

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA APLIKOVANÉ ELEKTRONIKY A TELEKOMUNIKACÍ**

## **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Vliv mechanického zatížení asynchronního motoru na  
drážkovou harmonickou momentu stroje**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: Bc. Radek MÁZOR  
Osobní číslo: E13N0128P  
Studijní program: N2612 Elektrotechnika a informatika  
Studijní obor: Dopravní elektroinženýrství a autoelektronika  
Název tématu: Vliv mechanického zatížení asynchronního motoru na drážkovou harmonickou momentu stroje  
Zadávací katedra: Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Proveďte teoretický rozbor obsahu harmonických v momentu asynchronního stroje vlivem drážkování magnetického obvodu.
2. Vytvořte matematický model asynchronního motoru se sinusovým napájením.
3. Porovnejte amplitudy momentu drážkové harmonické pro různá mechanická zatížení.
4. Proveďte závěrečné shrnutí.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Pyrhönen, J., Jokinen, T., Hrabovcová, V.: Design of rotation electrical machines. John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
2. Kopylov, I., P.: Stavba elektrických strojů. SNTL/MIR, 1988.
3. Návod SW použitého k analýze

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Vladimír Kindl, Ph.D.

Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Datum zadání diplomové práce: 15. října 2014

Termín odevzdání diplomové práce: 11. května 2015

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



Doc. Dr. Ing. Vjačeslav Georgiev  
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2014

## **Abstrakt**

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na popis vlivu mechanického zatížení asynchronního motoru na drážkovou harmonickou momentu stroje. Jejím cílem je nastínit příčiny vzniku vyšších harmonických složek ve vzduchové mezeře asynchronních strojů a jejich působení na chování stroje. Práce obsahuje teoretickou část potřebnou k pochopení vzniku vyšších harmonických a popis jejich negativních účinků. Dále se zabývá analýzou provedenou metodou konečných prvků v programu FEMM a zpracováním těchto výsledků pomocí rychlé Fourierovy transformace v programu MATLAB.

## **Klíčová slova**

Asynchronní stroj, vyšší harmonická složka, metoda konečných prvků, rychlá Fourierova transformace, spektrum obsahu harmonických, magnetická indukce

## **Abstract**

This diploma thesis is focused on the mechanical load dependency on slot harmonic in the moment of induction machine. The goal of the diploma thesis is to describe the source of harmonics creation in the air gap of the asynchronous machines and their influence on the work of the machine. The thesis contains theoretical part which is necessary for understanding the creation of the harmonics and the description of their negative effects. The thesis also comprises with the analysis formed by finite elements method in FEMM and processing these results by fast Fourier transformation in MATLAB.

## **Key words**

Asynchronous machine, harmonics, Finite elements method, fast Fourier transformation, spectrum of content of harmonics, magnetic induction

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....  
podpis

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Vladimíru Kindlovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

## Obsah

<b>OBSAH.....</b>	<b>8</b>
<b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK.....</b>	<b>9</b>
<b>ÚVOD.....</b>	<b>11</b>
<b>1 TEORETICKÁ ČÁST.....</b>	<b>12</b>
1.1 ZÁKLADNÍ HARMONICKÉ.....	12
1.2 VLIV DRÁŽKOVÁNÍ MAGNETICKÉHO OBVODU NA MAGNETICKÉ POLE VE VZDUCHOVÉ MEZEŘE.....	16
1.3 VLIV VYŠŠÍCH HARMONICKÝCH NA MOMENTOVOU CHARAKTERISTIKU STROJE.....	20
<b>2 MODEL ASYNCHRONNÍHO STROJE.....</b>	<b>24</b>
2.1 MODELOVÁNÍ STROJE.....	24
2.2 ANALÝZA VYŠŠÍCH HARMONICKÝCH PŘI MECHANICKÉM ZATÍŽENÍ.....	27
<b>3 SROVNÁNÍ PRŮBĚHŮ.....</b>	<b>44</b>
3.1 POROVNÁNÍ OBSAHU HARMONICKÝCH PRO RŮZNÁ ZATÍŽENÍ.....	44
<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>47</b>
<b>SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ.....</b>	<b>48</b>



## Seznam symbolů a zkratek

Symbol	Veličina	Jednotka
$B$	Indukce	[T]
$\mu_0$	Permeabilita vakua	[Hm <sup>-1</sup> ]
$U_{mag}$	Magnetické napětí	[A]
$\delta$	Velikost vzduchové mezery	[m]
$t$	Čas	[t]
$\alpha$	Úhlová pozice	[rad]
$\omega$	Úhlová rychlost	[rad s <sup>-1</sup> ]
$\nu$	Řád harmonické	[-]
$q$	Počet drážek na pól a fázi	[-]
$k_w$	Činitel vinutí	[-]
$N_s$	Počet závitů	[-]
$I$	Proud	[A]
$m$	Počet fází	[-]
$p$	Počet pólpárů	[-]
$Q$	Počet drážek	[-]
$H$	Intenzita magnetického pole	[Am <sup>-1</sup> ]
$F_v$	Magnetomotorická síla	[A]
$p$	Počet pólpárů	[-]
$\lambda$	Magnetická vodivost	[H]
$k_s$	Činitel zešikmení	[-]
$\gamma$	Úhel zešikmení drážky	[°]
$\tau_p$	Pólová rozteč	[m]
$n$	Otáčky stroje	[ot min <sup>-1</sup> ]
$f$	Frekvence	[Hz]

---

$s$	Skluz	[-]
$R$	Odpor	[ $\Omega$ ]
$X$	Reaktance	[ $\Omega$ ]
$U$	Napětí	[V]
$M$	Moment stroje	[Nm]
$P$	Výkon	[W]
$\eta$	Účinnost	[%]
$\cos \varphi$	Účinitk	[-]
FEMM	2D software pro analýzu parametrů magnetických polí	
MATLAB	Matrix laboratory	

## Úvod

Provoz asynchronních strojů je značně ovlivněn magnetickým polem vzduchové mezery, které obsahuje kromě základní harmonické složky také vysoké množství vyšších harmonických. Vyšší harmonické složky jsou generovány mimo jiné geometrií drážek jak statoru, tak rotoru, konstrukcí vinutí, sycením železa, velikostí zatížení nebo případnou excentricitou a dalšími způsoby

Vlivem prostorových harmonických dochází k indukovaní harmonických složek v indukovaném napětí střídavých strojů. Vzájemným působením statorových a rotorových harmonických vznikají parazitní momenty, které mohou úplně změnit tvar výsledné momentové charakteristiky stroje. Zvyšují se ztráty v železe zanášením vysokofrekvenčních složek magnetického pole do zubů statoru. Největší problémy způsobují prostorové harmonické v asynchronních strojích, kde mohou do obvodu rotorového pole indukovat harmonické o blízké frekvenci.

Ve své práci se zabývám analýzou vlivu mechanického zatížení na drážkovou harmonickou. Magnetická indukce ve vzduchové mezeře je dána vzájemným působením magnetických polí statoru a rotoru. Proto by bylo obtížné uplatňovat analytický postup řešení analýzy. To je důvod, proč využíváme metodu konečných prvků v programu FEMM. Získané hodnoty poté ještě analyzujeme pomocí rychlé Fourierovy transformace v programu MATLAB.

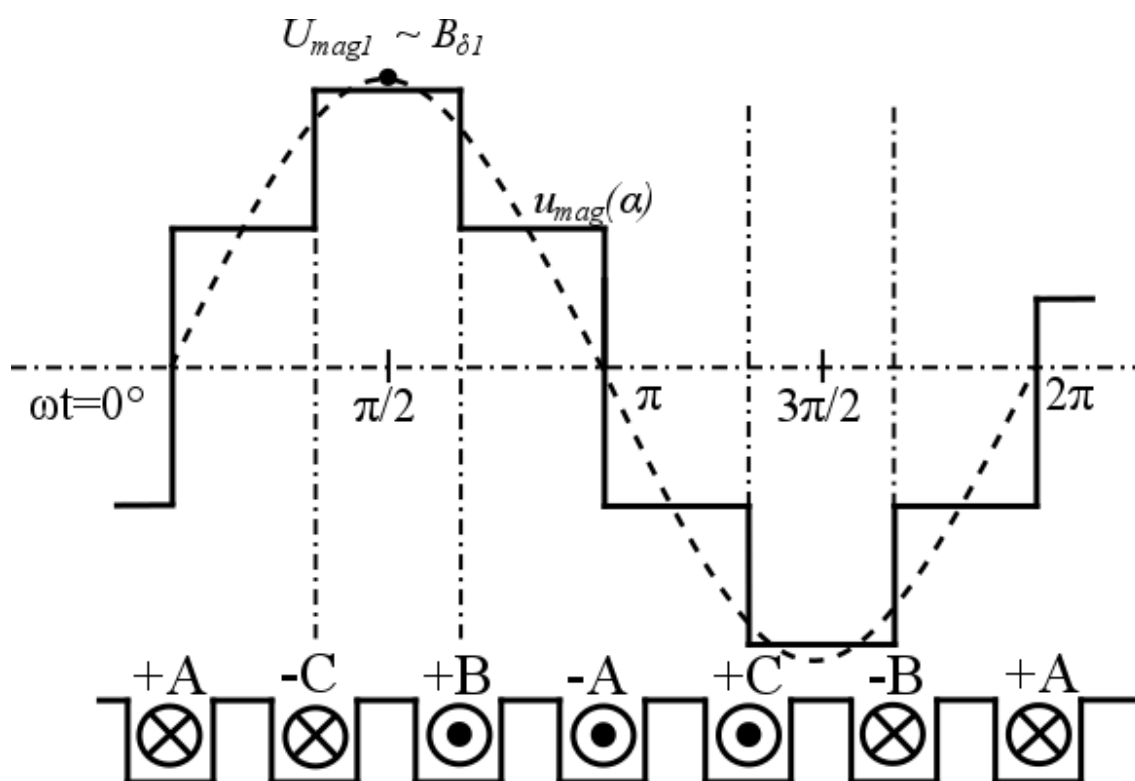
## 1 Teoretická část

### 1.1 Základní harmonické

Pokud bychom předpokládali, že pro konstantní vzduchovou mezeru je tvar průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře  $\delta$  úměrný průběhu magnetického napětí  $U_{mag1}(\alpha, t)$ , pak je velikost indukce dána vztahem (1)

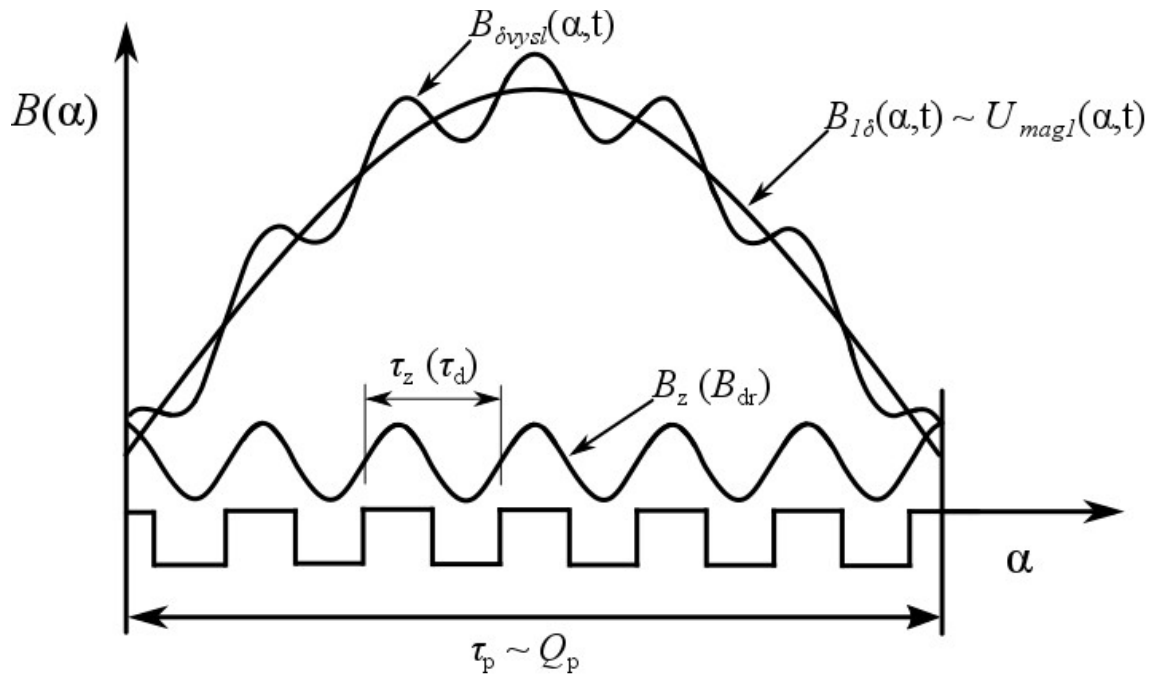
$$B_{\delta 1} = f(\alpha, t) = \frac{\mu_0 U_{mag1}(\alpha, t)}{\delta} \quad (1)$$

kde  $U_{mag1}$  reprezentuje základní harmonickou stupňovitého průběhu magnetického napětí, jak je znázorněno na obrázku 1.



Obrázek 1: Ilustrační průběh  $U_{mag1}$  pro stroj s konstantní vzduchovou mezerou [1]

Tento průběh platí pro stav  $\omega t = 0^\circ$ . Ve skutečnosti ale vzduchová mezera  $\delta$  konstantní není. Mění se s otevřením drážky, a proto je tento základní průběh násoben periodickou funkcí jejíž základní vlna je rovna velikosti drážkové rozteče. To znamená, že na jednu vlnu základní harmonické připadá  $Q/p$  vln drážkování  $B_z(\alpha, t)$  viz obrázek 2. [1]



Obrázek 2: Ilustrační průběh indukce v proměnné vzduchové mezeře [1]

Magnetické pole proměnné vzduchové mezery asynchronního stroje obsahuje kromě základní harmonické také velkou škálu vyšších harmonických. Zdrojem vyšších harmonických složek může být například geometrie drážek, otvory drážek, konstrukce vinutí. [2] Tyto harmonické složky nazýváme prostorové. Vyšší harmonické značně ovlivňují chod stroje vyvoláváním parazitních točivých momentů. Parazitní točivé momenty způsobují zvlnění výsledné momentové charakteristiky stroje. [1] V neposlední řadě dochází vlivem vyšších harmonických ke zvýšení ztrát v železe tvorbou vysokofrekvenčních složek magnetického pole v drážkách statoru. Nejen proto musíme s vyššími harmonickými počítat již při návrhu stroje a snažit se jejich výskyt co nejvíce omezovat. [2] [12]

Pro stroj s jednovrstvým vinutím můžeme psát, že harmonické složky řádů  $v$  jsou nulové.

$$v = 2cp \quad \text{pro } c = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

V rovnici (2)  $p$  udává počet pólpárů stroje. Z toho vyplývá, že magnetická indukce ve vzduchové mezeře neobsahuje harmonické složky sudých řádů. Počet drážek na pól a fázi  $q$  je roven celému číslu a určíme ho ze vztahu (3). V rovnici (3)  $m$  udává počet fází vinutí stroje. [2]

$$q = \frac{Q}{2pm} = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Vinutí generuje pouze liché harmonické. Jejich řád je dán rovnicí (4).

$$v = 2mc \pm 1 \quad \text{pro } c = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Velikost každé harmonické složky  $B_{\delta v}$  řádu  $v$  vypočítáme ze vztahu (5).

