

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**  
**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA APLIKOVANÉ ELEKTRONIKY A TELEKOMUNIKACÍ**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Numerická analýza elektrostatického  
mikroaktuátoru**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2013/2014

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Martin SINKULE**  
Osobní číslo: **E11B0250P**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektronika a telekomunikace**  
Název tématu: **Numerická analýza elektrostatického mikroaktuátoru**  
Zadávající katedra: **Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište problematiku elektrostatických mikroaktuátorů a srovnajte možnosti jejich technického provedení.
2. Proveďte rešerši jejich současného využití.
3. Formulujte obecný matematický model daného typu aktuátoru a formulujte rovnice popisující dynamiku jejich chování.
4. Na základě numerického řešení modelu proveďte komplexní diagnostiku pro vybraný typ mikroaktuátoru.
5. Zhodnoťte výsledky numerické analýzy.



Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 20 - 30 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Husák M.: Mikrosenzory a mikroaktuátory, ACADEMIA, 2008, ISBN 978-80-200-1478-8, EAN 9788020014788
2. Najar F., et al.: Modeling and design of variable-geometry electrostatic microactuators, Journal of micromechanics and microengineering, 2005
3. Štarman V., Kacerovský J., Jansa J., Karban P., Doležel I.: Comparison of efficiency of electrostatic micro-actuators for precise positioning, COMPUTER APPLICATIONS IN ELECTRICAL ENGINEERING, 2013
4. Richard P., John W., Stephen J.: Modelling considerations for electrostatic forces in electrostatic microactuators, Sensors and Actuators, Volume 20, Issues 1-2, 1989
5. Mayer D.: Aplikovaný elektromagnetismus, Kopp, 2012, ISBN 978-80-7232-424-8

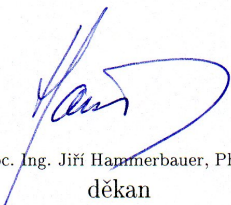
Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. František Mach**


Regionální inovační centrum elektrotechniky

Datum zadání bakalářské práce: 14. října 2013

Termín odevzdání bakalářské práce: 9. června 2014

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



  
Doc. Dr. Ing. Vjačeslav Georgiev  
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2013

**Název:** Numerická analýza elektrostatického mikroaktuátoru

**Abstrakt:**

Předložená bakalářská práce se zabývá popisem základních fyzikálních principů, které se u elektrostatických mikroaktuátorů používají. Je to elektrostatické pole, jeho energie a síly, které v něm působí. Dále se hodnotí jejich technické provedení, materiály pro výrobu, samotná výroba a využití v současné technice. Popisuje se také způsob řešení numerických diferenciálních rovnic nejpoužívanějšími metodami. Poté se práce zaměřuje na sestavení obecného matematického modelu elektrostatického mikroaktuátoru, což je sestavení diferenciálních rovnic a okrajových podmínek spolu s podmínkami na rozhraní pro numerické řešení modelu a sestavení rovnic pro řešení dynamiky. Poslední část práce se zabývá numerickou analýzou všech typů elektrostatických mikroaktuátorů a jejich diagnostikou. Hlavním cílem této práce je srovnání numerických i analytických výsledků výpočtů a simulací všech typů elektrostatických mikroaktuátorů a jejich vzájemné srovnání dle dosažených výsledků.

**Klíčová slova:**

Elektrostatické pole, Agros2D, metoda konečných prvků, elektrostatický mikroaktuátor, výroba mikrostruktur, matematický model, numerická analýza, numerické řešení

**Name:** Numerical analysis of electrostatic microactuator

**Abstract:**

The present bachelor's thesis deals with the description of basic physical principles which are used for electrostatic microactuators. It's electrostatic field, its energy and power which operates in it. It also assess their technical design, materials for production, the production itself and the use in the present technique. It also disclosed a way of numerical solution of differential equations of the most used methods. After that the work focuses on the preparation of mathematical model of electrostatic microactuator, which is a compilation of differential equations and boundary conditions, together with the boundary conditions for the numerical solution of the model equations and build solutions for dynamics. The last part of work deals with the numerical analysis of all types of electrostatic microactuators and their diagnostics. The main aim of this work is the comparison of the numerical and analytical results of calculations and simulations of all types of electrostatic microactuators and their mutual comparison of the achieved results.

**Key words:**

Electrostatic field, Agros2D, finite element method, electrostatic microactuator, production of microstructures, mathematical model, numerical analysis, numerical solution

## **Prohlášení:**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

V Plzni dne 5.6.2014

.....  
Martin Sinkule

## Obsah

1 Úvod do problematiky.....	9
2 Základní fyzikální principy elektrostatického pole.....	10
2.1 Elektrostatické pole:.....	10
2.2 Dielektrikum:.....	11
2.3 Energie:.....	12
2.3.1 Výpočet pomocí soustavy tvořené n náboji:.....	12
2.3.2 Výpočet pomocí vektorů E a D:.....	12
2.4 Síly:.....	13
3 Elektrostatické mikroaktuátory.....	14
3.1 Technické provedení a jeho funkce:.....	14
3.2 Podélný pohyb s lineárním uspořádáním:.....	14
3.2.1 Podélný pohyb s hřebenovým uspořádáním:.....	15
3.2.2 Příčný pohyb s lineárním uspořádáním:.....	17
3.2.3 Příčný pohyb s hřebenovým uspořádáním:.....	17
3.2.4 Kombinace příčného a podélného pohybu:.....	18
3.2.5 Pohyb dielektrika:.....	18
3.2.6 Pohyb vodivé části:.....	19
3.3 Materiály používané pro realizaci:.....	20
3.4 Výroba:.....	21
3.4.1 Objemové mikroobrábění:.....	21
3.4.2 Kombinace izotropního a anizotropního leptání:.....	22
3.4.3 Povrchové mikroobrábění:.....	23
3.4.4 Mikroobrábění struktur s velkým poměrem geometrických rozměru:.....	23
3.4.5 Nanášení vrstev vodivého i izolačního materiálu:.....	24
3.5 Využití v současné technice a jejich funkce:.....	25
4 Numerické řešení diferenciálních rovnic.....	30
4.1 Agros2D:.....	31
5 Obecný matematický model.....	32
5.1 Sestavení diferenciálních rovnic:.....	32
5.2 Okrajové podmínky a podmínky na rozhraní:.....	32
5.3 Dynamika:.....	33
6 Ilustrativní numerické řešení jednotlivých modelů.....	34
6.1 Podélný pohyb:.....	34
6.2 Příčný pohyb:.....	36
6.3 Kombinace příčného a podélného pohybu:.....	38
6.4 Pohyb dielektrika:.....	39
6.5 Pohyb vodivé části:.....	41
7 Diskuse výsledků:.....	42
8 Závěr:.....	44
9 Použitá literatura:.....	45
10 Přílohy:.....	46

**Seznam použitých symbolů a zkratek:**

$A$	Skalární veličina
$\vec{A}$	Vektorová veličina
$\nabla$	Hamiltonův operátor
$\Delta$	Laplaceův operátor
$\vec{E}$ [ $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	Intenzita elektrického pole
$\vec{D}$ [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$ ]	Elektrická indukce
$\varepsilon$ [ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	Permitivita
$\varepsilon_0=8.854\cdot 10^{-12}$ [ $\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	Permitivita vakua
$\varepsilon_r$ [–]	Relativní permitivita
$e=1.602\cdot 10^{-19}$ [C]	Velikost elementárního náboje
$\varphi$ [V]	Elektrický potenciál
$U$ [V]	Elektrické napětí
$Q$ [C]	Náboj
$\Gamma$	Hranice
$\Omega$	Oblast ohraničená rozhraním
$W_e$ [J]	Energie elektrického pole
$S$ [ $\text{m}^2$ ]	Plocha resp. obsah
$V$ [ $\text{m}^3$ ]	Objem
$E_p$ [ $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	Elektrická pevnost dielektrika
$\vec{F}$ [N]	Síla v elektrickém poli
$w_e$ [ $\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$ ]	Hustota energie elektrického pole
$C$ [F]	Kapacita
$\tau$ [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$ ]	Lineární hustota náboje
$\sigma$ [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$ ]	Plošná hustota náboje
$\rho$ [ $\text{C}\cdot\text{m}^{-3}$ ]	Objemová hustota náboje
$v$ [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	Rychlost
$a$ [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ]	Zrychlení
HU	Hřebenovité uspořádání těles mikroaktuátoru
LU	Lineární uspořádání desek mikroaktuátoru



## 1 Úvod do problematiky

Aktuátor resp. mikroaktuátor, též označován jako akční člen, je zařízení, které převádí vstupní veličinu na výstupní veličinu, která je charakterizována působením síly a následným mechanickým pohybem po určité dráze, což může být deformace, rotace, lineární pohyb apod. Jinými slovy transformuje vstupní informační část na výstupní technickou část, kdežto senzory jsou opakem aktuátoru, proto transformují vstupní technickou část na výstupní informační část. Podle způsobu převodu vstupní veličiny na výstupní můžeme aktuátory rozdělit do šesti základních kategorií: elektrické, magnetické, termické, optické, mechanicko-akustické a chemicko-biologické. Rozdíl mezi aktuátorem a mikroaktuátorem je ve velikosti. Mikroaktuátor má rozmezí velikostí od jednotek mikrometrů až po jednotky milimetrů, kdežto aktuátor je větší a může mít velikost i jednotky metrů. Proto se v dnešní době mikroaktuátory i aktuátory používají v široké škále odvětvích, jako například v lékařství, v automobilovém, leteckém, vesmírném, počítačovém i telekomunikačním průmyslu apod.

Předložená bakalářská práce se zabývá problematikou elektrostatických mikroaktuátorů a jejich komplexní numerickou diagnostikou. V první části práce se rozebírají základní fyzikální principy, které se u těchto elektrostatických mikroaktuátorů používají, což jsou elektrostatické pole, jeho energie a síly, které v něm působí. V druhé části práce se rozebírá jejich technické provedení, materiály pro výrobu, samotná výroba a využití v současné technice. Ve třetí části práce se rozebírá způsob řešení numerických diferenciálních rovnic nejpoužívanějšími metodami. Ve čtvrté části práce se rozebírá obecný matematický model elektrostatického mikroaktuátoru, což je sestavení diferenciálních rovnic a okrajových podmínek pro numerické řešení modelu a sestavení rovnic pro řešení dynamiky. Poslední část práce se zabývá numerickou analýzou všech typů elektrostatických mikroaktuátorů, jejich diagnostikou a diskusí dosažených výsledků.

Hlavním cílem této práce je srovnání numerických i analytických výsledků výpočtů resp. jejich porovnání s teoretickými předpoklady a simulací všech typů elektrostatických mikroaktutátorů a jejich vzájemným srovnáním dle dosažených výsledků.

## 2 Základní fyzikální principy elektrostatického pole

### 2.1 Elektrostatické pole:

Elektrostatické pole vzniká v místech, kde se nachází elektrické náboje, které se nepohybují a jsou v klidu. Předpokladem k této stacionárnosti je skutečnost, že se nachází v nevodivém prostředí, které tyto elektrické náboje obklopuje. Díky tomuto předpokladu se může usoudit, že nedochází k vytváření elektrického proudu. Z hlediska polarity se rozeznávají dva typy elektrických nábojů: kladné a záporné. Každý atom látky se skládá z určitého počtu protonů a neutronů, které dohromady tvoří nukleony a jsou v atomovém jádře, a určitého počtu elektronů, které se pohybují po orbitě okolo samotného atomového jádra v atomovém obalu. Proton má kladný elementární náboj, elektron má záporný elementární náboj a jak už název napovídá, neutron je neutrální. V případě, je-li počet elektronů a protonů v atomu stejný, stává se atom neutrálním. Kladný elektrický náboj znamená menší počet elektronů oproti protonům, kdežto záporný elektrický náboj znamená větší počet elektronů oproti protonům. Značení elementárního náboje je  $e$ , někdy také  $q_e$ .

Základní rovnice, které popisují elektrostatické pole pro časově neproměnné neboli stacionární pole, vycházejí z II. a III. Maxwellovy rovnice.

II. Maxwellova rovnice se nazývá Faradayův indukční zákon a má tento tvar:

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (2)$$

III. Maxwellova rovnice se nazývá Gaussova věta a má tento tvar:

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (4)$$

Intenzita elektrického pole se může vypočítat podle rovnice (5) a její vztah mezi elektrickou indukci je uveden v rovnici (6):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \frac{U}{d} \quad [\text{V} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E} \quad [\text{C} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (6)$$

Z vektorové analýzy se může zjistit, že gradient je diferenciální operátor, který nám vyjadřuje vektorové pole směru a velikosti největšího růstu skalárního pole. Z této teze se může usoudit, že gradient je nevírové čili potenciální pole, proto rotace gradientu je rovna nule:

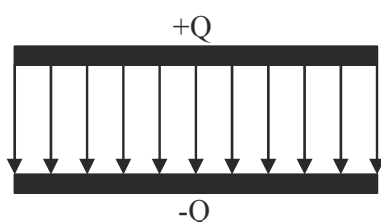
$$\text{rot}(\text{grad } \varphi) = 0 \quad (7)$$

V případě spojení rovnic (2) a (7) se může postupnou úpravou získat následující vzorec:

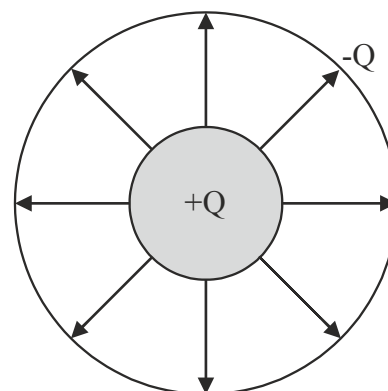
$$\text{rot } \vec{E} = \text{rot}(\text{grad } \varphi) = 0 \rightarrow \vec{E} = \text{grad } \varphi, \text{ technicky správně } \rightarrow \vec{E} = -\text{grad } \varphi \text{ [V} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (8)$$

Jak už zde bylo popsáno,  $\text{grad } \varphi$  má směr největšího růstu potenciálu  $\varphi$ , ale intenzita  $\vec{E}$  má vektor ve směru snižujícího se potenciálu  $\varphi$ , proto se do vzorce (8) zavádí mínus. [1, str. 51]

Elektrostatické pole se mohou zobrazovat dvěma druhy čar: siločárami a ekvipotenciálami. Siločáry udávají směr vektoru  $\vec{E}$  a ekvipotenciály udávají hladiny se stejným potenciálem. Ekvipotenciála je kolmá na siločáru a plyne to z rovnice (8). Podle druhu siločar se rozeznávají homogenní pole na obr. 1, kde jsou siločáry na sebe rovnoběžné a velikost intenzity  $E$  je v každém bodě tohoto pole konstantní, nebo nehomogenní pole na obr. 2, kde nejsou siločáry na sebe rovnoběžné a velikost intenzity  $E$  není v každém bodě konstantní. Siločáry vystupují z povrchu tělesa a končí opět na povrchu jiného tělesa, což znamená, že uvnitř těles je velikost intenzity  $E$  nulová. Opět to plyne z rovnice (8), jelikož uvnitř těles je potenciál  $\varphi$  konstantní a derivací této konstanty se získá nulová hodnota. [2, str. 95]



Obrázek 1: Homogenní pole



Obrázek 2: Nehomogenní pole

## 2.2 Dielektrikum:

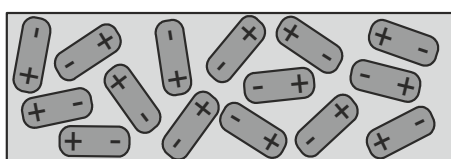
Dielektrikum neobsahuje volné nosiče náboje, tudíž nemohou vést elektrický proud a chovají se tak jako izolátory. Dielektrikum v sobě obsahuje náhodně uspořádané elementární dipóly, které jsou uvedeny na obr. 3 a). Pokud se vloží do vnějšího elektrostatického pole, všechny elementární dipóly, které v něm jsou obsaženy, se polarizují resp. orientují a na odvrácených stranách dielektrika se vytvoří povrchové náboje  $\pm \sigma$ . Tento jev se nazývá polarizace dielektrika a je demonstrován na obr. 3 b). Pokud toto polarizované dielektrikum následně odstraníme z vnějšího elektrostatického pole, elementární dipóly se buď u některých materiálů vrátí do náhodně uspořádané polohy, nebo zůstanou permanentně polarizovaná podobně jako u permanentních magnetů. V elektrostaticce to jsou například elektrety. [1, str. 58-59]

U dielektrik se dále zavádí elektrická pevnost  $E_p$  a většinou se uvádí v jednotkách

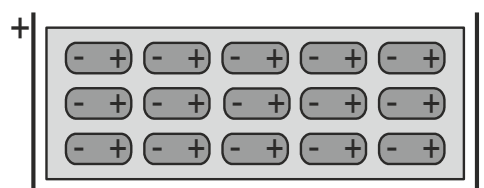
[kV/mm]. Je to vlastně maximální velikost intenzity elektrického pole  $E$ , se kterým je schopno dielektrikum pracovat, aniž by došlo k průrazu a následnému vytvoření vodivého propojení uvnitř dielektrika, ve kterém by procházel elektrický proud. Při průrazu může dojít buď k dočasnému poškození, tudíž se může dielektrikum ještě zregenerovat neboli navrátit svoje původní vlastnosti, nebo může dojít k trvalému poškození, které dielektrikum nenávratně poškodí a znehodnotí. Mezi látky, které mají velmi velkou regenerační schopnost, patří např. transformátorový olej či vzduch.

Dále se u dielektrik zavádí permitivita, což je schopnost se polarizovat:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad [\text{F} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (9)$$



Obrázek 3 a): Náhodně uspořádané dipóly



Obrázek 3 b): Orientace dipólů při polarizaci

## 2.3 Energie:

V elektrostatickém poli se může akumulovat energie ve formě elektrického napětí  $U$  resp. potenciálu  $\varphi$ . Jelikož je to stavová veličina tohoto pole, vypočítá se dvěma způsoby:

### 2.3.1 Výpočet pomocí soustavy tvořené $n$ náboji:

Vytvoří-li se soustava  $n$  vodičů s náboji  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  a s elektrickými potenciály  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  v prostředí s konstantní permitivitou  $\varepsilon$ , může se energie elektrostatického pole vypočítat tímto způsobem:

$$W_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \varphi_i \cdot Q_i \quad [\text{J}] \quad (10)$$

V případě, že je v oblasti obsahu  $S$  spojitě rozložena plošná hustota náboje  $\sigma$  nebo v oblasti objemu  $V$  spojitě rozložena objemová hustota náboje  $\rho$ , jsou vzorce pro výpočet energie následující: [1, str. 284-285]

$$W_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \int_S \sigma \cdot \varphi \, dS \quad [\text{J}] \quad (11)$$

$$W_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \int_V \rho \cdot \varphi \, dV \quad [\text{J}] \quad (12)$$

### 2.3.2 Výpočet pomocí vektorů $\vec{E}$ a $\vec{D}$ :

V prostorové oblasti elektrostatického pole se vytvoří  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$ , proto se může vypočítat

hustota energie (rovnice (13)) a samotná energii (rovnice (14)):

$$w_e = \int_0^{\vec{D}} \vec{E} \cdot d\vec{D} \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (13)$$

$$W_e = \int_V w_e dV \quad [\text{J}] \quad (14)$$

V případě, že dielektrikum je lineární, se může rovnice (13) ještě upravit a zjednodušit:

$$w_e = \int_0^{\vec{D}} \vec{E} \cdot d\vec{D} = \frac{1}{\epsilon} \int_0^{\vec{D}} \vec{D} \cdot d\vec{D} = \frac{1}{2 \cdot \epsilon} \cdot D^2 = \frac{1}{2} \cdot E \cdot D = \frac{\epsilon}{2} \cdot E^2 \quad [\text{J} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (15)$$

## 2.4 Síly:

V elektrostatickém poli se může vypočítat síla několika způsoby. První způsob určení síly je, že se upraví rovnice (5) tak, aby bylo dosaženo síly, která působí na bodový náboj o velikosti  $Q$  v elektrickém poli o intenzitě  $\vec{E}$ . Z této síly vychází například Coulombův zákon, ze kterého je dosaženo síly mezi dvěma náboji o velikosti  $Q$ . Pokud jsou tyto dva náboje stejného potenciálu, přitahují se, pokud jsou jiného potenciálu, odpuzují se. Za předpokladu, že je v rovnici (3) plocha  $S$  ekvipotenciální plochou, je poté i vektor  $\vec{D}$  rovnoběžný s vektorem  $d\vec{S}$ , proto se může dospět k rovnici (16). Po její úpravě a dosazení do rovnice (5) se získá síla a také formulace Coulombova zákona, která je uvedena v rovnici (17):

$$D \cdot S = Q = E \cdot \epsilon \cdot S \quad (16)$$

$$F = E \cdot Q = \frac{Q}{\epsilon \cdot S} \cdot Q = \frac{Q^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \quad [\text{N}] \quad (17)$$

Druhý způsob určení síly je derivace energie elektrického pole po určité dráze. Pokud je soustava připojená ke zdroji elektrické energie, je napětí  $U$  konstantní a náboj  $Q$  se mění, proto je rovnice (18) kladného znaménka a pokud je soustava izolovaná, tedy není připojena ke zdrojům elektrické energie, je náboj  $Q$  konstantní a napětí  $U$  se mění, proto je rovnice (19) záporného znaménka. Je-li tato síla kladná, působí ve směru zvětšující se vzdálenosti  $x$ , a je-li tato síla záporná, působí ve směru snižující se vzdálenosti  $x$ .

$$F_e = \frac{dW_e}{dx} | U = \text{konst.} \quad (18)$$

$$F_e = -\frac{dW_e}{dx} | Q = \text{konst.} \quad (19)$$

Třetím druhem určení síly je tzv. Maxwellova síla. Je to síla, která působí v elektrostatickém poli na dielektrikum, které je v něm umístěno.

