Proč už nemusejí žáci základní školy nastupovat do jedoucího vlaku

Ivo Volf, Pavel Kabrhel[1], Přírodovědecká fakulta, Univerzita Hradec Králové

Žáci základní školy se ve výuce fyziky seznamují se základy kinematiky, ale pouze v případě pohybu rovnoměrného poznávají matematický model. Nesetkají se tedy ve výuce se základními vztahy, jež se týkají reálných pohybů od startu až po zastavení vozidla. V článku se navrhuje jednoduché řešení, spočívající ve vytvoření grafického modelu. Náš přístup byl ověřen v práci se žáky s hlubším zájmem o fyziku v rámci Fyzikální olympiády.

Úvodem

Výuka fyziky na základní škole je charakteristická tím, že autoři učebnic i učitelé fyziky neustále nalézají cesty, jak zjednodušit výklad učiva, jak nalézt vhodné motivační cesty pro to, aby žáci pochopili fyzikální popis světa a naučili se řešit jednoduché problémy, poskytující odpovědi na otázky, jež vyplývají ze žákova okolí, neboť *fyzika je všude kolem nás*. Velmi dobrou příležitostí jsou základy kinematiky, jež bývaly vždy zařazeny do výuky v 7. ročníku základní školy. Žáci se seznamují s prostoročasem, tedy s umístěním těles v prostoru s tím, že toto umístění se může měnit, a tak se popisuje pohyb tělesa. Obecné vyjádření je doprovázeno konkretizací jak *tělesa*, kterým nebývá idealizace ve formě *hmotného bodu*, ale konkrétní osoby, zvířata i věci (spolužáci, sportovci, závodní kůň, automobil atd.), tak *polohy* těles (lyžař na sjezdové dráze, letadlo na trase Praha–Londýn Heathrow, přirozená družice Marsu) či časové zařazení (objevení Ameriky Kolumbem v roce 1492, vypuštění družice s prvním kosmonautem Jurijem Gagarinem 1961, první krok člověka na povrchu Měsíce 1969).

V kinematice se žáci učí o dělení pohybů podle celkového „vzhledu“ (pohyby posuvné, otáčivé, popř. pohyby valivé), dále podle trajektorie (pohyby přímočaré a křivočaré), či podle velikosti rychlosti (pohyby rovnoměrné a nerovnoměrné, popř. jako zjednodušené modely pohyby rovnoměrně zrychlené či zpomalené). V 7. ročníku základní školy je pro výuku fyziky značně omezující matematická stránka výuky, protože ve většině škol žáci ještě neznají z matematiky řešení rovnic, a to ani lineárních. Musíme proto volit jednu z následujících cest: buď omezit matematizaci reálných situací a znemožnit tak při výuce řešení mnoha zajímavých problémů z okolního světa, nebo najít jiné, jednoduché a matematické přípravě žáků adekvátní přístupy. V učebnicích fyziky je proto obvyklé, že při výuce zůstává učitel fyziky pouze u pohybu rovnoměrného přímočarého, pro nějž se uvádí, že dráha je lineární funkcí času. Žák poznává vztah $s = v \cdot t$, který umožňuje jednoduché výpočty dráhy, rychlosti nebo doby pohybu. V reálné situaci ovšem např. do vlaku metra, který se nachází ve stanici, nejprve nastoupí lidé, „dveře se zavírají“, vlak se pomalu rozjíždí. To lze modelovat rovnoměrně zrychleným pohybem, o němž se žáci dozvědí až v 1. ročníku střední školy. Poté, co vlak metra dosáhne určité rychlosti, může dále pokračovat rovnoměrným pohybem a v určitém okamžiku začne brzdit (to opět modelujeme rovnoměrně zpomaleným pohybem) a brzdí až do doby, kdy zastaví v následující stanici. Ve fyzikálních úlohách ani takto jednoduchý problém nejsme schopni matematizovat. Do jedoucí vlakové soupravy lidé nastupovat nemohou… I když existují určité výjimky.

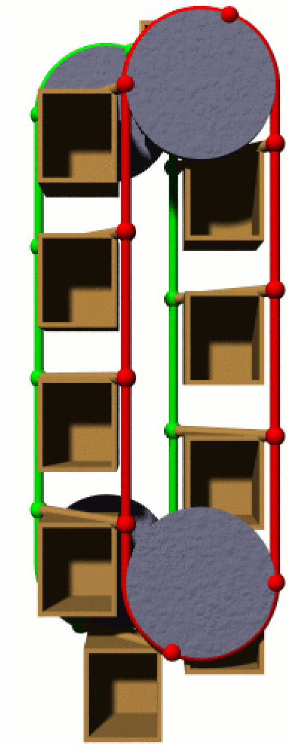
Pohybující se přepravníky

Nástup do pohybujícího se zařízení není tak neobvyklý, jak by se zdálo. Na řadě míst republiky se nacházejí tzv. oběžné výtahy (lidově páternoster), které se skládají z několika kabin, navzájem spojených, a tento řetězec je v neustálém pohybu. Pro pochopení činnosti můžeme doporučit animovaný obrázek na `http://cs.wikipedia.org/wiki/Paternoster`.

