

Modelování turbulentního proudění pomocí dvourovnicových modelů turbulence

Helena Mlynaříková¹

1 Úvod

Turbulentní proudění tekutin se běžně vyskytuje v přírodě i v technických aplikacích. Přestože se lze v některých případech bez velké chyby omezit na laminární proudění, pro praktické použití je potřeba proudění tekutin brát jako turbulentní a tak ho také modelovat.

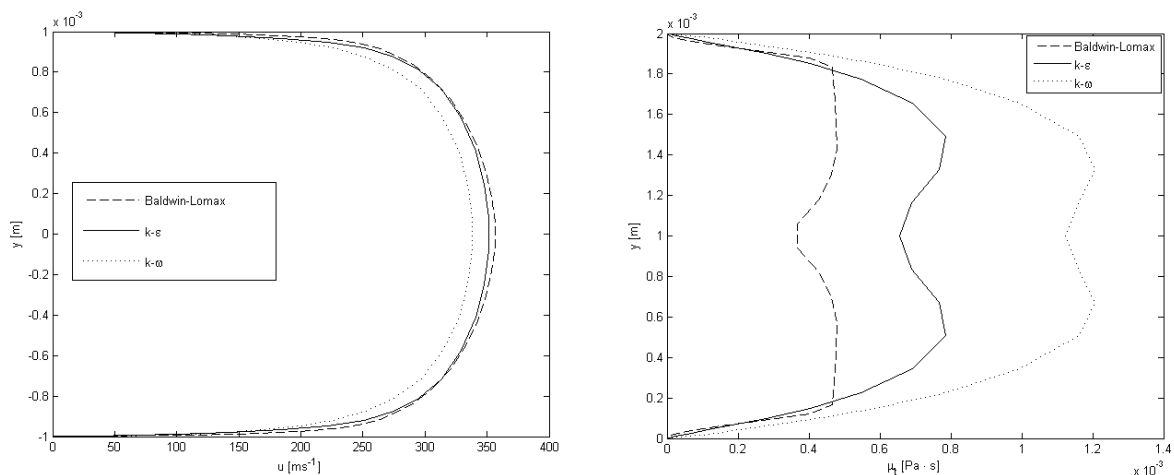
Proudění stlačitelné vazké tekutiny je popsáno konzervativním systémem Navierových-Stokesových (NS) rovnic, doplněných stavovou rovnicí. NS rovnice vycházejí z fyzikálních zákonů zachování, popisují tedy proudění laminární i turbulentní. Přímé využití systému NS rovnic představuje tzv. přímou numerickou simulaci (DNS), která je ale z důvodu nutnosti použití velmi malého časového kroku a jemné výpočetní sítě v současnosti pro praktické aplikace nevhodná. Pro urychlení řešení turbulentního proudění je možné okamžité hodnoty veličin proudového pole rozložit na časovou střední hodnotu a fluktuaci. To vede na metodu využívající systém středovaných NS rovnic, pro nestlačitelné proudění podle Reynoldse (RANS) a pro stlačitelné podle Favra (FANS), [4]. Systém středovaných rovnic obsahuje některé neznámé členy, především tenzor Reynoldsových turbulentních napětí $\tau_{ij} = -\overline{\rho v_i'' v_j''}$. Tyto členy je potřeba vhodně aproximovat pomocí modelů turbulence.

2 Modely turbulence

Modely turbulence jsou podle svého typu tvořeny algebraickými vztahy, parciálními diferenciálními rovnicemi a velkým množstvím konstant vyplývajících z experimentů a jednoduchých případů proudění, [2], [3]. Pro konkrétní úlohu je potřeba vždy zvolit vhodný model turbulence podle charakteru proudění. Algebraické modely závislé na vzdálenosti od nejbližší obtékané stěny jsou vhodné pouze pro jednodušší typy dvourozměrného proudění bez odtržení, jednorovnicové a dvourovnicové modely tvořené transportními rovnicemi je možné použít i pro simulaci složitějších případů proudění.

Práce je zaměřena na algoritmizaci dvourovnicových modelů, a to $k - \epsilon$ a $k - \omega$. Model $k - \epsilon$ je tvořen transportní rovnicí pro turbulentní kinetickou energii k , definovanou pomocí fluktuací rychlosti jako $k = \frac{1}{2} \frac{\rho \overline{v_i'' v_i''}}{\rho}$, a transportní rovnicí pro rychlost disipace turbulentní energie ϵ . Protože model $k - \epsilon$ není vhodný pro výpočet v blízkosti obtékaných stěn, je použita úprava pro nízká turbulentní Reynoldsova čísla podle Jonese a Laundera. Model $k - \omega$ je tvořen opět transportní rovnicí pro turbulentní energii k a dále transportní rovnicí pro specifickou rychlost disipace $\omega = \frac{\epsilon}{k}$. Je použita úprava $k - \omega$ modelu podle Wilcoxe (2006), [3], kde hlavním rozdílem oproti základní verzi je přidání členu příčné difuze v transportní rovnici pro ω , odstraňující citlivost modelu na okrajové podmínky, a dále omezení turbulentního napětí. Využití specifické rychlosti disipace v modelu $k - \omega$ oproti rychlosti disipace vyskytující se v modelu

¹ studentka doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Aplikovaná mechanika, e-mail: hmlynar@kme.zcu.cz



Obrázek 1: Profil střední hodnoty rychlosti \tilde{u} na konci kanálu (vlevo) a průběh turbulentní vazkosti μ_t (vpravo)

$k - \epsilon$ umožňuje výpočet na síti s menším počtem uzlů v mezní vrstvě a tudíž i kratší výpočetní čas.

3 Numerická simulace turbulentního proudění

Zvolenou testovací úlohou je simulace turbulentního proudění vzduchu v mikrokanálu o výšce $h = 2\text{mm}$ a délce $l = 100\text{mm}$, ohraničeného dvěma pevnými stěnami. Aplikována je metoda konečných objemů na strukturované čtyřúhelníkové síti, s využitím FANS a uvedených modelů turbulence $k - \epsilon$ a $k - \omega$, a to s následujícími okrajovými podmínkami: stagnační tlak $p_0 = 101325\text{Pa}$ a stagnační teplota $T_0 = 294,15\text{K}$ na vstupu, statický tlak $p = 37693\text{Pa}$ na výstupu, nulová rychlost na pevných nepropustných stěnách. Výsledky získané výpočtem pomocí těchto dvou modelů turbulence jsou porovnány mezi sebou a dále s výsledky získanými výpočtem pomocí algebraického modelu Baldwina a Lomaxe, [1].

Při simulaci turbulentního proudění pomocí systému středovaných NS rovnic je potřeba si uvědomit, že výpočtem získáme pouze střední hodnoty veličin proudového pole, nikoliv okamžité hodnoty. Na obrázku 1 vlevo je zobrazen profil střední hodnoty složky rychlosti \tilde{u} na konci kanálu, na obrázku 1 vpravo potom průběh turbulentní vazkosti μ_t ve třech čtvrtinách kanálu, a to pro všechny tři modely turbulence.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen studentským grantovým projektem SGS-2013-036.

Literatura

- [1] Baldwin B. S., Lomax H.: *Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows*. AIAA Paper 78-257, 1978.
- [2] Příhoda J., Louda P.: *Matematické modelování turbulentního proudění*. Skriptum ČVUT v Praze, 2006.
- [3] Wilcox D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, La Canada, California, 2006.