## 3 Elektrostatické mikroaktuátory

### 3.1 Technické provedení a jeho funkce:

Elektrostatické mikroaktuátory můžeme rozdělit do pěti základních skupin podle způsobu jejich pohybu a je to provedení s podélným pohybem, s příčným pohybem, s kombinací podélného a příčného pohybu, s pohybem dielektrika mezi vodivými tělesy a s pohybem vodivého tělesa.

Funkce elektrostatického mikroaktuátoru s podélným pohybem, s příčným pohybem, s kombinací podélného a příčného pohybu a s pohybem vodivého tělesa je založena na vzájemném Coulombovském přitahování dvou nabitých vodivých těles ve vytvořeném elektrostatickém poli díky okolnímu nevodivému prostředí, z nichž každé těleso je nabitó na opačný náboj o velikosti  $\pm Q$ . Funkce elektrostatického mikroaktuátoru s pohybem dielektrika mezi vodivými tělesy je založena na Maxwellově síle neboli Kortewegově-Helmholtzově síle.

Z teorie elektrostatického pole je možné zjistit, že nahromaděná energie mezi dvěma opačně nabitými tělesy je tím větší, čím je jejich vzdálenost menší při zachování konstantní stavové veličiny napětí  $U$ . Musí se však dbát na skutečnost, že každé dielektrikum má mezní elektrickou pevnost  $E_p$ , která se nesmí překročit, jelikož by došlo k průrazu dielektrika. Z většiny případů se jako dielektrikum používá vzduch, který má elektrickou pevnost pro makroskopické objekty  $E_p = 3 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{mm}^{-1}$  a pro mikroskopické objekty o velikostech přibližně od  $1 \mu\text{m}$  do  $500 \mu\text{m}$   $E_p = 10^5 \text{ V} \cdot \text{mm}^{-1}$ , jelikož při zmenšování geometrických rozměrů se uplatňuje tzv. scaling efekt, což je zvyšování účinnosti celého systému. [3, str. 300]

Tento tzv. scaling efekt vysvětluje další rozdíly mezi jednotlivými systémy. U mikroskopických i makroskopických objektů se elektrostatické síly nemění, jsou stále stejné, kdežto elektromagnetické síly se s druhou mocninou rostoucí velikostí zvětšují. Není tedy výhodné používat elektrostatické mikroaktuátory resp. aktuátory ve větších velikostech, jelikož se nedají se silou elektromagnetických aktuátorů srovnávat, kdežto v menších rozměrech se již tyto síly obou aktuátorů vyrovnávají. [4]

### 3.2 Podélný pohyb s lineárním uspořádáním:

U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořeny dvě stejné vodivé desky o ploše  $S$  a vzájemné vzdálenosti  $d$ , na které je připojeno napětí  $U$ , a mezi nimiž je nevodivé prostředí či dielektrikum o permitivitě  $\epsilon$ . Nákres je uveden na obr. 4. Horní deska je pevná a dolní

deska je pohyblivá. Síla  $F$  a zároveň i pohyb působící v homogenním poli na pohyblivou desku je pouze ve směru osy Y, za předpokladu, že je zabráněn pohyblivé desce pohyb v ostatních směrech os X a Z. Za tohoto ideálního stavu se může jednoduše vypočítat kapacita tohoto lineárního kondenzátoru při použití rovnice (16) a rovnice (5):

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot S}{U} = \frac{E \cdot \varepsilon \cdot S}{U} = \frac{U \cdot \varepsilon \cdot S}{U \cdot d} = \varepsilon \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{S}{d} \quad [\text{F}] \quad (20)$$

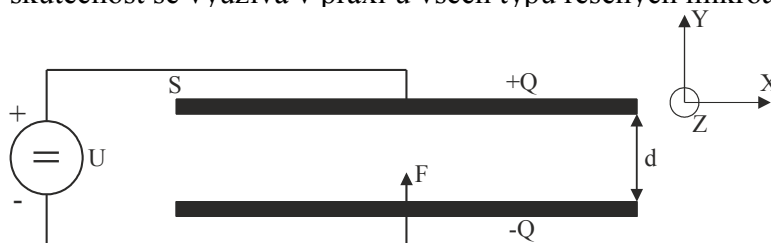
Celkovou energii elektrostatického pole mezi deskami vypočítáme dosazením výsledku rovnice (15) do rovnice (14) s použitím rovnice (20):

$$W_e = \int_V E^2 \frac{\varepsilon}{2} dV = \frac{E^2 \cdot V \cdot \varepsilon}{2} = \frac{U^2 \cdot d \cdot S \cdot \varepsilon}{2 \cdot d^2} = \frac{U^2 \cdot S \cdot \varepsilon}{2 \cdot d} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad (21)$$

Síla, kterou na sebe působí obě desky, můžeme analyticky vypočítat dosazením rovnice (21) do rovnice (18) při konstantním napětí  $U$ :

$$F_e = \frac{dW_e}{dY} = \frac{d\left(\frac{U^2 \cdot S \cdot \varepsilon}{2 \cdot d}\right)}{dd} = \frac{-U^2 \cdot S \cdot \varepsilon}{2 \cdot d^2} \Big|_{U=\text{konst.}} \quad (22)$$

Z rovnice (22) je patrné, že s klesající vzdáleností se zvětšuje i přitažlivá síla dokud nedojde k průrazu dielektrika nebo vzájemného dotyku obou vodivých desek. Nelze samovolně docílit, aby se pohyblivá deska ustálila v nějaké poloze, proto se musí k této desce připevnit pružina nebo v některých případech by bylo možné i závaží. Vždy, když se síla pružiny vyrovná přitažlivé síle, deska se ustálí. Tato skutečnost se využívá v praxi u všech typů řešených mikroaktuátorů.



Obrázek 4: Podélný pohyb s lineárním uspořádáním elektrod

### 3.2.1 Podélný pohyb s hřebenovým uspořádáním:

Uspořádání je uvedeno na obr. 5. U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořena dvě hřebenovitá vodivá tělesa, na které je připojeno napětí  $U$ , a mezi nimiž je nevodivé prostředí či dielektrikum o permitivitě  $\varepsilon$ . Horní těleso je pevné a má  $n$  zubů a dolní těleso je pohyblivé a má  $(n-1)$  zubů. Vertikální vzdálenost obou těles je  $d_y$ , horizontální vzdálenost obou těles je  $d_x$ , překrytí horního s dolním zubem je vzdálenost  $y$ , velikost  $l$  je šířka jakéhokoliv zubu

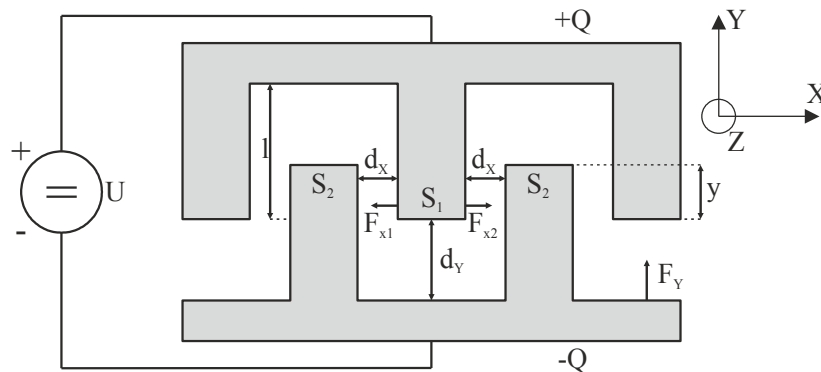
a velikost  $z$  je hloubka tělesa. V tomto uspořádání již působí několik sil. Žádoucí síla  $F_Y$  působící na pohyblivou desku ve směru osy  $Y$  a nežádoucí síla  $F_X$  působící na pohyblivou desku ve směru osy  $X$ . Mikroaktuátor je uzpůsoben tak, že se tato síla ve směru osy  $X$  vyruší, tedy velikost síly  $F_{X1}$  je stejná jako velikost síly  $F_{X2}$ , za předpokladu, že všechny horizontální vzdálenosti  $d_X$  jakéhokoliv pohyblivého zubu od sousedního pevného zubu jsou stejné. Z tohoto důvodu musí být zabráněn pohyb pohyblivé desky pouze v příčném směru osy  $Z$ .

Výpočet sil tohoto mikroaktuátoru lze analyticky velice těžce, ale přibližný výpočet při zachování podmínky, že vzdálenost zubů  $d_X$  horního a dolního tělesa v horizontálním směru by měla být co nejmenší, lze vypočítat následujícím postupem:

Na každém spodním zubu, kterých je  $(n-1)$ , jsou vytvořeny dva horizontální kondenzátory  $C_H$ , dohromady je jich  $2 \cdot (n-1)$ . Poté je vytvořen druhý kondenzátor  $C_{Vhor}$  v horní mezizubové části, kterých je celkem  $(n-1)$ , a nakonec je vytvořen poslední třetí kondenzátor  $C_{Vdol}$  v dolní mezizubové části, kterých je celkem  $n$ , proto konečná kapacita se vypočítá:

$$C = 2 \cdot (n-1) \cdot C_H + (n-1) \cdot C_{Vhor} + n \cdot C_{Vdol} = 2 \cdot (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{y \cdot z}{d_X} + (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S_1}{l-y} + n \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S_2}{l-y} \quad (23)$$

Poté můžeme analyticky vypočítat sílu, kterou na sebe působí obě tělesa, dosazením výsledku rovnice (23) do rovnice (21) a následně dosazením výsledků těchto rovnic do rovnice (18). Tato rovnice dává přesný výpočet pouze v případě, jsou-li vzdálenosti obou zubů  $d_X$  velice malé, tudíž nepůsobí horizontální plocha otvorů na vertikální část zubu.



Obrázek 5: Podélný pohyb s hřebenovitým uspořádáním elektrod

$$F_e = \frac{dW_e}{dY} = \frac{d \left( \frac{U^2}{2} \left[ 2 \cdot (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{y \cdot z}{d_X} + (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S_1}{l-y} + n \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S_2}{l-y} \right] \right)}{dy} \quad \rightarrow$$

$$F_e = U^2 \cdot (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{z}{d_X} - U^2 \cdot (n-1) \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{(-1) \cdot S_1}{2 \cdot (l-y)^2} - U^2 \cdot n \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{(-1) \cdot S_2}{2 \cdot (l-y)^2} \quad \rightarrow$$



$$F_e = U^2 \cdot (n-1) \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{z}{d_x} + \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot U^2}{2 \cdot (l-y)^2} [(n-1) \cdot S_1 + n \cdot S_2] | U = \text{konst.} \quad (24)$$

### 3.2.2 Příčný pohyb s lineárním uspořádáním:

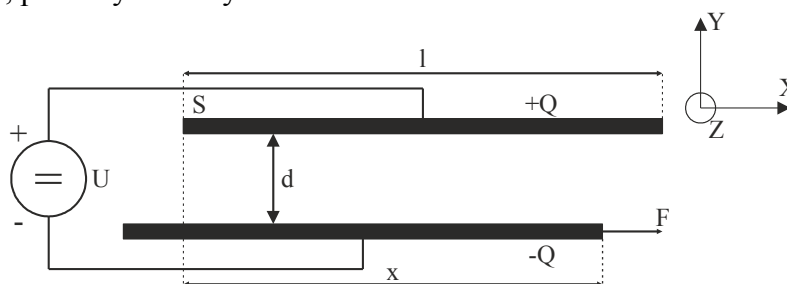
U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořeny dvě stejné vodivé desky o ploše  $S$ , kde velikost  $l$  je délka a velikost  $z$  je hloubka desek, a vzájemné vzdálenosti  $d$ , na které je připojeno napětí  $U$ , a mezi nimiž je nevodivé prostředí či dielektrikum o permitivitě  $\varepsilon$ . Samotné desky jsou ve směru osy  $X$  vzájemně překryty o velikost  $x$ . Nákres je uveden na obr. 6. Horní deska je pevná a dolní deska je pohyblivá. Pokud zamezíme pohyblivé desce pohyb ve směru osy  $Y$  a ve směru osy  $Z$ , pohybuje se pouze ve směru osy  $X$ . Za tohoto ideálního stavu můžeme jednoduše vypočítat kapacitu:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{z \cdot x}{d} \quad (25)$$

Síla, kterou na sebe působí obě desky, můžeme analyticky vypočítat pomocí dosazení výsledků rovnic (25) do rovnice (21) a následně dosazením výsledků těchto rovnic do rovnice (18):

$$F_e = \frac{dW_e}{dX} = \frac{d(\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r U^2 \frac{z \cdot (x)}{2 \cdot d})}{dx} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot U^2 \cdot z}{2 \cdot d} | U = \text{konst.} \quad (26)$$

Z rovnice (26) je patrné, že nezáleží na vzájemném překrytí obou desek, jelikož ve vzorci nehraje vzdálenost  $x$  žádný význam. Pokud jsou obě desky plně překryté, tedy  $l=x$ , je z nich lineární kondenzátor, proto by měla být tato síla nulová.

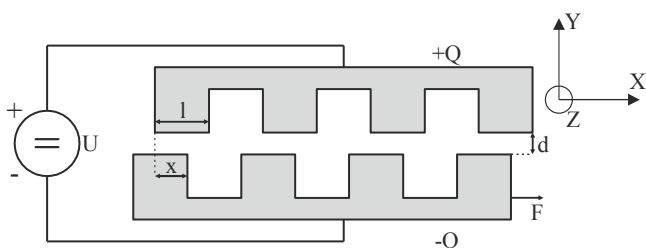


Obrázek 6: Příčný pohyb s lineárním uspořádáním elektrod

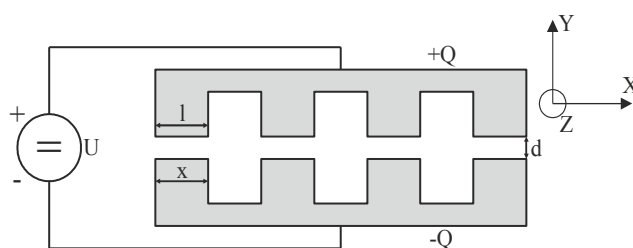
### 3.2.3 Příčný pohyb s hřebenovým uspořádáním:

Uspořádání je uvedeno na obr. 7 a). U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořeny dvě stejná hřebenovitá vodivá tělesa, kde velikost  $l$  je šířka jakéhokoliv zubu, velikost  $z$  je hloubka tělesa, velikosti  $x$  je překrytí zubů horního a dolního tělesa a vzájemná vzdálenost obou těles je  $d$ . Na každé těleso je připojen jeden potenciál napětí  $U$  a mezi nimi je nevodivé prostředí či dielektrikum o permitivitě  $\varepsilon$ . Horní těleso je pevné, dolní těleso je pohyblivé a obě mají

$n$  zubů. Pokud zamezíme dolnímu pohyblivému tělesu pohyb ve směru osy  $Y$  a ve směru osy  $Z$ , může se pohybovat pouze ve směru osy  $X$ . Pokud se horní a dolní zuby těles překrývají, působí na dolní pohyblivé těleso ve směru osy  $X$  nulová síla viz obr. 7 b). Pokud jsou zuby horního tělesa symetricky v mezerách dolního pohyblivého tělesa a naopak, působí na něj ve směru osy  $X$  opět nulová síla, jelikož vždy na jakýkoliv zub dolního pohyblivého tělesa působí zprava i zleva stejná síla ze sousedních dvou zubů horního tělesa. Pokud se však dolní pohyblivé těleso pohne z polohy překrytí, působí na něj síla, která má takový směr, aby se dostalo opět do polohy nejbližšího překrytí. Výpočet síly je sice podobný, ale o dost složitější, než v rovnici (26).



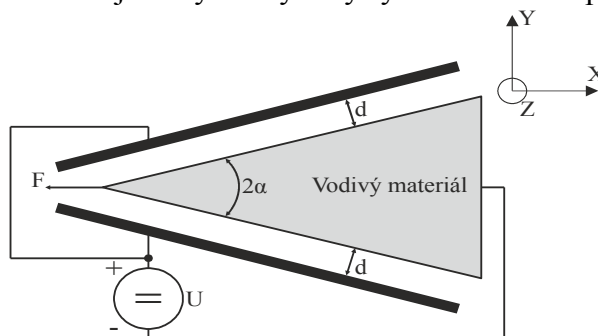
Obrázek 7 a): Příčný pohyb s hřebenovitým uspořádáním elektrod s nenulovou silou



Obrázek 7 b): Příčný pohyb s hřebenovitým uspořádáním elektrod s nulovou silou

### 3.2.4 Kombinace příčného a podélného pohybu:

U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořeny dvě vodivá tělesa, na které je připojeno napětí  $U$ , a mezi nimiž je nevodivé prostředí či dielektrikum o permitivitě  $\epsilon$ . Kombinuje se zde podélný a příčný pohyb pro dosažení maximální síly. První pohyblivé vodivé těleso (rotor) je kužel, na který je připojen jeden potenciál napájecího zdroje, a ten je zastrčen do druhého pevného vodivého tělesa (stator), kterým je dutý komolý kužel, na který je připojen druhý potenciál napájecího zdroje. Toto uspořádání je na obr. 8. Za předpokladu, že jsou vzdálenosti  $d$  mezi pevným a pohyblivým vodivým tělesem na každém místě stejné, působí síla pouze ve směru osy  $X$  a síly v ostatních směrech os  $Y$  a  $Z$  jsou vyrušeny díky symetrickému uspořádání.



Obrázek 8: Kombinace příčného a podélného pohybu

### 3.2.5 Pohyb dielektrika:

U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou vytvořeny dvě pevné stejné vodivé desky o ploše  $S$ , kde velikost  $l$  je délka a velikost  $z$  je hloubka desek, a vzájemné vzdálenosti

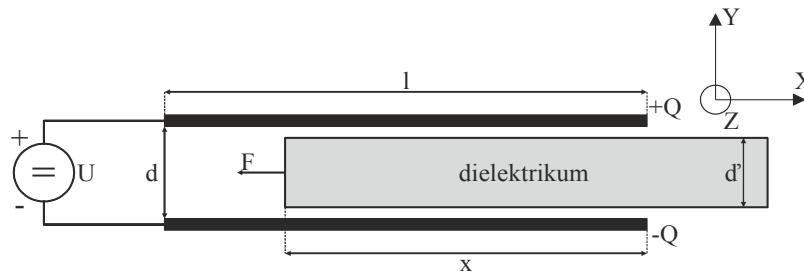
$d$ , na které je připojeno napětí  $U$ , a mezi nimiž je nevodivé prostředí tvořené částečně zasunutým pohyblivým dielektrikem o relativní permitivitě  $\varepsilon_r$  a výšce  $d'$ . Hloubka tohoto vsunutí je vzdálenost  $x$ . Výška dielektrika by měla být ideálně rovna vzdálenosti  $d$  pro dosažení maximální síly ve směru osy  $X$  bez vedlejších silových účinků, což lze v praxi velice těžce dosáhnout kvůli tření o povrch desek při jeho pohybu. Toto uspořádání je na obr. 9. Předpokládá se, že jako okolní nevodivé prostředí okolo dielektrika je vzduch, proto celková kapacita se vypočítá, za předpokladu, že je vzdálenost  $d'$  přibližně stejně velká jako vzdálenost  $d$ , následovně:

$$C = C_{\text{vzduch}} + C_{\text{dielektrika}} = \varepsilon_0 \frac{(l-x) \cdot z}{d} + \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{x \cdot z}{d'} = \varepsilon_0 \cdot z \cdot \left( \frac{l}{d} - \frac{x}{d} + \frac{\varepsilon_r \cdot x}{d'} \right) \quad (27)$$

Síla, která působí na dielektrikum, které je vtahováno dovnitř struktury kondenzátoru, můžeme analyticky vypočítat pomocí dosazení výsledků rovnic (27) do rovnice (21) a následně dosazením výsledků těchto rovnic do rovnice (18):

$$F_e = \frac{dW_e}{dX} = \frac{d \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot z \cdot \left( \frac{l}{d} - \frac{x}{d} + \frac{\varepsilon_r \cdot x}{d'} \right) \cdot U^2 \right)}{dx} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 z \left( \frac{\varepsilon_r}{d'} - \frac{1}{d} \right) \cdot U^2 \Big|_{U = \text{konst.}} \quad (28)$$

Z rovnice (28) je patrné, že nezáleží na hloubce vsunutí dielektrika, jelikož ve vzorci nehraje vzdálenost  $x$  žádný význam. V případě, je-li dielektrikum plně vsunuté, tedy okraje dielektrika se překrývají s okraji obou vodivých desek a platí vztah  $l=x$ , vytváří se lineární kondenzátor, proto by měla být tato síla nulová.