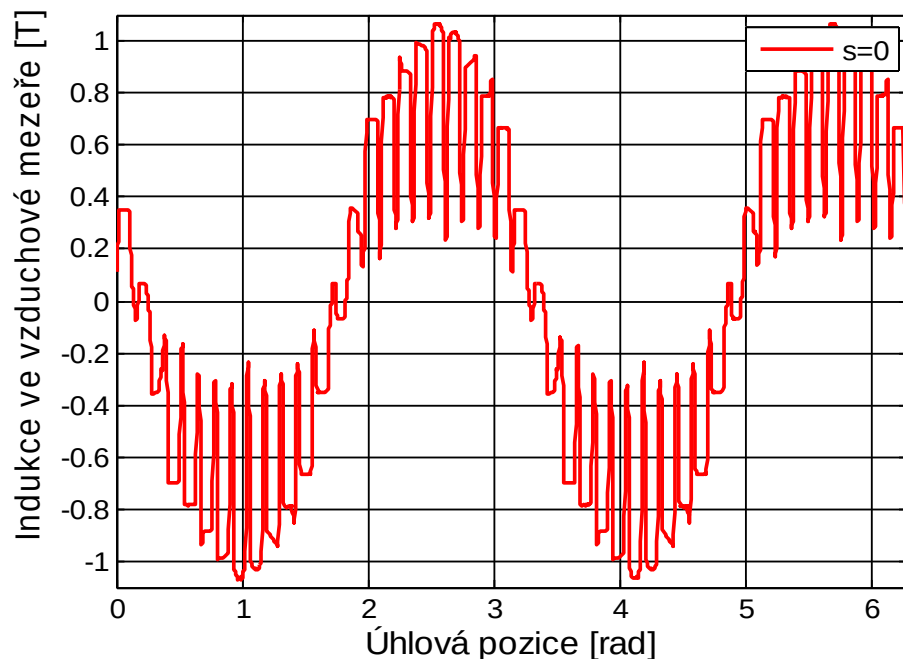
$$B_{\delta v} = \mu_0 \frac{m}{\pi} \frac{N_s k_{wv} \sqrt{2} I}{v p \delta} \quad (5)$$

V tomto vztahu  $\mu_0$  udává permeabilitu vakua,  $k_{wv}$  je činitel vinutí  $v$ -té harmonické,  $\delta$  značí šířku vzduchové mezery,  $N_s$  je počet závitů v sérii a  $I$  udává proud.

Podle teoretických předpokladů by se ve spektru magnetické indukce ve vzduchové mezeře měly vyskytovat pouze harmonické řádů 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25 atd. Pro potvrzení těchto výpočtů byl vytvořen model stroje v programu FEMM. Tvorbou modelu se budu zabývat v kapitole 2.

U každé harmonické podle (4) se s vyšším řádem snižuje velikost složky a výjimku tvoří 23. a 25. harmonické a jejich násobky. Tyto harmonické složky jsou vytvářeny drážkami statoru a jejich řád určíme ze vzorce (6). Jejich velikost je zde dána konstrukcí motoru a velikostí vzduchové mezery. [2]

$$v = c \frac{Q_1}{p} \pm 1 = c \frac{48}{2} \pm 1 \quad \text{pro } c = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

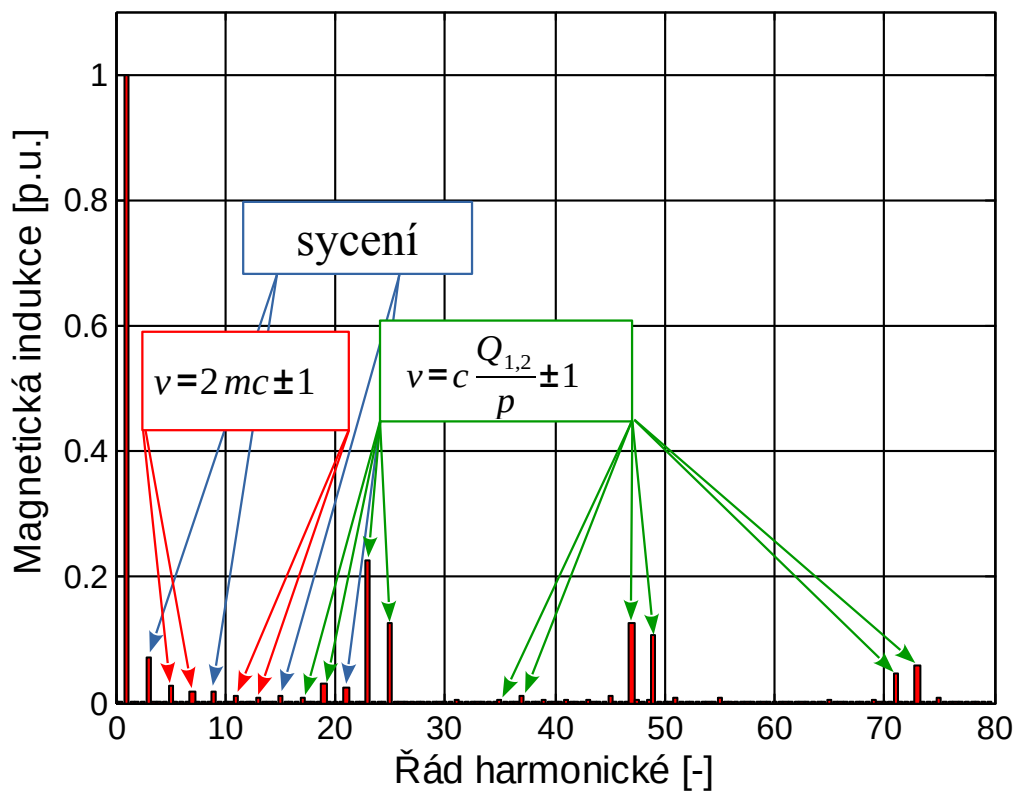


Obrázek 3: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře nezátíženého stroje

Obrázek 3 znázorňuje průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře nezátíženého

asynchronního motoru. Ze spektra na obrázku 4 vyplývá, že se jako následek sycení magnetického obvodu objevují také 3. harmonická složka a její násobky. Tyto harmonické zanikají s rostoucím zatížením motoru. [2]

Harmonické, které se v tomto spektru nacházejí, potvrzují výše uvedené teoretické předpoklady. Nesmíme však zapomínat na to, že obrázky 3 a 4 jsou simulacemi nezatíženého stroje. Rotor nevytváří žádnou magnetomotorickou sílu a spektrum neobsahuje žádné rotorové harmonické.[2] Pro správnou analýzu zatíženého stroje je však nutné brát v potaz všechny geometrické a materiálové vlastnosti stroje. Simulací v programu MATLAB jsem také zjistil hodnotu základní harmonické indukce ve vzduchové mezeře  $B_{\delta 1} = 0.9079$  T. K této hodnotě jsou vztaženy všechny ostatní harmonické zobrazené ve spektru na obrázku 3.



Obrázek 4: Spektrum obsahu harmonických nezatíženého stroje

## 1.2 Vliv drážkování magnetického obvodu na magnetické pole ve vzduchové mezeře

Abychom mohli určit vliv drážkování a magnetickou indukci ve vzduchové mezeře budeme nejdříve uvažovat statorové vinutí s celým číslem počtu drážek  $q$  na pól a fázi uložené v  $Q_l = 6pq$  drážkách statoru a hladký rotor. Intenzita magnetického pole ve vzduchové mezeře je potom dána vztahem. [3]

$$H(\alpha, t) = U_v(\alpha, t) \lambda(\alpha) \quad (7)$$

Zde  $\alpha$  udává pozici, ve které pole zkoumáme a  $U_v(\alpha, t)$  je časový a prostorový průběh magnetomotorické síly statorového vinutí o  $p$  pólpárech. Chceme mezi sebou porovnávat vlastnosti vinutí s různým počtem pólpárů nebo jednostranné a dvouvrstvé vinutí. Proto musíme převést všechna vinutí na tzv. základní nebo také vztažné vinutí. Pro převod je nutné určit nejvyšší společný dělitel počtu drážek  $Q$  a počtu pólpárů  $p$ , který pro naše potřeby označíme například  $x$ . Poté získáme parametry základního vinutí vydělením parametrů skutečného vinutí číslem  $x$ . Parametry základního vinutí pro rozlišení označíme apostrofem. Pro hodnoty základního vinutí píšeme následující rovnice.

$$p' = \frac{p}{x} \quad (8)$$

$$Q' = \frac{Q}{x} \quad (9)$$

$$v' = \frac{v}{x} \quad (10)$$

Rovnice (8) udává počet pólpárů základního vinutí, rovnice (9) počet drážek základního vinutí a rovnice (10) řád harmonické základního vinutí. Nyní můžeme psát rovnici pro  $U_v$ .

$$U_v = \sum_{v'=6c+1} U_{v'p} \sin(\omega t - v' p \alpha) + \sum_{v'=6c-1} U_{v'p} \sin(\omega t + v' p \alpha) \quad (11)$$

V našem případě leží počátek souřadnicového systému ( $\alpha = 0$ ) v ose, kterou v okamžiku  $t = \pi/2\omega$  protéká maximální proud. Osa fáze jednovrstvého vinutí s plným krokem nebo s krokem zkráceným o sudý počet drážek prochází středem zubu. Pokud by byl krok zkrácený o lichý počet drážek, procházela by osa středem drážky. Jako první tedy budeme uvažovat plný krok nebo krok zkrácený o sudý počet drážek. Pak magnetomotorická harmonická síla řádu  $v = v' p$  popsaná v rovnici (11) vyvolá intenzitu magnetického pole, jejíž velikost je dána rovnicí (12). [3]



$$H_v(\alpha, t) = U_{v'p} \sin(\omega t \pm v' p \alpha) \lambda_1(\alpha) \quad (12)$$

Nejprve musíme převést vodivost ve vzduchové mezeře  $\lambda_1(\alpha')$  ze souřadnicového systému magnetomotorických sil, která začíná v ose drážky, do souřadnicového systému s počátkem v ose zubu. Tento převod provedeme podle rovnice (13).

$$\alpha' = \alpha + \frac{\pi}{Q_1} \quad (13)$$

Vodivost ve vzduchové mezeře je pak dána rovnicí (14), kde  $a$  značí koeficient Fourierova rozvoje a  $\mu$  udává jeho řád.

$$\lambda_1(\alpha) = a_0 - \sum_{\mu} a_{\mu} (-1)^{\mu} \cos(\mu Q_1 \alpha) \quad (14)$$

Harmonická intenzita magnetického pole se změní na:

$$H_v(\alpha, t) = U_{v'p} a_0 \sin(\omega t \pm v' p \alpha) - \frac{U_{v'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} a_{\mu} (-1)^{\mu} \{ \sin[\omega t + (v' \pm \mu Q_1) \alpha] + \sin[\omega t - (v' p \pm \mu Q_1) \alpha] \} \quad (15)$$

Pokud bychom použili dvouvrstvé statorové vinutí s krokem zkráceným o lichý počet drážek, souřadnicový systém magnetomotorických sil by začínal v místě, kde leží počátek systému vodivosti vzduchové mezery a platilo by, že  $\alpha = \alpha'$ . Poté se rovnice pro harmonickou intenzitu magnetického pole změní na (16). [3]

$$H_v(\alpha, t) = U_{v'p} a_0 \sin(\omega t \pm v' p \alpha) - \frac{U_{v'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} a_{\mu} \{ \sin[\omega t + (\mu Q_1 \pm v' p) \alpha] + \sin[\omega t - (\mu Q_1 \pm v' p) \alpha] \} \quad (16)$$

Z rovnic (15) a (16) plyne, že ve stroji s hladkým rotorem vzniká přídavná skupina magnetických polí. Počet pólových dvojic těchto polí je  $\mu Q_1 \pm v' p$  a jejich úhlová rychlost vychází ze vztahu:

$$\omega_{v'} = \pm \omega / (\mu Q_1 \pm v' p) \quad (17)$$

Každé z těchto polí pulsuje v místě  $\alpha$  síťovou kruhovou frekvencí  $\omega = 2\pi f$ . [3] [4]

Naopak pokud se situace otočí a my uvažujeme hladký stator a rotor s drážkami, který se točí úhlovou rychlostí  $\omega_r$ , můžeme pro vodivost ve vzduchové mezeře  $\lambda_2$  psát vztah (18). Zde veličina  $b$  udává stejně jako  $a$  v rovnici (14) koeficient Fourierova rozvoje. [3]

$$\lambda_2(\alpha, t) = b_0 - \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} b_{\mu} \cos \mu Q_2 (\alpha - \omega_r t) \quad (18)$$

Intenzitu magnetického pole, které budí statorová harmonická magnetomotorická síla řádu  $v = v'p$ , vypočteme rovnicí (19).

$$H_v(\alpha, t) = U_{v'p} b_0(\omega t \pm v' p \alpha) - \frac{U_{v'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} b_\mu \{ \sin[(\omega - \mu Q_2 \omega_r) t + (\mu Q_2 \pm v' p) \alpha] + \sin[(\omega + \mu Q_2 \omega_r) t - (\mu Q_2 \pm v' p) \alpha] \} \quad (19)$$

Statorová magnetomotorická síla řádu  $v = v'p$  vytváří přídavnou skupinu magnetických točivých polí, která má  $\mu Q_2 \pm v'p$  pólů a točí se úhlovou rychlostí  $\pm (\omega \pm \mu Q_2 \omega_r) / (\mu Q_2 \pm v' p)$ . Každé z těchto polí pulsuje v místě  $\alpha$  kruhovou frekvencí  $\Omega = \omega \pm \mu Q_2 \omega_r$ . Tato frekvence je lineární funkcí mechanické úhlové rychlosti  $\omega_r$  a z toho plyne, že pro stojící rotor je kruhová frekvence těchto polí rovna síťové kruhové frekvenci ( $\omega_r = 0$  tudíž  $\Omega = \omega$ ). [3]

Pro intenzitu magnetického pole při oboustranném drážkování můžeme napsat vztah (20). Ten ale platí pokud budeme brát v úvahu pouze první tři členy Fourierova rozvoje.

$$H_v(\alpha, t) = a'_0 U_{v'p} \sin(\omega t \pm v' p \alpha) - \frac{a'_1 U_{v'p}}{2} \{ \sin[\omega t + (Q_1 \pm v' p) \alpha] + \sin[\omega t - (Q_1 \pm v' p) \alpha] \} - \frac{b'_1 U_{v'p}}{2} \{ \sin[(\omega - Q_2 \omega_r) t + (Q_2 \pm v' p) \alpha] + \sin[(\omega + Q_2 \omega_r) t - (Q_2 \pm v' p) \alpha] \} \quad (20)$$

Pole, která jsou popsána členy  $\sin[\omega t \pm (Q_1 \pm v' p) \alpha]$ , budeme nazývat statorová drážková pole prvního řádu. Tato pole jsou vybudena harmonickou statorové magnetomotorické síly řádu  $v'$  a jejich úhlová rychlost je rovna:

$$\omega_1 = \frac{\pm \omega}{Q_1 \pm v' p} \quad (21)$$

Členy  $\sin[(\omega \pm Q_2 \omega_r) t \pm (Q_2 \pm v' p) \alpha]$  označují rotorová drážková pole prvního řádu buzené také harmonickou statorové magnetomotorické síly řádu  $v'$ . Jejich úhlová rychlost je určena rovnicí:

$$\omega_2 = \frac{\omega - Q_2 \omega_r}{Q_2 \pm v' p} \quad \text{nebo} \quad \omega_2 = \frac{\omega + Q_2 \omega_r}{Q_2 \pm v' p} \quad (22)$$

Relativní úhlovou rychlost těchto polí vztahenou k rotoru popisuje rovnice (23). [3]

$$\omega_{rel} = \omega_2 - \omega_r = \frac{\omega \pm v' p \omega_r}{Q_2 \pm v' p} \quad \text{nebo} \quad \omega_{rel} = \frac{\omega \pm v' p \omega_r}{Q_2 \pm v' p} \quad (23)$$

Z ní vyplývá, že synchronismus rotoru a rotorových drážkových polí, která jsou vybudena statorovou harmonickou magnetomotorické síly řádu  $\nu = \nu' p$ , nastává při mechanické úhlové rychlosti rotoru, která je popsána v rovnici (24). To znamená při stejné mechanické úhlové rychlosti rotoru, jako je úhlová rychlost točivé budící statorové harmonické magnetomotorické síly  $\nu = \nu' p$ . [3]

$$\omega_r = \frac{\omega}{\nu' p} \quad (24)$$

Největším problémem drážkových harmonických je, že do obvodu rotorového pole indukují harmonické o blízké frekvenci a zvyšují tak jejich vliv na výsledný moment stroje. Činitel vinutí drážkových harmonických je stejně velký jako činitel vinutí základní harmonické. Proto je z pole nemůžeme odstranit bez ovlivnění základní harmonické například zkrácením kroku. Ke snížení drážkových harmonických se používají hlavně dva způsoby. [11]

