ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

SLOVNÍ ÚLOHY JAKO PROSTŘEDEK ROZVOJE LOGICKÉHO MYŠLENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Karin Kozáková
Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí práce: Mgr. Regina Hrabětová

Plzeň, 2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Nejdku 8. dubna 2016

....
vlastnoruční podpis

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala vedoucí diplomové práce Mgr. Regině Hrabětové za cenné rady, které mi poskytla a za trpělivost, kterou projevila. Děkuji i Základní škole Nejdek, Karlovarská, příspěvková organizace, která mi umožnila výzkum k dané problematice. V neposlední řadě děkuji své rodině, která mi vytvořila zázemí pro vytvoření této práce.

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta pedagogická
Akademický rok: **2014/2015**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Bc. Karin KOZÁKOVÁ**
Osobní číslo:	**P13M0110P**
Studijní program:	**M7503 Učitelství pro základní školy**
Studijní obor:	**Učitelství pro 1. stupeň základní školy**
Název tématu:	**Slovní úlohy jako prostředek rozvoje logického myšlení**
Zadávající katedra:	**Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy**

Zásady pro vypracování:

V teoretické části vymezit pojem slovní úloha, charakterizovat žáka 4. ročníku ZŠ se zaměřením na jeho myšlení. Připravit sadu slovních úloh, které budou po dobu experimentu žákům předkládány. Zpracovat test se slovními úlohami, který bude žákům zadán před začátkem průzkumu a na jeho konci. V ideálním případě vybrat srovnávací skupinu, třídu téhož ročníku, kde slovní úlohy nebudou předkládány. Metodami pedagogicko-psychologického výzkumu vysledovat případné změny, posuny žáků především v kognitivní oblasti. Ty pak v závěru formulovat, popř. vyjádřit doporučení pro pedagogickou praxi.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy: **40 - 60**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: UK, 2004.
Hejný, M., Jirotková, D. Contribution of Geometry to the Goals of Education in Mathematics. Praha: UK, 2012.
Hejný, M. Učebnice matematiky pro 1. stupeň ZŠ.
Molnár, J., Mikulenková, H. Matematika a její aplikace pro 3. ročník. Prodos, 2007.
Melichar, J., Hamerská, G., Fořtová, P. Soubor matematických úloh pro 1. stupeň základní školy. Ústí nad Labem: ÚJEP, 2006.
WWW odkazy: testy Klokánek - www.glouny.cz

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Regina Hrabětová**
Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy

Datum zadání diplomové práce: **12. prosince 2014**
Termín odevzdání diplomové práce: **15. dubna 2016**

Z.Ř. J. Coufalová

Doc. PaedDr. Jana Coufalová, CSc.
děkanka

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta pedagogická
L.S.

Jarka Honzíková

Doc. PaedDr. Jarmila Honzíková, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 12. prosince 2014

ANOTACE

Diplomová práce „Slovní úlohy jako prostředek rozvíjení logického myšlení“ se zabývá vlivem pravidelného řešení slovních úloh na rozvoj logického myšlení. Teoretická část pojednává o matematice jako vzdělávací oblasti, o historii jejího vyučování a metodách její výuky. Podrobněji jsou zde popsány slovní úlohy, jejich rozdělení, metody a postupy jejich řešení. Je zde věnována pozornost i kognitivnímu vývoji dětí. V praktické části je pozornost věnována výzkumnému šetření, které proběhlo ve čtvrtém ročníku ZŠ v Nejdku a bylo při něm zjišťováno, zda pravidelné předkládání a řešení slovních úloh rozvíjí logické myšlení dětí.

KLÍČOVÁ SLOVA

matematika, slovní úlohy, logické myšlení, kognitivní vývoj, základní škola

ANNOTATION

Diploma thesis "Mathematical word task as a means of developing logical thinking" deals with the effect of solving word problems on a regular basis and its impact on logical thinking. The theoretical part discusses mathematics as an educational field, history of its teaching and also discusses methods of teaching mathematics. The theoretical part also describes word problems in more detail, it defines classification of word problems and also methods and processes of solving them. Attention is also paid to cognitive development of children. The practical part of the thesis is based upon research which was conducted in grade four of an elementary school in Nejdek. Purpose of the research was to determine whether regular submission and solving word problems develops logical thinking of children.

KEY WORDS

mathematics, word problems, logical thinking, cognitive development, elementary school

OBSAH

ÚVOD

„Chceme-li ve škole žákům ukázat, co je to matematika, pak nejlepším způsobem je řešit s nimi problémy. Tyto problémy by měly být dostatečně zajímavé, přijatelně obtížné a jejich řešení by mělo odpovídat zvyklostem v matematice… Stěží lze nalézt jinou činnost, která by svými několika tisíci lety prověřenými zkušenostmi mohla být účinnější pro rozvíjení myšlení, abstrakce, představivosti a schopností řešit problémy, než je pěstování matematiky. Ostatně právě matematické úlohy, jmenovitě pak ty, které zasahují do jiných oborů lidské činnosti, jsou jedinečnou průpravou k provádění dnes tak nesmírně užitečné matematizace různých reálných situací.“[1]

Matematika je součástí života každého z nás. Setkáváme se s ní dennodenně již od mala. Matematické úlohy prožíváme v mnoha životních situacích.

Děti se v matematických úlohách učí pohybovat již od prvních chvil školní docházky. S mnoha matematickými situacemi se však přirozeně setkávají i dříve. Rozdělují bonbony na polovinu, aby se podělily, porovnávají, kdo má čeho více nebo kdo má co větší. Dokáží vzít např. jablko pro všechny členy rodiny. Všechny tyto úkony vykonávají automaticky. Po nástupu do školy se pro ně stávají do nynějška přirozené situace matematickými úlohami. Učí se je vyřešit pomocí nákresů a pomocí početních operací. Ze své praxe musím, bohužel, konstatovat, že mnohdy zapomínají na tu předškolní samozřejmost, na „selský rozum“ a za každou úlohou hledají náročný a nepřekonatelný problém.

Když se však pokusím podívat na tento problém z druhé strany, je možné, že řešení slovních úloh rozvíjí u dětí logické myšlení a tím jim napomáhá řešit situace v reálném životě.

V diplomové práci bych se chtěla pokusit odkrýt vztah mezi řešením slovních úloh a rozvojem logického myšlení.

Práce se skládá z teoretické a praktické části. První část teorie je věnována kognitivnímu vývoji dítěte ve stádiu konkrétních operací. Druhá, rozsáhlejší část, je věnována matematice jako takové, tj. historii její výuky, matematice jako vzdělávací

[1] KOPKA, 2008, str. 135

oblasti na ZŠ a metodami její výuky. Podrobněji jsou pak popsány slovní úlohy, jejich rozdělení, metody a postupy jejich řešení.

V praktické části je popsáno výzkumné šetření, které probíhalo ve dvou čtvrtých třídách Základní školy v Nejdku, Karlovarská, příspěvková organizace. Pomocí tohoto výzkumu bylo zjišťováno, zda pravidelné předkládání a řešení slovních úloh rozvíjí logické myšlení u dětí.

1 PSYCHICKÝ VÝVOJ ČLOVĚKA

Přestože je lidská osobnost integrovaným celkem a všechny oblasti vývoje se navzájem ovlivňují, Vágnerová (2008) uvádí, že psychický vývoj člověka má tři složky.

1. Biosociální vývoj

Biosociální vývoj se týká tělesného vývoje a všech změn, které jsou s ním spojeny. Zabývá se také tím, jaké faktory tento vývoj ovlivňují.

2. Psychosociální vývoj

Psychosociální vývoj zahrnuje proměny způsobu prožívání, proměny osobnostních charakteristik a proměny mezilidských vztahů.

3. Kognitivní vývoj

Kognitivní vývoj zahrnuje všechny procesy, které se nějakým způsobem podílejí na lidském poznávání. Právě tato oblast vývoje je důležitá pro moji práci, proto se jí budu věnovat podrobněji.

1.1 KOGNITIVNÍ VÝVOJ

Kognitivní vývoj se týká vývoje poznávacích funkcí. Pod pojmem poznávací funkce chápeme vnímání, fantazii, schopnosti, myšlení, usuzování, inteligenci, pozornost a paměť.

Poznávací funkce se mění celý život, nejvíce v období dětství a adolescence. Psychologové se shodují v tom, že pro vývojové změny je důležitá interakce procesů zrání a učení. Na jedné straně zrání, které je dáno biologicky a na druhé straně učení, které je ovlivněno prostředím a výchovou. Podle Hilla (2004) se však již odborníci neshodnou, která z těchto složek je důležitější. Jedni hovoří o tom, že ke změnám v myšlení dochází pouze vlivem stárnutí, druzí o tom, že myšlení se mění v závislosti na zkušenostech a naučeném materiálu.

Zkoumáním a vysvětlováním principů kognitivního vývoje se zabývalo a stále zabývá velké množství autorů – nejdříve filozofové, později psychologové. Jejich teorie se liší a asi žádná z nich není a nemůže být úplná a ta jediná správná. Většina autorů těchto teorií se shoduje v tom, že s přibývajícím věkem jsme schopni lépe kontrolovat své myšlení, dokážeme lépe zpracovávat informace a pracovat s kontextuálními vlivy. Čím jsme starší, tím také umíme řešit a zvládat stále složitější problémy a dívat se na okolní svět jinak než dříve.

Jak je již výše uvedeno, principy kognitivního vývoje se zabývá mnoho autorů. Všeobecně uznávanou je teorie švýcarského filozofa, přírodního vědce a vývojového psychologa Jeana Piageta. Piaget se věnoval studiu dětského myšlení.