Obrázek 9: Pohyb dielektrika v lineárním uspořádání elektrod

### 3.2.6 Pohyb vodivé části:

U tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru jsou opět vytvořeny dvě pevné stejné vodivé desky o ploše  $S$ , kde velikost  $l$  je délka a velikost  $z$  je hloubka desek, a vzájemná vzdálenost  $d$ , které jsou připojeny na jeden potenciál napájecího zdroje, a mezi nimiž je nevodivé prostředí tvořené částečně zasunutým pohyblivým vodivým tělesem, které v podstatě nahrazuje dielektrikum pro jeho výhodnější technologickou realizaci. Toto pohyblivé vodivé těleso je připojeno na druhý potenciál napájecího zdroje. Hloubka tohoto vsunutí je vzdálenost  $x$ , jeho výška je vzdálenost  $d'$  a musí být zákonitě menší než vzdálenost desek  $d$ , aby nemohlo dojít ke zkratu, tedy vodivému

propojení obou vodivých částí, ale musí se dbát na tuto vzdálenost i z toho hlediska, aby nedošlo k průrazu dielektrika. Toto uspořádání je na obr. 10. Pokud je vzdálenost mezi horní pevnou částí a pohyblivým tělesem stejná jako mezi dolní pevnou částí a pohyblivým tělesem, síly ve směru osy Y se vzájemně vyruší. Za předpokladu, že pohyblivému tělesu je zabráněn pohyb ve směru osy Z a popřípadě i osy Y, mohou se v této struktuře vypočítat tři kapacity  $C_1$ ,  $C_2$  a  $C_3$ , z nichž  $C_1$  a  $C_3$  se rovnají. Jsou k sobě zapojené paralelně, mohou se tedy sčítat, a celková kapacita je rovna:

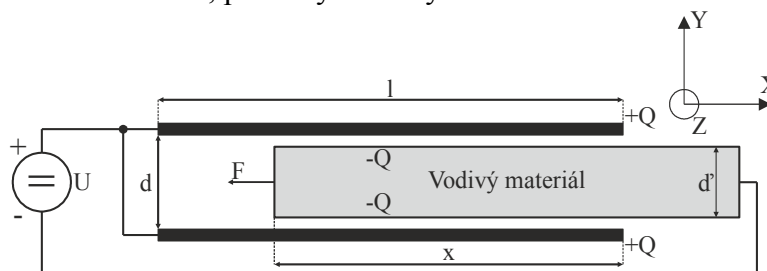
$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 2 \cdot C_1 + C_2 = 2 \cdot \varepsilon_0 \frac{z \cdot x}{d - d'} + \varepsilon_0 \frac{z \cdot (l - x)}{d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot z \cdot x \cdot d + \varepsilon_0 \cdot z \cdot (l - x) \cdot (d - d')}{(d - d') \cdot d} \quad (29)$$

Síla, která působí na pohyblivé vodivé těleso, které je vtahováno dovnitř struktury kondenzátoru, můžeme analyticky vypočítat pomocí dosazení výsledků rovnic (29) do rovnice (21) a následně dosazením výsledků těchto rovnic do rovnice (18):

$$F_e = \frac{dW_e}{dX} = \frac{d \left( \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot z \cdot x \cdot d + \varepsilon_0 \cdot z \cdot (l - x) \cdot (d - d')}{(d - d') \cdot d} \cdot U^2 \right)}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot z \cdot d - \varepsilon_0 \cdot z \cdot (d - d')}{(d - d') \cdot d} \cdot U^2 \quad \rightarrow$$

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot z \cdot d - \varepsilon_0 \cdot z \cdot d + \varepsilon_0 \cdot z \cdot d'}{(d - d') \cdot d} \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \frac{z \cdot d'}{(d - d') \cdot d} \cdot U^2 | U = \text{konst.} \quad (30)$$

Z rovnice (30) je patrné, že nezáleží na hloubce vsunutí pohyblivého vodivého tělesa, jelikož ve vzorci nehraje vzdálenost  $x$  žádný význam. Celkovou sílu můžeme tím zvětšit, čím zmenšíme vzdálenost  $d - d'$ , ale musí se dbát na nepřekročení elektrické pevnosti  $E_p$  použitého dielektrika a na technologických možnostech, které nám omezují vzdálenost na 1  $\mu\text{m}$ . [3] V případě, je-li pohyblivé vodivé těleso plně vsunuté, tedy jeho okraje se překrývají s okraji obou vodivých desek, vytváří se tedy lineární kondenzátor, proto by měla být tato síla nulová.



Obrázek 10: Pohyb vodivé části v lineárním uspořádání elektrod

### 3.3 Materiály používané pro realizaci:

Jako nejčastěji používaný prvek pro elektrostatické mikroaktuátory je křemík (chemická značka Si, latinsky Silicium), který patří do IV. chemické skupiny polokovů periodické tabulky prvků a je většinou použit pro substráty. Může se z něj vytvořit nevlastní polovodič zejména typu P,

což znamená, že k němu navážeme prvek z V. chemické skupiny. Tímto spojením dvou prvků s rozdílným počtem elektronů se uvolní jeden volný elektron a může se vytvořit vysoce dotovaný materiál, který se z hlediska elektroniky chová jako vodič. Křemík je již dlouhou dobu používán pro výrobu mikroelektroniky, zejména pak integrovaných obvodů nebo diskretních součástek, jelikož je cenově nejvíce dostupný, je elektricky vodivý a má výborné fyzikální vlastnosti, jako je tvrdost nebo pevnost v tahu porovnatelnou s pevností oceli. [7]

Mezi další prvky používané pro výrobu patří kovy a jsou to například zlato, nikl, chrom, hliník, stříbro apod. Můžou se používat i slitiny kovů pro zlepšení některých fyzikálně-chemických vlastností, které jsou pro určité prostředí nebo použití potřebné. Výroba celých požadovaných mikrostruktur je u kovů poměrně náročná, proto se místo toho vytvářejí malé vrstvy na křemíkovém substrátu. [3,7]

Pro odizolování různých aktivních částí mikrostruktury se nejvíce používá oxid křemičitý ( $\text{SiO}_2$ ) nebo nitrid křemičitý ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). [3]

### 3.4 Výroba:

Elektrostatické mikroaktuátory se vyrábí pomocí objemového a povrchového mikroobrábění včetně STREAM technologie, pomocí mikroobrábění s velkým poměrem geometrického rozměru, což jsou technologie HARPSS, HEXSIL a LIGA, a také nanášením vrstev vodivého materiálu na substrát. [8]

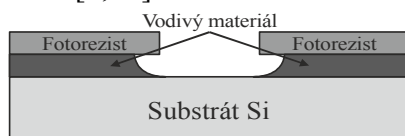
#### 3.4.1 Objemové mikroobrábění:

Tato výroba mikroaktuátorů objemovým mikroobráběním není za použití nástrojů nebo strojů, jak může název napovídat, ale je založena na odstraňování definované části substrátu pomocí suchého nebo mokrého leptání.

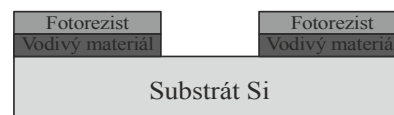
- **Mokrý leptání:**

Mokrý leptání je prováděno ponořením materiálu do chemického roztoku, kde se maskou nechráněná část vyleptá (tj. změní pevné skupenství na kapalné) a odplaví se z materiálu pryč. Rozděluje se na dva způsoby provedení: izotropní mokré leptání a anizotropní mokré leptání. *Izotropní mokré leptání* je založeno na stejném leptání struktury nezávislém na směru tohoto leptání. To je hlavní nevýhoda tohoto způsobu, jelikož podle hloubky leptání se odstraňuje i materiál pod maskou, takže dochází k tzv. podleptání masky viz obr. 11 a). *Anizotropní mokré*

*leptání* je založeno na leptání struktury pouze v jednom směru, v tomto případě svisle ke struktuře, proto se nám neodstraňuje materiál pod maskou a nedochází tak k podleptání viz obr. 11 b). K leptání křemíkových struktur se používá roztok hydroxidu draselného (KOH). V tomto roztoku dochází k leptání ve zvoleném směru několikasetkrát rychleji než ve směru kolmém k tomuto směru. Pokud se použije ve struktuře křemík s dotací boru (B), tak se tato kombinace dvou prvků leptá podstatně pomaleji, proto se většinou podleptá a vytvoří se například mikromůstek nebo mikronostník. [3,10]



Obrázek 11 a): Podleptání masky



Obrázek 11 b): Nepodleptání masky

- **Suché leptání:**

Suché leptání má oproti mokrému leptání výhody v tom, že nedochází k velkému podleptání a má výborný poměr mezi hloubkou a šířkou leptání tzv. anizotropií. Rozděluje se na tři způsoby provedení: iontové leptání, vysokotlaké plazmové leptání a reaktivní iontové leptání. *Iontové leptání* je založeno na fyzikálním principu kolmého narážení inertních iontů na povrch struktury a díky tomu je odstraňován materiál resp. atomy materiálu z povrchu struktury. Používá se především pro leptání velmi tenkých vrstev a za podmínky kolmého směru iontů na povrch je odstraňována pouze vodorovná vrstva a svislá vrstva zůstává pasivována. Hlavní nevýhoda je vcelku pomalá leptací rychlost v řádech  $\text{nm} \cdot \text{min}^{-1}$  a špatná selektivita. *Vysokotlaké plazmové leptání* je založeno na podobném principu jako iontové leptání, pouze je zde rozdíl v tom, že při nárazu se uvolní stabilní částice a nestabilní produkty. Tyto stabilní částice se usadí na svislé vrstvě, proto již nezůstává pasivována. *Reaktivní iontové leptání (RIE)* je založeno na fyzikálním i chemickém principu, kdy za podmínky narážení inertních iontů na povrch struktury jsou aktivovány reaktivní částice, které reagují s povrchem struktury. Zvláštním druhem RIE je DRIE (hluboké reaktivní iontové leptání). Tato metoda dosahuje větší rychlosti leptání v jednotkách  $\mu\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$  a dosahuje leptacího poměru hloubky k šířce 30:1. Nevýhodou je, že boční stěny nejsou po leptání rovné. DRIE se používá například pro realizaci struktur SOI [9] (Silicon-On-Isulator v překladu křemík na izolátoru). [3, 10]

### 3.4.2 Kombinace izotropního a anizotropního leptání:

- **Technologie STREAM (Single crysTal Reactive Etch And Metallization):**

STREAM je objemové mikroobrábění, které kombinuje izotropní a anizotropní leptání pro dosažení jednoduchých tvarovaných zavěšených struktur. Tato metoda se hojně používá pro vytvoření hřebenových struktur u elektrostatických mikroaktuátorů. [3, 10]

- **Technologie Post-CMOS:**

Post-CMOS je objemové mikroobrábění, které opět kombinuje suché leptání materiálu za použití maskovací schopnosti vrstvy hliníku (Al) a  $\text{SiO}_2$ . Opět se tato metoda používá pro výrobu hřebenových struktur elektrostatických mikroaktuátorů. [3, 10]

### 3.4.3 Povrchové mikroobrábění:

Povrchové mikroobrábění vytváří pohyblivé struktury z tenkých vrstev z materiálu nanesených na povrchu křemíkového substrátu. Při výrobě elektrostatických mikroaktuátorů je tato technologie využívána například k výrobě mikrozrcátek, mikropinzet apod. Jako základní materiál, který tvoří tenké vrstvy, je většinou poly-Si, což je poly-morfni či -krystalický křemík, a jako obětní materiál, který je následně mikroobráběn, je většinou izolační vrstva  $\text{SiO}_2$ . Výroba začíná suchým leptáním pro depozici a následným mokřím leptáním pro odstranění obětního materiálu. [3, 10]

### 3.4.4 Mikroobrábění struktur s velkým poměrem geometrických rozměrů:

S pomocí povrchového nebo objemového mikroobrábění je možné vytvořit velké množství různých struktur elektrostatických mikroaktuátorů, ale je těžké vytvořit struktury s velkým poměrem geometrických rozměrů tzn. s velkou hloubkou a malou šířkou. Z tohoto důvodu byly vytvořeny výrobní technologie, z nichž jsou nejpoužívanější HEXSIL a LIGA. Další technologie pro výrobu mikroelektroniky s názvem HARPSS není příliš mnoho využívána pro elektrostatické mikroaktuátory, jelikož je častěji nahrazována technologií HEXSIL. [8]

- **HEXSIL (HEXagonal honeycomb polySILicon):**

Na začátku technologického procesu HEXSIL je použita technologie DRIE pro prvotní leptání otvorů do křemíkového substrátu. Následuje uložení obětní vrstvy, aby bylo možné na konci procesu uvolnit vytvořenou strukturu z otvorů (křemíkový substrát je brána jako forma). K vytvoření samotné struktury se používá poly-Si nebo  $\text{Ni}_3\text{N}_4$ . Následně se odstraňuje nadbytečný materiál struktury z povrchu. Ke konci je odstraněna obětní vrstva pomocí 49% roztoku kyseliny fluorovodíkové a struktura může být vyjmuta. Důležité však je, aby tloušťka obětní vrstvy byla bezpodmínečně tak velká, aby i při jejím odstranění díky vnitřnímu pnutí, smrštění nebo

prodloužení struktury bylo možno tuto strukturu z křemíkové formy vyjmout. Tato technologie nám umožňuje tvorbu struktur s velkým poměrem hloubka/šířka. [3, 10]

- **HARPSS (High Aspect Ratio combined with Poly and Single-crystal Silicon)**

Technologie HARPSS nám umožňuje realizovat jednoduché i složité elektricky izolované monokrystalické a polykrystalické křemíkové struktury od velikosti zlomků mikrometrů. V této technologii se opět používá DRIE pro prvotní leptání otvorů do křemíkového substrátu a následným nanášením izolačních vrstev  $\text{SiO}_2$ , který bude odstraněn leptáním, a  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , který bude izolovat poly-Si od křemíkového substrátu nebo vodivé vrstvy poly-Si. Ke konci se používá DRIE leptání a následné izotropní leptání křemíkového substrátu pro dohotovení struktury. [3, 10]

- **LIGA (Lithographie Galvanoformung Abformung)**

Tato technologie byla vyvinuta v Karlsruhe v Německu. Kombinuje při výrobě, jak už zkratka napovídá, litografii, elektrolitické neboli galvanické pokovování a také lisování. Zprvu se na vodivý substrát (desku) nanese velmi silná vrstva fotorezistu, která je následně vystavena přes masku s určitým motivem rentgenovému záření, což je proces litografie. Po ozáření fotorezistu se vyvolá. Vyvolaný rezist se elektrolyticky pokovuje. Po odstranění rezistu společně s vodivým substrátem nám zůstává kovový výlisek resp. forma. Tento kovový výlisek se může již použít jako konečný produkt, ale často se také používá jako forma, do které se lisuje lisovací směr z jiných materiálů, jako jsou například plasty, keramika nebo sklo. Po následném odstranění kovové formy nám zůstává výlisek z lisovací směsi a ten je pak brán jako konečný produkt. Díky použití rentgenového záření lze dosáhnout velice jemných tvarů (výška až 1000  $\mu\text{m}$ ) a vysoké rozlišovací schopnosti, ale takový zdroj je velice drahý. V dnešní době se nahrazuje alternativními postupy, jako je například vysokonapěťová elektronová litografie (výška do 100  $\mu\text{m}$ ) nebo mikroobrábění excimerovým laserem (výška stovek  $\mu\text{m}$ ). [3,10]

### 3.4.5 Nanášení vrstev vodivého i izolačního materiálu:

Na materiálu z Si se vytváří při kontaktu se vzduchem vrstva  $\text{SiO}_2$ , která je chemicky velice odolná a je výborným izolantem. Používá se především jako maskování při chemickém leptání. Na materiály se také nanáší tenké vrstvy vodivého materiálu pokovením, usazováním par vodivých materiálů díky vysoké teplotě a následném kondenzování par na substrátu, nebo chemickou reakcí. Také se používá nanášení materiálu galvanickou metodu a odstředivou metodou, která se používá pro realizaci fotorezistových vrstev. [3, 10]

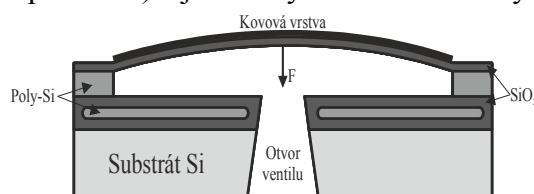


### 3.5 Využití v současné technice a jejich funkce:

Elektrostatické mikroaktuátory se v dnešní době používají v mnoha odvětvích, jak již bylo zmíněno v úvodu. Jejich technická realizace a samotná aplikace může být jako lineární a rotační mikromotory, mikromanipulátory, mikroventily a mikropumpy, mikropřepínace, mikroaktuátorová membránová „baterie“, která je například schopna kopírovat pravou funkci svalů, a mnoho dalších aplikací. Ty nejdůležitější aplikace jsou popsány v této kapitole. [3]

*Mikromanipulátory* se používají v různých provedeních jako nástroje pro manipulaci s miniaturními předměty. Jsou to například mikroúchyty, mikroposuvníky apod. Mikroúchyty mají funkci pinzety, kde dvě stejná nevodivá vodorovná ramena jsou od sebe vzdálena na určitou vzdálenost. Na každé z nich jsou elektrody v mikroaktuátorovém provedení podélného pohybu s lineárním nebo hřebenovým uspořádáním, z nichž je každá připojena na jeden potenciál napájecího zdroje. Na jejich konci je úchyťová část nebo pouze zakončení do špičky. To se využívá například u robotů nebo pro medicínu při operacích. *Mikroposuvníky* se používají tam, kde je potřeba nastavit přesnou polohu systému, aby bylo možno vykonat jinou akci, která vyžaduje vysokou přesnost. Je to například přesné nastavování skenovacího hrotu AFM mikroskopu (mikroskopie atomárních sil) nebo u spojování optických kabelů. [3]

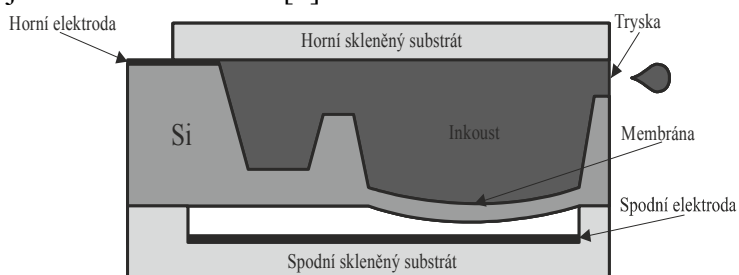
*Mikroventily* se používají například pro zastavení přívodu vzduchu nebo naopak umožnění proudění vzduchu. Jeho názorná ukázka je uvedena na obr. 12. Elastická membrána z  $\text{SiO}_2$  je na křemíkovém substrátu a pod ní je uprostřed v substrátu vytvořený otvor pomocí leptání. Okolo otvoru je poly-Si a z horní strany membrány je vodivá vrstva z chromu. Na poly-Si se připojí jeden a na vodivou vrstvu druhý potenciál napájecího zdroje. V případě, že se připojí napájení, se membrána k otvoru přiklene a zakryje tak průchod, a v případě, že se toto napájení odpojí, se membrána opět vyklene díky její elastičnosti a průchod se odkryje. Tento mikroventil má vysokou EMC (elektromagnetická kompatibilita) a je odolný vůči mechanickým nárazům. [3]



Obrázek 12: Elektrostatický mikroventil

*Mikropumpy* se používají pro dávkování velmi malého množství tekutiny a jsou to vlastně elektrostatické generátory kapek, které se využívají například u řízených ink-jet tiskových hlav nebo i v medicíně. V tomto uspořádání je pohyblivá vyklenutá membrána, na které je jedna elektroda, a která je součástí uzavřené komory či zásobníku. Tato komora má jeden vtokový ventil a

jeden výtokový ventil označovaný jako tryska. Pod touto membránou je druhá pevná elektroda. Každá z elektrod je připojena k jednomu potenciálu napájecího zdroje. Membrána se přitáhne tím víc ke spodní elektrodě, čím je mezi nimi větší napětí. V případě přitažení se v komoře způsobí podtlak a ten nasaje vtokovým ventilem takové množství tekutiny, aby se tento podtlak vyrovnal s okolním tlakem. Po vypnutí napětí mezi elektrodami se membrána vrátí do své předchozí polohy a nasáté množství tekutiny se vytlačí výtokovým ventilem z mikropumpy. Na tekutinu uvnitř komory nepůsobí žádné elektrické pole, jelikož obě elektrody jsou mimo tuto komoru. Tato skutečnost je důležitá při používání tekutiny, ve které jsou ionty, na které by toto pole negativně působilo. Toto uspořádání a princip je uveden na obr. 13. [3]

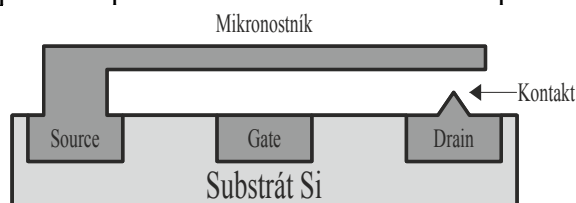


Obrázek 13: Elektrostatický generátor kapek

Elektrostatické mikroaktuátory lze použít i jako *mikrouzávěrky*. Substrát jako pevná elektroda je vyroben z Si a na něm jsou pomocí torzního uchycení, odizolované izolační vrstvou, umístěné dvě pohyblivé elektrody, které jsou vyrobené z kovu nebo poly-Si. Toto torzní uchycení je schopno vykonávat rotační pohyb. Pokud není mezi elektrodami napětí, jsou pohyblivé elektrody ve vodorovné poloze a otvor uzávěrky je uzavřen. Pokud je mezi elektrodami napětí, pohyblivé elektrody se díky přitažlivým silám přitáhnou a zůstanou ve svislé poloze a otvor uzávěrky je otevřený. Po odpojení napájení se obě pohyblivé elektrody vrátí do své původní polohy. To lze v praxi využít například pro umožnění nebo zabránění průchodu světelného záření. [3]