- zlomkové vinutí
- zešikmení rotorových drážek

První způsob se týká hlavně synchronních strojů, a proto se jím nebudu v této práci zabývat. Druhý způsob je zešikmení rotorových drážek a tím i zešikmení vodičů. Tento způsob eliminace drážkových harmonických se používá hlavně v asynchronních strojích. Vodiče v rotoru stroje natočíme o velikost statorové drážkové rozteče. To znamená, že jeden konec rotorového vodiče se nalézá pod jednou statorovou drážkou a druhý je pod drážkou sousední. Jeden rotorový vodič se rozprostírá od jedné drážky cívký k následující. Což je vzdálenost odpovídající plnému kroku nejnižší drážkové harmonické frekvence. Změnou toku drážkových harmonických pak dochází k rušení harmonických složek napětí. [1] [12]

To, že jde vliv drážkových harmonických na klec asynchronních strojů zmírnit natočením drážek o drážkovou rozteč statorových drážek, vyplývá z rovnice pro činitel zešikmení pro  $\nu$ -tou harmonickou.

$$k_{sv} = \frac{\sin \nu \frac{\gamma}{2}}{\nu \frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin \frac{\nu b \pi}{2 \tau_p}}{\frac{\nu b \pi}{2 \tau_p}} = \frac{\sin \nu \frac{\pi}{2} \frac{1}{mq}}{\nu \frac{\pi}{2} \frac{1}{mq}} \quad (25)$$

Zde  $b$  udává zešikmení měřené na obvodu vrtání a  $\gamma = b (\pi/\tau_p)$  značí příslušný úhel, o který je drážka natočena. Zešikmením by měly být vyrušeny drážkové harmonické řádu  $\nu = (2mqc \pm 1)$ , kde  $c$  je celé kladné číslo. To znamená, že pro trojfázové obvody se jedná

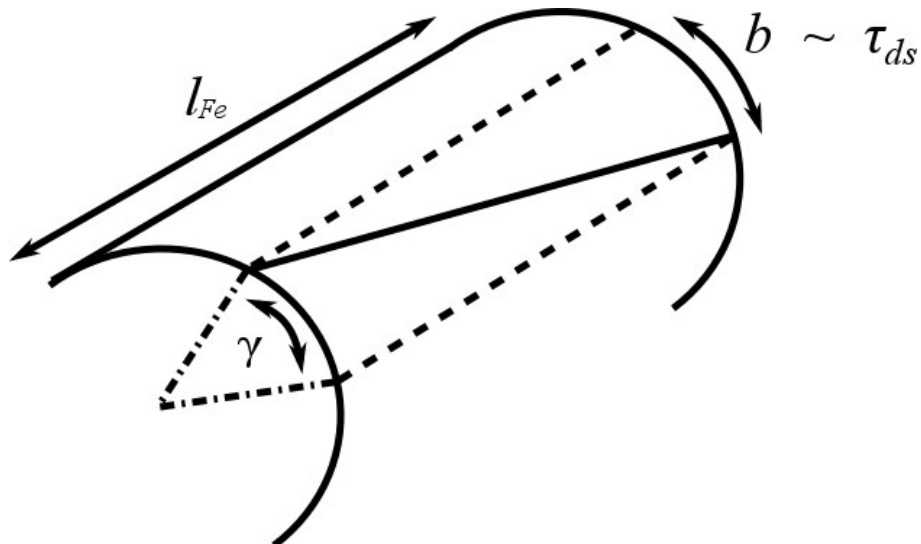
o harmonické řádu  $v = (6qc \pm 1)$ . Pro  $q = 1$  jde tedy o harmonické 5,7,11,13,17,19 atd. Aby tyto harmonické byly eliminovány, koeficient zešikmení musí být roven nule. Toho docílíme, pokud se jeho čitatel rovná nule (viz. 26). [1] [12]

$$\sin \frac{(2mqc \pm 1)b\pi}{2\tau_p} = 0 \quad (26)$$

Poté můžeme psát rovnici (27)

$$\frac{b}{\tau_p} = k \frac{2}{2mqc \pm 1} \approx \frac{1}{mqc} a \text{ pro } k=c=1 \text{ je } \frac{b}{\tau_p} = \frac{1}{mq} = \frac{1}{Q/2p} = \frac{1}{Q_p} \quad (27)$$

ze které vyplývá, že poměr zešikmení měřeného na obvodu vrtání  $b$  k pólové rozteči  $\tau_p$  je stejný jako poměr 1 drážka k celkovému počtu drážek na pól a fázi. Jde tedy o zešikmení drážek o drážkovou rozteč viz obrázek 5. [1]



Obrázek 5: Zešikmení drážky rotoru o drážkovou rozteč [1]

### 1.3 Vliv vyšších harmonických na momentovou charakteristiku stroje

Harmonické v elektrických strojích mohou rotovat buď shodně se základním směrem točení stroje, což označíme jako rotaci vpřed, nebo proti základnímu směru točení stroje, což označíme jako pohyb vzad.

- Řád harmonické vzad =  $2mc - 1$
- Řád harmonické vpřed =  $2mc + 1$

Kde  $c = 1, 2, 3, \dots$

Základní skluz stroje se potom spočítá ze vztahu:

$$s_1 = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (28)$$

V této rovnici  $n_1$  udává synchronní otáčky stroje a  $n$  reálné otáčky stroje. Synchronní rychlost prostorové harmonické je  $1/v$  základní synchronní rychlosti. To znamená:

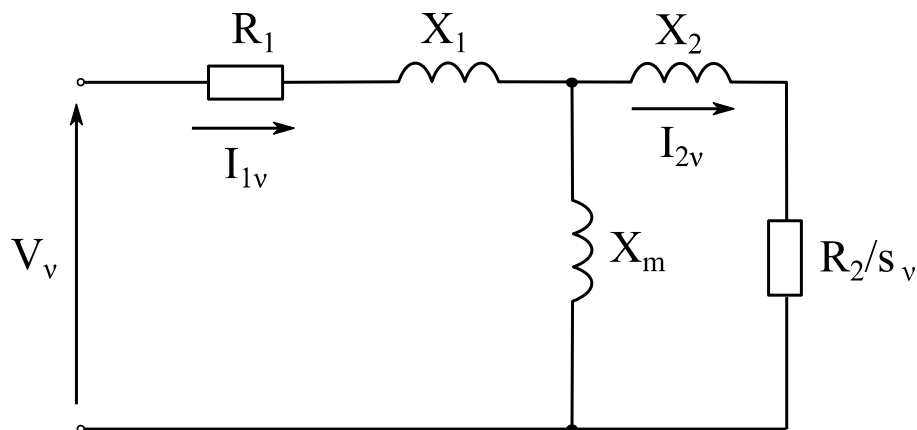
$$n_v = \frac{n_1}{v} \quad (29)$$

Frekvence prostorové harmonické asynchronního stroje je stejná jako základní frekvence stroje, platí tedy, že  $f_v = f_1$ . Skluz harmonické pro rotaci vpřed odvozujeme podle vztahu (30).

$$s_v = \frac{n_v - n}{n_v} = \frac{\frac{n_1}{v} - n}{\frac{n_1}{v}} = 1 - v(1 - s_1) = (1 - v) + vs_1 \quad (30)$$

A pro rotaci vzad rovnici upravíme na tvar ve (31).

$$s_v = \frac{n_v + n}{n_v} = \frac{\frac{n_1}{v} + n}{\frac{n_1}{v}} = 1 + v(1 - s_1) = (1 + v) - vs_1 \quad (31)$$



Obrázek 6: Náhradní schéma prostorových harmonických indukčního motoru [4]

Obrázek 6 zobrazuje náhradní schéma pro výpočet vlivu prostorových harmonických na momentovou charakteristiku.

Nyní můžeme odvodit rovnici pro točivý moment harmonické.

$$M_{emv} = \frac{P_{emv}}{\omega_v} = \frac{3 I'_{2v}{}^2 R_2}{\omega_v s_v} \quad (32)$$

V této rovnici  $\omega_v$  je harmonická úhlová rychlost v radiánech,  $I_{1v}$  je statorový proud a  $I'_{2v}$  je rotorový proud vztažený na statorové vinutí. Hodnoty  $\omega_v$ ,  $I_{1v}$  a  $I'_{2v}$  získáme z následujících tří rovnic.

$$\omega_v = \frac{2\pi n_v}{60} = \frac{2\pi \frac{n_1}{v}}{60} = \frac{1}{v} \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{1}{v} \omega_1 \quad (33)$$

$$I_{1v} = \frac{V_v}{(R_1 + jX_1) + \frac{\left(\frac{R_2}{s_v} + jX_2\right)(jX_m)}{\frac{R_2}{s_v} + j(X_2 + X_m)}} \quad (34)$$

$$I'_{2v} = \frac{jX_m}{\frac{R_2}{s_v} + j(X_2 + X_m)} I_{1v} \quad (35)$$

Dosazením rovnic (33) a (35) do rovnice (32) získáme vztah pro výpočet točivého momentu prostorové harmonické.

$$M_{emv} = \frac{3 R_2 \left| \frac{jX_m}{\frac{R_2}{s_v} + j(X_2 + X_m)} \right|^2 I_{1v}^2}{\frac{1}{v} \omega_1 s_v} \quad (36)$$

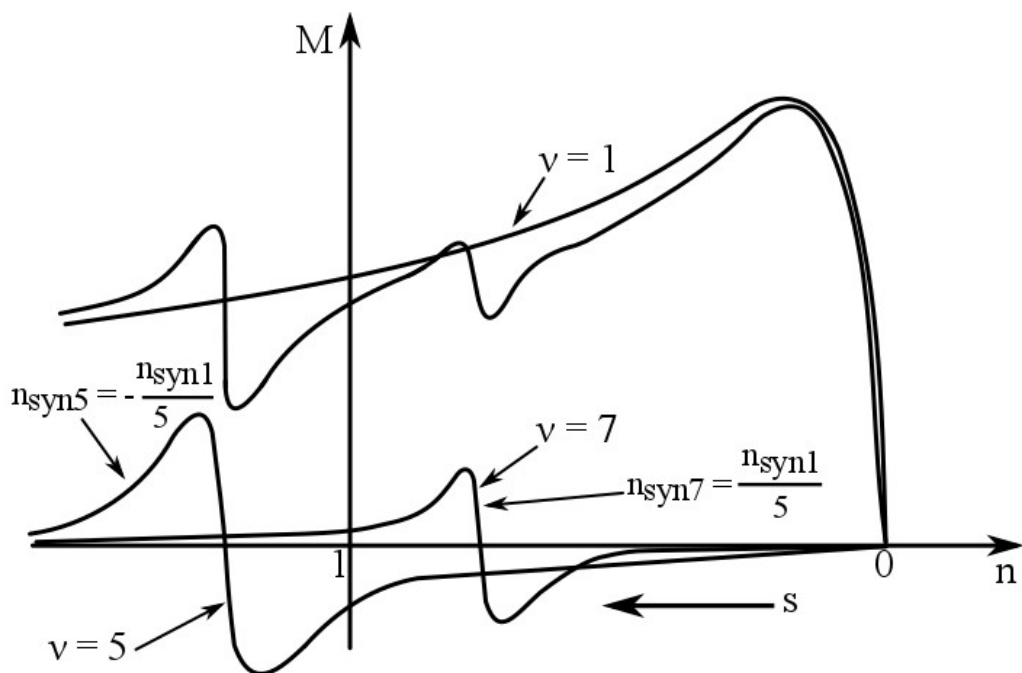
Protože skluz  $s_v$  je pro prostorovou harmonickou vysoký, je člen  $R_2/s_v$  velmi malý v porovnání s  $(X_2 + X_m)$  takže může být zanedbán. To znamená, že  $X_2 \ll X_m$  po této úpravě dostaneme:

$$\left| \frac{jX_m}{\frac{R_2}{s_v} + j(X_2 + X_m)} \right| \approx 1 \quad (37)$$

z čehož vyplývá, že zjednodušený harmonický rotorový proud  $I'_{2v}$  je roven statorovému proudu  $I_{1v}$ . To znamená, že zjednodušený točivý moment lze spočítat z upravené rovnice. [4]

$$M_{emv} = \frac{3 I'_{2v}{}^2 R_2}{\omega_v s_v} \approx \frac{3 I_{1v}{}^2 R_2}{\frac{1}{v} \omega_1 s_v} \approx \frac{3 R_2}{\omega_1} \frac{I_{1v}^2}{\frac{s_v}{v}} \quad (38)$$

Vliv prostorových harmonických na momentovou charakteristiku asynchronního stroje je zobrazen na obrázku 7. Na obrázku jsou zohledněny pouze vlivy 5. a 7. harmonické. Ve výsledném momentu  $M$  by bylo několik poklesů způsobených harmonickými složkami točícími se vpřed jako například 7. a 13. harmonická při rozběhu a akceleraci stroje. Jak je vidět v obrázku 7 největší pokles je způsoben 7. harmonickou. Harmonické točící se vzad jako například 5. mohou vyvolat pokles napětí, což způsobí vliv na moment na hřídeli stroje. Pokud bude pokles točivého momentu stroje větší než mechanický točivý moment zátěže  $M_{zát}$  motor nemůže akcelarovat a nemusel by se ani rozběhnout. [4] [6]



Obrázek 7: Vliv 5. a 7. harmonické na momentovou charakteristiku asynchronního stroje [1]

## 2 Model asynchronního stroje

V této práci analyzují reálný stroj běžně používaný v praxi. Jedná se o stroj firmy SIEMENS s označením 1LA7 163 – 4AA10. Stator obsahuje 48 drážek ( $Q_1 = 48$ ). Rotor je složen z 36 hliníkových tyčí ( $Q_2 = 36$ ), které tvoří Boucherotovu klec. Každá 3. tyč má viditelné otevření a zbylé jsou uloženy v uzavřených drážkách. V tabulce 1 jsou uvedeny jmenovité parametry modelovaného stroje.

SIEMENS 1LA7 163 - 4AA10			
Parametr	Značení	Hodnota	Jednotka
Jmenovitý výkon	$P_n$	11 000	$W$
Svorkové napětí	$U_n$	Y 400 / $\Delta$ 230	$V$
Jmenovitý proud	$I_n$	21.5	$A$
Jmenovitý moment	$M_n$	72	$Nm$
Jmenovité otáčky	$n_n$	1443	$ot / min$
Jmenovitý účinník	$\cos \varphi_n$	0.84	-
Jmenovitá účinnost	$\eta_n$	88.5	%

Tabulka 1: Jmenovité parametry modelovaného stroje

### 2.1 Modelování stroje

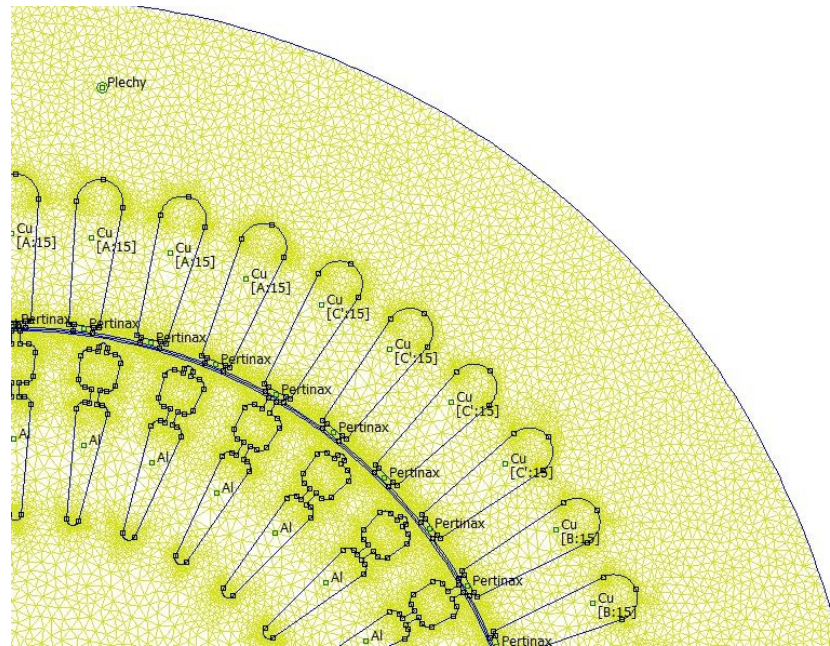
Pro modelování stroje byl použit program FEMM, ve kterém byla následně provedena také analýza metodou konečných prvků. Na začátku řešení bylo nutné vybrat problematiku, kterou hodláme řešit. V našem případě magnetický problém. Po sestavení samotného modelu musely být přiřazeny materiálové vlastnosti všem oblastem modelu a zadány vlastnosti obvodu (viz. Tabulka 2).

