

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ**

## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Modelování spolehlivosti a životnosti elektrických zařízení  
pomocí statistických modelů**

## **Abstrakt**

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na modelování spolehlivosti a životnosti elektrických zařízení pomocí statistických modelů. Jsou zde popsány různé statistické rozdělení jako je normální, exponenciální, Poissonovo, Maxwelllovo a Weibullovo, které je i prakticky využito na experimentu. Mimo statistické rozdělení jsou zde vypsány izolační materiály točivých a netočivých elektrických strojů. U izolačních systémů transformátorů bakalářská práce pojednává o fluoridu sírovém, minerálních olejích, rostlinných olejích, syntetických kapalinách jako je například Midel 7131. Dále jsou zde izolační systémy točivých strojů rozděleny na nízkonapěťové a vysokonapěťové izolační systémy točivých strojů, kde je popsán systém Resin-Rich a VPI.

## **Klíčová slova**

Weibullovo rozdělení, exponenciální rozdělení, normální rozdělení, Poissonovo rozdělení, vanová křivka, hustota pravděpodobnosti, distribuční funkce, náhodná veličina, Resin-Rich, VPI, izolační systémy, transformátor, točivé elektrické stroje

## **Abstract**

This present bachelor's work is focused on modeling of reliability and lifetime of electrical devices by static models. Various static divisions are described here such as normal, exponential, Poisson's, Maxwell's and Weibull's which are practically used in experiment. Besides static divisions there are written also isolation materials of rotary and unrotary electrical machines. The bachelor's work deals with fluoride sulphuric, mineral oils, plant oils, synthetic liquid's such as Midel 7131 in case of isolating systems of transformer's. There are also isolating systems of rotary machines that are divided into low-voltage and high-voltage isolating system's rotary machines where is written Resin-Rich and VPI.

## **Key words**

Weibull's division, exponential division, normal division, Poisson's division, van's curve, density of probability, distributional function, random quantity, Resin-Rich, VPI, isolating system's, transformer, rotary electrical machines.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 8.6.2015

Jméno příjmení

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Jakubu Součkovi za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

## Seznam použitých symbolů a zkratk

$E_p [kV \cdot mm^{-1}]$	Elektrická pevnost
$\rho_v [\Omega \cdot m]$	Povrchová rezistivita
$\epsilon_r$	Relativní permitivita
$SF_6$	Fluorid sírový
VIW	Vacuum Impregnated Winding Method
VIB	Vacuum Impregnated Bar Method
$F(t)$	Distribuční funkce
$f(t)$	Hustota pravděpodobnosti
$P(t)$	Pravděpodobnostní funkce
$X$	Náhodná veličina
$x$	Hodnoty náhodné veličiny
MTTF	Střední doba do poruchy
$\lambda(t)$	Intenzita poruch
$\mu$	Střední hodnota
$\sigma$	Rozptyl
$Q(t)$	Bezporuchový stav
$T_s$	Střední doba bezporuchového stavu
$\beta$	Parametr tvaru Weibullova rozdělení
$\gamma$	Parametr polohy Weibullova rozdělení
$\eta$	Parametr měřítka Weibullova rozdělení
$L(\theta)$	Věrohodnost funkce

## Obsah

<b>ÚVOD</b> .....	<b>8</b>
<b>1 IZOLAČNÍ SYSTÉMY TRANSFORMÁTORŮ</b> .....	<b>9</b>
1.1 MATERIÁLY IZOLAČNÍHO SYSTÉMU TRANSFORMÁTORŮ .....	9
1.1.1 Fluorid sírový SF <sub>6</sub> .....	9
1.1.2 Kapalné izolanty .....	10
1.1.3 Minerální oleje .....	10
1.1.4 Rostlinné oleje .....	10
1.1.5 Syntetické izolační kapaliny .....	11
<b>2 IZOLAČNÍ SYSTÉMY TOČIVÝCH ELEKTRICKÝCH STROJŮ</b> .....	<b>12</b>
2.1 NÍZKONAPĚŤOVÉ IZOLAČNÍ SYSTÉMY TOČIVÝCH ELEKTRICKÝCH STROJŮ .....	12
2.1.1 Izolace vodičů .....	12
2.1.2 Izolace drážek .....	13
2.1.3 Impregnace vinutí .....	13
2.2 VYSOKONAPĚŤOVÉ IZOLAČNÍ SYSTÉMY TOČIVÝCH ELEKTRICKÝCH STROJŮ .....	14
2.2.1 Systém Resin-Rich .....	14
2.2.2 Postup výroby .....	14
2.2.3 Systém VPI .....	15
2.2.4 Metody výroby VPI .....	16
2.2.5 Postup výroby .....	16
2.2.6 Porovnání technologie VPI a Resin-Rich .....	17
<b>3 STATISTICKÁ ROZDĚLENÍ POUŽÍVANÉ PRO VÝPOČET SPOLEHLIVOSTI A ŽIVOTNOSTI ELEKTRICKÝCH STROJŮ</b> .....	<b>17</b>
3.1 NÁHODNÁ VELIČINA .....	18
3.2 BEZPORUCHOVOST .....	19
3.3 STŘEDNÍ DOBA DO PORUCHY .....	19
3.4 VANOVA KŘIVKA .....	19
3.5 NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ .....	21
3.6 NORMOVANÉ NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ .....	22
3.7 EXPONENCIÁLNÍ ROZDĚLENÍ .....	23
3.8 RAYLEIGHOVO ROZDĚLENÍ .....	25
3.9 WEIBULLOVO ROZDĚLENÍ .....	26
3.10 MAXWELLOVO ROZDĚLENÍ .....	30
3.11 POISSONOVO ROZDĚLENÍ .....	30
3.12 POUŽITÍ WEIBULLOVA ROZDĚLENÍ .....	31
<b>4 EXPERIMENT</b> .....	<b>31</b>
<b>5 ZÁVĚR</b> .....	<b>34</b>
<b>6 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b> .....	<b>35</b>
<b>7 PŘÍLOHY</b> .....	<b>I</b>

## Úvod

Předkládaná práce je zaměřena na modelování spolehlivosti a životnosti elektrických zařízení pomocí statistických modelů a měla by zájemci posloužit jako ucelený zdroj informací o různých statistických rozděleních

Elektrická zařízení jsou tak dobré jako nejslabší článek a izolace je důležitým prvkem životnosti zařízení. Je spousta možností, jakými lze tuto ochranu zajistit u transformátorů a točivých elektrických zařízení. Izolační systémy mají své výhody a nevýhody, protože nejsou dokonalé tak mohou nastat poruchy vlivem oxidace, stárnutím, opotřebením atd. Jednotlivá elektrická zařízení lze rozdělit na tři časové intervaly životnosti popsané pomocí vanové křivky. Každé statistické rozdělení znázorňuje jinou část vanové křivky a lze s nimi modelovat životnost zařízení. Jedná se o zařízení dostávající se do provozu, zařízení, která jsou již zajištěná, nebo zařízení v období dožívání. Následně za pomoci statistických modelů je možné vykreslit grafy životnosti a zjistit jak dlouho při určité zátěži zařízení vydrží, než se porouchá.

Tato práce se bude zabývat jak možnostmi izolačních systémů, které lze použít u točivých a netočivých elektrických strojů, ale také statistickými modely používanými k modelování spolehlivosti elektrických zařízení. Zde budou jednotlivé statistické modely teoreticky popsány a graficky znázorněny.

Poslední část bakalářské práce bude věnována experimentu s jedním zvoleným statistickým modelem. Na vzorku bude ukázána praktická realizace tohoto rozdělení, zda je možné rozdělení použít pro daný pokus, doby do poruchy při určitém napětí a grafické znázornění celého modelu.



# 1 Izolační systémy transformátorů

Izolační systémy transformátorů rozdělujeme dle [1] [2] do tří skupin.

**Suché** jsou transformátory, u kterých není použit tekutý impregnant. Jako hlavní chladiivo k odvodu nadměrného tepla se používá vzduch nebo fluorid sírový SF<sub>6</sub>. Není zde potřeba budovat záchytné jámy nebo vany pro zachycení unikajícího oleje a tím i zabraňují znečištění životního prostředí. Jako izolační prvky jsou použity papír, Nomex<sup>®</sup>, lepenka, kombinované materiály jako je například Kapton se skleněnou tkaninou. Pracovní napětí je do 38kV, u SF<sub>6</sub> do 75kV a výkon 10MVA. Díky izolačním materiálům, které jsou těžce zápalné a samozhášivé, je minimální požární zatížení přednost suchých transformátor. V případě požáru nevznikají nebezpečné zplodiny.

**Zalévané** stroje mají cívky zality do pryskyřice (například pryskyřice na bázi alifatických glycidyleterů s tvrdidlem s  $E_p = 15 \text{ KV} \cdot \text{mm}^{-1}$ ,  $\rho_v = 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\epsilon_r = 3,6$  až  $4,2$ ). Je možné použít technologie Resin-Rich a VPI. U technologie Resin-Rich se dají vinutí při potřebě opravy rozebrat, ale jejich nevýhodou je vznik nehomogenity. Ty nevznikají u metody VPI, ale bohužel nevýhoda je hlavně ve vysoké ceně a nemožnosti rozebrání a opravy izolovaných předmětů. Napětí zalévaných transformátorů používáme do 35 kV a výkon 20 MVA, který je možné navýšit na 35 MVA.

Jako poslední skupina jsou stroje, které mají spojení kapalného a tuhého izolantu (papír, Nomex<sup>®</sup>, kompozity). Nemají napěťovou ani výkonovou hranici.

## 1.1 Materiály izolačního systému transformátorů

V této kapitole budou popsány materiály používané k izolačnímu systému transformátorů, jako je fluorid sírový, minerální oleje, rostlinné oleje a syntetické oleje. [1]

### 1.1.1 Fluorid sírový SF<sub>6</sub>

Elektronegativní plyn vzniká spalováním síry a fluoru. Je bezbarvý, netoxický, nehořlavý, patří k nejtěžším plynům hustoty hmotnosti  $6,14 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Při porovnání se vzduchem má SF<sub>6</sub> elektrickou pevnost třikrát větší ( $89 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ ), téměř desetkrát vyšší vypínací schopnost (*„v oblasti elektrického oblouku se rozkládá, zhasíná oblouk a ve zlomku sekundy opět zregeneruje“ [1]*), je skoro pětikrát těžší než vzduch a tím je nebezpečný v uzavřených prostorech kde vytlačí vzduch. SF<sub>6</sub> se používá u transformátorů jako izolační i chladicí medium místo oleje. Při normální teplotě je stálý, snáší se s technickými materiály a je chemicky netečný. [1] [3]

### 1.1.2 Kapalné izolanty

Aby se neměnily dobré vlastnosti tak je třeba sledovat u všech kapalných izolantů jejich odolnost proti oxidaci. U transformátorů se využívají jako izolační a chladicí media a jsou buď přírodní, nebo syntetické kapaliny. [1] [3]

### 1.1.3 Minerální oleje

Transformátorové oleje mají vysokou odolnost vůči stárnutí. Hlavní funkcí je dobrý odvod tepla a požadována vysoká viskozita.

Získávají se destilací ropy a následnou rafinací. Mají komplikované chemické složení ze směsi různých uhlovodíků obsažených v ropě. Tyto uhlovodíky se dělí podle obsahu oleje:

a) parafinická skupina (metalová, alkalická) obsahuje větší podíl nasycených parafinických uhlovodíků ze vzorce  $C_nH_{2n-2}$ . [1][3][4]

b) naftenická skupina (cyklanická) tvořená jádry naftenického a aromatického typu řady  $C_nH_{2n}$  bez dvojných vazeb. [1][3][4]

„Průrazné napětí minerálních olejů se pohybuje mezi 60 až 70 kV/ 2,5 mm,  $\tan \delta = 0,001$ ,  $\epsilon_r = 2,1 \div 2,4$ ,  $\rho_v = 10^{12} \div 10^{14} \Omega \cdot m$ , bod vzplanutí mezi 130 až 150 °C“ [1]

### 1.1.4 Rostlinné oleje

Rostlinné oleje jsou získávané lisováním semen vybraných rostlin nebo extrakcí za tepla a následnou rafinací, které mohou být charakterizovány relativním množstvím mastných kyselin, jak je uvedeno v Tab. 1. Rozdělují se na vysychavé a nevysychavé ricinové oleje. Oleje jsou složeny z uhlovodíkových řetězců ukončených karboxylovým uhlíkem. Molekuly mají sudý počet atomů uhlíků od 8 do 22 v triglyceridech. Příklad nasycených mastných kyselin je kyselina olejová (řepkový olej až z 90%, slunečnicový olej, sójový olej). Zkrácený vzorec této nasycené mastné kyseliny je C18:0. První dvě čísla určují počet uhlíků atomů vázaných v molekule. [4][5]

Ricinový olej je směs nenasyčených mastných kyselin a esteru glycerinu. Jeho relativní permitivita je  $\epsilon_r = 4,2 - 4,6$ . Tento olej je odolný vůči částečným výbojům a plynům. [4]

Řepkový olej je získáván ze semen řepky olejné. Lisuje se buď za studena, nebo pomocí organických rozpouštědel. Pokud je lisován pomocí organických rozpouštědel pak je v oleji obsažen nadbytečný fosfor. [6]

Envirotemp FR3 Fluid je netoxický a zdravotně nezávadný. Má 56x nižší emise oxidu uhličitého než minerální olej. Ochraňuje izolační papír uvnitř vinutí, který může vydržet až 8x

delší dobu oproti použití minerálního oleje. Envirotemp FR3 Fluid má vysoký bod vzplanutí (zhruba 330/360 °C). [6]

Tab. 1.1 Typické vzorce mastných kyselin v % převzato [5]

Mastné kyseliny	Ricínový olej	Řepkový olej	Slunečnicový olej
C16:0	0,95	4,29	5,77
C18:0	1,00	1,57	3,97
C18:1	2,29	55,7	27,2
C18:1 (OH)	90,0	0,00	0,00
C18:2	3,48	19,3	59,2
C18:3	0,35	10,2	0,23
C20:0	0,00	0,47	0,24
C20:1	0,22	1,20	0,13
C22:0	0,00	0,64	1,44
C22:1	0,00	0,23	0,00

### 1.1.5 Syntetické izolační kapaliny

Vyznačují se nehořlavostí a dobrými elektrickými vlastnostmi. Syntetické izolační kapaliny se dělí podle způsobu přípravy a složení na [1]:

a) vzniklé polymerací nasycených uhlovodíků (polybutyleny), mají dobré elektrické vlastnosti, nepolární ekologicky nezávadné látky, stabilní při vyšších teplotách, nízké dielektrické ztráty, velký měrný odpor, elektrickou pevnost až  $180 \text{ kV}\cdot\text{cm}^{-1}$ . Odolné proti záření a oxidaci. [1] [3]

b) organické estery používáme jako izolační hmotu jen některé pro jejich zvláštní vlastnosti. Jsou vyráběny pomocí chemické syntézy. Mají dobrou teplotní stabilitu, nízkou hodnotou ztrátového činitele, odolné vůči plynům. Kvůli nedostatku minerálních olejů u transformátorové techniky byla vyvinuta kapalina **MIDEL 7131**. Hlavními výhodami je vysoký bod hoření, malý dopad na životní prostředí, velká odolnost proti vlhkosti. V této kapalině se nevytváří koroze. Má dobrý vliv na izolační papír uvnitř transformátoru a ošetřuje ho z hlediska pevnosti, životnosti a izolace. [3] [4] [7]

c) silikonové tekutiny jsou tepelně stálé v širokém rozmezí teplot a mají poměrně dobré izolační vlastnosti. Přes to, že mají dobré dielektrické vlastnosti tak se nemohou používat v elektrických vypínačích ke zhašení oblouku, protože při vzniku oblouku se z nich vyvíjejí

plyny. Jsou ekologicky nezávadné. [1] [3]

## 2 Izolační systémy točivých elektrických strojů

Současně se izolační systémy točivých strojů rozdělují podle napětí na nízkonapěťové a vysokonapěťové.

