

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd

**IDENTIFIKACE A LOKALIZACE
RÁZOVÉ SÍLY
NA KOMPOZITOVÉ STRUKTUŘE**

Ing. Jan Bartošek

disertační práce
k získání akademického titulu doktor v oboru
Aplikovaná mechanika

Školitel: prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.

Katedra: Katedra mechaniky

Plzeň 2016

University of West Bohemia in Pilsen
Faculty of Applied Sciences

**IDENTIFICATION AND LOCALIZATION
OF IMPACT FORCE
ON COMPOSITE STRUCTURE**

Ing. Jan Bartošek

a dissertation thesis
submitted in candidacy for the degree of Ph.D. in the field of
Applied Mechanics

Supervisor: prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.

Department: Katedra mechaniky

Pilsen 2016

Prohlášení

Předkládám k posouzení a k obhajobě tuto disertační práci zpracovanou na závěr doktorského studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Čestně prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce. Zároveň čestně prohlašuji, že jsem při vypracování této práce zachoval postupy ve vědecké práci obvyklé.

V Plzni, 25. dubna 2016

Jan Bartošek

Poděkování

V první řadě bych chtěl touto formou poděkovat celé své rodině za dlouholetou bezvýhradnou podporu při studiu. Další poděkování patří mému školiteli prof. Ing. Vladislavu Lašovi, CSc. a školiteli specialistovi Ing. Tomáši Kroupovi Ph.D. za příkladné vedení studia na katedře mechaniky. V neposlední řadě patří můj dík všem kolegům, kteří svými radami a náměty přispěli ke zkvalitnění této práce.

Jan Bartošek

Anotace

Disertační práce se zabývá řešením problému lokalizace a rekonstrukce rázové síly na kompozitové struktuře vyztužené dlouhými vlákny. Polymerní kompozity se v posledních letech stále častěji uplatňují v důležitých konstrukcích, například v primární konstrukci dopravních letadel. Při porušování kompozitních materiálů se může uplatnit celá řada mechanismů porušování. Jedním z nich je vznik delaminace při rázu kolmém k povrchu laminátu. Vzniklá vada je často ukryta uvnitř materiálu a tedy obtížně zjistitelná vizuální kontrolou. Proto vznikají nové principy monitorování konstrukcí, jejichž součástí je řešení problému identifikace rázového zatížení.

Vybraná metoda identifikace byla použita na nosníkové struktuře, kde byly zhodnoceny metody regularizace a byl navržen algoritmus pro řešení problému lokalizace. Byla provedena identifikace na vetknutém kompozitovém nosníku s dobrou shodou identifikovaných a skutečných veličin. Dále byl vytvořen numerický model pro identifikaci rázových veličin. Možnost identifikace na vibrující struktuře byla vyhodnocena provedením identifikace na sendvičovém nosníku buzeném pomocí piezoelektrického měniče.

Metoda byla rozšířena na skořepinovou strukturu. Nejprve byla provedena identifikace na zavěšené kompozitové desce. Dále byla provedena rekonstrukce rázové síly při vyšších energiích rázů na podepřené desce s dobrou shodou až do výrazného porušení desky.

Nakonec, byla metoda identifikace aplikována na složitější geometrii kompozitového segmentu křídla, ke kterému byl sestaven odpovídající numerický model. Pomocí numerického modelu bylo optimalizováno rozložení senzorů na konstrukci a byly porovnány výsledky identifikace pro zvolené a optimalizované rozložení senzorů.

Anotation

This dissertation thesis is aimed at the problem of impact force localization and reconstruction on composite structure reinforced by continuous fibers. Polymer composites are currently applied in important structures like primary structure of airliners. There are many failure mechanisms of composite materials and one of them is delamination caused by impact in perpendicular direction to laminate surface. Induced failure is usually hidden inside the material and so it can be hardly detectable by visual inspection. Therefore, new principles of structural health monitoring are developed and the problem of impact identification is solved within.

Selected identification method was applied on beam structure and regularization methods were evaluated. Algorithm for solving localization problem was designed. Identification on clamped beam was performed with good agreement of identified and actual quantities. Furthermore, numerical model was assembled and additional impact quantities were identified. Possibility of identification on vibrant structure was studied on sandwich beam, which was loaded by piezoelectric transducer.

The identification method was extended to shell structures. First, the identification was performed on suspended composite plate. Moreover, impact force reconstruction for higher energy impacts was performed on another supported plate with good results up to significant plate failure.

Finally, the identification method was applied on complex structure of airfoil segment and corresponding numerical model was assembled. The numerical model was used to optimize the sensor layout and the identification results for original sensor layout were compared with results for optimized layout.

Přehled označení hlavních veličin v kapitolách 4, 5 a 6

| | | |
|-------------------------------|-------|---|
| A [m ²] | | plocha průřezu |
| e_f [%] | | chyba rekonstrukce |
| e_x [m] | | chyba lokalizace |
| E [Pa] | | Youngův modul pružnosti v tahu |
| \mathbf{f}^o [N] | | skutečný vektor zatížení v místě o |
| $\hat{\mathbf{f}}^o$ [N] | | rekonstruovaný vektor zatížení v místě o |
| \mathbf{f}^{MKP} [N] | | vektor zatížení numerické simulace |
| \mathbf{F}^o [N] | | matice buzení v místě o |
| \mathbf{g}^{os} | | vektor impulsní odezvy senzoru s na buzení v místě o |
| \mathbf{G}^{os} | | přenosová matice senzoru s na buzení v místě o |
| \mathbf{G}^o | | matice složená s přenosových matic pro všechny senzory a buzení v místě o |
| h | | interpolační funkce výška vrhu v odstavci 4.4 |
| J [m ⁴] | | kvadratický moment průřezu |
| m [kg] | | hmotnost |
| r | | cílová funkce optimalizace lokalizace |
| SNR | | odstup signálu od šumu |
| \mathbf{u}^s | | vektor odezvy senzoru s |

| | |
|--|--------------------------------------|
| \mathbf{u} | vektor odezev všech senzorů |
| $\mathbf{x} = [x, y]^T$... | prostorové souřadnice |
| $\tilde{\mathbf{x}} = [\eta, \theta]^T$ | souřadnice na zakřiveném segmentu |
| $\hat{x}, \hat{\mathbf{x}}$ | lokalizované místo rázu |
| λ | koefficient Tichonovovi regularizace |
| ν | Poissonovo číslo |
| ρ [kg · m ⁻³] ... | hustota |

Význam důležitých indexů

| | |
|-----------|--------------------------|
| i | index sumy |
| n | časový index vektorů |
| o | index referenčního místa |
| s | index senzoru |

Obsah

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Úvod | 1 |
| 1.1 | Motivace | 1 |
| 1.2 | Cíle předkládané práce | 4 |
| 1.3 | Členění předkládané práce | 4 |
| 1.4 | Vymezení pojmů | 5 |
| 2 | Současný stav metod rekonstrukce a lokalizace rázové síly | 6 |
| 2.1 | Metody rekonstrukce rázové síly | 7 |
| 2.1.1 | Metody založené na dekonvoluci signálu v časové oblasti | 7 |
| 2.1.2 | Metody založené na dekonvoluci signálu ve frekvenční oblasti | 9 |
| 2.1.3 | Metody založené na sestavení neuronových sítí | 10 |
| 2.2 | Metody lokalizace rázové síly | 11 |
| 2.2.1 | Metody založené na vyhodnocení časových diferencí | 11 |
| 2.2.2 | Lokalizace minimalizací rozdílů odezev | 12 |
| 2.2.3 | Ostatní metody lokalizace rázové síly | 13 |
| 2.3 | Shrnutí získaných poznatků | 13 |
| 3 | Teoretické poznatky a použitý matematický aparát | 15 |
| 3.1 | Mechanika kompozitních materiálů | 15 |
| 3.1.1 | Konstitutivní vztah | 15 |
| 3.1.2 | Rázové děje | 16 |
| 3.2 | Řešení soustav rovnic | 18 |
| 3.2.1 | Metoda nejmenších čtverců | 19 |
| 3.2.2 | Podmíněnost a regularizace úlohy | 20 |
| 3.3 | Zpracování diskrétních signálů | 21 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | Rekonstrukce a lokalizace na nosníkové struktuře | 22 |
| 4.1 | Metoda rekonstrukce a lokalizace rázové síly na nosníkové struktuře | 22 |
| 4.1.1 | Sestavení přenosových matic | 23 |
| 4.1.2 | Proces rekonstrukce a lokalizace rázové síly | 24 |
| 4.1.3 | Vyhodnocení procesu identifikace | 26 |
| 4.2 | Ověření metody na modelu podepřeného nosníku | 26 |
| 4.2.1 | Definice úlohy | 27 |
| 4.2.2 | Analytické řešení odezvy nosníku | 28 |
| 4.2.3 | Rekonstrukce a lokalizace rázové síly bez uvažování šumu | 29 |
| 4.2.4 | Rekonstrukce a lokalizace rázové síly ze zašuměného signálu | 31 |
| 4.3 | Identifikace na kompozitním nosníku | 36 |
| 4.3.1 | Experiment | 36 |
| 4.3.2 | Identifikace rázové síly na základě naměřených dat | 39 |
| 4.4 | Identifikace parametrů rázu kuličky na kompozitovém nosníku | 47 |
| 4.4.1 | Numerický model | 47 |
| 4.4.2 | Získané výsledky | 49 |
| 4.5 | Identifikace rázové síly na sendvičovém nosníku s přidaným buzením | 51 |
| 4.5.1 | Experiment | 51 |
| 4.5.2 | Identifikace na nosníku buzeným pouze rázovou silou | 54 |
| 4.5.3 | Identifikace na nosníku buzeném piezoelektrickým prvkem | 56 |
| 4.6 | Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na nosníkové struktuře | 57 |
| 5 | Rekonstrukce a lokalizace na skořepinové struktuře | 59 |
| 5.1 | Rozšíření metody rekonstrukce a lokalizace na skořepinovou strukturu . . . | 59 |
| 5.2 | Rekonstrukce a lokalizace na kompozitové desce | 60 |
| 5.2.1 | Popis experimentálního měření | 61 |
| 5.2.2 | Rekonstrukce a lokalizace pro referenční místa | 63 |
| 5.2.3 | Rekonstrukce a lokalizace pro další místa buzení | 66 |
| 5.3 | Rekonstrukce rázové síly na kompozitové desce pro různé energie rázu . . . | 68 |
| 5.3.1 | Popis experimentu | 68 |
| 5.3.2 | Rekonstrukce rázové síly | 69 |
| 5.4 | Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na skořepinové struktuře . . . | 71 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6 | Aplikace metody rekonstrukce a lokalizace rázové síly na segmentu křídla | 72 |
| 6.1 | Popis segmentu křídla a experimentálního zařízení | 72 |
| 6.2 | Tvorba numerického modelu | 73 |
| 6.2.1 | Tvorba geometrie a sítě modelu | 74 |
| 6.2.2 | Definování skladby a ověření polohy těžiště | 75 |
| 6.2.3 | Určení materiálových parametrů | 77 |
| 6.2.4 | Sestavení numerického modelu a ověření pomocí modální analýzy . | 81 |
| 6.2.5 | Výpočet odezev piezoelektrických snímačů na rázové buzení | 82 |
| 6.3 | Optimalizace rozložení senzorů na profilu křídla | 85 |
| 6.3.1 | Definice úlohy optimalizace rozložení senzorů | 85 |
| 6.3.2 | Rekonstrukce a lokalizace na segmentu křídla pro zvolené rozložení senzorů | 85 |
| 6.3.3 | Modelování vetknutí a ověření numerického modelu | 88 |
| 6.3.4 | Výběr míst senzorů s maximálním signálem | 91 |
| 6.3.5 | Experimentální ověření identifikace pro optimalizovanou polohu sen- zorů | 92 |
| 6.4 | Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na segmentu křídla | 94 |
| 7 | Závěr | 98 |
| | Literatura | 101 |
| | Soupis publikací autora související s tématem práce | 106 |

Kapitola 1

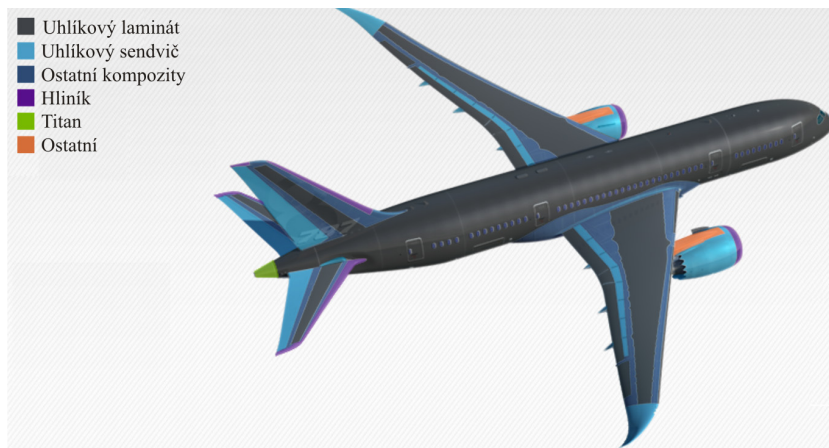
Úvod

1.1 Motivace

Odvěkou snahou konstruktérů je navrhovat optimální konstrukce z hlediska požadovaných vlastností. Tomu odpovídá zvolení kombinace materiálu a tvaru s ideálním vyvážením hmotnosti, tuhosti a pevnosti s přihlédnutím ke spolehlivosti a životnosti. Při konstruování se stále častěji uplatňují i další hlediska jako jsou ekonomie, ekologie, estetika, ergonomie a další. Konstruování tak představuje komplexní obor a navrhování nových konstrukcí je efektivně proveditelné jen s pomocí počítačového modelování za použití virtuálních modelů.

S rozvojem nových materiálů se pak konstruktérům otevírají nové možnosti. Příkladem jsou kompozitní materiály, konkrétně pak kompozity vyztužené nepřerušovanými vlákny (např. uhlíková, skleněná či aramidová) v polymerní matrici (převážně epoxidové). Tyto materiály dosahují vysokých hodnot tuhosti a pevnosti ve směru vláken vzhledem k jejich nízké hmotnosti. Navíc dávají konstruktérovi možnost vhodnou orientací vláken vyztužit konstrukci v požadovaných směrech. Díky těmto vlastnostem nacházejí kompozitní materiály stále širší uplatnění. Z kompozitních materiálů jsou dnes nejen vyráběny jednoduché díly sportovních výrobků, ale jsou jimi nahrazovány díly z klasických materiálů u složitých konstrukcí, dopravních prostředků a u výrobních strojů. Kompozity se tak objevují na stále důležitějších součástech a tomu odpovídají i vyšší nároky na prokázání spolehlivosti těchto částí. Kompozitní materiály jsou dnes ve velké míře i součástí primární konstrukce velkých dopravních letadel (obr. 1.1), kde je nutné zajistit jejich bezporuchovost po celou dobu provozu součástí.

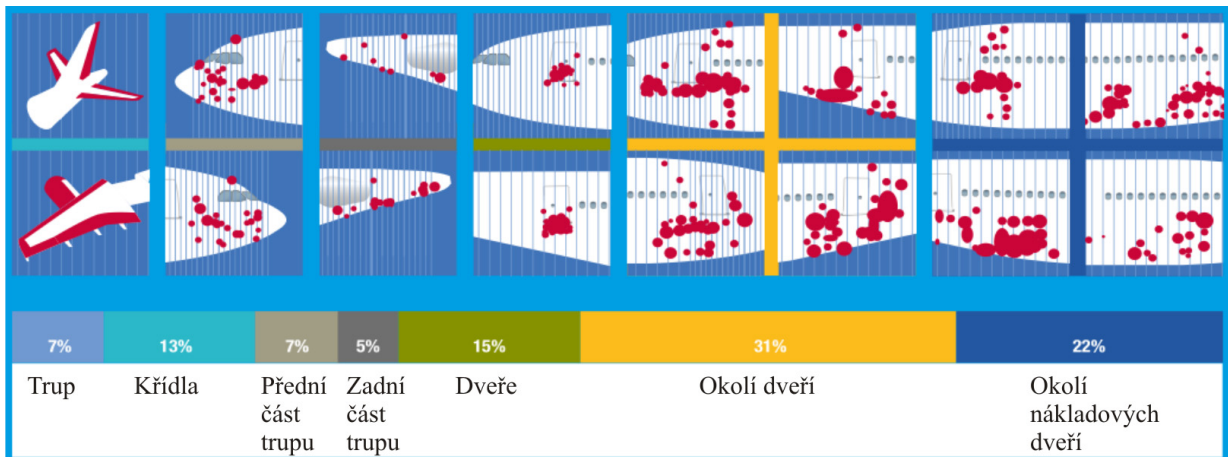
Při porušování kompozitních materiálů se může uplatnit celá řada mechanismů poru-



Obrázek 1.1: Použité materiály na dopravním letadle Boeing 787 [5].

šování, přičemž mechanismus porušení je často závislý na způsobu zatěžování. Příkladem může být vznik delaminace mezi vrstvami laminátu při nízko-rychlostním rázu tělesa kolmo na povrch laminátu. K takovému zatížení může dojít například při srážce s cizím tělesem, jako je pád nástroje během výroby či údržby. Místa poškození způsobená rázovými událostmi na letadle Airbus A320 jsou znázorněna na obr. 1.2 [45]. Vlivem delaminace pak může dojít k úbytku pevnosti až na úroveň provozního zatížení. Tento typ poruchy bývá navíc skryt uvnitř materiálu, a proto je prakticky nezjistitelný pomocí běžně používané vizuální kontroly. K jeho odhalení je nutné použít jiné, mnohem náročnější nedestruktivní metody (angl. Nondestructive Testing – dále jen NDT), jako je například prozařování rentgenem nebo ultrazvukem. Tyto metody jsou nejen nákladné, ale i časově náročné, vyžadují odstavení konstrukce z provozu a kvalifikovaný personál.

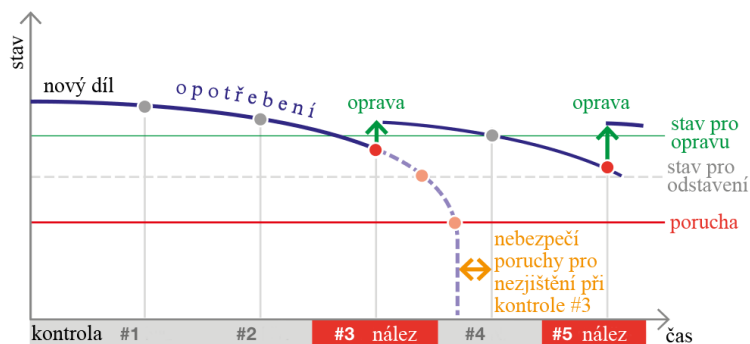
Z těchto důvodů byla v posledních letech věnována pozornost takzvanému principu monitorování konstrukcí (angl. Structural Health Monitoring – dále jen SHM). Hlavní myšlenkou tohoto přístupu je nepřetržité určování stavu konstrukce vyhodnocením signálů ze senzorů trvale umístěných na konstrukci. Komplexní SHM systém může řešit několik úloh k ověření stavu konstrukce, přičemž jednou z nich může být i vyhodnocení rázové události. Sensory v tomto případě mohou měřit zrychlení, deformace či posuv a výstupem systému může být lokalizace rázové události, stanovení průběhu rázové síly, případně vyhodnocení možných porušení a stanovení zbytkové tuhosti a pevnosti. Klasický přístup servisních prohlídek při provozu letadla je znázorněn na obrázku 1.3 a přístupu SHM je znázorněn na obrázku 1.4.



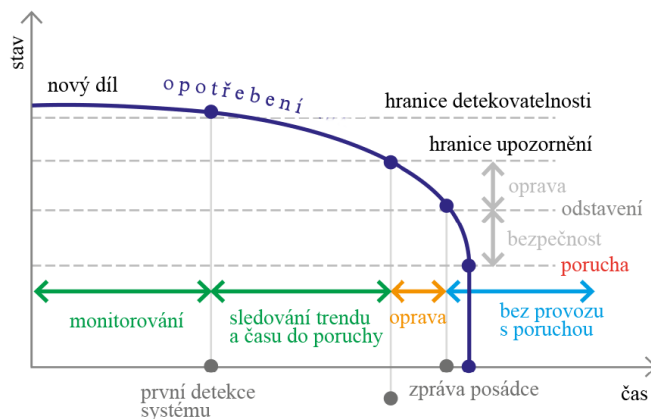
Obrázek 1.2: Místa poruch způsobených rázy na letadle Airbus 320 [45].

Při klasickém přístupu jsou prováděny pravidelné prohlídky ve stanovených časových intervalech, při kterých je letadlo odstaveno z provozu po dobu nutnou k provedení prohlídky. Při zjištění poškození, které je větší než přípustné v daném místě, musí být součást opravena nebo vyměněna, čímž dojde k prodloužení odstávky letadla. Stanovení intervalu mezi jednotlivými prohlídkami představuje hlavní parametr pro bezpečný a na druhé straně ekonomický provoz daného typu letadla.

Při přístupu SHM je poškození součásti vyhodnocováno průběžně a je stanovena doba, po kterou může být letadlo dále provozováno. Tento přístup umožňuje odstavit letadlo z provozu jen v případě nutnosti provedení opravy. Navíc servisní odstávky mohou být plánovány dopředu a několik prací může být provedeno v rámci jedné odstávky. Provádění servisních oprav může být plánováno individuálně pro jednotlivá letadla v rámci celé letky, a tím může být optimalizována ekonomická stránka provozu letky.



Obrázek 1.3: Zajištění bezpečnosti pomocí servisních kontrol [45].



Obrázek 1.4: Zajištění bezpečnosti pomocí SHM [45].

1.2 Cíle předkládané práce

Cíle pro vytvoření disertační práce, které byly stanoveny při státní doktorské zkoušce jsou:

- Identifikace a lokalizace rázové síly na kompozitové struktuře pro různé energie rázu.
- Vytvoření SHM systému pracujícího v reálném čase.
- Optimalizace rozložení senzorů na konstrukci.
- Vývoj experimentálních metod pro rázy kompozitů a měření odezvy konstrukce piezoelektrickými snímači.

1.3 Členění předkládané práce

Práce se zabývá problémem rekonstrukce a lokalizace rázové síly na kompozitové struktuře a je rozdělena do sedmi kapitol. Po úvodní kapitole následuje kapitola věnovaná přehledu současných metod používaných pro identifikaci rázových sil a jejich zhodnocení. Ve třetí kapitole je prezentován souhrn teoretických poznatků využitých v průběhu vypracování práce. Čtvrtá kapitola je věnovaná aplikaci vybrané metody rekonstrukce a lokalizace rázu na nosníkové konstrukci. Vhodnost a přesnost metod je demonstrována pomocí numerických modelů a provedených experimentů. V páté kapitole je popsáno rozšíření metody na skořepiny a je provedena identifikace na kompozitových deskách. Šestá kapitola se zabývá

aplikací metody na složitější geometrii segmentu křídla a optimalizaci rozložení senzorů. V poslední kapitole jsou shrnuty získané poznatky.

Pro vytvoření obrázků byl použit modul *Matplotlib* v programovacím jazyku *Python*. Tento modul používá anglickou syntaxi, kdy desetinná čísla jsou oddělena tečkou. Pro přehlednost a zachování jednotnosti je toto pravidlo použito i pro všechna ostatní čísla v práci.

1.4 Vymezení pojmů

V práci jsou používány některé pojmy, které nejsou běžně používány v technické praxi. Aby nedocházelo k nedorozuměním při jejich interpretaci, je použitý význam těchto pojmů popsán v následujícím přehledu.

Nepřímé měření – určování fyzikální veličiny pomocí měření jiné fyzikální veličiny, která neplyne přímo z definice hledané veličiny, ale využívá určitého vztahu mezi hledanou a měřenou veličinou.

Rekonstrukce – proces stanovení neznámého časově proměnného rázového buzení ve známém místě buzení na základě nepřímého měření odezvy konstrukce pomocí senzorů umístěných na konstrukci.

Lokalizace – proces stanovení neznámého místa buzení na základě nepřímého měření.

Identifikace – proces stanovení neznámého místa buzení a časově proměnného buzení, tedy proces rekonstrukce a lokalizace rázové síly.

Referenční místo – bod na struktuře, pro který jsou učeny impulsní odezvy.

Přenosová matice – matice jejíž sloupce tvoří vektory impulsních odezev, která určuje vztah mezi vektorem buzení a vektorem odezvy senzoru.

Kapitola 2

Současný stav metod rekonstrukce a lokalizace rázové síly

Problém zjištění rázové síly pomocí nepřímého měření, tedy obecně měření jiných fyzikálních veličin v jiných místech konstrukce patří do skupiny tzv. inverzních úloh. Tyto úlohy jsou řešeny napříč vědeckými obory a vyšlo mnoho publikací věnujících se obecně tomuto tématu. Například Tarantola představuje metody pro řešení lineárních a nelineárních inverzních problémů založené na statistickém přístupu [41]. Santamarina a Fratta pak popisují řešení inverzních úloh z hlediska diskretních veličin a shrnují i metody pro zpracování a vyhodnocení signálů [35].

Na problém identifikace rázové síly se pak v poslední době zaměřilo několik vědeckých pracovišť po celém světě. Mezi nejvýznamnější patří například *Structures and Composites Laboratory* na Stanfordské univerzitě v USA, *Aerospace Systems Laboratory* na Tohoku univerzitě v Japonsku nebo *State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures* na Xi'an Jiaotong University v Číně. Byla navržena řada metod pro řešení tohoto problému, které lze rozdělit podle několika kritérií jako je přesnost, spolehlivost, univerzálnost, či jednoduchost implementace. Obecně lze říci, že ideální metoda by měla být snadno implementovatelná a měla by rekonstruovat a lokalizovat kontaktní sílu, případně kombinaci kontaktních sil, s malou chybou na komplexní struktuře v reálném čase s malým vlivem provozního šumu.

2.1 Metody rekonstrukce rázové síly

Metody pro rekonstrukci rázových dějů na kompozitové součásti lze rozdělit do několika skupin podle různých kritérií. Při rozdělení podle metody řešení inverzní úlohy je lze rozdělit do tří skupin:

- Metody založené na dekonvoluci naměřeného signálu v časové oblasti.
- Metody založené na dekonvoluci naměřeného signálu ve frekvenční oblasti.
- Metody založené na sestavení neuronových sítí.

2.1.1 Metody založené na dekonvoluci signálu v časové oblasti

K rekonstrukci průběhu kontaktní síly se často používají metody založené na dekonvoluci měřené odezvy v časové oblasti. Tyto metody lze obecně použít u problémů, které odpovídají lineárnímu časově invariantnímu systému (angl. Linear Time Invariant – dále jen LTI). Pro takový problém platí princip superpozice, který lze popsat rovnicí ve tvaru konvoluce

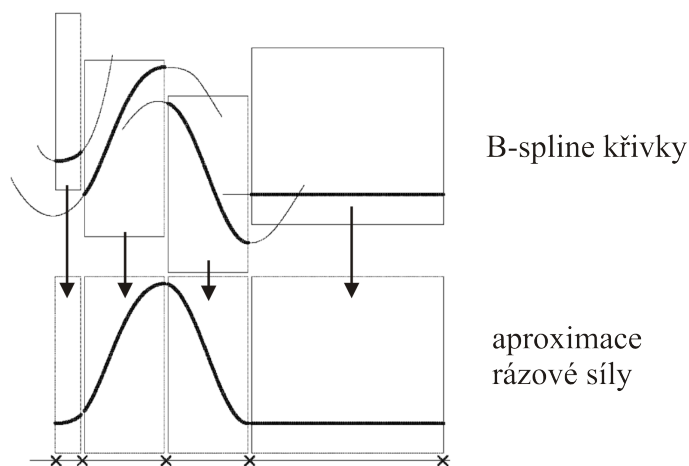
$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) * g(t - \tau) d\tau, \quad (2.1)$$

kde $f(\tau)$ je budící síla nebo obecně vstup systému, $u(t)$ je odezva konstrukce nebo obecně výstup systému a $g(t)$ je impulsní odezva, tedy odezva systému na Diracův jednotkový impuls [3]. Rovnice (2.1) je tzv. přímá úloha, která představuje určení odezvy konstrukce při znalosti zatížení. Inverzní úloha je pak určení budící síly při znalosti odezvy konstrukce. Metoda dekonvoluce v časové oblasti byla vybrána autorem pro řešení problému identifikace a je podrobněji popsána v následujících kapitolách.

Inverzní úloha bývá špatně podmíněná a několik autorů se věnuje řešitelnosti úlohy identifikace a zlepšení podmíněnosti. Jacquelin a kol. se zabývali identifikací rázové síly na hliníkové desce, kdy zhodnotili několik metod pro zlepšení podmíněnosti úlohy (tzv. regularizačních metod) a ukázali nastavení jejich parametrů [16]. Jang a kol. se zabývali obecně řešitelností inverzní úlohy pro rázové zatížení a provedli numerickou simulaci pro vybrané úlohy s použitím Tichonovovy a Landwerber-Fridmenovy regularizace [17]. Dále Kim a Lee se zabývali použitím singulárního rozkladu k zlepšení podmíněnosti úlohy a publikovanou metodu ověřili experimentálně na vetknutém nosníku [18]. Wang a Xie navrhli

novou metodu regularizace a provedli její ověření na numerickém modelu laminátového válce s mírným zlepšením výsledků při porovnání s Tichonovovou regularizací [43].

Dalším používaným způsobem ke zlepšení podmíněnosti a snížení počtu neznámých parametrů je aproximování hledaného buzení pomocí zvolených bázových funkcí. Hu a kol. aproximovali rázovou sílu Čebyševovými polynomy a použili numerický model k sestavení přenosových matic [14]. Identifikaci pak provedli na kompozitové desce s integrovanou sítí piezoelektrických senzorů buzené rázovým kladívkem. Podobně Sun a kol. použili Čebyševovy polynomy k numerické identifikaci na kompozitovém panelu [39]. Samagassi a kol. použili vlnkovou (angl. wavelet) transformaci a provedli numerickou identifikaci několika sil současně na elastickém nosníku [34]. Gunawan a kol. použili funkce B-spline k aproximaci řešení (obr. 2.1) [11]. Zhodnotili řešení pro různý počet a poloh uzlů B-spline křivek a metodu ověřili numericky na modelu ocelové desky. Qiao a kol. také použili B-spline křivky a navrhli metodu pro stanovení jejich počtu [28]. Provedli pak experimentální identifikaci na vetknuté ocelové desce. Yan a Zhou aproximovali rázovou sílu pomocí částí funkce sinus a provedli numerické ověření metody na vyztuženém kompozitovém panelu [46].



Obrázek 2.1: Aproximace rázové síly pomocí B-spline křivek [11].

Často je pro zlepšení podmíněnosti kladena podmínka nezápornosti rázové síly (např. [14]). Tato podmínka má fyzikální význam nezápornosti kontaktních sil u nelepivých kontaktů.

Metodu identifikace rázové síly lze řešit také pomocí metod vyvinutých pro stavovou reprezentaci systému, kterou pro systém s jedním vstupem $f(t)$ a výstupem $u(t)$ (odpovídající jednomu místu buzení a jednomu senzoru) lze zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}f(t) \\ u(t) &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}(t) + d \cdot f(t),\end{aligned}\tag{2.2}$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je stavový vektor systému popisující stav systému v čase t a veličiny \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{c} a d popisují systém. U těchto metod lze při znalosti místa buzení kontinuálně vyčíslovat neznámou sílu buzení. Ma a kol. použili metodu Kalmanova filtru a provedli numerickou simulaci na vetknutém nosníku s přidanou hmotou [23]. Seydel a Chang použili vyhlazovací filtr k identifikaci rázové síly na kompozitovém panelu [37,38]. Podobně Zhang a kol. použili stejnou metodu na jiném typu kompozitového panelu [47]. Adams a Doyle použili podobnou metodu k identifikaci několika rázových sil [2]. Park a Chang pak ze stavového popisu vyjádřili impulsní odezvy inverzního systému a metodu použili na identifikaci rázové síly na kompozitovém panelu [27].

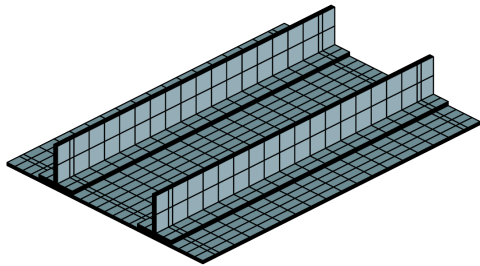
Několik prací je věnováno použití statistických metod v rámci procesu identifikace. Sun a kol. vytvořili numerický model vyztuženého kompozitového panelu, kde vybrané mechanické parametry uvažovali jako náhodné veličiny a provedli optimalizaci k nalezení jejich hodnot [39]. Samagassi a kol. pak použili Bayesovu větu k odvození metody rekonstrukce signálu s šumem při znalosti statistických veličin šumu a zatížení a ukázali, že metoda je zobecněním Wienerova filtru [33].

Pro řešení inverzního problému je nutné sestavit model popisující přímou úlohu. Atobe a kol. ukázali pro vybranou metodu řešení pomocí experimentálně i numericky sestaveného modelu kompozitového panelu. Lepších výsledků dosáhli za pomoci experimentálně získaných dat (obr. 2.2) [4]. Sekine a Atobe pak rozšířili metodu pro identifikaci více rázových sil a provedl numerické ověření metody pro kompozitový vyztužený panel [36].

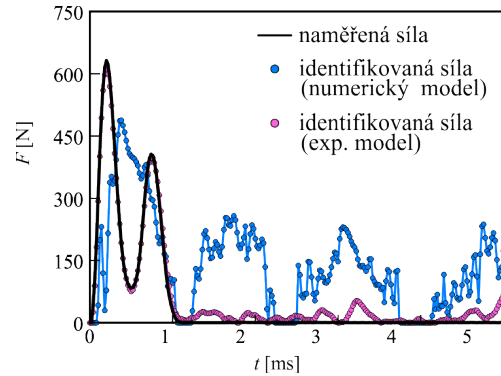
Většina metod předpokládá lineární vazbu mezi buzením a odezvou. Tento předpoklad lze většinou akceptovat při rázech, kdy nedojde ke vzniku poškození během rázu. Tajima a kol. demonstrovali na kompozitovém panelu, že lze identifikaci provést s dobrou přesností i při vzniku malých oblastí delaminace během rázu [40].

2.1.2 Metody založené na dekonvoluci signálu ve frekvenční oblasti

Samotná dekonvoluce nemusí být provedena v časové oblasti, ale lze použít Fourierovu transformaci k řešení ve frekvenční oblasti. Wang a Chiu ukázali srovnání identifikace



(a) Síť modelu panelu



(b) Srovnání identifikace síly

Obrázek 2.2: Srovnání výsledků identifikace pro experimentálně a numericky sestavený model [4].

provedené v časové a frekvenční oblasti [44]. Martin a Doyle použili metodu dekonvoluce ve frekvenční oblasti pro identifikaci rázové síly na nosníkové struktuře. Dále ukázali, že dochází k singularitě pro frekvenční složky, které nejsou obsaženy ve frekvenční odezvě struktury a přidali malé množství šumu k potlačení tohoto jevu [24]. Inoue a kol. použili metodu identifikace ve frekvenční oblasti při použití singulárního rozkladu pro zlepšení podmíněnosti úlohy. Identifikovali rázovou sílu a úhel dopadu ocelové kuličky na ocelový nosník [15]. Rezayat a kol. pak rozšířili metodu na identifikaci několika sil současně na vetknutém nosníku [30].

Při řešení ve frekvenční oblasti je systém popsán pomocí frekvenční charakteristiky. Thiene a kol. navrhli novou metodu k určení frekvenční charakteristiky systému a zhodnotili její vliv na identifikaci rázové síly na kompozitové desce [42].

2.1.3 Metody založené na sestavení neuronových sítí

K identifikaci rázové síly byla také použita metoda neuronových sítí. V této metodě je struktura reprezentována virtuálním modelem s definovanými prvky a jejich vzájemnými vazbami. Virtuální model je pak „natrénován“ pomocí referenčních rázů, kdy je známa budící síla a odezva struktury. Po natrénování modelu lze použít model k identifikaci neznámého zatížení. Chandrashekhara, Okafor a Jiang demonstrovali použití metody neuronových sítí k identifikaci a lokalizaci rázové síly na numerickém modelu laminátové desky, přičemž k natrénování modelu použili numerickou simulaci [6]. Haywood a kol. vyzkou-

šeli metodu experimentálně na kompozitové desce a implementovali ji pro automatickou identifikaci [12].

2.2 Metody lokalizace rázové síly

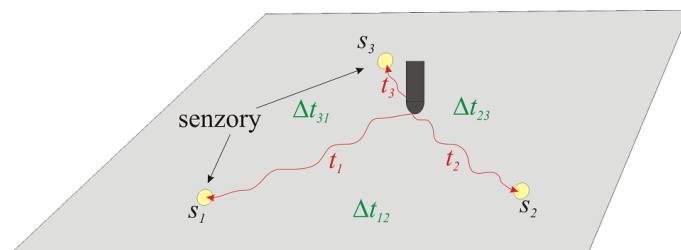
Častým předpokladem řešitelnosti problému rekonstrukce je konečný počet diskrétních rázových sil (nejčastěji pouze jedné síly). Při charakteru buzení, jako je pád předmětu, kdy nelze určit místo buzení přímo, je nutné provést lokalizaci rázové síly. Metody lokalizace lze rozdělit do tří skupin:

- Metody založené na vyhodnocení časových diferencí.
- Lokalizace minimalizací rozdílu odezev.
- Ostatní metody.

2.2.1 Metody založené na vyhodnocení časových diferencí

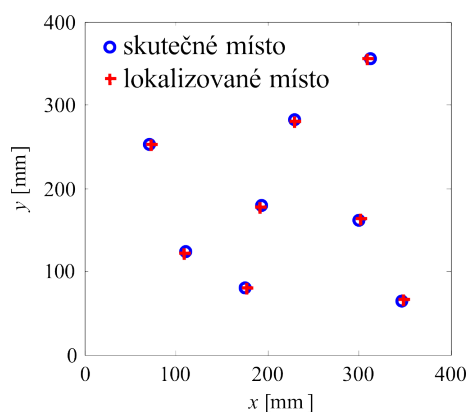
Metody založené na vyhodnocení časových diferencí jsou většinou odvozeny z metod používaných v rámci techniky akustické emise. Hlavním principem metody lokalizace u kovových materiálů je stanovení rozdílu doby příchodu čela akustické vlny na jednotlivé dvojice senzorů (obrázek 2.3). Ze znalosti polohy senzorů a předpokladu šíření vln pomocí kulových vlnoploch lze určit místo akustické události, nejčastěji pak pomocí metody triangulace [13]. U kompozitních materiálů je vyhodnocení komplikováno tím, že rychlosti vln závisí na směru šíření vln a na frekvenci vlny. Tyto závislosti proto bývají stanoveny experimentálně před samotnou identifikací, kdy je sestaven tzv. rychlostní profil pro daný materiál. Dalším problémem je pak přesné stanovení příchodu signálu na senzor, jelikož signál je zkreslen disperzí, útlumem a odrazem vln od okrajů.

