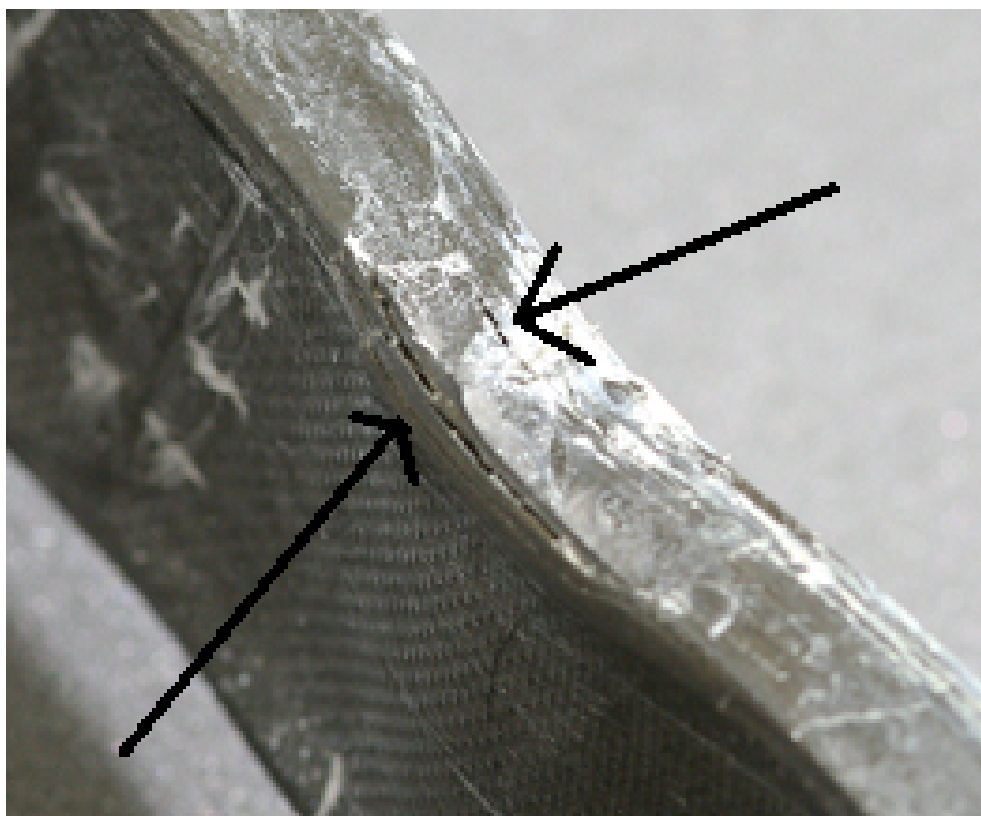
parametr	model	výrobek
délka předpětí	206 mm	203 mm
hmotnost	346,8 g	390,6 g

Pro zjištění nátažové síly a její závislosti na délce nátahu byl luk podroben tahové zkoušce v trhacím stroji Zwick/Roell Z050. Střed luku byl fixován, což nahrazovalo uchycení rukou lukostřelce, viz. obr. 10.1.