*Elektrostatické mikropřepínače* se v dnešní době používají ve vesmírném, automobilovém i telekomunikačním průmyslu. Využívají se především díky jejich výhodám oproti polovodičovým spínačům. Mezi výhody patří velmi nízká spotřeba v jednotkách  $\mu\text{W}$ , rychlá odezva v jednotkách  $\mu\text{s}$ , velmi nízký odpor při sepnutém a velmi vysoký odporu při vypnutém stavu, poměrně vysoká spínací frekvence, která v některých případech může být až jednotky GHz a velká životnost, která činí  $10^8 \div 6 \cdot 10^{10}$  cyklů. Hlavní nevýhodou je relativně velké spínací napětí, které může dosáhnout až 60 V. Jejich realizací jsou relé, které jsou podobné unipolárním tranzistorům. Na nevodivé desce jsou tři elektrody source, gate a drain viz obr. 14. Mezi elektrodami source a drain je mikronosník, jehož jeden konec je pevně připevněn k elektrodě source a druhý konec vytváří kontakt s elektrodou drain. Pod tímto mikronosníkem je umístěna elektroda gate. V případě připojení napájecího napětí

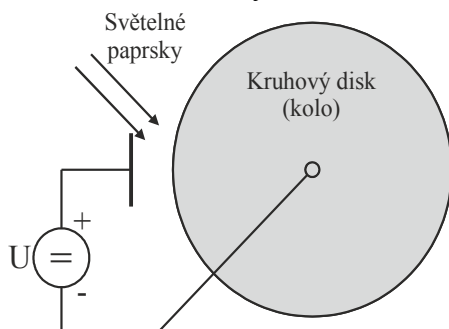
mezi elektrodu source a gate se mikronosník přitáhne a spojí tak elektrody source a drain. Také se tyto principy využívají pro umožňování nebo zabraňování průchodu optického záření optickým kabelem pomocí pohyblivé clonky nebo přitažením mikronosníku, na kterém je konec optického kabelu, a tím je při změně polohy tohoto mikronosníku zabráněno navázání optického záření do dalšího optického kabelu, nebo jako přepínače optické cesty pomocí mikrozcátek nebo pomocí přitažlivých sil, které změni polohu optického kabelu a tím změni optickou cestu. [3]



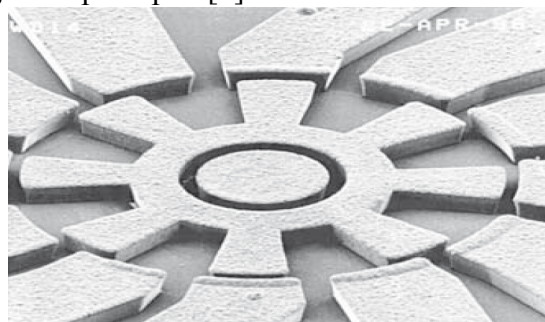
Obrázek 14: Elektrostatický mikropřepínač

*Elektrostatické mikromotory* se rozdělují na *lineární mikromotory*, které se hodnotí podle dosažené vzdálenosti posuvu a také síly, které jsou schopny vyvinout, a *rotační mikromotory*, které vykonávají rotační pohyb pomocí principu jednotlivých typů elektrostatických mikroaktuátorů včetně vzájemné kombinace principů a rozdělují se na elektrostatické Curierovo kolo, elektrostatický mikromotor s proměnnou kapacitou, elektrostatický indukční mikromotor a rohátkový mikromotor. *Elektrostatické Courierovo kolo* je založeno na principu přitahování dielektrika s větší permitivitou a princip je uveden na obr. 15. Na kruhovém disku z hliníku (Al) je vytvořena vrstva polykrystalického feromagnetického materiálu  $BaTiO_3$ , jehož permitivita závisí na teplotě, kdy při dosažení Curierovy teploty tato hodnota rapidně klesá. Pokud je kruhový disk připevněn k jednomu potenciálu napětí a elektroda u tohoto disku k druhému potenciálu napětí, může být dosaženo rotačního pohybu za předpokladu, že bude místo u elektrody zahříváno světelným zářením a tím se bude dosahovat požadované Curierovy teploty. Princip *elektrostatického mikromotoru s proměnnou kapacitou* je uveden na obr. 16. Rotorová hřídel s póly je uzemněna a na jednotlivé póly statoru je přiváděno napětí tak, aby docházelo k příčnému přitahování pólů rotoru, které jsou ideálně umístěné vzhledem k největší přitažlivé síle. Tím je vytvořen rotační pohyb. Hlavní nevýhodou tohoto systému je nutnost sledovat polohu pólů rotoru, aby bylo možné přivádět napětí na správný pól nebo póly statoru. Princip *elektrostatického indukčního mikromotoru* je uveden na obr. 17 a je založen na vytvoření prstencového vodivého disku rotoru, který má konstantní rozložení permitivity i vodivosti. Z každé strany prstence jsou vytvořeny kruhové desky se statorovými elektrodami, ve kterých je sekvenčně do kruhu spouštěno napětí, tudíž je vytvářeno rotující kruhové elektrostatické pole. Toto pole se vytváří vždy mezi dvěma aktivními elektrodami, které jsou naproti sobě. V tomto místě se v rotoru indukuje napětí,

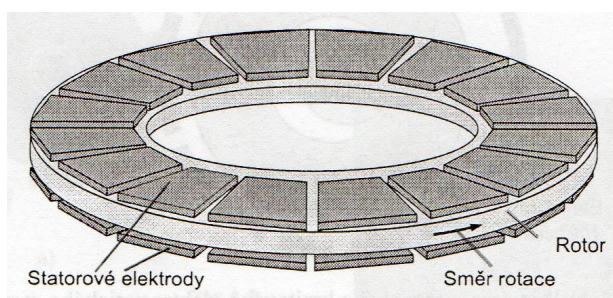
keré se pohybuje ve směru rotujícího kruhového elektrostatického pole, ale má určité zpoždění. Tím vznikne točivý moment. *Rohatkový mikromotor* je tvořen vnitřní strukturou hřebenových mikroaktuátorů s podélným pohybem, ke kterým je připojena rohatka. V případě připojení napětí na rotorové elektrody (hřebenový mikroaktuátor) vykoná rohatka pohyb korespondující s pohybem hřebenů, proto pootočí vnějším rotorem. Tento detail funkce je uveden na obr. 18. Pokud se napětí odpojí, vrátí se rohatka společně se hřebeny do původní polohy a proces se může opakovat. Sama rohatka zabrání tomu, aby se rotor vracel při odpojení napětí zpět. [3]



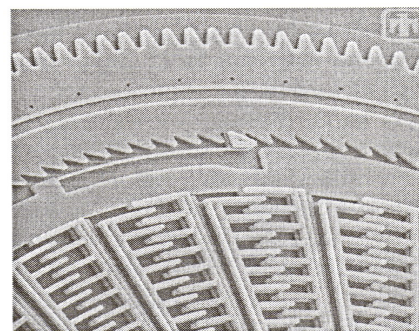
Obrázek 15: Elektrostatické Courierovo kolo



Obrázek 16: Elektrostatický mikromotor s proměnnou kapacitou [11, str. 16]



Obrázek 17: Elektrostatický indukční mikromotor [3, str. 334]

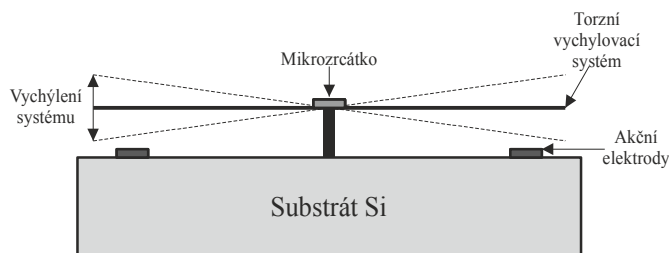


Obrázek 18: Detail rohatkového mikromotoru [3, str. 335]

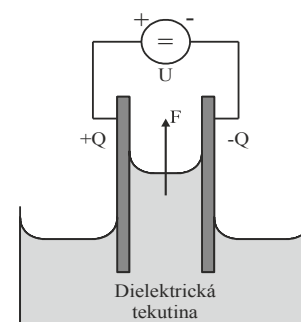
*Optická mikrozrcátka* se v dnešní době používají pro snímací a projekční systémy. Mikrozrcátka mohou být nakláněna buď jen v jedné ose, nebo ve dvou či třech osách. To záleží na druhu použitého systému. Realizace je jednoduchá a je uvedena na obr. 19. Na křemíkovém substrátu je umístěn torzní vychylovací systém s mikrozrcátkem a sada akčních elektrod. Pokud je přivedeno napětí na jednu z akčních elektrod, tak se tím směrem vychýlí mikrozrcátko. Jako materiál pro odrazení světelných paprsků se používá stříbro nebo hliník. [3]

*Elektrohydrodynamické mikroaktuátory* (EHD) pracují na principu vazby nehomogenního elektrostatického pole a ionizované nebo polarizované kapaliny či plynu. Názorné schéma principu je uvedeno na obr. 20. Tyto mikroaktuátory ke své činnosti potřebují buď dielektrickou tekutinu s gradientem permitivity různý od nuly nebo dielektrickou tekutinu obsahující volné náboje. Pokud tedy umístíme jeden konec kondenzátoru do takové dielektrické tekutiny a na desky přivedeme

napájecí napětí, je tato tekutina vtahována do kondenzátoru a celá struktura se chová jako pumpa. Takto se mohou čerpat například organická rozpouštědla. [3]



Obrázek 19: Mikrozcátko s torzními závěsy



Obrázek 20: EHD mikroaktuátor

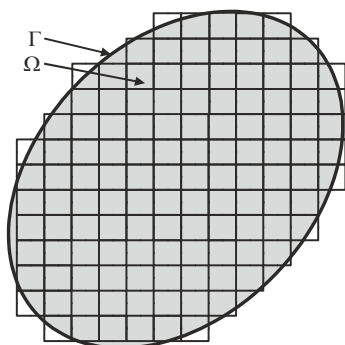
*Elektroreologické mikroaktuátory* jsou založené na principu průtoku viskózní elektroreologické tekutiny mezi deskami lineárního kondenzátoru. V této tekutině jsou dielektrické a polovodičové částice o velice malých rozměrech. V případě přiložení napětí na desky kondenzátoru se tyto částice polarizují a vytvoří řetězové spojení od jedné desky ke druhé. Toto spojení zvyšuje tření této tekutiny o desky kondenzátoru i o samotné řetězové spojení, proto brání průtoku tekutiny a ta se stává více viskózní. Tento proces je vratný, proto po odstranění napájecího napětí se řetězové spojení rozpadne a částice se náhodně uspořádají jako před začátkem procesu. Při výrobě se musí dbát na velikost elektrické pevnosti  $E_p$  použité tekutiny, aby nedošlo k průrazu při vysokém napětí  $U$ . Tento princip se používá pro řešení mikrotekutinových hydraulických systémů, při konstrukci řízených ventilů průtoku tekutiny, u přenášení sil mezi jednou pohyblivou deskou na druhou buď lineárním nebo rotačním pohybem a také u elektroreologických převodových systémů, jako například mikrospojkek či mikropřevodovek. [3]

Elektrostatické mikroaktuátory lze použít i jako *měníče napětí*. Z teorie elektrostatického pole je možné zjistit, že na deskách lineárního kondenzátoru je náboj  $Q$ , který v izolované soustavě zůstává konstantní i za změny vzdálenosti těchto desek, kdežto v napájené soustavě je konstantní napětí  $U$ . Menší úpravou rovnice (20) se získá výpočet napětí a náboje. Pokud je k deskám kondenzátoru v případě odpojeného výstupu připojené vstupní napětí a přiblíží se k sobě na co nejmenší vzdálenost, tak náboj  $Q$  na těchto deskách je vysoký při konstantním napětí  $U$ . V případě, že se odpojí vstupní napětí a desky se od sebe vzdálí na větší vzdálenost, tak se při konstantním náboji  $Q$  zvýší napětí  $U$  na následně připojeném výstupu. Je to tzv. step-up měnič. Lze samozřejmě dosáhnout i step-down měniče opačným principem funkce. Změna vzdáleností desek je dosahována pomocí pevného spojení tohoto kondenzátoru s jinými druhy elektrostatických mikroaktuátorů, jako například s hřebenovitým s podélným pohybem. Jeho pohybem se mění i vzdálenost desek kondenzátoru. Toto přibližování a oddalování se periodicky opakuje. [3]

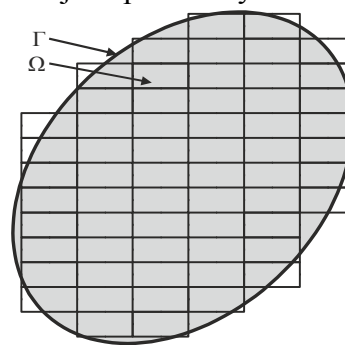
## 4 Numerické řešení diferenciálních rovnic

Všeobecně, nejen v elektrotechnice, je při použití analytických metod pro jednoduché příklady rychle a jednoduše dosaženo přesných výsledků. Naproti tomu je použití analytických metod pro složitější vícedimenzionální příklady velice nevhodné, protože to vede k velkému množství rovnic a je to z matematického hlediska početně velice náročné. Proto v dnešní době, při potřebě řešit složité příklady, jsou tyto analytické metody na ústupu. Avšak stále častěji se používají numerické metody, které používá většina diagnostických a výpočetních softwarů. Patří mezi ně například Agros2D, který se používá pro řešení 2D elektrotechnických příkladů, nebo COMSOL Multiphysics či ANSYS Multiphysics, které se používají pro řešení 3D příkladů, apod.

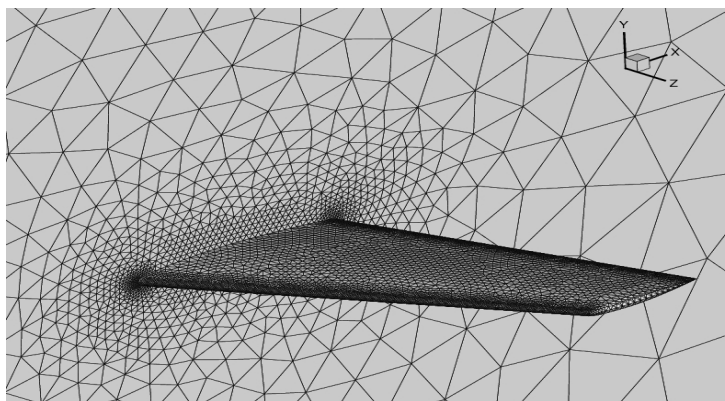
Nejčastěji tyto softwary používají buď numerickou metodu konečných diferencí (MKD – finite difference method) nebo numerickou metodu konečných prvků (MKP – finite element method). MKD je výhodné použít pro strukturově nenáročné příklady pro její programovou jednoduchost. Její koncepce je založena na diskretizaci oblasti  $\Omega$  se zavedením konečného počtu bodů pomocí různých druhů sítí, například čtvercová, obdélníková, polární atd. Tato oblast je ohraničena rozhraním  $\Gamma$ , kde některé body jsou mimo toto rozhraní viz obr. 21 a) + b)., proto zde vzniká chyba. Poté se aproximuje řešení diferenciálních rovnic každého uzlu uvnitř oblasti a každá derivace se nahradí diferencí. Tyto diferenciální rovnice tedy přechází do tvaru algebraických rovnic. Kdežto MKP je výhodné použít pro strukturově náročné příklady, proto se v dnešní době používá více. Její koncepce je založena na diskretizaci oblasti  $\Omega$  proložením trojúhelníkovou sítí uvedenou na obr. 22. Musí zde být splněna alespoň jedna ze tří podmínek. Ty jsou takové, že dva libovolné trojúhelníky v diskretizované oblasti buď nemají žádný společný bod, nebo mají společnou alespoň jednu stranu a nebo mají společný jeden vrchol. Následně se určí parametry v jednotlivých uzlech trojúhelníků a samotném vnitřku trojúhelníku, proto můžeme jakýkoliv parametr zjistit kdekoliv v prostoru oproti MKD, ve kterém jsou parametry v uzlech. [1, 179-192]



Obrázek 21 a): Diskretizace oblasti pomocí čtvercové sítě pro MKD



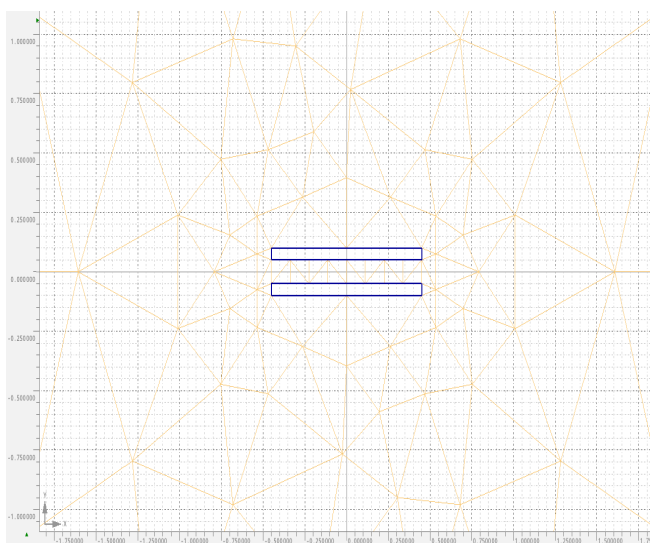
Obrázek 21 b): Diskretizace oblasti pomocí obdélníkové sítě pro MKD



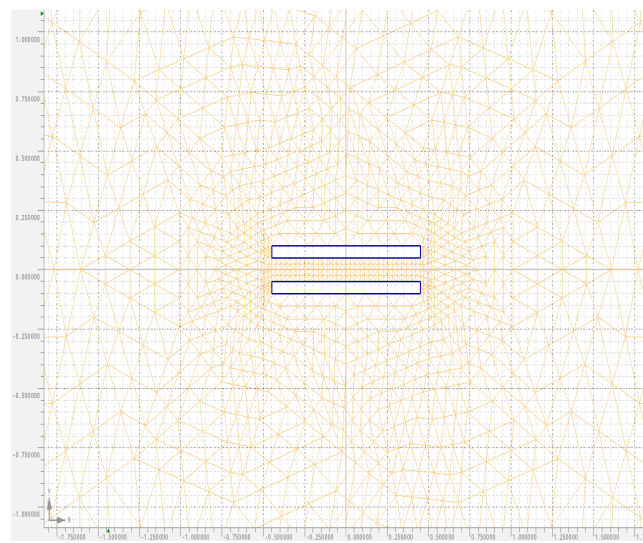
Obrázek 22: Diskretizace oblasti pomocí trojúhelníkové sítě neboli triangulace pro MKP [15]

#### 4.1 Agros2D:

Tento bezplatný multiplatformní program je určen pro numerickou analýzu 2D fyzikálních polí, jako je proudové pole, elektrostatické pole, magnetické pole, přenos tepla, akustika atd. Tento program pro své výpočty využívá C++ knihovnu Hermes, která pomocí *hp*-adaptivity metodou konečných prvků řeší parciální diferenciální rovnice. Díky této *hp*-adaptivitě se celkově zrychlí konvergence správných výsledků. Na obr. 23 a) je nezjemněná síť bez použití *hp*-adaptivity, kdežto na obr. 23 b) je zjemněná síť s použitím *hp*-adaptivity pro získání přesnějšího výsledku s menší zanesenou chybou díky přesnější diskretizaci prostoru okolo řešeného problému. Jednou z velkých výhod programu Agros2D je přítomnost skriptovacího jazyku Python, který uživateli pomáhá s jednoduchým opakovaním a vylepšováním jeho výpočtů. Agros2D analyzuje sice 2D pole, ale doopravdy pracuje s 3D rozměrem, kde třetí rozměr je u kartézského souřadného systému hloubka a má velikost 1 m bez ohledu na řešený typ pole, ale u osově symetrického systému je řešena přesná velikost problému, proto zde hloubka 1 m není. [5, 6]



Obrázek 23 a): Nezjemněná síť



Obrázek 23 b): Zjemněná síť

## 5 Obecný matematický model

### 5.1 Sestavení diferenciálních rovnic:

Elektrostatické pole mezi dvěma deskami, které jsou nabitě opačnými náboji, je popsáno pomocí parciální diferenciální rovnice pro elektrický potenciál. Pokud se do rovnice (8) dosadí rovnice (6) a výsledek těchto dvou rovnic se dosadí do rovnice (4), dostaneme vztah:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho = \operatorname{div}(\varepsilon \cdot \vec{E}) = \operatorname{div}[\varepsilon \cdot (-\operatorname{grad} \varphi)] \quad (31)$$

V případě lineárního prostředí, tedy  $\varepsilon$  je konstantní, a s použitím vektorové analýzy se po úpravách získá tento vztah:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \varphi) = \nabla \nabla \varphi = \nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = \frac{-\rho}{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad \Delta \varphi = \frac{-\rho}{\varepsilon} \quad (32)$$

Rovnice (32) platí ve všech regulárních bodech oblasti dielektrika a nazývá se Poissonova rovnice. V případě, je-li v některých bodech tohoto dielektrika objemová hustota náboje  $\rho=0$ , zavádí se speciální tvar Poissonovy rovnice a ten se nazývá Laplaceova rovnice:

$$\Delta \varphi = 0 \quad (33)$$

Díky vektorové analýze můžeme vyjádřit Laplaceův operátor v soustavě kartézských souřadnic  $(x,y,z)$  (rovnice (34)), v soustavě válcových neboli cylindrických souřadnic  $(r,\alpha,z)$  (rovnice (35)) a v soustavě kulových souřadnic  $(r,\alpha,\vartheta)$  (rovnice (36)): [14, str. 353]

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (34)$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (35)$$

$$\Delta \varphi = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\vartheta)} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} \right] \quad (36)$$

### 5.2 Okrajové podmínky a podmínky na rozhraní:

Na rozhraní mezi dvěma dielektriky neplatí Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru, proto ani Poissonova rovnice a ani Laplaceova rovnice. Neplatí zde proto, že zde dochází ke skokové změně permitivity  $\varepsilon$ . Pokud by obě dielektrika měla stejné  $\varepsilon$ , ke změně by samozřejmě nedošlo. Platí zde pouze rovnice (37) pro tečné složky a rovnice (38) pro normálové složky:

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} \quad (37)$$



$$\vec{D}_{2n} - \vec{D}_{1n} = \rho \quad (38)$$

Pokud není na rozhraní náboj, tudíž je objemová hustota náboje  $\rho=0$ , můžeme rovnici (38) upravit následovně:

$$\vec{D}_{2n} = \vec{D}_{1n} \rightarrow \varepsilon_1 \cdot E_{1n} = \varepsilon_2 \cdot E_{2n} \rightarrow \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \quad (39)$$

Z rovnice (39) pro tečné složky platí, že na rozhraní je elektrický potenciál  $\varphi$  spojitý, tedy platí:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad (40)$$

Všeobecně můžeme formulovat tři okrajové podmínky: Dirichletova okrajová podmínka, Neumannova okrajová podmínka a jejich kombinace, tudíž smíšená okrajová podmínka. Dirichletova okrajová podmínka (okrajová podmínka 1. druhu) znamená, že se na hranici zná potenciál  $\varphi$ , Neumannova okrajová podmínka (okrajová podmínka 2. druhu) znamená, že se na hranici zná derivace potenciálu  $\varphi$  ve směru vnější normály  $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$  a smíšená okrajová podmínka znamená, že na části hranice je Dirichletova a na zbytkové části hranice je Neumanova okrajová podmínka.

