



Tvarová optimalizace akustického pole

Zdeněk Novotný¹

Abstrakt

Řešení problémů akustiky, v tomto případě tvarovou optimalizací, má potenciaální aplikace v mnoha oblastech mechaniky. Například při optimalizaci částí strojů a mechanických zařízení, která svým chodem způsobují přílišnou hlučnost. Pak je nutné tyto hlukové emise snížit. Jedna z možností je zoptimalizování tvarů skříní těchto strojů nebo prostorů, kde se nachází.

Pro řešení těchto optimalizačních úloh je třeba znát rovnice akustiky. Ty se odvodí za předpokladů, že prostředí bude stlačitelné, spojité, homogenní, izotropní a neviskózní. Akustické pole se předpokládá za nevírové. První z nich je Eulerova pohybová rovnice pro proudění. Pak rovnice kontinuity, která vyjadřuje zákon zachování hmoty. Poslední je stavová rovnice, která vychází z popsaní termodynamického chování plynu při šíření zvukové vlny. Z těchto rovnic lze určit tvar vlnové rovnice v kartézských souřadnicích pro neznámou rychlostní potenciál ϕ nebo akustický tlak p . Při hledání jednofrekvenčního řešení vlnové rovnice pro jednu konkrétní frekvenci ω se z ní dá získat Helmholtzova rovnice, která popisuje již jen stacionární stojaté vlnění o určité frekvenci ω . Formuluje úloha akustiky pro danou frekvenci ω , kde se řeší slabá formulace, viz Míka (2007), Helmholtzovy rovnice na oblasti Ω . Z úvah o šíření akustických vln se odvodí okrajové podmínky na hranici $\partial\Omega = \Gamma_{in} \cup \Gamma_{out} \cup \Gamma_0$, viz E. Bängtsson (2002). Pomocí MKP se provede řešení v systému SfePy (Simple Finite Elements in Python). Získá se tedy rozložení akustického tlaku p v oblasti Ω , které se budeme snažit optimalizací změnit.

Formuluje se úloha tvarové optimalizace pro akustické pole. Jako stavová rovnice se využije Helmholtzova rovnice a její slabá formulace. Uvažovaná oblast Ω se rozdělí na dvě podoblasti, designovou Ω_D a zbylou Ω_C . Podél oblasti Ω_D se zavede hranice $\Gamma_D \subset \Gamma_0$. Úvaha je taková, že změnou tvaru hranice Γ_D , zprostředkovanou změnou nějakých parametrů α , se změní řešení p v celé oblasti. Změna se projeví i na zvolené účelové funkci Φ .

Během optimalizace se bude provádět citlivostní analýza, viz Rohan (2012). Tím se rozumí výpočet citlivosti změny účelové funkce v závislosti na změně optimalizačních parametrů, když na nich závisí nepřímo prostřednictvím stavové proměnné. Design oblasti Ω

¹ student navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Mechanika, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: nowotnyz@students.zcu.cz

se zparametrizuje pomocí spline-boxu, viz Rohan (2007). Optimalizační úloze se přiřadí Lagrangeova funkce a posléze se přechází k řešení adjungované úlohy. Touto cestou, počítanou v systému SfePy, se získá celková derivace neboli citlivost účelové funkce Φ na změnu tvarových parametrů α , které popisují tvar výpočetní oblasti Ω .

Provedli jsme několik optimalizačních výpočtů pro 2D a 3D úlohy. Při optimalizování tvaru hranice Γ_D jsme hledali minima dvou účelových funkcí $\Phi_{I,II}$. Výpočty se prováděly výhradně pomocí softwaru Matlab a SfePy.

Poděkování

Při této příležitosti bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské a diplomové práce Prof. Dr. Ing. Eduardu Rohanovi, DrSc. za motivaci ke studiu a vedení práce a Ing. Vladimíru Lukešovi, Ph.D. za všechny cenné rady a věnovaný čas.

Literatura

- E. BÄNGTSSON, M. B. D. N. Shape optimization of an acoustic horn. 2002. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782502006564>.
- DRÁBEK, P. *Úvod do funkcionální analýzy*. Plzeň : Západočeská univerzita v Pzni, 1994. ISBN 80-7082-124-8.
- LINHART, J. *Mechanika tekutin I*. Plzeň : Západočeská univerzita v Pzni, 2009. ISBN 978-80-7043-766-7.
- MÍKA, S. *Parciální diferenciální rovnice I*. Praha : SNTL, 1983.
- MÍKA, S. *Numerické metody řešení okrajových úloh pro ODR*. Plzeň : Západočeská univerzita v Pzni, 2007.
- E. ROHAN, V. L. Sensitivity analysis for optimal design of perforated plates in vibro-acoustics: homogenization approach. 2012.
- E. ROHAN, V. L. Homogenization of the acoustic transmission through perforated layer. 2010a.
- E. ROHAN, V. L. Sensitivity analysis for acoustic waves propagating through homogenized thin perforated layer. 2010b.
- ROHAN, E. *SPBOX*, 2007.
- ROHAN, E. *Citlivostní analýza pro optimalizaci v mechanice kontinua*, 2012.