Kudu a kol. lokalizovali ráz kuličky na kompozitové desce. Pro danou desku sestavili rychlostní profil, počátek signálu určili pomocí prahování a vyjádřili chybovou funkci závislou na souřadnicích rázu, kterou minimalizovali [20]. Přestože chybová funkce obsahovala řadu lokálních minim, podařilo se lokalizovat ráz s dobrou přesností. Obdobně postupovali Kirkby a kol., kteří navíc porovnali lokalizaci při použití piezoelektrického senzoru a optického vlákna s Braggovou mřížkou (ang. Fiber Bragg Grating – dále jen FBG) [19]. Lepších výsledků bylo dosaženo při použití piezoelektrických senzorů, vzhledem k faktu, že FBG



Obrázek 2.3: Časové diference příchodu čela vlny.

senzory měří deformace jen v jednom směru. Existují také metody, které nevyžadují znalost rychlostního profilu. Cimpa a Meo použili tři dvojice piezoelektrických senzorů k lokalizaci rázové síly na kompozitové desce, přičemž dvojice senzorů byly umístěny blízko sebe [8]. Pro tuto dvojici pak uvažovali stejnou rychlost šíření vln, čímž zredukovali počet neznámých a sestavili řešitelnou soustavu rovnic. Obdobně Sai a kol. použili tři dvojice FGB senzorů a lokalizovali rázy na kompozitové desce s velmi dobrou přesností [32]. Výsledky lokalizace jsou zobrazeny na obrázku 2.4. Jiný přístup zvolili Frieden a kol., kteří místo rychlostního profilu použili hodnoty časových diferencí pro několik referenčních bodů [9]. Při lokalizaci pak využili interpolaci referenčních hodnot k určení souřadnic rázu.



Obrázek 2.4: Výsledky lokalizace na kompozitové desce [32].

2.2.2 Lokalizace minimalizací rozdílů odezev

Lokalizaci rázové síly lze také provést v kombinaci s rekonstrukcí rázové síly. Při sestavení modelu úlohy lze vyjádřit odezevu senzorů na rekonstruovanou sílu pro uvažované místo buzení. Lokalizované místo buzení pak lze uvažovat v místě s minimálním rozdí-

lem vypočtené a naměřené odezvy senzorů. Protože průběh rekonstruované síly závisí na předpokládaném místě buzení, musí být prováděna rekonstrukce a lokalizace síly současně. Tato metoda byla vybrána autorem pro řešení lokalizace rázu, a proto je popsána podrobněji dále v práci. Atobe a kol. použili tuto metodu na vyztuženém kompozitovém panelu s velmi dobrými výsledky pro experimentálně sestavený model [4]. Tajima a kol. pak tuto metodu použili k identifikaci několika rázových sil současně na vyztuženém kompozitovém panelu [36].

2.2.3 Ostatní metody lokalizace rázové síly

Pro lokalizaci rázu byla také použita metoda neuronových sítí. LeClerc a kol. pracovali s kompozitovým panelem, na kterém bylo nalepeno 9 piezoelektrických senzorů [22]. Natrénováni neuronovou sítí pomocí rázů a poté provedli lokalizaci na pravidelné síti míst buzení s dobrým výsledkem. Další metodu pak navrhli Park a Chang pro lokalizaci rázů při použití pole senzorů [27]. Ve své práci vyčíslili energii signálů na jednotlivých senzorech. Pomocí interpolace a vyjádřením statického momentu získané plochy lokalizovali ráz tělesa s dobrou přesností.

2.3 Shrnutí získaných poznatků

Vzhledem k výsledkům publikovaným v dostupné literatuře byla vybrána metoda dekonvoluce v časové oblasti pro řešení rekonstrukce rázové síly na kompozitní struktuře. Tato metoda byla s dobrým výsledkem použita pro řešení identifikace na složitější geometrii kompozitového panelu [4, 36]. Metody vyvinuté pro stavový popis systému [36, 47], které jsou vhodné pro kontinuální určování zatížení, nebyly použity, protože autor nepředpokládá nutnost bezprostřední reakce na zjištěnou událost.

Pro zlepšení podmíněnosti úlohy dekonvoluce byly vybrány regularizační metody [16, 18] a podmínka nezápornosti hledaných hodnot [14]. Použití metod aproximace rázové síly nebylo uvažováno, protože přesnost rekonstrukce závisí na vhodnosti zvolené aproximace pro danou budící sílu [11, 14]. Pro složité průběhy rázové síly je pak nutný velký počet aproximačních parametrů a snížení počtu neznámých není tak výrazné.

Frekvenční oblast pro dekonvoluci nebyla uvažována vzhledem k charakteru rázového buzení, které nenabývá tvaru harmonických funkcí, a dále nutnosti provádět Fourierovu

transformaci [24]. Použití metod sestavení neuronových sítí nebylo uvažováno vzhledem k nefyzikálnosti sestaveného modelu a nejistotě výsledků pro rázy s charakterem rázové síly mimo skupinu rázů použitých k natrénování neuronové sítě [6, 12].

Pro lokalizaci rázu byla vybrána metoda minimalizace rozdílů odezev prováděná společně s rekonstrukcí rázové síly [4]. Metody založené na vyhodnocení časových diferencí vyžadují vysoké vzorkovací frekvence a pokročilé zpracování signálu k přesnému stanovení časových diferencí, dále jsou pak komplikovány anisotropními vlastnostmi u kompozitních struktur. Proto tyto metody nebyly uvažovány.

Přestože byla vyvinuta řada výše zmíněných metod a bylo demonstrováno jejich použití na různých geometriích (nosník, deska, vyztužený panel), s využitím různých typů senzorů (tenzometry, piezoelektrické senzory, FBG) a jejich různým počtem, aplikace těchto metod do průmyslových řešení je pouze okrajová a zbývá dořešit řadu problémů. Otázka identifikace na zatížené struktuře, či ze signálů obsahujících provozní šum, byla zatím řešena okrajově nebo vůbec. Minimum z metod bylo ověřeno na celé funkční komponentě (křídlo letadla, tlaková nádoba) a nebyla zhodnocena možnost identifikace na poškozené struktuře. Dalším důležitým neřešeným aspektem je také posouzení spolehlivosti daných metod a jejich začlenění do komplexnějšího systému monitorování.

Kapitola 3

Teoretické poznatky a použitý matematický aparát

V následující kapitole jsou uvedeny vybrané teoretické poznatky a matematický aparát použitý v průběhu vypracování disertační práce.

3.1 Mechanika kompozitních materiálů

Jednou z nejpoužívanějších forem polymerních kompozitů jsou tzv. lamináty. Jedná se o kompozity složené z vrstev (tzv. lamin), ve kterých jsou vlákna orientována jedním směrem, případně spletena ve tkanině, a jednotlivé vrstvy jsou pevně spojeny matricí v průběhu výrobního procesu. Konstruktorovi je dána možnost ovlivnit celkové vlastnosti laminátu pomocí vhodné orientace směru vláken v jednotlivých laminách. Spolu s tím ovšem také roste počet konstrukčních možností a rozhodnutí prováděných konstruktérem. Vyvíjení nové konstrukce pouze pomocí experimentů, kdy vlastnosti každého nového návrhu jsou experimentálně ověřeny, je značně nákladné a časově náročné. Numerické modelování tak hraje nezastupitelnou roli v ekonomicky efektivním vývoji.

3.1.1 Konstitutivní vztah

Při popisu laminy bude dále směr vláken (podélný směr) označován indexem 1, směr kolmý na směr vláken (příčný směr) ležící v rovině vrstvy laminátu indexem 2 a zbývající směr kolmý na oba dva předešlé indexem 3. Chování laminy lze při uvažování lineárního vztahu

mezi napětím a deformací popsat materiálovým modelem ortotropního materiálu. Pro jednosměrové dlouhovláknové kompozity je navíc splněna materiálová symetrie ve směrech 2 a 3 a může být použit model příčně izotropní. Konstitutivní vztah pro ortotropní materiál lze vyjádřit ve tvaru [21]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

kde σ_{ii} resp. τ_{ij} jsou normálová resp. smyková napětí, ε_{ii} resp. γ_{ij} jsou poměrná prodloužení resp. zkosení a C_{ij} jsou prvky matice tuhosti \mathbf{C} , které lze vyjádřit

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, & C_{22} &= \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}, & C_{33} &= \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}, \\ C_{44} &= G_{23}, & C_{55} &= G_{13}, & C_{66} &= G_{12}, \\ C_{12} &= \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta}, & C_{23} &= \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}, & C_{13} &= \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, \\ \Delta &= \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{31}\nu_{13}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

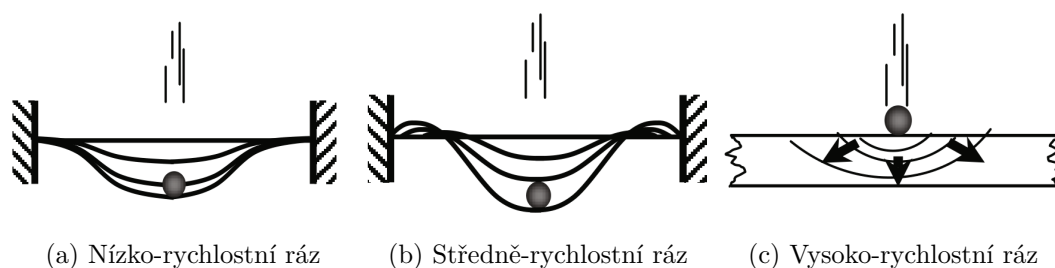
kde E_i jsou moduly pružnosti v tahu v daných směrech, G_{ij} moduly pružnosti ve smyku v daných rovinách a ν_{ij} Poissonova čísla.

3.1.2 Rázové děje

Rázové děje lze rozdělit podle dopadové rychlosti razníku na [1]

- nízko-rychlostní ráz (přibližně do 10 m/s),
- středně-rychlostní ráz (přibližně do 50 m/s),
- vysoko-rychlostní ráz (přibližně do 1000 m/s),
- hyper-rychlostní ráz (více jak 2.5 km/s).

Mezní hodnoty rychlostí razníku pro jednotlivé kategorie uváděné v literatuře se liší a někteří autoři provádí dělení na základě dopadové energie razníku. Rozhodující je způsob odezvy konstrukce na daný ráz [26]. Příklady odezvy pro nízko-rychlostní, středně-rychlostní a vysoko-rychlostní ráz jsou zobrazeny na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Odezva konstrukce pro různé typy rázů [1].

K nízko-rychlostním rázům dochází nejčastěji při dopadu (např. výrobního) nástroje na součást. Razníkem je tedy objekt o relativně velké hmotnosti a při rázu dojde k deformaci celé konstrukce. Chování laminátu a vzniklá poškození jsou tak silně ovlivněna geometrií a tuhostí uložení dílu.

Středně-rychlostní ráz vzniká například při nárazu součásti s odlétajícím kamením na silnici či přistávací dráze a projevuje se existencí poruch typických pro nízko-rychlostní i vysoko-rychlostní rázy.

K vysoko-rychlostním (balistickým) rázům dochází při průstřelu dílu nebo při střetu se střepinami výbušniny. Při tomto typu rázu nemá uchycení velký vliv na vzniklá poškození a poruchy jsou lokalizovány v těsné blízkosti místa impaktu.

K hyper-rychlostnímu rázu dochází při nárazu součásti s objekty na oběžné dráze při velmi vysokých rychlostech.

Při nízko-rychlostním rázu může dojít k porušení laminátu několika mechanismy porušování, přičemž k jakému typu dojde, závisí na geometrii úlohy a vlastnostech jednotlivých složek laminátu. Zpravidla nejprve dochází k porušování matrice ve formě oddělování vláken (debonding), vzniku trhlin mezi vlákny a na rozhraní lamin. U jednosměrových lamin jsou trhliny orientovány většinou ve směru vláken, přičemž porušení matrice v horní vrstvě laminátu je iniciováno v místě kontaktu s impaktorem. Napříč tloušťkou materiálu vznikají trhliny matrice vlivem smykových sil, jejichž rozsah závisí na velikosti kontaktní plochy a rázové síly. Na opačné straně laminátu vznikají trhliny od ohybového napětí, jehož ve-

likost závisí na celkové geometrii úlohy. U laminátů dochází dále ke spojování trhlin na rozhraní vrstev a vzniku delaminace. Rozsah delaminované oblasti je ovlivněn poměrem ohybových tuhostí jednotlivých vrstev [31]. Energie absorbovaná jednotkou plochy je při šíření delaminace konstantní a delaminovaná plocha může být přibližně určena z velikosti špičky kontaktní síly [1]. Při rázech o vyšších energiích dochází dále k porušení vláken. Ta jsou v místě kontaktu s razníkem porušena vlivem lokálních špiček napětí vzniklých při indentaci razníkem. Na opačné straně laminátu pak může dojít k porušení vláken vlivem vysokých ohybových napětí, které předchází celkové penetraci laminátu impaktorem.

Porušení vzniklá vlivem rázu snižují celkovou nosnost konstrukce. Zbytková tahová pevnost klesá se vzrůstajícím porušením laminátu, přičemž rozhodující vliv má porušení vláken [1]. Od určité hodnoty rázové energie, kdy dojde k penetraci laminátu, je zbytková pevnost přibližně konstantní a může být uvažována jako pevnost laminátu s uvažováním otvoru o velikosti razníku. Mnohem zásadnější než zhodnocení zbytkové tahové pevnosti je vyhodnocení zbytkové tlakové pevnosti. K jejímu výraznému snížení dochází již při vzniku delaminace uvnitř laminátu, tedy při rázech o relativně malých energiích. Vlivem delaminace dojde prakticky k rozdělení laminátu po tloušťce a tím k snížení jeho ohybové tuhosti a vzpěrné pevnosti. K bezpečnému provozu kompozitových součástí je tedy nutné stanovení zbytkových pevností vyhodnocením rozsahu vzniklých poškození.

3.2 Řešení soustav rovnic

V následujícím odstavci bude čerpáno především z [29] a [35]. Lineární soustavu M rovnic o N neznámých

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N &= b_2, \\ &\vdots \\ a_{M1}x_1 + a_{M2}x_2 + \dots + a_{MN}x_N &= b_M, \end{aligned} \tag{3.3}$$

lze přepsat ve zkráceném tvaru

$$\sum_{n=1}^N a_{mn}x_n = b_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \tag{3.4}$$

nebo v maticovém tvaru

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \tag{3.5}$$

kde matice soustavy \mathbf{A} je typu (M, N) , vektor pravých stran \mathbf{b} je dimenze M a vektor neznámých \mathbf{x} je dimenze N . Řešením soustavy rovnic je nalezení vektoru \mathbf{x} , aby byla rovnost splněna. Při rozhodování o řešitelnosti soustavy se používá rozšířená matice soustavy $[\mathbf{A}, \mathbf{b}]$, která vznikne připojením vektoru \mathbf{b} zprava k matici \mathbf{A} . Pak podle Frobeniovy věty má soustava (alespoň jedno) řešení, pokud je hodnota matice soustavy \mathbf{A} stejná jako hodnota rozšířené matice soustavy. V případě existence jednoznačného řešení existuje několik metod pro jeho nalezení, například Gaussova eliminační metoda.

3.2.1 Metoda nejmenších čtverců

Soustavy rovnic lze rozdělit podle počtu rovnic a neznámých

- **nedourčená soustava** ($M < N$) - existuje víc neznámých než rovnic,
- **přeuročená soustava** ($M > N$) - existuje víc rovnic než neznámých.

V případě regulární matice \mathbf{A} a přeuročené soustavy rovnic, kdy vektor pravých stran \mathbf{b} není lineární kombinací sloupců matice soustavy, není hodnota rozšířené matice rovná hodnotě matice soustavy a soustava nemá dle Frobeniovy věty řešení. V tomto případě se hledá vektor neznámých tak, aby reziduální vektor

$$\mathbf{r} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3.6)$$

splňoval určitou podmínku, nejčastěji aby jeho Euklidovská norma byla minimální

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{r}\|. \quad (3.7)$$

Tento problém je označován jako problém nejmenších čtverců a jeho řešení lze vyjádřit

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{b} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}\| = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} = \mathbf{A}^+ \cdot \mathbf{b}, \quad (3.8)$$

kde matice \mathbf{A}^+ typu (M, N) je pseudo-inverzní matice k matici \mathbf{A} .

K vyjádření řešení lze také použít singulární rozklad (angl. Singular Value Decomposition – dále jen SVD) matice \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{V}^T. \quad (3.9)$$

Pseudo-inverzní matici \mathbf{A}^+ pak lze vyjádřit

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{U}^T, \quad (3.10)$$

a hledaný vektor řešení \mathbf{x} lze vyjádřit

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{v}_n \mathbf{u}_n^T}{s_n} \mathbf{b}, \quad (3.11)$$

kde \mathbf{u}_n a \mathbf{v}_n jsou sloupce matic singulárního rozkladu \mathbf{U} a \mathbf{V} příslušející singulárnímu číslu s_n pseudodiagonální matice \mathbf{S} .

3.2.2 Podmíněnost a regularizace úlohy

Úloha nejmenších čtverců bývá často špatně podmíněná, kdy malá změna vektoru pravých stran \mathbf{b} vede k velkým změnám ve vektoru řešení. Podmíněnost matice je dána poměrem singulárních čísel a jejich význam je dobře patrný i ze vztahu (3.11), kdy pro velmi malé hodnoty s_i dojde k umocnění odchylek vektoru \mathbf{b} vzniklých například chybou měření nebo zaokrouhlováním.

Existuje několik metod pro zlepšení podmíněnosti úlohy. Jednou z metod je přímé vynechání členů sumy (3.11) pro malé hodnoty singulárních čísel s_i při řešení pomocí SVD rozkladu.

Podmíněnost úlohy lze také zlepšit přidáním omezujících podmínek pro hledaný vektor neznámých. Často je přidána podmínka minimalizace velikosti vektoru neznámých s váhovým koeficientem λ . Tato úloha je označována jako Tichonovova regularizace a řešení lze vyjádřit ve tvaru

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{b} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}\|^2 + \lambda^2 \|\mathbf{x}\|^2 = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b}. \quad (3.12)$$

Tato úloha se dá přepsat do tvaru vhodného pro řešení pomocí algoritmů implementovaných pro metodu nejmenších čtverců jako

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|. \quad (3.13)$$

Jednotková matice \mathbf{I} může být obecně nahrazena součinem $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$, kde \mathbf{R} je regularizační matice, určující váhu jednotlivých členů vektoru neznámých [35]. Velikost nezáporného koeficientu λ určuje poměr jednotlivých členů minimalizace (3.12) a jeho význam pro zvýšení podmíněnosti úlohy je patrný z úpravy vztahu (3.11)

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{n=1}^N \frac{s_n^2}{s_n^2 + \lambda^2} \frac{\mathbf{v}_n \mathbf{u}_n^T}{s_n} \mathbf{b}, \quad (3.14)$$

kde zvyšuje velikost jmenovatele členů sumy.

Další omezení mohou plynout z použití metody nejmenších čtverců na konkrétní problém. Často je požadována nezápornost hledaných hodnot a minimalizace (3.7) se rozšíří o tuto podmínku

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{b} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}\|, \quad x_n \geq 0. \quad (3.15)$$

Řešení této úlohy nelze vyjádřit přímo a je nutné použít některý z optimalizačních algoritmů.

Vhodnost a použití jednotlivých metod pro potřeby identifikace a lokalizace rázového zatížení bude ukázáno v následující kapitole při aplikaci identifikace na nosníkové struktuře.

3.3 Zpracování diskretních signálů

Pro správné vyhodnocení a interpretaci naměřených veličin je nutné vyhodnotit a dále zpracovávat naměřené signály. Bude uvažován diskretní signál $\mathbf{x} = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]$ o N časových krocích s konstantním vzorkováním Δt . Jednou z důležitých veličin je odstup signálu od šumu (angl. Signal to Noise Ratio – dále jen SNR) která je definována

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_s}{P_n}, \quad (3.16)$$

kde P_s je výkon složky signálu měřené veličiny a P_n je výkon složky šumu v signálu, přičemž výkon diskretního signálu je definován

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^2. \quad (3.17)$$

Pro zjištění obsahu frekvenčních složek obsažených v signálu je účelné provést diskretní Fourierovu transformaci (dále jen DFT), která má tvar

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \left(\cos \left(2\pi k \frac{n}{N} \right) + i \sin \left(2\pi k \frac{n}{N} \right) \right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.18)$$

kde X_k je k -tá složka Fourierova spektra a i je imaginární číslo.

Kapitola 4

Rekonstrukce a lokalizace na nosníkové struktuře

Nosníková struktura představuje jednoduchý mechanický systém, který je však dostatečně komplexní pro demonstraci metody identifikace rázové síly. V následující kapitole je popsána aplikace metody na nosníkovou strukturu.

4.1 Metoda rekonstrukce a lokalizace rázové síly na nosníkové struktuře

Pro rekonstrukci průběhu rázové síly byla zvolena metoda založená na dekonvoluci naměřeného signálu v časové oblasti. Metoda je použitelná pro problémy ve formě konvoluce (2.1). Při měření a vyhodnocení reálných signálů dochází k převodu analogového signálu na konečný počet diskrétních hodnot a je nutné vyjádřit konvoluci v diskrétním tvaru. Odezvu jednoho senzoru v měřené délce N pravidelných časových kroků při buzení v jednom místě lze vyjádřit jako

$$\mathbf{u}^s = \mathbf{f}^o * \mathbf{g}^{os}, \quad (4.1)$$

kde $\mathbf{u}^s = [u_1^s, u_2^s, \dots, u_N^s]^T$ je vektor odezvy senzoru s , $\mathbf{f}^o = [f_1^o, f_2^o, \dots, f_N^o]^T$ je vektor buzení v místě o a $\mathbf{g}^{os} = [g_1^{os}, g_2^{os}, \dots, g_N^{os}]^T$ je vektor impulsní odezvy senzoru s pro buzení v místě o , tedy odezva senzoru na buzení jednotkovým impulsem v daném místě. Konvoluce představuje přímou úlohu a lze ji přepsat do maticového tvaru

$$\mathbf{u}^s = \mathbf{G}^{os} \cdot \mathbf{f}^o, \quad (4.2)$$

kde matice \mathbf{G}^{os} vznikne postupným posouváním vektoru impulsní odezvy

$$\mathbf{G}^{os} = \begin{bmatrix} g_1^{os} & 0 & \dots & 0 \\ g_2^{os} & g_1^{os} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_N^{os} & g_{N-1}^{os} & \dots & g_1^{os} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Tato matice bývá označována jako přenosová matice (transfer matrix [16]), a proto bude dále v textu takto nazývána. Místa buzení $o = 1, 2, \dots, O$, pro která budou sestaveny přenosové matice, budou nazývána referenční místa. Při uvažování senzorů $s = 1, 2, \dots, S$, pak musí být sestaveno pro každé referenční místo S referenčních matic.

4.1.1 Sestavení přenosových matic

Přenosová matice \mathbf{G}^{os} popisuje vztah mezi buzením v místě o a odezvou senzoru s a její určení je nutné provést před procesem rekonstrukce. Tato matice je složena z vektoru impulsních odezev \mathbf{g}^{os} (4.1), které lze určit experimentálně nebo z výpočetního modelu [4].

Při experimentálním sestavení je nutné naměřit současně referenční vektor buzení \mathbf{f}^o a příslušný vektor odezvy \mathbf{u}^s . Hodnoty těchto vektorů lze určit například měřením rázovým kladívkem před procesem rekonstrukce rázové síly. Vektor \mathbf{g}^{os} pak lze získat řešením soustavy rovnic

$$\mathbf{F}^o \cdot \mathbf{g}^{os} = \mathbf{u}^s, \quad (4.4)$$

kde matice buzení \mathbf{F}^o je ve tvaru

$$\mathbf{F}^o = \begin{bmatrix} f_1^o & 0 & \dots & 0 \\ f_2^o & f_1^o & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_N^o & f_{N-1}^o & \dots & f_1^o \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Při sestavování matice buzení je nutné nalézt počátek rázové události tak, aby první člen vektoru buzení nabýval nenulové hodnoty a nedocházelo ke vzniku nulových řádků v matici buzení. Pro přesnější určení matice \mathbf{G}^{os} lze uvažovat současně několik vektorů buzení, kdy dojde k započtení všech frekvenčních složek obsažených v jednotlivých měřeních a potlačení

šumu [35]. Při uvažování celkově I měření v jednom místě buzení, pak přejde rovnice (4.4) do tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_1^o \\ \mathbf{F}_2^o \\ \vdots \\ \mathbf{F}_I^o \end{bmatrix} \cdot \mathbf{g}^{os} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^s \\ \mathbf{u}_2^s \\ \vdots \\ \mathbf{u}_I^s \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Vznikne tak přeúčřená soustava rovnic pro neznámý vektor \mathbf{g}^{os} , kterou lze řešit některou z metod popsaných v odstavci 3.2. Nejčastěji bude v této práci řešena metodou nejmenších čtverců (3.8).

4.1.2 Proces rekonstrukce a lokalizace rázové síly

Při znalosti přenosové matice \mathbf{G}^{os} a vektoru odezev \mathbf{u}^s lze stanovit neznámý vektor buzení $\hat{\mathbf{f}}^o$ řešením rovnice (4.2). K zlepšení podmíněnosti úlohy a získání přesnějšího řešení je dobré použít měření z více senzorů. Při uvažování celkového počtu S senzorů lze rovnici (4.2) přepsat do tvaru

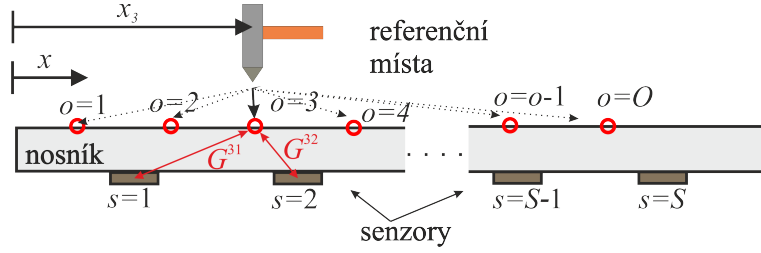
$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^{o1} \\ \mathbf{G}^{o2} \\ \vdots \\ \mathbf{G}^{oS} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{f}^o = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \mathbf{u}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{u}^S \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\mathbf{G}^o \cdot \mathbf{f}^o = \mathbf{u}.$$

Jedná se o přeúčřenou soustavu rovnic, kterou lze řešit některou z metod uvedených v odstavci 3.2. Nejčastěji bude k řešení použita metoda Tichonovovy regularizace s podmínkou nezápornosti hledaných hodnot

$$\hat{\mathbf{f}}^o = \arg \min_{\mathbf{f}} \|\mathbf{u} - \mathbf{G}^o \cdot \mathbf{f}^o\|^2 + \lambda^2 \|\mathbf{f}^o\|^2, \quad f_i \geq 0, \quad (4.8)$$

Podmínka nezápornosti má fyzikální podstatu, poněvadž hodnoty kontaktních sil mohou nabývat pouze kladných hodnot. Řešením rovnice (4.8) je rekonstruovaný vektor zatížení $\hat{\mathbf{f}}^o$ při předpokladu buzení v místě o , pro které byly sestaveny přenosové matice \mathbf{G}^{os} .



Obrázek 4.1: Určení přenosových matic \mathbf{G}^{os} v referenčních místech.

Pokud je místo buzení neznámé, provádí se rekonstrukce rázové síly $\hat{\mathbf{f}}^o$ postupně pro všechna referenční místa o a řeší se optimalizační úloha [4]

$$\begin{aligned} \hat{o} &= \arg \min_o r, \\ \text{kde } r &= \left\| \mathbf{u} - \mathbf{G}^o \cdot \hat{\mathbf{f}}^o \right\|. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Jejím řešením je lokalizované místo rázu \hat{o} a odpovídající rekonstruovaná síla $\hat{\mathbf{f}}^{\hat{o}}$.

Matici \mathbf{G}^o lze určit jen pro omezený počet referenčních bodů O , ve kterých je provedeno měření vektorů buzení \mathbf{f}^o a příslušné odezvy \mathbf{u}^s (obrázek 4.1) před procesem identifikace. Aby nebyla rekonstrukce rázové síly omezena na tyto body, lze provést interpolaci matic \mathbf{G}^{os} mimo referenční místa. Při uvažování délkové souřadnice nosníku x , kdy hodnota souřadnic v bodech a a b je x_a a x_b , lze přibližně vyjádřit přenosovou matici \mathbf{G}^{xs} mezi těmito dvěma referenčními místy vztahem [27]

$$\mathbf{G}^{xs} = h_1(p) \cdot \mathbf{G}^{as} + h_2(p) \cdot \mathbf{G}^{bs}, \quad (4.10)$$

kde parametr $p \in \langle -1, 1 \rangle$ a $h_1(p)$, $h_2(p)$ jsou lineární interpolační funkce definované jako

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{1}{2}(1 - p) \\ h_2 &= \frac{1}{2}(1 + p). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Hodnotu délkové souřadnice x odpovídající parametru p lze vyjádřit vztahem

$$x = h_1(p) \cdot x_a + h_2(p) \cdot x_b. \quad (4.12)$$

Optimalizaci lokalizace místa rázu (4.9) lze pak vyjádřit vztahem

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \arg \min_x r, \\ \text{kde } r &= \left\| \mathbf{u} - \mathbf{G}^x \cdot \hat{\mathbf{f}}^x \right\|, \end{aligned} \quad (4.13)$$

kde matice \mathbf{G}^x vznikne složením přenosových matic jednotlivých senzorů

$$\mathbf{G}^x = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{x1} \\ \mathbf{G}^{x2} \\ \vdots \\ \mathbf{G}^{xS} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

a $\hat{\mathbf{f}}^x$ je rekonstruovaná síla s použitím matice \mathbf{G}^x . Výsledkem optimalizace (4.13) je lokalizované místo rázu \hat{x} a odpovídající rekonstruovaná síla $\hat{\mathbf{f}}^{\hat{x}}$.

4.1.3 Vyhodnocení procesu identifikace

Pro zhodnocení správnosti identifikace a možnosti porovnání jednotlivých experimentů byla uvažována chyba rekonstrukce síly

$$e_f = \frac{\sqrt{\frac{1}{I} \sum_{n=1}^I (f_n - \hat{f}_n)^2}}{\max(\mathbf{f})} \times 100 [\%], \quad \forall n : f_n > \frac{\max(\mathbf{f})}{2} \vee \hat{f}_n > \frac{\max(\mathbf{f})}{2}, \quad (4.15)$$

kde I je celkový počet porovnávaných členů. Omezení pro započítání jednotlivých složek bylo zvoleno pro potlačení chyb od špatné rekonstrukce malých hodnot zatížení. U konkrétních problémů může být polovina maximální hodnoty síly nahrazena hodnotou kritické síly, pro kterou je uvažovaný vznik poškození v daném místě. Kvůli možnosti porovnání jednotlivých experimentů je velikost chyby normována maximální hodnotou vektoru zatížení.

Chyba místa určení rázu pak byla uvažovaná jako vzdálenost mezi lokalizovaným a skutečným místem rázu. Pro ráz provedený v místě x je chyba lokalizace

$$e_x = |x - \hat{x}|. \quad (4.16)$$

4.2 Ověření metody na modelu podepřeného nosníku

Vlastnosti a vhodnou volbu parametrů metody identifikace lze studovat na modelu úlohy pomocí tzv. virtuální identifikace, kdy jsou rázové události pouze modelovány. Výhodou

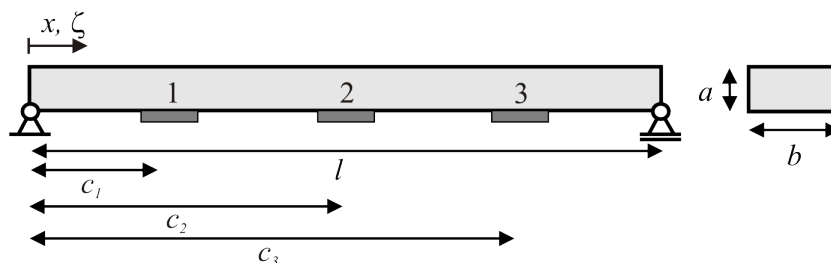
tohoto přístupu je odstranění nejistot měření, které mohou vzniknout při provádění experimentů a možnost provést identifikaci s různým poměrem šumu v signálu. Pro studium identifikace byl zvolen příklad podepřeného nosníku a analytický model pro řešení odezvy.

4.2.1 Definice úlohy

Byl uvažován homogenní izotropní ocelový nosník délky l s obdélníkovým průřezem tloušťky a a šířky b . Jeho materiálové a geometrické parametry jsou uvedeny v tabulce 4.1. Dále byla uvažována trojice senzorů ve vzdálenosti c_1 , c_2 a c_3 od kraje nosníku snímajících deformaci. Uvažovaná poloha senzorů je uvedena v tabulce 4.1 a celkové rozložení úlohy je na obrázku 4.2

| E | ν | ρ | l | a | b | c_1 | c_2 | c_3 |
|-------|-------|-----------------------|-------|------|------|-------|-------|-------|
| [GPa] | [-] | [kg·m ⁻³] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] | [mm] |
| 210.0 | 0.3 | 7 800.0 | 500.0 | 3.0 | 24.0 | 30.0 | 250.0 | 320.0 |

Tabulka 4.1: Parametry ocelového nosníku (obrázek 4.2).

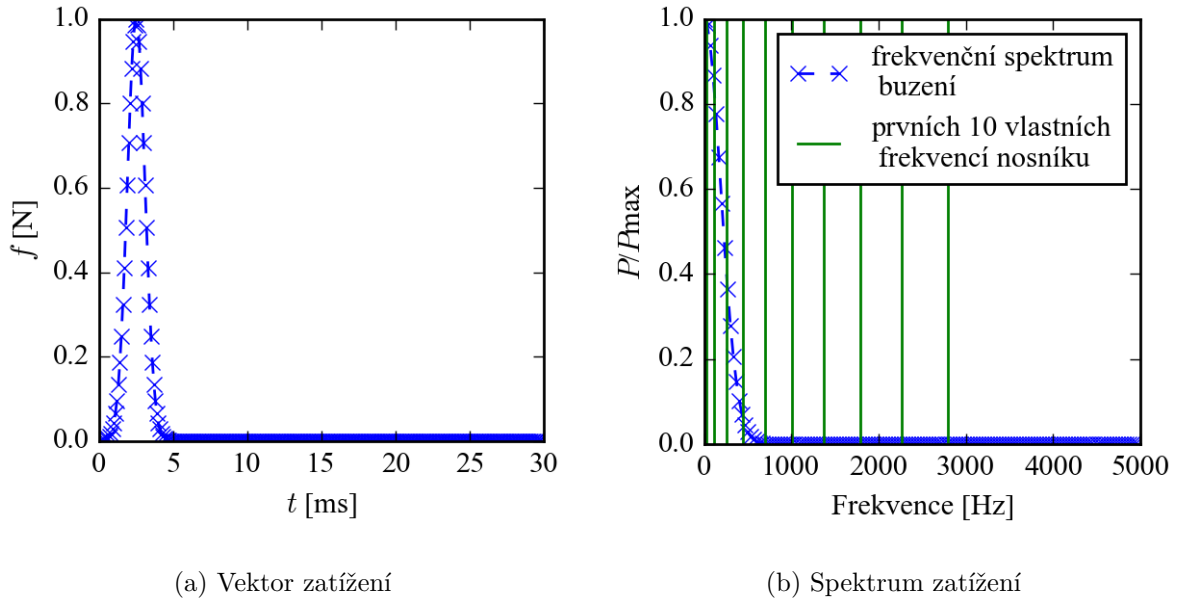


Obrázek 4.2: Schéma ocelového nosníku.

Dále bylo uvažováno měření o celkové době 30 ms se vzorkovací frekvencí $f_s = 10$ kHz, čemuž odpovídá naměření $N = 300$ vzorků. Nosník byl zatížen silou ve tvaru Gaussova pulsu danou předpisem

$$f(t) = e^{-\frac{(t-2.5 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (6 \cdot 10^{-4})^2}}. \quad (4.17)$$

Časový průběh vzniklého vektoru zatížení je zobrazen na obrázku 4.3a a frekvenční spektrum vektoru buzení získané pomocí DFT (3.18) je na obrázku 4.3b.



Obrázek 4.3: Uvažovaný vektor zatížení pro ocelový nosník a jeho frekvenční spektrum.

4.2.2 Analytické řešení odezvy nosníku

Průhyb v místě ζ a čase t prostě podepřeného nosníku na buzení silovým impulsem v bodě x lze při uvažování Bernoulliho teorie vyjádřit [10]

$$u(x, \zeta, t) = \frac{2}{\rho A l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_n x \cdot \sin \beta_n \zeta \cdot \sin \omega_n t}{\omega_n}, \quad (4.18)$$

$$\beta_n = \frac{n\pi}{l}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}} \beta_n^2, \quad (4.19)$$

kde A je průřez nosníku a J je kvadratický moment průřezu nosníku, které jsou pro obdélníkový průřez definovány

$$A = ba, \quad (4.20)$$

$$J = \frac{1}{12} ba^3. \quad (4.21)$$

Deformaci na horním a dolním povrchu nosníku pak lze vyjádřit

$$\varepsilon_x = \frac{b}{2} \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{b}{\rho A l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n^2 \sin \beta_n x \cdot \sin \beta_n \zeta \cdot \sin \omega_n t}{\omega_n}. \quad (4.22)$$

Jednotlivé členy sumy v rovnicích (4.18) a (4.22) představují příspěvky od jednotlivých vlastních módů kmitání nosníku. Z rovnice je patrné, že pro vyšší vlastní módy se amplitudy módů do celkové odezvy snižují. Pro tuto úlohu byly proto uvažovány příspěvky pouze prvních 10 vlastních módů. Vlastní frekvence příslušející jednotlivým vlastním módům lze vyjádřit pomocí úhlové frekvence ω_n jako

$$\frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{\pi n^2}{2l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}. \quad (4.23)$$

Vyčíslení prvních 10 vlastních frekvencí pro uvažovaný nosník (tabulka 4.1) je uvedeno v tabulce 4.2 a jsou zobrazeny na obrázku 4.3b.

| | | | | | |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| mód | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| vl. frekvence [Hz] | 27.9 | 111.7 | 251.3 | 446.8 | 698.2 |
| mód | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| vl. frekvence [Hz] | 1005.4 | 1368.4 | 1787.4 | 2262.1 | 2792.7 |

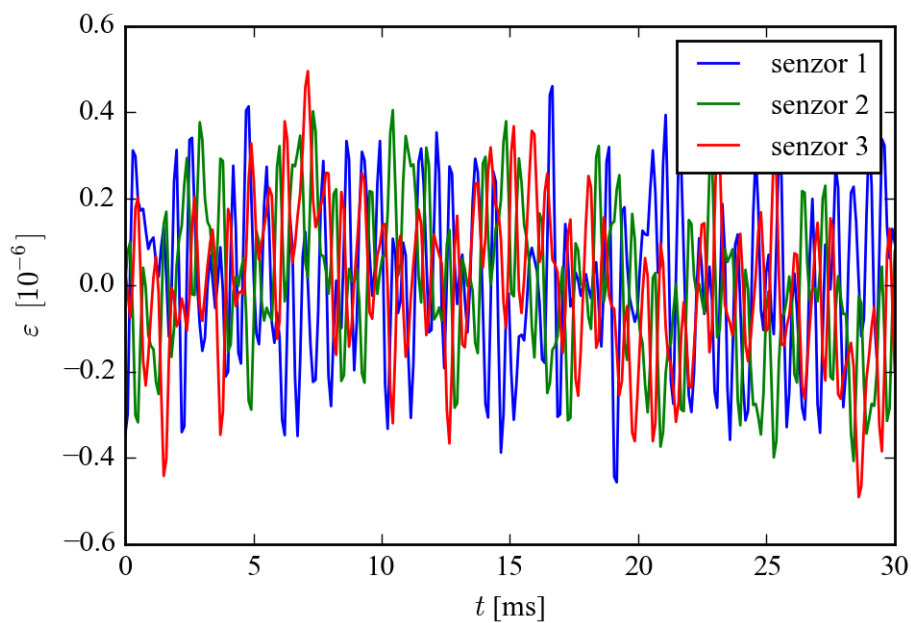
Tabulka 4.2: Vlastní frekvence ocelového nosníku.