### 5.3 Dynamika:

Z II. Newtonova pohybového zákona, neboli zákona síly, je známo, že časová změna hybnosti hmotného bodu je přímo úměrná působící síle a má s ní i stejný směr. Po dosazení za hybnost a upravení celé rovnice (40) je získán vztah, který lze slovně vyjádřit následovně: zrychlení tělesa je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné hmotnosti. Z rovnice (40) se získává pohybová rovnice, která se používá pro vyřešení dynamiky pohybujícího se tělesa.

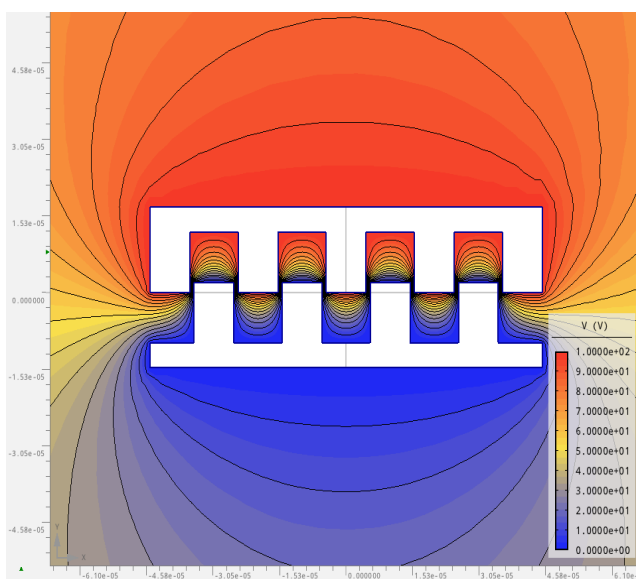
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \vec{v} + m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} = m \frac{d^2 \vec{s}}{dt^2} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (41)$$

## 6 Ilustrativní numerické řešení jednotlivých modelů

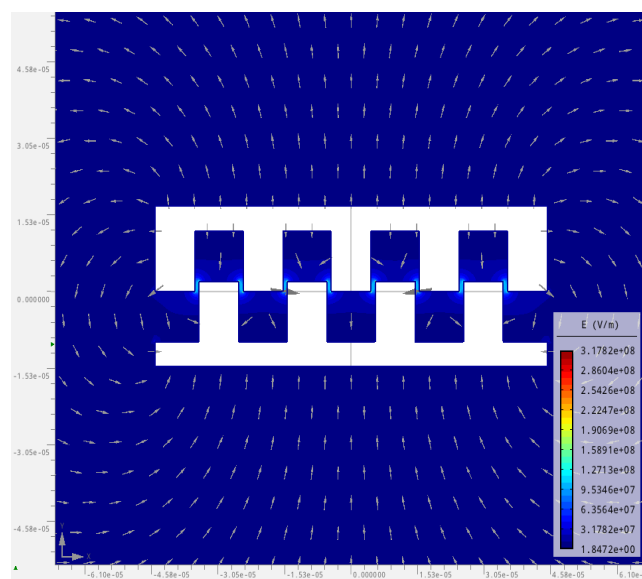
Ve všech modelech je jako dielektrikum použit vzduch, není-li uvedeno jinak, a u všech výpočtů byl nastaven počet a velikost elementů na 2 a řád polynomu byl nastaven na 5.

### 6.1 Podélný pohyb:

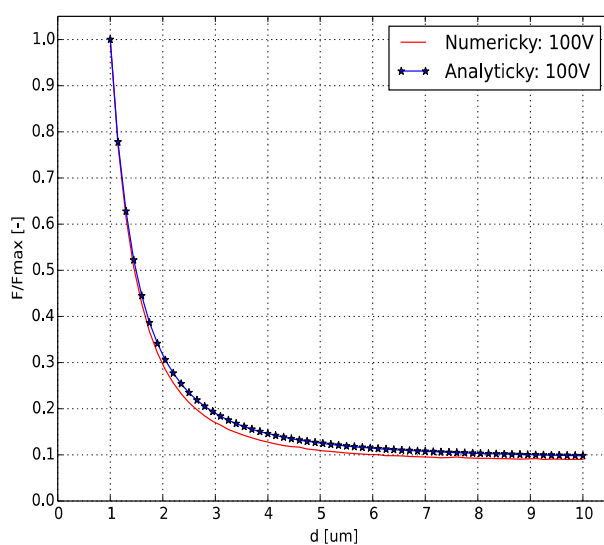
Pro hřebenovité uspořádání (dále jen HU) byl problém řešen pro 5 zubů. Vzdálenost mezi zuby dolního a horního tělesa je  $1\ \mu\text{m}$  při  $100\ \text{V}$ , aby nedošlo k průrazu dielektrika. Šířka otvoru mezi zuby je  $11.11\ \mu\text{m}$  a šířka samotného zubu je  $9.11\ \mu\text{m}$ , proto celková délka každého tělesa je  $90\ \mu\text{m}$ . Počáteční vzdálenost mezi tělesy je  $10\ \mu\text{m}$ .



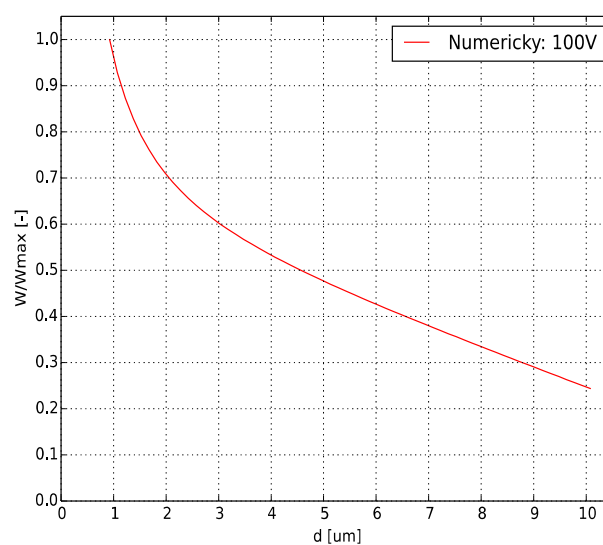
Obrázek 24: Pole a kontury potenciálu  $\phi$  – HU



Obrázek 25: Pole a vektory intenzity  $E$  – HU

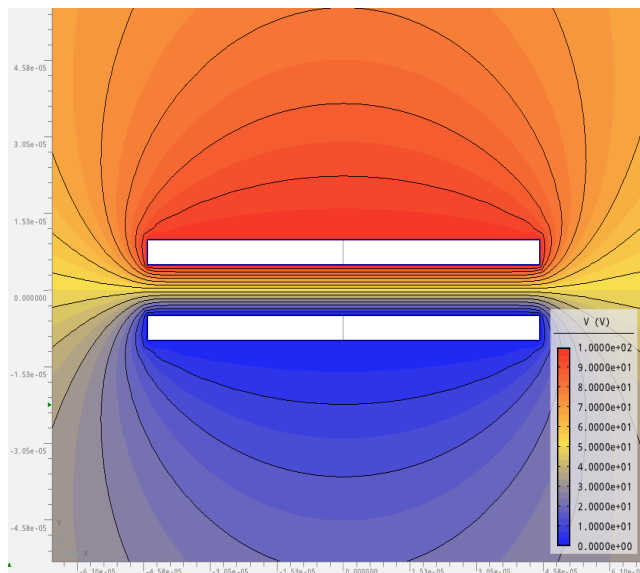


Obrázek 26: Poměrová závislost síly na vzdálenosti obou těles – HU

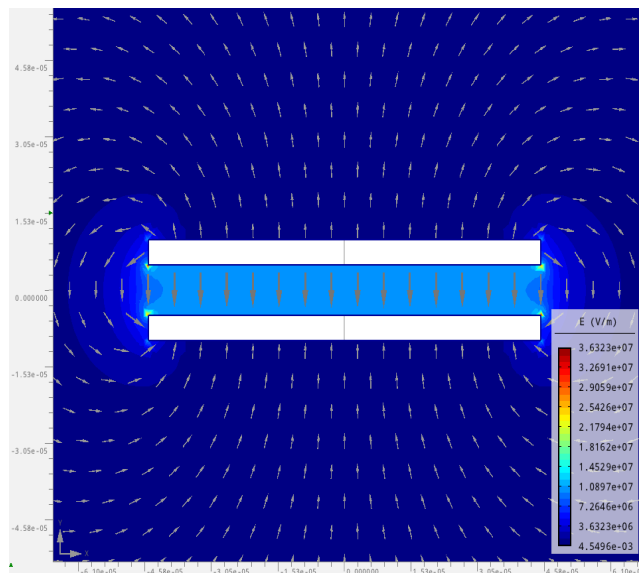


Obrázek 27: Poměrová závislost energie na vzdálenosti obou těles – HU

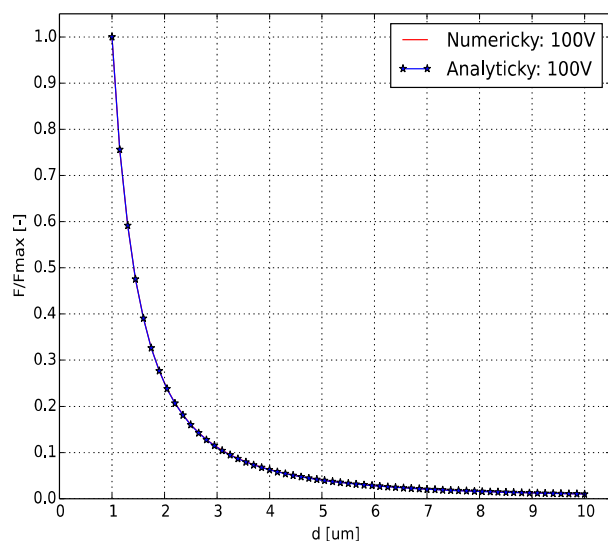
Pro lineární uspořádání (dále jen LU) byl problém řešen pro celkovou délku každé desky 90  $\mu\text{m}$  při 100V, tudíž stejná délka jako u HU. Výška elektrod či desek je 5  $\mu\text{m}$ . Počáteční vzdálenost mezi deskami je 10  $\mu\text{m}$ . V tab. 1 jsou uvedeny počty zubů u HU a k nim odpovídající vzdálenost v LU. Další obrázky k této analýze jsou uvedeny v příloze A.



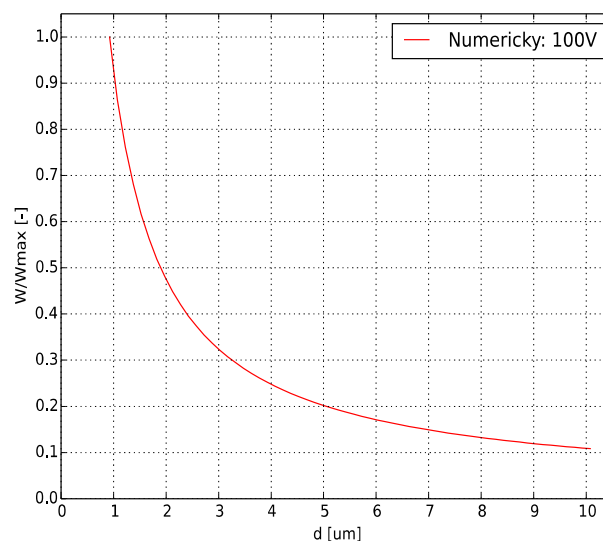
Obrázek 28: Pole a kontury potenciálu  $\varphi$  – LU



Obrázek 29: Pole a vektory intenzity  $E$  – LU



Obrázek 30: Poměrová závislost síly na vzdálenosti obou desek – LU



Obrázek 31: Poměrová závislost energie na vzdálenosti obou desek – LU

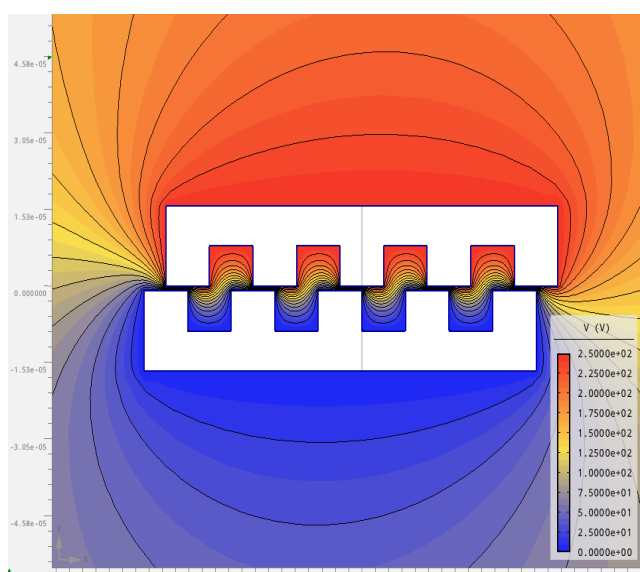
HU	Počet zubů [-]	2	3	4	5	6	7	8	9
	$F_{\text{MAX}}$ [N]	1,332	2,232	3,131	4,03	4,929	5,828	6,727	7,626
	$F_{\text{MIN}}$ [N]	0,094	0,184	0,273	0,362	0,452	0,541	0,631	0,72

LU	Délka tělesa [ $\mu\text{m}$ ]	29,33	49,55	69,77	90	110,21	130,43	150,65	170,87
	$F_{\text{MAX}}$ [N]	1,333	2,233	3,133	4,034	4,934	5,834	6,734	7,634
	$F_{\text{MIN}}$ [N]	0,015	0,024	0,033	0,042	0,051	0,06	0,069	0,078

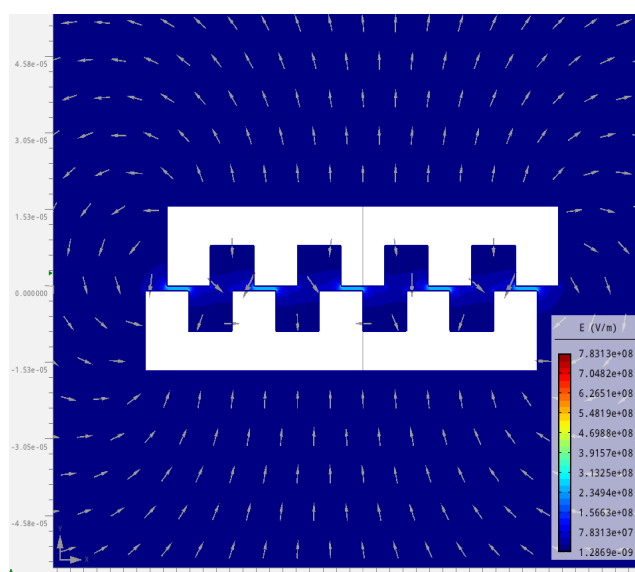
Tabulka 1: Závislost minimální a maximální síly na počtu hřebenů resp. na délce tělesa (při vzájemné vzdálenosti  $1 \mu\text{m}$ )

## 6.2 Příčný pohyb:

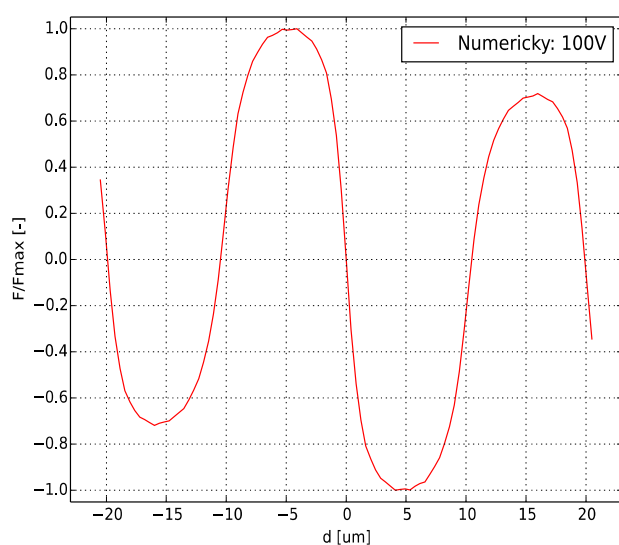
Pro HU byl problém řešen opět pro 5 zubů. Vzdálenost mezi dolním a horním tělesem je  $1 \mu\text{m}$  při  $100 \text{ V}$ , aby nedošlo k průrazu dielektrika. Šířka otvoru mezi zuby je  $10 \mu\text{m}$  a šířka samotného zubu je také  $10 \mu\text{m}$ , proto celková délka každého tělesa je  $90 \mu\text{m}$ . Počáteční posunutí mezi tělesy je 2.05násobek šířky mezi jednotlivými zuby, tedy  $20.5 \mu\text{m}$ .



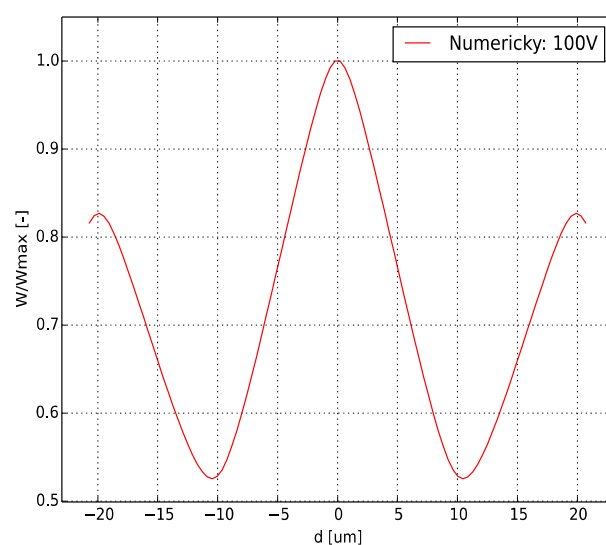
Obrázek 32: Pole a kontury potenciálu  $\phi$  – HU (k tab. 2)



Obrázek 33: Pole a vektory intenzity  $E$  – HU (k tab. 2)

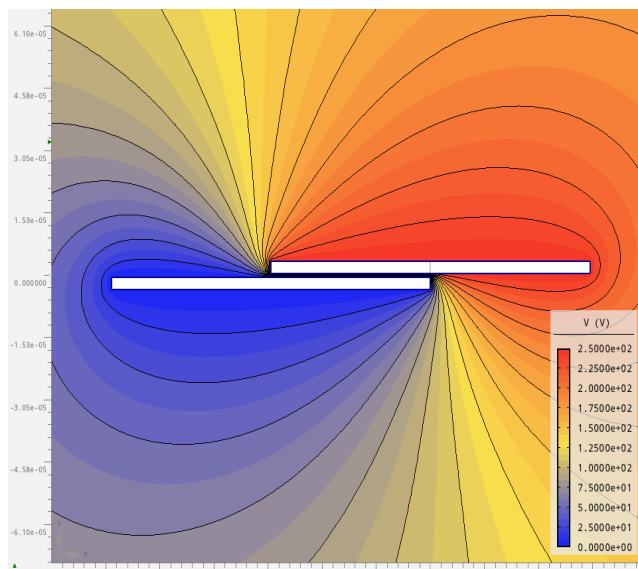


Obrázek 34: Poměrová závislost síly na velikosti překrytí těles – HU

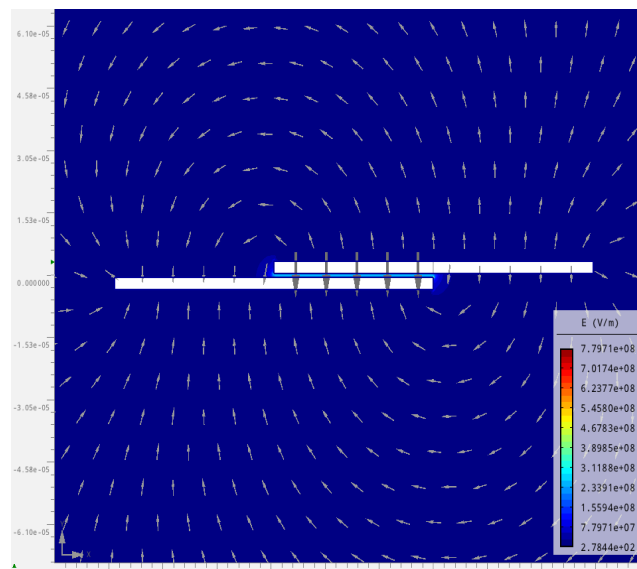


Obrázek 35: Poměrová závislost energie na velikosti překrytí obou těles – HU

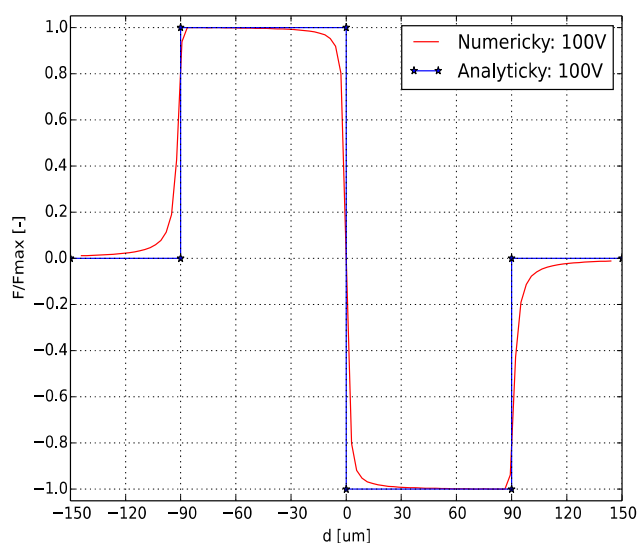
Pro LU byl problém řešen pro celkovou délku každé desky 90  $\mu\text{m}$  při 100V, tudíž stejná délka jako u HU. Výška elektrod či desek je 5  $\mu\text{m}$ . Počáteční posunutí mezi tělesy je 1.6násobek délky tělesa, tedy 144  $\mu\text{m}$ . V tab. 2 jsou uvedeny počty zubů u HU a k nim odpovídající vzdálenost v LU. Další obrázky k této analýze jsou uvedeny v příloze B.