### 2.1 Nízkonapěťové izolační systémy točivých elektrických strojů

Izolační systémy malých točivých strojů se skládají z izolací vodičů, izolací drážek a impregnantu. [1]

#### 2.1.1 Izolace vodičů

Izolace vodičů závisí na jejich poslání ve stroji a velikosti napětí. Složena z vrstvy laku, opředení a ovinutím bavlnou, skleněnými vlákny, dalšími materiály a kombinací pevné a nanášené izolace. Provedení je zakódováno písemnými symboly. První písmeno označuje charakter vodiče, druhé zda se jedná o měď nebo hliník, třetí písmeno charakterizuje materiál izolace a čtvrté místo je vyhrazeno pro zvláštní označení viz Tab. 2 a Tab. 3. [1]

Tab. 2.1 písemné symboly převzato [1]

První místo		Druhé místo	
L	Lakovaný drát	L	Měď
O	Vodič pro vinutí	A	Hliník

Tab. 2.2 písemné symboly převzato [1]

Třetí místo		Čtvrté místo	
B	Bavlněná příze	N	Několikanásobné ovinutí
H	Hedvábná příze	A	Zvláštní provedení
K	Skleněná příze		
A	Polyamidové hedvábí		
E	PET folie		
G	Slídová páska		
L	Elektroizolační lak		
I	Polyesterimidový lak		
M	Polyimidový lak		
T	Tereftalátový lak		
S	Silikonový lak		

U	Polyuretanový lak
P	Neimpregnovaný papír

### 2.1.2 Izolace drážek

Chrání vodiče vinutí před možností poškození o stěny drážky. Na izolace drážek se používají drážkové lepenky, vícevrstvé ohybné materiály, Nomex® a různé kombinace materiálů. Musí mít odpovídající mechanické vlastnosti a to zejména ohebnost, dobré teplotní vlastnosti, odolné proti chemickým vlivům, na vlhkosti nezávislý vysoký izolační odpor a odpovídající pevnost. **Drážkové lepenky** se vyrábí z bavlněných a lněných hadrů, sběrového papíru a sulfátové buničiny. Drážková lepenka je hlazená a leštěná s tloušťkou 0,1 – 0,6 mm. Používají se také obyčejné lepenky, které jsou vyrobeny ze sběrného papíru, obsahující až 15 % anorganických látek, vyrábí se v tloušťkách 1 – 3 mm. Transformátorová lepenka je vyrobena za sulfátové buničiny se 45 % nasákavostí (impregnovatelné olejem). Vícevrstvé ohebné plošné izolanty jsou materiály, které jsou složeny z několika vrstev. [1]

Přehled používaných materiálů

E – polyetyléntereftalátová fólie

S – skleněná tkanina

K – polyamidová fólie

L – aramidový papír

N – polyesterová rohož

P – elektrotechnická lepenka

R – slídový papír

### 2.1.3 Impregnace vinutí

Impregnace vinutí se provádí jako ochrana proti negativním elektrickým a mechanickým vnějším vlivům, proti působení vlhkosti, škůdcům, biologickým a chemickým látkám apod. U těchto strojů se používá impregnace zaplavováním, zakapáváním a máčením. Pro technologii zaplavováním se používají laky na bázi nenasyčených polyesterimidových pryskyřic. Vytvrzují se elektrickým proudem s elektrickou pevností  $80 - 100 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$  a ultrafialovým zářením. U technologie zakapáváním se používají roztoky nenasyčené polyesterimidové pryskyřice ve styrenu, které má elektrickou pevnost  $E_p = 80 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ . Pro máčení se používají jednosložkové polyesterové pryskyřice bez styrenu s  $E_p$   $120 - 150 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$ . [1] [8]

## 2.2 Vysokonapětové izolační systémy točivých elektrických strojů

Vysokonapětové izolační systémy točivých elektrických strojů se provádí dvěma způsoby a to VPI a Resin-Rich. Obě tyto metody mají své výhody, specifika, omezení v provedení, materiálech i aplikačních aspektech. [1]

### 2.2.1 Systém Resin-Rich

Základ tohoto systému je tříslučkový kompozit s výchozím izolačním předimpregnovaným materiálem s 30 až 40 procenty pojiva. Na připravené vodivé části polotovaru se vytvoří kompaktní izolace o požadované tloušťce stěny. Po vytvrzení ve speciálních formách jsou tyto části připraveny pro vložení do drážek. [1] [9]

Nosná část systému Resin-Rich je tvořena skleněnou tkaninou typu E (bezalktické sklo) nebo polyethylenovou fólií. Skleněná tkanina byla vyráběna stáčenými vlákny o tloušťce zhruba 0,14 mm, dnes jsou vlákna rovinná a tloušťka klesla na 0,12 mm. Zde vzniká velká prostorová rezerva a tím i úspora ve výrobě strojů. Přednost této úpravy skleněné tkaniny ukazují nižší dielektrické ztráty a o 7 % větší elektrická pevnost. Izolační část je tvořena kalcinovaný papír, který je hutnější, méně nasákový a pevnější. Jako pojivo se používá reaktoplastická bezrospouštědlová novolaková nebo cykloalifatická epoxidová pryskyřice. Materiál je dodáván v předtvrzeném stavu tzv. B stav. Tloušťka materiálu je 0,15 – 0,2 mm. [1] [9]

### 2.2.2 Postup výroby

Podle pracovního napětí stroje se vytvoří potřebná vrstva na připravený základ vinutí a to dle [1] [9] dvojím způsobem.

První způsob je kontinuální navíjení, které spočívá v navíjení pásky s překrytím třetinovým, polovičním nebo dvoutřetinovým po celé délce tyče i čelech vinutí. Tento způsob je vhodným řešením pro velké stroje. Nanášená páska je lepivá, proto není možné následné dotažení pásky a ovinutí musí být prováděno určitým tahem, aby byla zajištěna kvalita navinuté vrstvy

Druhým způsobem je diskontinuální navíjení, které je řešeno fóliovým materiálem naneseným na rovinnou část vinutí a na čelo navazuje ovin páskou. Nevýhodou je menší elektrická pevnost na přechodu pásky a fólie, proto je vhodnější pro menší stroje. V obou případech se dává o několik procent více izolačního materiálu z důvodů stlačení v následné fázi výroby. Vytvrzení se provádí ve speciálních lisech, ve kterých dojde k zesíťování pryskyřice za zvýšené teploty a tlaku. Před vytvrzením musí být odstraněna vlhkost, která se

může v izolaci vyskytnout. Aby při vysoušení nedocházelo ke slepení izolace, použije se separační fólie. Nejdříve se forma předeřeje a částečně stlačí, po dosažení 100 °C začne docházet ke spojování všech složek izolace a forma se dotáhne na požadovanou tloušťku. Následně je zhruba na hodinu zvýšená teplota na 160 – 170 °C pro konečné vytvrzení. Tato doba závisí na tloušťce izolační trubky a použité pryskyřice. Poslední důležitá fáze je ochlazování, které musí být dostatečně pozvolné, aby nedocházelo k defektům zapříčným různým chladnutím vinutí a izolace. Je nutné použít separační fólii, aby nedocházelo ke slepení výrobku s formou. K eliminaci částečných výbojů po vychladnutí izolace je použita polovodivá páska, která je jedním ovinem navinuta s polovičním překrytím a výstupy drážek jsou taktéž upraveny polovodivými páskami nebo polovodivými laky. Polovodivé vrstvy mohou být spolu s izolací vytvrzeny nebo mohou být nanесeny po vytvrzení. Následně je takové vinutí možné vložit do drážek stroje.



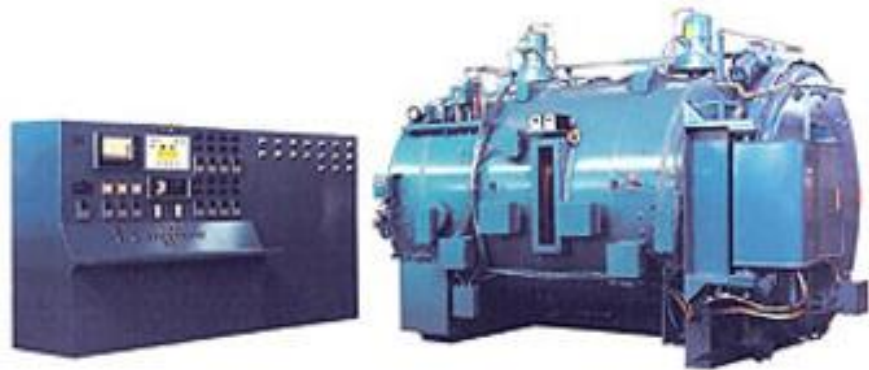
Obr. 1.1 a) Kontinuální navíjení páskou, b) diskontinuální navíjení fólií, převzato [9]

### 2.2.3 Systém VPI

V této technologii se materiál zpracovává při vakuu za vysokého tlaku. Od toho je i název Vacuum Pressure Impregnation, česky vakuově tlaková impregnace.

Hlavním materiálem použitý v tomto systému je savá slídová páska, vyrobená z nekalcinovaného slídového papíru, která se při impregnačním procesu nasýtí impregnantem. Při použití bezrozpuštědlových pryskyřic je tato technologie šetrná k životnímu prostředí. Nosnou složku tvoří skleněná tkanina, syntetická folie nebo polyesterové rouno. Pojivo daný kompozit obsahuje maximálně 7% jen k mechanickému zajištění možnosti zpracování pásky a musí být kompaktní s následně použitým impregnantem, aby se předešlo vzájemnému napadení ve finálním zpracování. Důležitým faktorem je savost materiálu, aby docházelo k proimpregnování všech vrstev. Základem dobré savosti je použití nekalcinované slídy, která má hrubší zrnění a je tedy vhodná pro toto využití při odpovídajících mechanických

vlastnostech jako je ohebnost a minimální pevnost v tahu materiálu při navíjení, kdy nesmí dojít k porušení slídového papíru. Minimální pevnost materiálu musí být  $80 \text{ N}\cdot\text{cm}^{-1}$ . Technologie VPI neobsahuje na rozdíl od Resin-Rich žádná tvrdidla a proto je důležitá soudržnost nosné části a slídového papíru. Impregnanly pro tuto technologii jsou nízkomolekulární bezropouštědlové epoxidové, polyesterové a silikonové pryskyřice se stoprocentním obsahem sušiny. Mají dobré elektrické a mechanické vlastnosti s krátkou vytvrzovací dobou. Vhodné pro použití v teplotních třídách 180 (H) a 200. [1] [10]



Obr. 1.2 VPI linka, převzato [10]

#### 2.2.4 Metody výroby VPI

Používají se dvě metody pro výrobu VPI systémů. První metoda je VIW (Vacuum Impregnated Winding Method), kde není možné opravit jednotlivé části stroje, protože je impregnováno statorové vinuté jako jeden celek a proto je nutné vždy celkové převinutí. Druhá metoda je VIB (Vacuum Impregnated Bar Method), zde se impregnují jednotlivé části vinutí zvlášť. Základem je vakuotěsný a tlakotěsný kotel s ohřívacím a chladicím zařízením, na který je připojen zásobník impregnanu. Mezi kotlem a zásobníkem se nachází zařízení pro ohřívání a chlazení. Poslední část je sušárna s teplotním rozsahem do  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ . [1] [9]

#### 2.2.5 Postup výroby

Impregnační proces začíná nejprve sušením části stroje určené k impregnaci při teplotě vyšší než  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  zhruba po dobu 20 hodin. Poté je předmět přenesen do impregnačního kotle, kde je zavedeno vakuum a ohřátý impregnant začne postupně zaplavovat kotel ode dna. Poté je zrušeno vakuum a zaveden na hodinu přetlak. Po vypuštění laku je těleso přesunuto do sušárny kde probíhá sušení nejprve za mírného podtlaku, za účelem urychlení vyprchání těkavých složek. Proudění horkého vzduchu za normálního tlaku následně těleso vytvrdí. [1] [9]



### 2.2.6 Porovnání technologie VPI a Resin-Rich

Rozdíly vyplývají z časové a technologické náročnosti výroby. Z důvodu vysoké pořizovací ceny výrobní linky je VPI vhodné pro sériovou výrobu. Výhodou tohoto systému je vysoká homogenita izolovaného vinutí a tím i minimalizace částečných výbojů, lepší odvod tepla, vysoká spolehlivost a menší rozměry izolace pro stejné vlastnosti než u Resin-Rich. Odolávají dynamickým silám, díky celkovému mechanickému zpevnění. Mají vysokou odolnost proti chemickým vlivům a navlhání. Mezi nevýhody technologie VPI je cena výrobní linky, která musí mít dostatečné rozměry, protože tato technologie je vhodná pro velké vysokonapěťové stroje. Jsou-li proimpregnovány vinutí do jednoho kompaktního celku, pak prakticky neexistuje možnost opravy jednotlivých dílů, pokud ale jsou impregnovány jednotlivé části, pak je výměna a oprava možná. Hlavní výhoda Resin-Rich je pořizovací cena a možnost opravy poškozených částí. [1] [9]

## 3 Statistická rozdělení používané pro výpočet spolehlivosti a životnosti elektrických strojů

Vlastnosti, které určují spolehlivost zařízení, jsou ovlivňovány náhodnými jevy. Na určení pravděpodobnosti náhodného jevu je použit nejčastěji pravděpodobnostní model. V libovolném časovém okamžiku  $t$  je objekt ve stavu, který je určitým kritériem hodnocen. [11]

Náhodné veličiny se rozlišují na spojité a nespojité (diskrétní). Obvykle se jejich veličiny značí  $X$  a jejich hodnoty  $x$ . Diskrétní veličiny mohou mít v intervalu jen určitý počet hodnot. [11]

V diskrétním případě se jedná o pravděpodobnostní funkce a ve spojitém případě se jedná o hustotu pravděpodobnosti. [12]

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny na jejím definičním oboru je nazýváno pravidlo, které přiřadí pravděpodobnost každému intervalu nebo hodnotě, že nabude právě tohoto intervalu nebo hodnoty. Pokud je znám definiční obor  $D$  a rozdělení pravděpodobnosti tak může být popsána náhodná veličina. [11]

Distribuční funkce  $F(t)$  slouží k popisu rozdělení pravděpodobnosti hodnot náhodné veličiny  $X$ . [11]

$$F(t) = P(X < t), \quad \forall t \in D \quad (1)$$

Hustota pravděpodobnosti  $f(t)$  je k distribuční funkci pro spojité náhodné veličiny ve vztahu [11]:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}, \forall t \in D \quad (2)$$

Hustota pravděpodobnosti  $f(t)$  spojité náhodné veličiny  $X$  pro celkový obsah plochy pod křivkou je roven jedné. [11]

