

Studentská Vědecká Konference 2012

Konečnoprvkový model piezoelektrického nosníku namáhaného na ohyb

Zuzana Lašová¹, Robert Zemčík²

1 Úvod

Piezoelektrický jev, schopnost některých tříd krystalických látek přeměnit mechanickou deformaci na elektrické pole a naopak, se využívá již od začátku 20. století. Od 70. let vznikaly také práce týkající se numerické simulace tohoto jevu, který je dnes základem senzorů a aktuátorů, především metodou konečných prvků, čemuž se podrobněji věnuje Benjeddou (2000). Konečné prvky s piezoelektrickou vazbou jsou dnes již součástí řady FEM balíčků (Ansys, MSC.Marc, Comsol aj.), a to především v podobě 3D *solid* prvků a 2D *plane* prvků.

2 Konstitutivní vztahy pro piezoelektrické materiály

Vztahy mechanických a elektrických veličin v piezoelektrickém jevu lze vyjádřit soustavou rovnic

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{lij}E_l \quad (1)$$

$$D_i = e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \mu_{il}E_l \quad (2)$$

kde σ_{ij} je Cauchyho tenzor napětí, C_{ijkl} je elastický tenzor a ε_{kl} je tenzor přetvoření, e_{ikl} je tenzor piezoelektrické vazby, D_i je vektor elektrické indukce, μ_{il} je tenzor permitivity (nebo dielektrický) a E_l je vektor intenzity elektrického pole. Vztah elektrického pole E_l a elektrického potenciálu ϕ je

$$E_k = -\phi_{,k}. \quad (3)$$

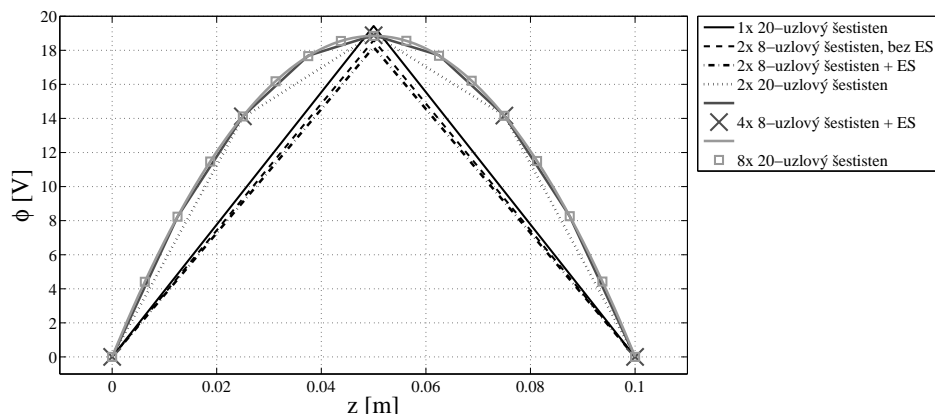
3 Numerický model v Ansysu

Z dostupných konečných prvků s piezoelektrickou vazbou v programu Ansys byly s ohledem na pravidelnou geometrii vybrány lineární nebo kvadratické čtyřúhelníky a šestisteny. Pomocí těchto konečných prvků byl modelován nosník z piezoelektrického materiálu polarizovaného po tloušťce (ve směru z), který je na jedné straně vetknutý a na volném konci zatížen jednotkovou silou. Horní a spodní plocha nosníku představují elektrody, které byly v tomto případě zkratovány. Smyslem úlohy je porovnání průběhů výsledného elektrického potenciálu ϕ po tloušťce a průhybu u při ohybu nosníku.

Při modelování byly měněny jak typy konečných prvků, tak jejich počet po tloušťce n a délku (s ohledem na zachování ideálního tvaru konečného prvku). Na obrázku 1 jsou znázorněny průběhy elektrického potenciálu. Na okrajích je $\phi = 0$, což bylo dáno okrajovými podmínkami, a uvnitř nosníku se mění v závislosti na řádu tvarové funkce pro elektrický potenciál v určitém řezu. U lineárního prostorového prvku se projevuje tzv. shear-locking (Sun (2006)), umělé zvýšení tuhosti materiálu v ohybu vlivem nedostatečné aproximace, což se projeví snížením

¹ Ing. Zuzana Lašová, studentka doktorského studijního programu Aplikovaná věda a informatika, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: zlasova@kme.zcu.cz

² Ing. Robert Zemčík, PhD., Katedra mechaniky, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, Plzeň 306 14, email: zemcik@kme.zcu.cz



Obrázek 1: Průběh elektrického potenciálu po tloušťce.

deformace v ohybu. Je tedy nutné zvýšit počet prvků přes tloušťku anebo využít volby „extra shapes“ (ozn. ES), která zvýší stupeň tvarové funkce a výsledky lépe odpovídají řešení pomocí kvadratických prvků. Aplikace těchto prvků přináší přesnější výsledky. Při zjemnění sítě a při zachování dobré kvality prvků značně narůstá výpočetní čas už pro jednoduché statické úlohy.

Kon. prvek	n	u [mm]	ϕ [V]	$\max(E_z)$ [$V \cdot m^{-1}$]
8-uzlový šestistěn	2	$3,13 \times 10^{-2}$	18,6	445
	4	$3,33 \times 10^{-2}$	19,0	634
8-uzlový šestistěn + ES	2	$3,40 \times 10^{-2}$	18,2	814
	4	$3,40 \times 10^{-2}$	18,9	827
20-uzlový šestistěn	1	$3,40 \times 10^{-2}$	19,4	851
	2	$3,40 \times 10^{-2}$	18,9	824
	4	$3,41 \times 10^{-2}$	18,7	812

Tabulka 1: Porovnání výsledků průhybu, elektrického potenciálu a intenzity elektrického pole při použití různých typů a počtů konečných prvků.

4 Závěr

Při numerickém modelování piezoelektrického převodníku je třeba brát v úvahu kvadratický průběh elektrického potenciálu po tloušťce a použít konečné prvky s kvadratické prvky nebo lineární se zvýšeným stupněm tvarových funkcí.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen grantem SGS-2010-046.

Literatura

- Benjeddou, A., 2000. Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey. *Computers and Structures*, 76, pp. 347–363.
- Sun, E.Q., 2006. Shear Locking and Hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS. *Proceedings of MSC Software Corporation's 2006 Americas Virtual Product Development Conference*.