Podle Piageta (1999) myslí děti kvalitativně jinak než dospělí a jejich inteligence se vyvíjí během čtyř oddělených fází. Tato stádia nazval:

1. Senzomotorické (0 – 2 roky)
2. Předoperační (2 – 7 let)
3. Stádium konkrétních operací (7 – 11 let)
4. Stádium formálních operací (11 let a více)

1.1.1 STÁDIUM KONKRÉTNÍCH OPERACÍ

Pro tuto práci je důležitý právě věk 7 – 11 let. Piaget toto období nazval stádiem konkrétních operací, které je charakterizované respektováním základních zákonů logiky a respektováním konkrétní reality.

Začátek tohoto období je určen vstupem do školy, což je pro děti zásadní a důležitá změna. Děti se musí přizpůsobit novému prostředí a novému kolektivu, musí se naučit komunikovat s vyučujícími a se spolužáky.

Až do 10. roku věku dítěte roste mozek a opouzdřují se nervová vlákna. Učení v tomto věku je hlavní činností a ovlivňuje všechny psychické funkce, které se zdokonalují. *„Probíhá intelektualizace poznávacích procesů, výrazný je aspekt záměrnosti a uvědomělosti psychické činnosti.“*[2]

Děti v tomto období začínají uvažovat jiným způsobem než dříve. Vývojové změny v jejich myšlení jim umožňují zvládat nároky, které jsou na ně ve škole kladené.

---

[2] Hř ÍCHOVÁ, NOVOTNÁ, MIœHOVÁ, 2000, str. 50

„Myšlení na této úrovni vždycky nějakým způsobem operuje se skutečností, popřípadě s představami nebo se symboly, které mají jednoznačný, konkrétní obsah.“[3] Pro děti je přitom přirozené vycházet z vlastní zkušenosti, protože se mohou přesvědčit, zda určitá situace, která jim je jen verbálně sdělovaná je, či není pravdivá. I z tohoto důvodu je u dětí raného a středního školního věku žádoucí používat názorné pomůcky, na kterých si mohou, jako na názorném příkladu, ověřit výklad učitele.

Výkon dětí je v tomto věku také závislý na motivaci a na samotné osobnosti dítěte. Podle Langmeiera (2006) je zřejmé, že rodina a mateřská škola mohou cíleně podporovat výstavbu logického myšlení, tedy přechod od naivně názorného myšlení k myšlení založenému na logických operacích.

Rozvoj poznávacích procesů není také dán jen věkem, ale i tím, že děti začaly chodit do školy a jsou ovlivňovány učením. Vágnerová (2000) shrnula změny uvažování u dětí raného a středního školního věku do následujících bodů:

1. Decentrace

Decentrace znamená, že dítě není ještě příliš ovlivňováno a omezováno subjektivním pohledem na skutečnost, kterou poznává. Děti v tomto věku umí klasifikovat a třídit, což znamená, že jsou schopny brát v úvahu více hledisek skutečnosti a uvažovat o jejich vzájemných vztazích, dokážou zařadit prvek do určité třídy a chápou pravidla, podle nichž se řazení řídí.

2. Konzervace

Dítě již dokáže pochopit, že tytéž věci mohou mít více podob (př. voda, led). Chápe tedy trvalost podstaty určitého objektu, i když se jeho vnější vzhled mění. Pokud vidí čtyři kostky, je jedno, zda jsou na sobě, vedle sebe nebo rozházené po místnosti. Jsou stále čtyři.

Piaget prováděl poměrně známý test konzervace. K testu jsou zapotřebí čtyři sklenice. Dvě sklenice absolutně stejných rozměrů, pak jedna nízká a široká a poslední vysoká a štíhlá. Do prvních dvou sklenic nalil úplně stejné množství tekutiny, aby se děti mohly přesvědčit, že tekutiny je opravdu stejně. Pak přelil tekutinu z jedné sklenice do sklenice široké a nízké a z druhé sklenice do sklenice štíhlé a vysoké. V předoperačním období by

[3] VÁGNEROVÁ, 2000, str. 149

děti odpověděly, že ve vyšší sklenici je více tekutiny. Děti v období konkrétních operací však již bezpečně poznají, že v obou sklenicích je tekutiny stejně.

3. Reverzibilita

Reverzibilita = vratnost. Dítě již ví, že pokud něco odněkud ubere, tak se situace změní, ale také ví, že pokud to zase vrátí zpět, tak bude situace stejná jako před tím. To znamená, že chápe funkci opačných operací.

Reverzibilita může mít více variant, např. inverzi: jestliže C – B = A, pak A + B = C, tj. pokud ubereme určité množství a pak ho opět přidáme, hodnota se změní a potom se opět vrátí do původního stavu. Inverzi se děti učí ve škole již od začátku školní docházky, např. ve sčítání a odčítání.

Další variantou reverzibility může být reciprocita. Reciprocita znamená, že na určitou realitu existují dva různé pohledy. Např. pokud lízátko má hodnotu pěti korun, pak je možné, že za pět korun si mohu koupit toto lízátko. Pokud slovo stavět je sloveso, pak jako příklad slovesa mohu uvést slovo stavět.

2 MATEMATIKA

Prezident V. Klaus ([online] 2012) při oslavě 150. výročí založení Jednoty českých matematiků a fyziků prohlásil: *„Málokdo mimo matematiku si uvědomuje, že matematika není o počtech či výpočetních vzorcích, ale o způsobu myšlení… Právě onen proces, kterým se dospívá k výpočtu, je klíčový. Používat matematiku, to znamená tříbit si logiku a schopnost pracovat s abstraktními pojmy, tomu nás nenaučí jiný předmět.“*

Co je matematika? Většinu lidí by asi napadla odpověď: „Matematika jsou počty, je to věda o číslech.“

Odpověď na tuto otázku není jednoduchá a především se v průběhu let a století mnohokrát změnila. Zatímco ve starověkém Egyptě by výše uvedená odpověď byla pravdivá, tak ve starověkém Řecku zajímala vědce spíše geometrie, takže pro ně matematika byla vědou o číslech a tvarech. Právě Thales však vyslovil myšlenku, že přesně vyjádřené matematické sdělení se dá dokázat určitým metodickým postupem.

Až v 17. století našeho letopočtu by Newton řekl, že matematika je vědou o číslech, tvarech, pohybu, změnách a prostoru. Koncem 19. století by k odpovědi bylo přidáno, že matematika je také vědou o matematických postupech.

A jak by zněla odpověď v dnešní době? Dnes bychom mohli říct, že matematika je vědou o strukturách. [4] *„Matematik zkoumá abstraktní numerické struktury, struktury tvarů, zákony pohybu, principy chování a rozhodování, podstatu pravděpodobnosti atd. Všechny struktury mohou být skutečné nebo uměle sestavené, zjevné nebo skryté, statické nebo dynamické, kvalitativní nebo kvantitativní, ryze účelové nebo vymyšlené jen tak pro zábavu. Jejich podstata vychází ze světa, který nás obklopuje, z hlubin prostoru a času i z labyrintu lidské mysli.“*[5]

2.1 HISTORIE VÝUKY MATEMATIKY

Jan Amos Komenský v roce 1632 přiřadil výuku počtů k výuce čtení a psaní jako rovnocenný předmět a prosadil, aby se počty vyučovaly již v obecné škole. Výuka matematiky tedy dnes patří neodmyslitelně k základnímu vzdělávání. Již na 1. stupni ZŠ

[4] DEVLIN, 2011
[5] DEVLIN, 2011, str. 11

získávají žáci základní matematické poznatky, které pak v dalších školních letech rozvíjejí. Pro matematiku stejně jako pro ostatní vyučovací předměty však platí, že si k nim v tomto období žáci utváří kladný nebo záporný vztah.

Kdybychom se podívali do historie výuky matematiky, zjistili bychom, že přístup k výuce tohoto předmětu se v průběhu času různě měnil.

Podle Balady (1959):

Ve feudální společnosti se v klášterních školách matematice, stejně jako čtení a psaní, vyučovalo jen příležitostně. Úroveň všeobecného vzdělání byla tedy velice nízká. Po založení Karlovy univerzity se matematika přednášela na Filozofické fakultě. Literaturu k výuce již tenkrát psali, sice latinsky, i čeští mistři.

Na konci 15. a začátku 16. století se vydávaly české učebnice, v kterých se však objevovala nejednotnost v psaní čísel. Užívalo se jak „figur českých“, tak „figur latinských“. V 16. století zřizovala pražská univerzita městské školy. Do dnešní doby se zachovaly osnovy, které stanovovaly, co se má s žáky probírat. Bylo zde zmíněno: numerace, sčítání, odčítání, zdvojování, půlení, násobení, dělení, zlomky, trojčlenka, dělení v daném poměru, přepočítávání měn, atd. Na většině škol se však tyto osnovy neplnily, protože aritmetice byla věnována pouze 1 hodina týdně. Školní řád z roku 1609 dokonce vypustil matematiku z osnov úplně.

V 17. století byly počty díky J. A. Komenskému přiřazeny ke čtení a psaní jako rovnocenný předmět a začalo se jim vyučovat již v obecné škole.

Na začátku 18. století byly elementární školy pod vlivem církve. Z důvodu účinkování žáků na církevních slavnostech se na úkor výuky matematiky posilovala hudebnost žáků. O něco vyšší úroveň měly školy piaristů (příprava pro vstup na gymnázium). Metoda práce však byla taková, že se žáci vše učili zpaměti.