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (3)$$

Pravděpodobnostní funkce  $P(t)$  u nespojité náhodné veličiny slouží k určení pravděpodobnosti, že náhodná veličina  $X$  nabude hodnoty  $x$  a popisuje její rozdělení. U spojité náhodné veličiny, není praktici možnost, že nabude konkrétní hodnotu. [11]

$$P(t) = P(X = t), x \in D \quad (4)$$

Z nespojité náhodné veličiny  $X$  pravděpodobnostní funkce  $P(t)$  lze určit funkci  $F(t)$  a naopak. [11]

$$F(a) = \sum_{t \leq a, t \in D} P(t) \quad (5)$$

Výpočtem rozdílu hodnot distribuční funkce spojité náhodné veličiny  $X$  v krajních bodech se určí pravděpodobnost, zda nabude hodnoty z určitého intervalu  $(t_1, t_2)$ . [11]

$$P(t_1; t_2) = P(t_1 < X < t_2) = F(t_2) - F(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad (6)$$

### 3.1 Náhodná veličina

Výsledky náhodných pokusů jsou převážně vyjadřovány číselně. Například, když padne při hodu kostkou číslo 1, pak není tato hodnota konstantní, ale vlivem náhody se mění. [13]

Definice náhodné veličiny: „*Náhodná veličina je reálná funkce  $X(\omega)$  definovaná na množině elementárních jevů  $\Omega$ . Každému elementárnímu jevu  $\omega$  z množiny elementárních jevů  $\Omega$  přiřazujeme právě jedno reálné číslo  $X(\omega) = x$ . Obor hodnot náhodné veličiny  $X$  je množina  $M = \{x = X(\omega): \omega \in \Omega\}$ .“ [13]*

Jak už bylo zmíněno, náhodné veličiny se značí velkými písmeny z konce abecedy  $X, Y$  a jejich konkrétní hodnoty značíme malými písmeny  $x, y$ . [13]

Náhodná veličina je například životnost výrobku, kdy může získat nějakou nezápornou

hodnotu, doba čekání na obsluhu, u které je  $M = (0, \infty)$  a počet poruch během 100 hodin provozu, kde  $M = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ . [13]

### 3.2 Bezporuchovost

Způsob popisu náhodné veličiny je bezporuchovost nebo-li doba do poruchy používaná u komponentů technických systémů. Měří se v určitých cyklech, hodinách, dnech, měsících. Kvantitativní údaje jsou data o dobách do poruchy a platí za určitých podmínek. Pokud se změni tyto podmínky, pak se s vysokou pravděpodobností změní i doba do poruchy. [14]

Prodejci elektronického zboží používají jako parametr ukazatel intenzity poruch failure rate, který udává pravděpodobnost poruchy za jednotku doby od určitého okamžiku. [14]

Ke stanovení takového parametru za předpokladu spojitě sledované veličiny musíme znát modelové teoretické rozdělení, které může být popsáno funkcí hustoty pravděpodobnosti nebo distribuční funkcí. [11] [14]

Pravděpodobnost bezporuchového stavu vyjadřující, že do doby  $t$  nenastane porucha u daného prvku.  $F(t)$  je distribuční funkce spojitě náhodné veličiny. [11]

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (7)$$

### 3.3 Střední doba do poruchy

Střední doba do poruchy slouží k hodnocení spolehlivosti elektrického zařízení. [15]

$$MTTF = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (8)$$

V normě ČSN EN 61649, která se zabývá Weibullovou analýzou jsou uvedeny jednotlivé hodnoty funkce  $\Gamma(z)$ . [15]

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (9)$$

### 3.4 Vanová křivka

Za náhodný jev považujeme vznik poruchy výrobku během svého života. Schopnost zachovat požadované vlastnosti za definovaných provozních podmínek ve stanovených mezích se rozumí jako spolehlivost součástky, která závisí na konstrukčním řešení, vlastnostech použitých materiálů, použitých technologií, podmínek provozu, skladování, přeprava. [16]

Spolehlivost součástky se udává číselnou hodnotou. K popisu spolehlivosti elektrických součástek je ukazatel intenzity poruch  $\lambda(t)$ . Pokud  $X$  představuje dobu do poruchy nějaké součástky, intenzita  $\lambda(t)$  vyjadřuje, že pokud do času  $t$  nedošlo k poruše, tak

pravděpodobnost, že k ní dojde v následujícím okamžiku  $h$ , je přibližně  $\lambda(t)h$ . [16][17]

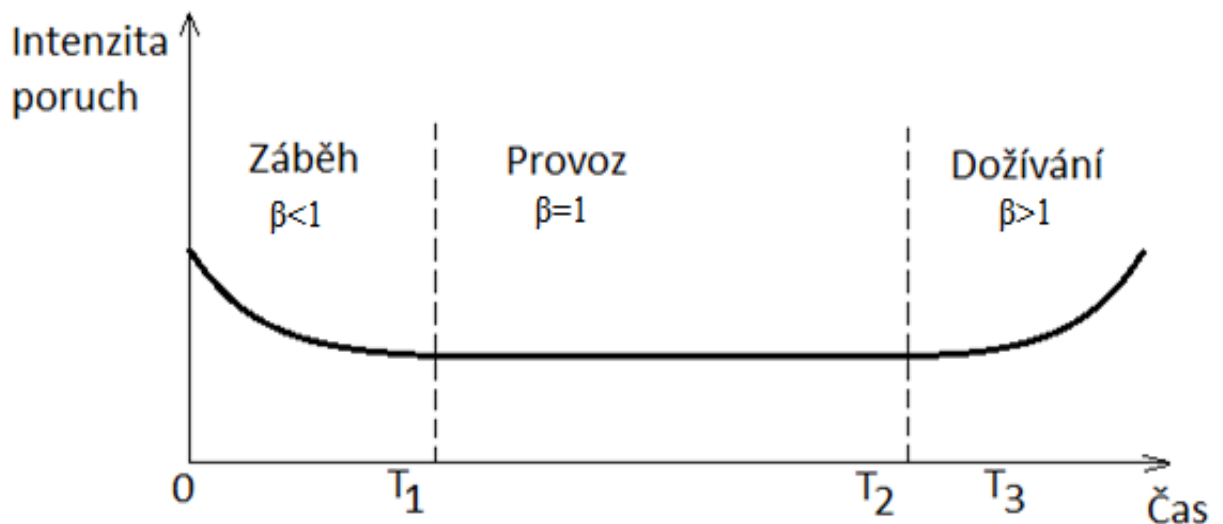
$$\lambda(t) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{P[X \in (t, t+h) | X > t]}{h} = \frac{f(t)}{1-F(t)} \quad (10)$$

Za typický průběh intenzity poruch v závislosti na čase života výrobku považujeme vanovou křivku, která se dělí na tři úseky. [16]

Interval  $\langle 0, T_1 \rangle$  je období časných poruch kdy zařízení se dostává do provozu (záběh). Intenzita poruch postupně klesá a spolehlivost zařízení se zlepšuje. Příčiny poruch, které se v této fázi projevují, jsou způsobeny nedokonalostí konstrukce, neshodami a nedokonalostmi ve výrobě nebo vstupech, nevhodnost pro podmínky použití. Vznikem poruch se tyto skryté nedostatky při provozním zatížení rychle projeví. [16] [18] Weibullovo rozdělení se nachází v tomto intervalu u  $\beta < 1$ .

Interval  $\langle T_1, T_2 \rangle$  je období normálního života kdy zařízení je v provozu. Intenzita poruch je nízká a zpravidla konstantní. Poruchy vznikají působením náhodných událostí, nedodržení provozních podmínek a podmínek přepravy nebo skladování. [16] [18] Weibullovo rozdělení se nachází v tomto intervalu u  $\beta = 1$ .

Interval  $\langle T_2, T_3 \rangle$  je období dožívání a likvidace. Intenzita poruch se zvyšuje a typická příčina poruch je únava, stárnutí a opotřebení. [16] [18] Weibullovo rozdělení se nachází v tomto intervalu u  $\beta > 1$ .



Graf 3.1 Vanová křivka

### 3.5 Normální rozdělení

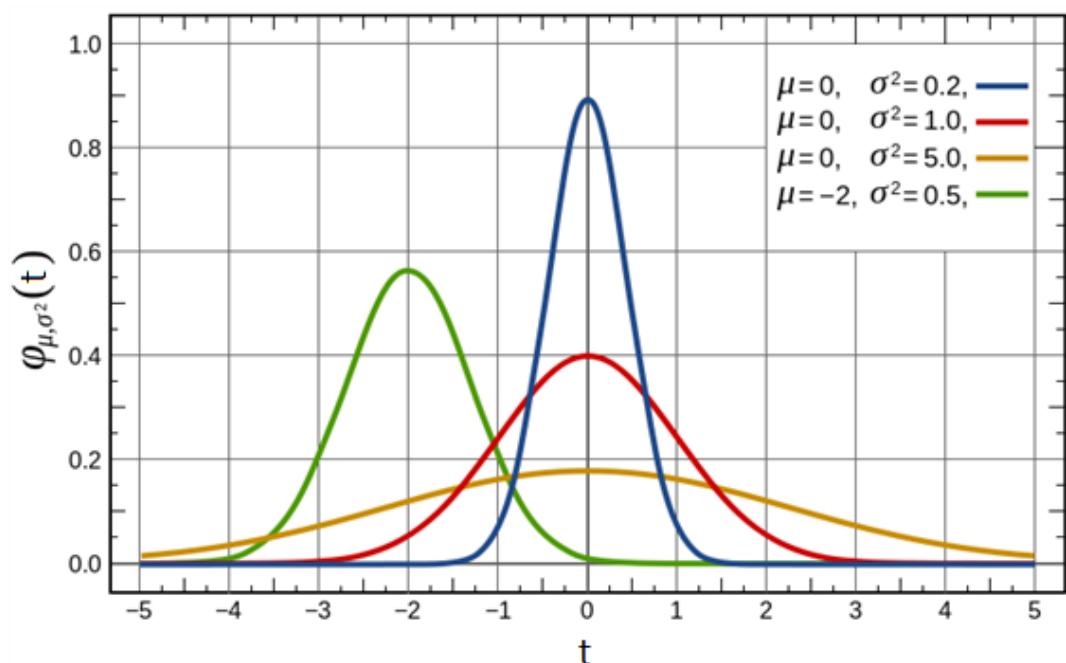
Patří mezi nejvíce používané rozdělení pro spojité náhodné veličiny. Původně bylo normální (Gaussovo) rozdělení odvozeno pro analýzu chyb měření. Používá se tam kde je kolísání náhodné veličiny způsobené součtem velkého počtu malých a vzájemně nezávislých vlivů. Vznik odchylky od skutečné měřené hodnoty má za následek náhodné a nekontrolovatelné vlivy. Toto rozdělení má dva parametry a označuje se  $N(\mu; \sigma^2)$ . Parametr  $\mu$  je střední hodnota, která se pohybuje v intervalu od  $(-\infty, \infty)$ . Parametr  $\sigma \in (0, \infty)$  je rozptyl náhodné veličiny a určuje šířku pásma, kde se náhodné veličiny  $X$  vyskytují s pravděpodobností  $P = 68,268\%$ . [11] [13]

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

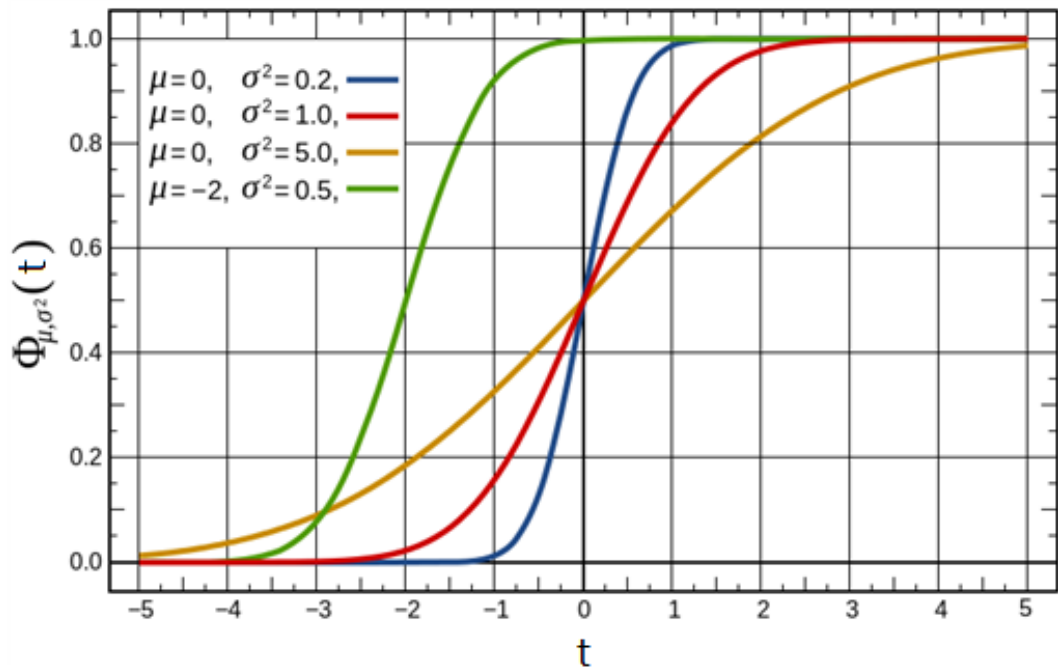
$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (12)$$

Normální rozdělení se používá k určování doby do poruchy zařízení, které se během provozu opotřebovávají. Koresponduje s poslední třetí částí vanové křivky – období častých poruch. [11]

Graf hustoty normálního rozdělení je Gaussova křivka. Obě funkce jsou závislé na parametru  $\sigma^2$ . [13]



Graf 3.2 Graf hustoty funkce normálního rozdělení  $N(\mu, \sigma^2)$ , převzato [19]



Graf 3.3 Graf distribuční funkce normálního rozdělení  $N(\mu, \sigma^2)$ , převzato [19]

Vznik normálního rozdělení si můžeme představit takto: kdyby nebylo náhodných vlivů, pak by nějaká sledovaná veličina měla konstantní hodnotu  $\mu$ . Pokud bude na sledovanou veličinu působit velké množství drobných a nezávislých náhodných vlivů  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , jejichž hodnoty kolísají kolem nuly (řada impulzů působících na zařízení). Předpokládáme, že tyto náhodné vlivy se přičítají a tedy i sledovaná veličina se stane náhodnou. [20]

Jelikož rozdělení koresponduje s třetí částí vanové křivky (dožívání) kde se intenzita poruch zvyšuje, pak by se dalo toto rozdělení použít v elektrotechnice u starších nebo opotřebovaných zařízení, strojů (transformátory, synchronní nebo asynchronní stroje, relé atd), u chyb měření, odchylky rozměru výrobku od požadované hodnoty.

### 3.6 Normované normální rozdělení

Speciálním případem normálního rozdělení je normované normální rozdělení. Střední hodnota  $\mu=0$  a rozptyl  $\sigma^2=1$ , značí se tedy  $N(0;1)$ . Má symetrickou hustotu pravděpodobnosti. [11]

Hustota pravděpodobnosti:

$$f(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (13)$$

Distribuční funkce:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (14)$$

Odečtením střední hodnoty od náhodné veličiny a vydělením tohoto rozdílu směrodatnou odchylkou je normování náhodné veličiny. [13]

$$x = \frac{X - E(X)}{\sigma(X)} \quad (15)$$

U modelování poruch sledovaných prvků třetí části vanové křivky se přidává působení stárnutí  $R_2$  ke konstantní intenzitě poruch popisované exponenciálním rozdělením  $R_1$ . Doba poruchy má definiční obor  $\langle 0, T \rangle$ . [11]

Rozeznáváme dva typy poruch z hlediska bezporuchovosti.

$$R(t) = R_1(t)R_2(t) \quad (16)$$

A intenzita poruch

$$\lambda(t) = \lambda_1(t)\lambda_2(t) \quad (17)$$

Křivka normovaného rozdělení je prakticky shodná s tvarem normálního rozdělení a liší se pouze s posunem na ose x (směrodatná odchylka  $\sigma=1$ ). [20]

### 3.7 Exponenciální rozdělení

Spojitá náhodná veličina  $X$  vyjadřuje dobu mezi dvěma realizacemi jevu. Dvouparametrické rozdělení  $E(A, \delta)$ , kde  $A$  je počáteční doba před kterou nemůže dojít ke sledovanému jevu a parametr  $\delta$  je nositelem informace o variabilitě sledované veličiny. Místo parametru  $\delta$  se často používá  $1/\lambda$ . [11] [12] [13] [21]

Hustota pravděpodobnosti:

$$f(t) = \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t-A}{\delta}} \text{ pro } t > A \quad (18)$$

$$f(t) = 0 \text{ pro } t \leq A \quad (19)$$

Distribuční funkce:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t-A}{\delta}} \text{ pro } t > A \quad (20)$$

$$F(t) = 0 \text{ pro } t \leq A \quad (21)$$

Pro  $x > 0$  je toto rozdělení klesající funkcí a tvar závisí na parametru  $\delta$ .

