

# Review of Dissertation Thesis of Milan Hanuš

Ryan G. McClarren, PhD.  
Assistant Professor  
Dept. of Nuclear Engineering  
Texas A&M University

January 29, 2015

## I Assessment of the significance of the dissertation thesis for the field

After reading the dissertation thesis of Milan Hanuš I have the following observations and assessments of the work. This work makes four major contributions to the field of neutron transport. In particular this thesis

1. Proves the rotational invariance of the spherical harmonics ( $P_n$ ) equations,
2. Shows that the discrete ordinates ( $S_n$ ) equations can be formulated as a projection onto a Hilbert subspace of the full neutron transport equation,
3. Gives a rigorous derivation of the  $SP_3$  equations based on the novel Maxwell-Cartesian  $P_3$  equations derived in the thesis,
4. Provides an efficient implementation of an hp-adaptive scheme for the  $SP_n$  equations including an application to reactor problems in industry.

Each of these contributions could potentially be a publication in its own right. I believe that all of these can have an impact on the field.

## 2 Assessment of the procedure taken to solve given problem, methods used and attainment of a specified goal

The problem solving procedures used in this dissertation, in my opinion, follow the standard and accepted practices in applied mathematics for the discretization and solution of partial differential equations (PDEs). Moreover, the application of finite element techniques implemented by the submitter are of top quality and will make a contribution to the larger neutron transport community because they were implemented in the Hermes2D open-source framework.

With respect to the dissertation's knowledge and recognition of the existing neutron transport literature, I give this dissertation the highest grade. The submitter clearly has read the existing literature widely and properly cites existing work where necessary. This allows the work to accurately place its contributions in the literature.

## 3 Opinion on the results of the dissertation thesis and the original concrete contribution of the submitter

The result shown in Chapter 5 of the dissertation, in particular the derivation of the  $SP_3$  equations as presented by Selengut from a rigorous perspective, are a major contribution to the field. The result closes approximately 40 years of speculation of the validity of that work, and opens the door to possibly revolutionary techniques. The submitter's derivation has set the foundation for a truly  $P_3$ -equivalent form of the  $SP_3$  equations. Such a discretization has been long sought after because it would reduce the number of unknowns from 16 for the full  $P_3$  equations to 2 and give a rigorous footing for the  $SP_3$  equations.

The proof of the rotational invariance of the  $P_n$  equations, while brief, is an important contribution to the theory of angular discretization of the neutron transport equation. As noted in the dissertation, the rotational invariance is often asserted by practitioners, such as myself, without a rigorous demonstration. This proof is an important contribution.

The numerical results and implementation presented in this work are a major contribution to the open source capabilities of neutron transport. The discourse multi-mesh adaptive finite elements implementation, along with the results and comparisons of different transport schemes are noteworthy, and make a solid contribution to the existing body of knowledge regarding the numerical solution of the  $SP_n$  equations.

#### 4 Assessment of the systematics, clarity, formal and linguistic quality of the thesis

The clarity and presentation of this thesis is outstanding. There are several native English speaking students in my research group that cannot write in such clear, scientific English. The tone used by the submitter is appropriately formal and, in my opinion, strikes the correct balance between pedantry and having too little detail. The proofs were clear and the definitions used in the thesis included helpful examples, where applicable.

#### 5 Opinion on student's publications

The submitter has an acceptable publication record. The two journal articles, including one currently under review along with eight conference proceedings is about average for a student at this particular stage of his career. I do, however, encourage the submitter to prepare several of the major results in this thesis for publication in major international journals. Indeed, these important results should be disseminated more widely than a dissertation. I would also encourage the submitter to present his work at more international conferences, as the opportunity arises, in the next phase of his career.

#### 6 Unequivocal statement of the reviewer, whether he or she recommends or doesn't recommend the thesis for the defense

I unequivocally recommend the thesis of Milan Hanuš entitled "Mathematical Modeling of Neutron Transport" for the defense.





## Posudek oponenta disertační práce

Název práce: Matematické modelování transportu neutronů

Autor: Ing. Milan Hanuš

Předložená disertační práce se věnuje studiu matematických modelů a výpočetních metod transportu neutronů v jaderném reaktoru v ustáleném stavu. Vychází se ze základní integro-diferenciální rovnice pro úhlovou hustotu toku neutronů v závislosti na úhlových a prostorových souřadnicích a na energetické hladině. Tvar rovnice a velký počet nezávisle proměnných vedou k požadavku najít vhodnou diskretizaci usnadňující numerický výpočet. Zatímco diskretizace prostorové a energetické závislosti se uvažuje zřejmě ve standardním smyslu, pozornost je soustředěna na diskretizaci vzhledem k úhlové závislosti. Projekce do prostoru sférických harmonických funkcí ( $P_N$ ) a obdoba kolokační metody ( $S_N$ ) jsou podrobně popsány včetně diskuse jejich výhod a nevýhod při numerických výpočtech. Bázové funkce  $P_N$  aproximace lze po důmyslné transformaci použít jako novou sadu bázových funkcí vedoucí k výhodnější slabé formulaci úlohy. Tato vlastnost je v práci podrobně studována a je uvedena řada nových souvisejících výsledků. V závěru práce je uvedeno mnoho náročných numerických simulací, na jejichž implementaci se autor podílel.

Numerické simulace chování neutronů jsou zásadním tématem v mnoha odvětvích teoretické a aplikované fyziky, kde v popředí stojí zřejmě zkoumání nových možností využití jaderného paliva. Současné zlepšující se výpočetní možnosti dovolují řešit náročnější úlohy. Nicméně objem paměti počítače je pouze nutnou podmínkou. Numerické postupy musí poskytovat řešení v rozumném čase. Analýza modelů, jejich diskretizací a metod řešení je tedy jednoznačně žádána.

Vytyčené cíle byl splněny. Postup práce odpovídal výborně zvládnutému vědecko-aplikačnímu přístupu: od studia teoretické formulace úlohy, přes diskretizaci k implementaci metod a výpočtům reálných úloh.

Autorovi se podařilo přehledně uspořádat hlavní současné znalosti o uvedené problematice. Doplnil důkazy některých známých tvrzení, která v literatuře chybí (rotační invariance pro  $P_N$  aproximaci, vlastnosti systému algebraických rovnic pro  $SP_3$ ). Nově uvedl operátorovou formulaci  $S_N$  aproximace a zejména nové odvození  $SP_N$  aproximace ze speciálně formulované  $P_N$  aproximace s pomocí tenzorových zápisů, tzv.  $MCP_N$  aproximaci. Autor vyvinul nové výpočetní moduly a doložil jejich efektivitu na příkladech. V závěru práce autor využívá svého přehledu v tomto oboru a uvádí další možné směry výzkumu.

Práce se vyznačuje příkladnou systematičností a přehledností a mimořádnou jazykovou úrovní.

Jak je patrné z bohatého seznamu autorových publikací, některé uvedené i související výsledky byly již publikovány. Za pozornost stojí zejména monografie *Mathematical Modeling of Neutron Transport: Theoretical and computational point of view*.

Disertační práci doporučuji k obhajobě.



Ivana Pultarová

Dne 25. ledna 2015 v Praze