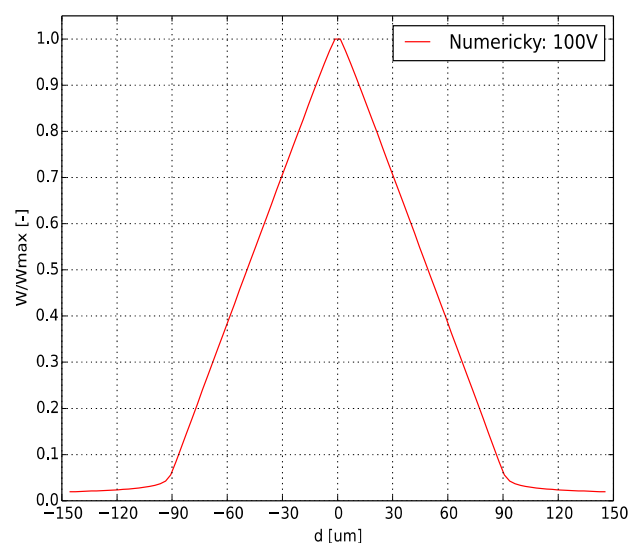
Obrázek 36: Pole a kontury potenciálu  $\varphi$  – LU (k tab. 2)



Obrázek 37: Pole a vektory intenzity  $E$  – LU (k tab. 2)



Obrázek 38: Poměrová závislost síly na velikosti překrytí obou desek – LU



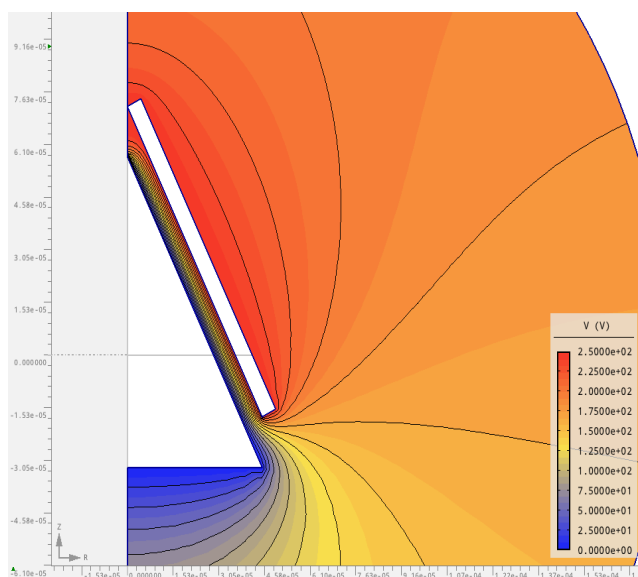
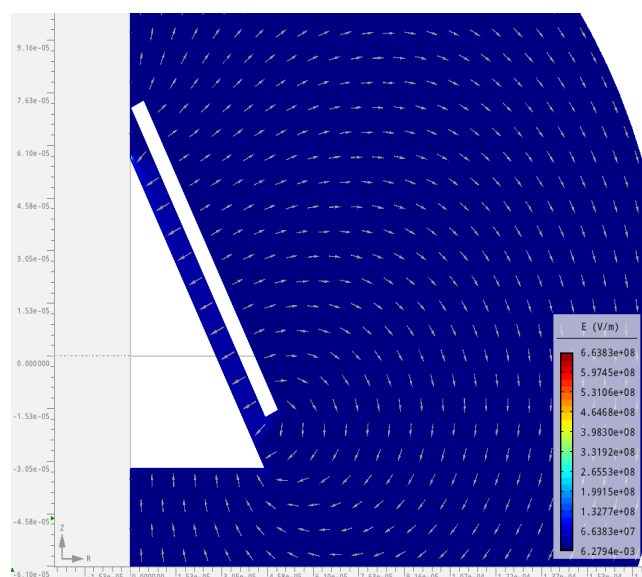
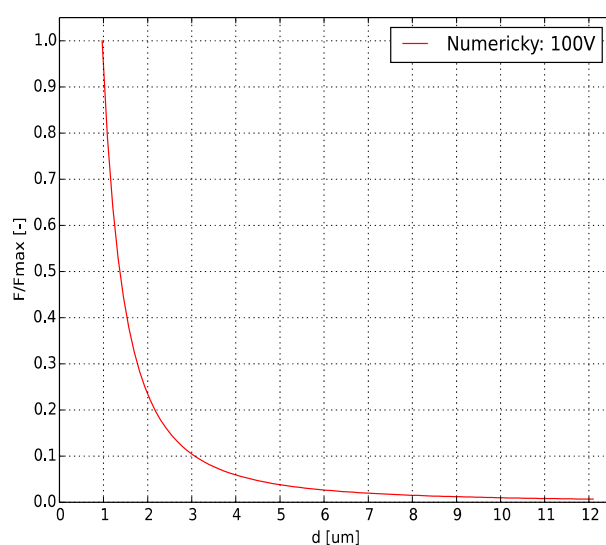
Obrázek 39: Poměrová závislost energie na velikosti překrytí obou desek – LU

HU	Počet zubů [-]	2	3	4	5	6	7	8	9
	$F_{\text{MAX}}$ [mN]	69,602	100,11	130,643	161,159	191,694	222,222	252,756	283,296
LU	Délka tělesa [ $\mu\text{m}$ ]	30	50	70	90	110	130	150	170
	$F_{\text{MAX}}$ [mN]	43,231	43,634	43,841	43,946	44,002	44,047	44,079	44,103

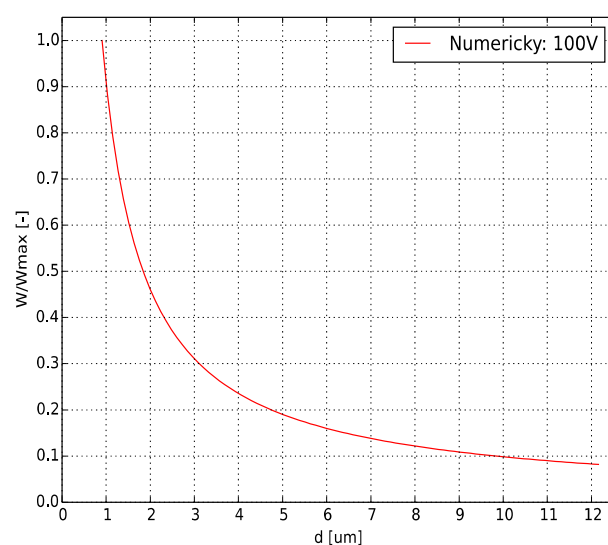
Tabulka 2: Závislost minimální a maximální síly na počtu hřebenů resp. na délce tělesa (při polovičním zasunutí)

### 6.3 Kombinace příčného a podélného pohybu:

Problém byl řešen pro následující konfiguraci: výška vnitřního rotoru je  $90\ \mu\text{m}$ , poloměr podstavy vnitřního rotoru resp. kuželu je  $45\ \mu\text{m}$  a tloušťka vnějšího statoru je  $5\ \mu\text{m}$ . Délka stěny je vypočtena pomocí Pythagorovy věty (rovnice (42)) a úhel  $\alpha$  je vypočten pomocí pravidel s goniometrickými funkcemi v pravoúhlém trojúhelníku (rovnice (43)). Délka vnějšího statoru je rovna výsledku rovnice (42) a je skloněna pod úhlem  $\alpha$ . Stator a stěna rotoru jsou tedy rovnoběžné. Počáteční vzdálenost mezi těmito rovnoběžnými plochami je  $12.1\ \mu\text{m}$ . Další obrázky k této analýze jsou uvedeny v příloze C.

Obrázek 40: Pole a kontury potenciálu  $\phi$ Obrázek 41: Pole a vektory intenzity  $E$ 

Obrázek 42: Poměrová závislost síly na vzdálenosti obou těles



Obrázek 43: Poměrová závislost energie na vzdálenosti obou těles

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{90^2 + 45^2} = \sqrt{10125} = 100.62306 \mu\text{m} \quad (42)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{45}{90}\right) = \arctg\left(\frac{1}{2}\right) = 26.565^\circ \quad (43)$$

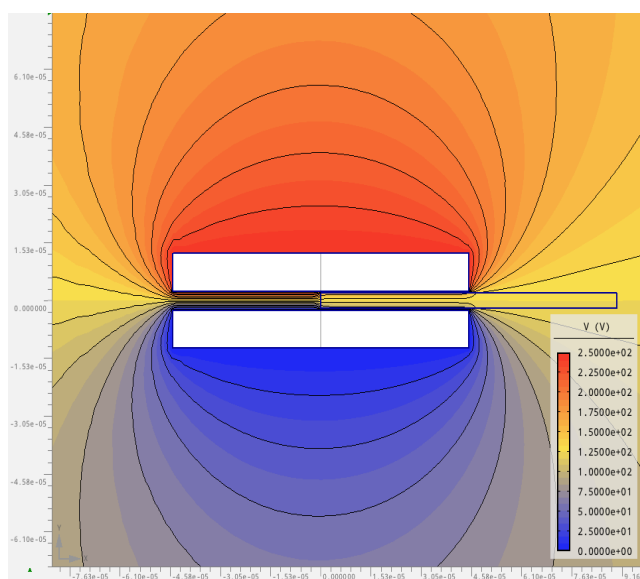
Výška vnitřního kuželu [ $\mu\text{m}$ ]	30	50	70	90	110	130	150	170
$F_{\text{MAX}}$ [ $\mu\text{N}$ ]	33,975	93,931	183,686	303,298	452,721	631,903	840,798	1080,68

Tabulka 3: Závislost maximální síly na délce tělesa při  $\alpha = 26.565^\circ$  (při vzdálenosti  $1 \mu\text{m}$  obou rovnoběžných ploch)

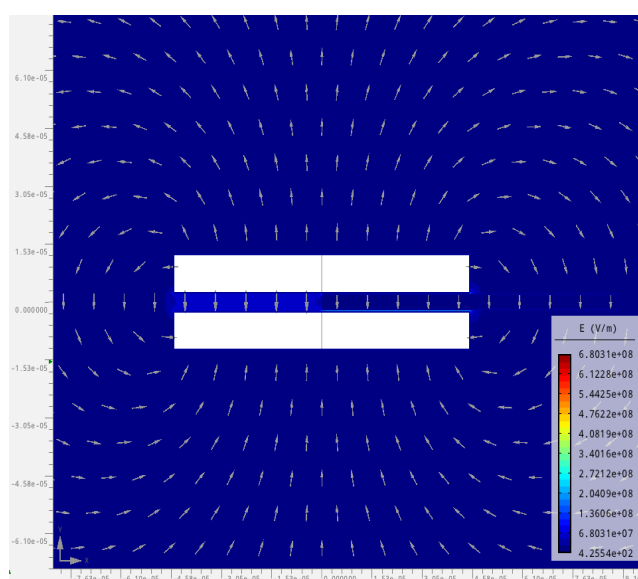
Z diagnostiky tohoto typu elektrostatického mikroaktuátoru je patrné, že při změně úhlu, kdy se mění pouze výška a šířka kuželu, ale jeho délka stěny (přepony) se nemění, je tedy stále stejná plocha působení energie, proto se nemění síla. Při změně úhlu  $\alpha$ , kdy se mění délka této stěny, se mění i plocha působení energie, tudíž se mění i síla.

## 6.4 Pohyb dielektrika:

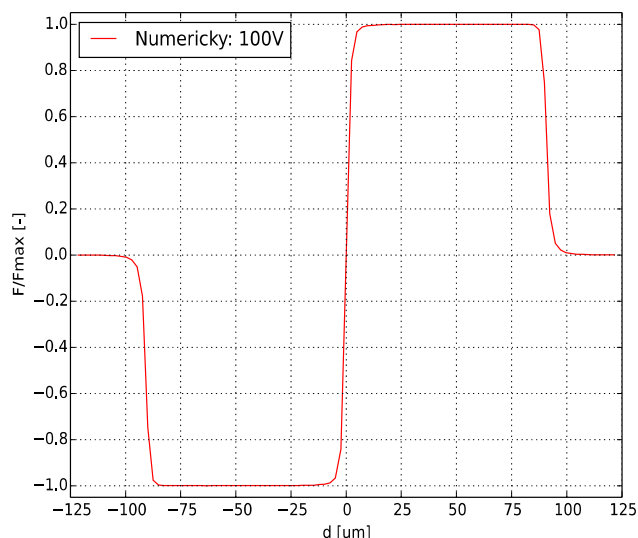
Problém byl řešen pro délku  $90 \mu\text{m}$  horní desky, spodní desky i dielektrika při  $100\text{V}$ . Výška horní i spodní elektrody je  $10 \mu\text{m}$ . Rozestup obou elektrod je  $5 \mu\text{m}$  a výška dielektrika je  $4 \mu\text{m}$ . Z toho plyne, že vzdálenost mezi plochou dielektrika a elektrodami je  $0.5 \mu\text{m}$ . V tab. 4 jsou pro toto uspořádání uvedeny síly v závislosti na různé délce desek s dielektrikem. Počáteční posunutí mezi tělesy je 1.35násobek délky tělesa, tedy  $121.5 \mu\text{m}$ . V tab. 5 jsou uvedeny síly v závislosti na různém rozestupu elektrod nebo různé výšce dielektrika. Další obrázky k této analýze jsou uvedeny v příloze D. Jako dielektrikum je použit křemík, který má relativní permitivitu  $\epsilon_r = 12[-]$ .



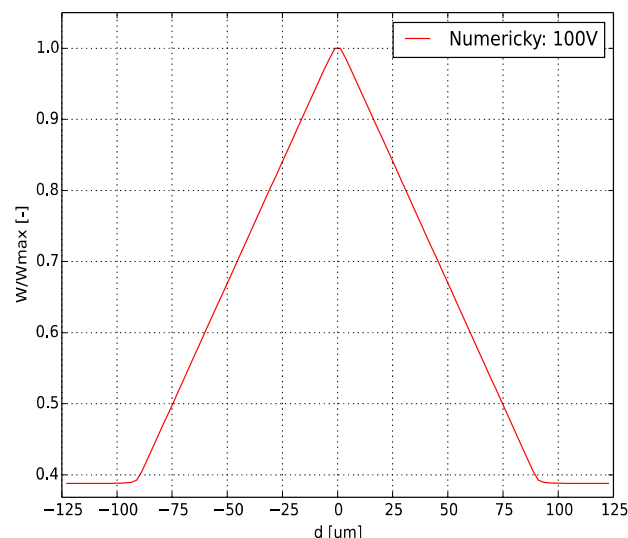
Obrázek 44: Pole a kontury potenciálu  $\phi$  (k tab. 4 a 5)



Obrázek 45: Pole a vektory intenzity  $E$  (k tab. 4 a 5)



Obrázek 46: Poměrová závislost síly na velikosti překrytí obou pevných desek s dielektrikem



Obrázek 47: Poměrová závislost energie na velikosti překrytí obou pevných desek s dielektrikem

Délka desek [ $\mu\text{m}$ ]	30	50	70	90	110	130	150	170
$F_{\text{MAX}}$ [mN]	16,025	16,032	16,041	16,045	16,044	16,046	16,049	16,047

Tabulka 4: Závislost maximální síly na délce desek (při polovičním zasunutí dielektrika)

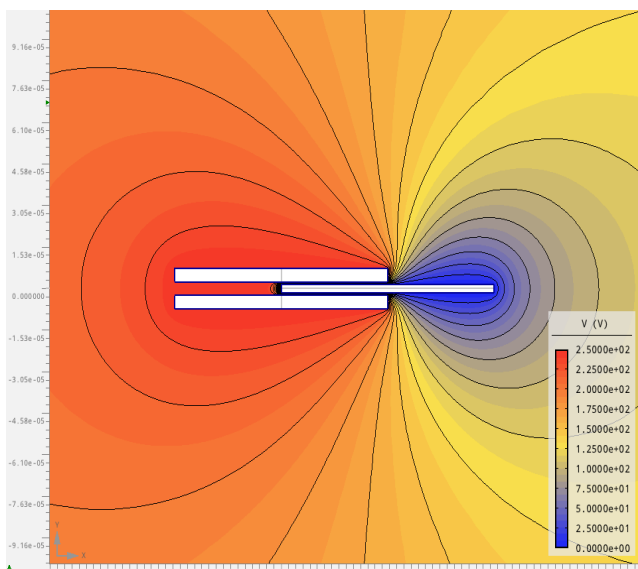
Rozestup elektrod [ $\mu\text{m}$ ]	3	5	7	9	5	5	5	5
Výška dielektrika [ $\mu\text{m}$ ]	2	4	6	8	3,5	3,75	4,25	4,5
$F_{\text{MAX}}$ [mN]	17,766	16,045	13,347	11,012	11,825	13,806	18,376	20,055

Tabulka 5: Závislost maximální síly na rozestupu elektrod a na výšce dielektrika (při polovičním zasunutí dielektrika)

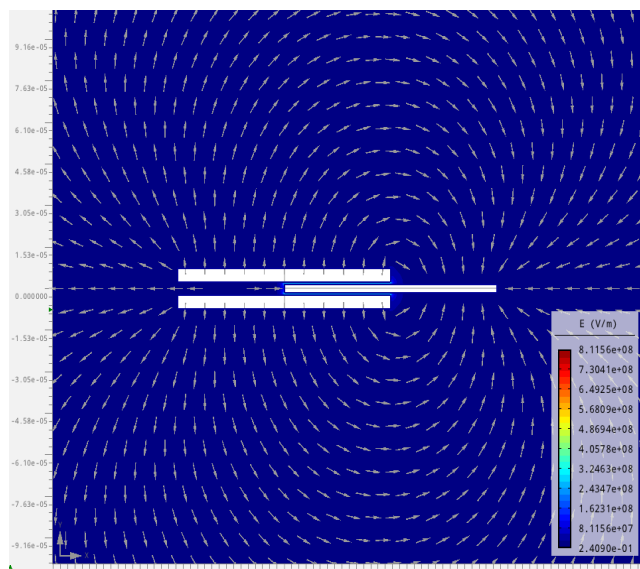
## 6.5 Pohyb vodivé části:

Problém byl řešen opět pro délku 90  $\mu\text{m}$  horní pevné desky, spodní pevné desky i pohyblivé vodivé části mezi těmito pevnými deskami při napětí 100 V. Výška horní i spodní elektrody je 5  $\mu\text{m}$  a rozestup mezi nimi je také 5  $\mu\text{m}$ . Výška pohyblivé vodivé části je 3  $\mu\text{m}$ . Z toho plyne, že vzdálenost mezi plochou pohyblivé části a jakoukoliv deskou je 1  $\mu\text{m}$ , aby nedošlo k průrazu dielektrika. V tab. 6 jsou pro toho uspořádání uvedeny síly v závislosti na různé délce desek s vodivou částí. Počáteční posunutí vodivé části vůči pevným deskám je 1.5násobek délky desek, tedy 135  $\mu\text{m}$ . V tab. 7 jsou uvedeny síly v závislosti na různém rozestupu pevných desek nebo různé výšce vodivé části. Větší výšku pohyblivé vodivé části než 3  $\mu\text{m}$  při rozestupu pevných desek 5  $\mu\text{m}$  nelze uskutečnit, jelikož by již došlo k průrazu dielektrika, kterým je vzduch. Další obrázky k této analýze jsou uvedeny v příloze E.