Ve střední části vanové křivky je intenzita poruch konstantní. [11]

$$\lambda(t) = \lambda = konst \quad (22)$$

Pravděpodobnost poruchy

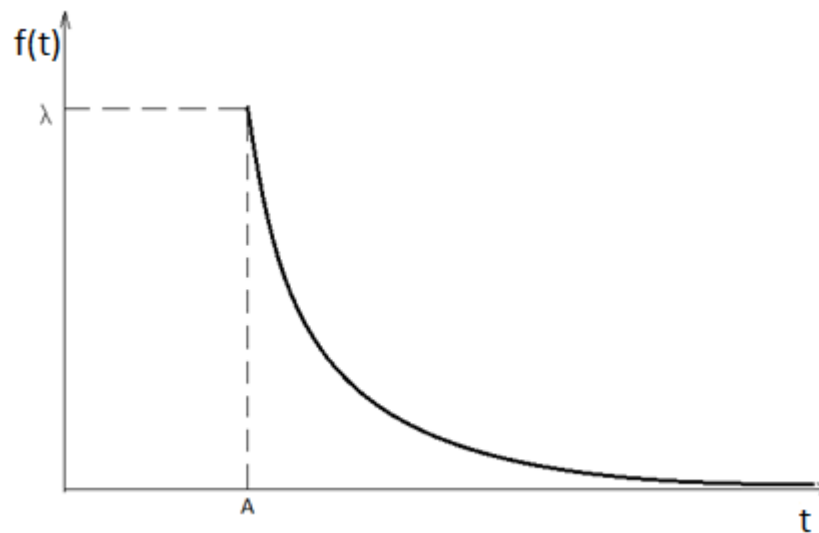
$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(u) du} \quad (23)$$

Bezporuchový stav

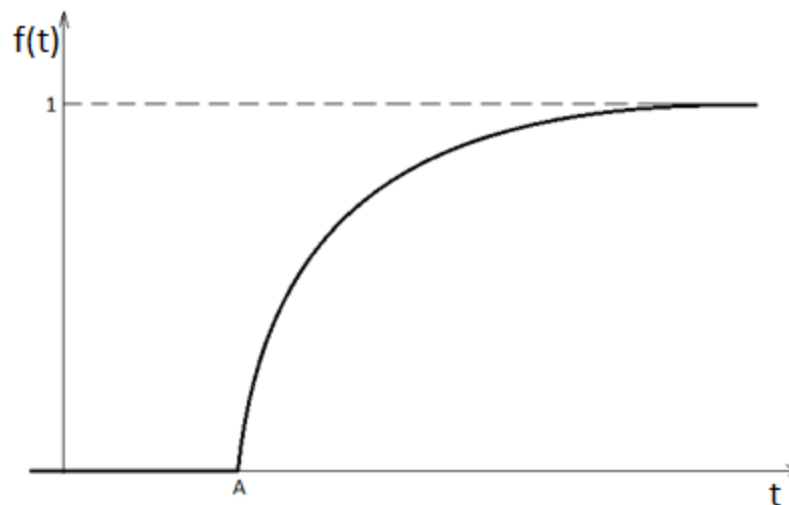
$$Q(t) = 1 - F(t) \quad (24)$$

Střední doba bezporuchového stavu

$$T_s = \int_0^{\infty} Q(t) dt = \frac{1}{\lambda} \quad (25)$$



Graf 3.4 Graf hustoty funkce exponenciálního rozdělení



Graf 3.5 Graf distribuční funkce exponenciálního rozdělení



Exponenciální rozdělení se používá pro dobu čekání do nastoupení určitého jevu. Pravděpodobnost, že zařízení, které pracovalo po dobu  $a$  bez poruchy, bude pracovat ještě dalších  $x$  hodin bez poruchy je stejná jako pravděpodobnost, že bude pracovat alespoň  $x$  hodin zařízení, které nebylo zatím v provozu. Pokud nenastala porucha po dobu  $a$  hodin, nemění to pravděpodobnost výskytu poruchy v příštích  $x$  hodinách. [22]

Exponenciální rozdělení se používá u modelování druhé části vanové křivky. V této části vanové křivky je normální období života zařízení a intenzita poruch je zde nízká. Popisuje rozdělení života zařízení, u kterého dochází k poruše z náhodných příčin, nikoliv následkem opotřebení nebo únavou materiálu. V elektrotechnice je možné použít rozdělení například pro venkovní vedení kdy doba  $t$  (v letech) je mezi dvěma poruchami.

### 3.8 Rayleighovo rozdělení

$$X = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} \quad (26)$$

Náhodná veličina představuje vzdálenost bodu  $(X_1; X_2)$  od počátku  $(0;0)$ . Náhodné veličiny  $X_1$  a  $X_2$  jsou nezávislé a mají normální rozdělení  $N(0; \sigma^2)$ . Pokud jsou náhodné veličiny převedeny do normované normální veličiny  $U_1$  a  $U_2$ . [11] [23]

$$X = \sigma \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sigma \sqrt{X^2} \quad (27)$$

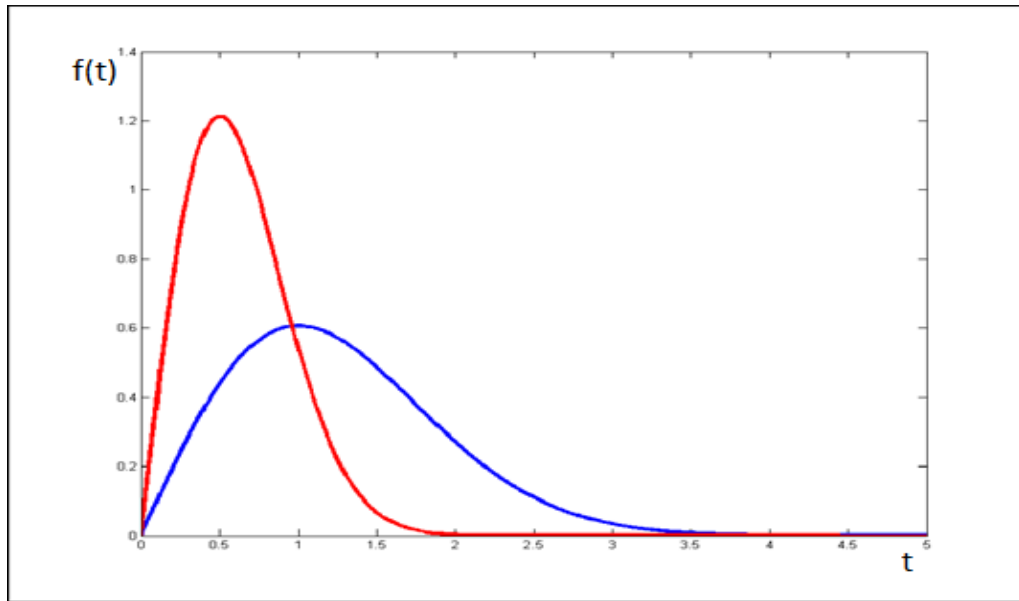
Hustota pravděpodobnosti:

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (28)$$

Distribuční funkce

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \text{ pro } t \in \langle 0; \infty \rangle \quad (29)$$

$\sigma^2$  je parametr měřítka,  $\sigma^2 > 0$



Graf 3.6 Graf hustoty funkce Rayleighova rozdělení pro dvě různé hodnoty rozptylu, převzato [24]

Rayleighovo rozdělení je speciálním případem Weibullova rozdělení. Počítá s tím, že poruch přibývá s postupem času. [25]

Jelikož Weibullovo rozdělení je pro  $\beta=2$  identické s Rayleighovo rozdělením a řekli jsme si, že u vanové křivky  $\beta>1$  je v intervalu  $\langle T_2, T_3 \rangle$  (dožívání), pak by se dalo toto rozdělení použít stejně jako normální rozdělení u starších nebo opotřebovaných zařízení, strojů u kterých je zvýšená intenzita poruch.

### 3.9 Weibullovo rozdělení

Weibullovo rozdělení závisí dle [11] [26] na třech parametrech. Parametr tvaru, polohy a měřítka.

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\eta}} \quad (30)$$

**Parametr tvaru  $\beta$**  ovlivňuje tvar funkce hustoty pravděpodobnosti. Pokud  $\beta = 1$  pak Weibullovo rozdělení je stejné jako exponenciální, pro  $\beta = 2$  je identické k Rayleighovu rozdělení,  $\beta = 2,5$  aproximuje lognormální rozdělení a pro  $\beta = 3,6$  aproximuje normální rozdělení.

**Parametr polohy  $\gamma$**  udává minimální dobu, po které může nastat porucha. Těž se označuje jako prahový parametr.

**Parametr měřítka  $\eta$**  mění měřítko časové osy například z hodin na dny, z dní na měsíce.

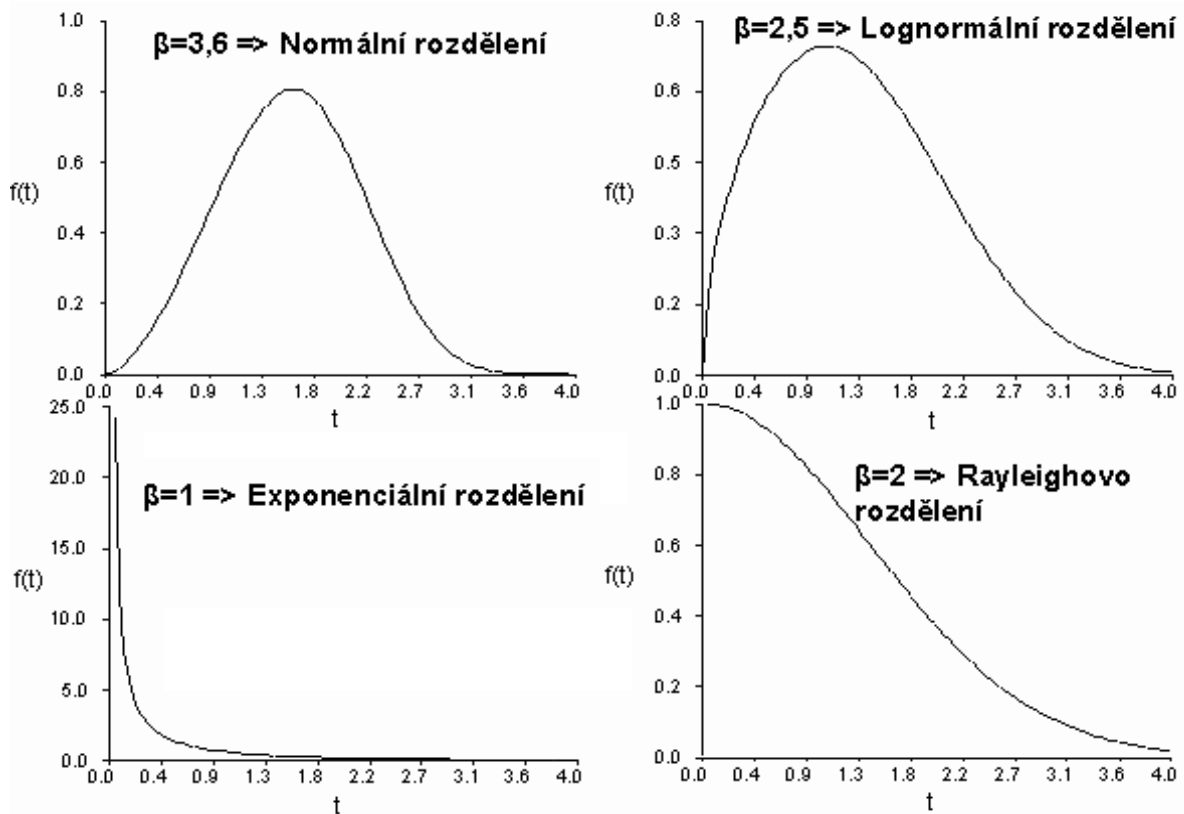
Kromě tříparametrového rozdělení se také používá dvouparametrové a jednoparametrové rozdělení. U dvouparametrového rozložení je  $\gamma = 0$  a tím vznikne tvar:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{(t)^\beta}{\eta}} \quad (31)$$

U jednoparametrového rozložení je  $\gamma = 0$  a  $\beta = \text{konst.}$ :

$$f(t) = \frac{\text{konst}}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\text{konst}-1} e^{-\frac{(t)^{\text{konst}}}{\eta}} \quad (32)$$

Díky této flexibilitě je možné modelovat jednotlivé fáze typické vanové křivky a používat Weibullovo rozdělení například pro časy do poruchy elektronických součástek, zařízení u kterých nastane porucha při poškození nejslabšího komponentu, čas do poruchy objektů, které jsou opotřebený. [11] [26]



Graf 3.7 Graf hustoty pravděpodobnosti pro různé parametry tvaru při konstantním parametru měřítka  $\eta=2$  a parametru umístění  $\gamma=0$ . Převzato [26]

Pravděpodobnost výrobku, že přežije, až do okamžiku  $t$  udává **distribuční funkce**. Distribuční funkci lze určit z hustoty pravděpodobnosti a naopak. [26]

$$F(t) = P[T \leq t] = \int_0^t f(t) dt \quad (33)$$

Metoda maximální věrohodnosti se nejčastěji používá pro odhad jednotlivých parametrů Weibullova rozdělení. Zda lze pro modelování vlastností zařízení použít Weibullovo rozdělení se používá pravděpodobnostní graf pro vizuální kontrolu. [11] [27].