Materiálové vlastnosti modelu	
Vínutí statoru - Cu	$\mu_r = 1$
	$\sigma_{Cu} = 58.5 [MS/m]$
Vínutí rotoru - Al	$\mu_r = 1$
	$\sigma_{Al} = 37 [MS/m]$
Plechý	B-H charakteristika použitých plechů
Vzduch	$\mu_r = 1$

Tabulka 2: Materiálové vlastnosti modelu

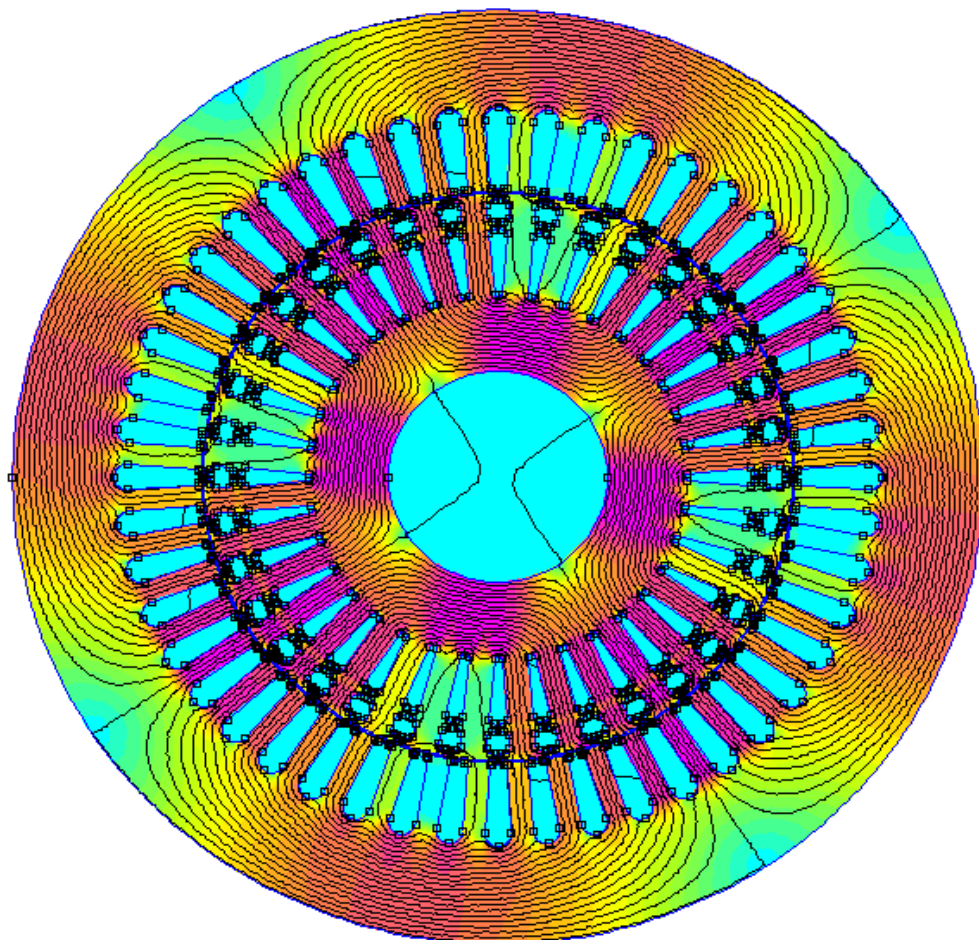
Program před řešením rozdělí připravený model na konečný počet prvků viz obrázek 8. Síť je hustější v místech většího gradientu pole, z důvodu přesnějšího výpočtu.





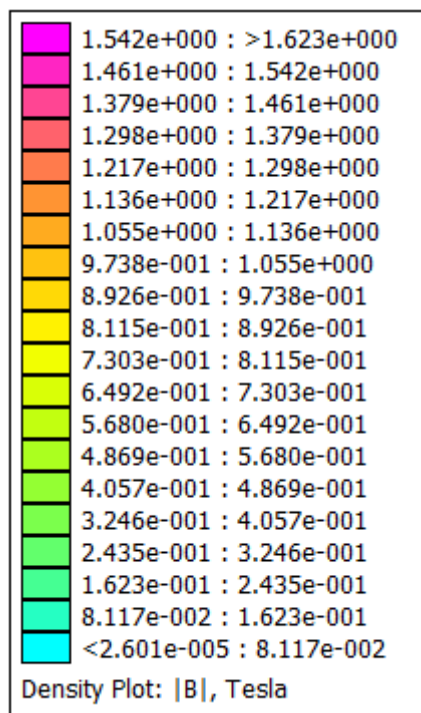
Obrázek 8: Znárodnění rozdělení modelu MKP

Analýza metodou konečných prvků nám poskytuje daleko přesnější výsledky, než které bychom mohli získat analytickým postupem řešení nebo by analytické postupy k získání takto složitých výsledků byly velice těžké. Metodou konečných prvků dokážeme určit rozložení magnetické indukce v různých částech stroje jako například její průběh ve vzduchové mezeře, což využívám v této práci. Přesnost všech výpočtů programu FEMM je omezena diskretizací spojitého prostoru v řešených oblastech.



Obrázek 9: Rozložení magnetické indukce při chodu naprázdno

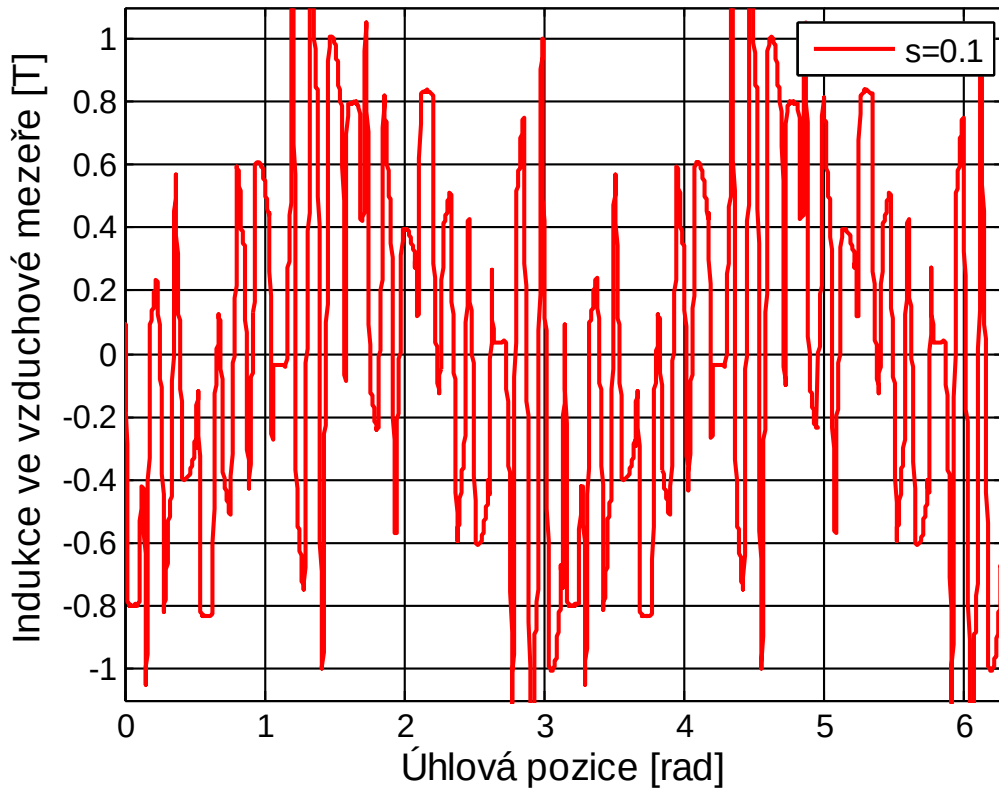
Na obrázku 9 je zobrazeno rozložení magnetického pole nezatíženého stroje. Tento obrázek je výstupem z programu FEMM. Pro lepší výsledky je nastaven vyšší počet siločár. Magnetická indukce je rovnoměrně rozložena jak v rotoru tak ve statoru.



Obrázek 10: Stupnice pro obr. 9

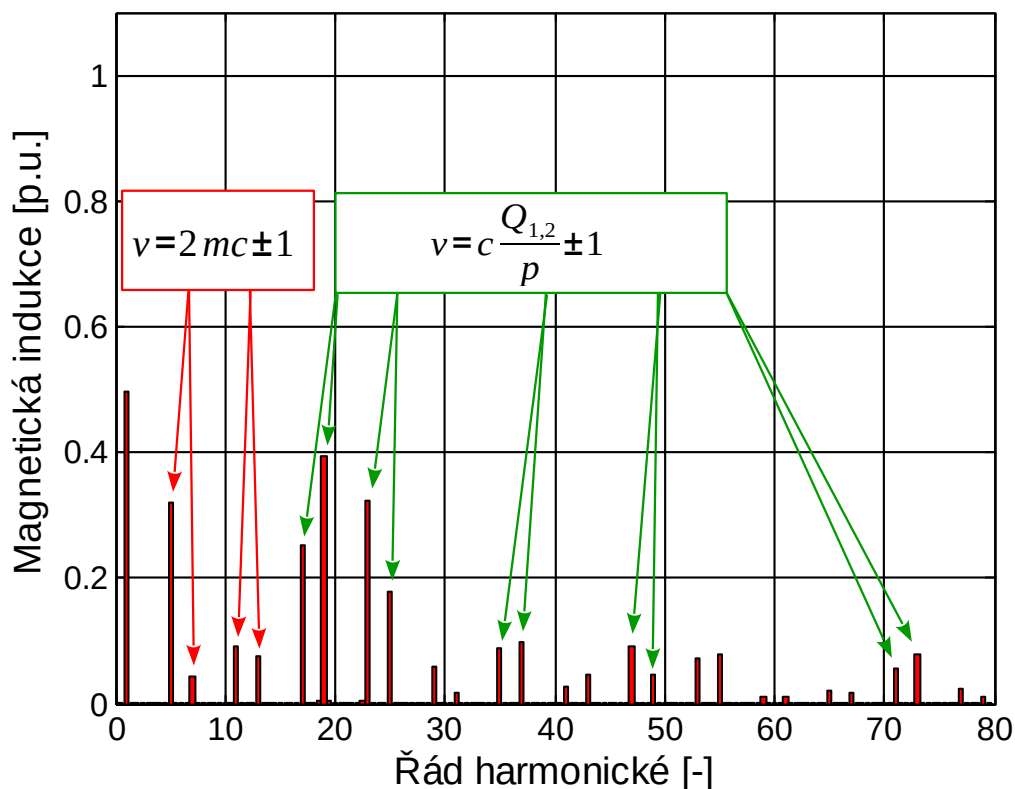
## 2.2 Analýza vyšších harmonických při mechanickém zatížení

Nejlepším způsobem simulace zatíženého asynchronního stroje by byla úplná přechodová analýza, ale pro účely této práce postačí 2D harmonická analýza. Její postup spočívá ve výpočtu ustáleného stavu s charakteristickými rysy. Výsledky této analýzy jsou složeny z reálné a imaginární části. Vektory elektromagnetického pole ovlivňuje nelineární permeabilita, ale jejich časově závislé hodnoty považujeme za dokonale sinusové. Kromě toho můžeme harmonickou analýzu provést pouze pro jednu frekvenci, což značně omezuje shodu mezi simulací a realitou. Ale pokud dodáme do vinutí statoru specifický proud při skluzové frekvenci, začne vinutí rotoru generovat zpětnou magnetomotorickou sílu. To přibližuje simulaci skutečné hodnotě. V analýze vyšších harmonických při mechanickém zatížení budeme vycházet pouze ze simulace v programu FEMM. Již od malého zatížení stroje by analytický postup řešení konečných prvků nedostačoval potřebám analýzy. Již při nízkém zatížení, při skluzu  $s = 0.1$  je průběh velice deformovaný. To je patrné z obrázku 11. Výsledné spektrum obsahu harmonických nezávisí na analyzované části magnetického pole, jak z reálné, tak i z imaginární získáme rovnocenné výsledky. V této práci jsem využil reálnou část, aby byly názorně vidět všechny důležité důsledky zatížení stroje na výsledné spektrum vyšších harmonických. Porovnání vývoje jednotlivých harmonických složek poté provedu ve třetí části této práce. Nyní se budu věnovat porovnání obsahu harmonických ve spektrech jednotlivých průběhů. [1] [2]



Obrázek 11: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře asynchronního stroje pro skluz  $s = 0.1$

Obrázek 11 znázorňuje průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro skluz  $s = 0.1$ . Již od relativně nízkého skluzu se průběh viditelně liší od průběhu stroje nezatíženého. Průběh je značně deformovaný vlivem vyšších harmonických. Spektrum harmonických, vyskytujících se v tomto průběhu, je zobrazeno na obrázku 12 a výrazně se od obrázku 4 liší. I toto spektrum, stejně jako všechny další, je vztažené k hodnotě základní harmonické chodu naprázdno  $B_{\delta 1} = 0.9079$  T, kterou jsme určili z obrázku 4 na straně 15.

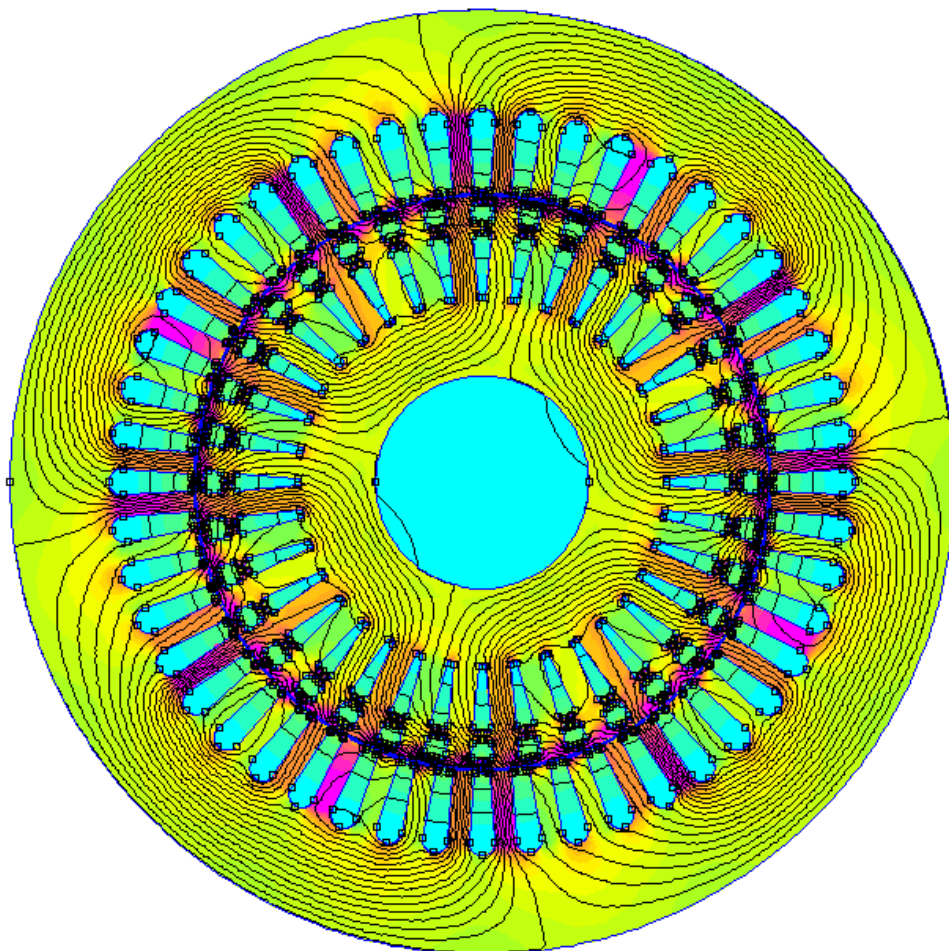


Obrázek 12: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.1$

Z obrázku 12 vyplývá, že již od skluzu  $s = 0.1$  se ve spektru nevyskytuje 3. harmonická složka, která byla zahrnuta ve spektru nezatíženého stroje. Naopak jsou zde výrazněji zastoupeny 5., 7., 11. a 13. harmonické. Tyto harmonické se ve spektru objevují z důvodu špatného rozložení statorového vinutí. Jednovrstvé vinutí má v jedné drážce umístěnu pouze jednu stranu cívky, což relativně zvyšuje jejich výskyt ve výsledném spektru. Mohli bychom je redukovat například zvýšením  $q$  nebo použitím dvouvrstvého vinutí. Rotor na rozdíl od nezatíženého stavu generuje celkem vysoké magnetomotorické síly, které produkují v magnetické indukci ve vzduchové mezeře harmonické složky řádů podle rovnice (39).