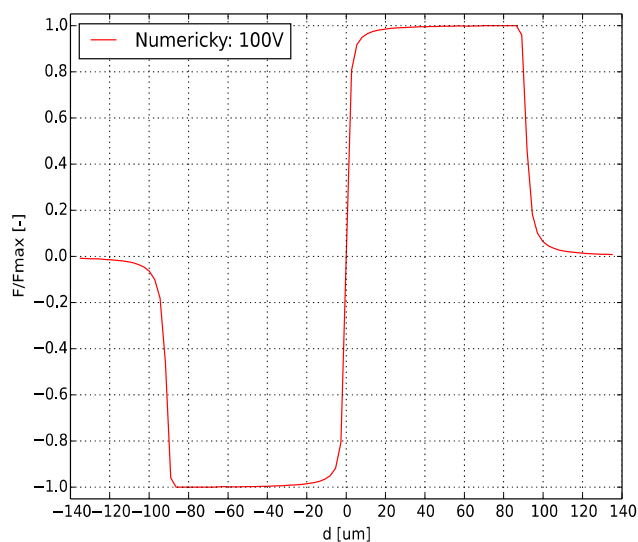




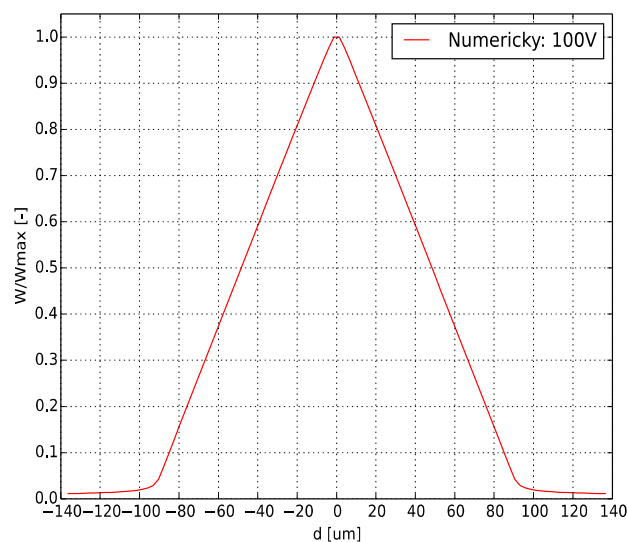
Obrázek 48: Pole a kontury potenciálu  $\phi$  (k tab. 6 a 7)



Obrázek 49: Pole a vektory intenzity  $E$  (k tab. 6 a 7)



Obrázek 50: Poměrová závislost síly na velikosti překrytí obou pevných desek s pohyblivou částí



Obrázek 51: Poměrová závislost energie na velikosti překrytí obou pevných desek s pohyblivou částí

Délka tělesa [ $\mu\text{m}$ ]	30	50	70	90	110	130	150	170
$F_{\text{MAX}}$ [mN]	86,833	87,533	87,88	88,043	88,101	88,222	88,266	88,303

Tabulka 6: Závislost maximální síly na délce desek (při polovičním zasunutí vodivé části)

Rozestup elektrod [ $\mu\text{m}$ ]	3	5	7	9	5	5	5	5
Výška vodivé části [ $\mu\text{m}$ ]	1	3	5	7	1	1,5	2	2,5
$F_{\text{MAX}}$ [mN]	88,025	88,043	88,058	88,07	43,734	50,065	58,51	70,323

Tabulka 7: Závislost maximální síly na rozestupu elektrod a na výšce vodivé části (opět při polovičním zasunutí)

## 7 Diskuse výsledků:

Jelikož je v numerických analýzách všech typů elektrostatických mikroaktuátorů použito napětí 100 V v mikroskopickém prostředí, je tedy díky scalling efektu elektrická pevnost  $E_p = 10^8 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ , proto nejnižší možná vzdálenost, aby nedošlo k průrazu, je 1  $\mu\text{m}$ . Tato teze platí pouze v případě, jedná-li se o lineární uspořádání dvou desek. V případě hřebenovitého uspořádání dvou těles již tato teze neplatí, ale pokud zachováme podmínku homogenního pole, můžeme ji pro použití srovnání všech typů elektrostatických mikroaktuátorů v této práci použít. Z numerické analýzy je patrné, že pokud mezi tělesy u všech typů roste napětí při konstantní vzdálenosti, síla roste exponenciálně. Všechny síly u podélného pohybu, příčného pohybu, pohybu dielektrika a pohybu vodivé části jsou brány na 1 m hloubky těles resp. desek, jelikož početní program Agros2D s tím počítá, tedy v jednotkách  $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ . Abychom dostali sílu na reálnou hloubku, například 100  $\mu\text{m}$ , musí se výsledná síla vydělit příslušnou délkou, na kterou je vztahována. Pouze u kombinace příčného a podélného pohybu je výsledná síla vypočtena na reálný zadaný model, nemusí se tudíž nijak přepočítávat.

U mikroaktuátoru s podélným pohybem je z výsledků numerické analýzy patrné, že u HU s rostoucím počtem zubů roste i výsledná síla, stejně tak i u LU s rostoucí délkou tělesa roste síla. Maximální síla je při vzdálenosti 1  $\mu\text{m}$  mezi tělesy u HU 4.03 N, jsou-li vzdálenosti mezi jednotlivými zuby minimální pro 5 zubů (délka tělesa 90  $\mu\text{m}$ ), a u LU 4.034 N pro délku desek 90  $\mu\text{m}$ . Tyto síly jsou brány na 1 m hloubky tělesa, jelikož početní program Agros2D s tím počítá. Při vzdálenosti 10  $\mu\text{m}$  mezi tělesy v lineární oblasti charakteristiky je síla větší u HU díky vytvoření nehomogenního pole mezi jednotlivými zuby. S klesající vzdáleností mezi tělesy nejdříve síla lineárně roste a následně při malé vzdálenosti tato síla roste již exponenciálně.

U mikroaktuátoru s příčným pohybem roste u HU s rostoucím počtem zubů výsledná síla, ale u LU s rostoucí délkou tělesa zůstává síla přibližně konstantní. Maximální síla je u HU 191.694 mN pro 5 zubů (délka tělesa 90  $\mu\text{m}$ ) při polovičním překrytí jednotlivých zubů a u LU 43.964 mN pro délku desek 90  $\mu\text{m}$  při polovičním překrytí desek. U HU se síla mění sinusově podle velikosti překrytí a u LU je při jakékoliv hloubce zasunutí síla přibližně konstantní. Pokud obě desky nejsou u LU vůbec překryté, nebo jsou naopak úplně překryté, nepůsobí na pohyblivou část žádné síly. Pokud jsou zuby obou těles u HU úplně překryté, nebo naopak jsou zuby jednoho tělesa v mezerách druhého tělesa, jsou síly také nulové.

Mikroaktuátor s kombinací příčného a podélného pohybu vytváří při úhlu  $\alpha = 26.565^\circ$  horní trojúhelníkové části v řezu kuželu, při výšce kuželu 90  $\mu\text{m}$  a při vzdálenosti 1  $\mu\text{m}$  mezi stěnou

kuželu a stěnou komolého kuželu sílu  $303.298 \mu\text{N}$ . Při zachování tohoto úhlu  $\alpha$  a zvětšování výšky kuželu tato síla roste exponenciálně (zvyšuje se délka stěny, tím pádem i celková plocha).

Mikroaktuátor s pohybem dielektrika vytváří při rozestupu obou elektrod  $5 \mu\text{m}$ , pro délku obou elektrod a dielektrika  $90 \mu\text{m}$ , výšce dielektrika  $4 \mu\text{m}$  a jeho polovičním zasunutí mezi desky sílu  $16.045 \text{ mN}$ . S rostoucí nebo klesající délkou obou elektrod a dielektrika při zachování ostatních velikostí se síla nemění. Z analýzy je patrné, že se síla snižuje při zvyšování rozestupu obou elektrod a zároveň i stejném zvyšování výšky dielektrika při zachování konstantní vzdálenosti mezi plochou dielektrika a elektrod. Pokud je rozestup obou elektrod konstantní, tak se při zvětšování výšky dielektrika síla zvětšuje a při snižování výšky dielektrika se síla snižuje.

Mikroaktuátor s pohybem vodivé části vytváří při rozestupu obou elektrod  $5 \mu\text{m}$  pro délku obou elektrod a vodivé části  $90 \mu\text{m}$ , při výšce vodivé části  $3 \mu\text{m}$ , aby nedošlo k průrazu dielektrika, a jeho polovičním zasunutím mezi desky sílu  $88.043 \text{ mN}$ . S rostoucí nebo klesající délkou obou elektrod a vodivé části při zachování ostatních velikostí se síla opět nemění. Pokud se zvyšuje nebo i snižuje rozestup obou elektrod a zároveň i výška vodivé části při zachování konstantní vzdálenosti mezi plochou vodivé části a elektrod, síla se nemění. V případě, je-li rozestup obou elektrod konstantní, tak se při snižování výšky vodivé části síla snižuje, jelikož se zvyšuje vzdálenost mezi plochou vodivé části a elektrod.

Je-li dielektrikum resp. vodivá část u mikroaktuátoru s pohybem dielektrika i s pohybem vodivé části úplně překryté s oběma elektrodami, nepůsobí na pohyblivou část žádné síly. Stejně tak nepůsobí na pohyblivou část žádné síly, je-li dielektrikum resp. vodivá část mimo obě pevné elektrody. Mezi těmito typy je rozdíl v tom, že u typu s pohybem dielektrika je mezi pevnými deskami stále energie  $W_e$  a to především v případě, je-li dielektrikum dál od pevných desek. Naproti tomu u typu s pohybem vodivé části se neakumuluje žádná energie  $W_e$  nebo pouze velmi malá, pokud je pohyblivá vodivá část od obou pevných desek hodně vzdálena. Při jakékoliv hloubce zasunutí dielektrika resp. vodivé části je síla přibližně konstantní, nemění se.

## 8 Závěr:

Obsahem této bakalářské práce je technický popis základních fyzikálních principů elektrostatického pole, rešerše technického provedení elektrostatických mikroaktuátorů, jejich výroby, materiálů pro výrobu a použití v současné technice. Pro představu je uveden způsob řešení numerických diferenciálních rovnic nejpoužívanějšími metodami. V práci byl také sestaven obecný matematický model pro výpočet parametrů elektrostatického mikroaktuátoru s okrajovými podmínkami pro numerický výpočet a následná numerická analýza všech typů elektrostatických mikroaktuátorů s diskusí dosažených výsledků. Koncepce této práce čtenáře i autora přibližuje k technologii MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems), zvyšuje povědomí o této technologii a samozřejmě přibližuje k problematice elektrostatických mikroaktuátorů.

Simulace výsledků byla provedena v simulačním programu Agros2D. Výsledkem práce je celková diagnostika jednotlivých typů elektrostatických mikroaktuátorů a srovnání jejich numerických výsledků výpočtů s analytickými výsledky výpočtů. Toto srovnání výsledků bylo provedeno a částečně 7.

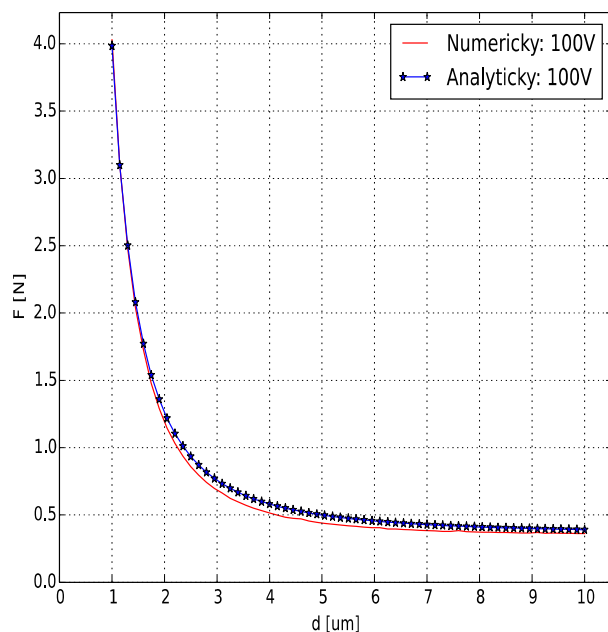
Cílem této práce bylo správně zanalyzovat a následně jednotlivě porovnat všechny typy elektrostatických mikroaktuátorů a vytvořit rešerši celé této problematiky, což se povedlo. Z výsledků numerické analýzy je patrné, že souhlasí s analytickými výpočty/výsledky a všechny typy elektrostatických mikroaktuátorů pracují podle teoretických předpokladů. Cíle této práce byli tudíž splněny.

## 9 Použitá literatura:

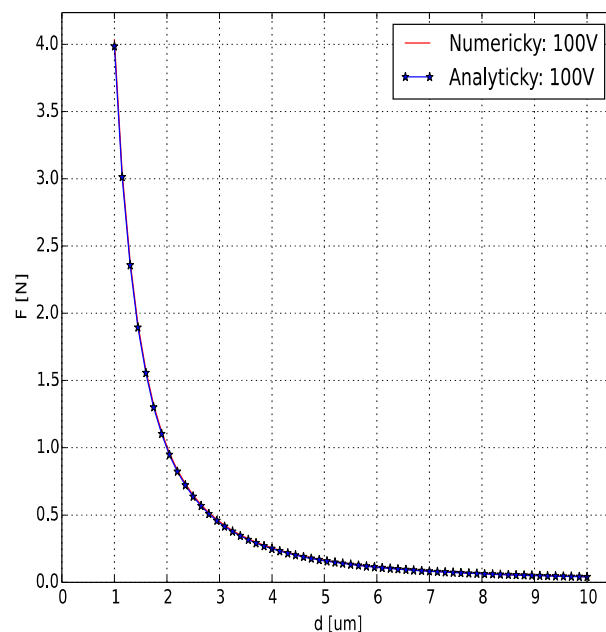
- [1] MAYER, Daniel. *Aplikovaný elektromagnetismus: Úvod do makroskopické teorie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*. 2. vydání. České Budějovice: Kopp, 2012, 538 s. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [2] BLAHOVEC, Antonín. *Elektrotechnika I*. 4. nezměněné vydání. Praha: Informatorium, 2002, 191 s. ISBN 80-860-7390-4.
- [3] HUSÁK, Miroslav. *Mikrosenzory a mikroaktuátory*. 1. vydání. Praha: Academia, 2008, 540 s. ISBN 978-80-200-1478-8.
- [4] KELEMEN, Michal, Tatiana KELEMENOVÁ, Ivan VIRGALA, Martina VACKOVÁ a Róbert SUROVEC. *SCALING EFFECT OF ACTUATORS* [online]. 2011 [cit. 2014-05-08]. Dostupné z: <http://kamam.sk/mmams2011/pages/fullpaper.php?subor=MTIyXzFfc2VvYS5wZGY=>
- [5] *Stažení programu Agros2D a návody na jeho používání* [online]. [cit. 2014-04-15]. Dostupné z: <http://www.agros2d.org>
- [6] KARBAN, Pavel, František MACH, Pavel KŮS, David PÁNEK a Ivo DOLEŽEL. *Numerical solution of coupled problems using code Agros2D*
- [7] CHLACHULA, Petr. *Materiály pro mikro a nanosystémy, jejich tribologické vlastnosti a dostupnost* [online]. [cit. 2014-05-04]. Dostupné z: [http://dl.uk.fme.vutbr.cz/zobraz\\_soubor.php?id=613](http://dl.uk.fme.vutbr.cz/zobraz_soubor.php?id=613)
- [8] SUN, Yu, Bradley J. NELSON, David P. POTASEK a Eniko ENIKOV. *A bulkmicrofabricated multi-axis capacitive cellular force sensor using transverse comb drives* [online]. 2002 [cit. 2014-05-08]. Dostupné z: <http://mie.utoronto.ca/labs/amnl/data/J1.pdf>
- [9] RUZYLLO, Jerzy. *Fabrication of SOI Wafers* [online]. 2003 [cit. 2014-05-08]. Dostupné z: <http://www.semi1source.com/notes/ViewFile.asp?Which=50>
- [10] HUSÁK, Miroslav. *MEMS a mikrosystémové technologie* [online]. 2008 [cit. 2014-04-29]. Dostupné z: <http://odbornecasopisy.cz/res/pdf/38122.pdf>
- [11] HUSÁK, Miroslav. *Užití MEMS v průmyslu* [online]. 2008 [cit. 2014-04-25]. Dostupné z: <http://odbornecasopisy.cz/res/pdf/38277.pdf>
- [12] ŠTARMAN, Václav, Jan KACEROVSKÝ, Jindřich JANSÁ, Pavel KARBAN a Ivo DOLEŽEL. *Electrostatic microactuators for precise positioning and comparison of their parameters, str. 122-127* [online]. 2013 [cit. 2014-05-01]. Dostupné z: [http://www.iee.put.poznan.pl/wydawnictwa/ArchiwumMonografia/comp\\_applications\\_11\\_2013.pdf](http://www.iee.put.poznan.pl/wydawnictwa/ArchiwumMonografia/comp_applications_11_2013.pdf)
- [13] MAYER, Daniel. *Teorie elektromagnetického pole 1. díl + 2. díl*. 3. přepracované vydání. Plzeň: Západočeská univerzita, Elektrotechnická fakulta, 2004, 357 s. ISBN 80-708-2826-9.
- [14] *Vnější aerodynamika pro letecké aplikace (triangulace prostoru)* [online]. [cit. 2014-05-29]. Dostupné z: <http://marian.fsik.cvut.cz/~matmod/>
- [15] BENEŠOVÁ, Zdeňka a Daniel MAYER. *Základní příklady z teorie elektromagnetického pole*. 2. vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2008, 167 s. ISBN 978-80-7043-737-7.
- [16] SZÁNTÓ, Ladislav. *Maxwellovy rovnice: a jejich názorné odvození*. 2. přepracované vydání. Praha: BEN - technická literatura, 2012, 123 s. ISBN 978-80-7300-450-7.

## 10 Přílohy:

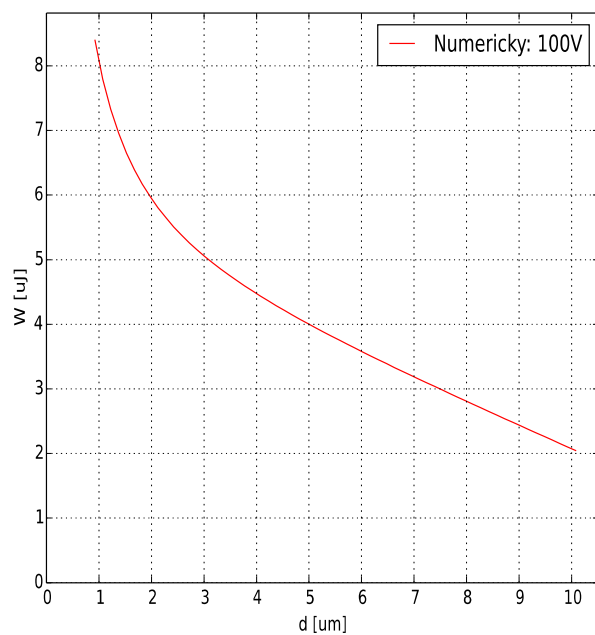
### Příloha A - Podélný pohyb:



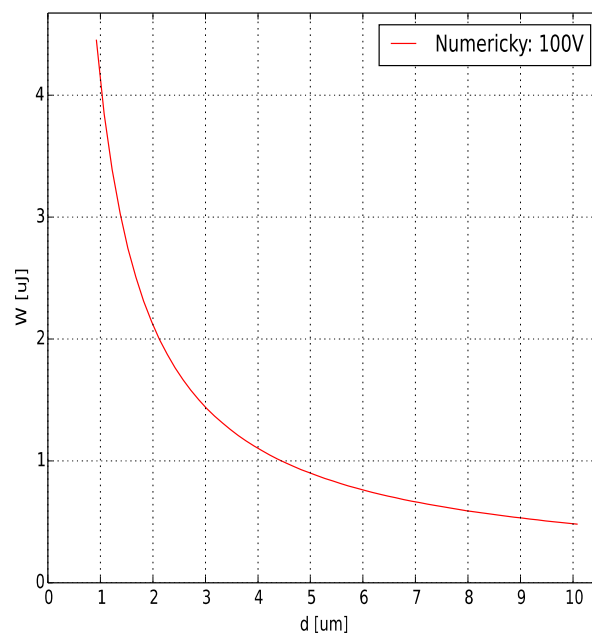
Obrázek A1: Závislost síly na vzdálenosti obou těles - HU



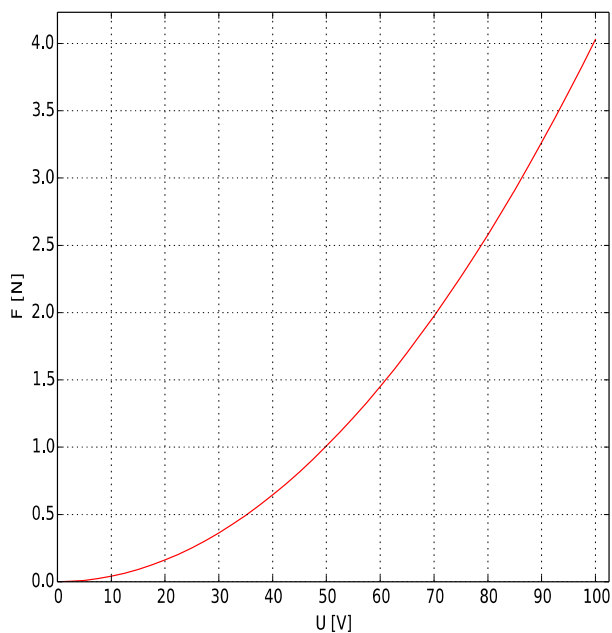
Obrázek A2: Závislost síly na vzdálenosti obou desek - LU