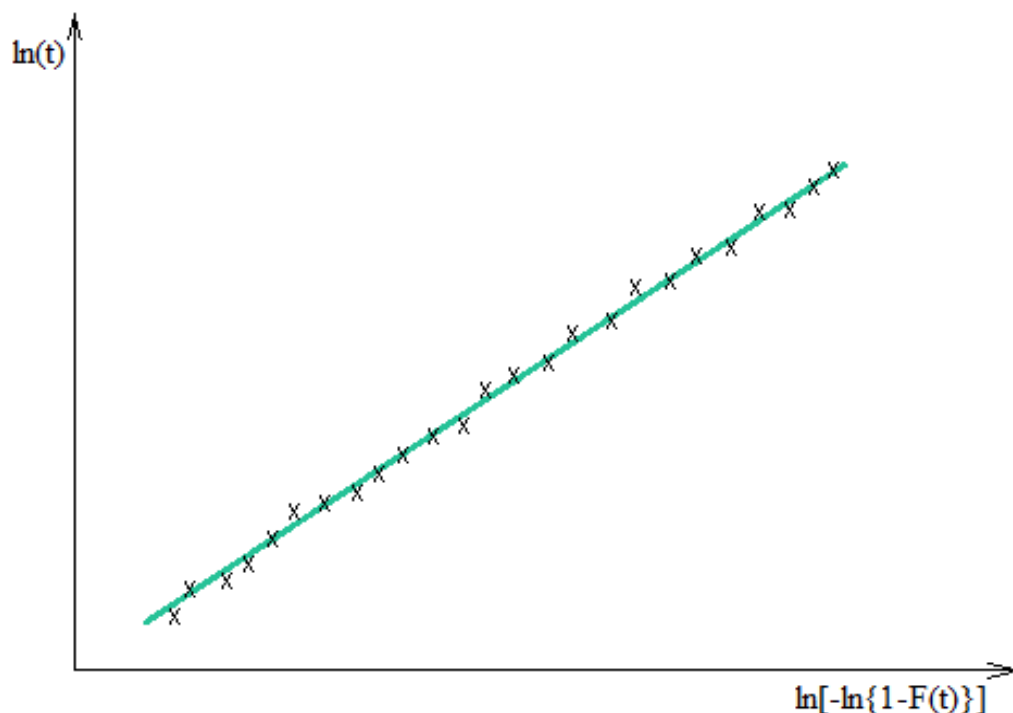
**Pravděpodobnostní graf** má za pomoci přirozených logaritmů speciálně transformovaná měřítka os. Nelineární kumulativní distribuční funkce poté přechází ve funkci lineární. Na osu x se vynáší v logaritmickém měřítku doby do poruchy a na osu y se vynáší ve dvojitým logaritmickém měřítku kumulativní pravděpodobnost. [15] [26]

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) \quad (34)$$

Bernardova aproximace je použita pro výpočet  $F(t)$  kde  $i$  je pořadová pozice datové položky a  $n$  je rozsah výběru. [15][27]

$$F_i(t) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \quad (35)$$

Weibullovo rozdělení lze využít pro statistické modelování, pokud v jedné přímce leží empirická data. [26]



Graf 3.7 Weibullův pravděpodobnostní graf

**Metoda maximální věrohodnosti** je nejčastěji využívaná metoda pro odhad parametrů. Kromě této metody se také používá metoda nejmenších čtverců nebo metoda momentů. Výhodou metody maximální věrohodnosti je odhad parametrů z datových souborů se složitými mechanizmy cenzurování. Cenzurovaná data představují neúplný náhodný výběr. Nevýhodou je u malých rozsahů výběru nadhodnocování jednotlivých parametrů. Pro odhad

se používají softwary Matlab, Statistica atd. [15] [28] [29] [30]

Pokud jako soubor náhodných veličin jsou známá data ve tvaru  $t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ , stejně rozdělených do hustoty pravděpodobnosti  $f(t, \theta)$ , pak je možné použít věrohodností funkci  $L(\theta)$  pro odhad jednotlivých parametrů pro úplná data. [29]

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \quad (36)$$

Práce se součtem je mnohem jednodušší než práce se součinem při zachování polohy extrému funkce a proto se často využívá místo  $L(\theta)$  jejího přirozeného logaritmu. [28] [29] [30]

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(t_i, \theta) \quad (37)$$

Maximálně věrohodný odhad  $\hat{\theta}$  parametrů  $\theta$  odpovídá maximum funkce  $L(\theta)$ . Za pomoci parciální derivace přirozeného logaritmu lze vypočítat příslušná maxima věrohodností funkce. [28] [29]

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_j} = 0 \quad (38)$$

Stejným způsobem se postupuje pro cenzurovaná data, s výjimkou formulace vztahu pro odhad jednotlivých parametrů. Celkový počet dat je značen  $n$  a počet cenzurovaných dat je  $m$ . [31]

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \theta) \prod_{j=1}^m R(t_j, \theta) \quad (39)$$

Výsledná soustava rovnic pro Weibullovo rozdělení je dána rovnicemi. [32]

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln(t_i) - \frac{1}{\eta} \sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln(t_i) = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \eta} = -\frac{n}{\eta} + \frac{1}{\eta^2} \sum_{i=1}^n t_i^\beta = 0 \quad (41)$$

Řešením této soustavy rovnic lze získat tvary rovnic, pomocí kterých je možné vypočítat maximálně věrohodné obrazy parametrů  $\hat{\beta}$  a  $\hat{\eta}$ . Výsledné vztahy jsou též uvedeny v normě ČSN EN 61649 [15].

$$\frac{1}{\beta} = \left[ \sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln(t_i) \right] \left[ \sum_{i=1}^n t_i^\beta \right]^{-1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \quad (42)$$

$$\hat{\eta} = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \right]^{1/\hat{\beta}} \quad (43)$$

### 3.10 Maxwellovo rozdělení

V tomto rozdělení pracujeme s třírozměrným prostorem, vzdáleností bodů ( $X_1, X_2, X_3$ ) od počátku. [11]

$$X = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2} \quad (44)$$

Tři stupně volnosti  $\nu=3$ .

$$f(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{t^2}{\sigma^3} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \text{ pro } x > 0 \quad (45)$$

### 3.11 Poissonovo rozdělení

Poissonovo rozdělení modeluje počet událostí v čase, nebo pokud k některým událostem nebo výskytům dochází jednotlivě, nezávisle na sobě a s malou pravděpodobností v geometrické oblasti o pevné velikosti  $v$ . Popisuje výskyt izolovaných jevů na pozadí času, délky, množství atd. Parametr  $\lambda > 0$  udává střední počet událostí. [11] [13]

$$p(m, \tau) = \frac{1}{m!} \lambda^m \tau^m e^{-\lambda \tau} \quad (46)$$

Náhodná veličina udávající v určitém časovém intervalu výskyt sledovaného jevu musí splňovat následující podmínky: jev může nastat v jakémkoliv časovém okamžiku; počet výskytu jevu závisí během časového intervalu jen na jeho délce (nezávisí na tom, kolikrát jev nastal před jeho počátkem); střední hodnota počtu výskytu jevu za časovou jednotku je rovna  $\lambda$ ; pravděpodobnost, že nastal více než jednou jev v intervalu  $t$ , konverguje k rychleji než  $t$ . [22]

V praxi se používá exponenciální rozdělení pro počet vadných výrobků ve velké sérii, je-li pravděpodobnost vadného výrobku velmi malá nebo pro počet poruch přístroje za směnu. [22]

### 3.12 Použití Weibullova rozdělení

Vybral jsem si Weibullovo rozdělení k praktickému využití, protože je jedním z nejpoužívanějších rozdělení v teorii spolehlivosti. Je možné s tímto rozdělením modelovat všechny části vanové křivky díky flexibilitě veličin a dalo by se za pomoci tohoto rozdělení vyjádřit například normální, exponenciální, Rayleighovo rozdělení a proto jeho výhodou je u posuzování bezporuchovosti technických objektů možnost nahrazení tří různých rozdělení jen jedním vztahem.

Weibullovo rozdělení nalézá uplatnění na otázky typu: Kolik poruch lze očekávat za určitých podmínek; jak spolehlivá co se týče bezporuchovosti je stávající konstrukce a technologie v porovnání s inovovanou konstrukcí nebo technologií [26]. Proto je toto rozdělení v elektrotechnice hodně využíváno. Je vhodným modelem pro úlohy, kdy zkoumáme životnost nějakého zařízení.

Exponenciálnímu rozdělení se také říká rozdělení bez paměti a Weibullovo rozdělení se používá všude tam, kde není vhodné použití rozdělení bez paměti. Jedná se o zařízení, kde se projevuje mechanické opotřebení a únava materiálu. Díky simulacím pak lze vyměnit zařízení dříve, než selže.

Nevýhodou tohoto rozdělení je složitost výpočtů jednotlivých parametrů.

## 4 Experiment

V tomto experimentu byly podrobeny elektrické degradaci dvě sady testovacích vzorků pomocí sinusového napětí o frekvenci 50 Hz. Vzorky se skládaly z elektroizolačního systému olej-papír, jako pevná složka byl použit transformátorový papír 22 HCC Dennison o rozměrech 100 x 100 mm a tloušťce 0,5 mm a jako kapalná složka byl použit alternativní rostlinný olej FR3 od společnosti Cooper.

Jednotlivé vzorky byly před experimentem vysušeny. Pomocí zařízení pro řízenou degradaci vzorků byla provedena elektrická degradace sinusovým napětím a to při napětích 14,85 kV; 16,1 kV; 17,35 kV; 19,85 kV. Měřeným parametrem u jednotlivých vzorků byly doby do průrazu při zvolených hladinách napětí.



Obr. 4.1 Zařízení pro řízenou degradaci

Za pomoci vizuální kontroly Weibullova pravděpodobnostního grafu bylo ověřeno, zda pro samotnou analýzu modelování vlastností lze použít Weibullova rozdělení. Osy Weibullova pravděpodobnostního grafu mají speciálně transformovaná měřítka pomocí přirozených logaritmů. Nelineární kumulativní funkce poté přechází ve funkci lineární. Na osu  $x$  se vynáší v logaritmickém měřítku doby do poruchy a na osu  $y$  se vynáší ve dvojitým logaritmickém měřítku kumulativní pravděpodobnost, viz vzorec (34). [15][26]

Bernardova aproximace je použita pro výpočet  $F(t)$  kde  $i$  je pořadová pozice datové položky a  $n$  je rozsah výběru, viz vzorec (35). [15][27]

Lze říct, že lze modelovat za pomoci Weibullova rozdělení pokud jednotlivá empirická data leží v jedné přímce. Směrnice přímky poté určuje parametr tvaru  $\beta$  a absolutní člen přímky určuje parametr měřítka  $\eta$ . Podrobnější popis a odvození je popsáno v ČSN EN 61649 [15].

Z Weibullova pravděpodobnostního grafu pro hodnoty napětí 14,85 kV, 16,1 kV, 17,35 kV a 19,85 kV viz grafy (7.1), (7.2), (7.3), (7.4) je vidět, že lze statisticky modelovat za pomoci Weibullova rozdělení.

Za pomoci programu Matlab byly vypočítány jednotlivé parametry  $\beta$ ,  $\eta$ , střední hodnota mezi poruchami MTTF a vykresleny grafy konfidenční meze. V tabulce 4.1 jsou vypsány hodnoty parametru  $\eta$ , MTTF,  $\beta$  a je vidět, že při větší hodnotě napětí je i větší hodnota parametru  $\beta$ . Pokud je u vanové křivky  $\beta$  větší než 1 pak se dostáváme do třetí části



(dožívání), kde bude větší intenzita poruchovosti vlivem stárnutí, opotřebení materiálu a největší intenzitu poruch pak bude mít tedy napětí 19,85 kV kde  $\beta=3,6561$ . Za pomoci programu Excel byly vykresleny grafy hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce. U grafů hustoty pravděpodobnosti viz graf (7.9), (7.10), (7.11), (7.12), jsou vidět časové intervaly, kdy může nastat porucha a u grafů distribuční funkce viz graf (7.13), (7.14), (7.15), (7.16), je vidět v jaké maximální době nastane porucha. U napětí 14,85 kV by měl vzorek vydržet až 640 hodin, zatím co u napětí 19,85 kV vydrží vzorek jen 160 hodin.

Tab. 4.1 Hodnoty parametrů testovacích vzorků pro určitá napětí

Úroveň zatížení	Maximálně věrohodný odhad parametru $\hat{\beta}$	Maximálně věrohodný odhad parametru $\hat{\eta}$	Střední hodnota mezi poruchami MTTF
14,85 kV	1,3268	18014,798	16571,952
16,1 kV	1,4085	6245,905	5687,295
17,35 kV	2,3915	2419,671	2143,083
19,85 kV	3,6561	95,0453	85,718

Konfidenční meze nám vykreslují, kde se nachází jednotlivé hodnoty. Na ose x se vynáší parametr  $\beta$  a na osu y se vynáší parametr  $\eta$  viz graf (7.5), (7.6), (7.7), (7.8)

## 5 Závěr

V této práci jsem se zabýval statistickým rozdělením a využitím v elektrotechnice. Převážně jsem se snažil zaměřovat na Weibullovo rozdělení.

V úvodní kapitole jsem se zaměřil na izolační soustavy transformátorů. Jsou zde suché, zalévané a kombinované izolace transformátorů a následně popsány materiály používané pro izolační systémy, jako je fluorid sírový, minerální, rostlinné a syntetické oleje. U organických esterů je zmínka o Midel 7131, který byl vyvinut kvůli nedostatku minerálních olejů u transformátorové techniky a má mnoho výhod jako je vysoký bod hoření, malý dopad na životní prostředí, velká odolnost proti vlhkosti a nevytváří se koroze.

Druhá kapitola je zaměřena na izolační systémy točivých strojů rozdělených na nízkonapěťové kde jsou popsány izolace drážek, izolace vodičů, impregnace drážek a vysokonapěťové izolační soustavy, které se provádí systémem VPI a Resin-Rich. V této kapitole jsou výhody, nevýhody, porovnání a možnosti využití Resin-Rich a VPI u strojů.

Ke statistickému rozdělení jsem se dostal ve třetí kapitole a teoreticky jsem jednotlivé nejpoužívanější modely pro elektrotechniku vypsals jako je normální, exponenciální, Poissonovo, Rayleighovo, Weibullovo rozdělení spolu s grafy hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce. V této kapitole jsou popsány jednotlivé intervaly vanové křivky a možnosti využití jednotlivých rozdělení v elektrotechnice, co je náhodná veličina a bezporuchovost. Weibullovo rozdělení se dá vyjádřit za pomoci proměnné veličiny  $\beta$  normální, exponenciální, Rayleighovo a další rozdělení.

Weibullovo rozdělení patří k nejpoužívanějšimu statistickému rozdělení, je s ním možné modelovat všechny tři části vanové křivky, a proto jsem si ho vybral k experimentu, ve kterém jsem testoval vzorky a jako měřený parametr byly doby do průrazu. V tomto experimentu vyšlo a z grafů je vidět, že při napětí 19,85 kV vzorek vydrží až 160 hodin zatím co při napětí 14,85 kV vydrží až 4x delší dobu. Při napětí 19,85 kV parametr  $\beta$  dosáhl hodnoty 3,6561 a při snižujícím se napětí byla hodnota parametru  $\beta$  menší a dalo by se říct, že je možné se snižujícím se napětí přiblížit se k hodnotě 1 a intenzita poruch by byla konstantní.