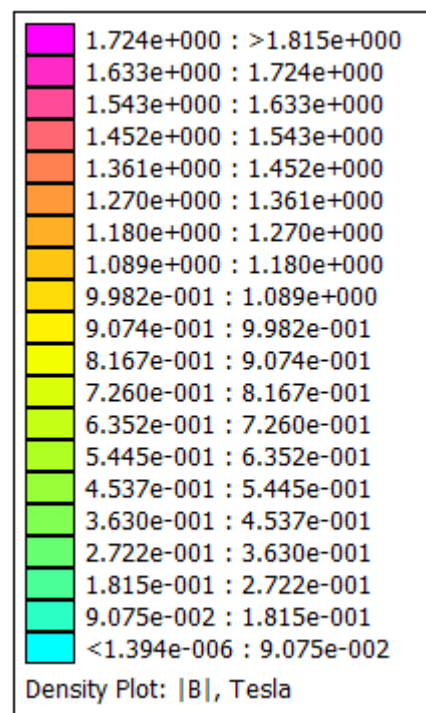
$$v = c \frac{Q_2}{p} \pm 1 = c \frac{36}{2} \quad \text{pro } c = 1, 2, 3, \dots \quad (39)$$

Harmonické složky řádů podle (35) jsou otvory v drážkách rotoru a patří do skupiny stupňových harmonických. Jedná se postranní pásma 18. harmonické a jejích násobků. Jmenovitě 17., 19., harmonickou a násobky jako jsou například ve spektru zobrazené 35. a 37. harmonická.

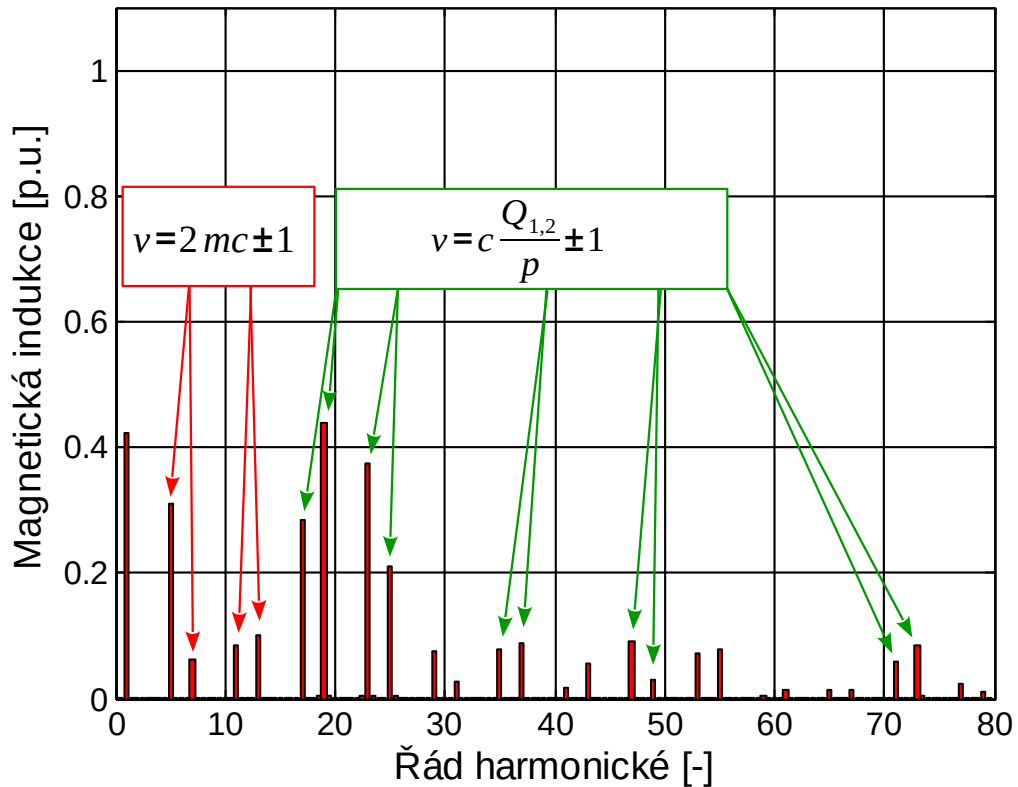


Obrázek 13: Magnetické pole stroje pro skluz  $s = 0.1$

Na obrázku 13 je zobrazeno rozložení magnetické indukce asynchronního stroje při skluzu  $s = 0.1$ . Počet zobrazených siločár jsem nastavil na hodnotu 40. Oproti obrázku 9 je možné vidět lehkou deformaci siločár v oblasti rotoru. V oblasti statoru je rozložení siločár stále rovnoměrné. Obrázek 14 zobrazuje škálu popisující hodnoty magnetické indukce z obrázku 13.

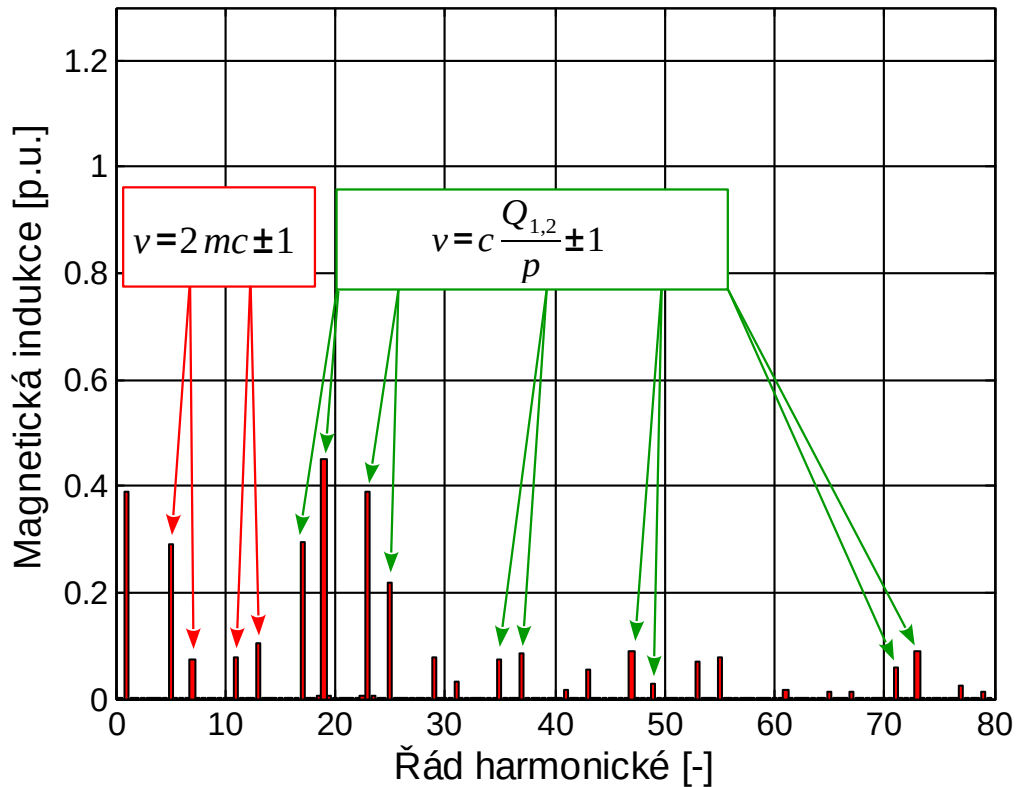


Obrázek 14: Stupnice pro obr. 13



Obrázek 15: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.2$

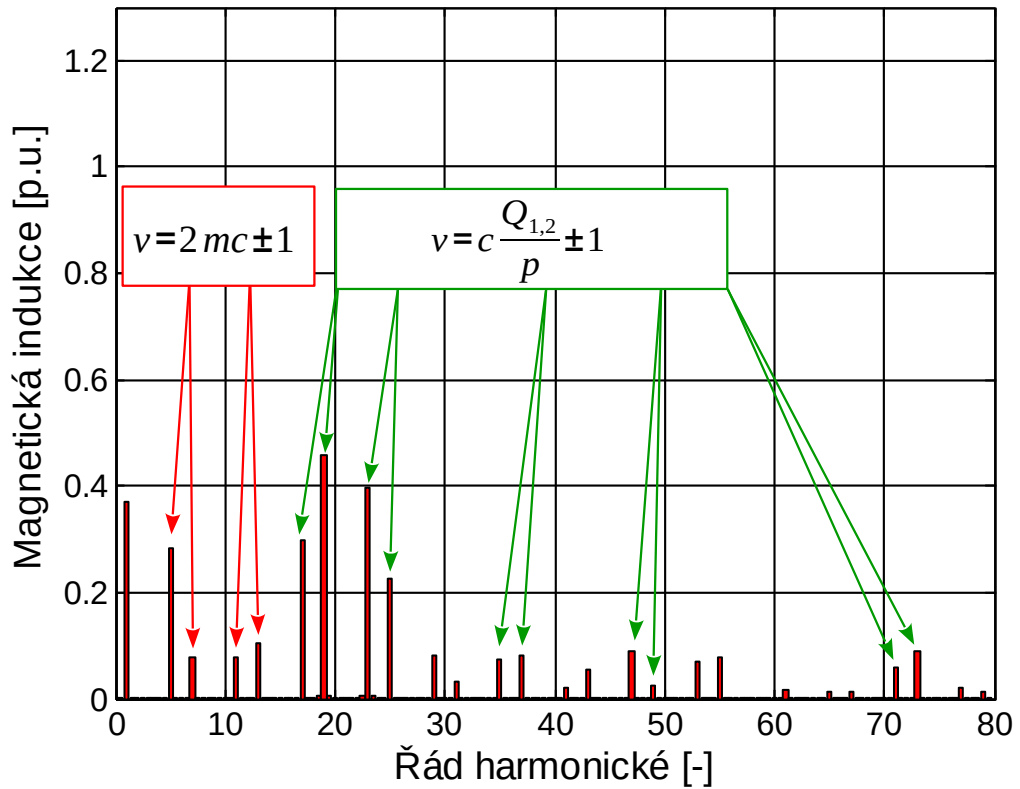
Obrázek 15 znázorňuje spektrum obsahu harmonických při skluzu  $s = 0.2$ . Výrazný nárůst zaznamenaly především harmonické generované vinutím rotoru (17. a 19. harmonická) a vinutím statoru (23. a 25. harmonická). Tento trend bude potvrzen následujícími spektry, kde by podle předpokladů měly tyto složky dosahovat nejvyšších hodnot. V grafu můžeme sledovat pokles základní harmonické. Její hodnota je méně než poloviční oproti základní harmonické chodu naprázdno,  $B_{\delta 1} = 0.38$  T. Hodnota 19. harmonické překonala základní harmonickou a dosahuje velikosti 44% základní harmonické nezatíženého stroje, což odpovídá  $B_{\delta 19} = 0.399$  T. Statorové harmonické se hodnotě základní harmonické přibližují. Nejvyšší z nich je 23. harmonická  $B_{\delta 23} = 0.34$  T. Vyšší násobky těchto harmonických nejsou tak výrazné, ale stále jsou ve spektru obsaženy a výsledný průběh ovlivňují.



Obrázek 16: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.3$

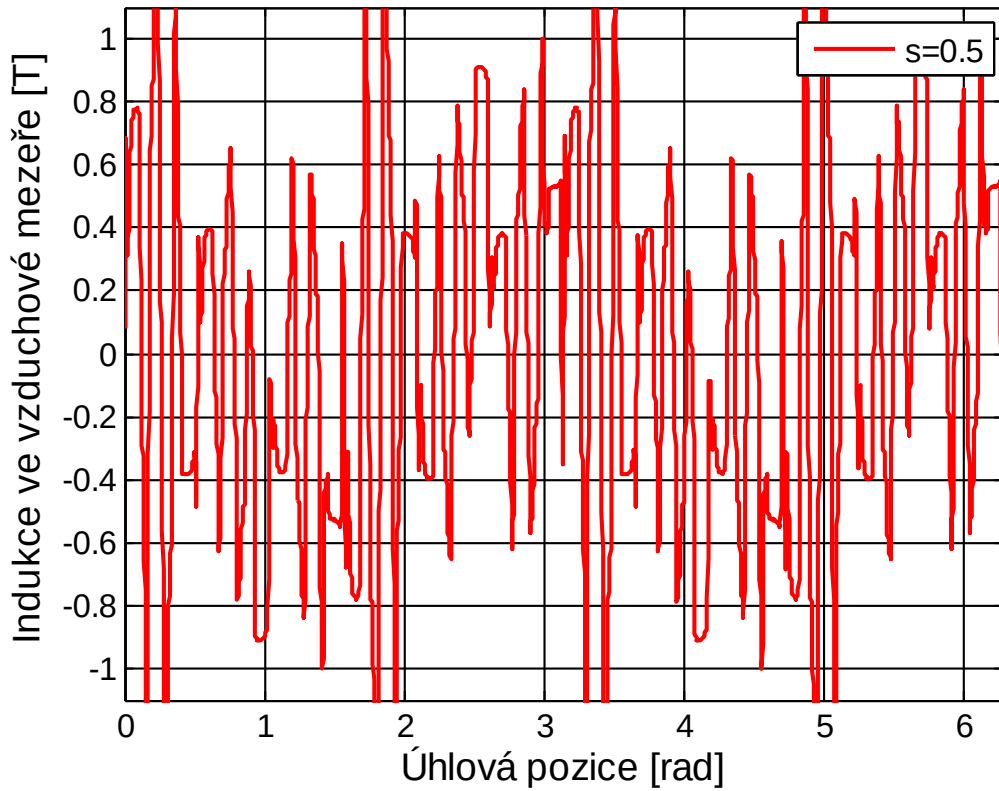
Pro harmonické složky 23., 24., 47. a 49. platí stejná pravidla, jak bylo již zmíněno výše v rovnici (6). Při zvyšování skluzu pozorujeme, že postranní pásma 24. harmonické se již vyrovnají základní harmonické a složky generované rotorem ji převyšují stále výrazněji. Základní složka ovlivněná vyššími harmonickými klesla na hodnotu  $B_{\delta 1} = 0.353$  T. Pokles základní harmonické není tak výrazný jako ze začátku zatěžování, ale i tak se jedná o výrazné ovlivnění. Hodnota 19. harmonické je  $B_{\delta 19} = 0.41$  T. Na obrázku 16 můžeme pozorovat i výrazné zastoupení postranních pásem 6. harmonické, kdy nejvyšší je 5. složka, která dosahuje 0.293 násobku základní harmonické nezatíženého stroje. I když tyto harmonické složky se zvyšujícím se skluzem klesají, jejich pokles není tak výrazný jako pokles základní harmonické. Vyšší násobky statorových a rotorových harmonických se zvyšují velice pomalu.