Na této stránce v českém znění najdete také seznam páternosterů v jednotlivých krajích České republiky, které jsou v provozu. Pokud by čtenář chtěl vyzkoušet pohyb tohoto zařízení, je nutno připomenout, že podle normy

1 ivo.volf@uhk.cz, pavel.kabrhel@uhk.cz

nepatří páternoster mezi osobní výtahy, ale mezi strojní zařízení, nesplňuje bezpečnostní předpisy stanovené pro výtahy a je nutná velká opatrnost zejména při nastupování a vystupování. Na animaci také zjistíte, že není nutno se obávat pro případ, kdybyste nestačili v horní stanici vystoupit. A nyní úloha:



Obr. 1 – páternoster[2]

Ú1: Výtah páternoster

Výtah páternoster se pohybuje ve svislém směru stálou rychlostí 0,30 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Za jak dlouho urazí svislou vzdálenost mezi dvěma poschodími v budově polikliniky o výškovém rozdílu 15,6 m?

Ř1: Předpokládáme, že se kabiny pohybují rovnoměrným pohybem, a proto využijeme vztahu $s = v \cdot t$, po dosazení získáme dobu pohybu 52 s. Po schodišti by to trvalo pro většinu pacientů mnohem déle, zejména pak pro držitele průkazek ZTP.

Jiným případem, kdy musí člověk nastoupit na již pohybující se zařízení, je tzv. travelátor (česky pohyblivý chodník). Setkáte se s ním na větších letištích, kde usnadňuje cestujícím příchod chodbami k letištním odletovým halám. Doporučená rychlost pohybu travelátoru je nejvýše 9,0 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, zpravidla je menší. Delší trasy jsou rozděleny na části, jež nenavazují těsně na sebe.

Ú2: Pohyblivý chodník na letišti

Na rozlehlém letišti je nutno při přestupu na další letadlo urazit větší vzdálenost; využijeme dva na sebe navazující pohyblivé chodníky s rychlostí 7,2 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$; na prvním jsme se zdrželi 35 s, potom jsme přeběhli za 10 s pevnou část chodby rychlostí opět 7,2 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ a na dalším jsme strávili 55 s. Jak dlouhé byly úseky?

Ř2: V obou případech vystačíme se vztahem $s = v \cdot t$, pro první úsek vychází 70 m, pro druhý chodník 110 m, pevný úsek přeběhneme stejnou rychlostí, tedy 20 m. Celková trasa, kterou jsme museli urazit, byla tedy 200 m.

Obr. 2 – pohyblivý chodník[3]

Kdo ještě neletěl letadlem, setkal se určitě s pohyblivými schody, tzv. eskalátorem, a to např. v metru nebo v obchodních domech. Eskalátory pomáhají překonávat výškové rozdíly obdobně jako schodiště. Norma rychlosti eskalátorů pro Evropskou unii činí nejvýše 0,75 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, tj. 2,7 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, ale většinou je nižší, tedy mezi 0,27 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ až 0,55 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, a to např. podle hustoty provozu.

2 http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Paternoster_animated.gif

3 http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Terminal2a.JPG

Ú3: Eskalátor ve stanici metra

Stanice pražského metra Náměstí Míru má eskalátor o délce 82 m, který dosahuje až do hloubky 52 m. Jak dlouho může trvat přesun cestujícího tímto eskalátorem? Odhadněte též (nejlépe pomocí obrázku), jaký úhel svírá pohyblivé schodiště se směrem vodorovným.

Ř3: Užijeme stejný vztah jako v minulých úlohách a pro s = 82 m a uvedené rychlosti získáváme interval doby pohybu od 150 s do 304 s. Úhel odměříme z obrázku, který tvoří trojúhelník s přeponou 82 m a protilehlou odvěsnou svislých 52 m, tedy přibližně 40°.

Obr. 3 – eskalátor[4]

Na začátku tohoto století a tisíciletí byla postavena v Londýně velká turistická atrakce, tzv. London Eye (Londýnské oko). Svislý kolotoč ve tvaru předního kola bicyklu má po obvodu kabinky pro 25 cestujících, dosahuje do výšky až 135 m, průměr kola je 120 m. Uvedeme jen pro zajímavost, že hlavní hřídel, závěsy a další ocelové části byly vyrobeny v České republice, a to v plzeňském závodě Škoda. Protože by nastupování a vystupování postupně z jednotlivých kabinek zabralo hodně času, London Eye nezastavuje, a turisté musejí tyto akce provést během doby, kdy kabinka míjí nástupní či výstupní plochu.

Obr. 4 – London Eye[5]

Ú4: London Eye

Průměr kružnice, po které se pohybuje střed některé z kabinek, je 120 m, dobu pohybu kabinky zpět do výchozí polohy odhadneme na 28 min. Vypočtěte, zda rychlost neustálého pohybu kabinek bez zastavení není pro cestující nebezpečná.

Ř4: Úloha se opět dá vyřešit pomocí znalostí žáků 7. ročníku, tedy pomocí vztahu $s = v \cdot t$. Protože se však o délce kružnice hovoří až v matematice 8. ročníku, musíme připojit ještě vztah pro délku kružnice $l = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d$. Délka kružnice o průměru 120 m je 377 m, doba jedné otočky vychází 1 680 s, tedy rychlost pohybu kabinky je 0,22 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, což je rychlost srovnatelná s obdobnými dopravními prostředky.