Časový vektor odezvy pro jednotlivé senzory byl získán pomocí konvoluce (4.2) uvažovaného vektoru zatížení a vypočítaných impulsních odezev (4.22). Na obrázku 4.4 jsou pak zobrazeny impulsní odezvy jednotlivých senzorů pro buzení v místě $x = 100$ mm a na obrázku 4.5 je odezva nosníku na buzení uvažovaným budícím vektorem.

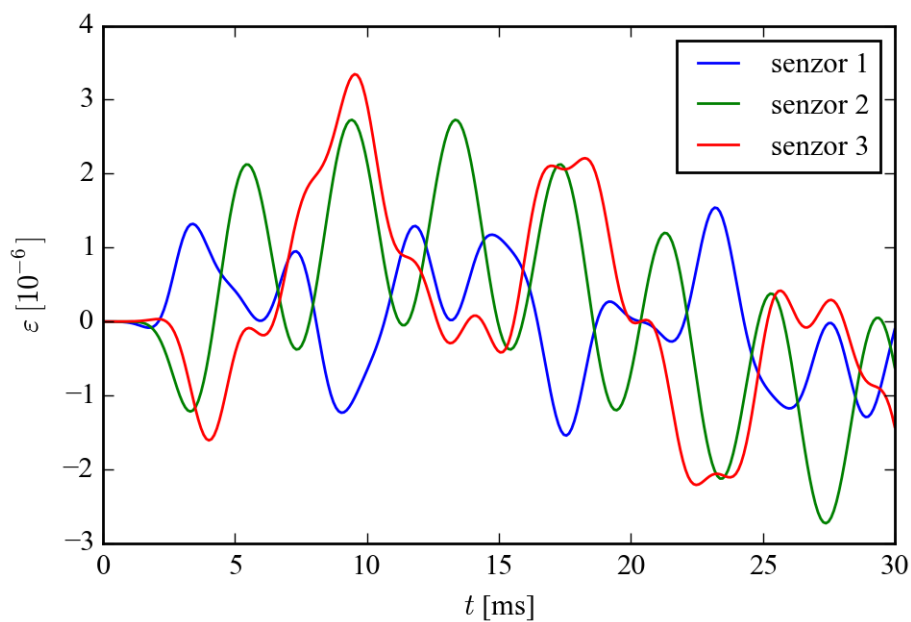
4.2.3 Rekonstrukce a lokalizace rázové síly bez uvažování šumu

V případě řešení virtuální identifikace lze sestavit rovnici (4.7) přímo. Přenosové matice \mathbf{G}^{os} lze sestavit z vypočtených vektorů impulsních odezev (obrázek 4.4) a vektor odezvy \mathbf{u} je složen z vypočtených vektorů odezev na jednotlivých senzorech (obrázek 4.5). Rovnici lze řešit přímo pomocí pseudoinverze (3.8). Porovnání rekonstruovaného a skutečného vektoru buzení pro buzení v místě $x = 100$ mm je zobrazeno na obrázku 4.6.

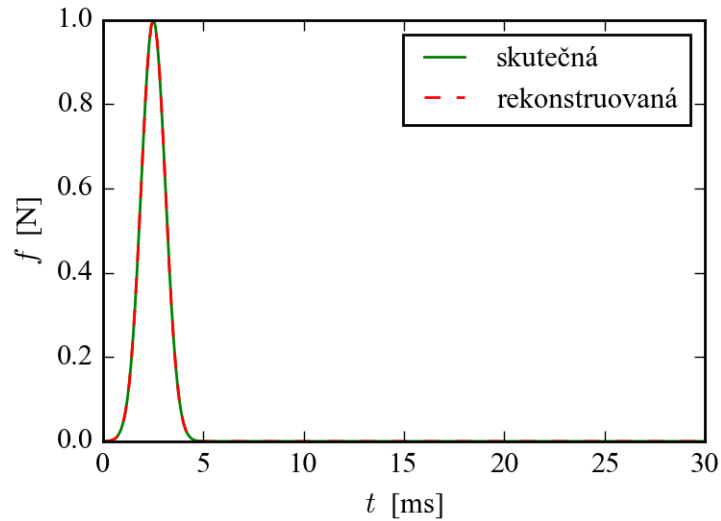
Pro zjištění charakteru optimalizačního problému (4.9) řešeného v rámci lokalizace rázu lze zobrazit průběh hodnot cílové funkce podél nosníku. Průběh vyčíslených hodnot při uvažování referenčních bodů s rozestupem $\Delta x = 10$ mm je zobrazen na obrázku 4.7. Z průběhu cílové funkce je patrné, že kromě globálního minima v místě rázu existují další



Obrázek 4.4: Impusní odezvy senzorů ocelového nosníku pro buzení v místě $x = 100$ mm.



Obrázek 4.5: Odezvy senzorů ocelového nosníku pro buzení v místě $x = 100$ mm.



Obrázek 4.6: Srovnání rekonstruované a skutečné síly při rekonstrukci bez uvažování šumu.

lokální minima. K nalezení místa rázu tak nelze použít jednoduchou gradientní metodu, ale je potřeba použít algoritmus vedoucí k nalezení globálního minima.

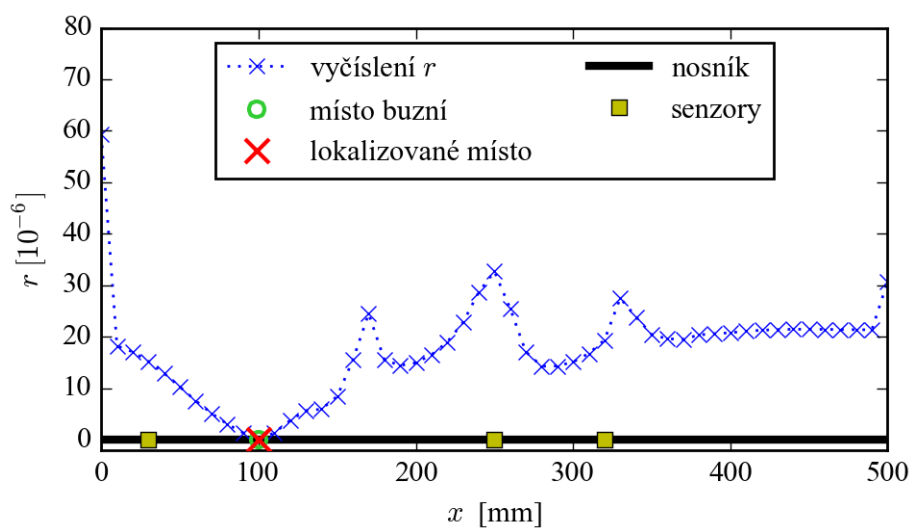
4.2.4 Rekonstrukce a lokalizace rázové síly ze zašuměného signálu

Dále bude uvažována existence šumu v signálu odezvy, který byl generován pomocí funkce `np.random.normal(0, 5e-7, [300, 3])` v programu *Python* [25]. Tato funkce generuje bílý šum s normálním rozdělením amplitud. Parametry je pak nastavena nulová střední hodnota, směrodatná odchylka a velikost generovaného pole hodnot. Výsledný zašuměný signál pro buzení v místě $x = 100$ mm je na obrázku 4.8 a SNR (3.16) pro jednotlivé senzory je uveden v tabulce 4.3.

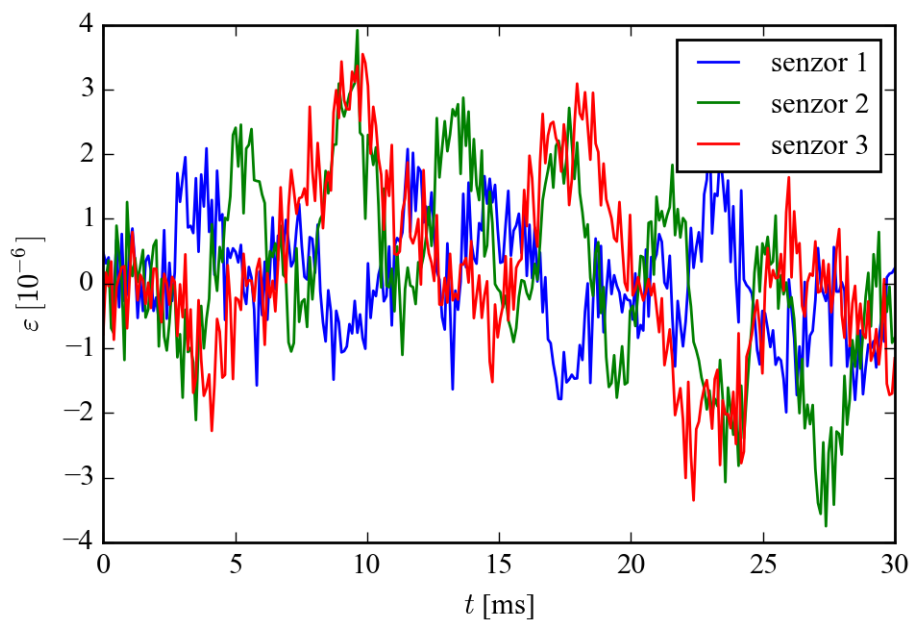
| | | | |
|----------|------|------|------|
| senzor | 1 | 2 | 3 |
| SNR [dB] | 81.5 | 93.9 | 93.0 |

Tabulka 4.3: SNR pro jednotlivé senzory na ocelovém nosníku.

Při použití pseudoinverze (3.8) k řešení rekonstrukce ze signálu obsahující šum je rekonstruovaná síla velmi nepřesná a nedá se z ní odhadnout ani charakter buzení. Je nutné

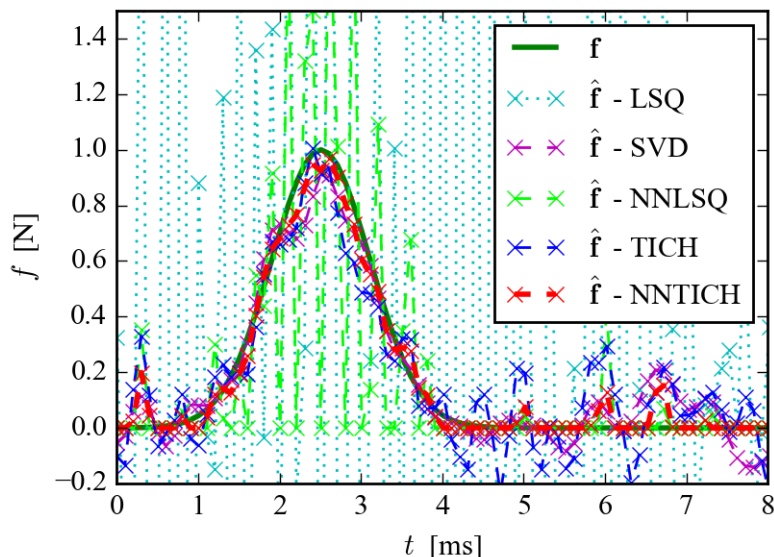


Obrázek 4.7: Půběh cílové funkce lokalizace (4.9) podél nosníku.



Obrázek 4.8: Zašumělá odezva ocelového nosníku.

použít některou z metod ke zlepšení podmíněnosti úlohy. Srovnání rekonstruovaných sil pro jednotlivé metody (LSQ – pseudoinverze, SVD – SVD s uvažováním singulárních čísel $s_i > 0.1s_0$, NNLSQ – pseudoinverze s podmínkou nezápornosti hodnot, TICH – Tichonovova regularizace pro $\lambda = 1.5 \cdot 10^{-6}$, NNTICH – Tichonovova regularizace s podmínkou nezápornosti hodnot) popsané v odstavci 3.2.2 je na obrázku 4.9 a srovnání chyb rekonstrukce (4.15) je v tabulce 4.4. Pro lepší přehlednost je zobrazeno jen prvních 8 ms signálu a chyba je počítána jen z tohoto úseku. Při řešení pomocí metod s nezápornou podmínkou byl použit příkaz `scipy.optimize.nnls` v programu *Python*, ve kterém je implementován algoritmus Lawsona a Hansona [25]. Z výsledků je patrné, že nejlepší výsledek byl dosažen pro metodu Tichonovovy regularizace s podmínkou nezápornosti hledaných hodnot (4.8), tato metoda bude použita dále v práci pro identifikaci rázových sil.



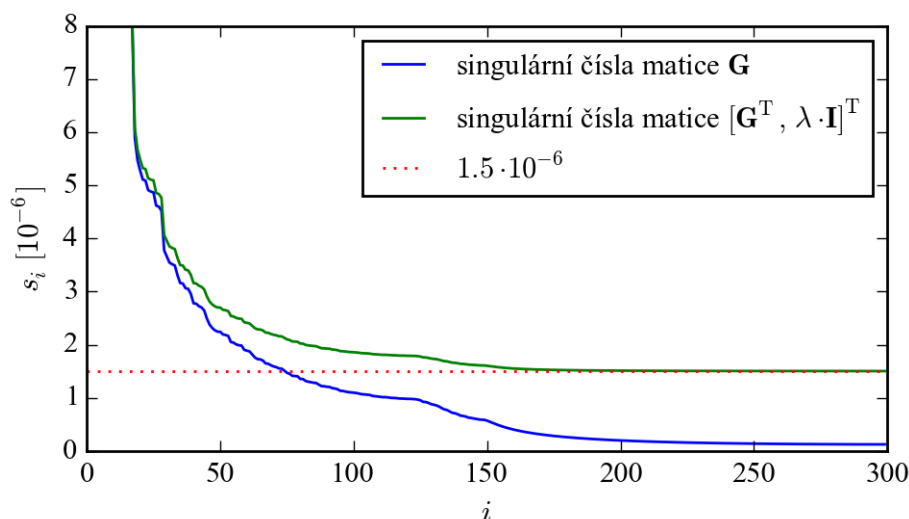
Obrázek 4.9: Srovnání rekonstruované síly na ocelovém nosníku pro různé metody při uvažování šumu.

| metoda | LSQ | SVD | NNLSQ | TICH | NNTICH |
|-----------|-------|------|-------|------|--------|
| e_f [%] | 221.3 | 11.6 | 71.6 | 13.3 | 6.4 |

Tabulka 4.4: Srovnání chyb rekonstrukce (4.15) pro jednotlivé metody.

Metoda Tichonovovy regularizace vyžaduje zvolení koeficientu λ , který vyvažuje jed-

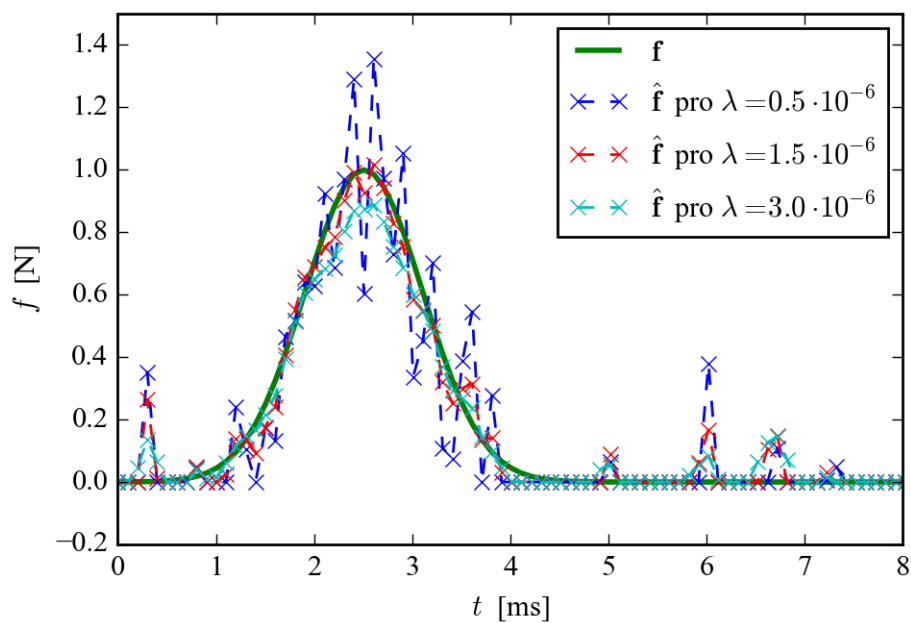
notlivé členy v minimalizaci (4.8) a zlepšuje podmíněnost úlohy. Vliv koeficientu λ na podmíněnost úlohy lze ukázat vykreslením singulárních čísel matice \mathbf{G}^o použité při řešení metodou nejmenších čtverců (3.8) a ekvivalentní matice $[(\mathbf{G}^o)^T, \lambda \cdot \mathbf{I}]^T$ použité při řešení metodou Tichonovovy regularizace (3.13). Toto srovnání je zobrazeno na obrázku 4.10.



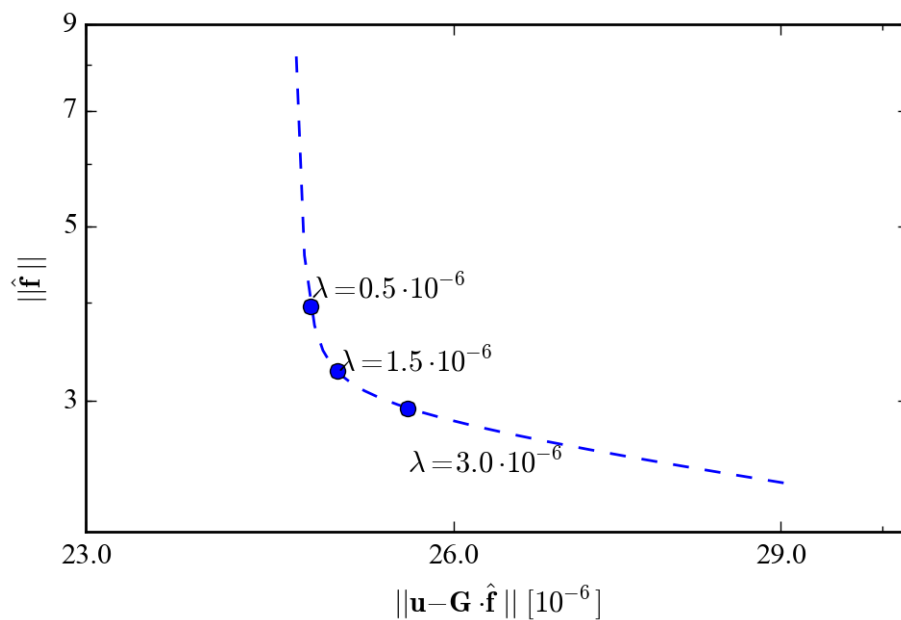
Obrázek 4.10: Srovnání singulárních čísel matic použitých při řešení pomocí metody nejmenších čtverců a metody Tichonovovy regularizace s koeficientem $\lambda = 1.5 \cdot 10^{-6}$.

Pokud je hodnota koeficientu příliš malá, podíl podmínky velikosti vektoru je malý a nedojde k dostatečnému potlačení oscilací v hledaném vektoru. Pokud je naopak hodnota koeficientu příliš velká, dojde k přílišnému potlačení hledaného vektoru a rekonstruovaná síla nedosahuje hodnot skutečného zatížení. Výsledky rekonstrukce s nezápornou podmínkou pro různé hodnoty koeficientu λ jsou zobrazeny na obrázku 4.11. Pro zvolení nejvhodnější hodnoty se často používá tzv. *l*-křivka, což je graf vzájemné závislosti členů optimalizace (4.8) pro různé hodnoty koeficientu λ v logaritmickém měřítku a je zobrazen na obrázku 4.12. Optimální hodnota koeficientu λ je ve zlomu křivky.

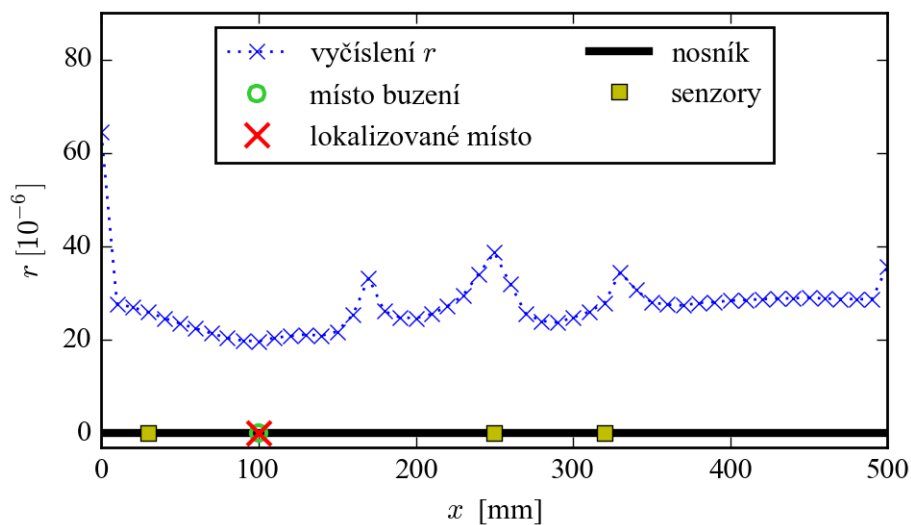
Pro zvolený koeficient $\lambda = 1.5 \cdot 10^{-6}$ byla vyčíslena cílová funkce optimalizačního problému, řešeného v rámci lokalizace, po délce nosníku. Výsledný graf je uveden na obrázku 4.13 a srovnáním s grafem na obrázku 4.7 je patrné, že pro signál s šumem je lokální minimum v místě rázu méně výrazné.



Obrázek 4.11: Srovnání rekonstruované síly $\hat{\mathbf{f}}$ a skutečné síly \mathbf{f} pro různé hodnoty koeficientu λ .



Obrázek 4.12: Graf l -křivky při rekonstrukci rázové síly.



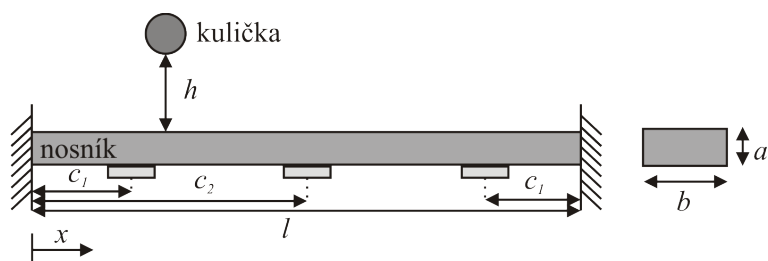
Obrázek 4.13: Průběh cílové funkce lokalizace (4.9) podél nosníku pro zašuměný signál.

4.3 Identifikace na kompozitním nosníku

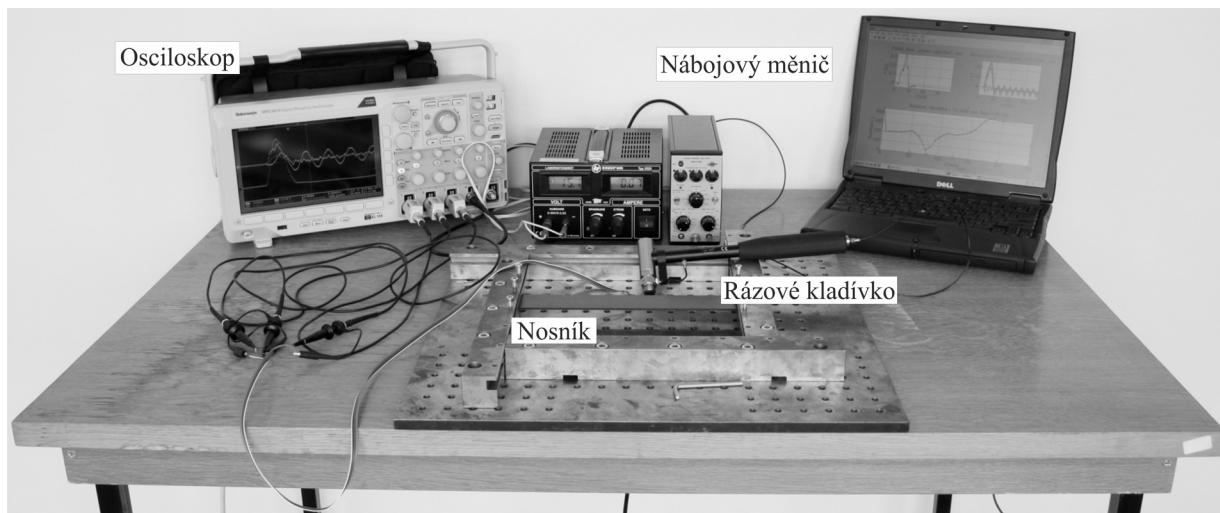
Poznatky získané z úlohy rekonstrukce a lokalizace rázového zatížení na ocelovém nosníku byly využity při identifikaci na skutečném kompozitovém nosníku.

4.3.1 Experiment

Kompozitní nosník byl tvořen osmi vrstvami dlouhovláknového, jednosměrového kompozitu uhlík/epoxid vyrobeného prepregovou technologií a byl vetknut na obou koncích. Směr vláken byl orientován v ose nosníku. Naměřené rozměry a mechanické vlastnosti kompozitu jsou uvedeny v tabulce 4.5 a geometrie nosníku je zobrazena na obrázku 4.14.



Obrázek 4.14: Schéma experimentu.



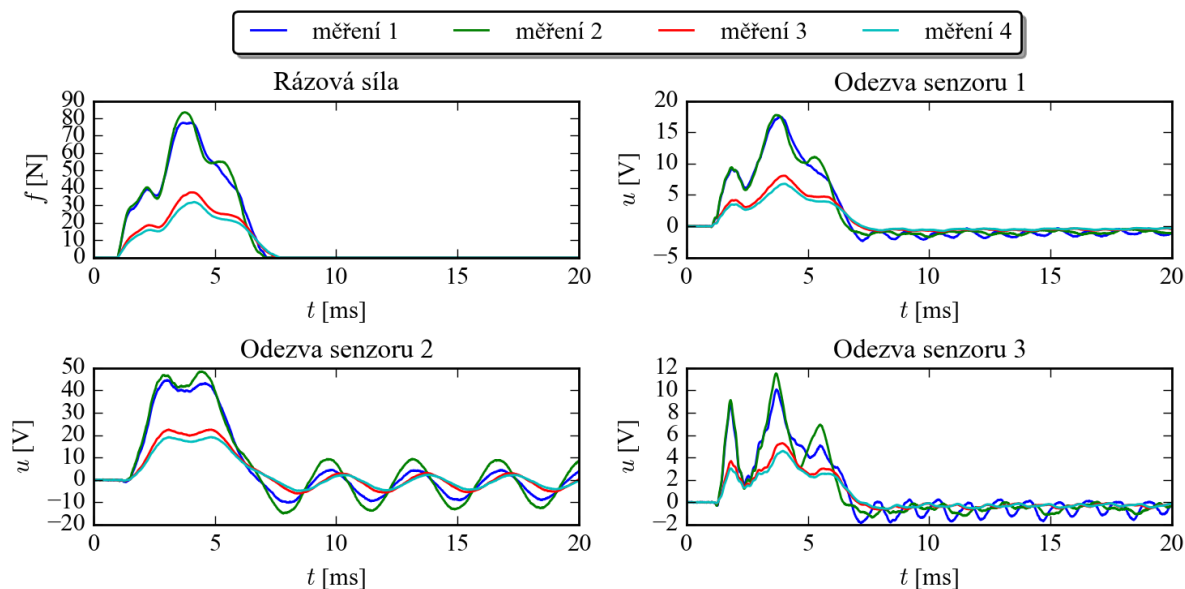
Obrázek 4.15: Fotografie experimentu.

Na spodní stranu nosníku byly přilepeny tři piezoelektrické měniče (*PI P-876.SP1*), které sloužily jako senzory. Signály z těchto senzorů byly snímány osciloskopem (*Tektronix DPO 3000*) se vzorkovací frekvencí $f_s = 2.5$ MHz. Dále pak byly filtrovány klouzavým průměrem o délce okna 60 vzorků a výsledné signály byly převzorkovány na frekvenci 100 kHz. Celková vyhodnocená doba měření pro jednu rázovou událost byla 20 ms, což odpovídá celkovému počtu $N = 2000$ vzorků. Fotografie experimentu je zobrazena na obrázku 4.15.

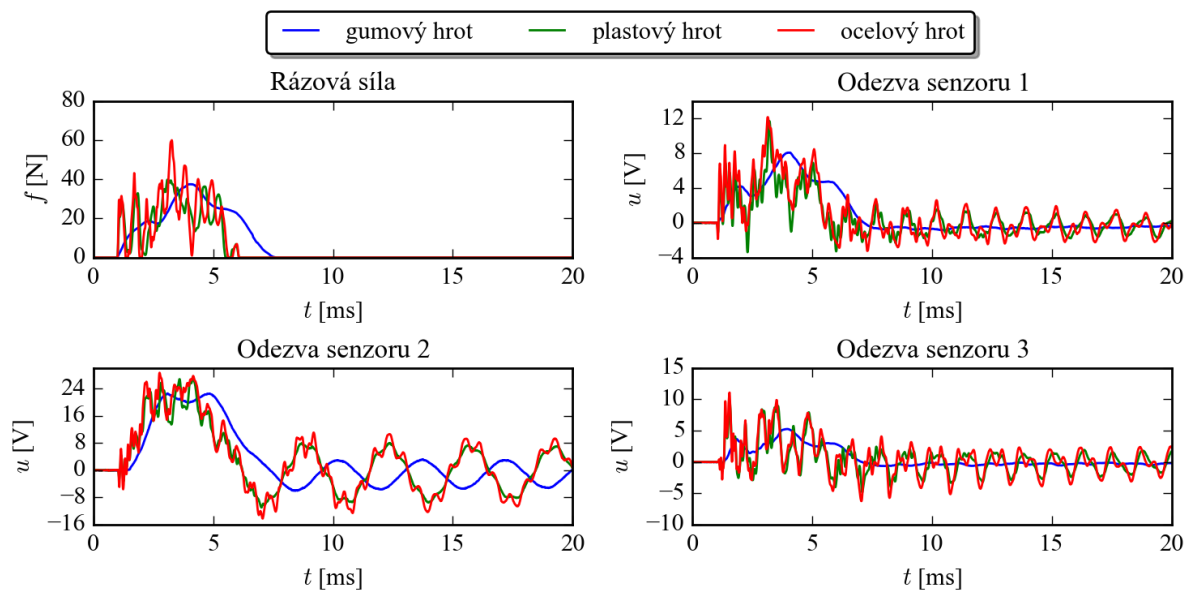
| Rozměry [mm] | | | | | Materiálové charakteristiky | | | | |
|--------------|------|------|-------|-------|-----------------------------|------------------|------------------|------------|-----------------------------|
| l | a | b | c_1 | c_2 | E_1 [Pa] | E_2 [Pa] | G_{12} [Pa] | ν_{12} | ρ [kg/m ³] |
| 250.0 | 2.35 | 39.9 | 52.0 | 125.0 | $107.0 \cdot 10^9$ | $8.0 \cdot 10^9$ | $3.6 \cdot 10^9$ | 0.3 | 1500.0 |

Tabulka 4.5: Rozměry a materiálové charakteristiky nosníku.

Nosník byl buzen rázovým kladívkem (*B&K 8202*) postupně po celé délce s krokem jeden centimetr. Na rázové kladívko byl nasazen gumový, plastový resp. ocelový hrot a pro každé místo a hrot kladívka byla naměřena 4 měření. Celkem tedy bylo provedeno 168 měření. Zesílený signál, který je úměrný kontaktní síle, byl přiveden na osciloskop. Průběh rázové síly a odezvy jednotlivých senzorů pro jednotlivá měření při buzení ve vzdálenosti $x = 80$ mm kladívkem s gumovým hrotem je na obrázku 4.16 a porovnání průběhů pro buzení různými hroty ve stejné vzdálenosti je na obrázku 4.17.



Obrázek 4.16: Průběh rázové síly a odezvy senzorů pro buzení nosníku ve vzdálenosti $x = 80$ mm kladívkem s gumovým hrotem.



Obrázek 4.17: Průběh rázové síly a odezvy senzorů pro buzení nosníku ve vzdálenosti $x = 80$ mm kladívkem s různými hroty.

Z obrázku 4.16 je patrné, že vlivem manuálního provádění experimentů dochází k za-
těžování nosníku silami s různým průběhem. Měření 3 a 4 tak má přibližně poloviční
amplitudu oproti měřením 1 a 2. Rozdíl v průběhu odezev pro měření 1 a 2 může být také
způsoben nepřesným místem buzení při provádění experimentu. Z obrázku 4.17 je zřejmý
jiný charakter buzení při rázech s gumovým hrotem, kdy vlivem hrotu dojde k utlumení
vyšších frekvencí při rázu a výsledkem jsou hladší průběhy rázových sil.

4.3.2 Identifikace rázové síly na základě naměřených dat

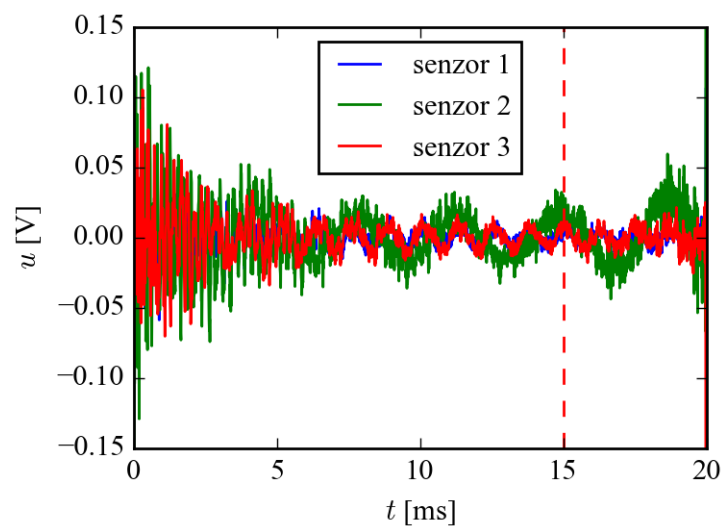
Pro řešení problému identifikace je nejprve nutné vyčíslit přenosové matice v referenčních
místech. Matice byly sestaveny z naměřených dat dle rovnice (4.6), další možností je použití
numerického modelu k výpočtu impulsních odezev [A1]. Přenosové matice byly sestaveny
pro všechna místa buzení, přičemž byla rozlišena měření s použitím jednotlivých hrotů
kladívka. Získané vektory impulsní odezvy jsou zobrazeny na obrázku 4.18. Z obrázku je
patrné, že vektory impulsních odezev jsou s rostoucím časem stále více zašuměné. To je
patrně způsobeno malým počtem těchto členů v matici \mathbf{F} (4.5). Použití metod popsanych
v odstavci 3.2.2 k zvýšení podmíněnosti úlohy se ukázalo jako nevhodné a po provedení
identifikace vedlo k špatným odhadům buzení. Bylo provedeno oříznutí vektoru buzení na
délku 15 ms.

Nejprve byla provedena pouze rekonstrukce rázové síly s uvažováním známého místa
buzení, tedy bez procesu lokalizace. Dekonvoluce byla provedena pomocí Tichonovovy re-
gularizace s nezápornou podmínkou a koeficientem $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$. Výsledky rekonstrukce
pro rázy ve vzdálenosti $x = 80$ mm (měření zobrazena na obrázku 4.17) jsou zobrazeny na
obrázku 4.19 a vyčíslené chyby rekonstrukce jsou uvedeny v tabulce 4.6.

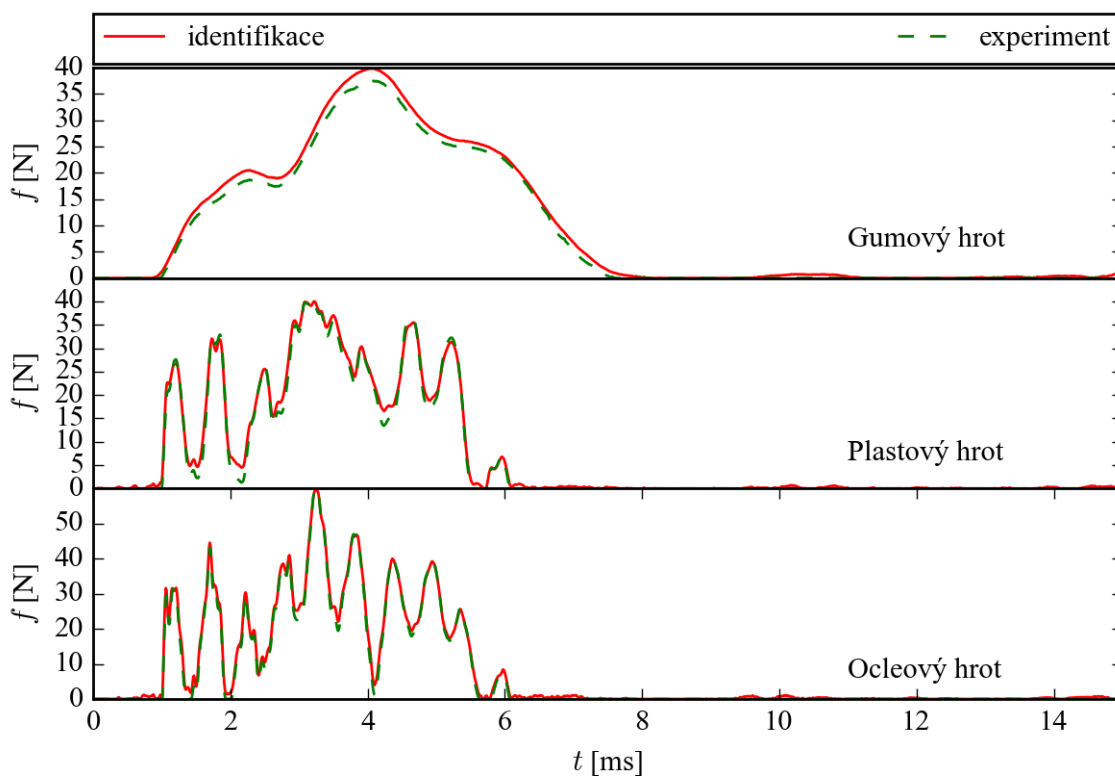
| | gumový hrot | plastový hrot | ocelový hrot |
|-----------|-------------|---------------|--------------|
| e_f [%] | 4.5 | 2.8 | 1.5 |

Tabulka 4.6: Chyby rekonstruované síly pro místo rázu $x = 80$ mm a buzení různými hroty.