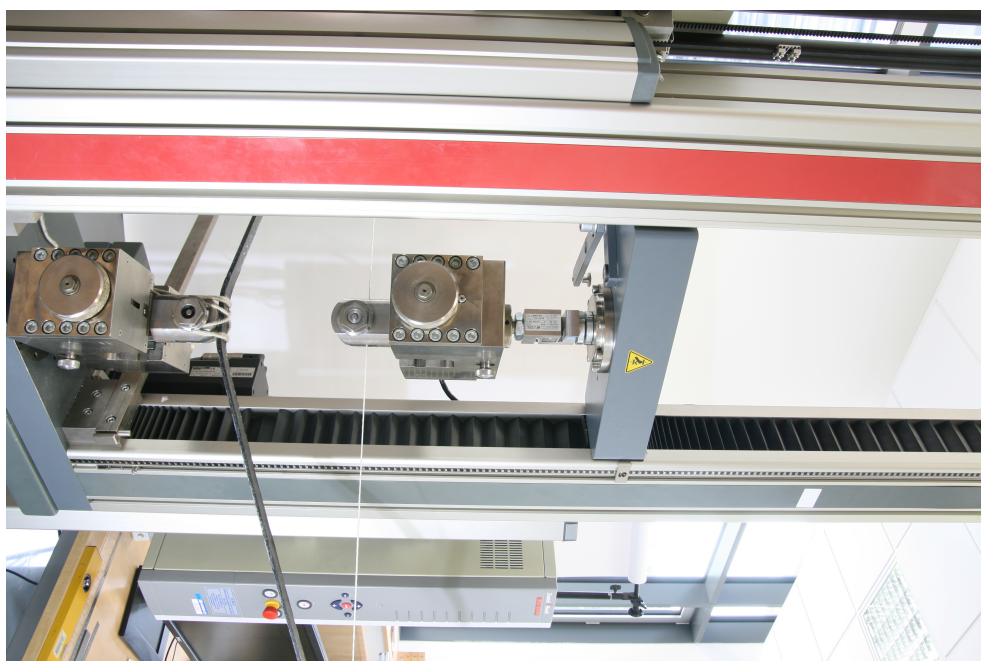


Obrázek 10.1: Fixace středu luku

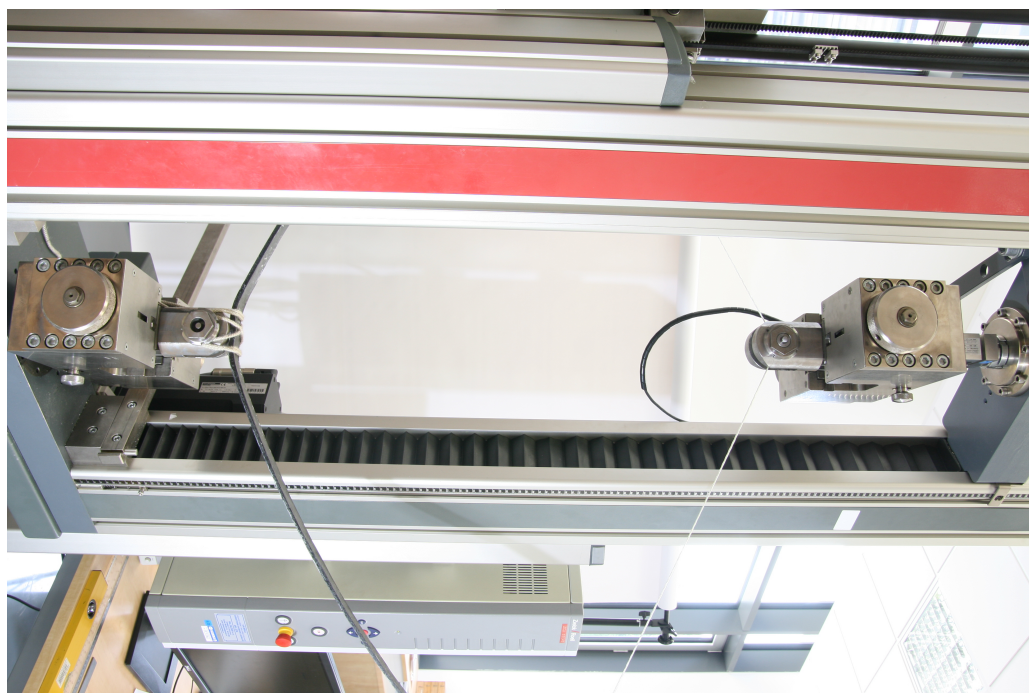
Tětiva byla tažena v jednom bodě za pomoci kolíku o průměru 12 mm ve svém středu, pohyb tohoto bodu byl sledován. Rychlost posuvu tohoto bodu byla nastavena na  $2 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Naměřená délka předpětí byla 203 mm, pro maximální rozsah nátahu 900 mm byl tedy středu tětivy udělen posuv 697 mm, stejnou rychlostí se následně vracel střed tětivy do původní polohy. Proces byl opakován dvakrát. Ve středové části těla luku, kde byl tvar komplikovanější, došlo k delaminaci, viz. obr. 10.2. Průběh validační zkoušky je zobrazen na obr. 10.3. až 10.5.