Marie Terezie byla od počátku své vlády nespokojené s tím, jak probíhá výuka matematiky. V roce 1752 byl zaveden státní dozor nad všemi latinskými školami a byl požadován mnohem větší prostor pro výuku matematiky. Na konci 18. století se začaly pravidelně vydávat početnice a začalo soustavné vyučování matematiky v českém jazyce.

Počítání z paměti, jako základní rys výuky matematiky, přetrvalo až do konce 19. století. V osnovách pro matematiku z roku 1877 se objevovala aritmetika, měřičství a rýsování a kreslení od ruky. Týdenní počet hodin matematiky se pohyboval od 6 hodin v 1. ročníku po 13 hodin v 8. ročníku.

Od poloviny 19. století se začaly objevovat snahy o vytváření metod výuky počtů.

- Metody umělé (zobrazovací)

Jedná se o metody založené na teoretickém základu, bez ohledu na věk a vyspělost dítěte.

1. Metoda kupící

V centru pozornosti je číslo, ne podstata početního výkonu. Ke každému číslu se tedy „kupí“ všechny početní operace. Postup si děti musely osvojovat memorováním.

2. Metoda rozdělovací

Na rozdíl od kupící metody rozdělovala početní úkony vážící se k jednomu číslu a násobení a dělení nechávala na pozdější dobu.

3. Metoda čítací

Východiskem této metody bylo budování představy čísla přidáváním po jedné (čítáním). K početním výkonům se přistupovalo až tehdy, když dítě mělo jasnou představu čísel.

- Metody přirozené

Přirozené metody se začaly ve výuce matematiky rozvíjet na začátku 20. století. Tyto metody čerpaly ze zkušeností dětí z běžného života, z jejich zájmů a her (hra na kupce). Brzy byly objeveny přednosti této metody, ale i její nedostatky (hlavně při hromadné výuce).

1. Metoda kombinační

Pedagog a spisovatel Josef Loutocký spojil ve své učebnici výhody metody přirozené i metod umělých. Na myšlenky Loutockého navázal Jan Zlámal, který vytvořil Zlámalovu metodu kombinační. V systému umělých metod využíval podněty ze života.

2. Metoda situační

Počty nemají být jen mechanické, ale mají využívat konkrétní situace. Podle Kohoutka (1963) má početní situace být: životná (z dětského života), pravdivá (výsledek odpovídá skutečnosti), pochopitelná (přiměřená věku dítěte), spojitá (jednotný děj).

Ve 30. letech 20 století se začaly uplatňovat ve výuce metody, které byly označovány za reformní. Vznikla tzv. globální metoda, která se opírala pouze o mechanické opakování, tj. o mechanický nácvik početních spojů. Takto vyučovaná matematika byla však shledána nedostatečnou a zavedly se počty statické (pamětné ovládnutí početních spojů) a počty dynamické (řešení zajímavých praktických problémů).

Ve školách se vyučovalo podle osnov vydaných v roce 1915. Další učební osnovy byly vydány v letech 1930. Osnovy vzniklé v roce 1933 byly upraveny v duchu reformního hnutí. Důležitou roli zde sehrál významný český pedagog Václav Příhoda. Cíl výuky matematiky byl v těchto osnovách formulován takto: *„Vypěstovat v žácích návyk počtářského myšlení a zběhlosti tak, aby řešili samostatně, jistě a hbitě praktické, početní a měřické úlohy ze života svého prostředí. Vychovat žactvo k přesnosti, rozumové spořivosti a k rozvážné podnikavosti, jsouc vedené myšlenkou všeobecného dobra.“*[6]

Přestože ještě několikrát vyšly nové osnovy, tak ty důležité byly vydány v roce 1953. V těchto osnovách bylo vyčleněno učivo pro 1. ročník a pro 2. – 5. ročník. Učivo se vyčleňovala nejen z pohledu obsahu, ale i z pohledu metod a forem práce. Řešení slovních úloh zabíralo cca polovinu vyučovacího času.

V roce 1975 byly na základě nově vydaných učebních osnov zavedeny na všech školách tzv. projektové učební osnovy. Tyto osnovy inovovaly a modernizovaly pojetí, formy a metody matematického vyučování na 1. stupni. *„Pojem přirozeného čísla se objasňuje jako počet prvků konečné množiny a početní výkony se vysvětlují na základě operací s množinami. Základem řešení úlohy v každém ročníku je znázornění situace a její matematické vyjádření pomocí množinového diagramu, rovnice, popř. nerovnice.“*[7]

Další učební osnovy byly schváleny v roce 1982. V těchto osnovách je zdůrazňováno vytváření vhodných matematických dovedností. Všechny poznatky se probírají ve dvou

[6] BLAĢKOVÁ, MATOUĠKOVÁ, VAœUROVÁ, 1987, str. 17
[7] MINISTERSTVO ĠKOLSTVÍ ĻSR, 1977, str. 17

fázích. V první fázi se klade důraz na porozumění a pochopení podstaty. Až ve druhé fázi se klade důraz na pamětné osvojení a automatizaci. Při výuce matematiky je podle těchto osnov povinný množinový přístup. „Porevoluční“ osnovy z roku 1990 umožnily učiteli výběr, zda bude při výuce matematiky používat množinový přístup nebo ne. Tento přístup již nebyl ve výuce povinný.

V letech 1996 – 1997 byly schváleny tři programy pro základní vzdělávání: Obecná škola, Národní škola a Základní škola. Tyto vzdělávací programy nahradily dosavadní učební osnovy. V programu Obecná škola je zdůrazňováno matematické vzdělávání na základě vlastních zkušeností žáků, matematice se vyučuje řešením úloh a činnostmi.

Program Základní škola klade důraz na činnostní vyučování. Matematika je zde považována za „druhý nosný pilíř“ základního vzdělávání. *„Matematika prostřednictvím matematických znaků, útvarů a pojmů uvádí žáky do číselných a prostorových vztahů ve skutečnosti, učí je logickému, kritickému a přesnému myšlení a usuzování. Poznatky a dovednosti získané v matematice jsou nezbytné pro životní praxi žáka i pro jeho další vzdělávací orientaci.“* [8]

V programu Národní škola je matematika chápána jako odraz reálných vztahů v hmotném světě.

Zásadní změnu v proměně školství přinesl rok 2001, kdy vznikl Národní program rozvoje vzdělávání – Bílá kniha. Tento dokument se stal základem pro nový školský zákon. Ten byl přijat v roce 2004. V letech 2001 – 2004 vzniká Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), který konkretizuje požadavky státu v podobě cílů, obsahu a očekávaných výstupů v oblasti základního vzdělávání.

RVP ZV je rozdělen do devíti oblastí, z nichž druhou oblastí je Matematika a její aplikace.

[8] VZDĚLÁVACÍ PROGRAM ZÁKLADNÍ ŠKOLA, str. 11

2.2 VZDĚLÁVACÍ OBLAST MATEMATIKA NA ZŠ

2.2.1 CHARAKTERISTIKA VZDĚLÁVACÍ OBLASTI

„Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium. Vzdělávání klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. Žáci si postupně osvojují některé pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsoby jejich užití.“[9]

2.2.2 TEMATICKÉ OKRUHY VZDĚLÁVACÍ OBLASTI MATEMATIKA

Vzdělávací oblast matematika je na prvním stupni ZŠ rozdělena do následujících čtyř tematických okruhů.

1. Čísla a početní operace

V tomto okruhu si žáci osvojují aritmetické operace. Neučí se však jen tyto operace provádět, ale i chápat, proč se jednotlivé operace provádějí určitým předloženým postupem a používat tyto operace ve spojení se situacemi pro žáky známými z běžného života. V tomto okruhu získávají představu o tom, co znamená pojem proměnná a jakou má úlohu při matematizaci určitých reálných situací.

2. Závislosti, vztahy a práce s daty

V tomto okruhu se žáci seznamují s tabulkami, diagramy a grafy. Vyčítají z nich závislosti a změny a uvědomují si tyto závislosti a změny jako projevy jevů z běžného reálného života.

[9] RVP (2007)

3. Geometrie v rovině a prostoru

I když se to může zdát nepravděpodobné, tento okruh je žákům velice blízký. Všude kolem nich se vyskytují předměty, u kterých je možnost najít podobnosti s geometrickými útvary. Žáci se učí tyto útvary pojmenovávat, znázorňovat a uvědomovat si jejich vzájemné polohy. Odhadují a později vypočítají jejich rozměry.

4. Nestandardní aplikační úlohy a problémy

V tomto okruhu hraje důležitou roli logické myšlení, které je do určité míry nezávislé na znalostech školské matematiky. Mohou se zde tedy prosadit i ti žáci, kteří v jiných okruzích nejsou příliš úspěšní, a tím mohou posílit své sebevědomí a víru ve vlastní schopnosti logického myšlení. Úlohy tohoto okruhu by měly prolínat všemi výše zmíněnými okruhy. Úkolem žáků zde není jen vypočítat, vyřešit nějaký problém, ale uvědomit si ho, pochopit a analyzovat.

2.2.3 CÍLOVÉ ZAMĚŘENÍ VZDĚLÁVACÍ OBLASTI

Vzdělávání žáků ve výše uvedených okruzích vede k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí. Těmito kompetencemi rozumíme:

- Kompetence k učení,
- Kompetence k řešení problémů,
- Kompetence komunikativní,
- Kompetence občanské,
- Kompetence pracovní,
- Kompetence sociální a personální.