Největší chyba rekonstrukce je pro buzení gumovým hrotem. Pro tento typ buzení byly
provedeny rekonstrukce všech měření v daném místě (měření zobrazena na obrázku 4.16).
Výsledky jsou zobrazeny na obrázku 4.20 a chyby rekonstrukce jsou v tabulce 4.7. Z obrázku
je patrné, že pro ostatní měření je chyba rekonstrukce menší. Velikost chyby je patrné

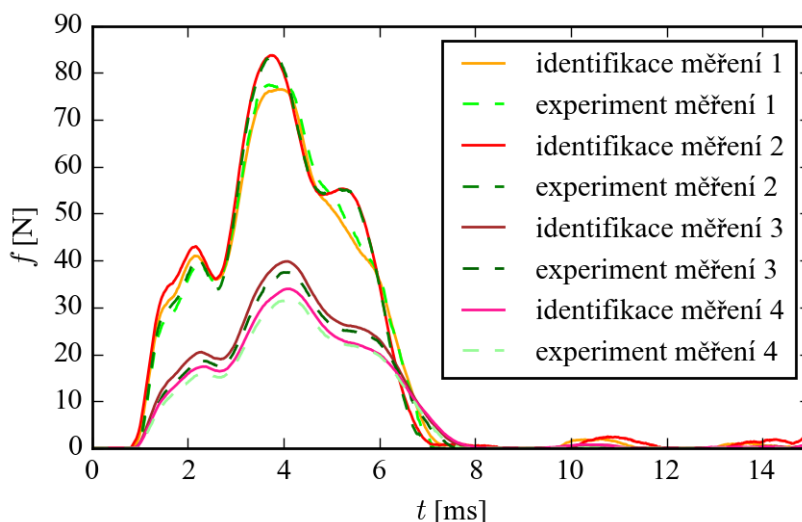


Obrázek 4.18: Získané impulsní odezvy pro místo rázu $x = 80$ mm a buzení ocelovým hrotem.



Obrázek 4.19: Srovnání rekonstruovaných a naměřených sil pro místo buzení $x = 80$ mm.

způsobena mírnou nelinearitou systému a vypočtenými impulsními odezvami, kdy jsou více zohledněna měření s vyšší amplitudou buzení oproti měřením s nižší amplitudou. Získané přenosové matice jsou tak vhodnější pro identifikaci rázů s vyšší amplitudou.

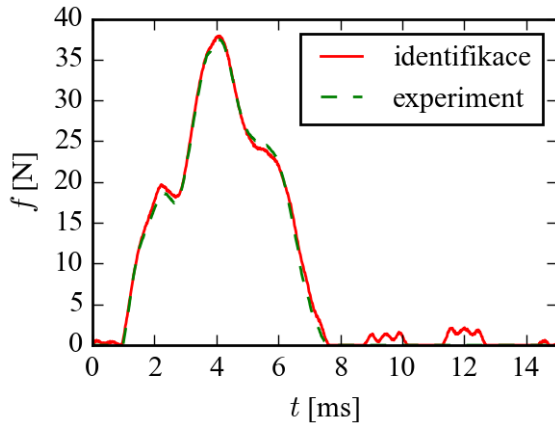


Obrázek 4.20: Srovnání rekonstruovaných a naměřených sil pro místo buzení $x = 80$ mm a buzení gumovým hrotem.

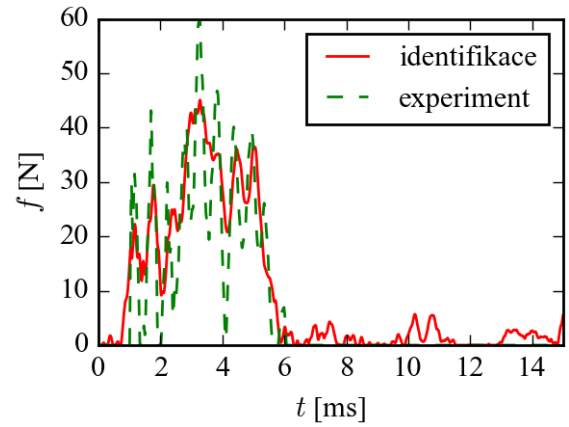
| | měření 1 | měření 2 | měření 3 | měření 4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| e_f [%] | 2.3 | 0.1 | 4.5 | 4.5 |

Tabulka 4.7: Chyby rekonstrukce síly pro místo rázu $x = 80$ mm a buzení gumovým hrotem.

Vliv přenosových matic na proces rekonstrukce je patrný také při použití přenosových matic získaných při měření s ocelovým hrotem pro rekonstrukci rázu s gumovým hrotem a opačně, tedy použití přenosových matic získaných při měření s gumovým hrotem pro rekonstrukci rázu s ocelovým hrotem. Rekonstruované síly jsou zobrazeny na obrázku 4.21. Z obrázku je patrné, že přenosové matice získané z měření ocelovým hrotem lze úspěšně použít i pro rekonstrukci rázů s gumovým hrotem, ale opačný přístup vede k velikým nepřesnostem v identifikované síle. To je patrné způsobeno tím, že impulsní odezva získaná z měření kladívkem s gumovým hrotem neobsahuje vyšší frekvence, které jsou obsaženy v odezvě rázu při buzení ocelovým hrotem.



(a) Buzení gumovým hrotem při použití přenosových matic získaných při buzení ocelovým hrotem



(b) Buzení ocelovým hrotem při použití přenosových matic získaných při buzení gumovým hrotem

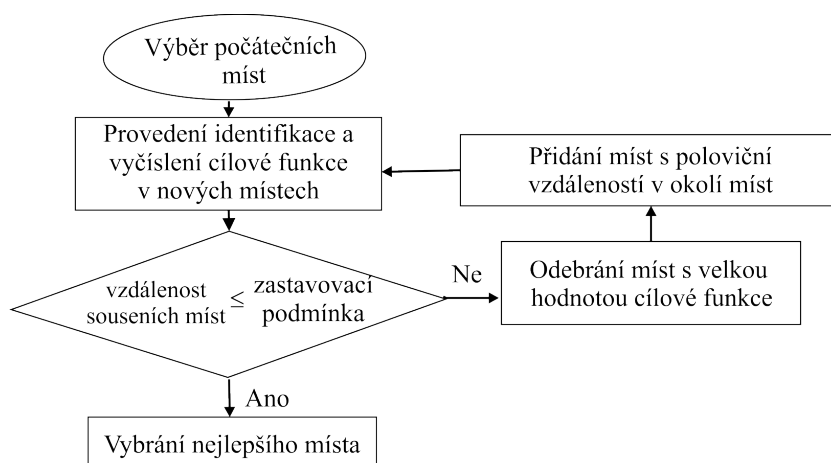
Obrázek 4.21: Identifikované síly pro místo buzení $x = 80$ mm při použití přenosových matic získaných pro buzení jiným hrotem.

Dále byla provedena rekonstrukce a lokalizace postupně po celé délce nosníku. Vzhledem ke komplikovanosti cílové funkce byl navržen iterační algoritmus pro řešení optimalizačního problému lokalizace (4.13). V jednotlivých iteracích algoritmu je zmenšován interval vyhledávání místa rázu, přičemž místa s velkou hodnotou cílové funkce jsou vyřazena z dalších kroků. Běh algoritmu je znázorněn pomocí schematu na obrázku 4.22. Počáteční místa algoritmu byla určena rozdělením nosníku na dva intervaly, podmínka pro odebrání míst byla zvolena

$$r(x) > r_{\min} + \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2}, \quad (4.24)$$

kde r_{\min} resp. r_{\max} označuje minimální resp. maximální hodnotu cílové funkce v daném kroku a zastavovací podmínka velikosti intervalu vyhledávání byla zvolena 1 mm. Pro urychlení výpočtu jednotlivých kroků algoritmu byla při rekonstrukci rázové síly použita metoda SVD (3.11). Pro lokalizované místo rázu pak byla znovu identifikována rázová síla pomocí metody Tichonovovy regularizace s nezápornou podmínkou (3.12) a byla vyčíslena chyba identifikace (4.15). Graf hodnot cílové funkce lokalizace po délce nosníku vyčíslených v průběhu lokalizace pro vybrané buzení ve vzdálenosti $x = 80$ mm gumovým hrotem je

znázorněn na obrázku 4.23a a rekonstruovaná síla pro toto měření je na obrázku 4.23b. Získaná průměrná chyba lokalizace (4.16) po délce nosníku pro jednotlivé typy buzení je znázorněna na obrázku 4.24 a graf průměrné chyby rekonstrukce po délce nosníku je na obrázku 4.25. Celkové průměrné chyby lokalizace a rekonstrukce pro všechna měření daného typu buzení jsou v tabulce 4.8. Na obrázku 4.26 jsou pak zobrazeny identifikované síly s nejmenší (místo buzení $x = 180$ mm) a největší (místo buzení $x = 230$ mm) chybou při buzení ocelovým hrotem.

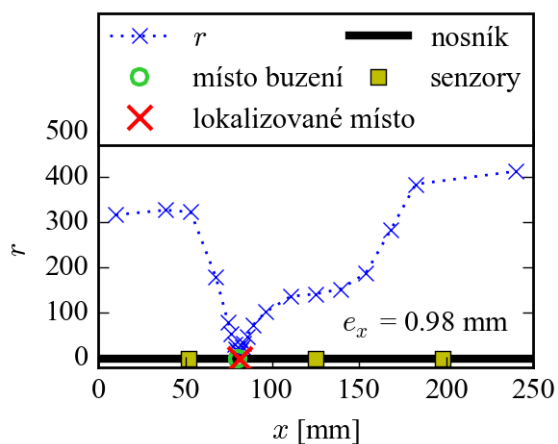


Obrázek 4.22: Schéma průběhu algoritmu lokalizace.

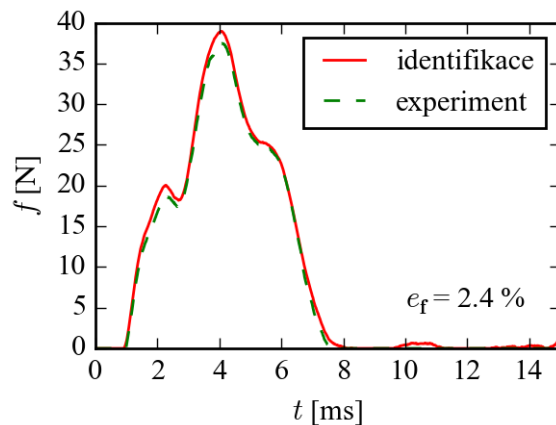
| | gumový hrot | plastový hrot | ocelový hrot |
|------------|---------------|---------------|---------------|
| e_x [mm] | 1.1 ± 1.0 | 0.8 ± 0.9 | 0.9 ± 0.9 |
| e_f [%] | 4.2 ± 3.0 | 3.1 ± 3.6 | 3.1 ± 4.2 |

Tabulka 4.8: Průměrné hodnoty a rozptyly chyb lokalizace a rekonstrukce pro jednotlivé typy buzení (průměrováno 56 měření).

Z grafu na obrázku 4.23a je patrné, že výpočet cílové funkce je s požadovaným krokem prováděn jen v okolí skutečného místa buzení, a tím je snížen čas potřebný k provedení lokalizace. Výsledná identifikovaná síla na obrázku 4.23b odpovídá lépe síle naměřené než při provedení rekonstrukce bez lokalizace (měření 3 na obrázku 4.20), kdy chyba rekonstrukce se snížila z hodnoty 4.5 % na hodnotu 2.4 %. Snížení chyby může být způsobeno nepřesným provedením rázu, kdy skutečné místo rázu více odpovídá lokalizovanému než uvažovanému místu. Průměrné hodnoty chyby lokalizace (obrázek 4.24) jsou u většiny míst

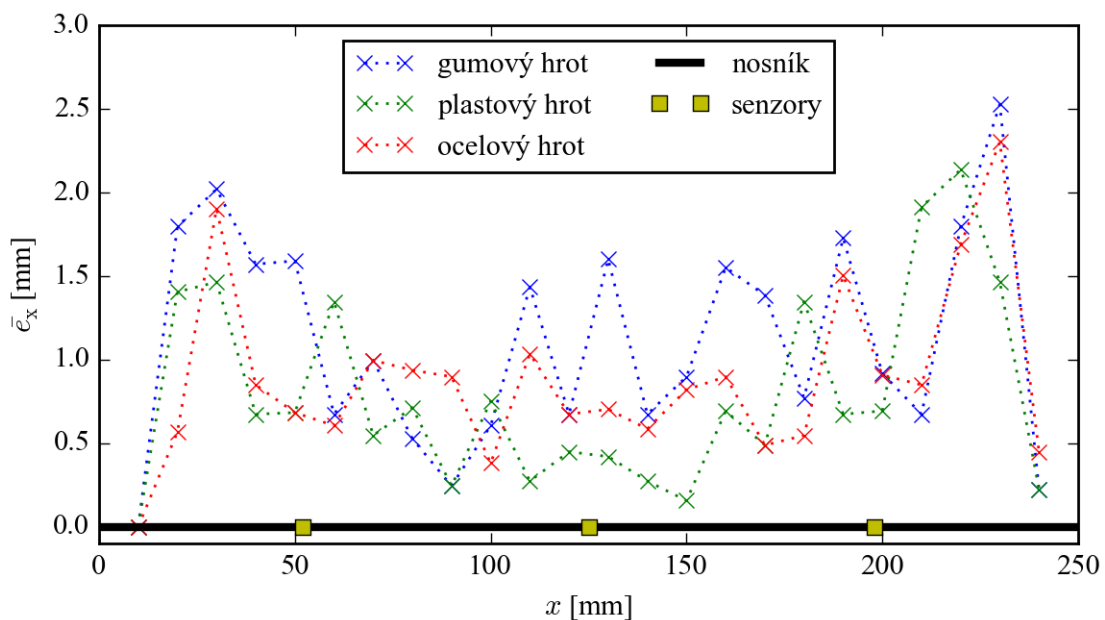


(a) Cílová funkce lokalizace

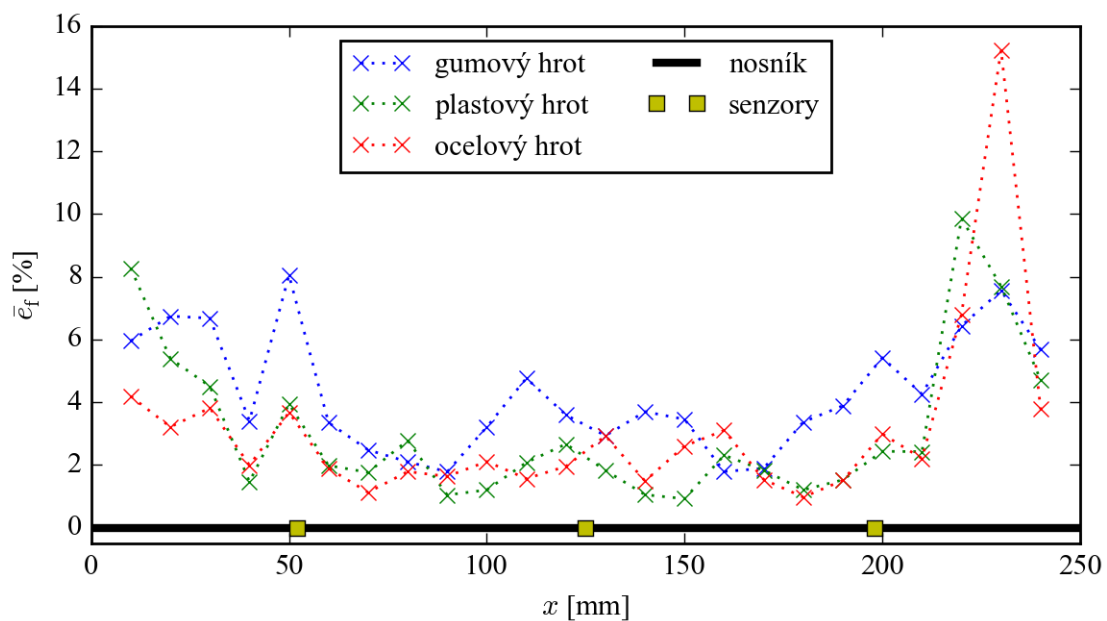


(b) Rekonstruovaná síla

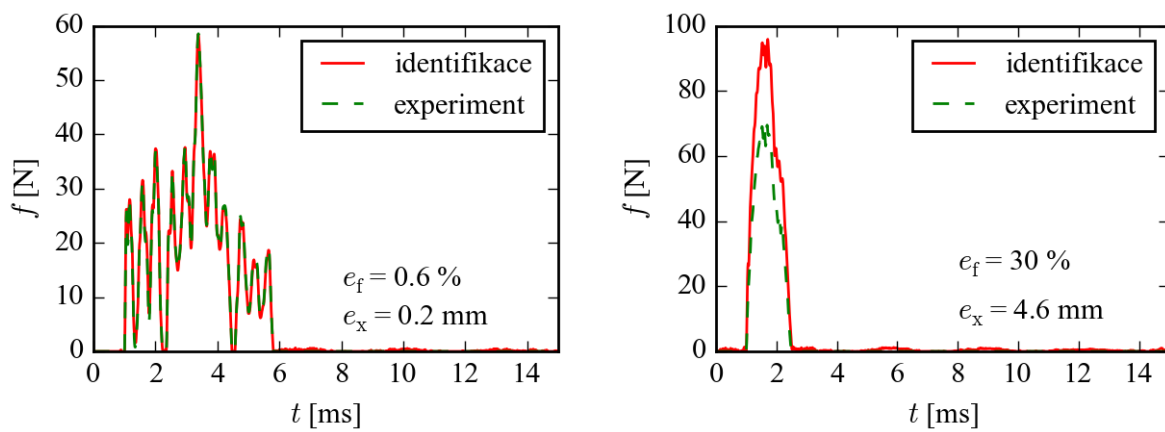
Obrázek 4.23: Vyčíslené hodnoty cílové funkce pro rázy ve vzdálenosti $x = 80$ mm kladív-
kem s gumovým hrotem a rekonstruovaná síla pro toto měření.



Obrázek 4.24: Průměrná chyba lokalizace po délce nosníku (průměr 4 měření).



Obrázek 4.25: Průměrná chyba rekonstrukce po délce nosníku (průměr 4 měření).



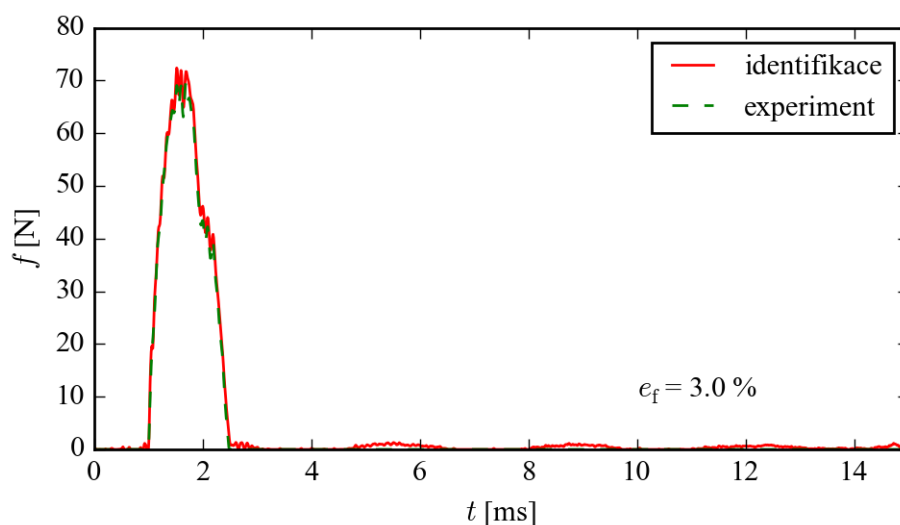
(a) Nejmenší chyba ($x = 180$ mm)

(b) Největší chyba ($x = 230$ mm)

Obrázek 4.26: Identifikované síly s nejmenší a největší chybou pro buzení ocelovým hrotem.

nižší než zvolená zastavovací podmínka (1 mm), horších výsledků je dosahováno na krajích nosníku.

Z grafu průměrné chyby rekonstrukce na obrázku 4.25 je patrné, že pro buzení gumovým hrotem bylo dosaženo horších výsledků oproti buzení ostatními hroty. Nejvyšší chyby rekonstrukce však bylo dosaženo pro rázy ve vzdálenosti $x = 230$ mm při buzení ocelovým hrotem, které je zobrazeno na obrázku 4.26b, kdy bylo dosaženo chyby rekonstrukce $e_f = 30$ %. Pro ostatní měření s vyšší amplitudou buzení v tomto místě byla chyba rekonstrukce rovna 3 %. Opakuje se zde jev ukázaný na obrázku 4.20 pro rekonstrukci bez lokalizace, kdy pro buzení s vyšší amplitudou je dosaženo lepších výsledků. V případě identifikace s lokalizací je chyba dále dána nepřesnou lokalizací rázu ($e_x = 4.6$ mm). Velkým rozdílem hodnot pro jednotlivá místa měření odpovídá i poměrně vysoká hodnota směrodatné odchylky v tabulce 4.8 vzhledem k průměrným hodnotám. Při provedení rekonstrukce bez lokalizace, tedy pro uvažované místo buzení $x = 230$ mm, je chyba rekonstrukce $e_f = 3.0$ % a rekonstruovaná síla je na obrázku 4.27.



Obrázek 4.27: Rekonstruovaná síla pro místo buzení $x = 230$ mm a buzení ocelovým hrotem.

4.4 Identifikace parametrů rázu kuličky na kompozitovém nosníku

Metoda identifikace rázové síly byla využita při identifikaci parametrů nízko-rychlostního rázu ocelové kuličky na kompozitový nosník. Cílem úlohy bylo určit rychlost rázu a hmotnost kuličky volně vržené na nosník pomocí odezev senzorů upevněných na nosníku. Identifikovaná síla byla srovnána s numerickým modelem, pro který byly optimalizovány parametry rázu.

Byly použity dvě kuličky o různých hmotnostech a dvě různé výšky vrhu, ze kterých byly kuličky pouštěny volným pádem. Výšky vrhu, hmotnosti a uvažované mechanické vlastnosti kuliček jsou v tabulce 4.9. Schéma sestaveného experimentu je zobrazeno na obrázku 4.14.

| Kulička 1 | Kulička 2 | Materiálové charakteristiky | | | Výšky vrhu | |
|-----------|-----------|-----------------------------|---------|-----------------------------|------------|------------|
| m_1 [g] | m_2 [g] | E_r [GPa] | ν_r | ρ [kg/m ³] | h_1 [mm] | h_2 [mm] |
| 16.30 | 54.89 | 210.0 | 0.3 | 7800.0 | 50.0 | 80.0 |

Tabulka 4.9: Hmotnosti a materiálové charakteristiky kuliček; výšky vrhu.

4.4.1 Numerický model

Pro identifikaci hmotnosti kuličky a výšky, ze které byly kuličky vrženy, byl sestaven parametrický MKP model celé úlohy v programu MSC.Marc. Model byl sestaven s požadavkem minimalizace výpočetního času vzhledem k tomu, že byl dále použit k optimalizaci parametrů. Nosník byl modelován pomocí čtyřuzlových skořepinových prvků, přičemž vliv piezoelektrických měničů na změnu mechanických vlastností nosníku nebyl uvažován. Skutečné vetknutí nosníku nebylo ideálně tuhé, a proto uzlům v místě vetknutí byla umožněna rotace kolem osy z (obrázek 4.28). Tento stupeň volnosti byl pak vázán k rámu pomocí pružiny jejíž tuhost byla stanovena tak, aby vlastní frekvence nosníku a modelu byly shodné.

Kulička byla reprezentována jedním osmiuzlovým prvkem typu „brick“ a kontakt kuličky s nosníkem byl modelován pomocí nelineární pružiny. Chování pružiny lze popsat vztahem [7]

$$f = k \cdot \alpha^n, \quad (4.25)$$

kde f je kontaktní síla, α je indentace razníku a k je tuhost pružiny definovaná pouze v tlaku vzorcem

$$k = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{R}}{\frac{1-\nu_r^2}{E_r} + \frac{1}{E_2}} \quad \text{pro } f \geq 0, \quad (4.26)$$

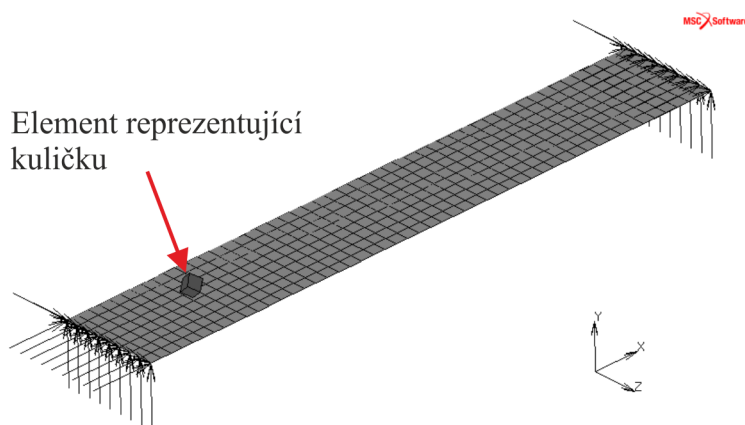
$$k = 0 \quad \text{pro } f < 0,$$

kde R je poloměr razníku a ostatní materiálové parametry jsou uvedeny v tabulce 4.5 a tabulce 4.9. Pro exponent n ve vztahu (4.25) je v literatuře [7] udávána hodnota $n = 1.5$. Tato hodnota byla upravena na základě podrobného modelu kontaktu [A2].

Prvek reprezentující kuličku byl modelován v poloze při dopadu a počáteční rychlost prvku byla rovna dopadové rychlosti kuličky určené

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (4.27)$$

kde g je tíhové zrychlení. Síť modelu je zobrazena na obrázku 4.28.

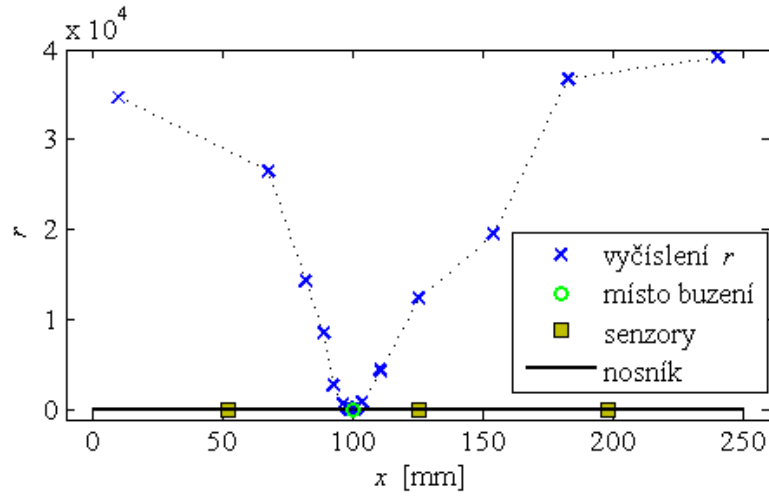


Obrázek 4.28: MKP model nosníku a zjednodušený model kuličky.

Úloha byla uvažovaná jako transientní, s délkou časového kroku $\Delta t = 0.01$ ms odpovídající upravené vzorkovací frekvenci naměřených dat. Celková doba analýzy byla 1 ms. Doba výpočtu byla volena kratší než doba rekonstrukce kontaktní síly vzhledem k faktu, že rekonstruovaná síla nabývala významných amplitud jen v počátku intervalu. Celá úloha byla modelována jako parametrická s parametry x , m a v reprezentujícími polohu kuličky, její hmotnost a dopadovou rychlost. Z úlohy byla vyhodnocena indentace razníku na základě posunu uzlů a následně vypočten průběh kontaktní síly \mathbf{f}^{MKP} dle (4.25). Celé namodelování úlohy dle zadaných parametrů, výpočet a vyhodnocení bylo řízeno automaticky z prostředí *Matlab*.

4.4.2 Získané výsledky

Vyhodnocení naměřených dat bylo provedeno v několika krocích. K rekonstrukci byly použity přenosové matice \mathbf{G}^o z měření pomocí rázového kladívka. Takto byl získán soubor přenosových matic pro body podél nosníku s rozestupem 10 mm. Dále byly zpracovány signály naměřené při rázu kuliček. Ze signálů získaných pro každou kuličku byla rekonstruována rázová síla $\hat{\mathbf{f}}$ a místo rázu \hat{x} dle (4.13). Příklad lokalizace pro ráz kuličky 1 vržené v místě $x = 100$ mm z výšky $h = 50$ mm je na obrázku 4.29 a rekonstruovaná kontaktní síla je na obrázku 4.30.

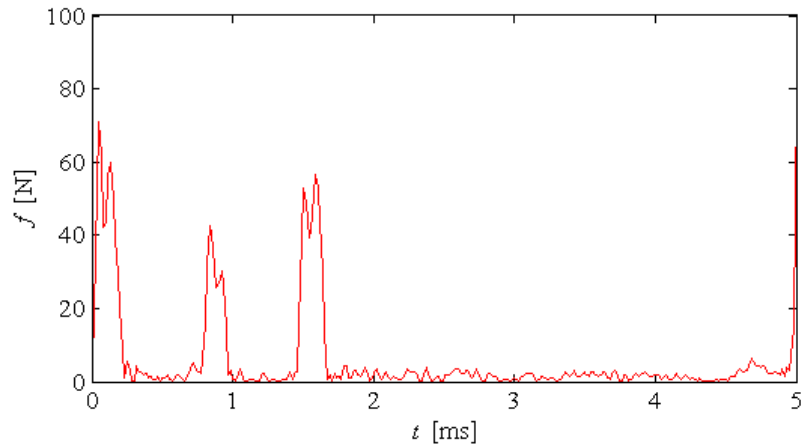


Obrázek 4.29: Průběh hodnot cílové funkce r (4.13) po délce nosníku pro ráz kuličky 1 vržené v místě $x = 100$ mm z výšky $h = 50$ mm.

Takto identifikovaná rázová síla byla srovnána s kontaktní silou z numerického modelu \mathbf{f}^{MKP} pro dané parametry hmotnosti a rychlosti kuličky. Samotná identifikace parametrů pak byla provedena v prostředí *Matlab* pomocí gradientní optimalizační metody. Optimalizační funkce byla definována

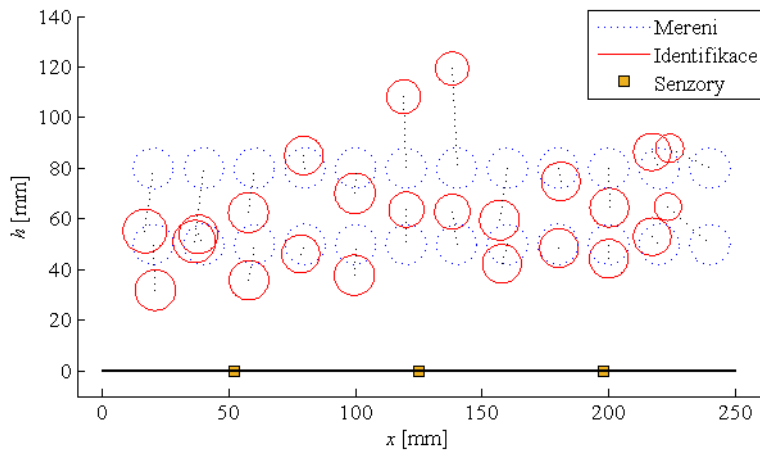
$$e^{\text{KUL}} = \min_{v,m} \left\| \hat{\mathbf{f}} - \mathbf{f}^{\text{MKP}}(v, m) \right\|^2. \quad (4.28)$$

Výsledkem optimalizace byly hmotnost a rychlost kuličky. Spolu s lokalizovaným místem dopadu tak byly získány celkem tři parametry rázu. Tyto parametry jsou zobrazeny v grafech na obrázcích 4.31 a 4.32. Jednotlivá měření jsou v grafech reprezentována dvojicí kružnic, jejichž středy jsou spojeny. Čárkovaná kružnice odpovídá parametrům provedeného měření, plná kružnice pak identifikovaným parametrům. Souřadnice středu kružnice

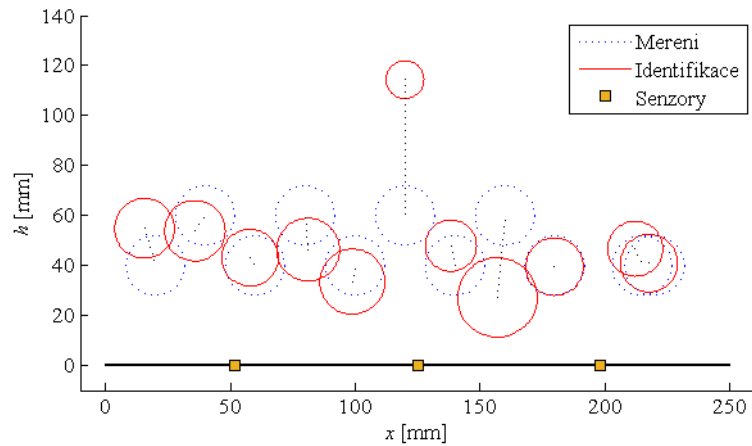


Obrázek 4.30: Rekonstruovaná kontaktní síla pro ráz kuličky 1 vržené v místě $x = 100$ mm z výšky $h = 50$ mm.

odpovídá souřadnici dopadu a výšce vrhu, poloměr kružnice odpovídá poloměru kuličky, která by měla identifikovanou hmotnost. Srovnání skutečných a identifikovaných parametrů pro ráz kuličky 1 vržené v místě $x = 100$ mm z výšky $h = 50$ mm je v tabulce (4.10).



Obrázek 4.31: Identifikované parametry - kulička 1.



Obrázek 4.32: Identifikované parametry - kulička 2.

| | Místo dopadu x [mm] | Hmotnost m [g] | Výška vrhu h [mm] |
|------------------------|--------------------------|---------------------|------------------------|
| Naměřené hodnoty | 100.0 | 16.3 | 50.0 |
| Identifikované hodnoty | 99.5 | 16.6 | 37.5 |

Tabulka 4.10: Srovnání skutečných a identifikovaných parametrů pro ráz kuličky 1.

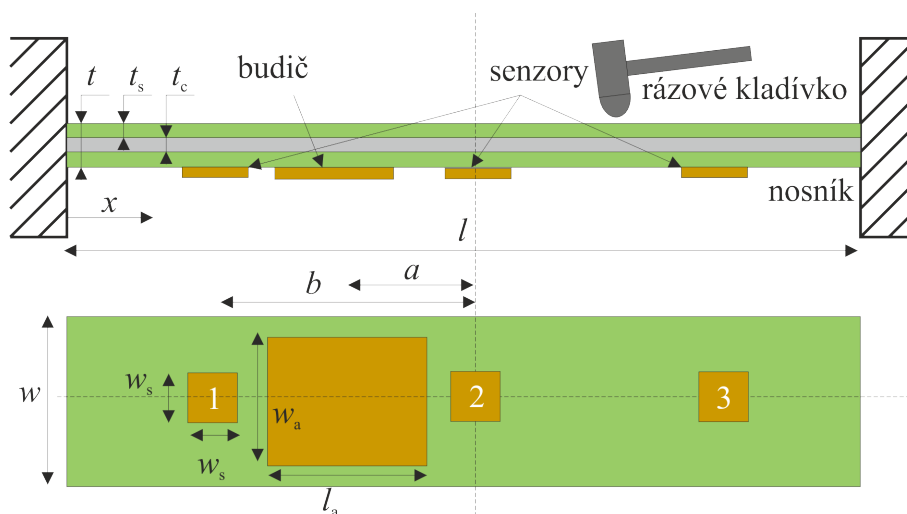
4.5 Identifikace rázové síly na sendvičovém nosníku s přidaným buzením

Možnosti identifikační metody v případě identifikace na buzené struktuře byly ověřeny na sendvičovém nosníku. Elastické vlastnosti nosníku nebyly známy a celý proces identifikace byl založen na experimentálním měření. Nosník byl buzen pomocí piezoelektrického prvku, na který byl přiveden signál složený z lineární kombinace funkcí sinus. Toto buzení bylo provedeno za účelem simulování provozního zatížení součásti.

4.5.1 Experiment

Sendvičový nosník délky l je tvořen potahy ze skelného laminátu tloušťky t_s a z pěnového jádra tloušťky t_c . Na sendvičový nosník byly připevněny čtyři piezoelektrické měniče. Tři z nich (*PI P-876/SP1*) byly použity jako senzory a jeden jako budič (*PI P-876/A12*). Napětí

na piezoelektrickém měničích bylo úměrné deformaci dolního potahu v rovině senzoru. Nosník byl upnut na obou koncích. Důležité rozměry úlohy jsou v tabulce 4.11. Schéma sestaveného experimentu je na obrázku 4.33 a fotografie experimentu je na obrázku 4.34.