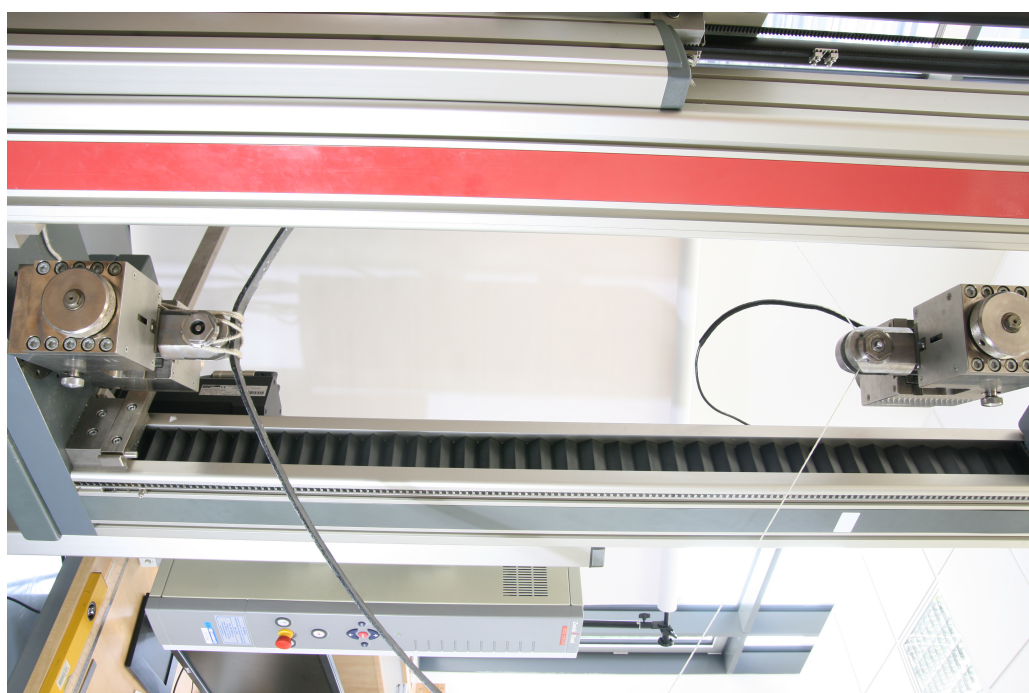
Obrázek 10.2: Delaminace středové části těla luku



Obrázek 10.3: Počátek nátahu



Obrázek 10.4: Nátah na běžnou hodnotu



Obrázek 10.5: Maximální náťah



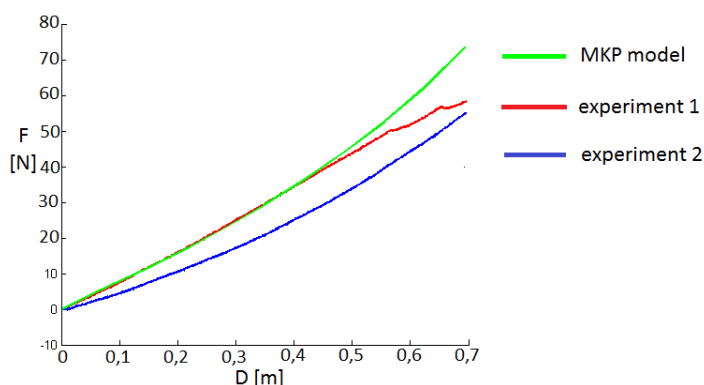
## 10.2 Diskuze

Náťahové síly vzešlé z obou cyklů validační zkoušky byly nižší, než hodnota z MKP modelu, jejich porovnání je předmětem tab. 10.3. Důvodů k neshodě velikosti náťahové síly u experimentu a výpočtového modelu mohlo být několik - nedodržení všech jemností geometrie luku, jak už během výroby formy, tak během výroby samotného prototypu, materiálová data od výrobce se mohla od reality lišit a v neposlední řadě mohla být odchylka způsobena nedodržáním sklonu vláken  $0^\circ$ , což se však z výrobku velmi obtížně identifikuje. Nepřesnost vnesla i delaminace vzniklá během validační zkoušky v oblasti středu těla luku. Tu nebylo reálné použitým kritériem maximálního napětí predikovat. K zpřesnění by došlo i modelováním přilnutí tětiny na rameno luku.

Tabulka 10.3: Porovnání validační zkoušky s modelem

	nát. síla [N]	akum. energie [N.m]
MKP model	73,38	23,11
experiment 1	58,32	20,37
experiment 2	55,18	16,03

Porovnání DFC grafů pro model a oba validační experimenty lze najít v obr. 10.6.



Obrázek 10.6: Porovnání DFC grafů

Druhý experiment a závěr prvního byly ovlivněny vzniklou delaminací. První experiment se do okamžiku vzniku delaminace s MKP modelem shoduje.

# Kapitola 11

## Závěr

Tato bakalářská práce se věnovala návrhu luku z jednosměrového uhlíkového kompozitu a výrobě optimální varianty. Byly naplněny všechny cíle práce od rešerše, přes vyšetření mechanických vlastností tětivy, vytvoření MKP modelu, jeho optimalizaci, až po výrobu prototypu a validační zkoušku.