Podle RVP (2007) rozvíjením klíčových kompetencí docházíme například k:

- rozvíjení kombinatorického a logického myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů,
- vytváření zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu,

- provádění rozboru problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volbě správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému,
- přesnému a stručnému vyjadřování užíváním matematického jazyka včetně symboliky, prováděním rozborů a zápisů při řešení úloh a ke zdokonalování grafického projevu,
- rozvíjení důvěry ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, k soustavné sebekontrole při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematičnosti, vytrvalosti a přesnosti, k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy na základě zkušenosti nebo pokusu a k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů.

2.3 METODY VÝUKY MATEMATIKY

Ve výuce matematiky, stejně jako ve výuce jiných školních předmětů, můžeme rozlišovat alternativní a klasickou vyučovací metodu. Jak již napovídají samotné pojmy, klasická metoda je zavedena již mnoho desetiletí. Je to postup, který se časem a vlastně i ověřil a vede k získávání matematických vědomostí. Je to metoda, která je převážně vedena frontální výukou a formou dialogu.

Alternativní metody nahrazují klasické metody výuky. Vedou žáky k matematickým vědomostem, ale také rozvíjejí samostatnost myšlení žáků a jejich schopnost vyjádřit svůj názor. Jsou to metody, které kladou důraz na myšlení a řešení problémů.[10]

2.3.1 KLASICKÉ VYUČOVACÍ METODY

Klasickým vyučovacím metodám dává mnoho vyučujících přednost. Je to pravděpodobně z toho důvodu, že jsou méně náročné na přípravu a jsou i časově úspornější. Tyto metody jsou charakteristické tím, že uprostřed pozornosti je učitel, který se po většinu vyučovacího času snaží žáky zaujmout a udržet jejich pozornost.

[10] Podle MAœÁK, ĠVEC, 2003

Mezi klasické výukové metody řadíme:[11]

1. Metody slovní
   - Monologické metody,
   - Dialogické metody,
   - Metody písemných prací,
   - Metody práce s učebnicí, knihou, atd.
2. Metody názorně demonstrační
   - Pozorování předmětů a jevů,
   - Předvádění předmětů, činností,
   - Demonstrace statických obrazů,
   - Projekce.
3. Metody praktické
   - Nácvik pohybových a pracovních dovedností.

Mnozí učitelé vidí přínos těchto metod v tom, že hodiny vedené klasicky probíhají stále stejně. Jsou vedeny stále stejným způsobem, takže žáci nejsou překvapováni žádnými novými aktivitami a požadavky a přesně vědí, co je v hodině čeká a jak jsou za sebou jednotlivé aktivity řazeny. V první fázi hodiny se učitel zdraví se žáky a oznamuje jim, co je cílem této hodiny a co se bude probírat. Ve druhé fázi dochází k opakování probraného učiva, v další fázi je probírána nová látka – většinou monologickou metodou, ve čtvrté fázi dochází k určitému oživení výuky, protože žáci si formou dialogu a diskuse ujasňují učivo, které si vyslechli ve třetí fázi. V poslední fázi hodiny vyučující pomocí zpětné vazby zjišťuje, zda žáci vyloženou látku pochopili.

Tyto metody však mají i mnoho nedostatků. Vedou spíše k pamětnému učení než k pochopení látky a k přemýšlení nad ní. Žáci mají pak velký problém propojit naučené s praktickým životem. Další nevýhodou je, že žáci by měli pracovat stejným tempem, tudíž

[11] Podle MAœÁK, ĠVEC, 2003

je absolutně odsunutý individuální přístup k jednotlivým dětem podle jejich potřeby. Klasické vyučovací metody nerozvíjí komunikaci a spolupráci mezi žáky, takže mnozí žáci nemají šanci se poznat po pracovní stránce.

Při výuce těmito metodami není jednoduché udržet pozornost žáků a jejich aktivitu. Je také složité děti motivovat k zájmu o probíranou látku.

2.3.2 ALTERNATIVNÍ VÝUKOVÉ METODY

„Alternativní metodiky jsou nové přístupy, které hledají cesty tak, aby se učivo dětem lépe zprostředkovalo, aby ho samy mohly objevovat, aby ho rychleji uměly uchopit a využívat. Jde o to, aby takovéto postupy byly pro děti motivačně hodnotné i efektivní….. Pokud se metoda uchytí, ukáže se, že je skutečně prospěšná a že naplňuje cíle stanovené v primárním vzdělávání v rozsahu požadovaných kompetencí, tak o ní již nemusíme dále hovořit jako o alternativě. Samozřejmě že zde hraje roli i hledisko kvantity, to znamená, že novou metodu musí začít běžně využívat vetší množství škol.“ [12]

Při využívání alternativních metod výuky není učitel středem pozornosti. Naopak ustupuje do pozadí a je spíše poradcem a pomocníkem. Hlavní roli při výuce těmito metodami hraje žák, který je aktivním činitelem – je nucen samostatně přemýšlet a řešit problémy. [13]

Podle Skalkové (2007) se žáci při alternativních metodách výuky učí učit individuálně, ale i ve skupinách. Rozvíjí si svoji samostatnost, zodpovědnost, iniciativu a tvořivost. Získávají osobní zkušenosti, učí se komunikovat a aktivně spolupracovat s ostatními dětmi. Tyto metody vedou dále k tomu, že se žáci učí vyhledávat informace a zpracovávat je a učí se organizovat si svoji činnost.

Pokud učitel používá alternativní metody, je potřebné, aby dodržoval určité zásady a postupy. Tyto postupy jsou charakterizovány těmito rysy:

[12] www.h-mat.cz, on-line
[13] Podle MAœÁK, ĠVEC, 2003

- Pozitivní přístup

Žák vyvíjí snahu a energii, aby dosáhl určitého výkonu. Získává tím dobrý pocit z práce, kterou vykonal, dosahuje uspokojení, nabývá sebedůvěry a buduje si své místo v kolektivu.

- Individualizace

Každý žák je osobnost. Jeho způsob práce se odvíjí od jeho temperamentu a vyhovujícího učebního a pracovního stylu, od vlastního pracovního tempa, schopností a zájmů.

- Vlastní činnost

Diskuse, dialog, předkládání návrhů, sdělování vlastních názorů, vyrábění, dramatizace, hra.

- Variabilita

Pokud žáci používají různé postupy, pak docházejí i k více variantám řešení. Všechny tyto varianty by měl vyučující akceptovat.

- Svoboda

Tím, že vyučující nestojí jako jediný v centru pozornosti, panuje při výuce příjemná přátelská atmosféra. Žáci jsou svobodou svých rozhodnutí vedení k odpovědnosti za své činy, zodpovědnému jednání a rozhodování. Děti se učí beze strachu projevit svůj názor a zároveň poznávat hranice vlastní svobody.

- Kooperace

Žáci se učí spolupracovat s ostatními a hledat cesty ke společnému cíli. Dokáží si obhájit vlastní názor, ale i bez konfliktů a napětí naslouchat názorům ostatní dětí.

- Konstruktivní přístup

Žák se snaží sám objevovat, zjišťovat, srovnávat, komunikovat a řešit.

- Smyslnost a srozumitelnost

Žák dokáže propojit nabyté vědomosti a dovednosti s reálnými situacemi v běžném životě. V běžných situacích si ověřuje výsledky své práce.

- Hravost

Hravý přístup je důležitý pro získání zájmu žáků, pro podnícení jejich aktivity. Děti se učí dodržovat pravidla a určovat si hranice.

- Zdravotní aspekt

Výuka je vedena tak, aby nebyla stresující, aby v žácích nevyvolávala strach. Tímto přístupem jsou děti vedeny ke zdravému životnímu stylu.

- Globální pojetí

Umožňuje žákům pochopit vzájemné souvislosti.[14]

Podle Maňáka a Švece (2003) je možné rozdělit alternativní metody následujícím způsobem:

1. Problémová výuka

Tím, že se žák učí řešit problémy, učí se orientovat v reálném světě, vyznat se v různých životních situacích. Problémová výuka se může považovat za základ ostatních alternativních způsobů výuky. Žákům nejsou sdělována „hotová“ fakta, ale jsou vedeni k tomu, aby k novým poznatkům došli samostatně vlastním uvažováním, pozorováním. V problémové výuce jsou učitelem kladeny otázky začínající slovy: Proč…, Urči…, Vysvětli…, Popiš….

Aby žák problém vyřešil, musí dokázat, že je trpělivý a že dokáže překonávat překážky. Po úspěšném vyřešení problému, získává pocit sebedůvěry a sebeuspokojení.

2. Didaktická hra

Každá hra má daná určitá pravidla. Stejné pravidlo platí i pro hru didaktickou. Za určitých pravidel si tedy žák zábavnou formou osvojuje nebo upevňuje látku. Kromě látky se učí respektovat pravidla hry.

3. Diskusní metody

Dalo by se říct, že tato metoda je postavena na výměně názorů. Při této diskusi se žák učí přesně formulovat své názory, argumentovat, přijímat názory ostatních, klást přesné

[14] Podle MAœÁK, 1997

otázky a utvářet si vlastní názor. Na průběh diskuse dohlíží moderátor, jehož roli většinou zastává učitel. Ten dohlíží na to, aby se ke slovu dostali všichni, aby děti mluvily krátce a věcně, aby se diskuse nestáčela jiným směrem.

Diskusních metod je velké množství. Budu jmenovat např.: brainstorming, metoda cílených otázek, Hobo metoda, řetězová diskuse, atd.

4. Situační metoda

„Řešení modelů reálných situací vyžaduje obvykle komplexní přístup, motivuje žáky, vede je k využívání vědomostí a dovedností z různých vyučovacích předmětů (mezipředmětové vztahy), k vzájemné spolupráci a produktivnímu myšlení.“[15]

Žákům je předložena situace, kterou mají vyřešit. Hledají vhodné postupy, kterými je možné dojít k řešení. Důležité je tedy, aby se uměli rozhodnout a vybrat z většího počtu možností tu správnou.