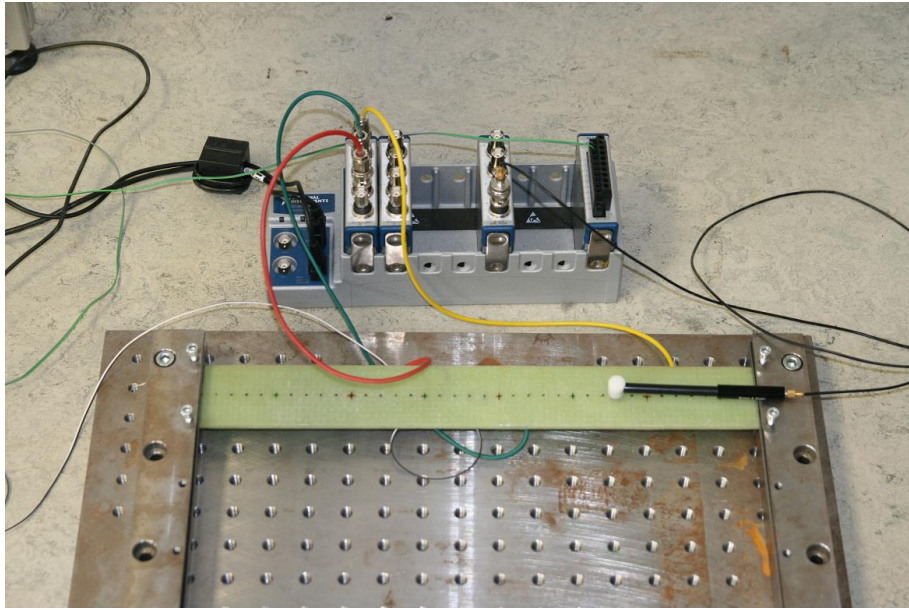
Obrázek 4.33: Schéma experimentu.

| rozměry | l | w | t | t_s | t_c | a | b | w_s | w_a | l_a |
|---------|-------|------|-----|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|
| [mm] | 375.0 | 50.0 | 4.5 | 1.5 | 1.5 | 25.0 | 90.1 | 10.0 | 30.0 | 50.0 |

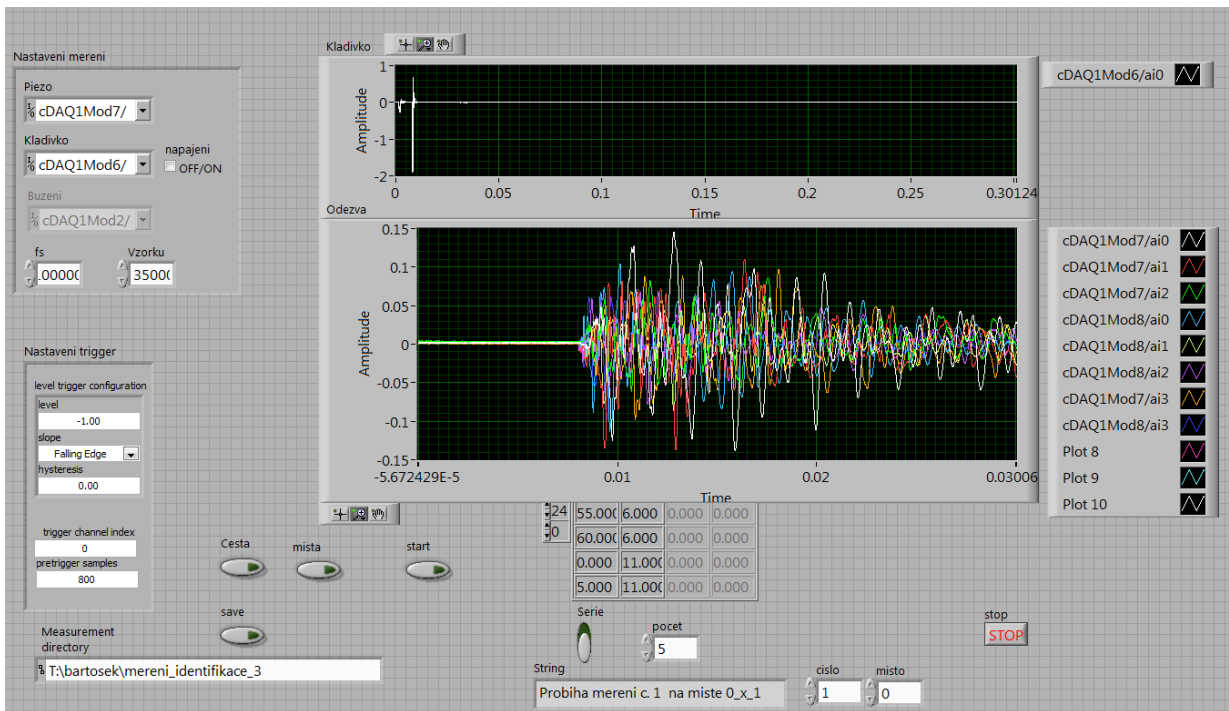
Tabulka 4.11: Rozměry sendvičového nosníku (obrázek 4.33).

Nosník byl buzen dvěma způsoby. Nejdříve byl zatížen pouze rázovým kladívkem (*B&K 8204*) postupně po délce nosníku s krokem 1 cm. Pro každý bod bylo provedeno celkem šest měření. Signály z piezoelektrických snímačů a z rázového kladívka byly snímány společně pomocí měřicího zařízení (*NI CompactDAQ*) se vzorkovací frekvencí $f_s = 51.2$ kHz. Pro snadné spouštění úlohy a manipulaci s naměřenými daty, byl vytvořen program v prostředí *LabView* s uživatelským rozhraním (obrázek 4.35). Příklad naměřených dat je na obrázku 4.36a.

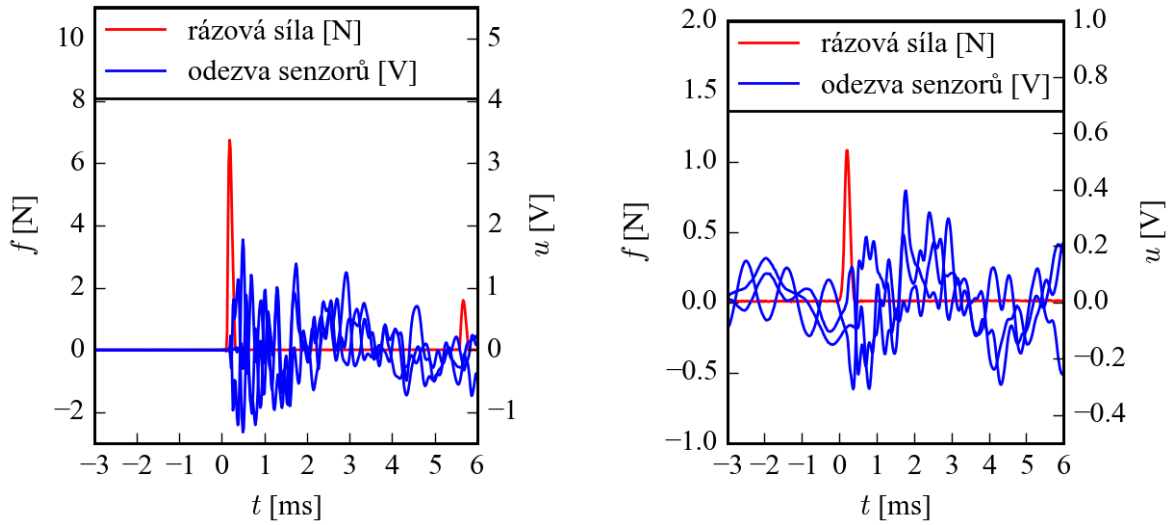
Dále byl nosník buzen pomocí piezoelektrického budiče a současně byly provedeny rázy kladívkem. Na piezoelektrický budič bylo postupně přivedeno napětí ve tvaru tří funkcí, které jsou uvedeny v tabulce 4.12. Rázy kladívkem byly provedeny postupně po délce nosníku s krokem 1 cm a pro každý bod byly provedeny tři měření. Příklad naměřených dat je na obrázku 4.36b.



Obrázek 4.34: Sestavený experiment.



Obrázek 4.35: Uživatelské rozhraní programu vytvořeného v prostředí *LabView*.



(a) Buzení pouze kladívkem

(b) S buzením pomocí piezoměniče

Obrázek 4.36: Příklad naměřeného signálu při rázu kladívkem ve vzdálenosti $x = 14$ cm.

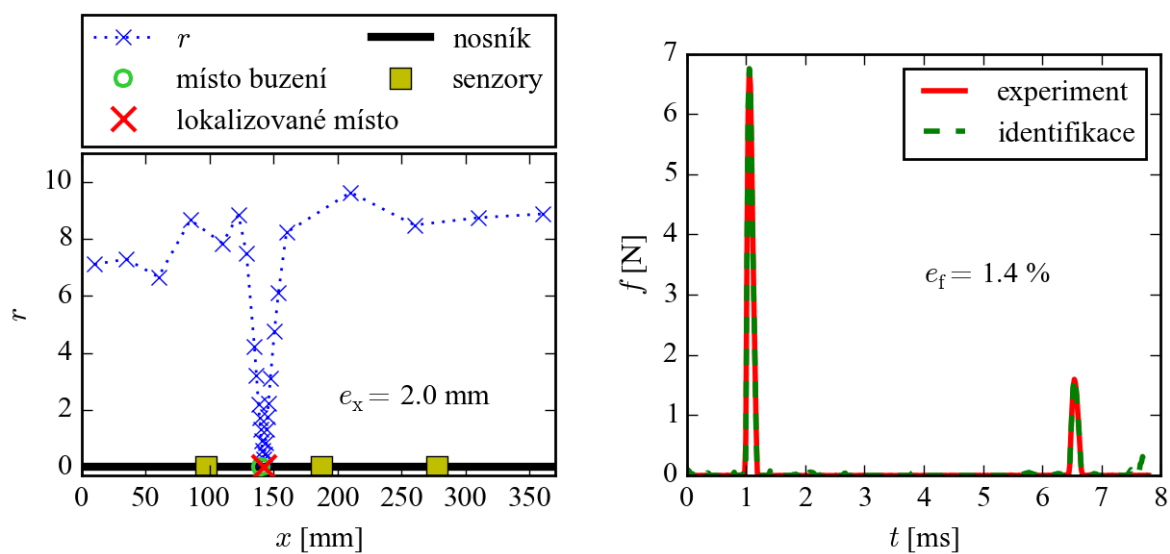
| | |
|------------|---|
| Referenční | $p_0 = 0$ |
| 1 | $p_1 = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 250 \cdot t)$ |
| 2 | $p_2 = 100 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 900 \cdot t)$ |
| 3 | $p_3 = p_1 + p_2$ |

Tabulka 4.12: Funkce elektrického napětí [V] použité pro buzení nosníku.

4.5.2 Identifikace na nosníku buzeným pouze rázovou silou

Možnost identifikovat rázovou sílu na sendvičové struktuře byla ověřena z měření bez buzení piezoelektrickým prvkem. Přenosové matice byly určeny pro každý bod z prvních třech měření dle (4.4). Pro zbylá tři měření byla rekonstruována rázová síla $\hat{\mathbf{f}}$ a místo rázu \hat{x} dle (4.13). Tyto hodnoty byly srovnány s naměřenou rázovou silou \mathbf{f} a skutečným místem rázu x a byly stanoveny chyby rekonstrukce rázové síly (4.15) a chyby lokalizace (4.16).

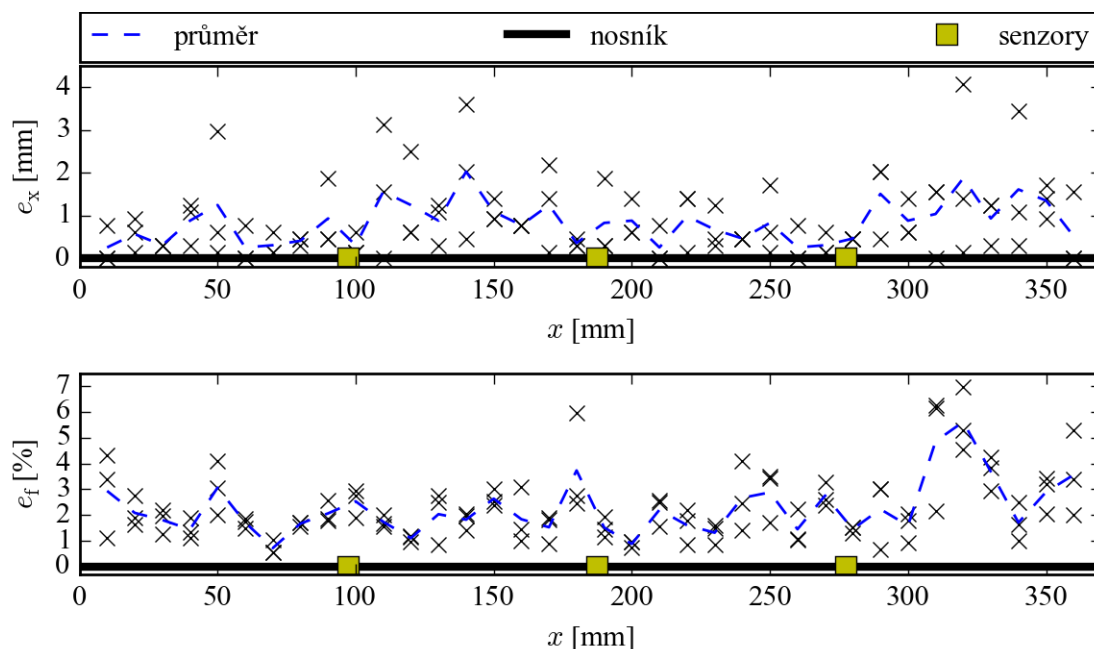
Příklad lokalizace rázu pro buzení rázovým kladívkem v místě $x = 14$ cm je na obrázku 4.37a a rekonstruovaná kontaktní síla je na obrázku 4.37b. Graf chyby identifikace podél osy nosníku je zobrazen na obrázku 4.38.



(a) Hodnoty cílové funkce lokalizace

(b) Srovnání rekonstruované a naměřené síly

Obrázek 4.37: Vyčíslené hodnoty cílové funkce lokalizace (4.13) a srovnání rekonstruované a naměřené síly pro buzení v místě $x = 14$ cm na nosníku bez buzení.



Obrázek 4.38: Průběh chyb identifikace pro nosník bez buzení.

4.5.3 Identifikace na nosníku buzeném piezoelektrickým prvkem

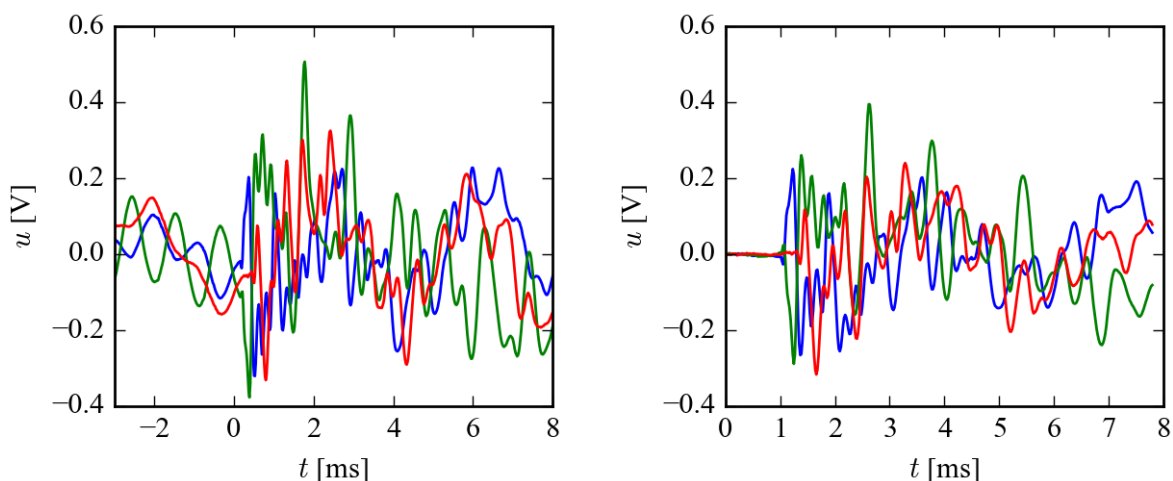
Dále byla provedena identifikace rázové síly pro nosník buzený piezoelektrickým prvkem. V naměřeném signálu je složka od tohoto typu buzení nezanedbatelná vůči složce od buzení rázovým kladívkem, a proto provedení identifikace přímo na naměřeném signálu není možné. Nelze ani provést identifikaci s přenosovými maticemi získanými ze signálů na buzeném nosníku, jelikož rázový děj může nastat s různým fázovým zpožděním oproti periodickému buzení. Naměřená data byla proto upravena před identifikací za účelem odstranění složky signálu odpovídající buzení piezoelektrickým prvkem. Tato složka signálu byla uvažována ve tvaru

$$\mathbf{n}^s = \sum_{i=1}^I \mathbf{n}_i = \sum_{i=1}^I (Y_i^s \cdot \sin(\omega_i^s \cdot \mathbf{t} + \phi_i^s)), \quad (4.29)$$

kde \mathbf{t} je časový vektor naměřeného signálu před rázovou událostí. Jednotlivé harmonické složky \mathbf{n}_i byly ze signálu odebírány v iteračním procesu, dokud nebylo dosaženo požadovaného vyhlazení signálu před rázovou událostí. Parametry Y_i^s , ω_i^s a ϕ_i^s byly hledány v i -tém kroku iterace pro každý senzor pomocí optimalizace

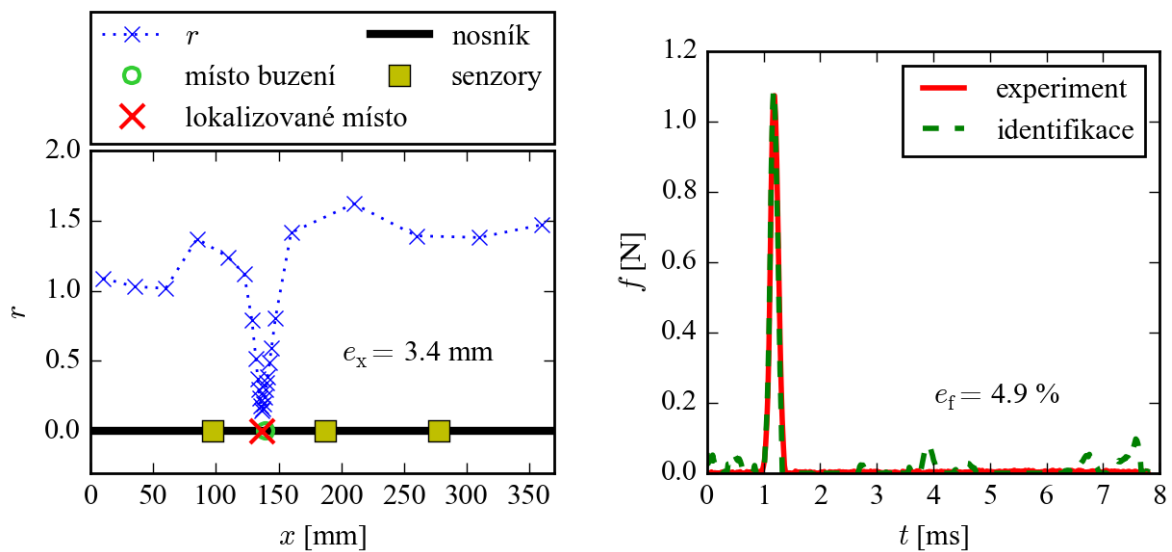
$$\min_{Y_i^s, \omega_i^s, \phi_i^s} \|\mathbf{u}^s - \mathbf{n}_i^s\|^2. \quad (4.30)$$

Příklad naměřeného signálu a upraveného signálu získaného po jeho zpracování při rázu kladívkem ve vzdálenosti $x = 14$ cm a buzení nosníku funkcí p_3 je na obrázku 4.39.



Obrázek 4.39: Příklad naměřeného (vlevo) a upraveného (vpravo) signálu.

Samotná identifikace na upravených signálech proběhla podobně jako pro nosník bez buzení. Byly použité stejné přenosové matice a pro každé měření byla rekonstruované rázová síla a místo rázu. Průběh hodnot cílové funkce r po délce nosníku, které byly vyčísleny v průběhu lokalizace, je na obrázku 4.40a a srovnání rekonstruované rázové síly s naměřenou silou je na obrázku 4.40b. Dále byly určeny chyby rekonstrukce po délce nosníku. Průměrné hodnoty chyb pro jednotlivé body měření a pro každou funkci buzení jsou zobrazeny v grafech na obrázku 4.41.

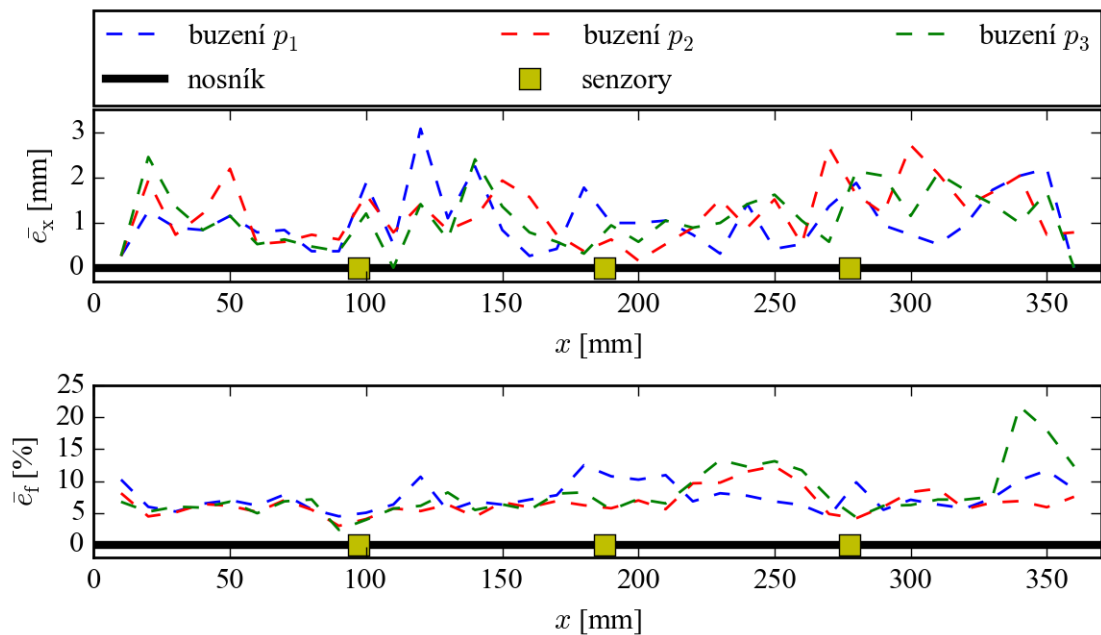


(a) Průběh hodnot cílové funkce r po délce nosníku (b) Porovnání změřené a identifikované síly

Obrázek 4.40: Průběh cílové funkce lokalizace r (4.13) a srovnání naměřené a identifikované síly při rázu kladívkem ve vzdálenosti $x = 14$ cm na buzeném nosníku funkcí p_3 .

4.6 Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na nosníkové struktuře

Z výsledků je patrné, že identifikační metoda založená na dekonvoluci měřeného signálu v časové oblasti může být úspěšně použita na různých nosníkových kompozitových strukturách. Metoda může sloužit k přímé rekonstrukci rázové síly a lokalizaci rázu, případně ke stanovení jiných parametrů srovnáním s numerickým modelem. Dále byla ověřena možnost identifikace rázové síly na nosníku buzeném zároveň piezoelektrickým členem a rázy, při-



Obrázek 4.41: Průběh chyb identifikace pro nosník buzený piezoelektrickým prvkem.

čemž složka signálu od buzení piezoelektrickým členem byla ze signálu odebrána. Následně identifikované místo rázu dosahuje chyby do 3 mm a identifikovaná rázová síla dosahuje chyby do 10 % pro většinu rázů. Odchytky mohly vzniknout zanedbáním možných nelinearit způsobených přilepením senzorů, pohybem vodičů, skrytými vadami materiálu a případným vzniklým poškozením a dále nepřesným provedením experimentů (nepřesné poklepání kladívkem, nepřesný vrh kuličky), případně nedostatečným potlačením složky signálu od buzení piezoelektrickým členem, či jiným zkreslením signálu např. elektromagnetickým šumem. Dosažené výsledky lze shrnout:

- Metoda byla ověřena na nosníkových kompozitových strukturách.
- Byla dosažena dobrá shoda identifikovaných a skutečných veličin.
- Byla ověřena možnost identifikace dalších veličin srovnáním s numerickým modelem.
- Byla dosažena dobrá přesnost lokalizace a dostatečná přesnost rekonstrukce na nosníku s přidáním buzením pomocí piezoelektrického měniče.
- Možné odchytky mohly být způsobeny zanedbáním nelinearit, nepřesným provedením experimentů nebo zkreslením signálu.

Kapitola 5

Rekonstrukce a lokalizace na skořepinové struktuře

Skořepinové struktury, tedy struktury, pro které je tloušťka součásti mnohem menší než ostatní rozměry, jsou často používaným konstrukčním řešením při navrhování součástí z kompozitních materiálů s průběžnými vlákny. Problém vzniku delaminace při nízkorychlostním rázu na těchto strukturách je pak hlavní motivací pro vývoj metod identifikace a lokalizace v rámci SHM systémů. V následující kapitole je provedeno rozšíření metod použitých v předchozí kapitole na skořepinové struktury a jejich ověření pomocí experimentu.

5.1 Rozšíření metody rekonstrukce a lokalizace na skořepinovou strukturu

Hlavní principy metody rekonstrukce a lokalizace rázového zatížení na skořepinové struktuře jsou stejné jako metody použité na nosníkové struktuře popsané v odstavci 4.1. Pro formální správnost zápisu jednotlivých vztahů je nutné nahradit délkovou souřadnici nosníku x obecným polohovým vektorem $\mathbf{x} = [x, y]^T$ u rovinných problémů a vektorem $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ u problémů prostorových při zakřivení skořepiny.

Chybu rekonstrukce rázové síly můžeme uvažovat stejnou jako u nosníkových struktur definovanou vztahem (4.15). Chybu lokalizace pro lokalizované místo $\hat{\mathbf{x}}$ oproti skutečnému místu buzení \mathbf{x} lze předefinovat

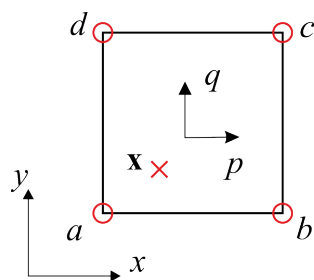
$$e_x = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|. \quad (5.1)$$

Další změnou je použití interpolačních funkcí k výpočtu přenosových matic v bodech mezi referenčními místy. Při uvažování čtyřúhelníkové sítě referenčních bodů lze přibližně vyjádřit přenosovou matici $\mathbf{G}^{\mathbf{x}s}$ v bodě mezi referenčními místy a , b , c a d (obrázek 5.1) pomocí bi-lineární aproximace jako

$$\mathbf{G}^{\mathbf{x}s} = \sum_i h_i(p, q) \cdot \mathbf{G}^{is}, \quad i = a, b, c, d \quad (5.2)$$

kde parametry $p \in \langle -1, 1 \rangle$ a $q \in \langle -1, 1 \rangle$ a $h_i(p, q)$ jsou bilineární interpolační funkce definované

$$\begin{aligned} h_a &= \frac{1}{4}(1-p)(1-q) \\ h_b &= \frac{1}{4}(1+p)(1-q) \\ h_c &= \frac{1}{4}(1+p)(1+q) \\ h_d &= \frac{1}{4}(1-p)(1+q). \end{aligned} \quad (5.3)$$



Obrázek 5.1: Bi-lineární interpolace na čtyřúhelníkové oblasti referenčních bodů.

Souřadnice bodu $\mathbf{x} = [x, y]^T$ odpovídající parametrům p a q lze vyjádřit

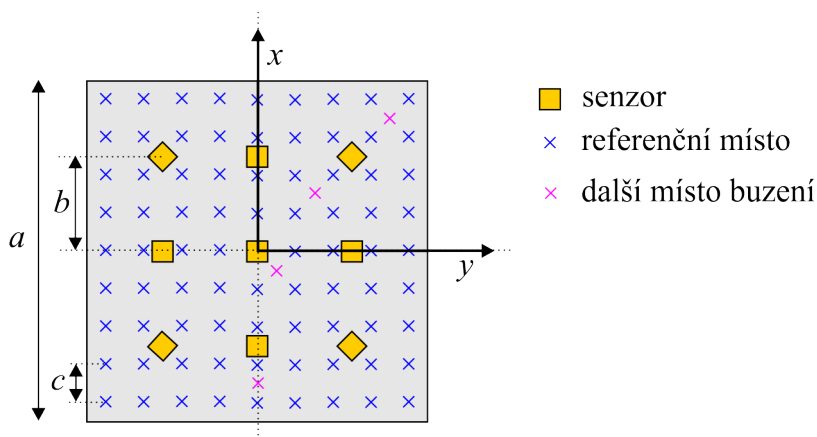
$$\begin{aligned} x &= \sum_i h_i(p, q) \cdot x_i, \\ y &= \sum_i h_i(p, q) \cdot y_i, \quad i = a, b, c, d. \end{aligned} \quad (5.4)$$

5.2 Rekonstrukce a lokalizace na kompozitové desce

Ověření metody na skořepinové struktuře lze provést provedením experimentu nebo jeho simulováním pomocí numerického modelu [A5]. V následujícím odstavci je popsána experimentální identifikace a lokalizace rázové síly na kompozitové desce.

5.2.1 Popis experimentálního měření

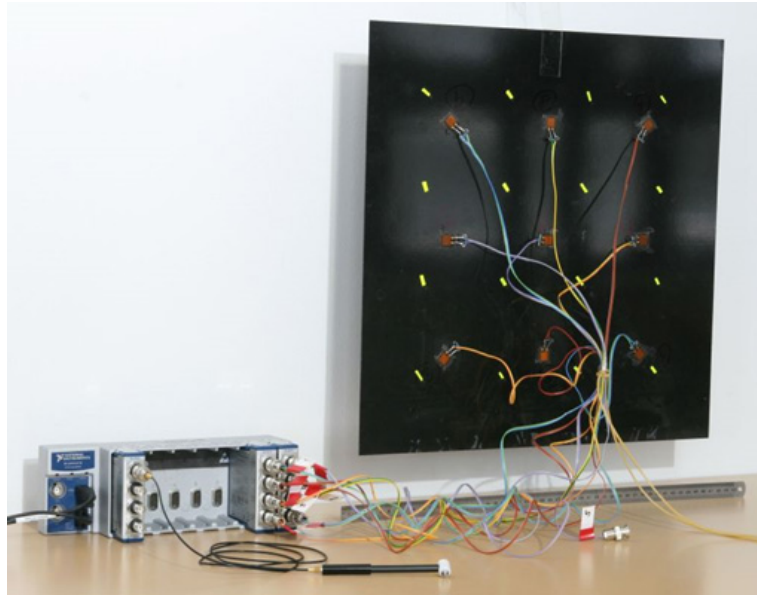
Čtvercová deska s hranou délky a a tloušťkou t je tvořena uhlíkovou tkaninou s plátnovou vazbou a epoxidovou matricí. Poměr množství vláken ve směrech x a y je 90/10. Na desku bylo přilepeno devět piezoelektrických měničů (*PI P-876.SP1*). Deska byla zavěšena pomocí lepicí pásky kvůli minimalizování vlivu okrajových podmínek. Deska byla nejdříve buzena rázovým kladívkem (*B&K 8204*) v 81 referenčních místech pro určení impulsních odezev a sestavení přenosových matic, přičemž pro každé místo byla provedena vždy 3 měření, celkem tedy bylo provedeno 243 měření. Dále byly vybrány čtyři body buzení mimo referenční místa, pro které bylo provedeno vždy jedno „neznámé“ měření. Měření rázové síly a odezev sensorů bylo snímáno se vzorkovací frekvencí $f_s = 51.2$ kHz pomocí měřicího zařízení *NI CompactDAQ*. Celé měření bylo ovládáno pomocí programu sestaveného v programovacím prostředí LabView. Fotografie resp. schéma experimentu je na obrázku 5.3 resp. 5.2 a rozměry desky a poloha sensorů jsou uvedeny v tabulce 5.1. Příklad naměřených signálů pro místo buzení $\mathbf{x} = [150, -150]^T$ mm je znázorněn na obrázku 5.4.



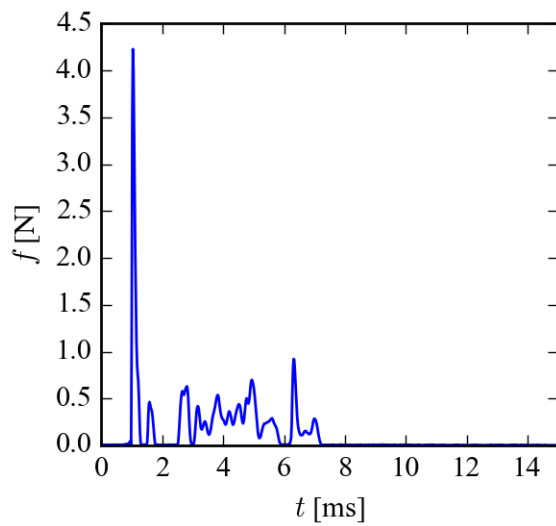
Obrázek 5.2: Schéma experimentu identifikace na kompozitové desce.

| rozměry | a | b | c | t |
|---------|-------|-------|------|-----|
| [mm] | 450.0 | 125.0 | 50.0 | 1.5 |

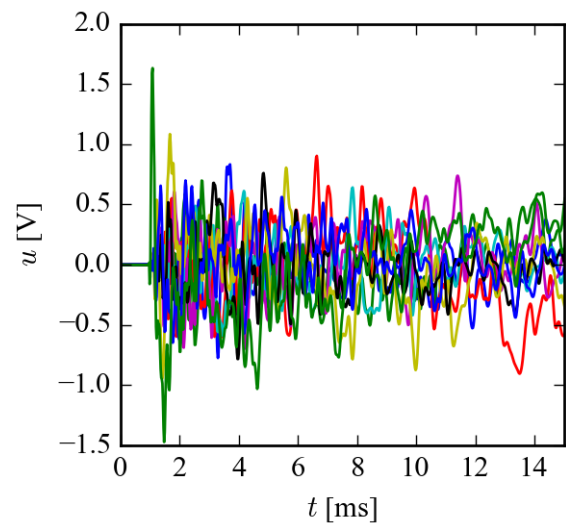
Tabulka 5.1: Rozměry experimentu identifikace na zavěšené desce (obrázek 5.2).



Obrázek 5.3: Sestavený experiment identifikace na kompozitové desce.



(a) Rázová síla



(b) Odezvy senzorů

Obrázek 5.4: Příklad naměřeného signálu při rázu kladívkem v místě $\mathbf{x} = [150, -100]^T$ mm.

5.2.2 Rekonstrukce a lokalizace pro referenční místa

Nejprve byly vypočteny vektory impulsních odezev a byly sestaveny přenosové matice pro všechna referenční místa. Algoritmus pro lokalizaci na nosníkové struktuře (obrázek 4.22) byl rozšířen o další souřadnici pro použití na desce. Počáteční dělení bylo zvoleno na dva intervaly v obou směrech (v první iteraci vyčísleno 9 bodů) a zastavovací podmínka pro velikost intervalu vyhledávání byla zvolena 0.5 mm. Vzhledem k tomu, že výpočetní náročnost se přidáním další osy zvýší kvadraticky, byla podmínka pro odebrání bodů vyhledávání (4.24) upravena

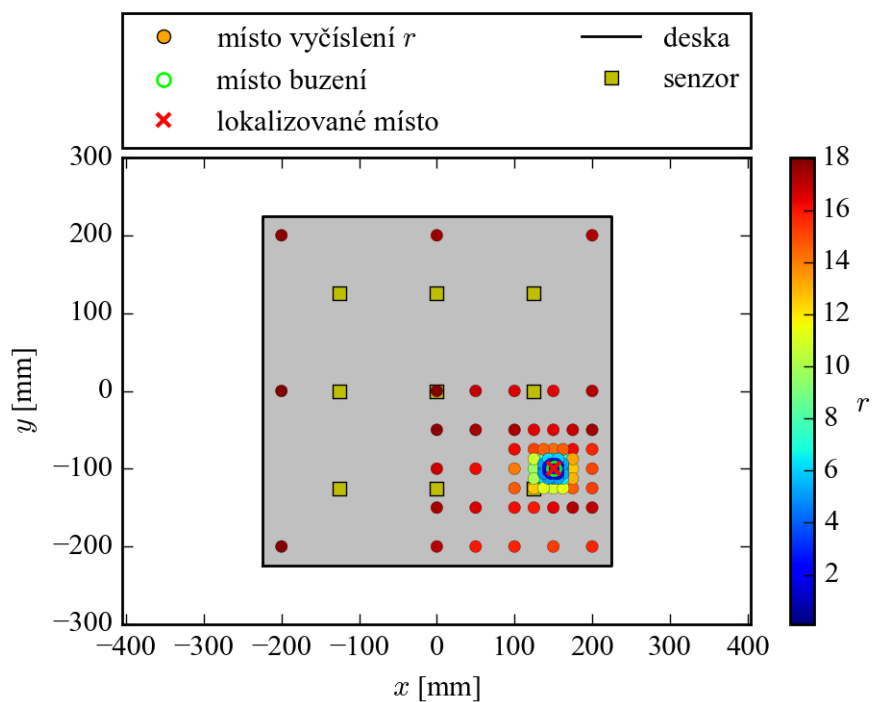
$$r(x) > r_{\min} + \frac{r_{\max} - r_{\min}}{10}. \quad (5.5)$$

Pomocí algoritmu byla provedena lokalizace pro referenční body měření s použitím metody SVD (3.11). Následně byla provedena identifikace v lokalizovaných místech pomocí Tichonovovy regularizace s parametrem $\lambda = 1 \cdot 10^{-1}$ (3.12). Místa vyčíslení a hodnoty cílové funkce algoritmu lokalizace rázu v místě $\mathbf{x} = [150, -100]^T$ mm jsou znázorněny na obrázku 5.5 a výsledná identifikovaná síla je znázorněna na obrázku 5.6. Průměrné hodnoty (průměr přes 3 měření v každém místě) chyby lokalizace a identifikace pro všechna referenční místa jsou zobrazeny na obrázku 5.7, kdy pro získání spojitě kontury byly interpolovány hodnoty z referenčních bodů. Průměrné hodnoty a směrodatné odchylky chyb všech referenčních měření jsou uvedeny v tabulce 5.2 a identifikované síly s nejmenší (místo buzení $\mathbf{x} = [0, 100]^T$ mm) a největší (místo buzení $\mathbf{x} = [0, 0]^T$ mm) chybou jsou zobrazeny na obrázku 5.8.

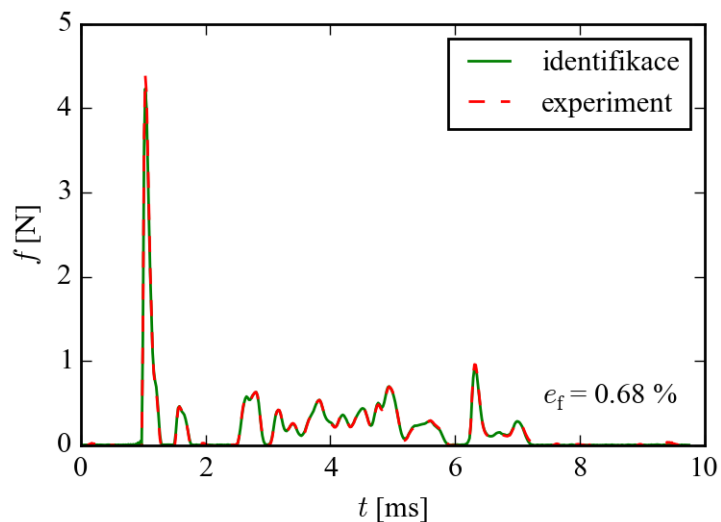
| e_x [mm] | e_f [%] |
|-----------------|---------------|
| 0.12 ± 0.71 | 1.1 ± 1.1 |

Tabulka 5.2: Průměrné hodnoty chyb a směrodatné odchylky pro všechna referenční měření na kompozitové desce.