4 *http://commons.wikimedia.org/wiki/File:London_Underground_Escalator.jpg*

5 *http://commons.wikimedia.org/wiki/File:London_Eye_27.jpg*

Rozjíždějící se a zastavující vlak

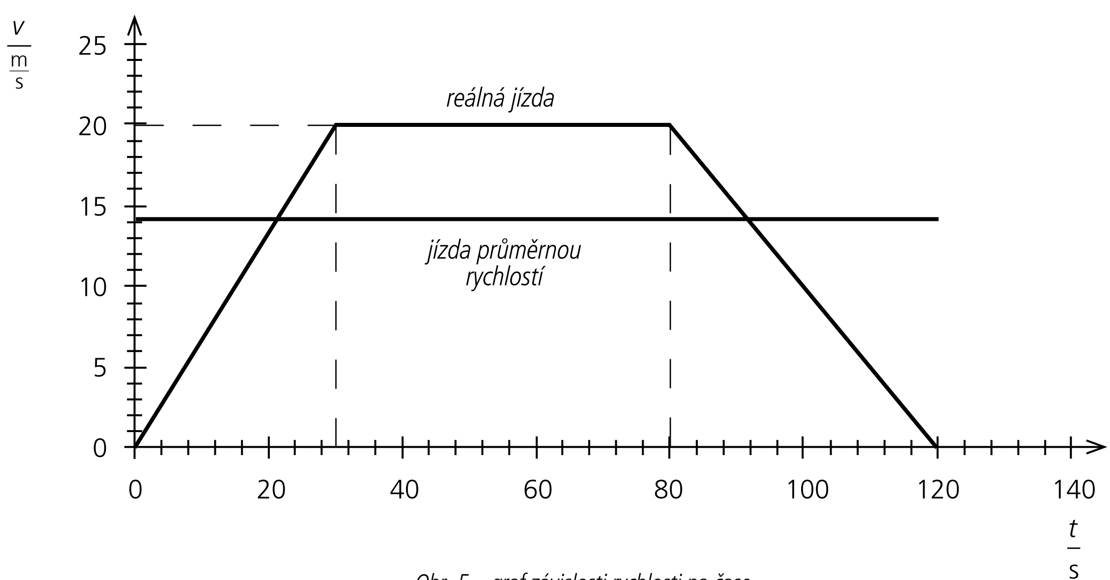
V běžné praxi, tedy v občanském životě či v rámci různých technických zařízení a při transportu, však většinou není možné, aby lidé naskakovali do jedoucího dopravního prostředku. Na rozdíl např. od starších pražských tramvají, kde byly vagóny otevřené, a tak umožňovaly naskakování a vyskakování při snížené rychlosti, jsou dnes dveře vagónů blokovány a lze je otevřít jen v případě zastavení, tedy za určitých bezpečnostních záruk. Vlak nejdříve stojí u nástupiště, lidé nastoupí, dveře se zavřou a vlak se rozjíždí tak, že po určité době t_1 dosáhne určité rychlosti v. Tento pohyb považujeme za rovnoměrně zrychlený, takže rychlost je lineární funkcí času, $v = a \cdot t$, kde a je zrychlení (akcelerace). Dále vlak touto rychlostí jede po dobu t_2 rovnoměrným pohybem; v určitém okamžiku před následující stanicí začne strojvůdce brzdit a po době t_3 vlak zastaví v následující stanici.

V matematickém modelu můžeme tedy využít dvě lineární závislosti rychlosti na čase (pohyb rovnoměrně zrychlený a pohyb rovnoměrně zpomalený), které jsou spojeny rovnoměrným pohybem. Tuto závislost nejlépe vyjádříme graficky jako funkci času v grafu $v = f(t)$. Pro dobu t_2 víme, že dráha $s_2 = v \cdot t$ je vyjádřena obsahem obdélníka o stranách t, v. Dráhu při pohybu rovnoměrně zrychleném a rovnoměrně zpomaleném vypočteme pomocí obsahu dvou trojúhelníků pod grafem rychlosti, který představuje úsečku šikmou k ose času.

Ú5: Vlak metra mezi stanicemi I

Vlak metra se pohybuje po dobu 30 s rovnoměrně zrychleným pohybem, kdy rychlost je přímo úměrná době pohybu, až dosáhne rychlosti 72 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Poté se pohybuje 50 s touto stálou rychlostí a následně začne brzdit tak, že se jeho rychlost zmenšuje lineárně s časem, až se vlak zastaví na další stanici po době 40 s. Jak dlouho trvá pohyb vlaku metra, jak daleko jsou od sebe sousední stanice a jaké průměrné rychlosti při jízdě vlak dosáhl? K řešení nakresli graf $v = f(t)$ a na závěr vyznač do grafu pohyb vlaku, kdyby po celou dobu jel průměrnou rychlostí.