5. Inscenační metoda

Tato metoda je úzce spojena s dramatizací. Žákům je předložena úloha, problém, který mají vyřešit. Žáci představují osoby, činnosti, situace, které se v úloze vyskytují.

V této metodě *„jde o simulaci nějaké události, v níž se kombinuje hraní rolí a řešení problémů, a to buď předváděním určitých lidských typů, nebo zobrazováním reálných životních situací, nebo kombinací obou postupů.“*[16]

6. Speciální metody

- Výuka podporovaná počítačem

S rozšířením výpočetní techniky se otevřely nové možnosti výuky. Hlavním cílem této metody je, aby žák pracoval samostatně vlastními postupy a vlastním tempem. Učitel zde téměř úplně ztrácí svoji roli. Je pouze k dispozici, pokud potřebuje žák pomoci. Výsledky kontroluje sám počítačový program.

Tato metoda se stala vítaným zpestřením výuky snad ve všech školách.

[15] MAœÁK, 1997, str. 28
[16] MAœÁK, ĠVEC, 2003, str. 123

- Skupinová výuka

Žáci jsou rozděleni do homogenních nebo heterogenních skupin a společně řeší úlohy. Učí se navzájem spolupracovat, vyslechnout názory ostatních, poctivě si rozdělit úkoly mezi jednotlivé členy skupiny. Učitel zde zastává roli poradce.

- Kooperativní výuka

Tato výuka je blízká skupinové výuce. Je zde důležitá spolupráce žáků mezi sebou, ale i spolupráce mezi žáky a učitelem. U tohoto typu výuky by se dalo dobře použít rčení: Jeden za všechny, všichni za jednoho.

- Samostatná práce žáků

„Samostatnou práci žáků chápeme jako takovou učební aktivitu, při níž žáci získávají poznatky vlastním úsilím, relativně nezávisle na cizí pomoci a vnějším vedení, a to zejména řešením problému.“[17]

Žáci se zapojují do výuky individuálně. Každý podle svého tempa a svých schopností. Mají možnost použít svoje nápady a aplikovat svoje názory. Žák se učí odpovědnosti, může se spolehnout jen sám na sebe, takže se rozvíjí jeho tvořivost. Učitel má prostor věnovat se žákům, kteří mají při řešení úloh nějaké problémy.

- Projektové vyučování

Žáci si sami mohou vybrat projekt, na kterém chtějí pracovat. Zpracování tohoto projektu prochází napříč větším počtem vyučovacích předmětů. Poznatky z těchto předmětů děti spojují a tím řeší problém z více hledisek a docházejí k několika možným způsobům řešení. I v této metodě se žáci učí spolupracovat, naslouchat, komunikovat, argumentovat.

- Metoda kritického myšlení

Žáci při této metodě propojují osvojené vědomosti, hledají mezi nimi souvislosti a vytváří si vlastní názor na daný problém. Žáci musí mít dostatek prostoru pro vyjádření svých myšlenek a názorů.

---

[17] MAœÁK, ĠVEC, 2003, str. 153

I na alternativních, někdy nazývaných inovativních, metodách se dají najít nevýhody. Pro pedagoga znamená používání těchto metod mnohem více času stráveného nad přípravami a při jejich realizaci ve výuce. Kladou velký nárok na pedagogovy zkušenosti, vědomosti a schopnosti. Postup v hodinách je zcela určitě pomalejší než při výuce klasickými metodami. „Zpomalení“ je dáno tím, že každý žák má vlastní tempo a také tím, že organizace takové výuky je náročnější. Při takto vedené výuce je používáno i více pomůcek, je zapotřebí více materiálů.

2.4 Konstruktivní vyučování

Pokud bychom chtěli charakterizovat vyučování podle přístupu žáka, podle stupně jeho aktivity, pak bychom mohli samotnou výuku rozdělit na konstruktivistickou a transmisivní.

Při transmisivním vyučování jde spíše o výkon než o rozvíjení osobností žáků. Zatímco učitel se snaží žákovi předat již hotové, zpracované informace, žák se učí zpaměti a je u něj hodnocena rychlost a přesnost předkládání naučených vědomostí.

Transmisivní typ vyučování je stále častější a více používaný, a to z toho důvodu, že tento způsob předávání znalostí je rychlejší a učitelé mají dojem, že žák tak dojde k poznání jednodušší cestou. Žák informace přijímá, ukládá si je a učí se je rychle použít.

„Konstruktivismus – směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností.“[18]

Konstruktivistický způsob vedení výuky vznikl jako odezva na tzv. transmisivní školu. Na rozdíl od minimální nutné aktivity žáků při této výuce, je u vyučování konstruktivistického od žáka vyžadována nejen aktivita, ale také intenzivní myšlení a podílení se na tvorbě výuky.

Mezi konstruktivistické metody vyučování bychom mohli zahrnout všechny výše zmíněné druhy alternativního vyučování. Pro konstruktivistické vyučování je zde

[18] HARTL, HARTLOVÁ, 2000, str. 271

vyhrazena samostatná podkapitola, aby byla podrobněji zmíněna metoda výuky matematiky profesora Milana Hejného.

Tzv. Hejného metoda se stává ve školách čím dál tím populárnější. Je charakterizována jako netradiční způsob výuky matematiky a je o ní velký zájem i v zahraničí.

„Hejného metoda je založena na tvorbě schémat a prostředí, se kterými žák pracuje a ve kterých si dokáže představit matematické souvislosti. Učitel dětem nepředkládá fakta, která si mají zapamatovat, ale vede je k objevování matematiky na skutečném světě. Tím jsou děti jednak vedeny k samostatnému myšlení, ale také si takto získané poznatky mnohem lépe osvojí a zapamatují.“[19]

Ve školách, ve kterých se Hejného metodou vyučuje, se dokazuje, že tento způsob výuky rozvíjí logické myšlení za pomoci objevování. Metoda je postavena na tom, že je mnohem přínosnější založit výuku matematiky na životních situacích a objevování odpovědí na zajímavé otázky než na memorování vzorečků a pamětném odříkávání násobků. Řešení úloh, nad kterými děti ve skupinkách diskutují, si díky vlastní vynaložené aktivitě žáci zapamatují mnohem lépe a jednodušeji než poznatky, které jim již „hotové“ předá učitel. Metoda tedy vychází z toho, že děti nejlépe umí to, co samy zažily a co si samy vyzkoušely.

Hejného metoda je založena na respektování 12. principů.[20]

1. Budování schémat

Schémata si člověk vytváří spontánně podle potřeb. To znamená, že děti mají v hlavě schémata a ví i to, co je nikdo neučil. Schémata jsou při Hejného metodě posilována, propojována a jsou z nich vyvozovány úsudky.

2. Práce v prostředích

V úlohách se používají prostředí nebo činnosti, které jsou dětem důvěrně známé (např. autobus, rodina, schody, stavění z kostek, atd.). Děti nejsou stresované ničím neznámým.

[19] KALUSOVÁ, 2013, on-line
[20] podle www.h-mat.cz

3. Prolínání témat

Informace se žákům nepředávají samostatně, vytrženě, ale vždy ve známých schématech.

4. Rozvoj osobnosti

Děti jsou vedeny k tomu, aby se učily argumentovat, diskutovat a vyhodnocovat. Děti pak lépe respektují ostatní a umí se rozhodovat.

5. Skutečná motivace

Úlohy děti baví. Motivace přichází zevnitř, ne zvenčí. Pochváleny jsou i ty děti, které na řešení přišly později, takže všechny mají možnost vychutnat si pocit vlastního úspěchu.

6. Reálné zkušenosti

Využívá se zkušeností dětí. Úlohy jsou postavené na reálných základech, na situacích, které děti dobře znají a jsou jim blízké.

7. Radost z matematiky

Pokud má dítě možnost zažít úspěch, vidí a chápe, že dělá pokroky, buduje svoje sebevědomí, pak se staví k dalším úlohám čelem a z obávané matematiky je oblíbený předmět s další výzvou.

8. Vlastní poznatek

Vše, na co děti přijdou samy, má větší cenu než to, co přijmou od ostatních.

9. Role učitele

Učitel je spíše průvodcem a moderátorem diskusí. Učitel je rádcem, nikoli trenérem a tím, kdo všechno umí, zná a vykládá.

10. Práce s chybou

„Chybami se člověk učí," i takto by se dal tento princip vysvětlit. Děti si chyby hledají samy a za pomoci učitele vysvětlují, proč k nim došlo.

11. Přiměřené výzvy

Učitel zadává úlohy podle úrovně dětí. I slabší děti musí zažít pocit úspěchu. Silnějším dětem jsou předkládány stále náročnější úlohy, ale tak, aby je motivovaly, ne odrazovaly.

12. Podpora spolupráce

Děti pracují ve skupinkách. Diskutují o úlohách, společně hledají řešení a navzájem si vysvětlují, jak k jednotlivým řešením došly.

Z výše uvedených principů vyplývá, že učitel by měl být při vyučování matematiky spíše průvodcem a poradcem než ten, který dětem předává „hotové“ informace a poznatky. Měl by žáky dovést k tomu, aby se matematiku neučili zpaměti, ale aby rozvíjeli své logické myšlení a řešili úlohy, které jsou spojeny se skutečným životem. Děti jsou přirozeně zvídavé, proto by jim nemělo být „servírováním“ informací bráněno v tom, aby si sami odpovídali na otázku PROČ. Učitel by žáky neměl motivovat, nebo demotivovat, známkami, ale pocitem sebeuspokojení, pocitem úspěchu, pocitem dobře odvedené práce.