## 6 Seznam použité literatury

- [1] MENTLÍK, Václav. Dielektrické prvky a systémy. 1. vyd. Praha: BEN-technická literatura, 2006, 235 s. ISBN 80-730-0189-6.
- [2] SGB. Proč suché transformátory? [online]. [cit. 2015-03-10]. Dostupné z: <http://www.sgbsk.sk/download/clanky-v-tlaci/proc-suche-transformatory.pdf>
- [3] HASSDENTEUFEL, J. *Elektrotechnické materiály*. Bratislava: SNTL, 1971, 554 s.
- [4] REŇÁK, Ladislav. Elektrická vodivost alternativních elektroizolačních kapalin [online]. [cit. 2015-03-11]. Dostupné z: [http://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=40101](http://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=40101)
- [5] VAŠMUCIUS, Adam. Oleje aplikovatelné ve výkonových transformátorech [online]. [cit. 2015-03-11]. Dostupné z: [https://otik.uk.zcu.cz/xmlui/bitstream/handle/11025/4737/Vasmucius\\_Adam.pdf?sequence=1](https://otik.uk.zcu.cz/xmlui/bitstream/handle/11025/4737/Vasmucius_Adam.pdf?sequence=1)
- [6] DIVÍLEK, Petr. Analýza reologických vlastností rostlinných olejů a jejich složek [online]. [cit. 2015-04-20]. Dostupné z: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=85654](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=85654)
- [7] MIDEL. Properties of Midel Esters. [online] [cit. 2015-04-20]. Dostupné z: <http://www.midel.com/applications/distribution>
- [8] ŠIMON, Josef. Jak se dělá elektromotor. [online] [cit. 2015-03-12]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/res/pdf/42921.pdf> [20]
- [9] TUREK, Miroslav. Točivé stroje a jejich izolační systémy. [online] [cit. 2015-04-14] [https://otik.uk.zcu.cz/bitstream/handle/11025/10485/turekm\\_bakalarska\\_prace\\_tocive\\_stroje\\_a\\_jejich\\_izolacni\\_systemy\\_complete.pdf?sequence=1](https://otik.uk.zcu.cz/bitstream/handle/11025/10485/turekm_bakalarska_prace_tocive_stroje_a_jejich_izolacni_systemy_complete.pdf?sequence=1)
- [10] Vacuum Pressure Impregnation (VPI) Systems. [online] [cit. 2015-04-19]. Dostupné z: <http://www.wsf-industries.com/VPI.htm>
- [11] MENTLÍK, Václav. *Spolehlivostní aspekty elektrotechnologie*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2011, 118 s. ISBN 978-80-7300-412-5.
- [12] BUDÍKOVÁ, Marie, Maria KRÁLOVÁ a Bohumil MAROŠ. *Průvodce základními statistickými metodami*. 1. vyd. Praha: Grada, 2010, 272 s. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-3243-5.
- [13] NEUBAUER, Jiří, Marek SEDLAČÍK a Oldřich KŘÍŽ. *Základy statistiky: aplikace v technických a ekonomických oborech*. 1. vyd. Praha: Grada, 2012, 236 s. ISBN 978-80-247-4273-1.
- [14] NOVÁK, Rudolf. Analýza spolehlivosti v oblasti IT [online] [cit. 2015-05-20]. Dostupné z: [https://theses.cz/id/dnvmwp/downloadPraceContent\\_adipIdno\\_11870](https://theses.cz/id/dnvmwp/downloadPraceContent_adipIdno_11870)

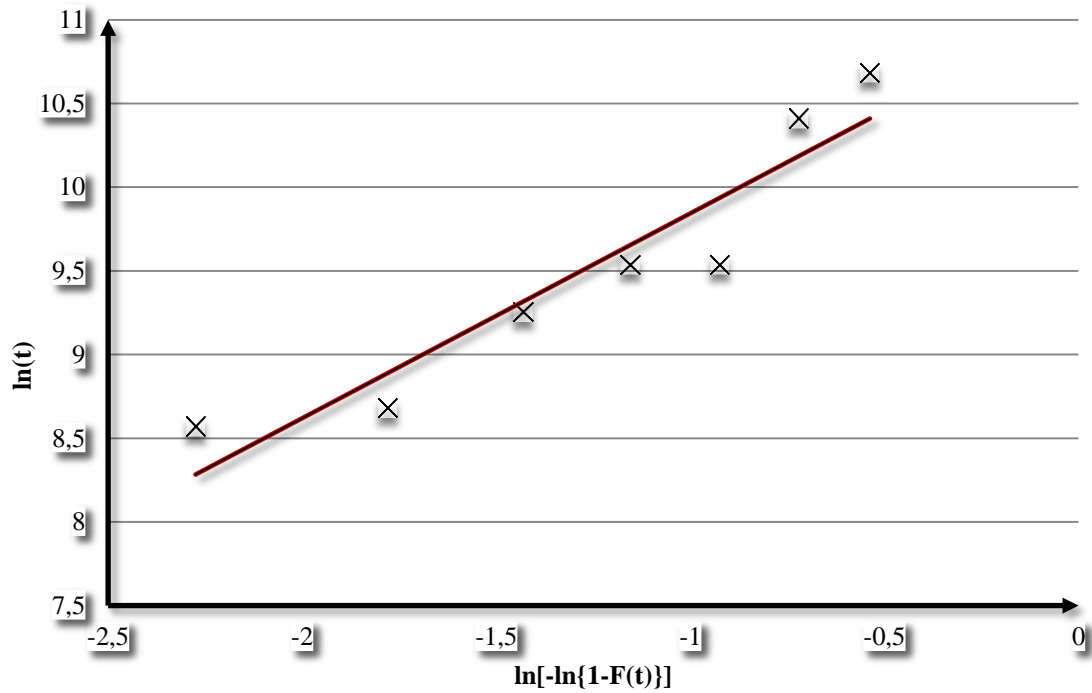
- [15] ČSN EN 61649. Weibullova analýza. Praha: úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2009.
- [16] NOVOTNÝ, Radovan. Analýzy vad při zabezpečování spolehlivosti elektronických součástek [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/01028/index.html>
- [17] FRIESL, Michal. Intenzita poruch [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://home.zcu.cz/~friesl/hpsb/int.html>
- [18] Spolehlivost a životní cyklus vozidel [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://www.elearn.vsb.cz/archivcd/FS/TU/TU/1kapitola.pdf>
- [19] Distribuční funkce [online] [cit. 2015-04-24]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Distribu%C4%8Dn%C3%AD\\_funkce](http://cs.wikipedia.org/wiki/Distribu%C4%8Dn%C3%AD_funkce)
- [20] BEDNÁŘOVÁ, Iveta, Vladimír Večerek. Základy statistiky pro studující veterinární medicíny a farmacie [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://cit.vfu.cz/stat/fv1/Skripta.pdf>
- [21] REIF, Jiří. *Metody matematické statistiky*. 2. upr. vyd. V Plzni: Západočeská univerzita, Fakulta aplikovaných věd, 2004, 287 s. ISBN 80-7043-302-7.
- [22] GLUCKSMANNOVÁ, Radka. Pravděpodobnostní modely kolem nás. [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://home.ef.jcu.cz/~mrkvicka/vyuka/Pmkn.pdf>
- [23] ŽVÁČEK, Jiří. Rayleighovo rozdělení [online] [cit. 2015-04-25]. Dostupné z: <http://www.eistat.cz/teorie/rozdeleni/spojita/rayleigh/index.htm>
- [24] Rayleighovo a Riceovo rozdělení [online] [cit. 2015-04-25]. Dostupné z: [http://www.urel.feec.vutbr.cz/MTRK/?Komunika%E8n%ED\\_kan%E1ly:Model\\_r%E1diov%E9ho\\_kan%E1lu:Rayleighovo\\_a\\_Riceovo\\_rozd%EClen%ED](http://www.urel.feec.vutbr.cz/MTRK/?Komunika%E8n%ED_kan%E1ly:Model_r%E1diov%E9ho_kan%E1lu:Rayleighovo_a_Riceovo_rozd%EClen%ED)
- [25] NOVOTNÝ, Pavel. Knihovna pro generování pseudonáhodných čísel. [online] [cit. 2015-05-17]. Dostupné z: <http://programator.pro/pages/pseudorandom/dokumentace.html>
- [26] NOVOTNÝ, Radovan. Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti. [online] [cit. 2015-04-24]. Dostupné z: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/02017/index.html>
- [27] POLSTEROVÁ, Helena. Spolehlivost v elektrotechnice. Brno, 2005. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně.
- [28] KAHOUNOVÁ, Jana. Odhad funkce přežití. *Acta Oeconomica Pragensia*. 2007, roč. 15, č. 1.
- [29] MELOUN, Milan. Statistické zpracování experimentálních dat. Praha: PLUS, 1994. ISBN 80-85297-56-6.
- [30] NAGY, Ivan a Jitka KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematická Statistika*. Praha: Ústav teorie

informace a automatizace AV ČR, 2004.

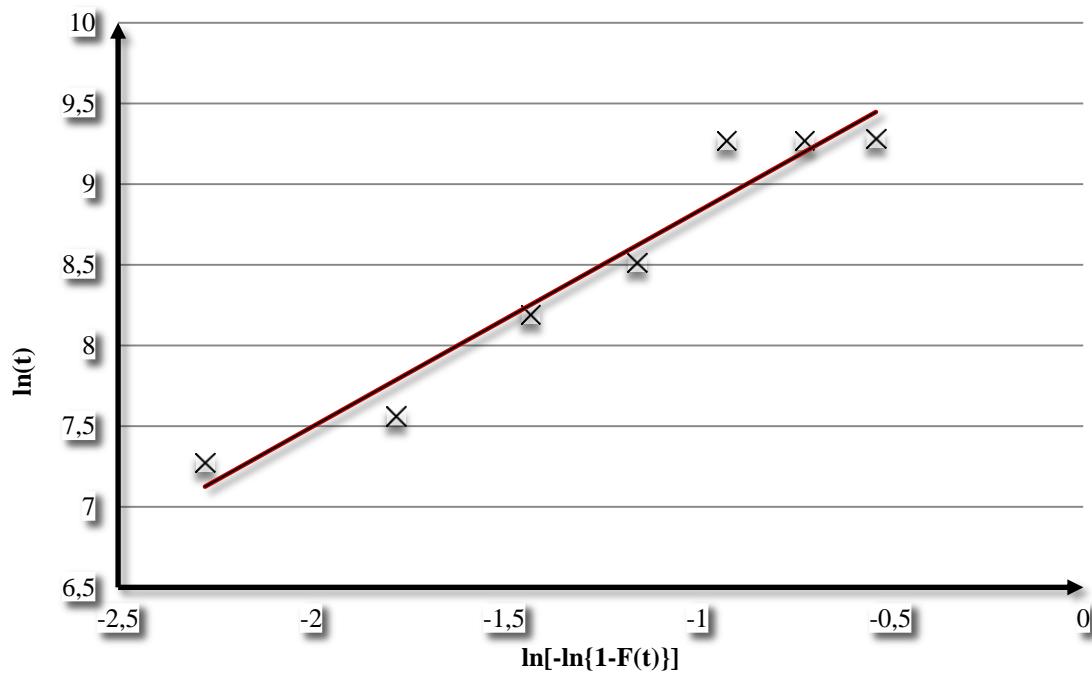
[31] GROEBEL, David J. a Feng-Bin SUN, Determination and Interpretation of Activation Energy Using Accelerated-Test Data. 2001 PROCEEDINGS Annual RELIABILITY and MAINTAINABILITY Symposium. 2001, DOI: 10.1109/RAMS.2001.902442.

[32] SOUČEK, Jakub, Pavel TRNKA a Martin ŠIRŮČEK. Sledování stavu elektroizolačních systémů pomocí Weibullova rozdělení. 14th International Scientific Conference Electric Power Engineering 2013. 2013, ISBN 978-80-248-2988-3

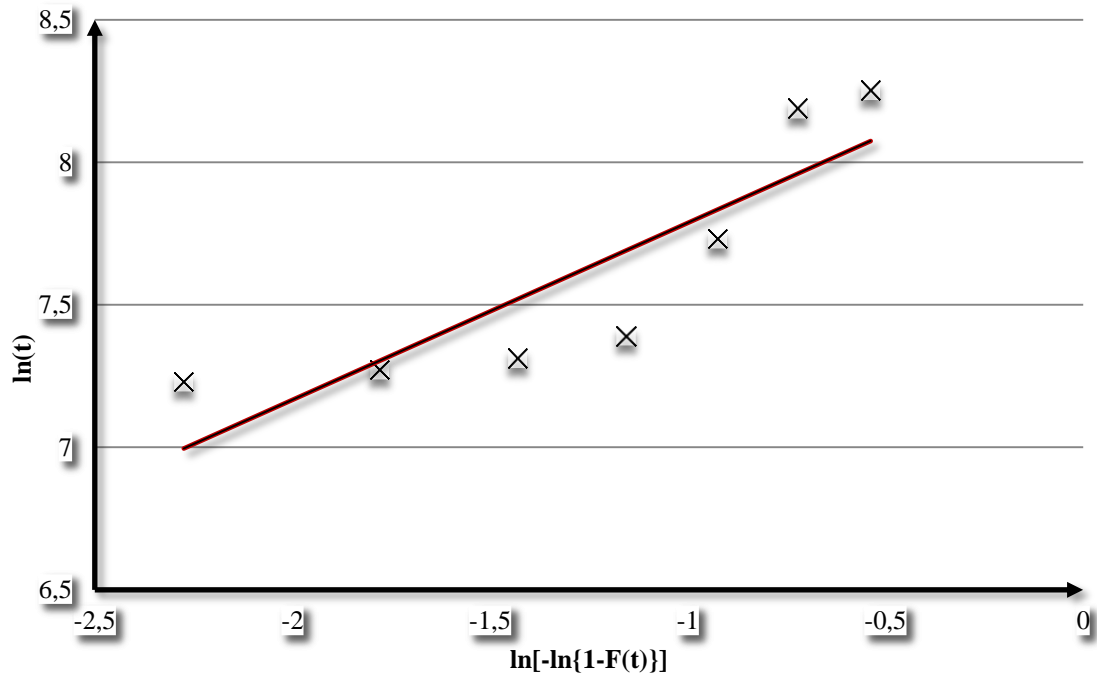
## 7 Přílohy



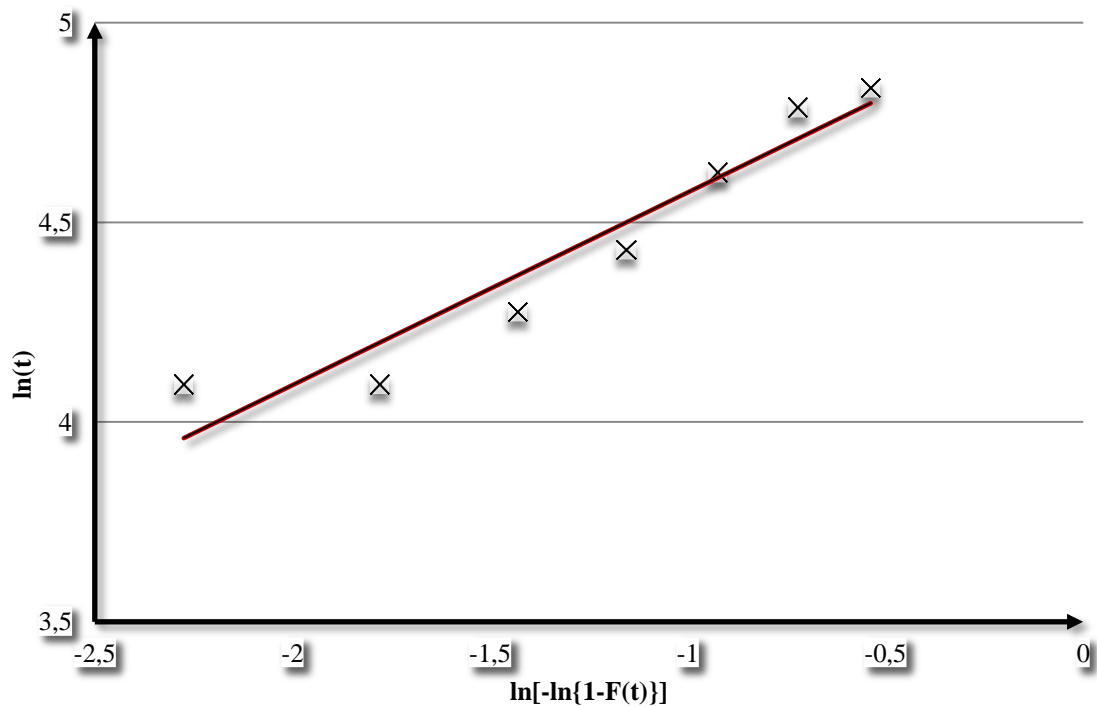
Graf 7.1 Weibullův pravděpodobnostní graf pro zatížení 14,85 kV