Ř5: Nejprve stanovíme obsah obdélníka při rovnoměrném pohybu rychlostí 20 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s_2 = v \cdot t_2 = 1000$ m, dráha při rozjíždění $s_1 = \frac{1}{2} v \cdot t_1 = 300$ m, dráha při zastavování je $s_3 = \frac{1}{2} v \cdot t_3 = 400$ m. Nyní můžeme formulovat odpovědi na zadané úkoly: Pohyb vlaku od okamžiku startu až do zastavení trval 120 s = 2 min, ujetá vzdálenost s = 1 700 m, což je též vzdálenost dvou sousedních stanic, průměrná rychlost vlaku metra na trase je $v_p = 14{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 51\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

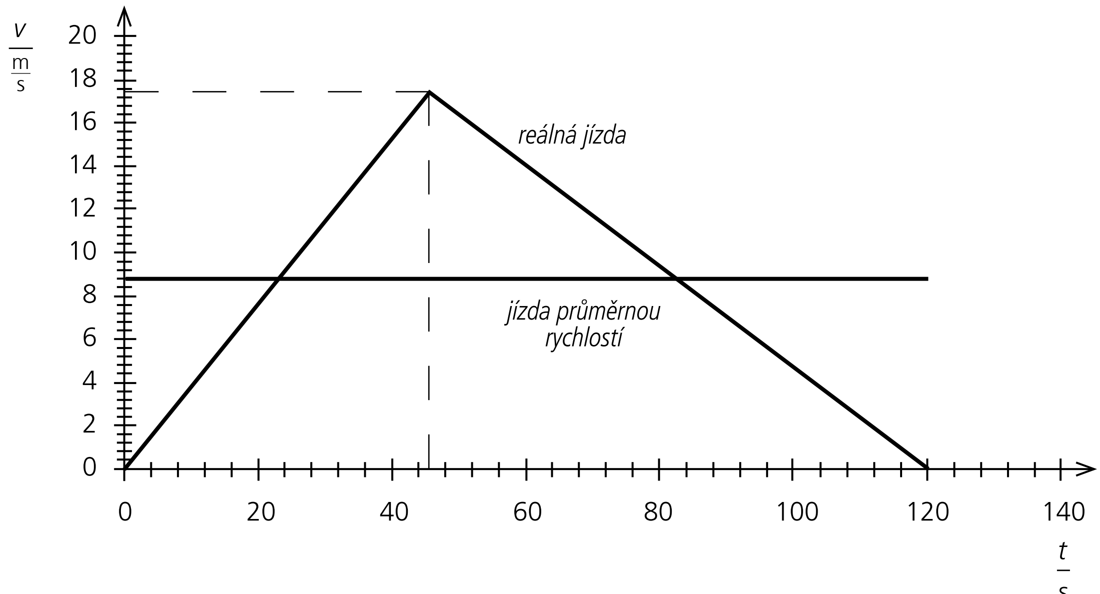


Obr. 5 – graf závislosti rychlosti na čase

Ú6: Vlak metra mezi stanicemi II

V dalším úseku se strojvůdci metra podařilo, že po rovnoměrně zrychleném pohybu za dobu 45 s dosáhl rychlosti 63 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ a pak ihned začal rovnoměrně brzdit, takže zastavil za dobu 75 s. Jak daleko jsou od sebe tyto sousední stanice; jaké průměrné rychlosti vlak dosáhl?

Ř6: Tentokrát dosažená rychlost je 63 $\frac{\text{km}}{\text{h}} = 17{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, obrazec v grafu vyjadřující hodnotu dráhy se skládá ze dvou trojúhelníků, takže $s = \frac{1}{2} v \cdot (t_1 + t_2)$, po dosazení 1050 m, průměrná rychlost vychází $8{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 31{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pohyb byl znázorněn v grafickém záznamu.



Obr. 6 – graf závislosti rychlosti na čase

Stejné úvahy užijeme i pro sportovní činnosti.