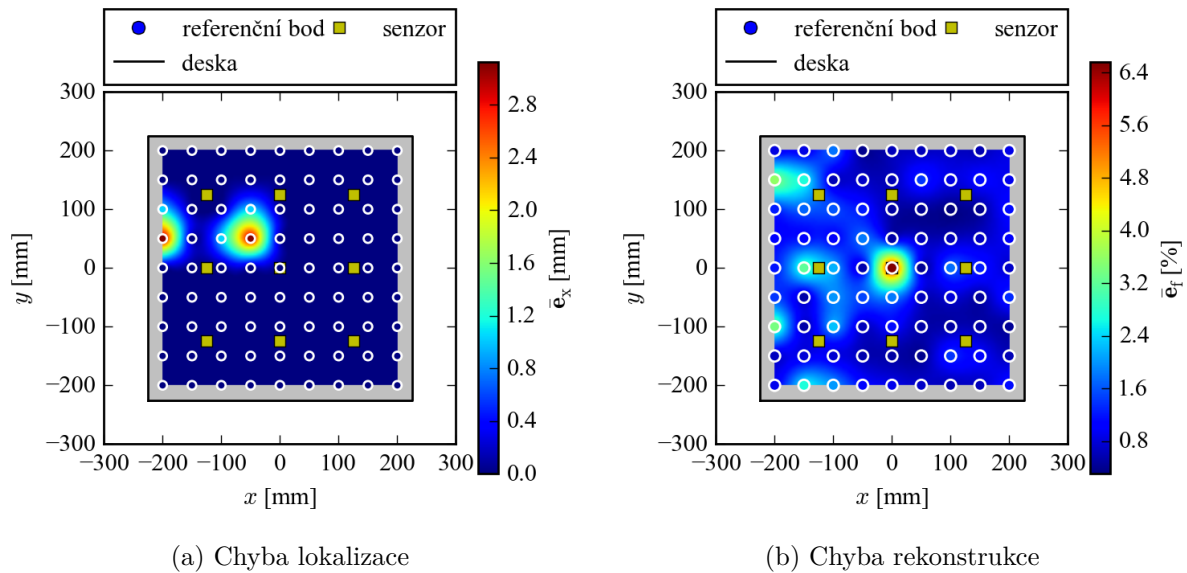
Z dosažených výsledků je patrné, že při lokalizaci a identifikaci rázů v referenčních bodech na kompozitové desce bylo dosaženo velmi dobré shody. Pro většinu rázů bylo místo rázu identifikováno ve skutečném místě buzení. Maximální chyba identifikace rázové síly pak byla dosažena pro buzení v místě $\mathbf{x} = [0, 0]$ mm, kdy dosahovala hodnoty $e_f = 7.2$ %, přesto identifikovaná síla odpovídá velmi dobře skutečnému měření.



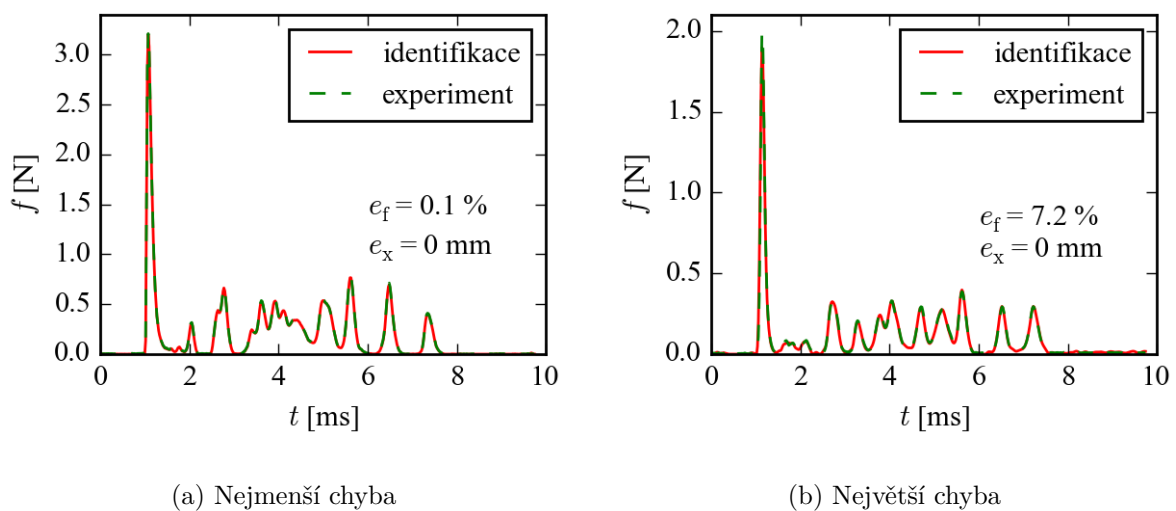
Obrázek 5.5: Místa postupného vyčíslení a hodnoty cílové funkce pro místo buzení $\mathbf{x} = [150, -100]^T$ mm na kompozitové desce.



Obrázek 5.6: Sronání rekonstruované a naměřené síly pro místo buzení $\mathbf{x} = [150, -100]^T$ mm na kompozitové desce.



Obrázek 5.7: Průměrná chyba (přes 3 měření v každém místě) lokalizace a rekonstrukce pro všechna referenční místa na kompozitové desce.



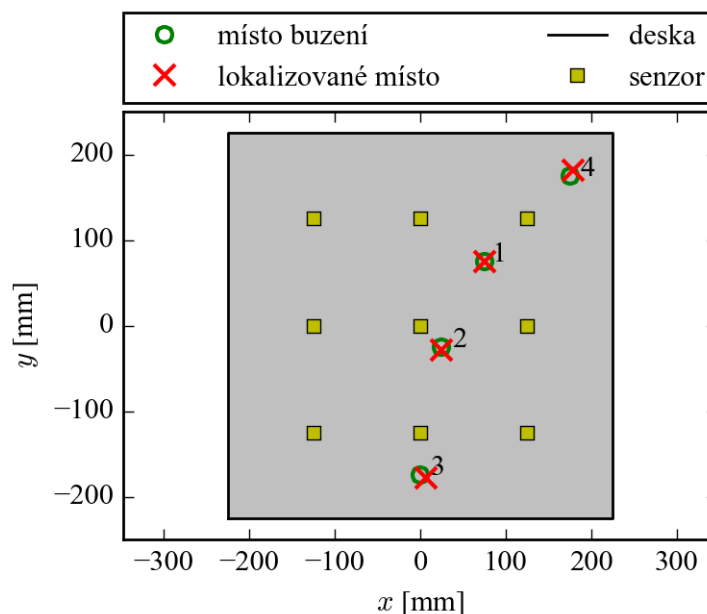
Obrázek 5.8: Srovnání rekonstruované a naměřené síly s nejmenší a největší chybou rekonstrukce pro identifikaci v referenčních místech na kompozitové desce.

5.2.3 Rekonstrukce a lokalizace pro další místa buzení

Dále byla provedena identifikace a lokalizace pro místa buzení ležící mimo síť referenčních bodů. Lokalizace a identifikace byla provedena stejným způsobem jako pro referenční body. Výsledky lokalizace jsou zobrazeny na obrázku 5.9 a chyby lokalizace pro jednotlivá měření jsou uvedeny v tabulce 5.3. Výsledné identifikované síly jsou zobrazeny na obrázku 5.10 a vypočtené chyby identifikované síly jsou uvedeny v tabulce 5.2.

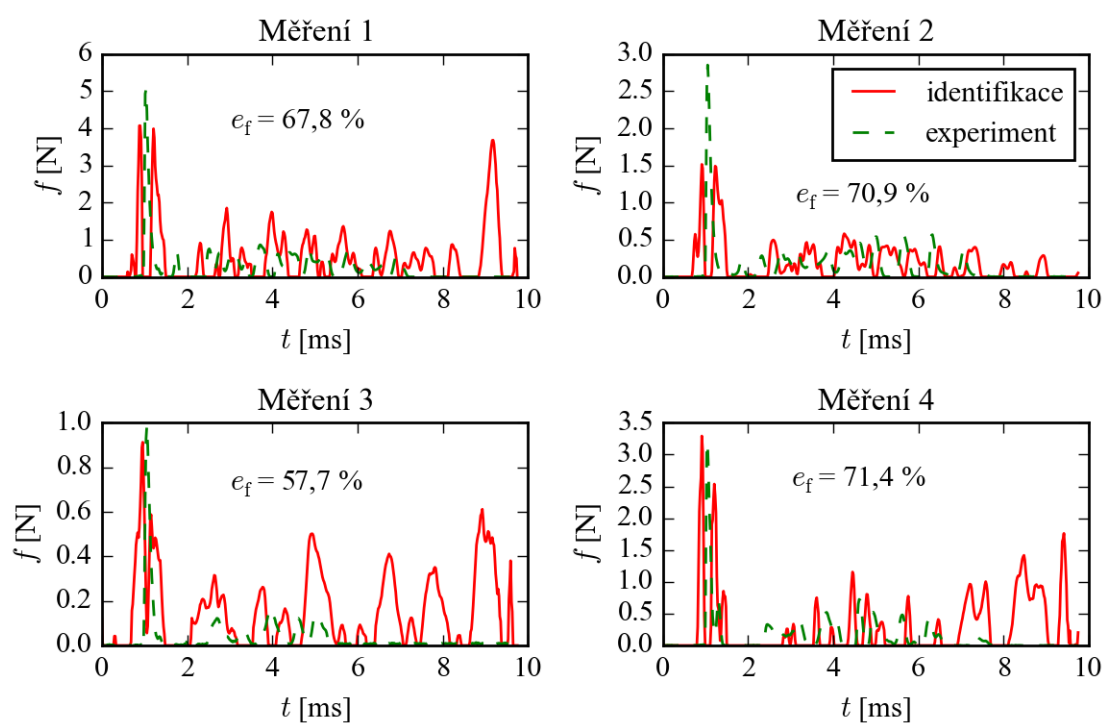
| | měření 1 | měření 2 | měření 3 | měření 4 |
|-----------------------|----------|-----------|-----------|------------|
| místo $[x, y]$ v [mm] | [75, 75] | [25, -25] | [0, -175] | [175, 175] |
| e_x [mm] | 0.0 | 3.1 | 7.0 | 7.0 |
| e_f [%] | 67.8 | 70.9 | 57.7 | 71.4 |

Tabulka 5.3: Chyby lokalizace pro měření v místech mimo referenční body (obrázek 5.9).



Obrázek 5.9: Skutečná a identifikovaná místa buzení pro měření mimo referenční body.

Z obrázku 5.9 je patrné, že bylo dosaženo velice dobré shody lokalizace rázových událostí. Tvar chybové funkce lokalizace r (4.13) je uveden v [A16]. Průběh rekonstruovaných sil však neodpovídají naměřeným, jak je patrné z obrázku 5.10. To je pravděpodobně



Obrázek 5.10: Naměřené a identifikované síly pro buzení mimo referenční body.

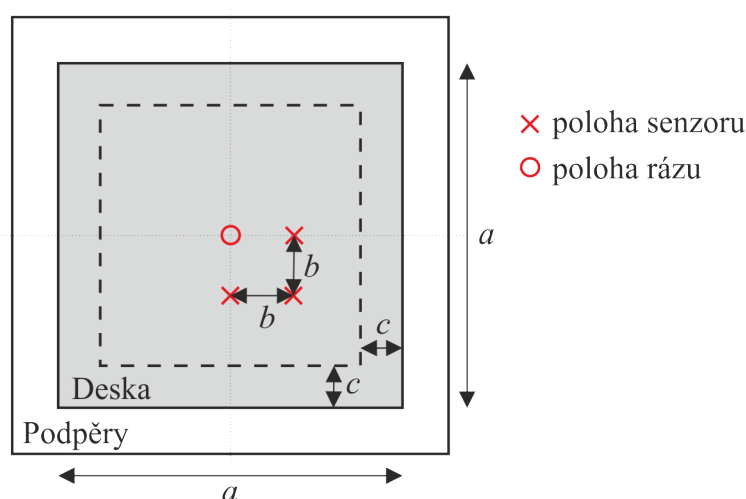
způsobeno nedostatečně přesnou interpolací impulsních odezev z referenčních bodů. Pro přesnější interpolaci by pravděpodobně musela být použita hustější síť referenčních bodů, případně jiná interpolační funkce.

5.3 Rekonstrukce rázové síly na kompozitové desce pro různé energie rázu

Pro zhodnocení možnosti rekonstrukce rázové síly při různých energiích rázů, byla provedena rekonstrukce rázové síly na kompozitové desce při provádění pádových experimentů.

5.3.1 Popis experimentu

Čtvercová kompozitová deska o velikosti hrany a a tloušťce t složená ze skelné tkaniny a epoxidové matrice byla podepřena po svém obvodu v délce c od oraje. Do středu desky byl vržen razník o hmotnosti 2.336 kg volným pádem postupně s různou dopadovou rychlostí. Dopadové rychlosti pro jednotlivá měření jsou uvedeny v tabulce 5.5. Byla snímána rázová síla a průhyb desky ve třech bodech pomocí laserových bezkontaktních snímačů (dva senzory *OptoNCDT 2300-50* a jeden *OptoNCDT 2200-50*). Současné snímání všech signálů s vzorkovací frekvencí $f_s = 10$ kHz bylo provedeno měřicí ústřednou *NI CompactDAQ*. Rozložení experimentu je na obrázku 5.11 a rozměry jsou uvedeny v tabulce 5.4.



Obrázek 5.11: Schéma experimentu rázů na kompozitové desce.

| | | | | |
|---------|-------|------|------|-----|
| rozměry | a | b | c | t |
| [mm] | 450.0 | 40.0 | 20.0 | 1.0 |

Tabulka 5.4: Rozměry experimentu identifikace pro různé energie rázu (obrázek 5.11).

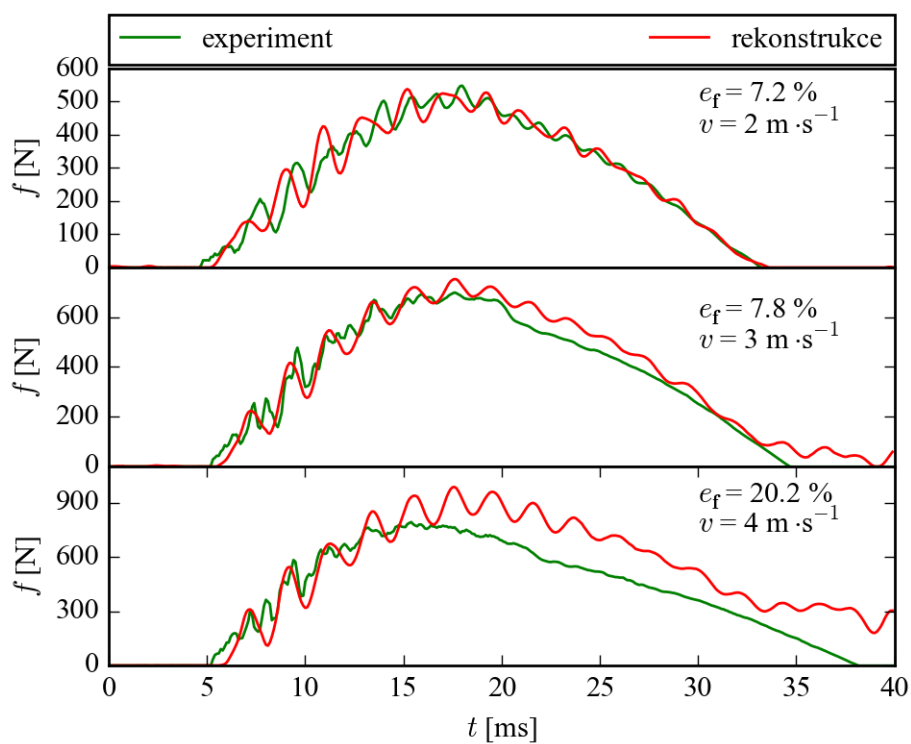
| | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| měření | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| dopadová rychlost [m/s] | 1.0 | 2.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 |

Tabulka 5.5: Dopadové rychlosti razníku.

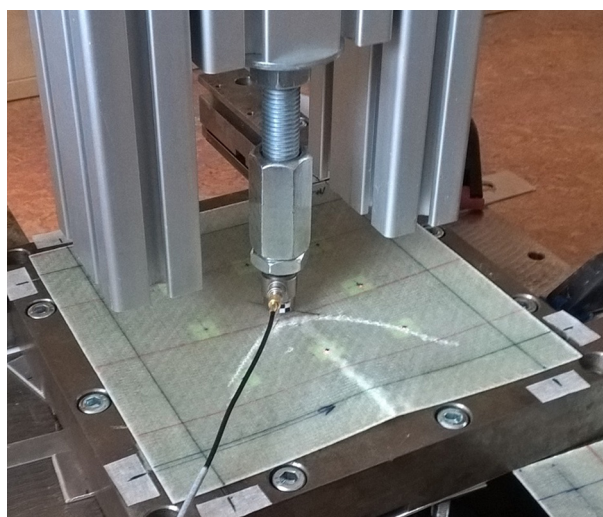
5.3.2 Rekonstrukce rázové síly

Z měření číslo 1 a 2 (tabulka 5.5) byly sestaveny přenosové matice. Pro měření číslo 3, 4 a 5 byla provedena rekonstrukce kontaktní síly razníku metodou Tichonovovy regularizace s nezápornou podmínkou 3.12. Porovnání rekonstruovaných a naměřených sil je na obrázku 5.12.

Z grafů na obrázku 5.12 je patrné, že pro dopadové rychlosti razníku 2 m/s a 3 m/s odpovídá rekonstruovaná rázová síla naměřené rázové síle. Při těchto rázech docházelo pouze k delaminaci pod hrotem razníku. Pro rekonstrukci při dopadové rychlosti razníku 4 m/s je shoda jen do času přibližně 15 ms, poté nabývá rekonstruovaná síla vyšších hodnot. To je patrně způsobeno výrazným porušením desky, ke kterému došlo během rázu. Fotografie porušené desky po provedeném experimentu je zobrazena na obrázku 5.13. Při porušení došlo k poklesu tuhosti konstrukce a odezvy senzorů nabývají větších hodnot než pro neporušenou konstrukci při stejném zatížení, což vede k odhadu rázové síly s vyšší amplitudou. Při znalosti mezní hodnoty rázové síly, při které vzniká poškození struktury, a při uvažované lineární odezvy struktury do této hodnoty lze použít metodu rekonstrukce rázové síly k posouzení rázové události z hlediska vzniku poškození. Rekonstruovaná rázová síla po překročení mezní hodnoty neodpovídá skutečné a nemůže tak být použita přímo k určení rozsahu poškození. K tomu lze použít některou z metod aktivního monitorování [A15].



Obrázek 5.12: Porovnání naměřených a rekonstruovaných sil pro různé dopadové rychlosti.



Obrázek 5.13: Fotografie kompozitové desky po rázu razníkem rychlostí 4 m/s.

5.4 Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na skořepinové struktuře

Z výsledků identifikace rázových sil na kompozitové desce z uhlíkové tkaniny je zřejmé, že metodu identifikace, která byla použita v předešlé kapitole na nosíkových strukturách, lze s dobrými výsledky použít na struktury skořepinové. Bylo dosaženo velmi dobrých výsledků identifikace pro buzení v referenčních místech (obrázek 5.7). Pro buzení mimo referenční místa bylo dosaženo dobré shody při lokalizaci rázů (obrázek 5.9), nebylo však dosaženo shody pro rekonstruovanou a naměřenou rázovou sílu (obrázek 5.10). To bylo pravděpodobně způsobeno nepřesnou aproximací impulsních odezev v místech buzení.

Z provedené rekonstrukce na kompozitové desce ze skelné tkaniny je zřejmé, že metodu rekonstrukce lze použít i pro rázy s vyššími energiemi. Pro provedený experiment odpovídá rekonstruovaná síla naměřené síle až do energie, kdy dojde k významnému porušení desky. Poté nabývá rekonstruovaná síla vyšších hodnot.

Dosažené výsledky lze shrnout:

- Metoda byla ověřena na kompozitových deskách.
- Byla dosažena velmi dobrá shoda identifikovaných a skutečných veličin pro buzení v referenčních místech.
- Byla dosažena dobrá přesnost lokalizace, ale nedostatečná přesnost rekonstrukce pro buzení mimo referenční místa. Špatná přesnost rekonstrukce je patrně způsobena nepřesnou interpolací.
- Byla dosažena dobrá přesnost rekonstrukce pro rázy s vyšší energií až do porušení desky.

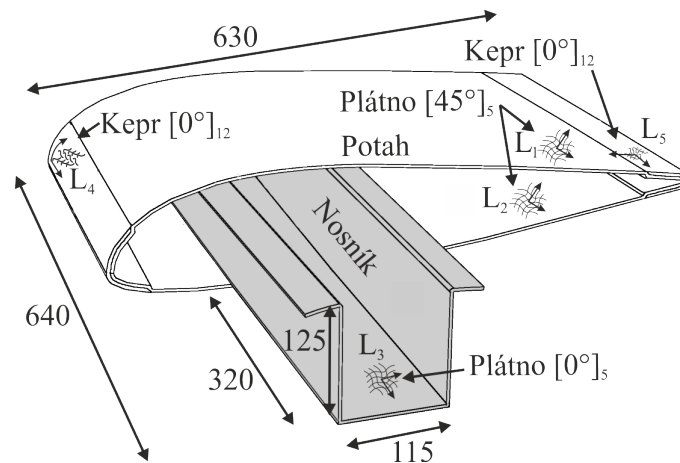
Kapitola 6

Aplikace metody rekonstrukce a lokalizace rázové síly na segmentu křídla

Pro aplikaci metody na komplexnější struktuře byla vybrána geometrie segmentu křídla vyrobeného z kompozitního materiálu. Jedná se o skořepinovou strukturu slepenou z více částí tvořených zakřivenými plochami. Problém lokalizace tak představuje prostorový problém.

6.1 Popis segmentu křídla a experimentálního zařízení

Kompozitový segment křídla, použitý pro aplikaci metody identifikace a lokalizace, je tvořený skelnou tkaninou a epoxidovou pryskyřicí. Byl vyroben pro vědecké účely pomocí vakuového prosycování společností *VZLÚ a.s.* Schéma a přibližné rozměry segmentu jsou uvedeny na obrázku 6.1. Segment je vyroben ze dvou částí, které jsou slepeny k sobě. Jednotlivé části budou označovány jako nosník a potah. Nosník s tzv. Ω -profilem je tvořen laminátem o pěti vrstvách tkaniny s plátňovou vazbou (L_3 na obrázku 6.1). Potah je pak tvořen dvěma laminátů o pěti vrstvách tkaniny s plátňovou vazbou (L_1 a L_2 na obrázku 6.1), které jsou na obou koncích překryty laminátem s dvanácti vrstvami tkaniny s keprovou vazbou (L_4 a L_5 na obrázku 6.1).



Obrázek 6.1: Schéma segmentu křídla (rozměry v mm).

Pro přesnější a snadnější provádění experimentů bylo navrženo a sestaveno experimentální zařízení z hliníkových profilů. Zařízení je zobrazeno na obrázku 6.2a a bude dále nazýváno „padostroj“. Padostroj je tvořen čtvercovým rámem, ke kterému je pohyblivě připevněn horizontální příčník. Na horizontální příčník je opět pohyblivě připevněn vertikální příčník. Všechna pohyblivá uložení jsou aretovatelná a umožňují tedy provádění opakovaných měření po nastavení do požadované polohy.

Výhodou zařízení je jednoduchá možnost úpravy, případně rozšíření o další části, vzhledem k tomu, že celé zařízení je sestaveno z hliníkových profilů stavebnicového systému. Padostroj byl přihlášen jako funkční vzorek [A3] a je na Katedře mechaniky používán k provádění rázových experimentů. Pro automatické spouštění a zachycení razníku po rázové události byl sestaven systém s elektromagnety, který je ovládán v reálném čase pomocí programu v systému *Lab View*.

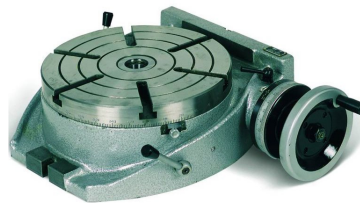
Pro pevné uchycení profilu bylo dále navrženo fixační zařízení umožňující natočení profilu. Otočný stůl fixačního zařízení je na obrázku 6.2b a na obrázku 6.25.

6.2 Tvorba numerického modelu

Pro provádění numerických simulací rázových dějů byl sestaven numerický model profilu křídla.

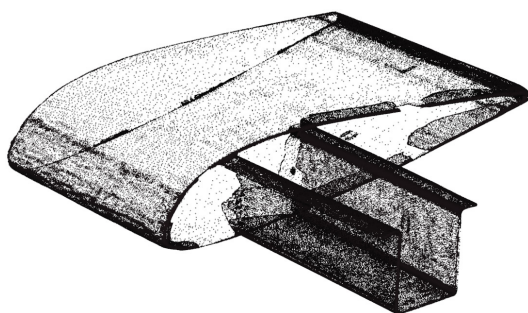


(a) Padostroj

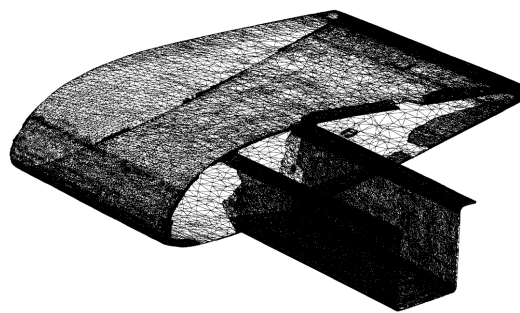


(b) otočný stůl

Obrázek 6.2: Experimentální zařízení pro provádění rázů.



(a) Mračno bodů



(b) Trojúhelníková síť

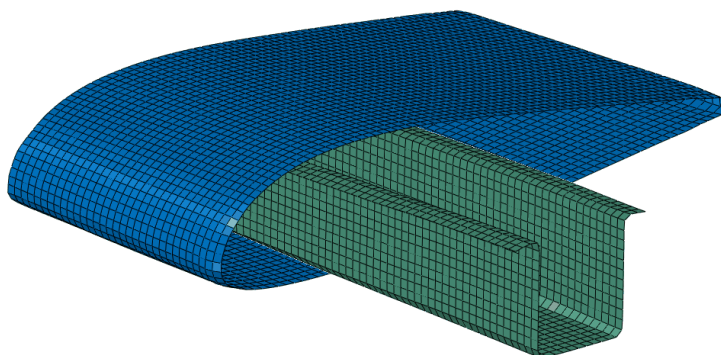
Obrázek 6.3: Geometrie segmentu získaná pomocí 3D laserového scanování.

6.2.1 Tvorba geometrie a sítě modelu

Přesnost geometrie modelu dodaná výrobcem nebyla dostatečná, bylo proto provedeno nasnímání povrchu segmentu pomocí 3D laserové scanovací technologie zařízením *Leica laser tracker* na Katedře konstruování strojů Západočeské univerzity v Plzni. Pomocí tohoto zařízení je určeno množství bodů (tzv. mračno bodů) na povrchu snímaného tělesa. Tyto body jsou pak spojeny do nepravidelné trojúhelníkové sítě a je vytvořen soubor ve formátu *stl*. Získané mračno o celkovém počtu 180 640 bodů je zobrazeno na obrázku 6.3a a generovaná trojúhelníková síť o celkovém počtu 352 588 elementů je na obrázku 6.3b.

Z obrázku 6.3 je patrné, že se nepodařilo nasnímat celý povrch součásti, ale pouze místa která byla „viditelná“ pro hlavici laseru. Byly tak nasnímány vnější plochy potahu a vnitřní i vnější plochy poloviny nosníku. Část nosníku, která je uvnitř potahu nebyla nasnímána vůbec.

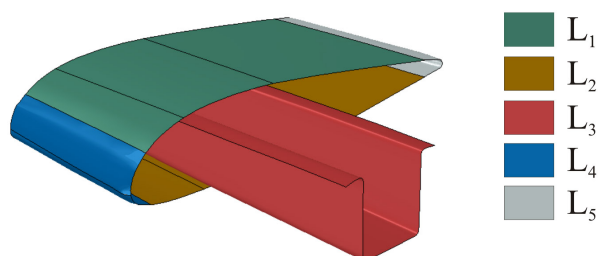
Získaná data bylo nutné dále zpracovat za účelem vytvoření numerického modelu pro řešení metodou konečných prvků. Z trojúhelníkové sítě byly proto vytvořeny plochy pomocí programů *HyperMesh* a *NX*. Vytvořené plochy pak bylo nutné upravit a domodelovat, tak aby reprezentovaly celou součást. Pro získané plochy pak byla generována mapovaná síť čtyřúhelníkových prvků typu *S4R* o velikosti hrany prvku přibližně 10 mm. Vygenerovaná síť pro numerický model je na obrázku 6.4.



Obrázek 6.4: Generovaná síť pro numerický model.

6.2.2 Definování skladby a ověření polohy těžiště

Další práce s modelem byla prováděna v prostředí *Abaqus CAE*. Plochy modelu byly rozděleny tak, aby odpovídaly částem se stejnou skladbou. Uvažované rozdělení je zobrazeno na obrázku 6.5. Jednotlivým částem pak byl přiřazen příslušný počet vrstev dané orientace. Byly definovány materiály pro jednotlivé typy tkanin a byla jim přiřazena hustota deklarovaná výrobcem, která je uvedena v tabulce 6.1.



Obrázek 6.5: Rozdělení ploch pro definici laminátů.

| plátno [kg/m ³] | kepr [kg/m ³] |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1 591 | 1 948 |

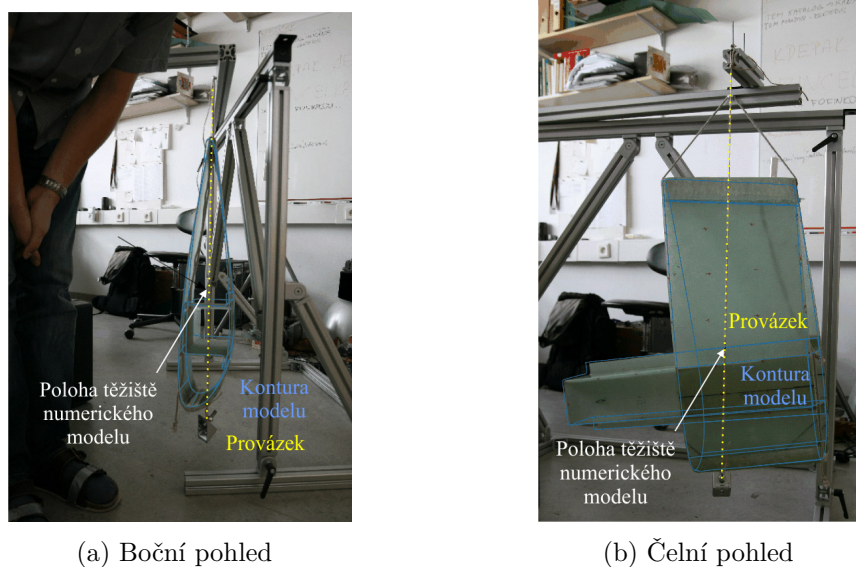
Tabulka 6.1: Hustota plátnové a keprové tkaniny.

Bylo provedeno porovnání hmotnosti a polohy těžiště pro ověření rozložení hmoty v modelu. Srovnání hmotnosti zjištěné vážením a hmotnosti odečtené z numerického modelu jsou uvedeny v tabulce 6.2.

| změřená hmotnost [kg] | hmotnost odečtená z modelu [kg] |
|-----------------------|---------------------------------|
| 4.60 | 4.61 |

Tabulka 6.2: Srovnání změřené hmotnosti a hmotnosti odečtené z numerického modelu.

Srovnání polohy těžiště bylo provedeno experimentálně, kdy byl zavěšený nosník uchycen v jediném bodě a z bodu v zákrytu s bodem uchycení byl spuštěn zatížený provázek. Poloha segmentu křídla a provázku byla vyfotografována a získaný obrázek byl načten do systému *Abaqus CAE*, kde byla porovnána poloha provázku s polohou těžiště v natočeném numerickém modelu (obrázek 6.6).

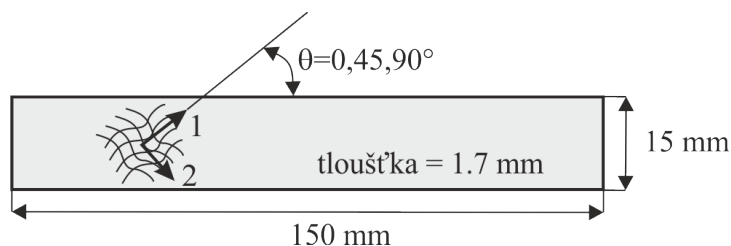


Obrázek 6.6: Porovnání polohy těžiště.

Z tabulky 6.2 je zřejmé, že hmotnost modelu odpovídá velmi přesně skutečné hmotnosti a z obrázku 6.6 vyplývá, že poloha těžiště v numerickém modelu přibližně odpovídá poloze těžiště určené polohou provázku.

6.2.3 Určení materiálových parametrů

Pro určení materiálových parametrů byly provedeny tahové zkoušky. Dostupné byly pouze vzorky s tkaninou s plátnovou vazbou a s jiným počtem vrstev než lamináty v segmentu křídla. Vzorky byly vyříznuty s různou orientací vláken z desky pomocí vodního paprsku. Rozměry vzorků a orientace vláken jsou zobrazeny na obrázku 6.7. Tahové zkoušky byly provedeny na stroji *ZWICK/ROELL Z50* a výsledné smluvní diagramy jsou zobrazeny na obrázku 6.8. Byl předpokládán ortotropní materiál a byly hledány elastické materiálové konstanty E_1 , E_2 , G_{12} a ν_{12} v konstitutivním vztahu (3.1), tak aby dobře aproximovaly naměřené závislosti. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 6.3.

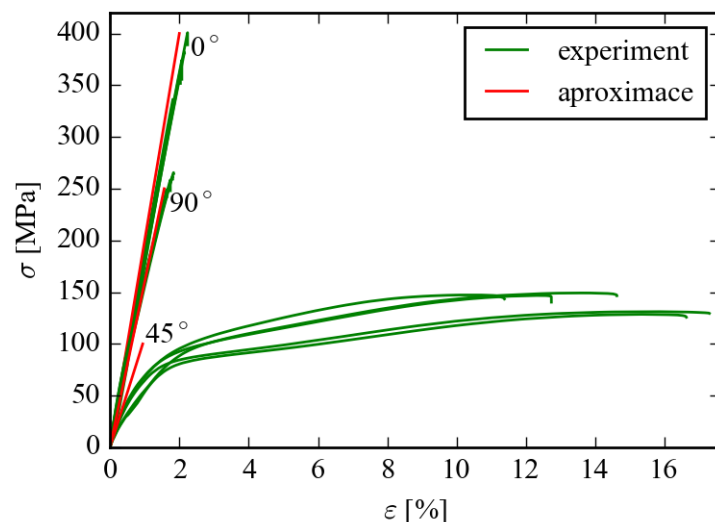


Obrázek 6.7: Geometrie vzorků pro tahové zkoušky.

| E_1 [GPa] | E_2 [GPa] | G_{12} [GPa] | ν_{12} [-] |
|-------------|-------------|----------------|----------------|
| 16.0 | 20.0 | 3.5 | 0.208 |

Tabulka 6.3: Elastické materiálové konstanty určené z tahových zkoušek.

Dále byly vyrobeny dvě obdélníkové desky pro každý typ tkaniny, jejichž rozměry a skladba jsou uvedeny v tabulce 6.4. Skladba desek je stejná jako je skladba laminátů s příslušným typem tkaniny v segmentu křídla. Na deskách byla provedena experimentální modální analýza za účelem zjištění modálních vlastností a určení materiálových parametrů v numerickém modelu. Desky byly zavěšeny na gumových pružinových elementech pro potlačení vlivu okrajových podmínek. Buzení bylo prováděno rázovým kladívkem *Brüel & Kjær 8204* na pravidelné obdélníkové síti 5×8 bodů. Odezva desky byla snímána tříosým



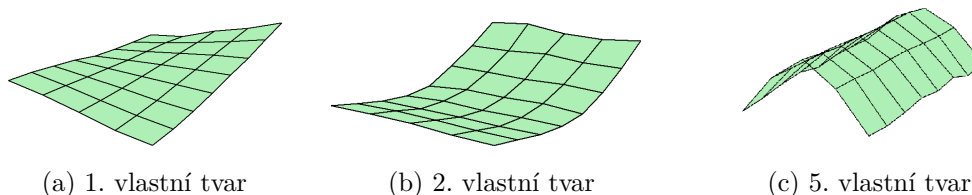
Obrázek 6.8: Smluvní digramy tahových zkoušek a nalezená aproximace.

akcelerometrem *Brüel & Kjær 4506B*. Měřicí ústředna *Brüel & Kjær 2827-002* s modulem *Brüel & Kjær 3109* byla použita k záznamu dat a program *ME'ScopeVES 6* byl použit pro vyhodnocení prvních deseti vlastních frekvencí. Hodnoty určených vlastních frekvencí jsou uvedeny v tabulce 6.6 a vybrané vlastní tvary pro desku s tkaninou s keprovou vazbou jsou zobrazeny na obrázku 6.9.

| | vazba | délka [mm] | šířka [mm] | tloušťka [mm] | skladba |
|---------|----------|------------|------------|---------------|------------------|
| deska 1 | plátňová | 280 | 480 | 3.5 | $[0^\circ]_5$ |
| deska 2 | keprová | 280 | 480 | 4.2 | $[0^\circ]_{12}$ |

Tabulka 6.4: Rozměry a skladba desek.

Byl vytvořen numerický model kompozitových desek v programu *Abaqus* pro řešení problému modální analýzy, přičemž sestavení modelu, výpočet a vyhodnocení probíhalo automaticky pomocí scriptu sestaveného v prostředí *Python*. Díky tomu mohl být použit program *optiSlang* pro provedení metody *Design of experiments* s parametry elastických materiálových parametrů obou desek. Díky této metodě bylo možné studovat vliv jednotlivých parametrů na hodnoty vlastních frekvencí a stanovit optimální hodnoty jednotlivých parametrů. Chyba výpočtu i -té vlastní frekvence byla určena jako



Obrázek 6.9: Experimentálně zjištěné vlastní tvary kompozitové desky s tkaninou s plátnovou vazbou.