Hejného metodu v této době používá cca kolem 800 základních škol v České republice. Od roku 2004 začal profesor Milan Hejný se svým týmem vydávat učebnice pro 1. stupeň základních škol, ke kterým postupně vyšly i příručky pro učitele. Učebnice jsou vydávány nakladatelstvím Fraus a mají schvalovací doložku MŠMT. V srpnu 2015 vyšel první díl učebnic pro 2. stupeň základních škol a na ostatních dílech se pracuje. Profesor Hejný plánuje vydání i řady učebnic pro střední školy, ale zatím není známo, kdy by mohly vyjít.[21]

[21] podle www.h-mat.cz, on-line

3 SLOVNÍ ÚLOHY

Slovní úlohy patří mezi matematické úlohy. V každé matematické úloze jde o to, abychom dokázali pravdivost nějakého výroku. A právě podle toho o jaký výrok jde, můžeme matematické úlohy rozdělovat. Pokud jsou nám známy určité podmínky a my podle nich máme vypočítat nějaké číslo, hovoříme o úlohách početních, pokud dokazujeme platnost nějaké matematické věty, pak jsou to úlohy důkazové, pokud máme dané podmínky a podle nich sestrojujeme geometrický útvar, tak se jedná o úlohy konstruktivní. Slovní úlohy jsou tedy také matematickými úlohami, se kterými se můžeme setkat ve školní matematice velice často. Vyučující je žákům předkládají téměř pravidelně, protože tím rozvíjí logické myšlení a matematické schopnosti žáků.

Slovní úloha je úloha, v níž je souvislost mezi danými a hledanými údaji vyjádřena slovní formulací. Pomocí vhodných úvah je zapotřebí zjistit, jaké početní operace je třeba s danými údaji provést, abychom došli ke správné odpovědi na otázku slovní úlohy. Slovní úlohy jsou reálné situace převedené do matematického vyjádření.

Podle Kopky (1999) patří slovní úlohy mezi nerutinní problémy, které obsahují výchozí situaci, v níž jsou poskytnuty základní údaje, cíl, ke kterému má řešitel dojít a cestu od základních údajů k cíli, která pro řešitele může, ale také nemusí být zřejmá.

V hodinách matematiky hrají slovní úlohy důležitou roli. Při jejich řešení se rozvíjí myšlení, pozornost i představivost žáků. Díky slovním úlohám se lépe objasňují a konkretizují základní matematické pojmy. Řešení slovních úloh také upevňuje početní návyky a uvědomělé používání základních početních operací. Řešení slovních úloh má při vhodném využití také významný výchovný význam a v neposlední řadě řešení slovních úloh chystá žáky naučit se využívat matematiku v praktickém životě. [22]

Slovní úlohy, které předkládáme žákům, musí odpovídat jejich dosavadním vědomostem a možnostem. *„Je zapotřebí si uvědomit, že rozvoj samostatnosti a schopnosti uvažovat nepodporují úlohy příliš obtížné, ale ani příliš jednoduché.“*[23]

[22] BLAĢKOVÁ, MATOUĠKOVÁ,VAœUROVÁ, 2002
[23] ROSECKÁ, KOSTEĻKOVÁ, 2005

Řešení slovních úloh vede žáky k samostatnosti. Je však zapotřebí vytvářet situace, při kterých mohou diskutovat o činnosti, pozorovat a obhajovat své závěry z tohoto pozorování a tyto závěry si obhájit před spolužáky.

3.1 ZÁKLADNÍ ROZDĚLENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

3.1.1 JEDNODUCHÉ SLOVNÍ ÚLOHY

S jednoduchými slovními úlohami se setkávají žáci od 1. ročníku ZŠ. V tomto ročníku se žáci se slovními úlohami teprve seznamují, proto v nich řeší jednoduché situace, se kterými se mohou setkat ve svém životě. Tyto slovní úlohy se většinou sestávají ze dvou známých údajů a jsou řešitelné jedním početním výkonem. Velice důležitá je otázka ve slovní úloze, která svou formulací přivádí žáky k použití správných matematických spojů. V dalších ročnících se náročnost slovních úloh zvyšuje v návaznosti na přibývajících matematických znalostech žáků.

Podle Blažkové (1996) můžeme jednoduché slovní úlohy třídit podle použitých operací takto:

- Použití sčítání
  a) Určení součtu

Př.: V restauraci s výhledem na moře obědvalo 33 lidí. Obsluhovalo je 7 číšníků. Kolik bylo celkem v restauraci lidí?[24]

  b) Zvětšení o daný počet jednotek

Př.: Vašek dostal od tatínka album známek s 54 známkami. Děda mu k tomu přidal ještě 8 známek. Kolik známek měl pak Vašek?[25]

  c) Vztah „o n-více“

Př.: O masopustu si do půjčovny kostýmů za dopoledne přišlo vypůjčit masku 28 lidí. Odpoledne přišlo o 6 lidí více než dopoledne. Kolik lidí přišlo odpoledne?[26]

- Odčítání

[24] ĻÍĢKOVÁ, 2008, str. 15
[25] ĻÍĢKOVÁ, 2013, str. 17
[26] ĻÍĢKOVÁ, 2013, str. 13

a) Určení rozdílu

Př.: V kině je 120 míst k sezení. Na večerní promítání prodali 90 vstupenek. Kolik míst zůstalo volných?[27]

b) Zmenšení o daný počet jednotek

Př.: Martin dostal od své babičky 10 Kč. Koupil si jogurt za 8 Kč. Kolik Kč zůstalo Martinovi?[28]

c) Porovnávání rozdílem

Př.: Novákovi ušetřili na zimní dovolenou 25 000 Kč. Svobodovi ušetřili 32 000 Kč. Která rodina ušetřila více Kč? O kolik?[29]

d) Vztah „o n-méně"

Př.: Pavlovo autíčko stálo 356 Kč. Jirkovo autíčko bylo o 98 Kč levnější než Pavlovo. Kolik korun stálo Jirkovo autíčko?[30]

- Násobení

a) Určení součtu několika sobě rovných sčítanců

Př.: Do školy koupili 24 encyklopedií po 1 465 Kč. Kolik Kč zaplatili?[31]

b) Zvětšení čísla několikrát

Př.: Tomáš si šetří peníze na dárek pro sestřičku. Vhazuje do prasátka jen samé desetikoruny. Kolik má už naspořeno, když minci do prasátka vhodil 6krát?[32]

c) Vztah „n-krát více"

Př.: Lenka si natrhala 3 kytičky. Lucka si natrhala 4 krát více kytiček než Lenka. Kolik kytiček si natrhala Lucka?[33]

- Dělení

a) Rozdělování na stejné části

[27] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 77
[28] ĻÍĢKOVÁ, 2008, str. 82
[29] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 50
[30] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 21
[31] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 103
[32] ĻÍĢKOVÁ, 2008, str. 33
[33] ĻÍĢKOVÁ, 2013, str. 57

Př.: Pan Tikal chová králíky. Má 12 králíků rozdělených stejně do 4 kotců. Kolik králíků má v jednom kotci?[34]

b) Dělení podle obsahu

Př.: Rozděl 12 sešitů po třech. Kolika dětem jsi je rozdělil?[35]

c) Zmenšení čísla několikrát

Př.: Na předvánočních trzích stály šaty 939 Kč. Po Vánocích se však cena těchto šatů třikrát zmenšila. Kolik Kč stály šaty po Vánocích?[36]

d) Porovnávání podílem

Př.: Pan Veselý zasadil na své zahradě 8 višní a 2 jabloně. Kolikrát více višní než jabloní pan Veselý zasadil?[37]

e) Vztah „n-krát méně“

Př.: Bonboniéra stojí 32 Kč. Čokoláda je 4krát levnější než bonboniéra. Kolik Kč stojí čokoláda?[38]

Jednoduché slovní úlohy můžeme také rozdělit na přímé a nepřímé.

- Přímé slovní úlohy

Přímé slovní úlohy jsou takové, v nichž zadání odpovídá početní operaci.

Př.: Pavlovo autíčko stálo 356 Kč. Jirkovo autíčko bylo o 98 Kč levnější než Pavlovo. Kolik korun stálo Jirkovo autíčko?[39]

Formulace „o 98 Kč levněji“ vede k odčítání a úloha se také odčítáním řeší.

- Nepřímé slovní úlohy

U nepřímých slovních úloh formulace zadání vede žáky k užití nesprávné početní operace. To je důvodem, proč tyto úlohy způsobují žákům potíže s určením správného postupu. Např. formulace „třikrát více“ svádí žáka k násobení, ale úloha se řeší dělením. *„Především úlohy typu zmenšení a zvětšení čísla několikrát a porovnávání rozdílem*

[34] ĻÍĢKOVÁ, 2013, str. 60
[35] ĻÍĢKOVÁ, 2008, str. 23
[36] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 39
[37] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 17
[38] ĻÍĢKOVÁ, 2013, str. 59
[39] EIBLOVÁ, MELICHAR, ĠESTÁKOVÁ, 2009, str. 21

(„o kolik méně, „o kolik více") a podílem („kolikrát méně", „kolikrát více") způsobují žákům potíže při správné identifikaci početního výkonu, potřebného k řešení."[40] Nadbytečné nebo chybějící údaje v zadání úloh jsou důležité pro rozvoj úsudku žáků. Zadání těchto úloh musíme pozorně analyzovat.