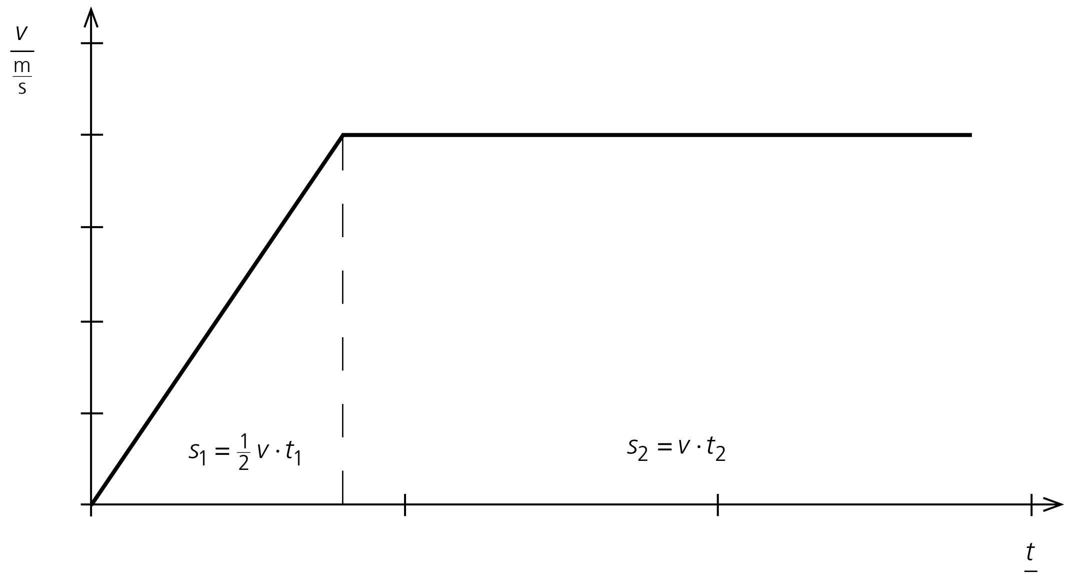
Ú7: Sprinterské závody

Při školním tělocviku běhali žáci Pavel a Filip závody na 60 m. Pavel se rozbíhal po dobu 4,5 s a přitom uběhl 18 m; zbylou dráhu běžel již stálou rychlostí. Filip se rozbíhal po dobu 5,0 s a uběhl 19 m, zbylou dráhu běžel již získanou stálou rychlostí. Protože máte cíl zakrytý školní budovou, určete výpočtem, který z chlapců byl v cíli první.

Ř7: Pro oba chlapce sestrojíme stejný náčrtek grafu $v = f(t)$, který nám umožní provést příslušné výpočty.

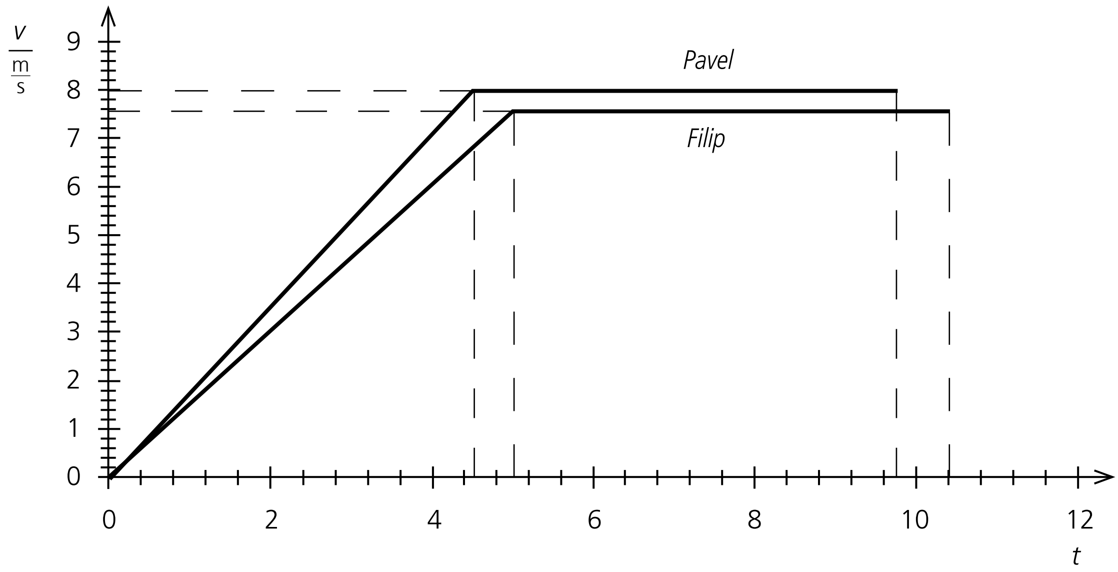
Obr. 7 – školní závody[6]

6 *http://zsblatnice.websnadno.cz/skolni_rok_2010_2011/ovov/ovov_sprint_60_original.jpg*



Obr. 8 – náčrtek grafu závislosti rychlosti na čase

V obou případech platí $s_1 = \frac{1}{2} v \cdot t_1$, tedy $v = \frac{2s_1}{t_1}$. Pro Pavla vychází rychlost na konci rozbíhání 8,0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, doba běhu rovnoměrným pohybem 5,25 s, celková doba 9,75 s. Pro Filipa vychází rychlost na konci rozbíhání 7,6 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, doba běhu rovnoměrným pohybem 5,4 s, celková doba 10,4 s. V běhu zvítězil Pavel. Graf je vhodným matematickým modelem, pomáhá nám vytvořit správnou fyzikální představu.



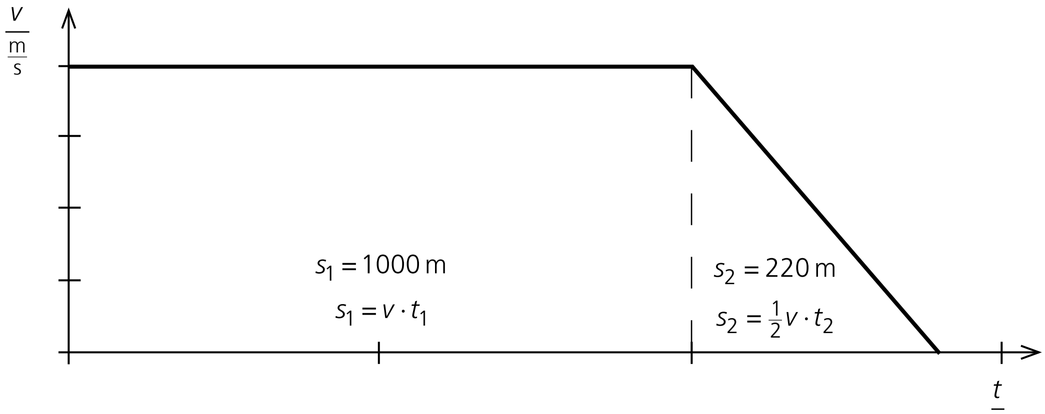
Obr. 9 – graf závislosti rychlosti na čase