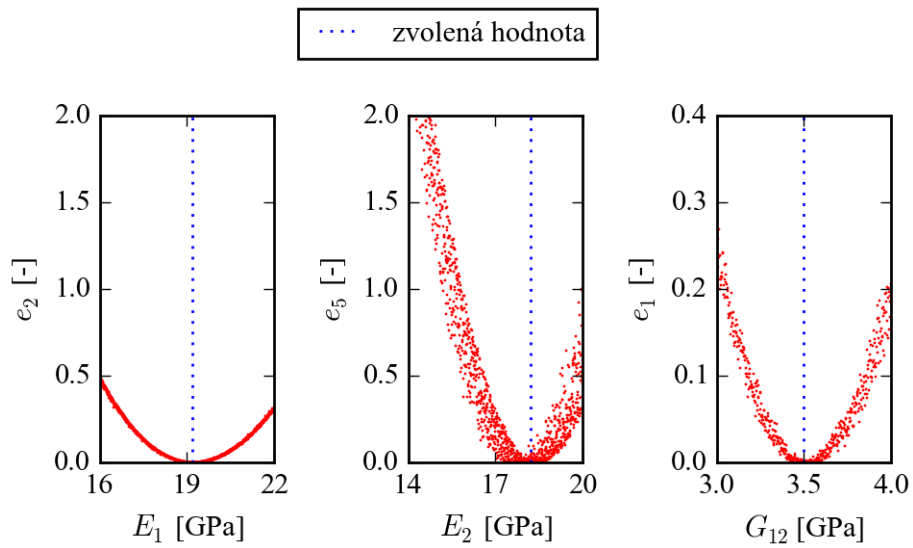
$$e_i = \left(\frac{\xi_i^{\text{EXP}} - \xi_i^{\text{MKP}}}{\xi_i^{\text{EXP}}} \right)^2, \quad (6.1)$$

kde ξ_i^{EXP} je experimentálně zjištěná i -tá vlastní frekvence a ξ_i^{MKP} je i -tá vlastní frekvence určená z numerického modelu.

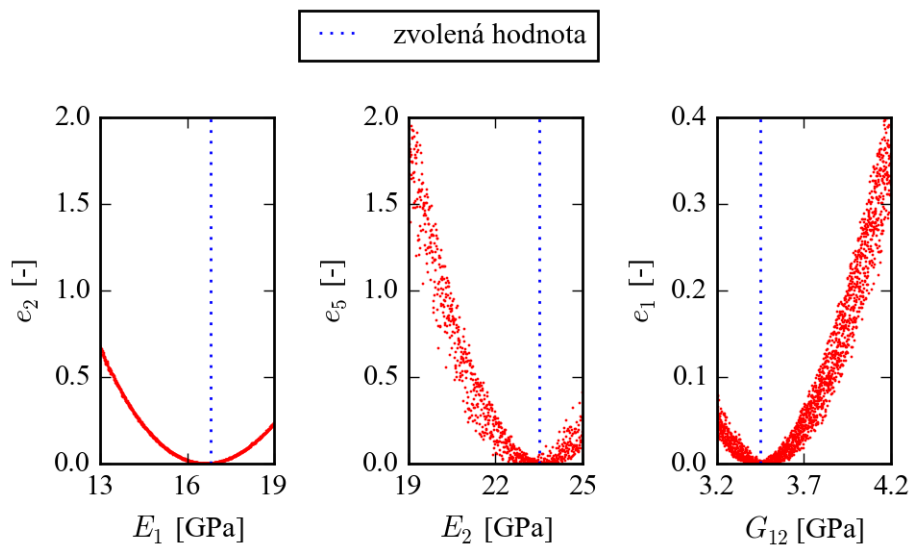
První ohybové frekvence desek (2. resp. 5. vlastní tvar na obrázku 6.9) jsou silně závislé na hodnotě elastických parametrů E_1 resp. E_2 a první torzní vlastní frekvence (1. vlastní tvar na obrázku 6.9) je závislá na hodnotě smykového modulu G_{12} . Elastické materiálové parametry byly proto upraveny podle chyby příslušných vlastních frekvencí určených pomocí *Design of experiments*. Vypočtené hodnoty chyb jsou zobrazeny na obrázku 6.10 pro desku s plátnovou vazbou a na obrázku 6.11 pro desku s keprovou vazbou a upravené hodnoty parametrů jsou v tabulce 6.5. Srovnání experimentálně zjištěných vlastních frekvencí s frekvencemi určenými z numerických modelů se zjištěnými parametry je uvedeno v tabulce 6.6.

| | vazba | E_1 [GPa] | E_2 [GPa] | G_{12} [GPa] | ν_{12} [-] |
|---------|----------|-------------|-------------|----------------|----------------|
| deska 1 | plátnová | 16.8 | 23.5 | 3.5 | 0.208 |
| deska 2 | keprová | 19.2 | 18.2 | 3.5 | 0.208 |

Tabulka 6.5: Upravené elastické materiálové konstanty získané porovnáním vlastních frekvencí desek.



Obrázek 6.10: Vliv materiálových parametrů na chyby (6.1) vybraných vlastních frekvencí pro desku s plátňovou vazbou.



Obrázek 6.11: Vliv materiálových parametrů na chyby (6.1) vybraných vlastních frekvencí pro desku s keprovou vazbou.

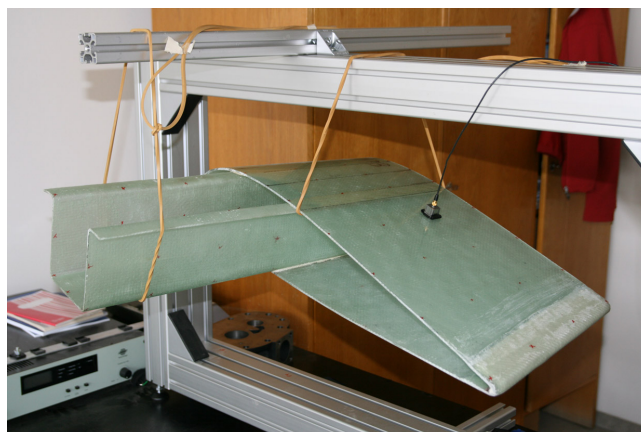
| Mód | Deska s plátnovou vazbou | | | Deska s keprovou vazbou | | |
|-----|--------------------------|----------|-----------|-------------------------|----------|-----------|
| | Exp. [Hz] | MKP [Hz] | Chyba [%] | Exp. [Hz] | MKP [Hz] | Chyba [%] |
| 1 | 39.94 | 40.21 | 0.7 | 47.88 | 47.91 | 0.1 |
| 2 | 50.14 | 50.39 | 0.5 | 64.05 | 64.11 | 0.1 |
| 3 | 98.82 | 96.75 | 2.1 | 118.1 | 117.31 | 0.7 |
| 4 | 139.80 | 138.83 | 0.7 | 176.0 | 175.01 | 0.6 |
| 5 | 178.10 | 178.55 | 0.3 | 185.20 | 187.26 | 1.1 |
| 6 | 189.70 | 186.95 | 1.4 | 209.00 | 214.58 | 2.7 |
| 7 | 197.10 | 197.94 | 0.4 | 230.20 | 230.92 | 0.3 |
| 8 | 275.60 | 281.47 | 2.1 | 279.20 | 280.38 | 0.4 |
| 9 | 320.40 | 320.13 | 0.1 | 346.80 | 355.29 | 2.4 |
| 10 | 447.90 | 461.93 | 3.1 | 395.10 | 399.31 | 1.1 |

Tabulka 6.6: Porovnání vlastních frekvencí laminátových desek určených experimentálně a pomocí numerického modelu.

6.2.4 Sestavení numerického modelu a ověření pomocí modální analýzy

Získané materiálové parametry byly definovány odpovídajícím materiálům v numerickém modelu křídla. Věrohodnost sestaveného modelu pak byla ověřena pomocí experimentální modální analýzy. Segment křídla byl volně zavěšen pomocí gumových pružinových elementů a byl buzen v celkem 97 bodech. Použité experimentální zařízení bylo stejné jako u měření experimentální modální analýzy kompozitových desek popsané v předchozím odstavci. Sestavený experiment je na obrázku 6.12. Z naměřených hodnot bylo určeno celkem prvních dvacet vlastních frekvencí a jsou uvedeny v tabulce 6.7.

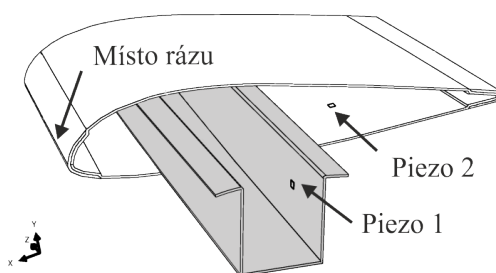
Numerickému modelu byl přiřazen materiál s určenými materiálovými parametry. Spojení obou částí modelu bylo uvažováno jako tuhé a bylo realizováno v prostředí *Abaqus* pomocí vazby *TIE*. Přechody mezi lamináty v jednotlivých částech nebyly uvažovány. Byla provedena modální analýza a srovnání vypočtených a experimentálně zjištěných vlastních frekvencí je uvedeno v tabulce 6.7.



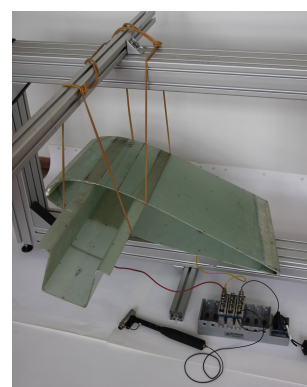
Obrázek 6.12: Sestavený experiment pro určení vlastních frekvencí segmentu křídla.

6.2.5 Výpočet odezev piezoelektrických snímačů na rázové buzení

Dále byla vypočtena odezva piezoelektrických snímačů na rázy kladívkem a numerické řešení bylo srovnáno s experimentálním měřením. Segment byl uložen stejně jako při provádění modální analýzy a byl buzen na přední hraně kladívkem s plastovým hrotem. Na segment křídla byly přilepeny dva piezoelektrické měniče (*PI P-876.SP1*) lepidlem *Z70*. Poloha měničů a místo buzení je zobrazeno na obrázku 6.13a a sestavený experiment je zobrazen na obrázku 6.13b. Celkem bylo provedeno pět měření a průměrná hodnota byla uvažována jako referenční.



(a) Místo buzení a poloha senzorů



(b) Fotografie experimentu

Obrázek 6.13: Sestavený experiment pro měření odezvy piezoelektrických snímačů.

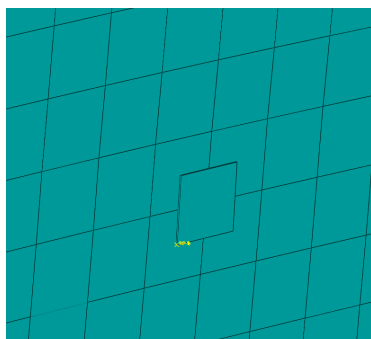
| Mód | Exp. [Hz] | MKP [Hz] | Chyba [%] | Mód | Exp. [Hz] | MKP [Hz] | Chyba [%] |
|-----|--------------|-------------|--------------|-----|--------------|-------------|--------------|
| 1 | 59.20 | 59.27 | 0.1 | 11 | 226.00 | 228.34 | 1.0 |
| 2 | 71.00 | 74.75 | 5.3 | 12 | 241.00 | 247.55 | 2.7 |
| 3 | 87.40 | 87.99 | 0.7 | 13 | 250.00 | 250.81 | 0.3 |
| 4 | 104.00 | 105.28 | 1.2 | 14 | 286.00 | 290.30 | 1.5 |
| 5 | 110.00 | 109.59 | 0.4 | 15 | 309.00 | 311.49 | 0.8 |
| 6 | 164.00 | 164.40 | 0.2 | 16 | 353.00 | 357.46 | 1.3 |
| 7 | 179.00 | 176.42 | 1.4 | 17 | 360.00 | 359.66 | 0.1 |
| 8 | 187.00 | 186.80 | 0.1 | 18 | 373.00 | 377.26 | 1.1 |
| 9 | 190.00 | 198.05 | 4.2 | 19 | 376.00 | 382.13 | 1.6 |
| 10 | 213.00 | 209.06 | 1.8 | 20 | 412.00 | 392.52 | 4.7 |

Tabulka 6.7: Srovnání vlastních frekvencí segmentu křídla určených experimentálně a pomocí numerického modelu.

Piezoelektrické měniče byly modelovány pomocí jednoho piezoelektrického prvku typu *C3D20E*. Zadané materiálové vlastnosti přiřazené piezoelektrickému prvku jsou v tabulce 6.8. Prvek byl svázán se strukturou pomocí vazby *TIE*. Na horní a dolní straně prvku byla nastavena podmínka stejného napětí reprezentující anodu a katodu piezoelektrického měniče. Rozdíl napětí mezi horní a dolní stranou pak odpovídá signálu měniče. Modelovaný a skutečný piezoelektrický měnič je zobrazen na obrázku 6.14. Odezva senzoru byla vypočtena pomocí modální superpozice, kdy bylo zahrnuto prvních 50 vlastních frekvencí. Porovnání vypočtených a experimentálně naměřených odezev je zobrazeno na obrázku 6.15. Z obrázku je patrné, že odezva senzorů modelu odpovídá charakterem i amplitudově naměřené odezvě.

| ρ [kg/m ³] | E [GPa] | e_{31} [C/m ²] | e_{32} [C/m ²] | e_{33} [C/m ²] | ε [F/m] |
|-----------------------------|-----------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|---------------------|
| 1 700 | 62.0 | 5.6 | 5.6 | -12.8 | $1 \cdot 10^{-6}$ |

Tabulka 6.8: Materiálové charakteristiky piezoelektrického materiálu.

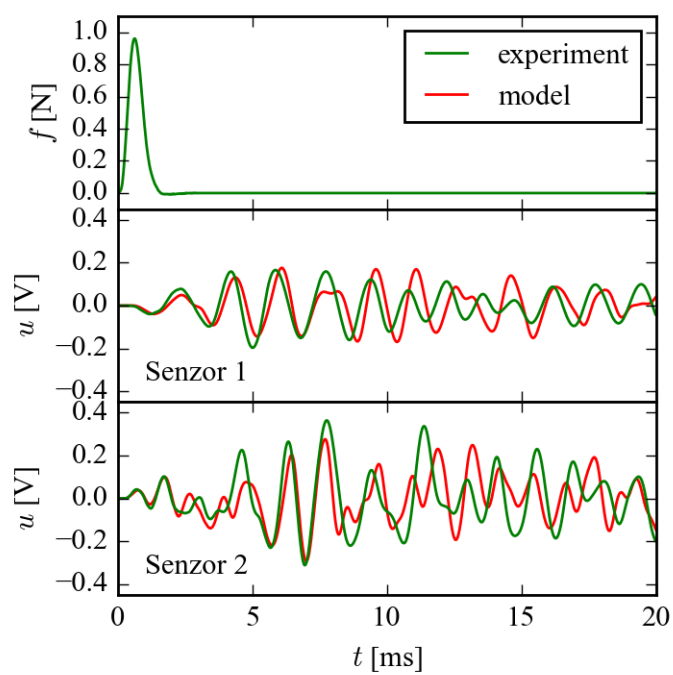


(a) Model senzoru



(b) Fotografie senzoru

Obrázek 6.14: Model a fotografie piezoelektrického senzoru.



Obrázek 6.15: Srovnání naměřené a vypočtené odezvy senzorů na buzení rázovým kladív-
kem.

6.3 Optimalizace rozložení senzorů na profilu křídla

Sestavený numerický byl použit pro řešení problému optimálního rozložení senzorů na součásti. Na segmentu křídla byla nejprve provedena identifikace pro zvolené rozložení senzorů. Následně bylo rozložení optimalizováno pomocí sestaveného numerického modelu, kdy kritériem pro umístění senzorů byla maximalizace signálu senzorů. Pro optimalizované rozmístění senzorů byla provedena znovu identifikace a výsledky byly porovnány s výsledky identifikace pro zvolené rozmístění senzorů.

6.3.1 Definice úlohy optimalizace rozložení senzorů

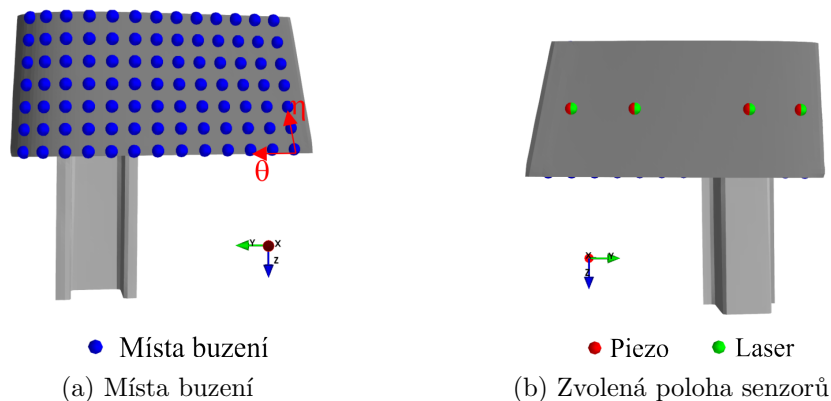
Vzhledem ke složitosti geometrie segmentu křídla, nutnosti fyzického umístění senzorů a omezení potřebného výpočetního času, byla uvažovaná oblast buzení omezena na horní část potahu (laminát L1 na obrázku 6.5) a oblast umístění senzorů byla omezena na spodní část potahu L2 na obrázku 6.5). Podobná omezení budou kladena i na reálné díly v provozu, kdy místa buzení budou omezena na plochy s velkou pravděpodobností rázových dějů a možností vzniku skrytých vad a místa umístění senzorů budou omezena podmínkami jako je dosažitelnost či vyrobitelnost.

Byly uvažovány dva typy senzorů, čtyři piezoelektrické senzory (*PI P-876.SP1*) a čtyři laserové senzory (2 senzory *OptoNCDT 2300-20* a 2 senzory *OptoNCDT 2300-50*), přičemž nebylo uvažováno vzájemné kombinování senzorů. Počet senzorů byl zvolen s přihlédnutím k provedené identifikaci na podobném profilu, kdy bylo dosaženo dobrých výsledků při použití tří piezoelektrických snímačů [A19]. Vzhledem k potřebě opakovaného použití piezoelektrických snímačů, nebyly tyto snímače ke struktuře lepeny lepidlem, ale byly připevněny pomocí oboustranné lepicí pásky.

Kritériem pro výběr optimálních míst bylo zvoleno maximalizování signálu senzorů.

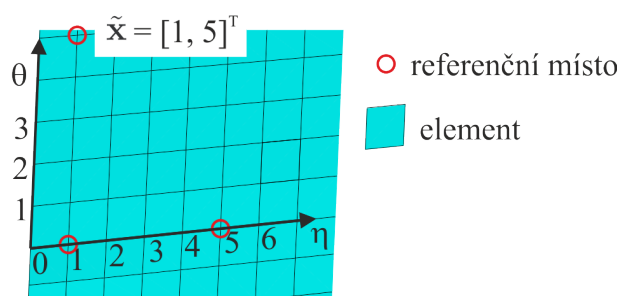
6.3.2 Rekonstrukce a lokalizace na segmentu křídla pro zvolené rozložení senzorů

Nejprve byla provedena experimentálně identifikace pro zvolené rozložení senzorů, které je spolu s místy buzení zobrazeno na obrázku 6.16. Segment křídla byl upnutý v přípravku a byl buzen pomocí kyvadla, které bylo připevněno na padostroji. Tento způsob uložení a buzení byl zvolen pro minimalizaci chyb vzniklých nepřesným prováděním rázů a opakova-



Obrázek 6.16: Místa buzení a zvolená poloha senzorů.

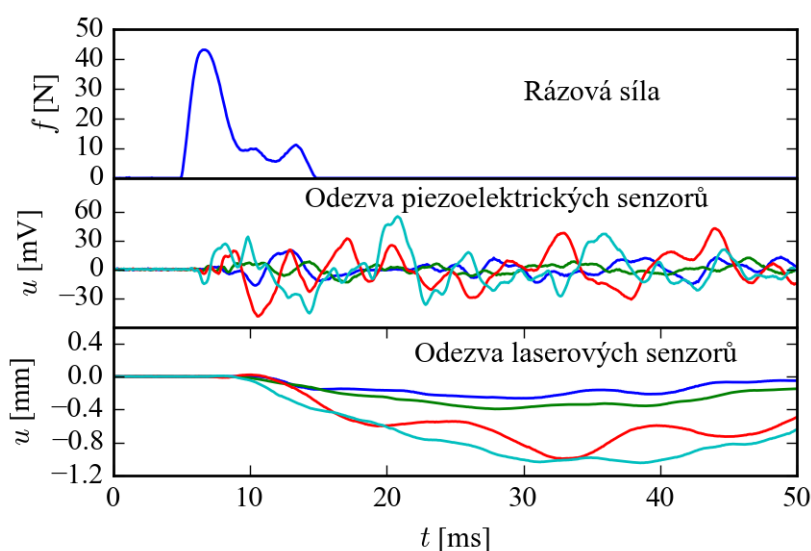
telnosti měření. Na kyvadle byl umístěn senzor síly, na kterém byl upevněn hrot z rázového kladívka. Buzení bylo provedeno v 91 místech, přičemž pro každé místo bylo provedeno 5 měření. Celkem tedy bylo provedeno 455 měření. K přesnému určení polohy míst buzení v numerickém modelu, byl zaveden souřadnicový systém $\eta\theta$ na zakřiveném povrchu segmentu (obrázek 6.16a). Souřadnice bodu $\tilde{\mathbf{x}} = [\eta, \theta]^T$ v tomto systému odpovídají počtu elementů v numerickém modelu od zvoleného počátku (obrázek 6.17). Jednotlivým souřadnicím tak odpovídají místa uzlů v numerickém modelu a lze tak jednoduše určit jejich souřadnice v prostoru. Zavedený souřadnicový systém byl překreslen na segment křídla. Místa buzení byla zvolena tak, aby tvořila pravidelnou síť v souřadnicovém systému $\eta\theta$ s rozestupem 5 dílků, což odpovídá přibližně vzdálenosti 50 mm.



Obrázek 6.17: Zavedený souřadnicový systém $\eta\theta$ na povrchu segmentu křídla.

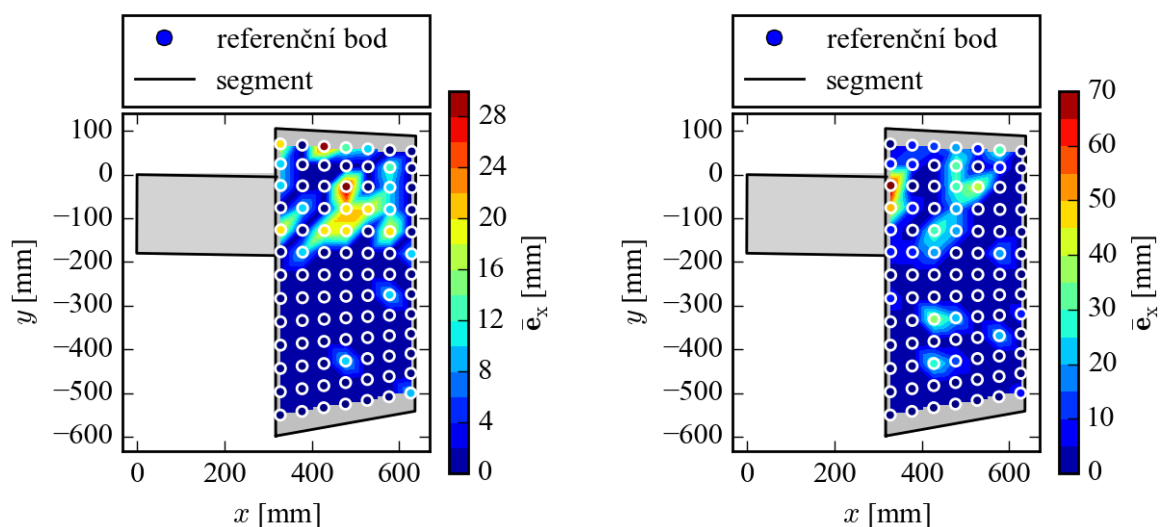
Současné snímání všech signálů bylo provedeno měřicí ústřednou *CompactDAQ*. Aby bylo možné synchronizovat měření laserovými snímači, byl digitální signál z těchto snímačů převeden na analogový, který byl zaznamenán pomocí měřicí ústředny. Převod signálu byl

proveden pomocí počítače pracujícího v reálném čase *CompactRIO*, pro který byl naprogramován obslužný program v systému *LabView*. Maximální dosažitelná vzorkovací frekvence pro sestavený systém je $f_s = 10$ kHz, kdy omezujícím faktorem je zpracování digitálního signálu laserových snímačů. Pro buzení byl použit gumový hrot rázového kladívka, aby bylo dosaženo dostatečné přesnosti popsání naměřených rázových sil vzhledem k nižší vzorkovací frekvenci. Celková doba měření byla 50 ms, což odpovídá celkovému počtu $N = 500$ vzorků. Příklad naměřených signálů odezvy senzorů pro buzení v místě $\tilde{\mathbf{x}} = [21, 20]^T$ je zobrazen na obrázku (6.18).



Obrázek 6.18: Příklad odezvy senzorů pro buzení v místě $\tilde{\mathbf{x}} = [21, 20]^T$.

Pro všechna měření byla proveden proces identifikace. Nejprve byly určeny impulsní odezvy ve všech měřených místech a byly sestaveny přenosové matice. Dále byla provedena lokalizace pomocí algoritmu použitého při lokalizaci na kompozitové desce (odstavec 5.2.2) v souřadnicovém systému $\eta\theta$. Počáteční místa algoritmu lokalizace byla vybrána s rozstupem $\Delta\tilde{\mathbf{x}} = 10$ a zastavovací podmínka byla zvolena 5, což odpovídá přibližné vzdálenosti 50 mm mezi referenčními body. Cyklus algoritmu tak proběhl dvakrát, přičemž výpočet chybové funkce probíhal vždy v referenčním bodě, nebylo tedy nutné provádět interpolaci přenosových matic. Průměrná chyba lokalizace při použití piezoelektrických senzorů je na obrázku 6.19a a při použití laserových snímačů je zobrazena na obrázku 6.19b. Pro lokalizovaná místa rázů byla provedena rekonstrukce rázové síly pomocí metody Tichonovy regularizace s nezápornou podmínkou. Průměrná chyba rekonstrukce při použití



(a) Pomocí piezoelektrických senzorů

(b) Pomocí laserových senzorů

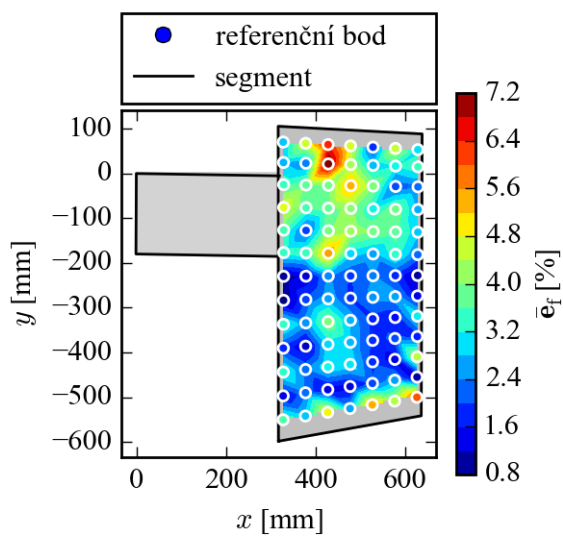
Obrázek 6.19: Průměrné chyby lokalizace pro zvolené rozložení senzorů.

piezoelektrických snímačů je zobrazena na obrázku 6.20a a při použití laserových snímačů je zobrazena na obrázku 6.20b.

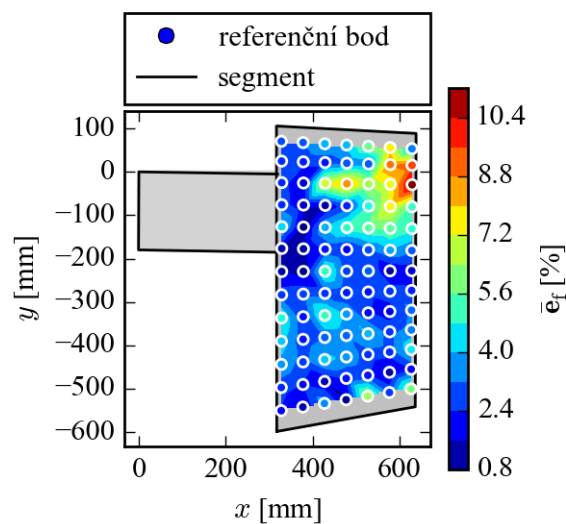
6.3.3 Modelování vetknutí a ověření numerického modelu

Pro provedení identifikace s použitím padostroje pro přesné provádění rázů bylo nutné vetknout segment křídla do vyrobeného přípravku. Byla proto zhodnocena přesnost modelu vetknutí pro tři navržené způsoby modelování. Prvním způsobem bylo vetknutí modelu v místě uchycení profilu pomocí okrajové podmínky, kdy byly zamezeny posuvy příslušných uzlů (obrázek 6.21a). Druhým způsobem bylo modelování čelistí přípravku a přichycení modelu segmentu pomocí vazby *TIE* nebo definováním kontaktu mezi jednotlivými částmi (obrázek 6.21b).

Při modelování vetknutí pomocí okrajové podmínky a pomocí vazby *TIE* lze úlohu řešit modální superpozicí, kdy bylo použito prvních 50 vlastních frekvencí. Při modelování vetknutí pomocí kontaktu nelze úlohu uvažovat jako lineární a je nutné ji řešit přímou časovou integrací. K řešení byl použit implicitní řešič systému *Abaqus*, kdy byla úloha rozdělena do tří zatěžovacích stavů. V prvním zatěžovacím stavu byla řešena statická úloha

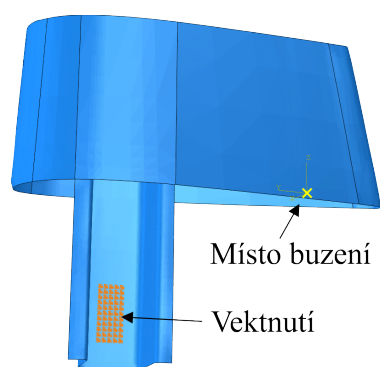


(a) Pomocí piezoelektrických senzorů

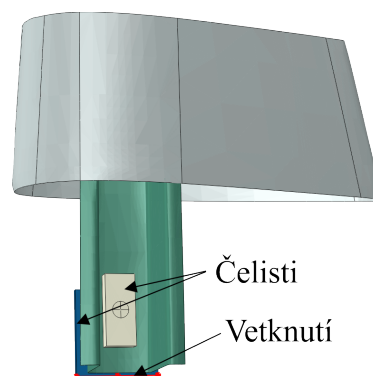


(b) Pomocí laserových senzorů

Obrázek 6.20: Průměrné chyby rekonstrukce pro zvolené rozložení senzorů.

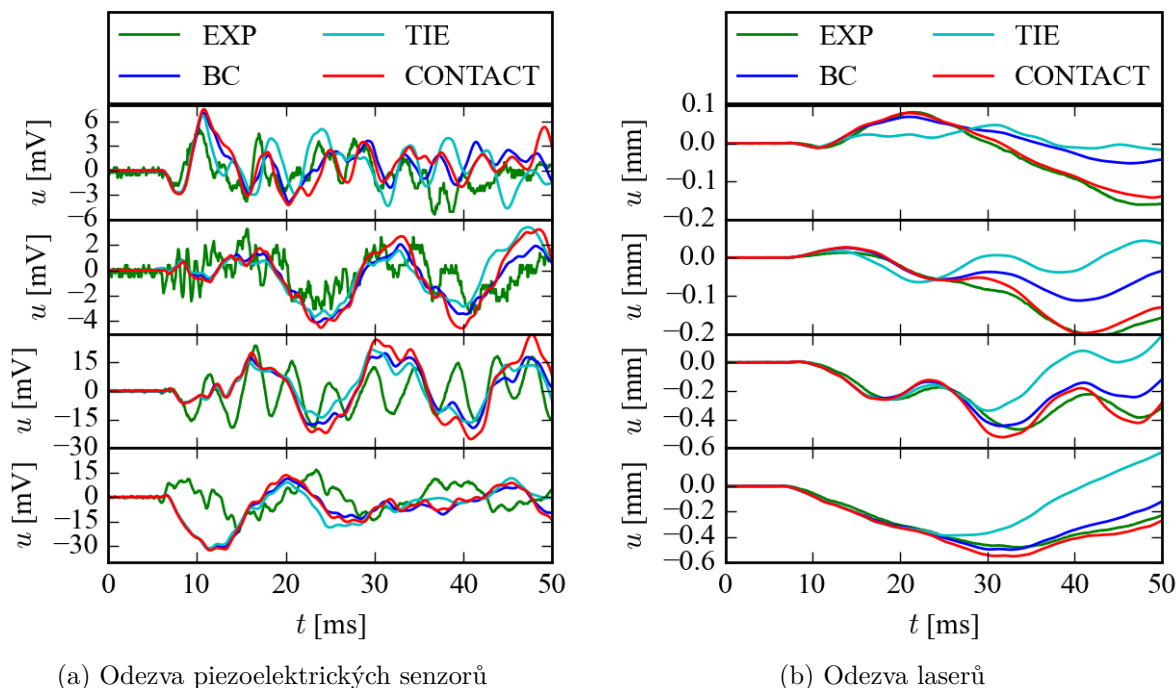


(a) Modelování vetknutí pomocí okrajové podmínky



(b) Modelování čelistí přípravku s vazbu *TIE* nebo *CONTACT*

Obrázek 6.21: Modelování vetknutí segmentu křídla (5 měření v každém místě).



Obrázek 6.22: Srovnání naměřené odezvy senzorů (EXP) a odezvy určené z numerických modelů (BC – vetknutí pomocí okrajové podmínky, TIE – segment spojen s modelem čelistí vazbou *TIE*, CONTACT – segment spojen s modelem čelistí vazbou *CONTACT*).

vetknutí křídla do čelistí. Než dojde k ustanovení kontaktků, dochází vzhledem k možnému volnému pohybu segmentu křídla ke špatné konvergenci řešení a je nutné segment uchytit zamezením pohybu několika uzlů segmentu pomocí okrajové podmínky. V druhém zatěžovacím stavu byla řešena statická úloha, kdy byla odebrána nadbytečná okrajová podmínka uchycení segmentu křídla. Ve třetím zatěžovacím stavu pak byla řešena samotná úloha dynamické odezvy segmentu na rázové buzení.

K ověření jednotlivých modelů vetknutí byl použitý naměřený signál z procesu identifikace pro vybrané měření v místě buzení $\tilde{\mathbf{x}} = [1, 10]^T$. Místo buzení je zobrazeno na obrázku 6.21a. Nosník byl zatížen osamělou silou v buzeném místě s naměřeným časovým průběhem. Piezoelektrické senzory byly modelovány obdobným způsobem jako při řešení odezvy segmentu uloženého na gumových pružinách (odstavec 6.2.5). Průhyb laseru byl vyhodnocen z posuvů příslušných uzlů, které byly promítnuty do směru normály k povrchu, tedy do směru snímání laserovými snímači. Porovnání naměřené odezvy a odezvy získané z numerického modelu je zobrazena na obrázku 6.22.

Odezva piezoelektrických senzorů na obrázku 6.22a pro různé modely vetknutí není ve shodě s naměřenou odezvou, což je patrně způsobeno přilepením senzorů pomocí lepicí pásky. Naopak naměřené odezvy laserových snímačů na obrázku 6.22b jsou ve shodě s odezvou senzorů z numerického modelu pro modelování vetknutí pomocí kontaktní úlohy. Takto modelované vetknutí se proto použilo při optimalizaci rozložení senzorů.

Pro výpočet odezev v dalších místech buzení docházelo k pomalé konvergenci úlohy nebo dokonce k divergenci výpočtu. Vzhledem k záměru provádět sestavení úlohy, výpočet a vyhodnocení pomocí skriptu pro všechna místa buzení, bylo rozhodnuto modelovat poslední zatěžovací stav pomocí explicitního řešiče v systému *Abaqus*, kdy nedochází k problémů s konvergencí výpočtu a rychlost výpočtu je dána velikostí časového kroku, který byl pro řešený problém $\Delta t = 9.77 \cdot 10^{-5}$ s.

Systém *Abaqus* umožňuje přenos výsledků mezi jednotlivými analýzami, přesto docházelo k rozkmitání konstrukce při řešení explicitním řešičem i bez zatížení rázovou silou. To je způsobeno patrně různou formulací kontaktů v obou řešičích. Toto kmitání bylo utlumeny vložením zátěžného stavu v délce 1 s a definováním materiálového tlumení všem materiálům.

6.3.4 Výběr míst senzorů s maximálním signálem

Jako hlavní kritérium pro optimalizaci polohy senzorů byla zvolena podmínka maximalizace signálu naměřeného na senzorech. Tato podmínka byla zvolena se záměrem potlačit složku šumu obsaženou v signálu a zlepšit tím podmíněnost procesu identifikace. Dále bylo nutné uvažovat odezvu ve všech bodech možné polohy senzorů a pro všechna uvažovaná místa buzení. K tomu byl využit sestavený numerický model, a obslužný skript v programu *Python*, který prováděl sestavení modelu a spuštění výpočtu. Numerický model segmentu byl postupně zatížen ve všech místech, kde bylo provedeno měření (obrázek 6.16a) silou ve tvaru Gaussova pulsu daného předpisem

$$f(t) = 10 \cdot e^{-\frac{(t-2 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot (5 \cdot 10^{-4})^2}}. \quad (6.2)$$

Při provádění výpočtů byly uloženy deformace elementů a posuny uzlů z oblasti možné polohy senzorů do výsledkového souboru. Prostředí *Abaqus CAE* umožňuje provádět matematické operace s vypočtenými daty ve výsledkových souborech. Toho bylo využito ke zpracování vypočtených dat. Byla vyčíslena velikost signálu u^U ve všech uzlech a u^E ve všech

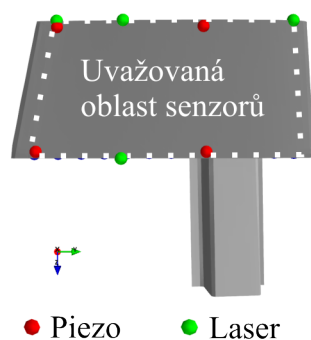
elementech uvažované oblasti senzorů podle vztahů

$$u_i^U = \sum_{n=1}^N |u_n|, \quad i = 1, \dots, K \quad (6.3)$$

$$u_i^E = \sum_{n=1}^N |\varepsilon_n^1 + \varepsilon_n^2| \quad i = 1, \dots, E, \quad (6.4)$$

kde u je vypočtený posuv ve směru normály k povrchu, K je počet uzlů v uvažované oblasti senzorů, ε^1 , ε^2 jsou vypočtené hlavní deformace elementů a E je počet elementů v uvažované oblasti senzorů.