Výrobní omezení vedla k zavedení společné šířky luku, pro účely optimalizace tak hrály roli jen výška luku, tloušťky jednotlivých jeho částí a tvarové provedení. Tloušťka koncovek musela být větší z důvodu možnosti vytvoření zářezů pro tětivu. Vzhledem k tomu se dá očekávat u vyrobeného prototypu menší účinnost. Optimalizovaná varianta splnila požadavky na hmotnost a akumulaci potenciální energie během nátahu (hmotnost je menší proti běžným lukům, DFC graf nevykazuje výraznou konvexitu). Během validační zkoušky došlo k delaminace středu luku, jíž by se mohlo dát vyhnout méně složitým tvarem středu luku či použitím jiného kritéria porušení, pomocí jehož by se mohla delaminace predikovat. Po vyřešení delaminační vady by však výrobek mohl být běžně používaný jako cvičný luk.

V práci je možné pokračovat například návrhem luku, jenž by vznikl spojením tuhého středu s rameny tak, jak je tomu u soudobých závodních luků. Zde by se objevil veliký prostor pro kombinaci různých materiálů a také by se na takové úloze dala řešit problematika spojů kompozitních komponent. Z výrobního hlediska by pak šlo o vývoj optimální výrobní technologie a též by mohlo jít o výzkum delaminace vrstev kompozitu. Listové pružiny, kterými luky ve své podstatě jsou, nacházejí využití například i v automobilovém průmyslu, kde by se poznatky z návrhu luku daly také využít.

# Literatura

- [1] Berthelot J. M. (1999). *Composite Materials*. New York: Springer-Verlag.
- [2] Grexa J., Strachová M. (2011) *Dějiny sportu*, Brno: Masarykova univerzita.
- [3] Kottner R. (2007). *Spojování kompozitních a kovových strojních částí z hlediska pevnosti a tuhosti*. Plzeň: ZČU.
- [4] Kottner R., Krystek J., Zemčík R., Lomberský J., Hynek R. (2011). Strength Analysis of Carbon Fiber-reinforced Plastic Coupling for Tensile and Compressive Loading Transmission. 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Denver.
- [5] Laš, V. (2008). *Mechanika kompozitních materiálů*. Plzeň: ZČU.
- [6] Lieu D. K., Kim J., Kim K. C. Fundamentals of the Design of the Olympic Recurve, University of California, Berkeley.
- [7] Park K. R. (2008) What Function is Required for Bow? ISBS Conference 2008, Seoul.
- [8] Bulletin ČSM. *Luk a šíp*. 1996, roč. 1996, č. 3.
- [9] Manuál k softwaru Abaqus 6.12, Dassault Systèmes 2012.
- [10] [cs.wikipedia.org/wiki/Dacron](http://cs.wikipedia.org/wiki/Dacron)
- [11] [cs.wikipedia.org/wiki/Luk](http://cs.wikipedia.org/wiki/Luk)
- [12] [cs.wikipedia.org/wiki/Lukost%C5%99elba](http://cs.wikipedia.org/wiki/Lukost%C5%99elba)
- [13] [cs.wikipedia.org/wiki/T%C4%9Btiva\\_luk](http://cs.wikipedia.org/wiki/T%C4%9Btiva_luk)
- [14] [cs.wikipedia.org/wiki/Tureck%C3%BD\\_luk](http://cs.wikipedia.org/wiki/Tureck%C3%BD_luk)

- [15] [www.archeryhalloffame.com/Drake.html](http://www.archeryhalloffame.com/Drake.html)
- [16] [www.czjilemnice.cz/uc/files/teorie-lukostrelba.pdf](http://www.czjilemnice.cz/uc/files/teorie-lukostrelba.pdf)
- [17] [www.havel-composites.com/proddocs/L%20285%20MGS](http://www.havel-composites.com/proddocs/L%20285%20MGS)
- [18] [www.lucistnice.cz/luky/reflexni-attila.htm](http://www.lucistnice.cz/luky/reflexni-attila.htm)
- [19] [www.lukostrelec.cz/modules.php](http://www.lukostrelec.cz/modules.php)
- [20] [recurve-bow.info/Tradi%C4%8Dn%C3%A9-Biocomposite-mongolsk%C3%BDLuk-g4275i674](http://recurve-bow.info/Tradi%C4%8Dn%C3%A9-Biocomposite-mongolsk%C3%BDLuk-g4275i674)
- [21] [www.sebu.cz/?docID=zluk](http://www.sebu.cz/?docID=zluk)
- [22] [www.tohotenaxeu.com/fileadmin/tohotenax/downloads/Produkte/Technische%20Datenblaetter/en/IMS60\\_en.pdf](http://www.tohotenaxeu.com/fileadmin/tohotenax/downloads/Produkte/Technische%20Datenblaetter/en/IMS60_en.pdf)