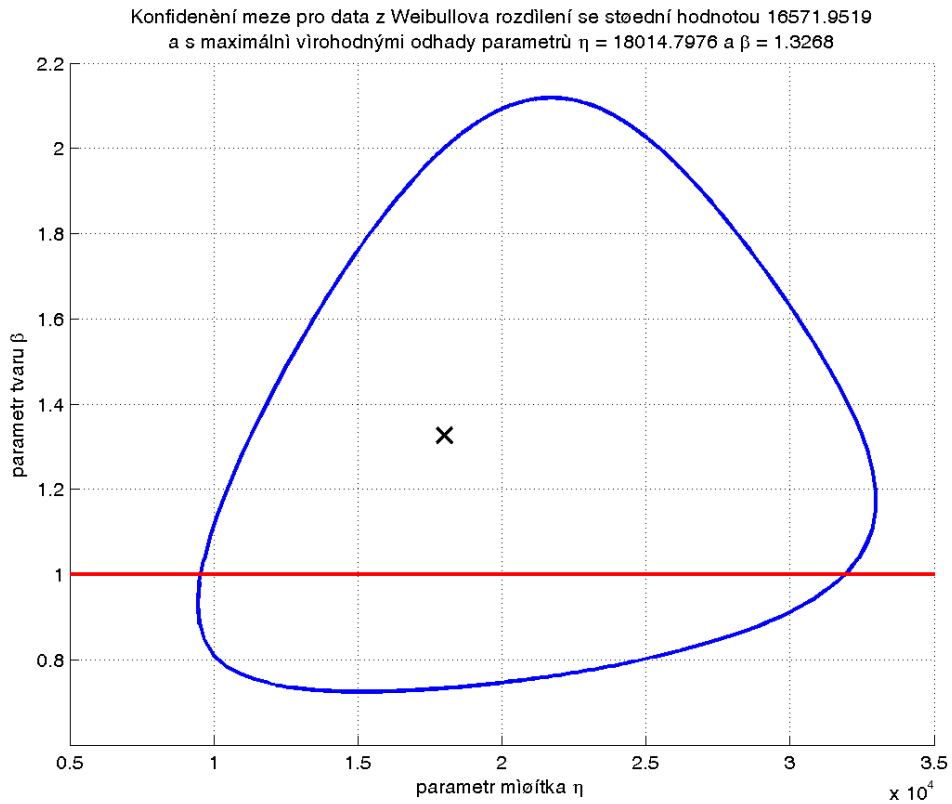
Graf 7.2 Weibullův pravděpodobnostní graf pro zatížení 16,1 kV



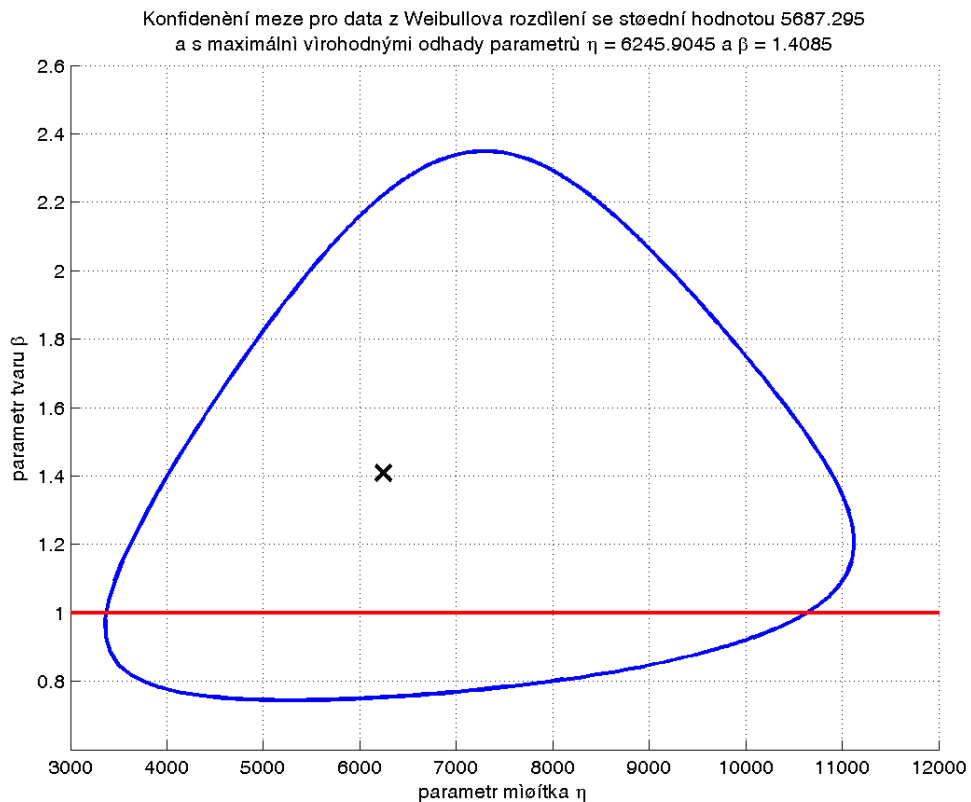
Graf 7.3 Weibullův pravděpodobnostní graf pro zatížení 17,35 kV



Graf 7.4 Weibullův pravděpodobnostní graf pro zatížení 19,85 kV

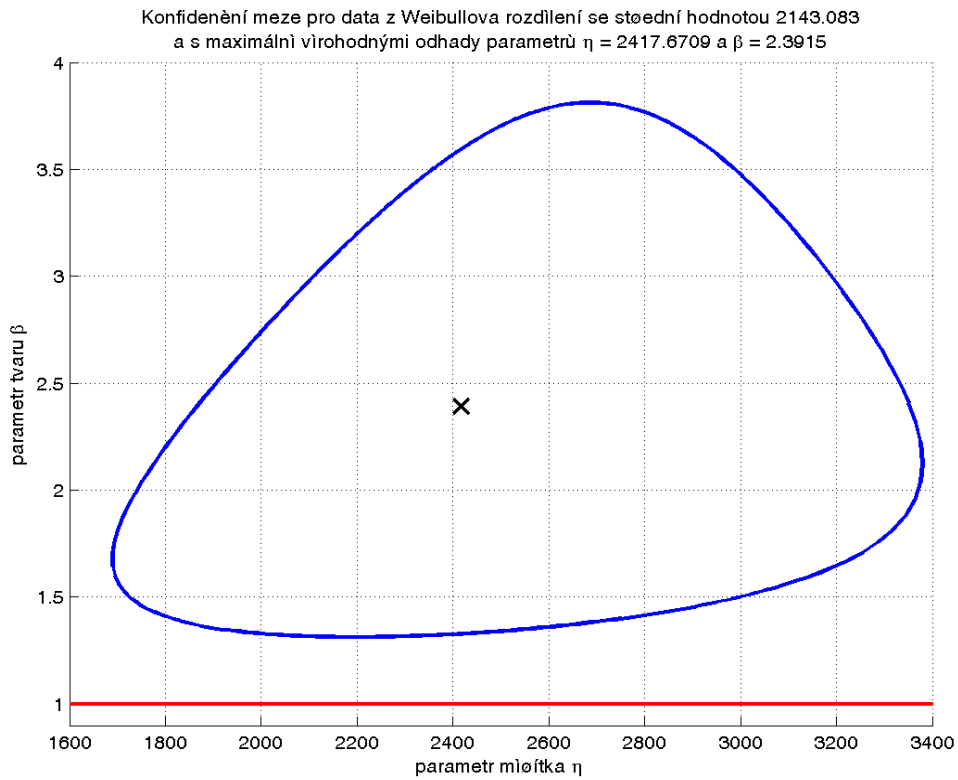


Graf 7.5 Konfidenční meze testovacích vzorků pro napětí 14,85 kV

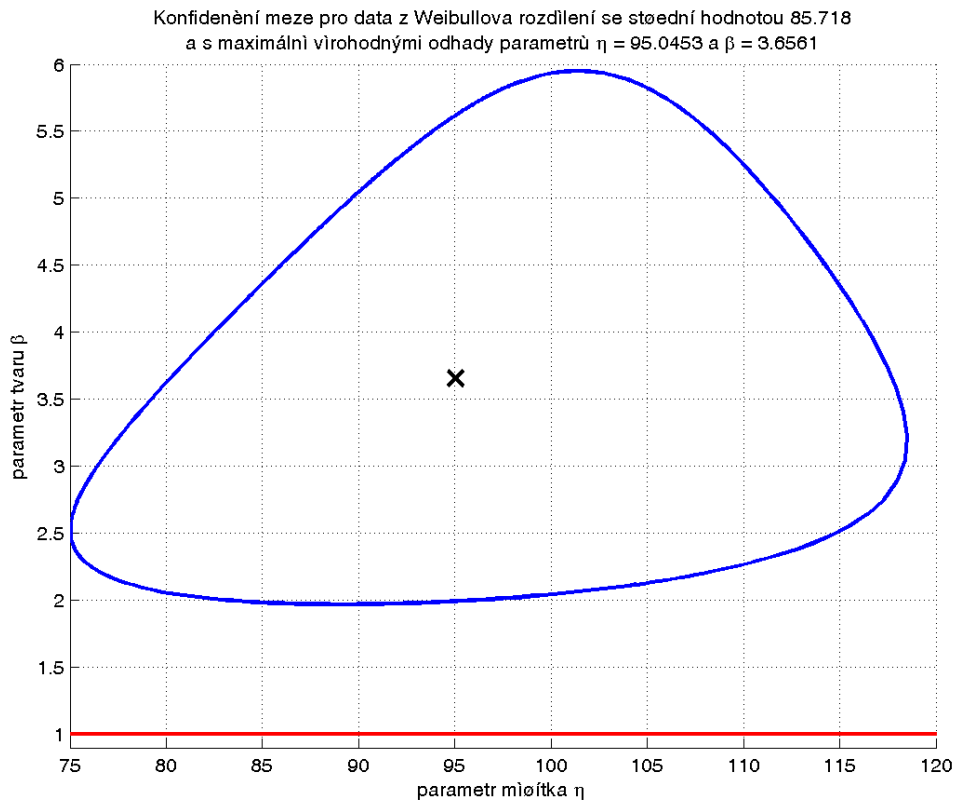


Graf 7.6 Konfidenční meze testovacích vzorků pro napětí 16,1 kV

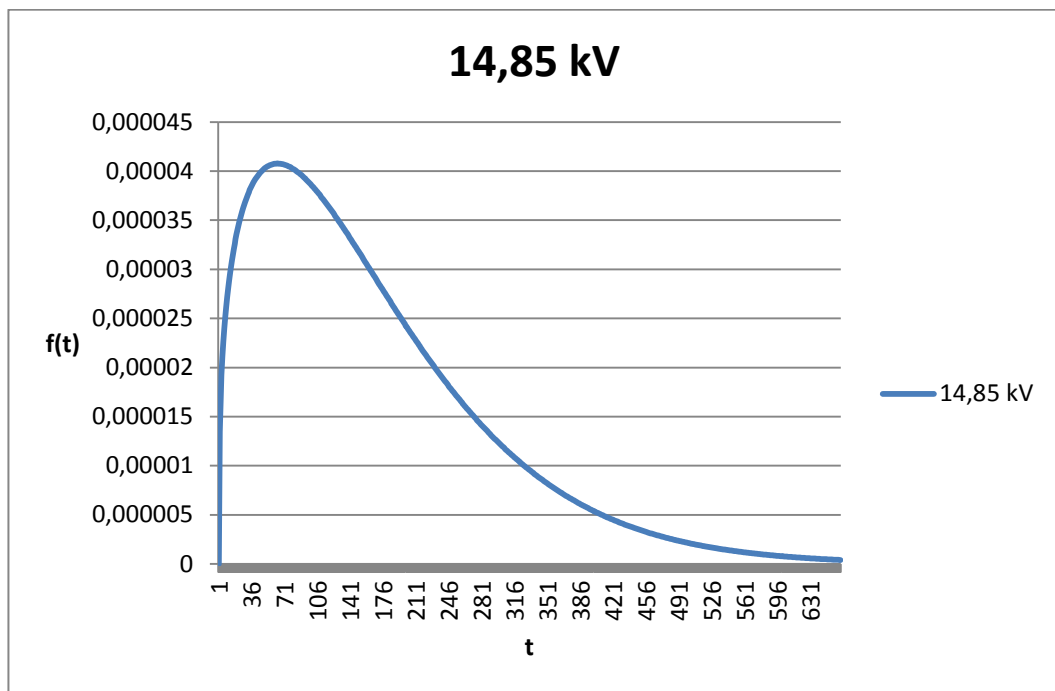




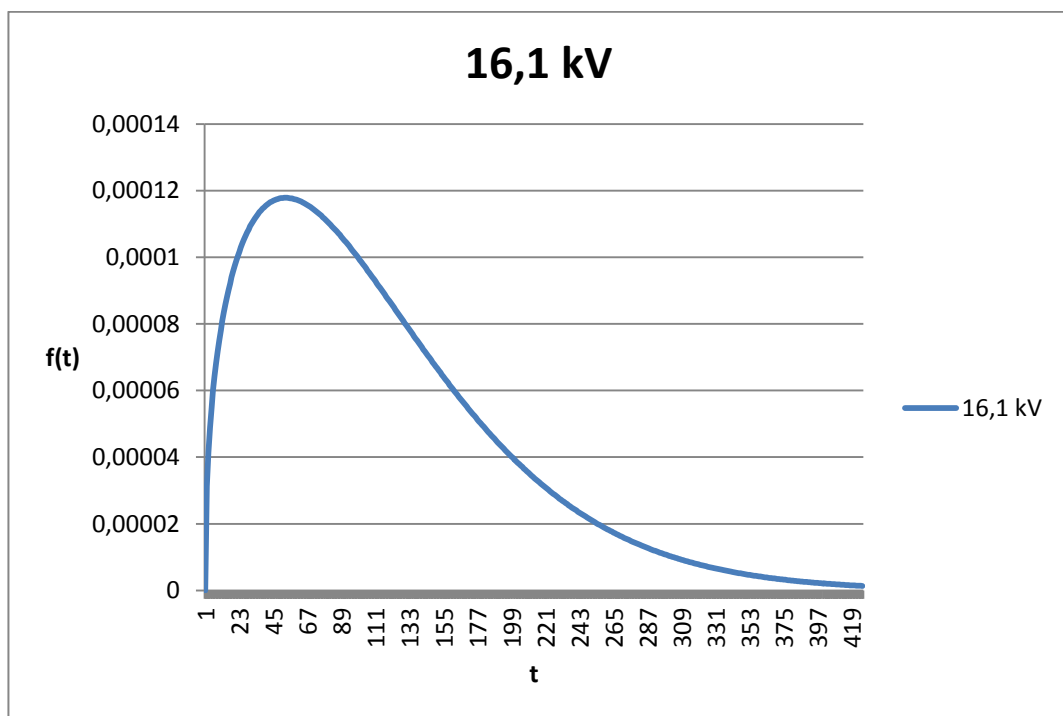
Graf 7.7 Konfidenční meze testovacích vzorků pro napětí 17,35 kV