3.1.2 SLOŽENÉ SLOVNÍ ÚLOHY

Dá se říci, že složená slovní úloha se skládá ze dvou a více jednoduchých slovních úloh. K jejímu vyřešení je tedy zapotřebí nejméně dvou početních úkonů, které mohou být stejné nebo různé. Každý z nich vede k řešení dílčí jednoduché slovní úlohy.

Zadávání složených slovních úloh je na 1. stupni ZŠ běžné a velmi časté. Nejjednodušší složené úlohy, které lze vyřešit pomocí dvou početních úkonů, jsou poměrně přehledné a žáci s jejich řešením nemají po vhodné přípravě větší potíže. S narůstajícím počtem potřebných úkonů k vyřešení složených slovních úloh se samozřejmě tyto úlohy stávají pro žáky náročnějšími.

Složených slovních úloh je velké množství a jsou velice rozmanité. Podle Blažkové (2002) se tedy dají velice špatně rozdělovat do charakteristických skupin.

3.2 POSTUP ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Před tím, než žáci převedou slovní úlohu v matematickou, je zapotřebí, aby si důkladně zadání přečetli a text pochopili. Po porozumění textu a uvědomění si otázky si žáci určí neznámý matematický objekt a všechny zmíněné známé objekty. Je žádoucí, aby tyto objekty byly přiměřené věku žáků a možnostem znázorněny konkrétními předměty, tj. aby vytvořili konstrukci modelu situace.[41]

K úspěšnému vyřešení slovních úloh pomůže žákům dodržení všeobecného doporučeného postupu, který se skládá z několika fází. Podle Blažkové (2002) je těchto fází sedm.

[40] NOVÁK, STOPENOVÁ, 1993. s. 17.
[41] Podle KV'nTOœ, 1982

1. porozumění textu,
2. rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy,
3. matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy,
4. provedení odhadu výsledku,
5. řešení matematické úlohy,
6. zkouška správnosti,
7. odpověď na otázku slovní úlohy.

1. Porozumění textu

Porozumění textu tvoří absolutní základ úspěšného vyřešení slovní úlohy. Je důležité vést žáky k tomu, aby se naučili si zadání slovní úlohy přečíst několikrát za sebou, dokud ho opravdu nepochopí. Za pochopené zadání můžeme považovat to, které dokáže žák vysvětlit svými slovy. Podle Pejsara (1990) stačí většině žáků přečíst si zadání dvakrát. Poprvé pro hrubou představu a podruhé již k tomu, aby si dokázali vypsat důležité údaje.

Problémy s porozuměním zadání slovní úlohy mohou nastat tehdy, když je text zadání velmi dlouhý nebo pokud se v něm objevují pojmy, jejichž význam žáci neznají. Důležitou roli hraje také zápis číselných údajů. Pro žáka je rozdíl, zda vidí v textu např. 5 chlapců nebo pět chlapců. Další problémy s pochopením mohou přijít tehdy, když se v zadání objevují nadbytečné údaje, které žáka spíše matou.

Důkazem správně pochopeného zadání slovní úlohy je stručný zápis zadání.

2. Rozbor – analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy

Ke správnému pochopení úlohy vede, jak je již výše uvedeno, správné pochopení textu zadání. Ideální je, pokud žák dovede zadání přeříkat vlastními slovy. Znázorňování úlohy na konkrétních modelech nebo grafickým znázorněním je důležitou součástí rozboru úlohy. Žáci by měli volit takové znázorňování, které je jim nejbližší a pro ně nejpochopitelnější. Znázorňovat mohou pomocí čtverečků, obdélníků, kroužků nebo koleček, ale také pomocí úseček, tabulek nebo množinových diagramů. Je ovšem velice důležité, aby znázornění bylo funkční a pomohlo žákům najít správné řešení.

Pokud žáci správně pochopí otázku, tj. to, co musí vypočítat a všechny podmínky, které se k otázce vztahují, zvolí i správné početní operace potřebné k vyřešení úlohy. Pokud žák nepochopí správně ani otázku ani všechny podmínky, volí početní operace náhodně a nesmyslně. Vyučující může k pochopení úlohy přispět i tím, že připomene žákům, že již podobnou úlohu řešili. Některým dětem může předešlá zkušenost velice pomoci.

Již tato druhá fáze bývá pro žáky velice obtížná. Správné zvolení neznámých je mnohdy problémové, a proto je vhodné žáky nasměrovat k otázce úlohy a upozornit je na to, že neznámá se může skrývat i v podmínkách úlohy (Pejsar, 1990).

3. Matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy

Matematizace reálné situace znamená převedení textového zadání slovní úlohy do matematického jazyka. Patří sem vhodné označení neznámých údajů, přemýšlení o všech známých údajích a jejich srozumitelné zapsání. Podstatou matematizace je pak najít správné vztahy mezi známým a neznámým. V některých slovních úlohách se však žáci hned nedostanou k odhalení neznámého a potřebují řešit pomocné úlohy. V této fázi je vhodné žáky navádět k tomu, aby si uvědomovali, jak jim každá z pomocných úloh dopomůže k vyřešení neznámého. Toto ujasňování si každého kroku pak vede k vytvoření podrobného plánu řešení.

Podle Blažkové (1996) je třeba si odpovědět na následující otázky:

- Řešili jsme již podobnou úlohu?
- Je nám známa nějaká poučka nebo věta, která by napomohla k řešení?
- Mohli bychom úlohu jinak formulovat?
- Umíme vyřešit alespoň část úlohy?
- Změní se neznámá, pokud vynecháme některé podmínky?
- Existují jiné, vhodnější údaje pro určení neznámé?
- Použili jsme všechny zadané údaje? Využili jsme všech podmínek?

4. Provedení odhadu výsledku

Odhad výsledků je pro žáka důležitý, protože může při dořešení úlohy porovnat svůj odhad a výsledek, ke kterému došel, a tím odhalit chybu, kterou mohl ve výpočtech udělat. Takto je pro žáky snadnější odhalit chybu např. v řádech nebo v jednotkách.

5. Řešení matematické úlohy

V této fázi přichází na řadu uskutečnění podrobného plánu řešení, který vznikl ve třetí fázi. Je nezbytné každý krok kontrolovat, abychom se přesvědčili, že zvolený způsob řešení byl správný.

6. Zkouška správnosti

Pokud žáci došli v minulé fázi k výsledku, je nyní zapotřebí provést kontrolu a přesvědčit se, že postup i řešení jsou správné. K ověření správnosti řešení vede opětovné přečtení zadání, ověření si podmínek vztahujících se k úloze, a pokud je to možné, tak vyřešení úlohy jiným způsobem.

Vyučující by neměli tuto fázi opomíjet a učit žáky, aby ke zkoušce přistupovali poctivě. Zkouška správnosti nevede jen k ověření postupu a řešení, ale také učí žáky zodpovědnosti a vede je ke kritickému myšlení.

7. Odpověď na otázku slovní úlohy

Odpověď na otázku slovní úlohy je závěrečnou fází řešení slovních úloh. Odpověď je zapotřebí správně sestavit pomocí formulace otázky úlohy a jejích podmínek.

Často se stane, že žáci znají odpověď na otázku uvedenou ve slovní úloze ihned po přečtení zadání, aniž by použili jakoukoli matematickou operaci. Řeší slovní úlohu tzv. intuitivně. Pak je vhodné, když si žáci uvědomí jednotlivé úsudky, které je vedly k odpovědi a písemně nebo ústně je zaznamenají. Tato metoda řešení slovních úloh se nazývá metodou úsudku. Je založena na kladení dílčích otázek, na které žáci hledají odpovědi úvahou, nikoli přesným postupem řešení.[42]

3.3 ZÁKLADNÍ METODY ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Jak již bylo výše zmíněno, slovní úlohy můžeme rozdělit na jednoduché, tj. slovní úlohy, pro jejichž řešení stačí jediná početní operace a složené, tj. slovní úlohy, pro jejichž řešení je třeba více než jedné početní operace.

Při řešení složených slovních úloh je možné postupovat dvěma základními metodami, metodou analytickou a metodou syntetickou.

3.3.1 ANALYTICKÁ METODA

Při řešení slovních úloh analytickou metodou vycházíme z jejich otázky. Nejdříve zjistíme, které údaje musíme znát, abychom mohli provést početní operaci, která nás dovede k odpovědi na otázku. Vznikne nám jednoduchá slovní úloha, ve které nám však chybí jeden údaj potřebný k řešení. K určení tohoto údaje sestavíme další jednoduchou úlohu. Takto pokračujeme do té doby, dokud nám nejsou známy ty údaje, které potřebujeme k řešení jednoduché slovní úlohy vedoucí ke konečnému vyřešení původní slovní úlohy.

Analytický postup je náročný na myšlení žáků. Jeho výhodou je však to, že je stále sledována otázka úlohy, postup je přesný a vede efektivně k cíli. [43]

Př. Martinova maminka je o 30 let mladší než Martinova babička, které je 57 let. Kolik let je Martinovi, když je třikrát mladší než maminka?

Co mám vypočítat? (*Kolik let je Martinovi?)* ⟶ Co k tomu potřebuji? (*Kolik let je mamince?)* ⟶ Které údaje znám? (*Martin je 3x mladší než maminka.)* ⟶ *Co k tomu* potřebuji? (*Kolik let je tatínkovi.)* ⟶ Které údaje znám? *(Maminka je o 30 let mladší než Martinova babička.)* ⟶ Co k tomu potřebuji? *(Kolik let je babičce?)* ⟶ Které údaje znám? (*Babičce je 57 let.)*

[42] Podle KOTYRA, SIVOĠOVÁ, 2004
[43] Podle BLAĢKOVÁ, MATOUĠKOVÁ, VAœUROVÁ, 1996

3.3.2 SYNTETICKÁ METODA

Při řešení slovních úloh syntetickou metodou vycházíme z údajů, které jsou uvedeny v jejich zadání. Vybereme dva známé údaje a jejich vypočítáním získáme další údaj potřebný k řešení úlohy. Z tohoto údaje a dalšího vhodně zvoleného údaje ze zadání nebo z výsledku pomocné jednoduché úlohy dojdeme k vyřešení a k odpovědi na slovní úlohu.