Ú8: Cyklistický závod s letmým startem

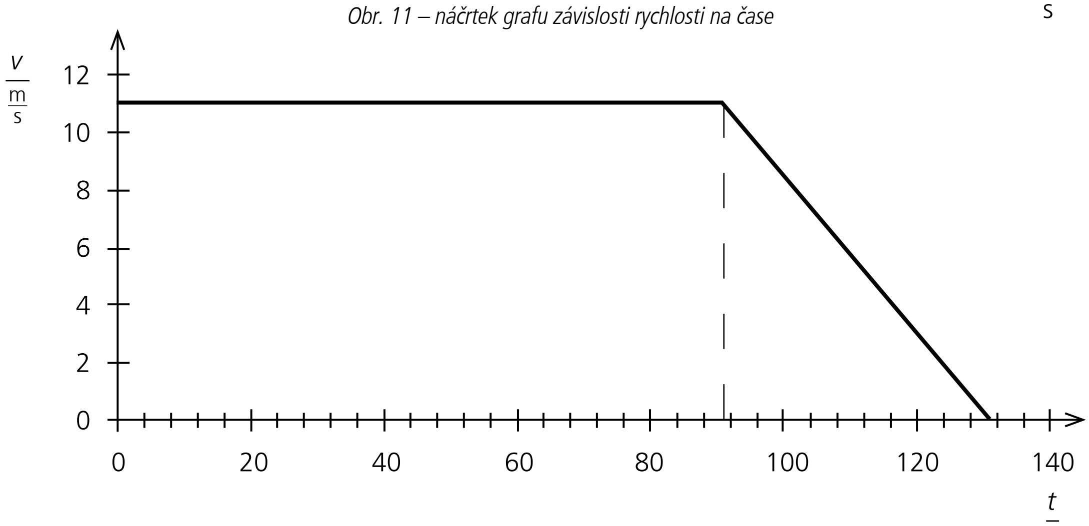
Cyklista Jenda chtěl co nejrychleji projet při závodech na krátké trati trasu 1,00 km, a proto zvolil tzv. závod s letmým startem. Přitom se závodník rozjíždí ještě před startovní čarou, při průjezdu startem se zapnou stopky a při průjezdu cílem se měří doba pohybu. Poté závodník Jenda zpomaloval rovnoměrně zpomaleným pohybem, až zastavil za dobu 40 s na trase 220 m. Jakou stálou rychlostí projel Jenda závodní trať a jakého času dosáhl?

Ř8: K řešení si načrtneme graf změn rychlosti v závislosti na čase, $v = f(t)$. Pro první fázi, tj. rozjíždění, nemáme žádné údaje. Potom jede Jenda stálou rychlostí (nám ovšem neznámou) po dobu t_1 (také nám neznámou), až ujede trasu 1000 m a začne brzdit. Z údajů o brzdění můžeme vypočítat počáteční rychlost, $v = \frac{2s_2}{t_2} = 11\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 40\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Touto rychlostí projel sledovaný úsek 1 km za dobu 90,9 s, tj. asi 1,5 min.

Obr. 10 – dráhová cyklistika[7]



Obr. 11 – náčrtek grafu závislosti rychlosti na čase



Obr. 12 – graf závislosti rychlosti na čase

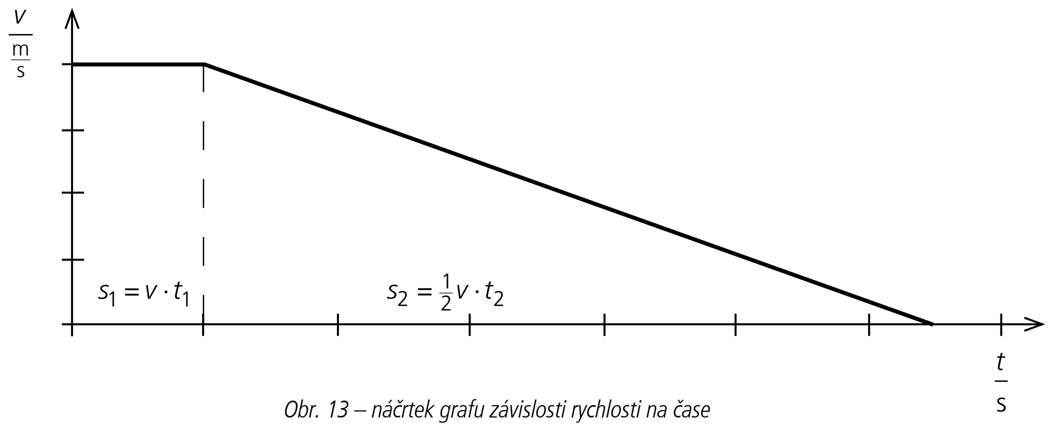
Ú9: Havárie při silničních závodech

Při silničních závodech jede skupina motocyklistů po vodorovné silnici, když náhle dojde k hromadnému pádu. Za nimi jede druhá skupina tří motocyklistů stálou rychlostí 144 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, kteří jedou vedle sebe. Předpokládejme, že všichni tři spatřili hromadný pád v určitém stejném okamžiku. První motocykl (řízený Jardou) začal brzdit po době 1,4 s a jeho