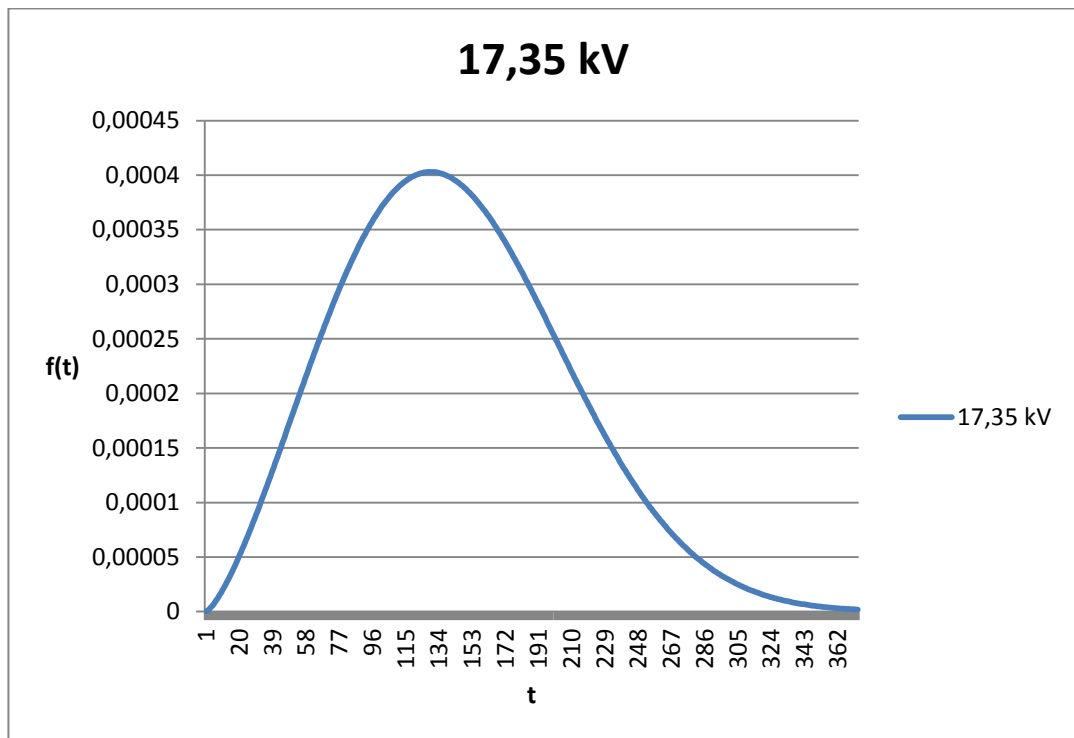
Graf 7.8 Konfidenční meze testovacích vzorků pro napětí 19,85 kV



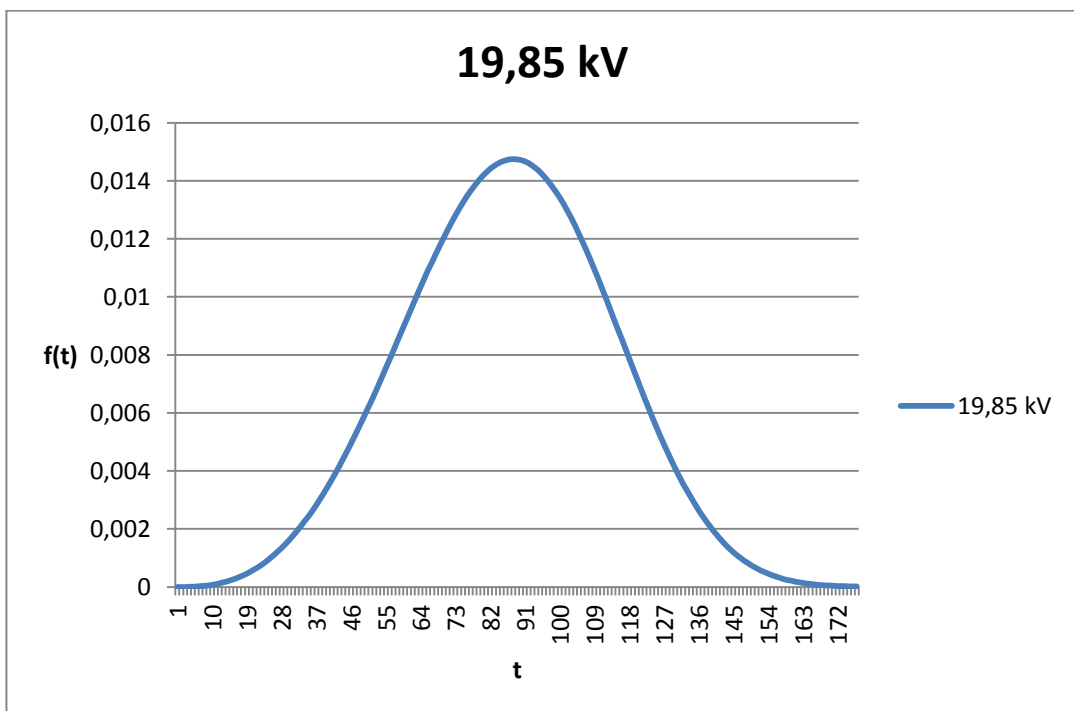
Graf 7.9 Graf hustoty pravděpodobnosti pro hodnotu 14,85 kV



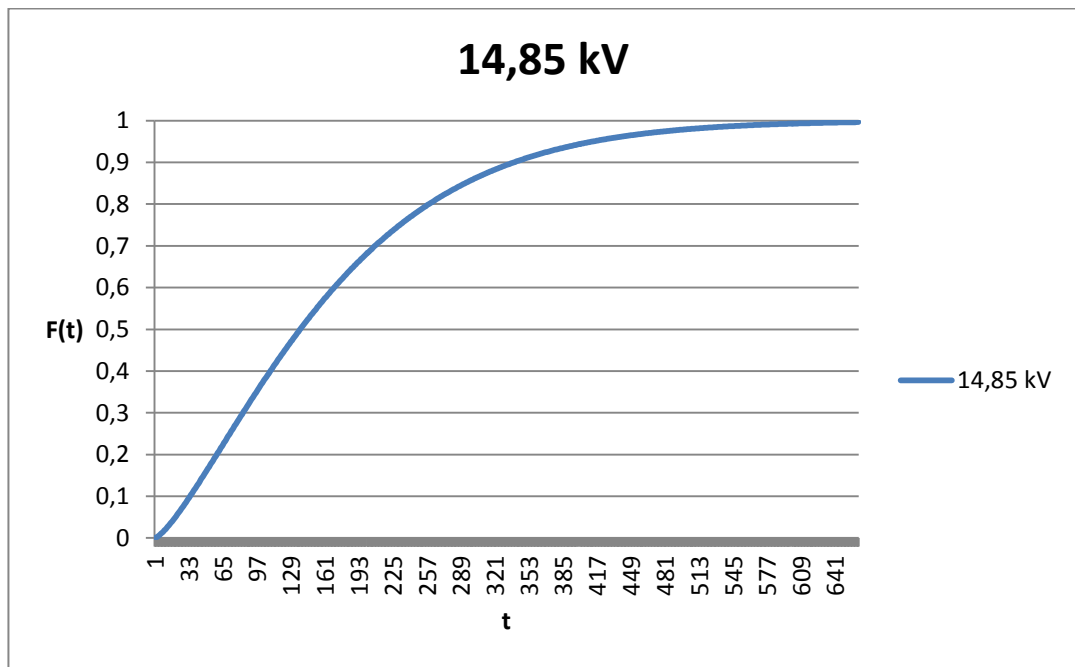
Graf 7.10 Graf hustoty pravděpodobnosti pro hodnotu 16,1 kV



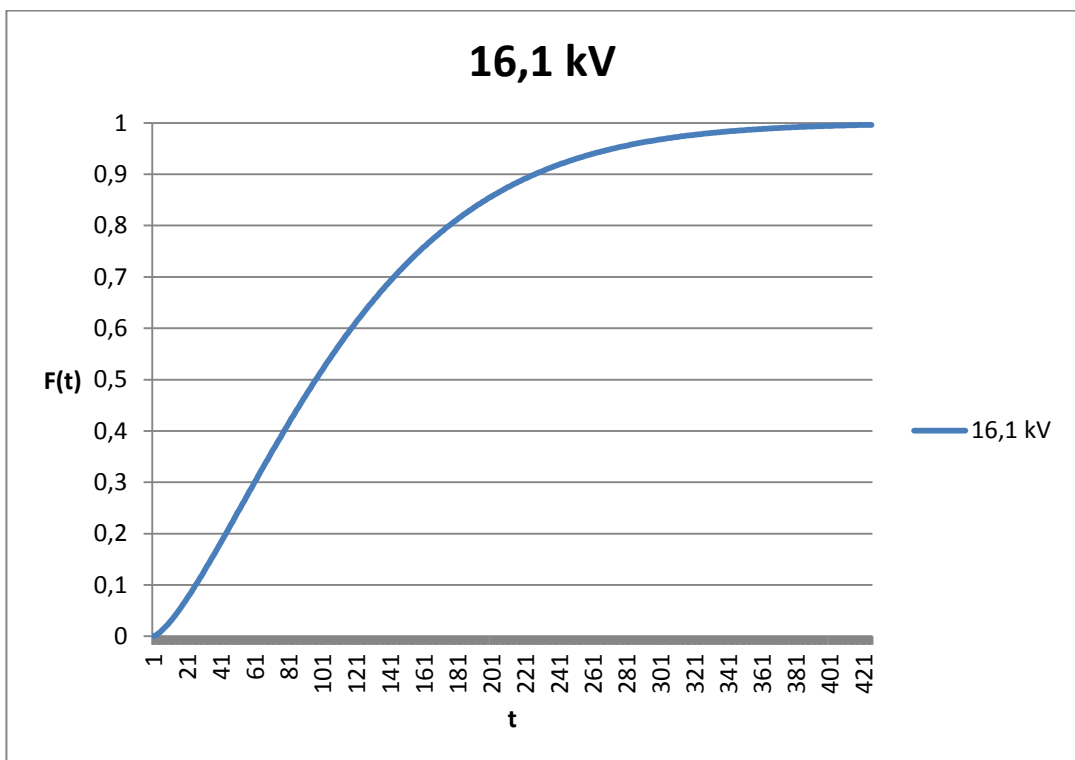
Graf 7.11 Graf hustoty pravděpodobnosti pro hodnotu 17,35 kV



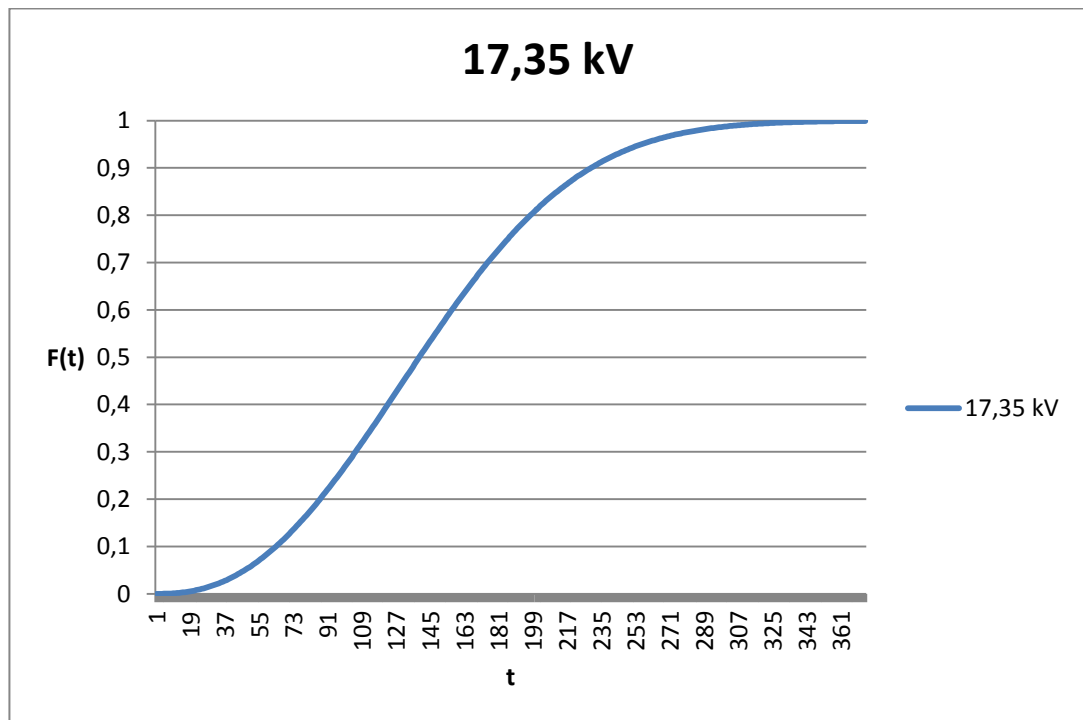
Graf 7.12 Graf hustoty pravděpodobnosti pro hodnotu 19,85 kV



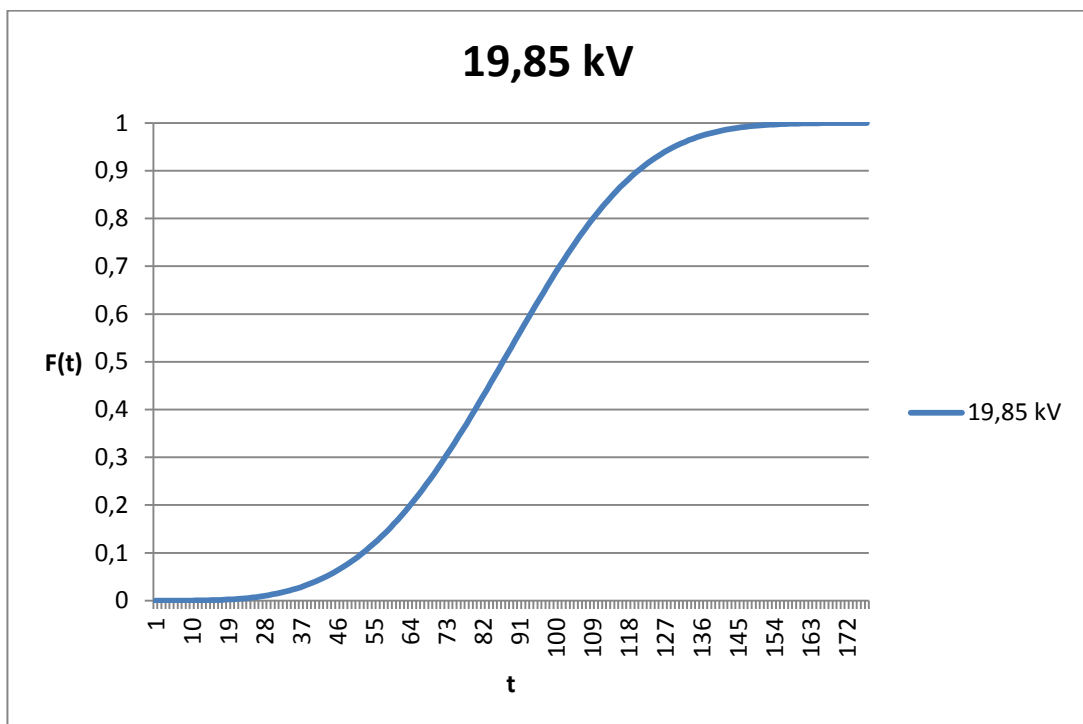
Graf 7.13 Graf distribuční funkce pro hodnotu 14,85 kV



Graf 7.14 Graf distribuční funkce pro hodnotu 16,1 kV



Graf 7.15 Graf distribuční funkce pro hodnotu 17,35 kV



Graf 7.16 Graf distribuční funkce pro hodnotu 19,85 kV