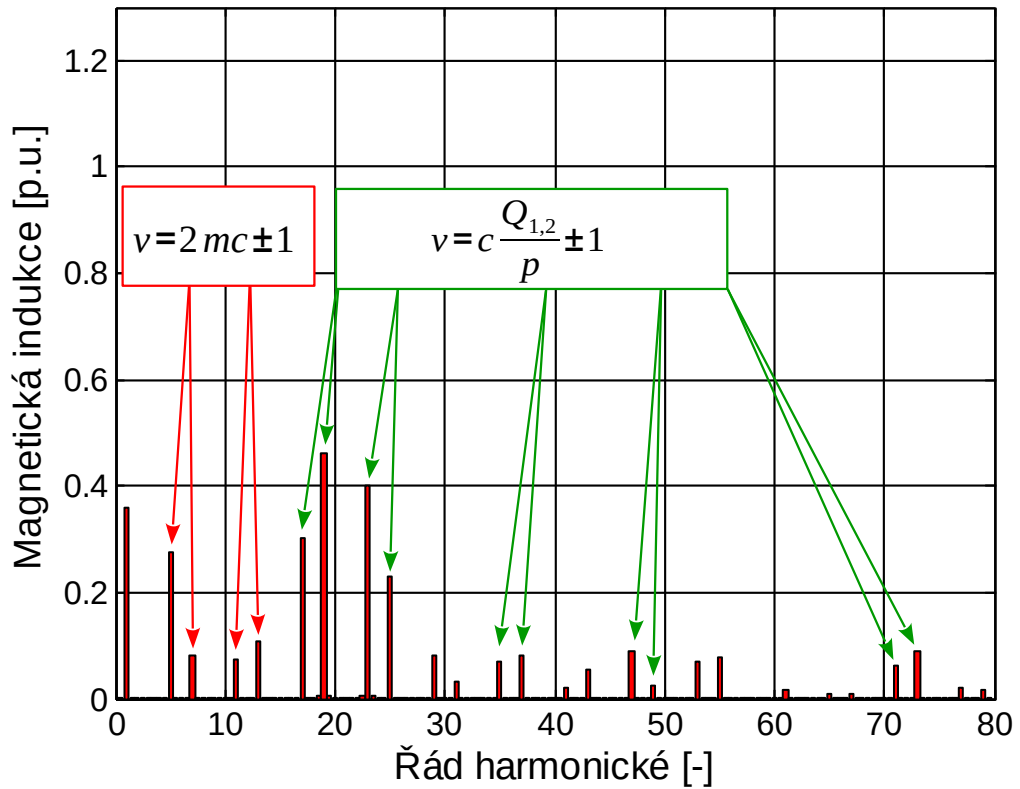
Obrázek 17: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.4$

Na obrázku 17 je zobrazeno spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.4$ . Hodnota základní harmonické je  $B_{\delta 1} = 0.337$  T. Na obrázku je dobře vidět, že 19. harmonická pokračuje v rostoucím trendu. Hodnota této složky je  $B_{\delta 19} = 0.416$  T. Základní harmonickou složku převyšuje již také 23. složka. Statorová harmonická je rovna  $B_{23} = 0.36$  T. Pomalý pokles zaznamenáváme u 5., 7., 11. a 13. harmonické. Nejvyšší hodnoty dosahuje 5. harmonická složka, kdy  $B_{\delta 5} = 0.257$  T.



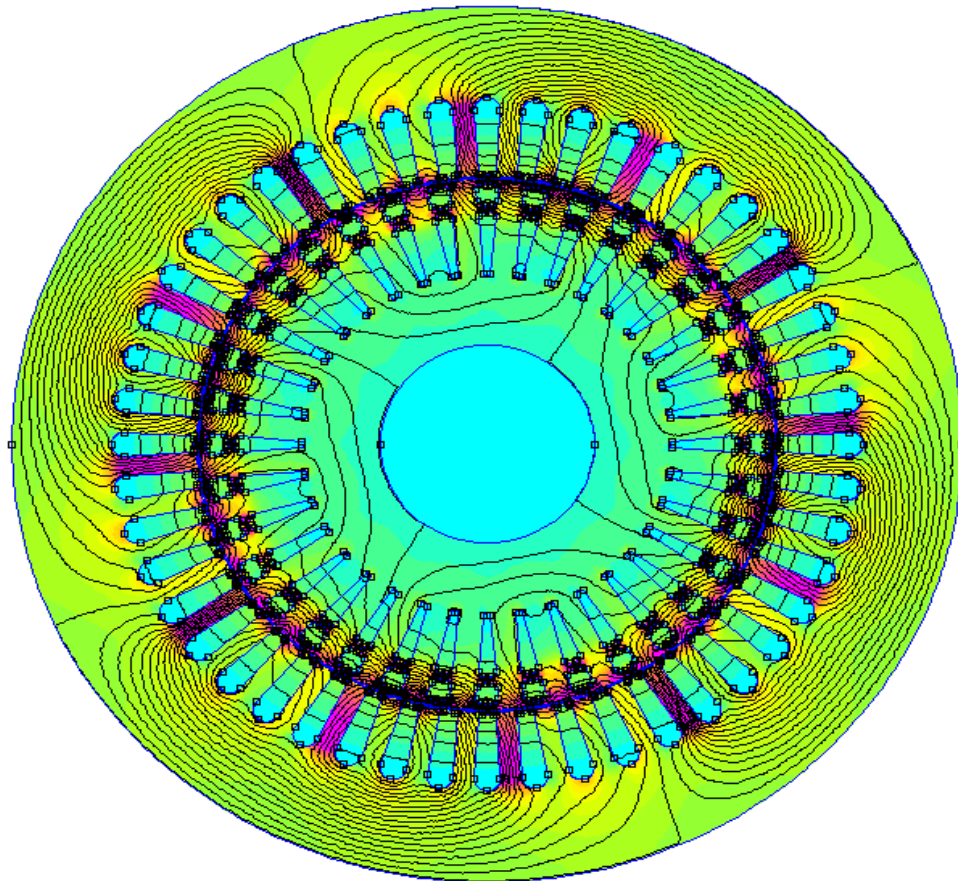
Obrázek 18: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře asynchronního stroje pro skluz  $s = 0.5$

Pro porovnání deformace původního průběhu z obrázku ze strany 14, je na obrázku 18 zobrazen průběh indukce ve vzduchové mezeře asynchronního stroje pro skluz  $s = 0.5$ . Spektrum harmonických obsažených v tomto průběhu je na obrázku 19.



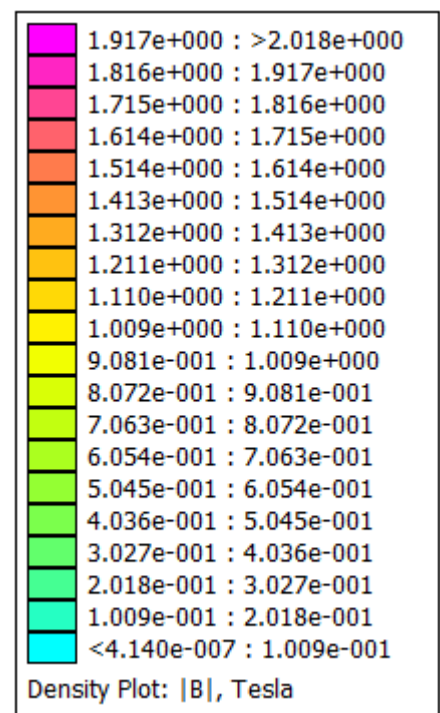
Obrázek 19: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.5$

Základní harmonická složka poklesla na hodnotu  $B_{\delta 1} = 0.326$  T. Oproti předešlému spektru dosahuje hodnota 19. harmonické velikosti 0,46 násobku základní harmonické nezátíženého stroje. Indukce této harmonické složky je rovna  $B_{\delta 19} = 0.42$  T. Můžeme také pozorovat zvyšující se rozdíl mezi 23. a základní harmonickou. Její hodnota 41.3% základní harmonické nezátíženého stroje, což je rovno  $B_{\delta 23} = 0.366$  T. To znamená, že růst statorových harmonických složek se lehce zpomalil. Pokles složek řádů 5, 7, 11 a 13 je minimální.

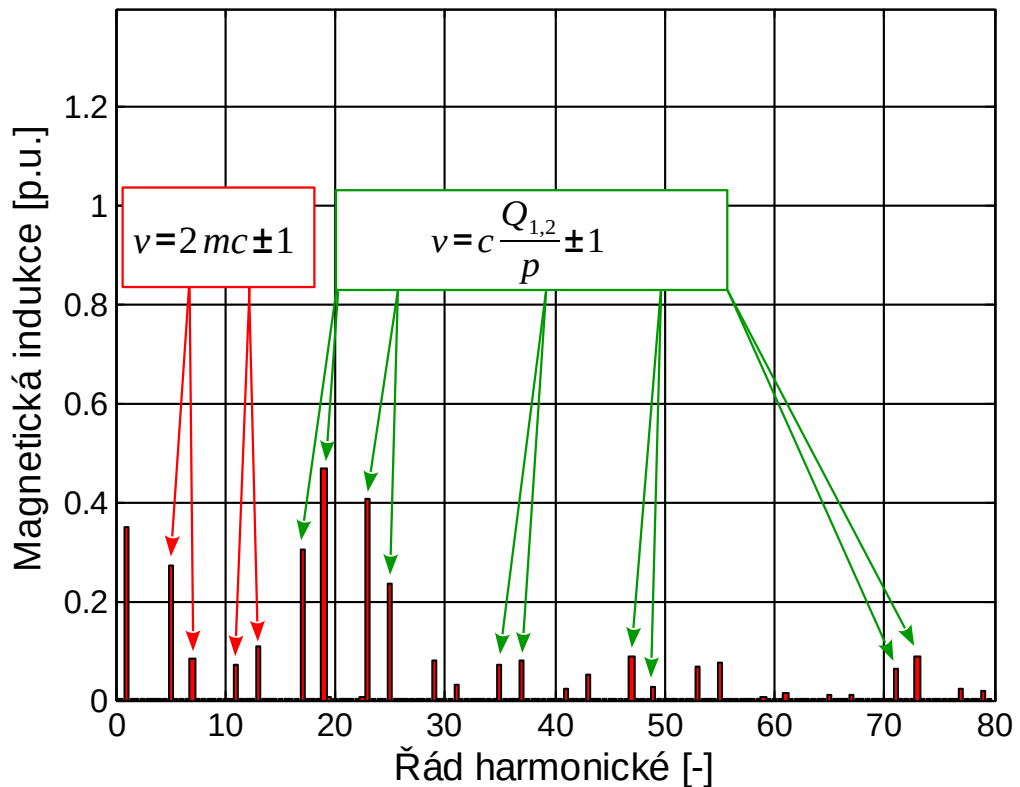


Obrázek 20: Magnetické pole stroje pro skluz  $s = 0.5$

Obrázek 20 znázorňuje rozložení magnetického pole při skluzu  $s = 0.5$ . Je zde dobře viditelná deformace siločár v oblasti rotoru. Siločáry jsou vytlačovány k obvodu rotoru. Stupnici pro obrázek 20 můžeme vidět na obrázku 21.

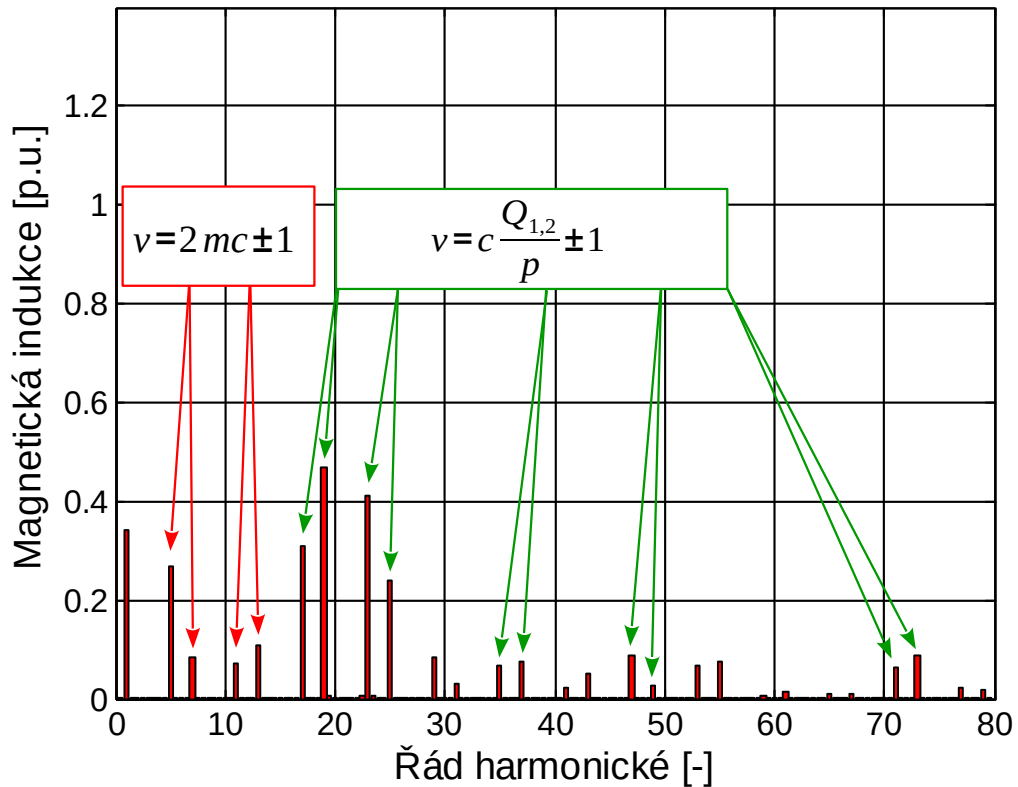


Obrázek 21: Stupnice pro obr. 20



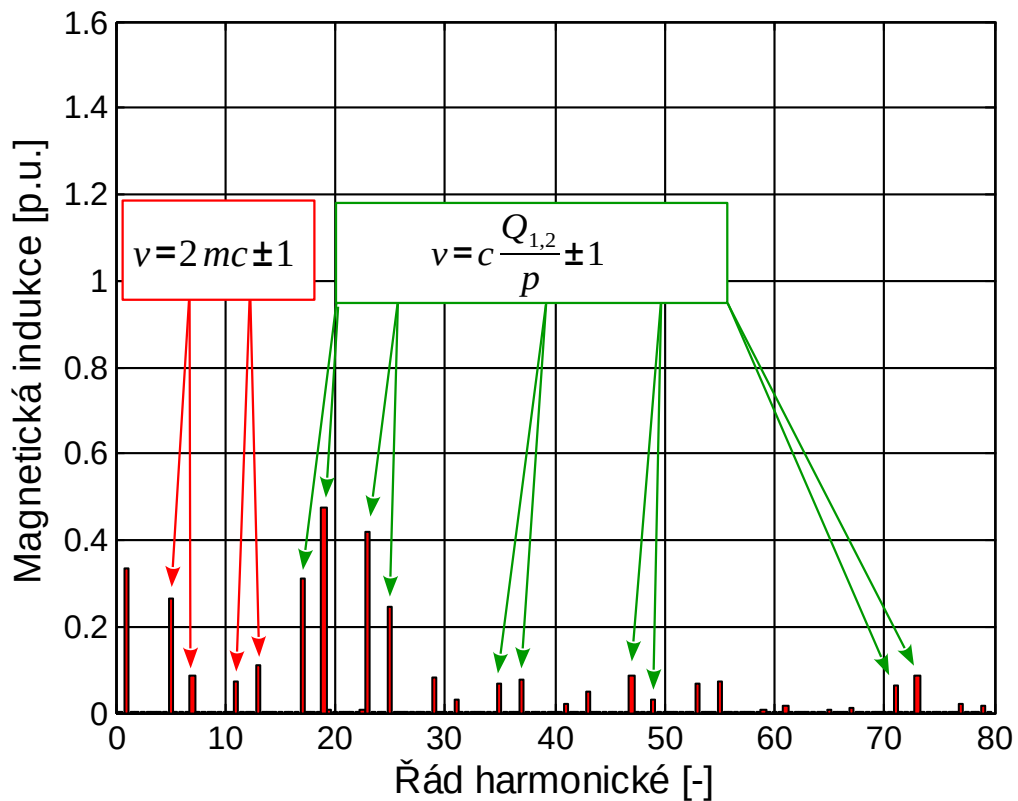
Obrázek 22: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.6$

Ve spektru pro skluz 0.6 na obrázku 22 pozorujeme pouze slabší nárůst 19. harmonické na hodnotu  $B_{\delta 19} = 0.424$  T. To je 46.7 % velikosti základní harmonické nezatíženého stroje. I harmonické složky generované státorem se nezvyšují tak výrazně jako doposud. 23. harmonická složka dosahuje hodnoty  $B_{\delta 23} = 0.37$  T. Nárůst násobků těchto harmonických je minimální, ale i přesto tvoří tyto násobné složky nezanedbatelný podíl výsledného spektra.