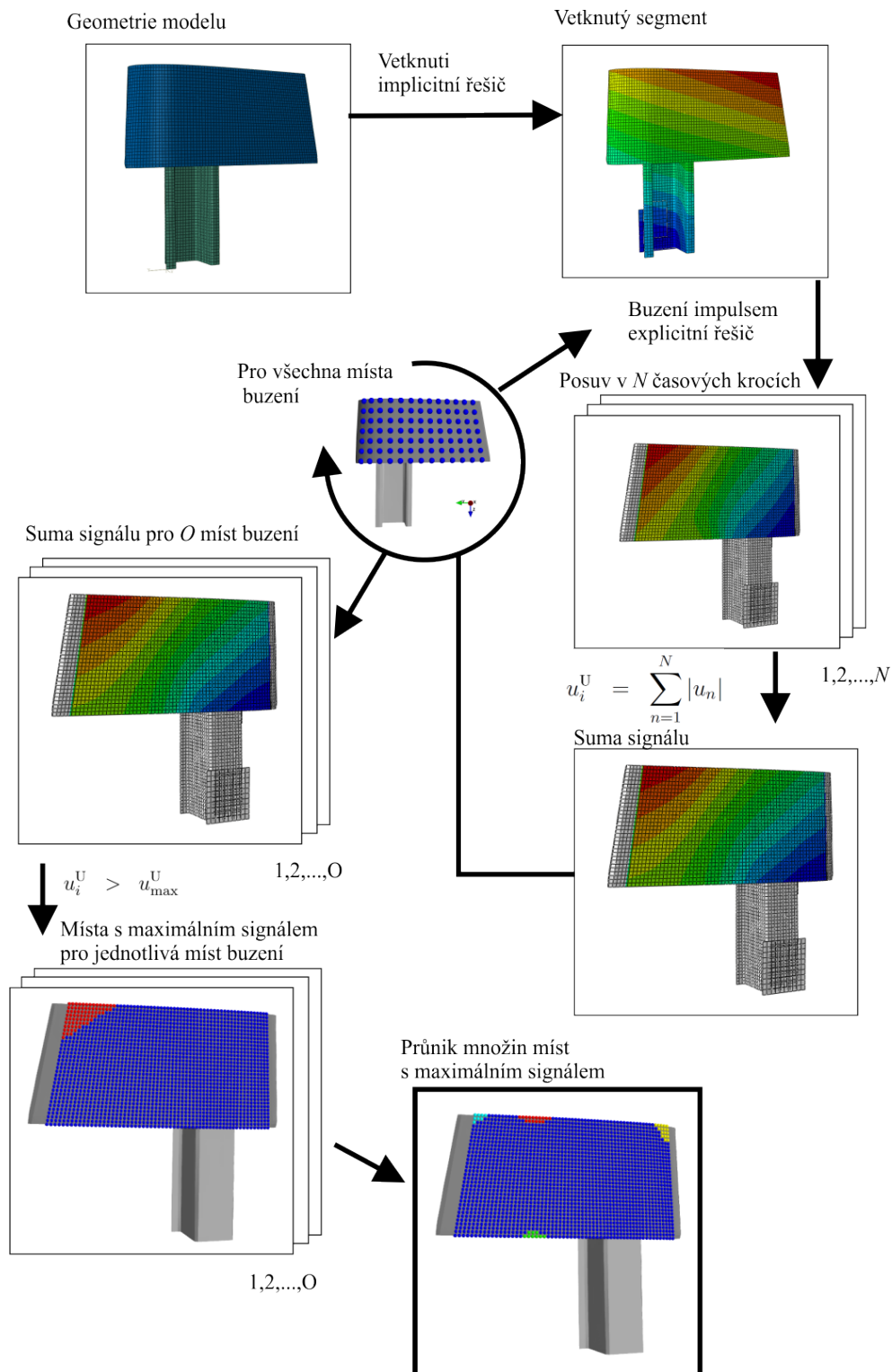
Ze získaných dat byla vybrána místa umístění čtyř senzorů pomocí algoritmu, kdy byly procházeny postupně výsledkové soubory pro jednotlivá místa buzení. Pro každý výsledkový soubor byly vybrány uzly a elementy, kde velikosti sumy signálu 6.3 a 6.4 byly větší než 95 % maxima daného výsledkového souboru. Tyto uzly a elementy byly přidány do množiny vhodných míst. Pro další výsledkový soubor (vypočtený pro jiné místo buzení) pak byl proveden průnik vhodných míst pro předešlá místa s místem novým. Pokud byla průnikem prázdná množina, byla nová místa uložena do nové množiny vhodných míst. Výsledná vybraná místa senzorů jsou na obrázku 6.23 a schéma celého postupu pro výběr míst laserových snímačů je zobrazeno na obrázku 6.24.



Obrázek 6.23: Optimalizované rozložení senzorů.

6.3.5 Experimentální ověření identifikace pro optimalizovanou polohu senzorů

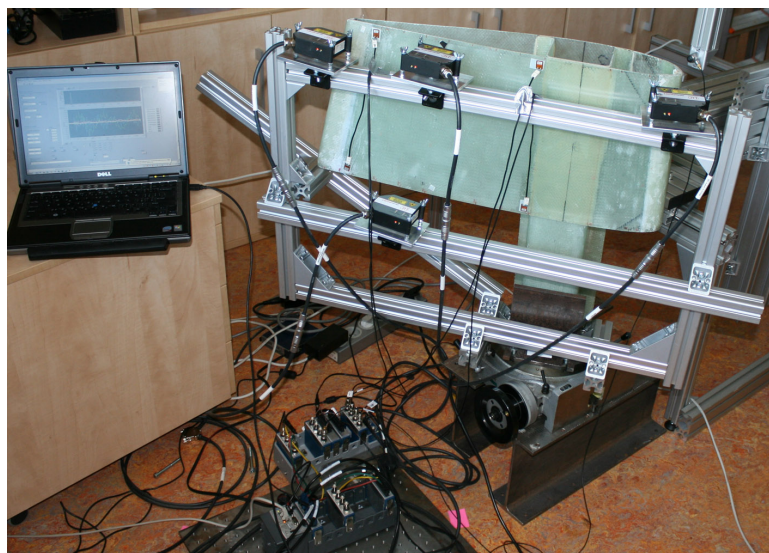
Senzory byly umístěny do míst určených pomocí optimalizace rozložení (obrázek 6.23) a bylo provedeno nové experimentální měření se stejným zařízením a se stejnými místy



Obrázek 6.24: Shéma algoritmu výběru míst laserových snímačů.

buzení jako pro původní zvolené rozložení senzorů, které je popsáno v odstavci 6.3.2. Fotografie rozvržení experimentu je na obrázku 6.25.

Byl proveden proces identifikace se stejným nastavením jako u předchozího měření. Získané průměrné chyby lokalizace jsou zobrazeny na obrázku 6.26 a průměrné chyby rekonstrukce jsou zobrazeny na obrázku 6.27.

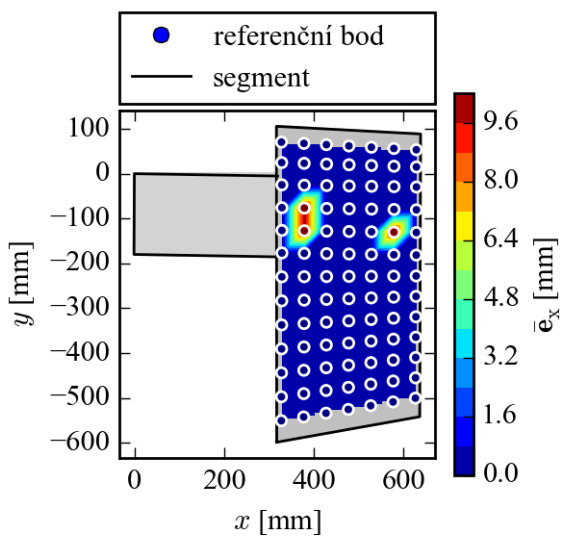


Obrázek 6.25: Fotografie experimentu identifikace s optimalizovaným rozložením senzorů.

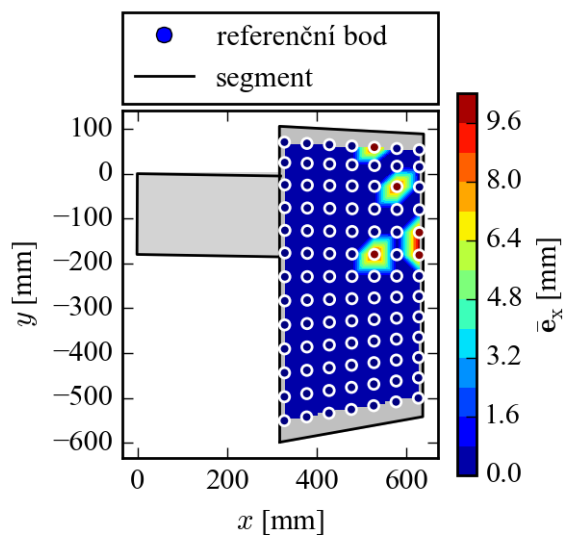
6.4 Zhodnocení výsledků identifikace rázové síly na segmentu křídla

Pro porovnání distribuce chyb identifikace pro původní a optimalizované rozložení senzorů byly sestaveny histogramy jednotlivých chyb. Histogramy chyb lokalizace jsou zobrazeny na obrázku 6.28 a histogramy chyb identifikace jsou zobrazeny na obrázku 6.29. V histogramech je vyneseno celkový počet měření s hodnotou chyby v příslušném intervalu, kdy pro chybu lokalizace byla velikost intervalu zvolena $\Delta e_x = 15 \text{ mm}$ a pro chybu identifikace byla velikost intervalu zvolena $\Delta e_f = 2.5 \%$.

Z grafů je patrné, že nejvýraznějšího zlepšení bylo dosaženo u chyb rekonstrukce při použití laserových snímačů, kdy po optimalizaci rozložení bylo dosaženo chyby do 5 % pro většinu měření (92 % měření). Chyby rekonstrukce při použití piezoelektrických snímačů byly sníženy méně výrazně, kdy po optimalizaci byly chyby do 5 % pro 84 % měření.

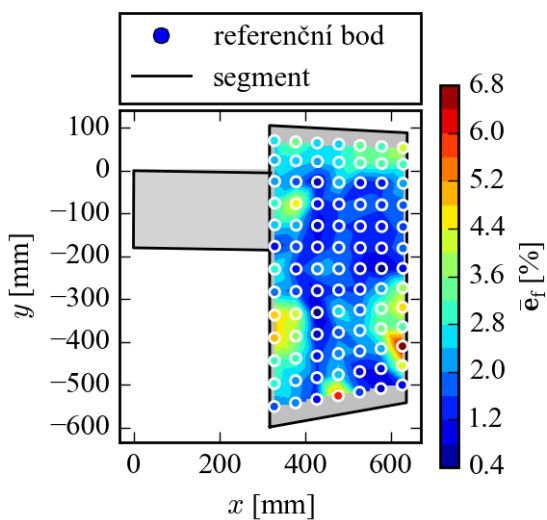


(a) Pomocí piezoelektrických senzorů

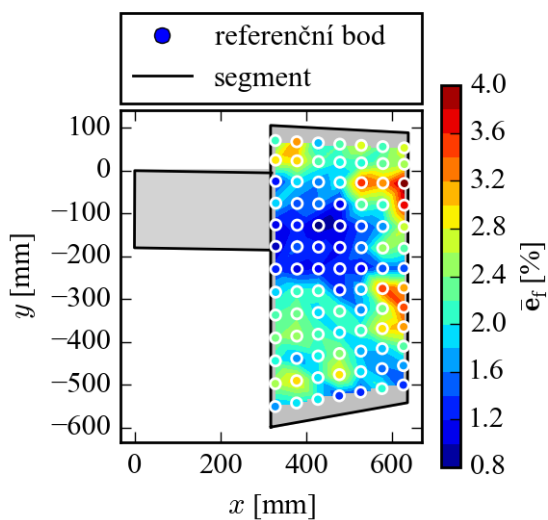


(b) Pomocí laserových senzorů

Obrázek 6.26: Průměrné chyby lokalizace pro optimalizované rozložení senzorů.

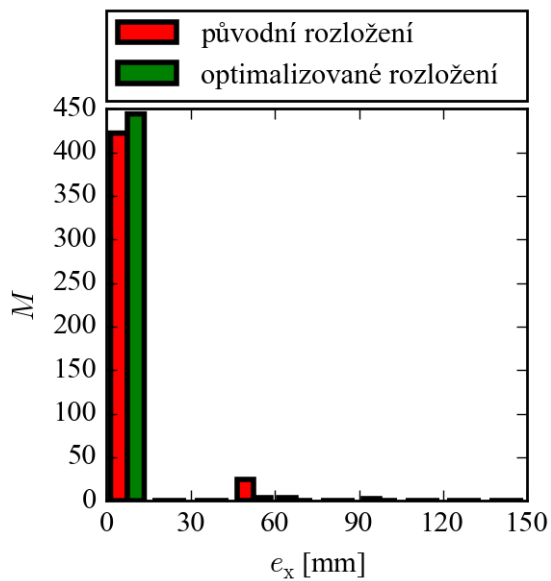


(a) Pomocí piezoelektrických snímačů

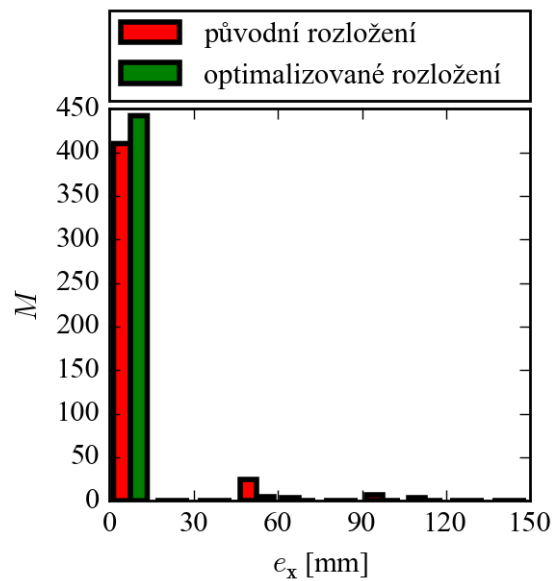


(b) Pomocí laserových snímačů

Obrázek 6.27: Průměrné chyby rekonstrukce pro optimalizované rozložení senzorů.

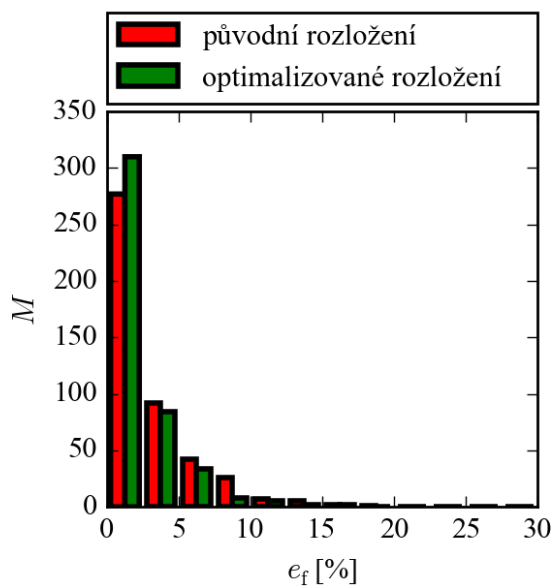


(a) Pro piezoelektrické snímače

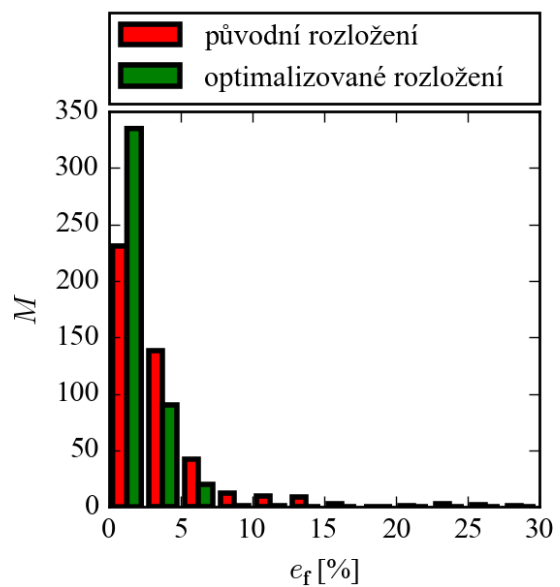


(b) Pro laserové snímače

Obrázek 6.28: Rozložení chyb lokalizace pro původní a optimalizované rozložení senzorů.



(a) Pro piezoelektrické snímače



(b) Pro laserové snímače

Obrázek 6.29: Rozložení chyb rekonstrukce pro původní a optimalizované rozložení senzorů.

Vzhledem k tomu, že lokalizace byla provedena jen do vzdálenosti referenčních bodů, která je přibližně 50 mm, jsou v histogramu chyb lokalizace patrné násobky této vzdálenosti. Lokalizovaná místa jsou pro většinu rázů ve shodě se skutečnými i pro původní rozložení senzorů. Pro optimalizované rozložení senzorů, pak byly rázy lokalizovány ve vedlejších referenčním bodě jen u několika málo měření.

Dosažené výsledky lze shrnout:

- Metoda byla ověřena na složitější geometrii segmentu křídla.
- Byla dosažena dobrá shoda identifikovaných a skutečných veličin při použití piezoelektrických i laserových snímačů.
- Byl sestaven numerický model a věrnost modelu byla experimentálně ověřena.
- Numerický model byl použit k optimalizaci rozložení senzorů pomocí kritéria maximalizace signálu.
- Pro optimalizované rozložení senzorů došlo ke snížení chyb identifikace, kdy nejvýraznějšího zlepšení bylo dosaženo pro chybu rekonstrukce při použití laserových snímačů.

Kapitola 7

Závěr

Předkládaná disertační práce se věnuje problému identifikace neznámého rázového buzení na kompozitové struktuře na základě nepřímého měření. Hlavním přínosem práce je sestavení funkčního procesu a zhodnocení metody identifikace pro různé struktury a použití numerických modelů pro řešení složitějších problémů.

Metoda identifikace rázových sil byla nejprve aplikována na nosníkových strukturách. Pro sestavený analytický model byly zhodnoceny metody pro potlačení vlivu šumu na výsledky rekonstrukce. Nejlepších výsledků bylo dosaženo s použitím Tichonovovy regularizace s nezápornou podmínkou rekonstruovaných sil. Tato metoda je dále v práci používána pro rekonstrukci rázových sil.

Experimentálně byla metoda identifikace rázových sil ověřena na vetknutém kompozitovém nosníku při buzení rázovým kladívkem s různými hroty. Byl navržen algoritmus pro řešení problému lokalizace rázových dějů. Navržený algoritmus umožňuje snadné přizpůsobení konkrétnímu problému vhodným nastavením vstupních parametrů. Pro provedené experimenty bylo dosaženo dobré shody skutečných a identifikovaných veličin. Dále byl sestaven numerický model experimentu vrhu ocelové kuličky na nosník a srovnáním identifikované síly a síly získané z numerického modelu byly odhadnuty parametry vrhu. Bylo dosaženo uspokojivé shody rázových parametrů pro kuličky o dvou různých hmotnostech a pro dvě různé výšky vrhu.

Pro zjištění vlivu provozního zatížení na identifikaci byla provedena identifikace na vibrujícím sendvičovém nosníku. Nosník byl rozkmitán harmonickým signálem pomocí piezoelektrického měniče a následně byly provedeny rázy na takto kmitajícím nosníku. Získané výsledky rekonstrukce rázové síly na vibrujícím nosníku vykazují horší přesnost

než výsledky rekonstrukce na nosníku bez přidaného buzení, což je patrně způsobeno nedostatečným odstraněním složek signálu odpovídajícímu buzení piezoelektrickým měničem. Chyby lokalizace na vibrujícím nosníku dosahují podobné přesnosti jako při provedení lokalizace bez buzení.

Dále bylo provedeno rozšíření metody identifikace rázových sil na skořepinové struktury. Metoda byla experimentálně ověřena při identifikaci rázových sil na zavěšené kompozitové desce. Velice dobré shody bylo dosaženo pro identifikaci rázů v referenčních místech, tedy v místech, kde byla konstrukce charakterizovaná. Rovněž bylo dosaženo dobrých výsledků lokalizace pro místa rázů mimo referenční místa, ale rekonstruované síly pro tato místa nebyly ve shodě s naměřenými. Pro rekonstrukci těchto sil by patrně byla nutnější jemnější síť referenčních bodů nebo použití jiných interpolačních funkcí.

Zhodnocení rekonstrukce rázových sil pro různé energie rázů bylo provedeno na jiné kompozitové desce. Získané výsledky ukazují dobrou shodu pro rázy do významného porušení desky. Po porušení desky nabývá rekonstruovaná síla vyšších hodnot. Metoda identifikace tak může být uplatněna při rozhodnutí o pravděpodobném vzniku poškození struktury, ale určení rozsahu poškození z identifikované síly je omezené.

Metoda identifikace byla nakonec aplikovaná i na složitější geometrii kompozitového segmentu křídla, pro který byl vytvořen numerický model. Věrnost numerického modelu byla ověřena pomocí experimentální modální analýzy a srovnáním odezvy piezoelektrických snímačů na buzení rázovým kladívkem. Dále byla provedena analýza modelování uchycení segmentu, přičemž dobrých výsledků bylo dosaženo jen při definici kontaktní úlohy.

Na segmentu křídla byla provedena identifikace rázových sil při použití piezoelektrických a bezkontaktních laserových snímačů. Nejprve bylo zvoleno rozložení senzorů a byly vyčísleny chyby identifikace. Poté bylo optimalizováno rozložení senzorů tak, aby byla maximalizována velikost signálu na senzorech a tím zvětšen odstup signálu od šumu. Pro optimalizované rozložení senzorů byla provedena identifikace rázových sil a opět byly vyčísleny chyby identifikace, kdy došlo k jejich snížení oproti původnímu rozložení senzorů.

Z dosažených výsledků lze konstatovat, že použitou metodu identifikace lze úspěšně použít pro identifikaci rázových sil na různých kompozitových strukturách a pro různé energie rázu. Odchytky mohou vzniknout zanedbáním možných nelinearit způsobených kontakty, připevněním senzorů, pohybem vodičů, vadami materiálu a dále nepřesným provedením experimentů, případně zkreslením signálu od dalšího buzení nebo např. elektromagnetickým šumem.

Pro potřeby identifikace bylo sestaveno univerzální experimentální zařízení z hliníkových stavebnicových profilů, které je na katedře mechaniky dále používáno k provádění rázových zkoušek.

Experimentální měření byla prováděna především s pomocí univerzální měřicí stanice *CompactDAQ*, kdy měřené veličiny lze měnit přidáním různých měřicích karet. Pro měření pomocí této měřicí stanice byl sestaven program v systému *LabView 2014*, který provádí automatický záznam, úpravu a uložení naměřených signálů. Pro vyhodnocení naměřených signálů a identifikaci rázových veličin byla vytvořena knihovna funkcí v programu *Python 2.7*. Oba programy tak tvoří navazující systém a provedení, vyhodnocení a identifikaci lze provést v řádu desítek vteřin. Celý systém je dostatečně univerzální pro provedení identifikace na různých nosníkových a skořepinových strukturách.

Ve své další práci se chce autor věnovat stanovení optimální polohy referenčních míst pro přesnou interpolaci impulsních odezev při minimalizaci počtu těchto míst a použití složitějších kritérií ke stanovení optimální polohy senzorů. Dále by autor rád provedl aplikaci vyvinutých metod a postupů na reálné problémy, kde bude nutné stanovit případná vzniklá poškození pomocí některé z metod aktivního monitorování.

Literatura

- [1] Abrate, S.: *Impact Engineering of Composite Structures*, Springer Vienn, 2011.
- [2] Adams, R.; Doyle, J. F.: *Multiple force identification for complex structures*, Experimental Mechanics, vol. 42, num. 1, 2002, pp. 25-36, ISSN: 0014-4851.
- [3] Aster, R.C.; Borchers, B.; Thurber, C.H.: *Parameter Estimation and Inverse Problems*, Elsevier Scienc, 2011.
- [4] Atobe, S.; Kuno, S.; Hu, N.; Fukanga, H.: *Identification of Impact Force on Stiffened Composite Panels*, Transaction of the Japan society for aueronautical and space sciences, space technology Japan, vol. 7, num. ists26, 2009, pp. Pc1-Pc5.
- [5] Boeing,: *787 Dreamliner*, *787 Dreamliner*, <http://www.boeing.com/commercial/787/#/design-highlights/visionary-design/composites/advanced-composite-use/>, Navštíveno: 2015-12-05.
- [6] Chandrashekhara, K.; Okafor, A. Ch.; Jiang, Y. P.: *Estimation of contact force on composite plates using impact-induced strain and neural networks*, Composites Part B: Engineering, vol. 29, num. 4, 1998, pp. 363-370, ISSN: 1359-8368.
- [7] Choi, I. H.; Lim, C. H.: *Low-velocity impact analysis of composite laminates using linearized contact law*, Composite Structures, vol. 66, num. 1-4, 2004, pp. 125-132, ISSN: 0263-8223.
- [8] Ciampa, F.; Meo, M.: *A new algorithm for acoustic emission localization and flexural group velocity determination in anisotropic structures*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol. 41, num. 12, 2010, pp. 1777-1786, ISSN: 1359-835X.

- [9] Frieden, J.; Cugnoni, J.; Botsis, J.; Gmür, T.: *Low energy impact damage monitoring of composites using dynamic strain signals from {FBG} sensors – Part I: Impact detection and localization*, Composite Structures, vol. 94, num. 2, 2012, pp. 438-445, ISSN: 0263-8223.
- [10] Graff, K.F.: *Wave Motion in Elastic Solids*, Dover Publication, 1975.
- [11] Gunawan, F. E.; Homma, H.; Kant, Y.: *Two-step B-splines regularization method for solving an ill-posed problem of impact-force reconstruction*, Journal of Sound and Vibration, vol. 297, num. 1–2, 2006, pp. 200-214, ISSN: 0022-460X.
- [12] Haywood, J.; Coverley, P. T.; Staszewski, W. J.; Worden, K.: *An automatic impact monitor for a composite panel employing smart sensor technology*, Smart Materials and Structures, vol. 14, num. 1, 2005, pp. 265.
- [13] Hora, P.: *Lokalizace zdrojů akustické emise*, Lokalizace zdrojů akustické emise, Institut technologie a spolehlivosti, ZČU v Plzni, 1994.
- [14] Hu, N.; Fukunaga, H.; Matsumoto, S.; Yan, B.; Peng, X. H.: *An efficient approach for identifying impact force using embedded piezoelectric sensors*, International Journal of Impact Engineering, vol. 34, num. 7, 2007, pp. 1258-1271, ISSN: 0734-743X.
- [15] Inoue, H.; Kishimoto, K.; Shibuya, T.; Koizumi, T.: *Estimation of Impact Force by an Inverse Analysis*.
- [16] Jacquelin, E.; Bennani, A.; Hameli, P.: *Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem*, Journal of Sound and Vibration, vol. 265, num. 1, 2003, pp. 81-107, ISSN: 0022-460X.
- [17] Jang, T. S.; Baek, H.; Han, S. L.; Kinoshita, T.: *Indirect measurement of the impulsive load to a nonlinear system from dynamic responses: Inverse problem formulation*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 24, num. 6, 2010, pp. 1665-1681, ISSN: 0888-3270.
- [18] Kim, S. J.; Lee, S. K.: *Experimental identification for inverse problem of a mechanical system with a non-minimum phase based on singular value decomposition*, Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 22, num. 8, 2008, pp. 1504-1509, ISSN: 1738-494X.

- [19] Kirkby, E.; Oliveira, R.; Michaud, V.; Månson, J. A.: *Impact localisation with FBG for a self-healing carbon fibre composite structure*, Composite Structures, vol. 94, num. 1, 2011, pp. 8-14, ISSN: 0263-8223.
- [20] Kundu, T.; Das, S.; Martin, S. A.; Jata, K. V.: *Locating point of impact in anisotropic fiber reinforced composite plates*, Ultrasonics, vol. 48, num. 3, 2008, pp. 193-201, ISSN: 0041-624X.
- [21] Laš, V.: *Mechanika kompozitních materiálů*, Západočeská univerzita, 2008.
- [22] LeClerc, J. R.; Worden, K.; Staszewski, W. J.; Haywood, J.: *Impact detection in an aircraft composite panel—A neural-network approach*, Journal of Sound and Vibration, vol. 299, num. 3, 2007, pp. 672-682, ISSN: 0022-460X.
- [23] Ma, C. K.; Chang, J. M.; Li, D. C.: *Input forces estimation of beam structures by an inverse method*, Journal of Sound and Vibration, vol. 259, num. 2, 2003, pp. 387-407, ISSN: 0022-460X.
- [24] Martin, M. T.; Doyle, J. F.: *Impact force identification from wave propagation responses*, International Journal of Impact Engineering, vol. 18, num. 1, 1996, pp. 65-77, ISSN: 0734-743X.
- [25] Oliphant, T.: *Documentation for core SciPy Stack projects*, Documentation for core SciPy Stack projects, <http://www.scipy.org/docs.html>, Accessed: 2015-12-09.
- [26] Padaki, N. V.; Alagirusamy, R.; Deopura, B.; Sugun, B.; Fanguero, R.: *Low velocity impact behaviour of textile reinforced composites*, Indian Journal of Fibre Br Textile Research, vol. 33, num. 2, 2008, pp. 203-212, ISSN: 0971-0426.
- [27] Park, J.; Chang, F. K.: *System identification method for monitoring impact events*, Proc. SPIE, vol. 5758, 2005, pp. 189-200.
- [28] Qiao, B.; Chen, X.; Xue, X.; Luo, X.; Liu, R.: *The application of cubic B-spline collocation method in impact force identification*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 64-65, 2015, pp. 413-427, ISSN: 0888-3270.
- [29] Rektorys, K.: *Přehled užití matematiky II*, Prometheus, 1995.

- [30] Rezayat, A.; Nassiri, V.; Pauw, B.; Ertveldt, J.; Vanlanduit, S.; Guillaume, P.: *Identification of dynamic forces using group-sparsity in frequency domain*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 70–71, 2016, pp. 756-768, ISSN: 0888-3270.
- [31] Richardson, M. O. W.; Wisheart, M. J.: *Review of low-velocity impact properties of composite materials*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol. 27, num. 12, 1996, pp. 1123-1131, ISSN: 1359-835X.
- [32] Sai, Y.; Jiang, M.; Sui, Q.; Lu, S.; Jia, L.: *Composite plate low energy impact localization system based on {FBG} sensing network and hybrid algorithm*, Optical Fiber Technology, vol. 24, 2015, pp. 84-88, ISSN: 1068-5200.
- [33] Samagassi, S.; Khamlichi, A.; Driouach, A.; Limam, A.: *Reconstruction of impact force on elastic structures by using direct Bayesian approach*, International Review of Applied Sciences and Engineering, vol. 4, num. 2, 2013, pp. 105-109.
- [34] Samagassi, S.; Khamlichi, A.; Driouach, A.; Jacqueli, E.: *Reconstruction of multiple impact forces by wavelet relevance vector machine approach*, Journal of Sound and Vibration, vol. 359, 2015, pp. 56-67, ISSN: 0022-460X.
- [35] Santamarina, J.C.; Fratta, D.: *Discrete Signals and Inverse Problems: An Introduction for Engineers and Scientists*, Wiley, 2005.
- [36] Sekine, H.; Atobe, S.: *Identification of locations and force histories of multiple point impacts on composite isogrid-stiffened panels*, Composite Structures, vol. 89, num. 1, 2009, pp. 1-7, ISSN: 0263-8223.
- [37] Seydel, R.; Chang, F. K.: *Impact identification of stiffened composite panels: I. System development*, Smart Materials and Structures, vol. 10, num. 2, 2001, pp. 354.
- [38] Seydel, R.; Chang, F. K.: *Impact identification of stiffened composite panels: II. Implementation studies*, Smart Materials and Structures, vol. 10, num. 2, 2001, pp. 370.
- [39] Sun, R.; Chen, G.; He, H.; Zhang, B.: *The impact force identification of composite stiffened panels under material uncertainty*, Finite Elements in Analysis and Design, vol. 81, 2014, pp. 38-47, ISSN: 0168-874X.

- [40] Tajima, M.; Hu, N.; Fukunaga, H.; Estech,: *Experimental impact force identificati*, In Proceedings of The Sixteenth International Conference on Composite Materials, July 8-13, 2007: Kyoto, Japan, 2007.
- [41] Tarantola, A.: *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*, Society for Industrial and Applied Mathematic, 2005.
- [42] Thiene, M.; Ghajari, M.; Galvanetto, U.; Aliabadi, M.H.: *Effects of the transfer function evaluation on the impact force reconstruction with application to composite panels*, Composite Structures, vol. 114, 2014, pp. 1-9, ISSN: 0263-8223.
- [43] Wang, L.; Xie, Y.: *A novel regularization method and application to load identification of composite laminated cylindrical shell*, Journal of Applied Analysis and Computation, vol. 5, num. 4, 2015, pp. 570-580.
- [44] Wang, B.; Chi, C.: *Determination of unknown impact force acting on a simply supported beam*, Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 17, num. 3, 2003, pp. 683-704, ISSN: 0888-3270.
- [45] Wenk, L.; Bockenheimerl, C.: *Structure Health Monitoring*, FAST, vol. 54, 2014, pp. 22-29, ISSN: 1293-5476.
- [46] Yan, G.; Zho, L.: *Impact load identification of composite structure using genetic algorithms*, Journal of Sound and Vibration, vol. 319, num. 3-5, 2009, pp. 869-884, ISSN: 0022-460X.
- [47] Zhang, B.; Zhang, J.; Wu, Z.; Du, S.: *A load reconstruction model for advanced grid-stiffened composite plates*, Composite Structures, vol. 82, num. 4, 2008, pp. 600-608, ISSN: 0263-8223.

Soupis publikací autora související s tématem práce

- [A1] Kroupa, T.; Bartošek, J.; Zemčík, R.: *Loading force reconstruction and impact location identification for unidirectional carbon/epoxy wide beam*, In "9th YSESM" Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics, Tech Science Press, 2010, pp. 201-204.
- [A2] Bartošek, J.; Kroupa, T.; Zemčík, R.; Laš, V.: *Identifikace parametrů rázu kuličky na kompozitovém nosníku*, In Výpočty konstrukcí metodou konečných prvků, Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2010, pp. 1-9.
- [A3] Kroupa, T.; Bartošek, J.; Mandys, T.: *Zařízení pro nízko-rychlostní rázové zkoušky*, Funkční vzorek, Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011.
- [A4] Zemčík, R.; Bartošek, J.; Kroupa, T.: *Structural health monitoring of hybrid composite structure with piezoelectric patches*, In 82nd Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics, Ljubljana: Institute of Metals and Technology, 2011, pp. 132.
- [A5] Laš, V.; Kroupa, T.; Bartošek, J.; Zemčík, R.: *Impact Force Reconstruction for Structural Health Monitoring of Composite Beam*, Acta Mechanica Slovaca, vol. 15, num. 2, 2011, pp. 6-13, ISSN: 1335-239.
- [A6] Zemčík, R.; Kroupa, T.; Bartošek, J.: *Structural health monitoring of hybrid composite structure with piezoelectric patches*, PAMM, Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, vol. 11, num. 1, 2011, pp. 303-304, ISSN: 1617-706.

- [A7] Mandys, T.; Kroupa, T.; Laš, V.; Zemčík, R.; Bartošek, J.: *Investigation of response of composite plate subjected to low-velocity impact*, In Proceedings : 49th international scientific conference : Experimental stress analysis, Brno: University of Technology, 2011, pp. 209-214.
- [A8] Bartošek, J.; Kroupa, T.; Zemčík, R.; Laš, V.: *Impact force identification on sandwich beam*, In Proceedings: 49th international scientific conference: Experimental stress analysis, Brno: University of Technology, 2011, pp. 23-30.
- [A9] Mandys, T.; Kroupa, T.; Laš, V.; Zemčík, R.; Bartošek, J.: *Finite element analysis of failure of composite plate in LS-Dyna in case of low-velocity impact*, In Proceedings of the 3rd ECCOMAS thematic conference on Mechanical Response of Composite, Hannover: Leibnitz University Hannover, 2011, pp. 145-152.
- [A10] Sadílek, P.; Zemčík, R.; Bartošek, J.: *Active structural health monitoring of composite plates and sandwiches*, In 28th conference with international participation Computational Mechanics 2012, Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2012, pp. 1-2.
- [A11] Krystek, J.; Bek, L.; Bartošek, J.; Zemčík, R.; Kottner, R.: *Experimental determination of strength of pinned-joint carbon-epoxy laminate*, In Proceedings of the 50th Annual Conference on Experimental Stress Analysis, Praha: Czech Technical University in Prague, 2012, pp. 225-230.
- [A12] Laš, V.; Zemčík, R.; Kroupa, T.; Bartošek, J.: *Reconstruction of Impact Force on Curved Panel using Piezoelectric Sensors*, Procedia Engineering, vol. 48, 2012, pp. 367-374, ISSN: 1877-7058.
- [A13] Zemčík, R.; Kroupa, T.; Bartošek, J.; Laš, V.: *Impact force reconstruction on composite plate with piezoelectric sensors*, In ICCES '12 (International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences), Tech Science Press, 2012, pp. 507.
- [A14] Sadílek, P.; Zemčík, R.; Bartošek, J.: *Structural health monitoring of aluminium structure with piezopatches*, In Proceedings of the 50th Annual Conference on Experimental Stress Analysis, Praha: Czech Technical University in Prague, 2012, pp. 407-414.

- [A15] Sadílek, P.; Zemčík, R.; Bartošek, J.; Mandys, T.: *Active structural health monitoring of composite plates and sandwiches*, Applied and Computational Mechanics, vol. 7, num. 2, 2013, pp. 183-192, ISSN: 1802-680X.
- [A16] Zemčík, R.; Laš, V.; Kroupa, T.; Bartošek, J.: *Reconstruction of impact on textile composite plate using piezoelectric sensors*, In In Proceedings of the 9th International Workshop on Structural Health Monitoring 2013: A Roadmap to Intelligent Structures, Lancaster: DEStech Publications Inc., 2013, pp. 393-400.
- [A17] Bartošek, J.; Zemčík, R.; Kroupa, T.: *Numerical model of composite airfoil segment with piezoelectric sensors*, In 21st international conference on materials and technology - program and book of abstracts, Ljubljana: Institute of Metals and Technology, 2013, pp. 38.
- [A18] Zemčík, R.; Bartošek, J.; Kroupa, T.; Klepáček, J.: *Impact force reconstruction and localization in thin-walled composite structure*, In ESCO 2014 - 4th European Seminar on Computing, Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2014, pp. 230.
- [A19] Zemčík, R.; Bartošek, J.; Lašová, Z.; Kroupa, T.: *Reconstruction of impact on composite airfoil segment using piezoelectric sensors*, In 7th European Workshop on Structural Health Monitoring, Nantes: Inria - Institut de recherche en Informatique et Automatique, 2014, pp. 552-559.
- [A20] Bartošek, J.; Kroupa, T.; Smolík, L.: *Numerical model of composite airfoil segment with piezoelectric sensors*, Materiali in Tehnologije, vol. 48, num. 6, 2014, pp. 841-845, ISSN: 1580-294.
- [A21] Bartošek, J.; Kroupa, T.; Zemčík, R.; Laš, V.: *Optimal sensor distribution for impact loading identification*, In 11th European Conference on Non-Destructive Testing, Brno: University of Technology, 2014, pp. 1-6.
- [A22] Bartošek, J.; Kroupa, T.; Zemčík, R.: *Numerical Model of Airfoil Segment for Impact Loading Identification*, In Program and book of abstracts, Ljubljana: Institute of Metals and Technology, 2015, pp. 55.