7 *http://www.dukla-cycling.cz/?p=110*

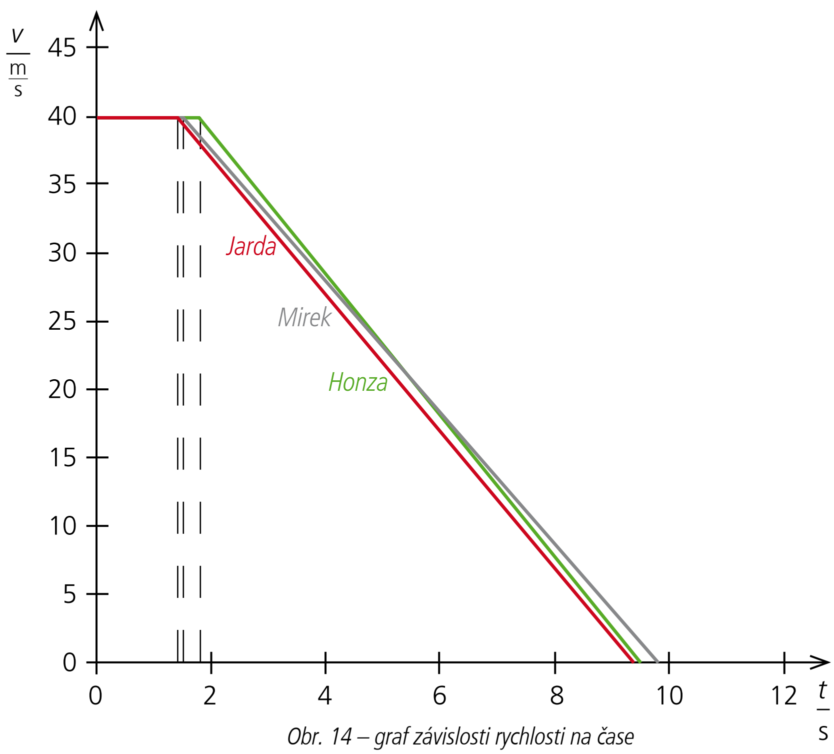
rychlost se zmenšovala o 5,0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ za každou sekundu. Druhý motocyklista Honza byl unavený, jeho brzdy začaly reagovat po době 1,8 s od okamžiku zpozorování hromadného pádu a jeho motocykl brzdil tak, že za každou sekundu snížil svou rychlost o 5,2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Třetí motocyklista Mirek měl brzdy, jež začaly reagovat po době 1,5 s poté, co spatřil hromadný pád, a jeho brzdy způsobily, že každou sekundou se jeho rychlost zmenšovala o 4,8 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Jeden závodník zabrzdil těsně před „hromadou zmačkaného kovu", další do něj narazil a třetí stačil zastavit několik metrů před hromadou. Jak bylo asi daleko místo hromadného pádu? Kdo narazil do hromady? Jak daleko zastavil ten, který měl největší štěstí?

Ř9: K řešení načrtneme graf pro jen jeden případ, abychom mohli vytvořit nejprve matematický model pro popis situace a dospěli ke strategii řešení tohoto problému.



Obr. 13 – náčrtek grafu závislosti rychlosti na čase

Po dobu, co brzdy motocyklu ještě neovlivňují jeho pohyb, se motocykl pohybuje stálou rychlostí 144 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Ujeté vzdálenosti při nebrzděných motocyklech nám vycházejí: po Jardu 56 m, pro Honzu 72 m, pro Mirka 60 m. Při brzdění ujeli závodníci: Jarda 160 m, Honza 154 m, Mirek 167 m. Celková ujetá dráha pro Jardu vychází 216 m, pro Honzu 226 m, pro Mirka 227 m. Jarda zastavil 10 m před hromadou zmačkaného plechu, Honza právě před hromadou a Mirek mírně narazil v malé rychlosti do hromady.