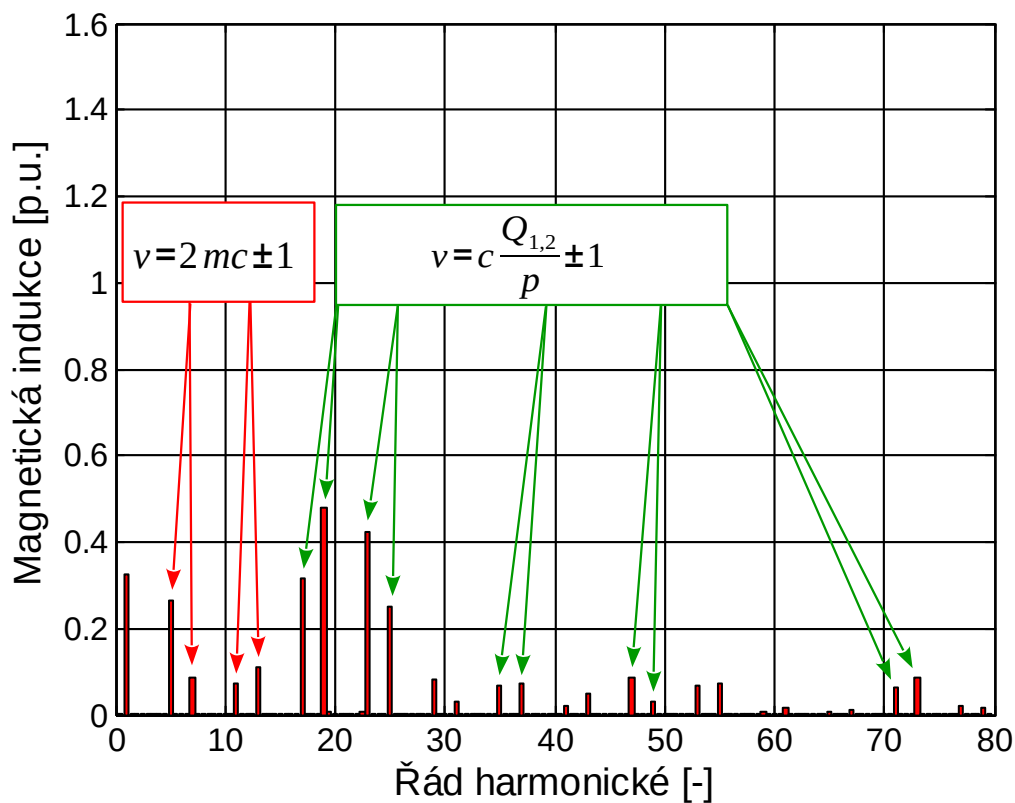
Obrázek 23: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.7$

Na obrázku 23 pozorujeme velice pozvolný pokles základní harmonické, stejně jako pokles postranních pásem 6. a 12. harmonické. Hodnota základní harmonické na obrázku 23 je rovna  $B_{\delta 1} = 0.31$  T, což je 34.1 % hodnoty základní harmonické nezatíženého stroje. K hodnotě základní harmonické se při skluzu  $s = 0.7$  výrazně přiblížila také 17. harmonická, jejíž hodnota je 31 % vztažné hodnoty, a to odpovídá hodnotě  $B_{\delta 17} = 0.281$  T. Stálý nárůst můžeme pozorovat u 19. harmonické. Její hodnota je  $B_{\delta 19} = 0.428$  T, což představuje téměř 47.1 % základní harmonické při chodu naprázdno. Statorová složka, 23. harmonická, dosahuje 41.3 % základní harmonické,  $B_{\delta 23} = 0.375$  T. Vyšší hodnoty dosahuje také druhé postranní pásmo generované statorovým vinutím, 25. harmonická,  $B_{\delta 25} = 0.219$  T odpovídá 24.1 % základní harmonické nezatíženého průběhu.



Obrázek 24: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.8$

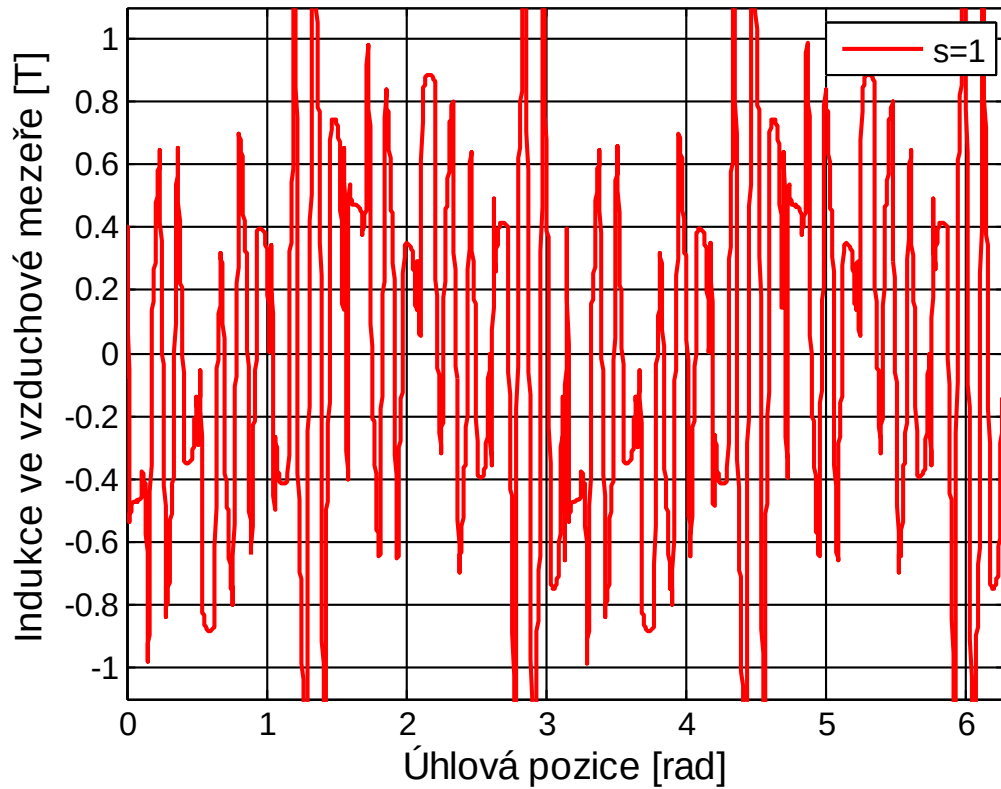
Obrázek 24 zachycuje spektrum obsahu harmonických pro hodnotu skluzu  $s = 0.8$ . Nejvyšší harmonická, 19. složka, se přibližuje k polovině vztažné hodnoty.  $B_{\delta 19} = 0.43$  T je rovno 47.4 % základní harmonické nezátíženého stroje. Nárůst harmonické 17. řádu se zpomalil, ale i přesto se stále výrazněji promítá do výsledného spektra. Její velikost je 31.2 % základní harmonické, což odpovídá  $B_{\delta 17} = 0.283$  T. Druhá nejvýznamněji zastoupená složka spektra, 23. harmonická, je rovna 41.8 % vztažné hodnoty, tedy  $B_{\delta 23} = 0.38$  T. Další složka generovaná statorovým vinutím je 25. harmonická s hodnotou  $B_{\delta 25} = 0.223$  T. 1. harmonická klesla na hodnotu  $B_{\delta 1} = 0.303$  T. V klesajícím trendu pokračují 5., 7., 11. a 13. harmonická. Nejvyšší z této skupiny je 5. harmonická složka, která je rovna 26.6 % vztažné hodnoty, to znamená  $B_{\delta 5} = 0.242$  T. Ostatní harmonické z této skupiny nedosahují ani poloviční velikosti.



Obrázek 25: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.9$

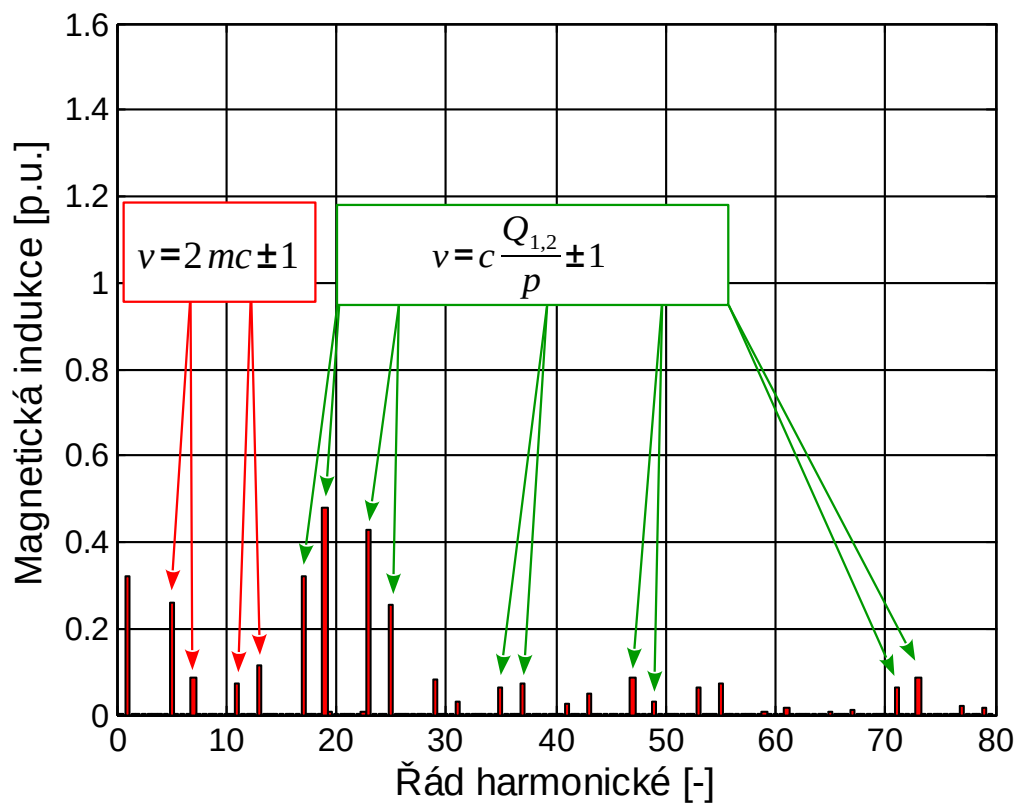
Na obrázku 25 je zobrazeno spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 0.9$ . 19. harmonická složka, která je na obrázku nejvyšší, dosahuje hodnoty  $B_{\delta 19} = 0.433$  T, což odpovídá 47.7 % základní harmonické při chodu naprázdno. 23. harmonická se přibližuje hodnotě 0.4 T, její velikost při skluzu je  $B_{\delta 23} = 0.384$  T. To odpovídá 42.3 % vztažné hodnoty. Druhé postranní pásmo 24. harmonické je rovno  $B_{\delta 25} = 0.228$  T. 17. harmonická se stále více přibližuje velikosti 1. harmonické pro skluz 0.9. Hodnota 17. harmonické je  $B_{\delta 17} = 0.287$  T a to je pouze o 0.1 T méně než je velikost první harmonické  $B_{\delta 1} = 0.297$  T. Ostatní násobky statorových a rotorových harmonických se již všechny shodně pohybují pod hranicí 10 % základní harmonické nezatíženého průběhu. Pokles harmonických řádů 5, 7, 11 a 13 je minimální. Nejvyšší z nich, 5. harmonická, je rovna 26.3 % základní harmonické při stavu naprázdno. Což odpovídá hodnotě  $B_{\delta 5} = 0.239$  T.





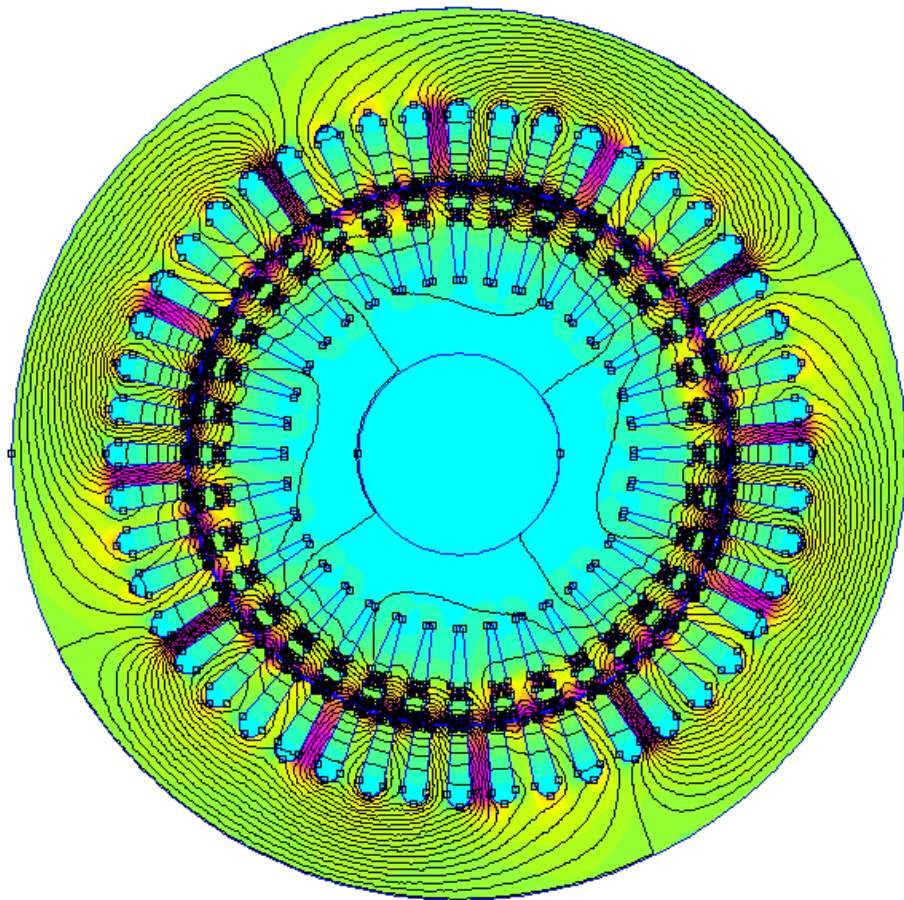
Obrázek 26: Průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře asynchronního stroje pro skluz  $s = 1$

Na obrázku 26 je pro názorné porovnání zobrazen průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře asynchronního stroje pro skluz  $s = 1$ . Na první pohled zde není velice patrný rozdíl mezi průběhem pro skluz  $s = 1$  a skluz  $s = 0.5$  nebo  $s = 0.1$ , ale rozdíl je dobře vidět na obrázku 27 na následující straně, kde je zobrazeno spektrum tohoto průběhu.



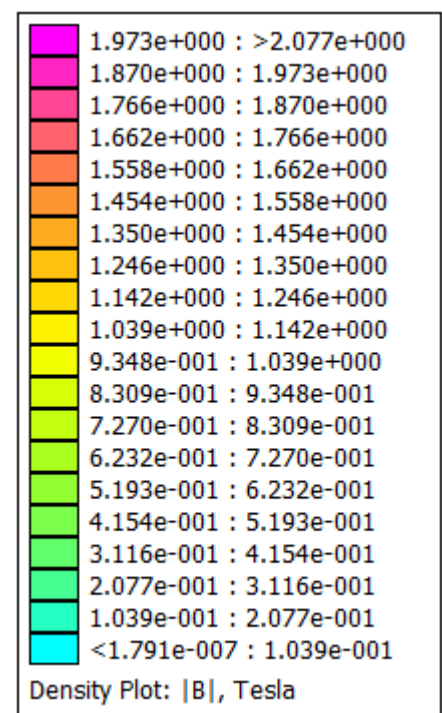
Obrázek 27: Spektrum obsahu harmonických pro skluz  $s = 1$

Základní harmonická tohoto průběhu poklesla na hodnotu  $B_{\delta 1} = 0.291$  T, to odpovídá 32.1 % základní harmonické nezátíženého stroje. 19. harmonická složka dosáhla při skluzu jedna 48 % vztažné hodnoty. To je rovno  $B_{\delta 19} = 0.436$  T a zůstává tedy nejvýrazněji zastoupenou složkou spektra. Druhá harmonická složka generovaná vinutím rotoru, 17. harmonická, je téměř rovna základní harmonické pro skluz  $s=1$ . Její hodnota je  $B_{\delta 17} = 0.289$  T, což je téměř třetina základní harmonické nezátíženého stroje. Ze statoru generovaných harmonických je nejvyšší 23. složka, která odpovídá hodnotě  $B_{\delta 23} = 0.388$  T. Druhá statorová harmonická dosahuje velikosti  $B_{\delta 25} = 0.232$  T, a to je rovno 25.5 % vztažné hodnoty. Násobky statorových i rotorových harmonických nejsou zanedbatelné. Ve spektru se vyskytují, avšak jejich hodnoty se pohybují mezi 5 až 9 % základní harmonické pro stav naprázdno. Ze skupiny harmonických vzniklých vlivem špatného rozložení indukce statoru, do které patří 5., 7., 11. a 13. harmonická složka je stále nejvýraznější 5. harmonická. Ta dosahuje hodnoty  $B_{\delta 5} = 0.236$  T a to je přesně 26 % základní harmonické nezátíženého stroje.