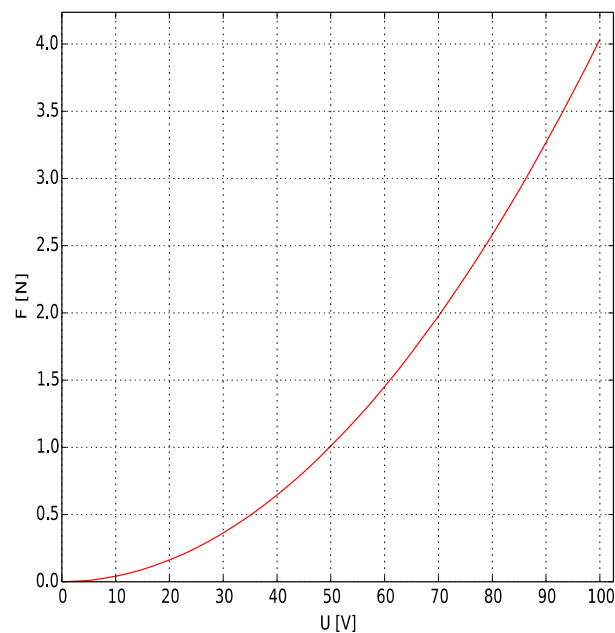
Obrázek A3: Závislost energie na vzdálenosti obou těles - HU



Obrázek A4: Závislost energie na vzdálenosti obou desek - LU

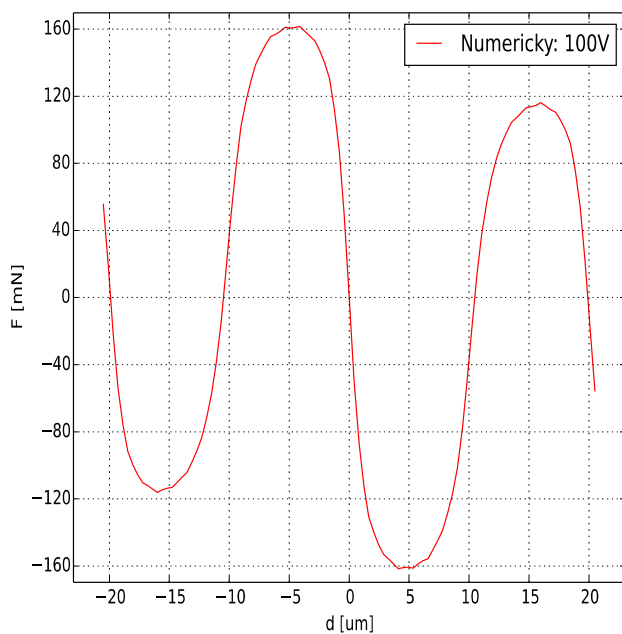


Obrázek A5: Závislost síly na velikosti napětí mezi tělesy - HU

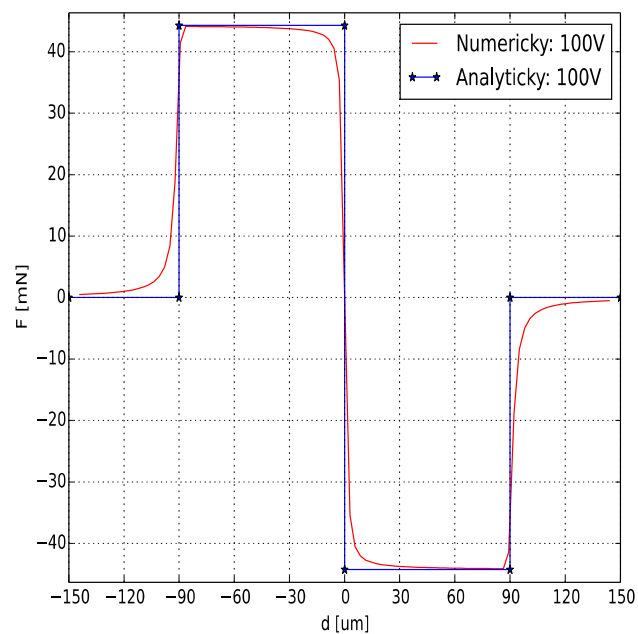


Obrázek A6: Závislost síly na velikosti napětí mezi deskami - LU

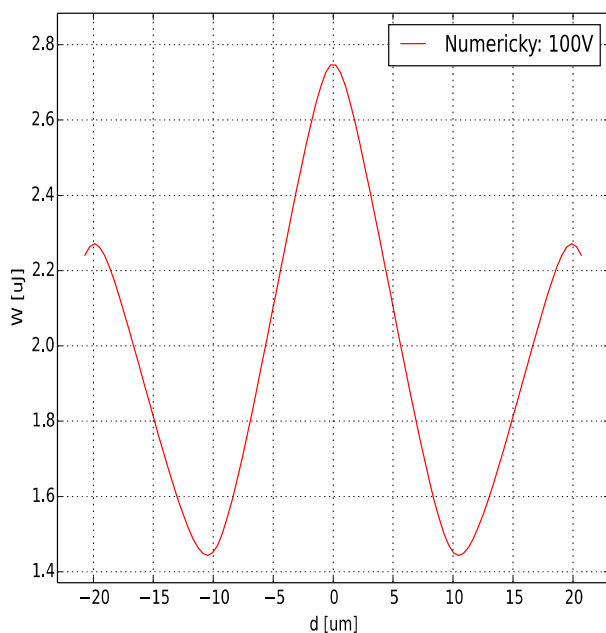
### Příloha B - Příčný pohyb:



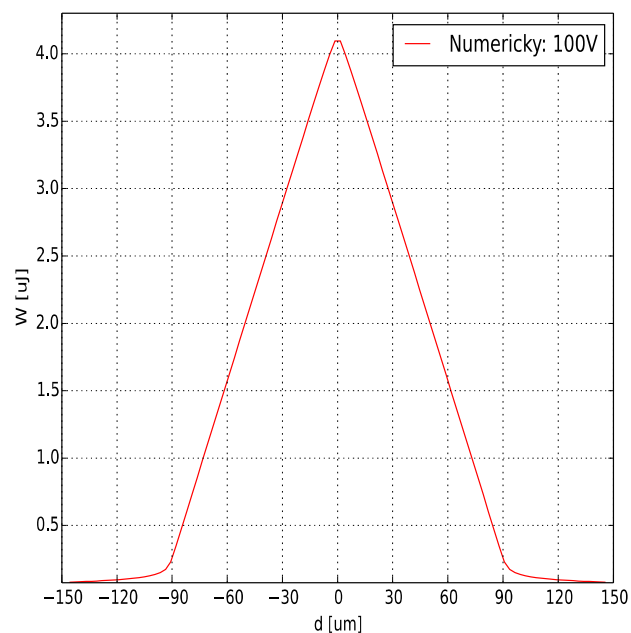
Obrázek B1: Závislost síly na velikosti překrytí obou těles - HU



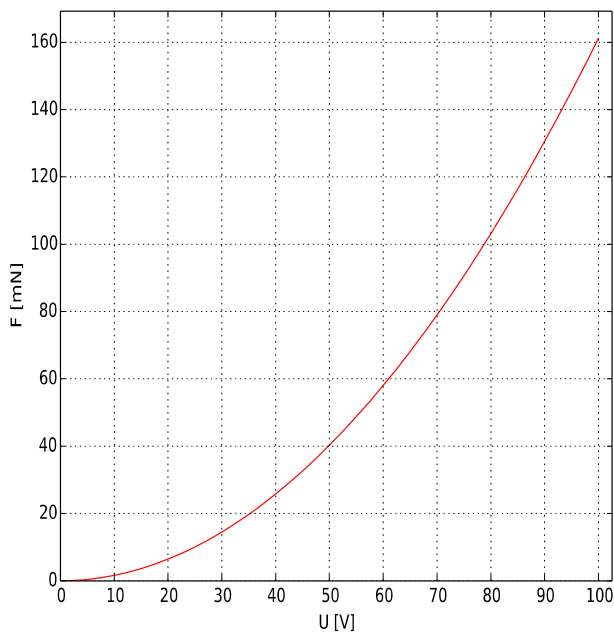
Obrázek B2: Závislost síly na velikosti překrytí obou desek - LU



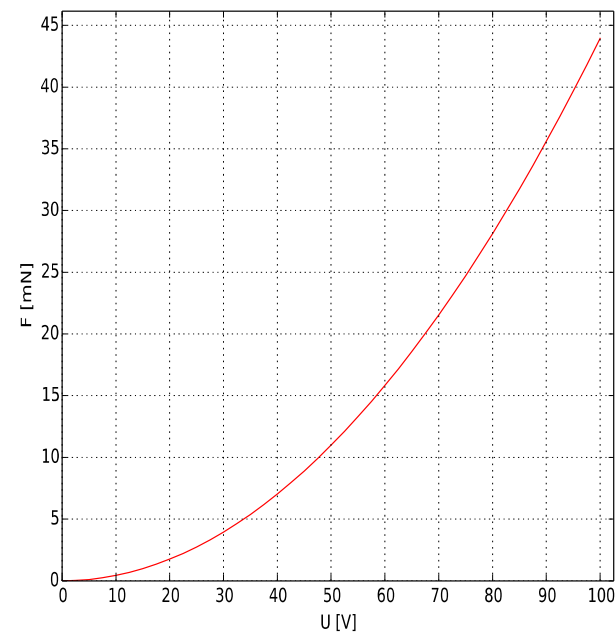
Obrázek B3: Závislost energie na velikosti překrytí obou těles - HU



Obrázek B4: Závislost energie na velikosti překrytí obou desek - LU

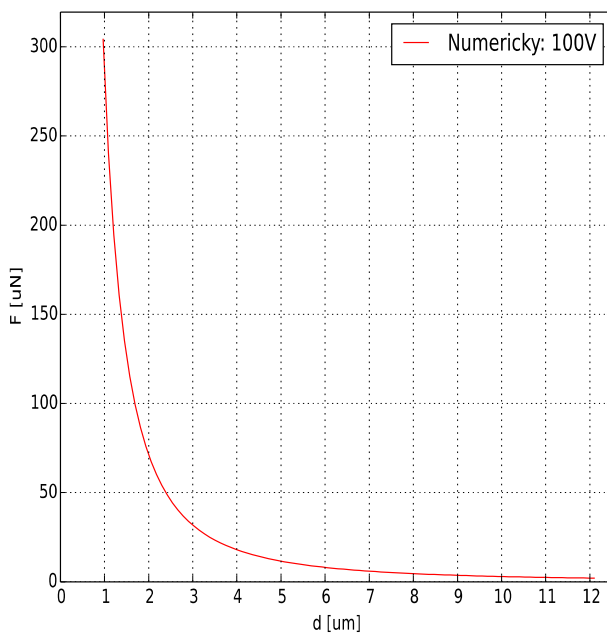


Obrázek B5: Závislost síly na velikosti napětí mezi tělesy - HU

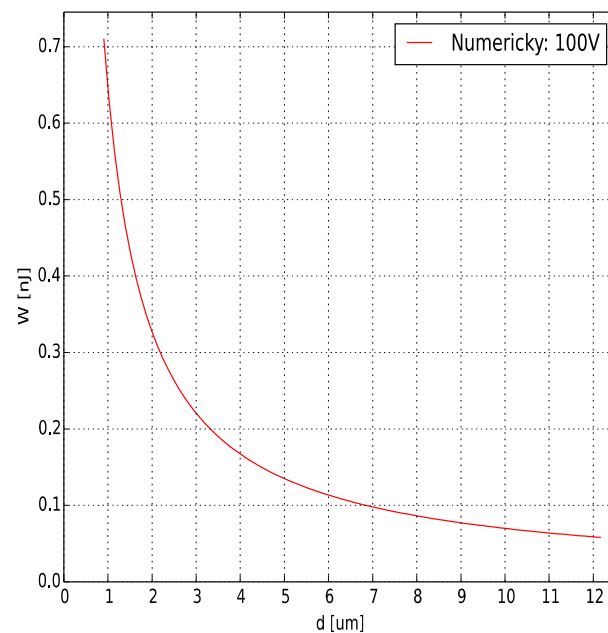


Obrázek B6: Závislost síly na velikosti napětí mezi deskami - LU

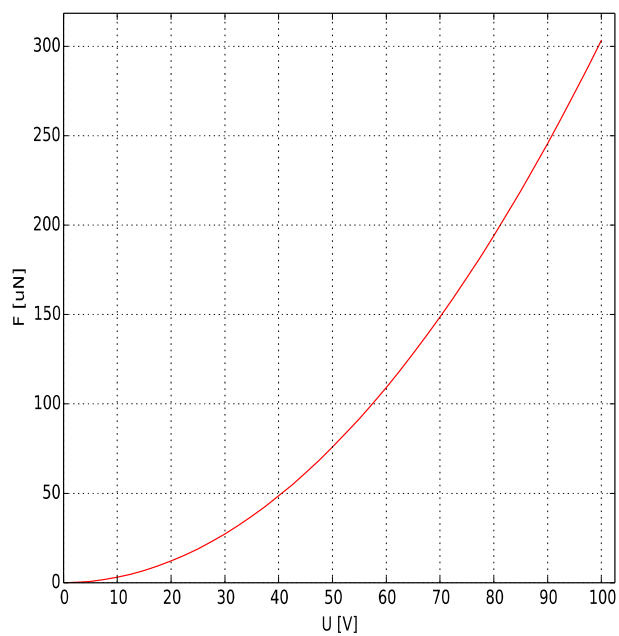


**Příloha C – Kombinace příčného a podélného pohybu:**

Obrázek C1: Závislost síly na vzdálenosti obou těles

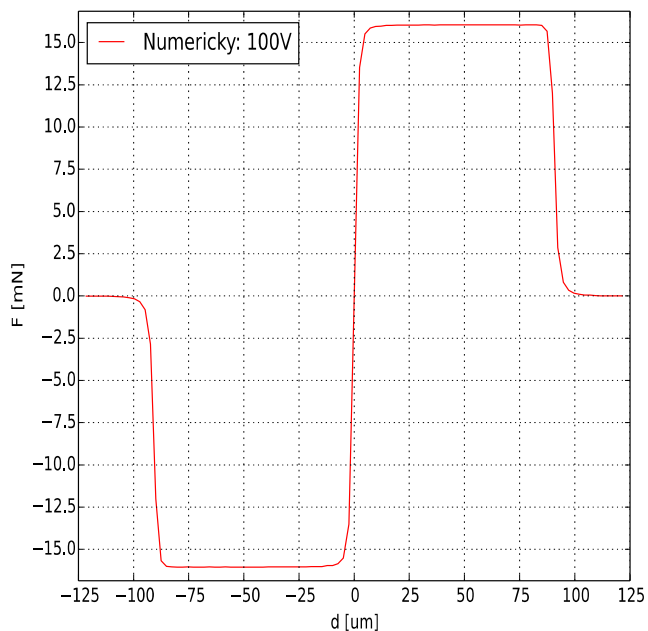


Obrázek C2: Závislost energie na vzdálenosti obou těles

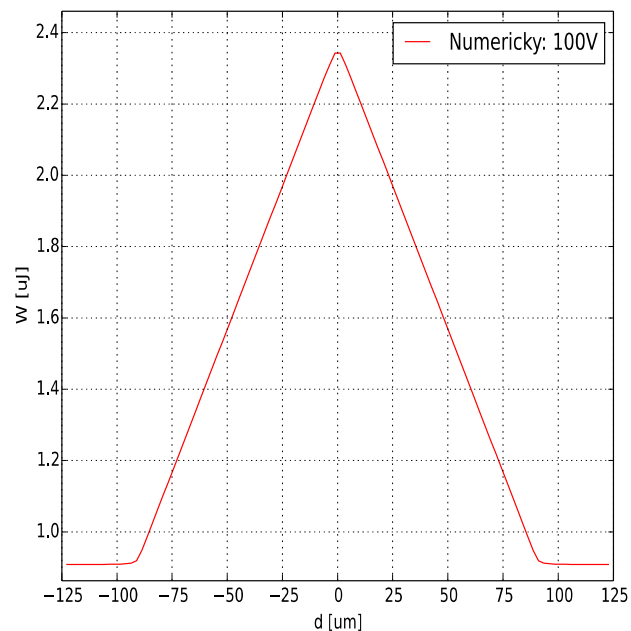


Obrázek C3: Závislost síly na velikosti napětí mezi tělesy

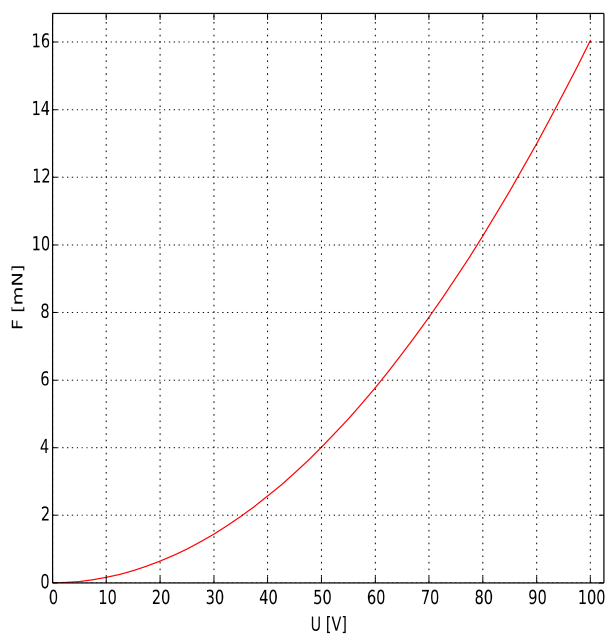
## Příloha D – Pohyb dielektrika:



Obrázek D1: Závislost síly na velikosti překrytí obou pevných desek s dielektrikem

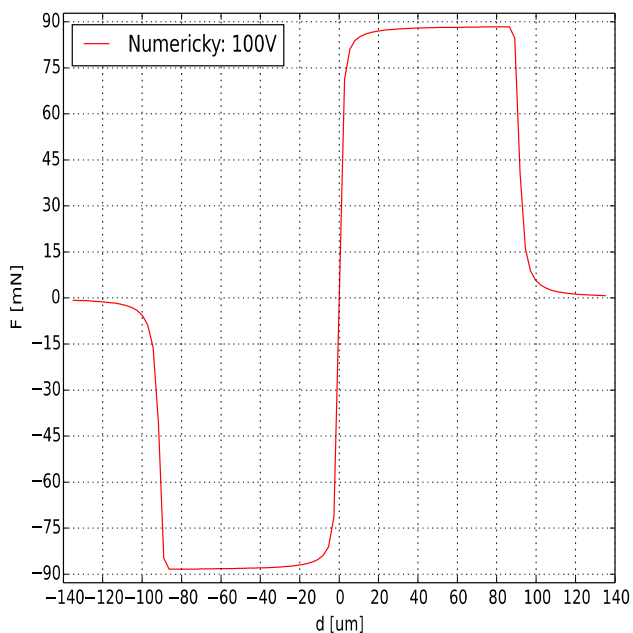


Obrázek D2: Závislost energie na velikosti překrytí obou pevných desek s dielektrikem

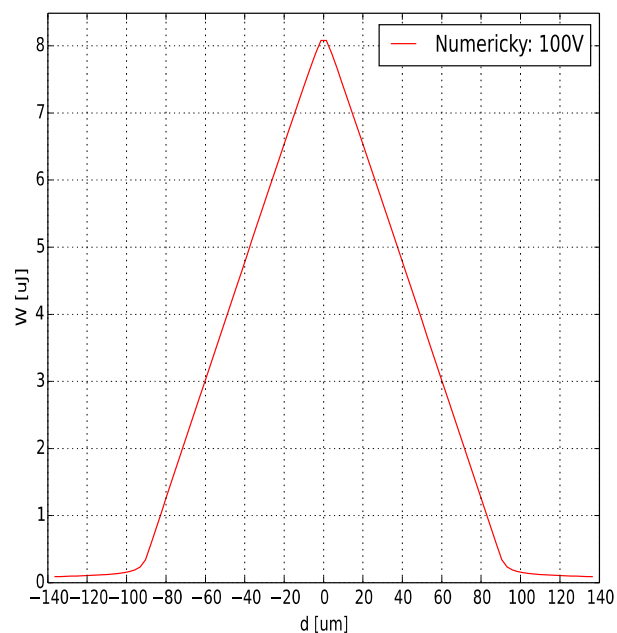


Obrázek D3: Závislost síly na velikosti napětí mezi deskami

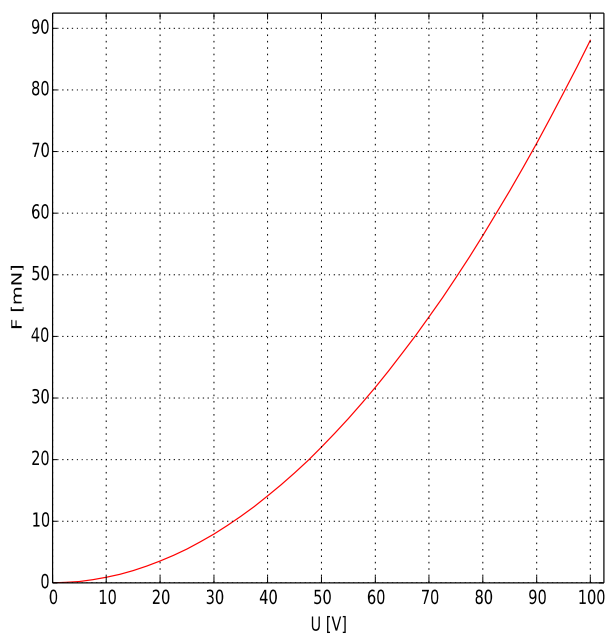
### Příloha E – Pohyb vodivé části:



Obrázek E1: Závislost síly na velikosti překrytí obou pevných desek s vodivou částí



Obrázek E2: Závislost energie na velikosti překrytí obou pevných desek s vodivou částí



Obrázek E3: Závislost síly na velikosti napětí mezi pevnými deskami a vodivou částí