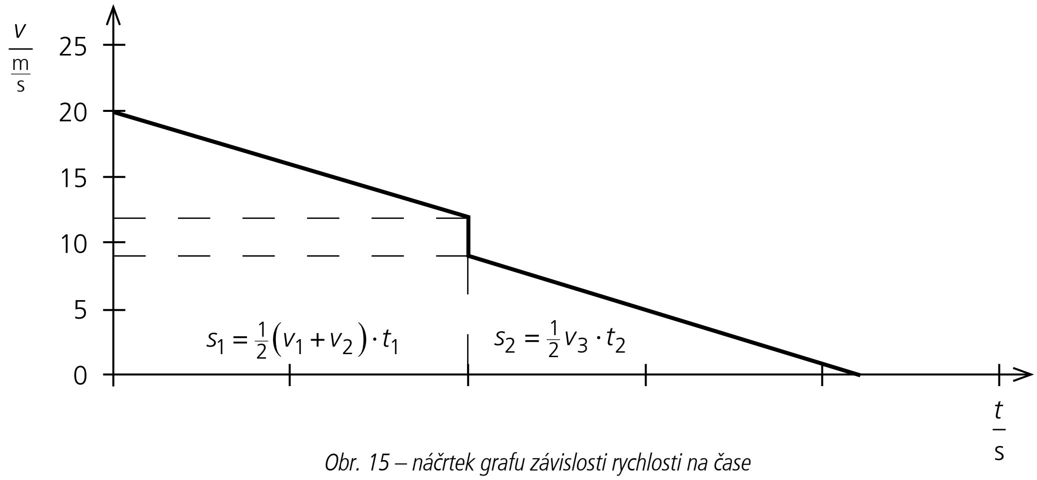


Obr. 14 – graf závislosti rychlosti na čase

Poslední úloha se poněkud vymyká obsahu, který byl avizován názvem tohoto článku. Chceme však ukázat, že se dají pomocí grafického záznamu řešit i podstatně složitější úlohy, přičemž není nutno mít znalosti středoškolské fyziky.

Ú10: Hokejista vyslal puk k hrazení

Hokejista odpálil puk ze vzdálenosti 32 m od hrazení počáteční rychlostí 20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ směrem k zadnímu hrazení a hned se vydal za ním. Puk dopadl na hrazení rychlostí 12 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ a vzhledem k nedokonale pružnému odrazu se odrazil zpět rychlostí 9,0 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Zakreslete do grafu $v = f(t)$ časové změny rychlosti puku. Za jak dlouho po odpálení se puk dotkne zadního hrazení? Jak daleko od hrazení se puk zastaví? Jakou rychlostí musí jet hokejista, aby po tomto „nahození“ dojel k puku právě v okamžiku jeho zastavení, tedy aby mohl pokračovat v „práci“ s pukem?

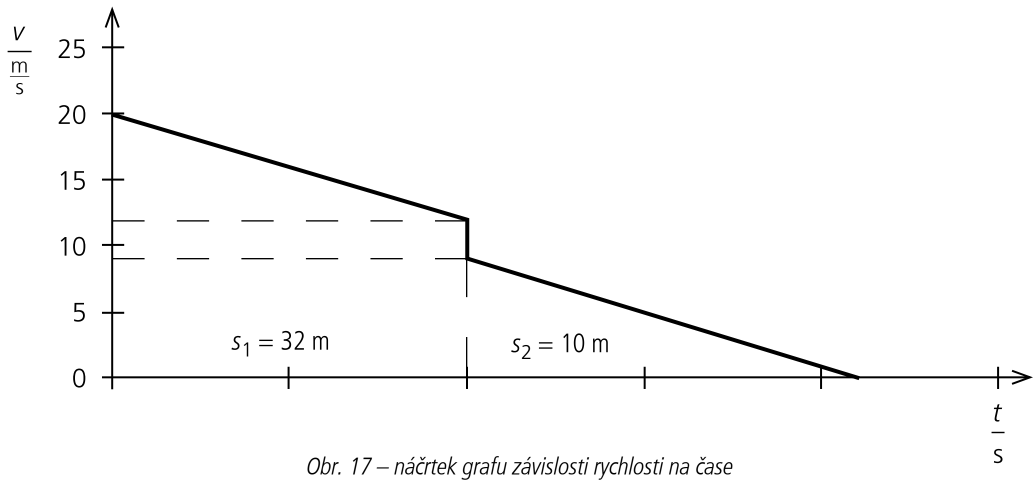


Obr. 15 – náčrtek grafu závislosti rychlosti na čase

Ř10: Úlohu budeme řešit na základě grafického záznamu $v = f(t)$. Počáteční rychlost označíme $v_1 = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, koncovou $v_2 = 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, protože se rychlost puku při rovnoměrně zpomaleném pohybu zmenšuje lineárně, můžeme určit průměrnou rychlost puku po dobu pohybu k hrazení $v_p = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = 16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, trasu urazil puk za $t_1 = 2{,}0$ s. Odrazil se rychlostí $v_3 = 9{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ a zastavil se za dobu $t_2 = 2{,}25$ s, urazil dráhu $s_2 = \frac{1}{2} v_3 \cdot t_2$, $s_2 = 10\,\mathrm{m}$. Hokejista musí urazit za dobu 4,25 s dráhu 22 m, tedy musí jet stálou rychlostí 5,2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Obr. 16 – lední hokej[8]

8 *http://hokej.idnes.cz/abstinent-jagr-dostal-sud-piva-neda-se-nic-delat-asi-budu-muset-zacit-pit-rekl-1sq-/reprezentace.aspx?c=A091217_211357_reprezentace_cig*



Obr. 17 – náčrtek grafu závislosti rychlosti na čase

Závěrem

Nadpis tohoto článku měl být poněkud provokativní. Grafické řešení problémů nebo aspoň náznak pro vytvoření strategie řešení a vhodného matematického modelu by se měly užívat při výuce fyziky nejen na střední, ale pokud možno i na základní škole. Úlohy na metodické využívání grafického záznamu $v = f(t)$ jsou zadávány běžně v nižších kategoriích Fyzikální olympiády, a proto by bylo vhodné, kdyby v rámci mimoškolní a mimotřídní činnosti se žáky, u nichž předpokládáme vyšší zájem o fyziku, se o této problematice hovořilo.