Obrázek 28: Rozložení magnetického pole stroje pro skluz  $s = 1$

Obrázek 28 znázorňuje rozložení magnetického pole pro skluz  $s = 1$ . Počet siločár je nastaven na hodnotu 40. Siločáry v oblasti rotoru jsou značně zdeformované a jsou vytlačovány spíše k obvodu rotoru. V oblasti statoru je rozložení srovnatelné s předchozími skluzy.

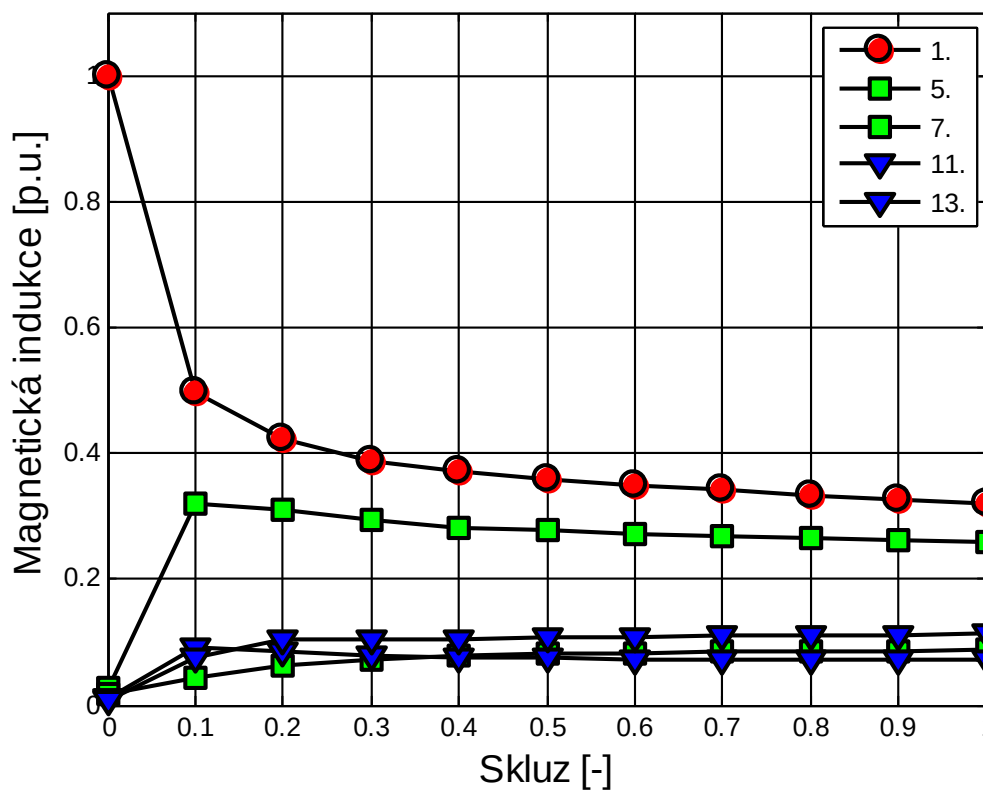


Obrázek 29: škála pro obr. 28

### 3 Srovnání průběhů

Ve všech grafech pro srovnání průběhů jednotlivých harmonických jsem pro názornost uvedl také průběh základní harmonické. Srovnání je provedeno pro skluzy od  $s = 0$  do  $s = 1$  s krokem 0.1. Všechna srovnání jsou provedena, stejně jako Fourierova transformace v kapitole 2, v programu MATLAB.

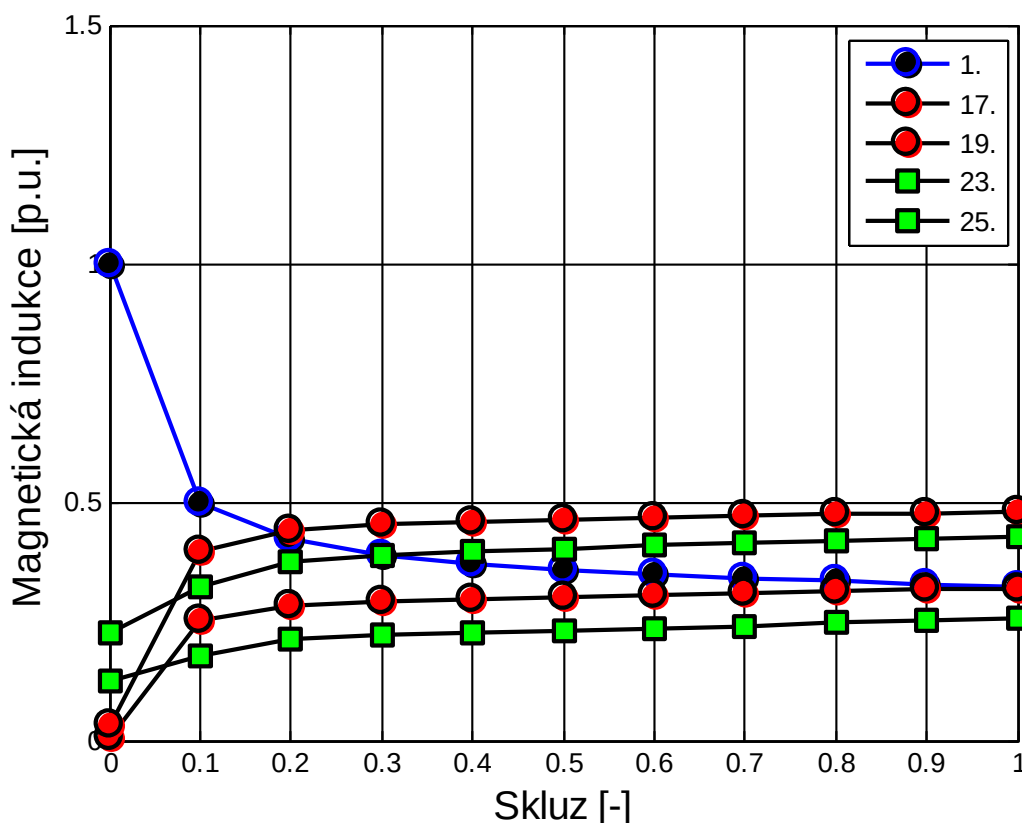
#### 3.1 Porovnání obsahu harmonických pro různá zatížení



Obrázek 30: Graf porovnání postranních pásem 6. a 12. harmonické se základní harmonickou stroje

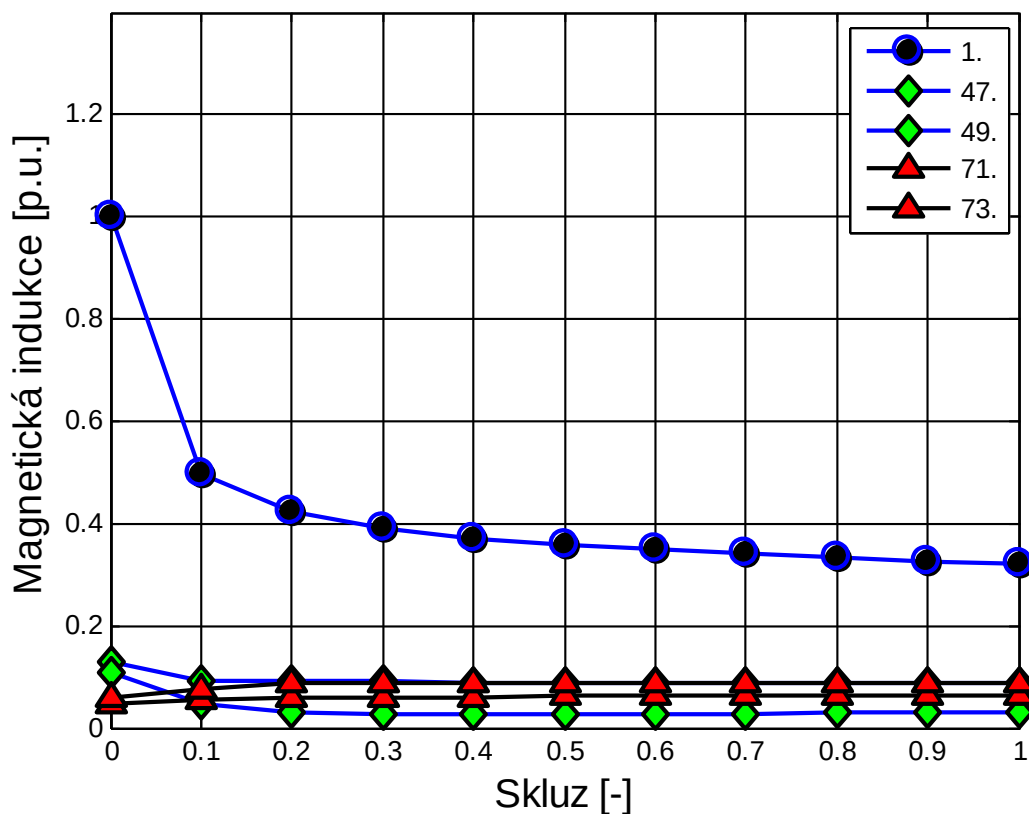
Na obrázku 30 je zobrazeno porovnání průběhu základní harmonické s průběhy harmonických způsobených špatnou distribucí indukce statoru. Základní harmonická zaznamenala zpočátku zatěžování nejstrmější pokles, který se postupně snižoval, až byl v okolí maximálního modelovaného skluzu minimální. Nejvýraznější ze skupiny harmonických zobrazených v obrázku 30 je 5. harmonická složka, jejíž hodnota relativně rychle vzrostla a v dalším průběhu zatěžování byla téměř konstantní nebo se jen minimálně

snižovala. Její hodnota se jako jediná přiblížila hodnotě základní harmonické. Ostatní složky se zvyšovaly jen nepatrně a jejich průběh je spíše konstantní, pouze s malými nárůsty mezi skluzu  $s = 0$  až  $s = 0.3$ .



Obrázek 31: Graf porovnání základní harmonické s harmonickými generovanými drážkami statoru a rotoru

Na obrázku 31 je zobrazeno srovnání základní harmonické s nejvýznamnějšími stupňovými harmonickými. Vidíme zde strmější nárůst harmonických složek generovaných rotorem zpočátku zatěžování. Tento nárůst je dán silným vlivem vzniklé magnetomotorické síly rotoru při začátku zatěžování stroje. Rotorová harmonická 19. řádu již při skluzu  $s = 0.2$  převyšuje základní harmonickou. Statorová harmonická dosáhne vyšší hodnoty než je hodnota základní harmonické až při skluzu  $s = 0.4$ . Růst obou těchto skupin harmonických, jak statorových, tak rotorových je lineární. Základní harmonické se téměř vyrovná i 17. harmonická složka, ale to až při hodnotách skluzu blízcích se jedné.



Obrázek 32: Graf porovnání průběhu násobků krokových harmonických se základní harmonickou

Na obrázku 32 je zobrazeno srovnání násobků krokových harmonických se základní harmonickou. Již od skluzu  $s = 0.1$  se velikosti 47. a 73. harmonické ustálí na hodnotách okolo 9 % základní harmonické nezatíženého stroje a jsou téměř konstantní. Harmonické řádů 49 a 71 jsou ještě o několik procent nižší. Jejich průběh je konstantní téměř v celé oblasti grafu. Zastoupení násobků ve výsledném spektru není nijak významné, nejsou však zanedbatelné.

## Závěr

Cílem práce bylo určit vliv mechanického zatížení na drážkovou harmonickou momentu stroje. Pro analýzu byla použita metoda konečných prvků v programu FEMM. A pro získání spektra obsahu harmonických bylo využito rychlé Fourierovy transformace v programu MATLAB. V práci byl zkoumán obsah vyšších harmonických složek a jejich vliv na chování stroje při zatížení.

Vyšší harmonické značně závisejí na geometrii a uspořádání stroje. Mohou mít za následek vysoké množství negativních vlivů na chod stroje, mezi které patří například vznik parazitních točivých momentů, tvorba vysokofrekvenčních složek magnetického pole v drážkách statoru a s nimi spojené zvyšování ztrát v železe nebo vznik harmonických složek v indukovaném napětí. Parazitní točivé momenty negativně ovlivňují výslednou momentovou charakteristiku stroje vznikem tzv. sedel parazitních momentů. Proto bychom s vyššími harmonickými složkami měli počítat již při návrhu stroje a měli bychom se snažit o jejich minimalizaci.

Fourierovou transformací průběhů magnetické indukce ve vzduchové mezeře byl dokázán obsah vyšších harmonických. Jedná se o harmonické generované drážkami statoru, což jsou postranní pásma 24. harmonické a jejich násobky (viz rovnice 6). A harmonické vytvářené drážkami rotoru, což jsou postranní pásma 18. harmonické a jejich násobky (viz rovnice 39). Další výrazněji zastoupené harmonické složky jsou 5., 7., 11. a 13. harmonická. Tato skupina vzniká v důsledku špatného rozložení indukce statoru. Minimalizovat tuto skupinu můžeme například zvýšením  $q$  nebo použitím dvouvrstvého vinutí. Ve spektru pro chod naprázdno se také vyskytuje 3. harmonická složka a její násobky. Tyto složky zmizely hned po začátku zatěžování. Jejich výskyt má na svědomí sycení magnetického obvodu stroje. Všechna získaná spektra byla vztažena k hodnotě základní harmonické nezatíženého stroje.

Z porovnání jednotlivých harmonických složek se složkou základní vyplývá několik poznatků. Při zatěžování zaznamenává základní harmonická složka rapidní pokles hned ze začátku zatěžování. Několik harmonických složek generovaných statorem a rotorem s rostoucím zatížením hodnotu základní harmonické přesáhne. Nejvyšší hodnoty pro skluz  $s = 1$  dosáhne 17. harmonická. Násobky těchto složek nejsou tak výrazné, ale stále se nejedná o zanedbatelný podíl ve výsledném spektru.

## Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] Katedra výkonových a elektrotechnických systémů *Parazitné momenty asynchronných motorov* [online]. c2011, poslední revize 29. 11. 2011. Dostupné z <[www.kves.uniza.sk](http://www.kves.uniza.sk)>
- [2] Vladimír Kindl, Karel Hruška, Jan Šobra a Miroslav Byrtus. *Effect of Induction Machines's Load and Rotor Eccentricity on Space Harmonics in the Air Gap Magnetic Flux Dnesity* [online]. c2014, poslední revize 21. 10. 2014. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [3] Heller, B.; Hamata, V.; *Přídavná pole, síly a ztráty v asynchronním stroji*. Praha, 1977
- [4] Xiaodong Liang, Yilmaz Luy. *Harmonic Analysis for Induction Motors* [online]. c2006, poslední revize 4. 1. 2007. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [5] Alberto Tassarolo, Mario Mezzarobba and Alfredo Contin. *A Stator Winding Design with Unequally-Sized Coils for Adjusting Air-Gap Space Harmonic Content of Induction Machines* [online]. C2010, poslední revize 20. 10. 2010. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [6] Leon M. Tolbert, Harold D. Hollis and Peyton S. Hale Jr. *Survey of Harmonics Measurements in Eletrical Distributions Systems* [online]. c2004, poslední revize 15. 3. 2004. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [7] Ai Bao, Ai Yong-le, Niu Lian-bo. *Study on the Airgap Flux Density of the Six-phase Induction Machone Based on Trapezoidal Phase Current Waveform with CAD* [online]. c2010, poslední revize 10.11.2010. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [8] Schreier, L.; Bendl, J.; Chomat, M.; *Influence of Space Harmoncs on Properities of Six-Phase Induction Machine – Part I. Analysis* [online]. c2010, poslední revize 20.10.2010. Dostupné z: <[www.ieee.com](http://www.ieee.com)>
- [9] Bartoš, V.; *Teorie elektrických strojů*. Plzeň, 2009
- [10] Kopylov, I.,P. A kolektiv; *Stavba elektrických strojů*. Praha, 1988
- [11] Hrabovcová, V.; Rafajdus, P.; Franko, M.; Hudák, P.; *Meranie a modelovanie elektrických strojov*. Žilina, 2004
- [12] Hrabovcová, V.; Rafajdus, P.; Janoušek, L.; *Elektrické stroje v teórii a príkladoch*, Žilina, 1998