Výhodou syntetické metody je, že žáci od počátku pracují se známými údaji a řeší jednoduché úlohy. Nevýhodou je, že volba čísel ze zadání může být náhodná a někdy nesprávná.

Př. Martinova maminka je o 30 let mladší než Martinova babička, které je 57 let. Kolik let je Martinovi, když je třikrát mladší než maminka?

Údaje uvedené v zadání. *(Babičce je 57 let a maminka je o 30 let mladší.)* ⟶ Co vypočítám? *(Mamince je 27 let.)* ⟶ Další údaj ze zadání. *(Martin je třikrát mladší než maminka.)* ⟶ Co vypočítám? (*Martinovi je 9 let.)*

Při řešení slovních úloh většinou používáme, mnohdy nevědomky, obě metody najednou. Tento postup se označuje jako řešení úloh analyticko-syntetickou metodou.

4 CÍL VÝZKUMU A VÝZKUMNÁ OTÁZKA

V praktické části diplomové práce bylo zjišťováno, zda pravidelné řešení matematických slovních úloh přispívá k rozvoji logického myšlení. Je zde také zmíněna charakteristika školy a tříd, v nichž výzkum probíhal.

Aby mohl být výzkum realizován, byla stanovena následující výzkumná otázka: *Dochází pravidelným předkládáním a řešením slovních úloh k rozvoji logického myšlení žáků 1. stupně základní školy?*

4.1 CHARAKTERISTIKA VÝZKUMNÉHO VZORKU

Výzkum probíhal ve čtvrtém ročníku Základní školy Nejdek, Karlovarská, příspěvková organizace. Tuto školu jsem si vybrala, protože v ní již 9 let působím jako učitelka na 1. stupni. Celý postup výzkumu byl předem projednán a povolen vedením školy.

Základní škola, ve které výzkum probíhal, stojí v malém městě Nejdek nedaleko Karlových Varů. Jedná se o jednu ze dvou základních škol, které se v tomto městě nacházejí. Do školy dochází téměř 430 žáků, kteří se zde učí od prvního do devátého ročníku. Na prvním stupni školy je 10 tříd (každý ročník po dvou třídách) a na druhém stupni 6 tříd. Ve čtvrtém ročníku je celkem 46 žáků. Tito žáci mají stejně jako všechny děti na 1. stupni této školy 5 hodin matematiky týdně.

Třída 4.A byla vybrána jako projektová třída, ve které se budou dětem navíc pravidelně předkládat slovní úlohy jako doplnění běžného učiva. Ve třídě 4.B (srovnávací třída) probíhala výuka běžným způsobem, bez plánovaného pravidelného předkládání takových slovních úloh.

4.2 VÝZKUMNÝ NÁSTROJ

Třídám, ve kterých výzkum probíhal, byly pro porovnání celkem třikrát předloženy sady matematických slovních úloh. První a třetí sada úloh byla totožná, aby výsledky byly co nejlépe porovnatelné. Jako testovací sada byly zvoleny úlohy z mezinárodní matematické soutěže Matematický klokan, kategorie Klokánek, ročník 2015. Přestože se škola pravidelně zúčastňuje této soutěže, pro žáky čtvrtých tříd byly tyto úlohy neznámé, protože v roce 2015, kdy chodili do třetí třídy, řešili úlohy z kategorie Cvrček. Poprvé byla testovací sada žákům předložena 23. září 2015 a podruhé 24. února 2016. 16. prosince 2015 byla žákům předložena sada pro průběžné hodnocení. Sada byla vytvořena z úloh Matematického klokana, kategorie Klokánek z roku 2008.

Při vyhodnocování byly z každé třídy započítány výsledky 20 dětí, které se zúčastnily všech tří testů. Ve všech tabulkách jsou žáci pro lepší přehlednost označeni čísly 1 – 20.

V průběhu celého prvního pololetí školního roku 2015/2016 byly žákům projektové třídy předkládány slovní úlohy, které byly pravidelně po jedné napsány na tabuli pod názvem Bystrá hlava. Každá taková úloha zůstala na tabuli tak dlouho, dokud ji nevyřešila alespoň polovina dětí ze třídy, nejdéle však pět dní (pondělí – pátek). Děti postupně chodily za vyučující a nechaly si řešení kontrolovat. Při úspěšném řešení byly odměněny razítkem a při neúspěšném řešení jim byla úloha vrácena zpět. Poslední den byla vždy slovní úloha vyřešena hromadně, aby si neúspěšní řešitelé ujasnili postup řešení. Někdy stihli žáci během týdne vyřešit tři úlohy pro Bystré hlavy a někdy pouze jednu.

4.3 Zásobník slovních úloh

Slovní úlohy pro Bystré hlavy byly vybírány z těchto zdrojů: Matematický klokan, SCIO testy, Matematika pro páťáky aneb nebojte se počítat (Klaus, Černík, 2014), Matematika ve slovních úlohách (Reischigová, 1996), Matematika – pracovní sešit pro 4. ročník ZŠ (Eiblová, Melichar, 2013), www.hlavolamy.info.

K některým z následujících úloh je přiložena i ukázka řešení. Z těchto ukázek je zřejmé, že každému žákovi je bližší jiný způsob postupu řešení. Zatímco někteří žáci dávají přednost řešení jen pomocí výpočtů, jiní si slovní úlohu znázorní graficky.

Čtyři auta – bílé, červené, modré a zelené – vyjela na trať závodu. Zelené auto přijelo dřív než červené. Modré auto přijelo dřív než bílé. Bílé auto přijelo dřív než červené. Zelené auto přijelo dřív než modré. Které auto přijelo ze všech nejpozději?

Papír ve tvaru čtverce rozdělíme rovnou čarou na dvě části. Který z tvarů nemůže po takovémto rozdělení vzniknout? A: čtverec, B: obdélník, C: pravoúhlý trojúhelník, D: pětiúhelník, E: rovnoramenný trojúhelník.

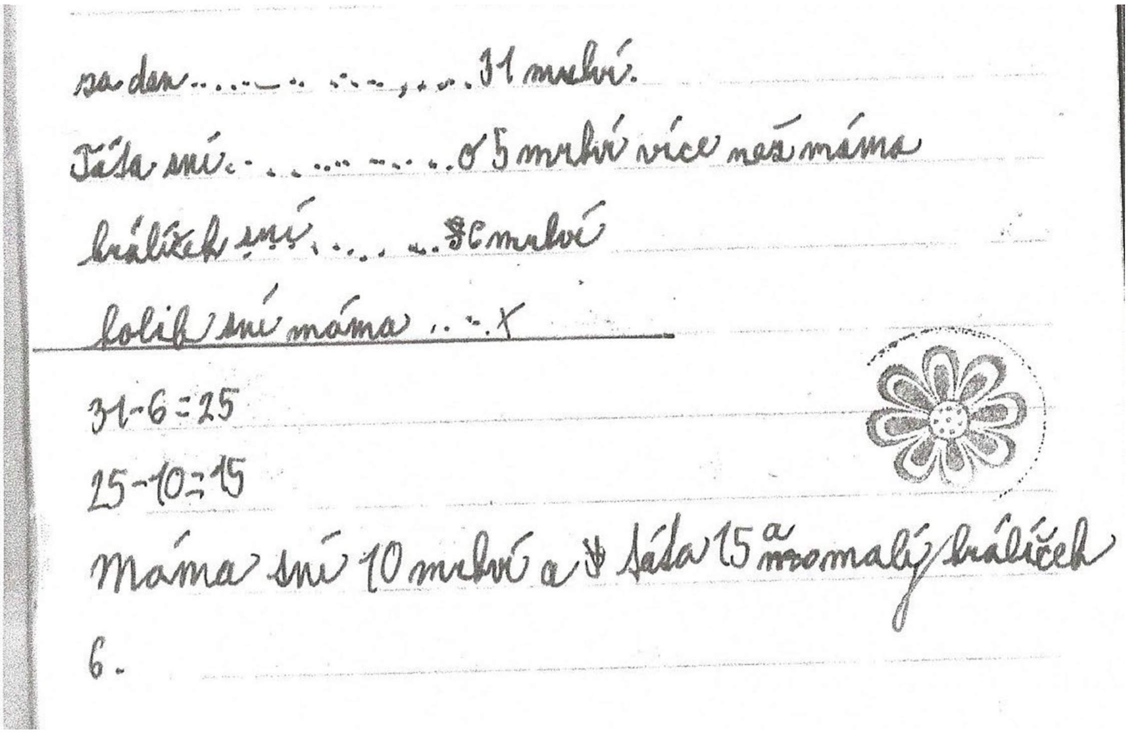
Svíčka ve svícnu vydrží hořet přesně hodinu, než zhasne. Ze čtyř zbytků, které vyndáme ze svícnu, můžeme odlít další celou svíčku. Jak dlouho můžeme svítit svíčkami, když máme 64 zbytků?

1 svíčka . . . . . 1 h
4 zbytky . . . . . "
64 zbytků . . . . . d
16 : 4 = 4   4 : 4 = 1   16 + 4 + 1 = ...
64 zbytků hoří 21 hodin

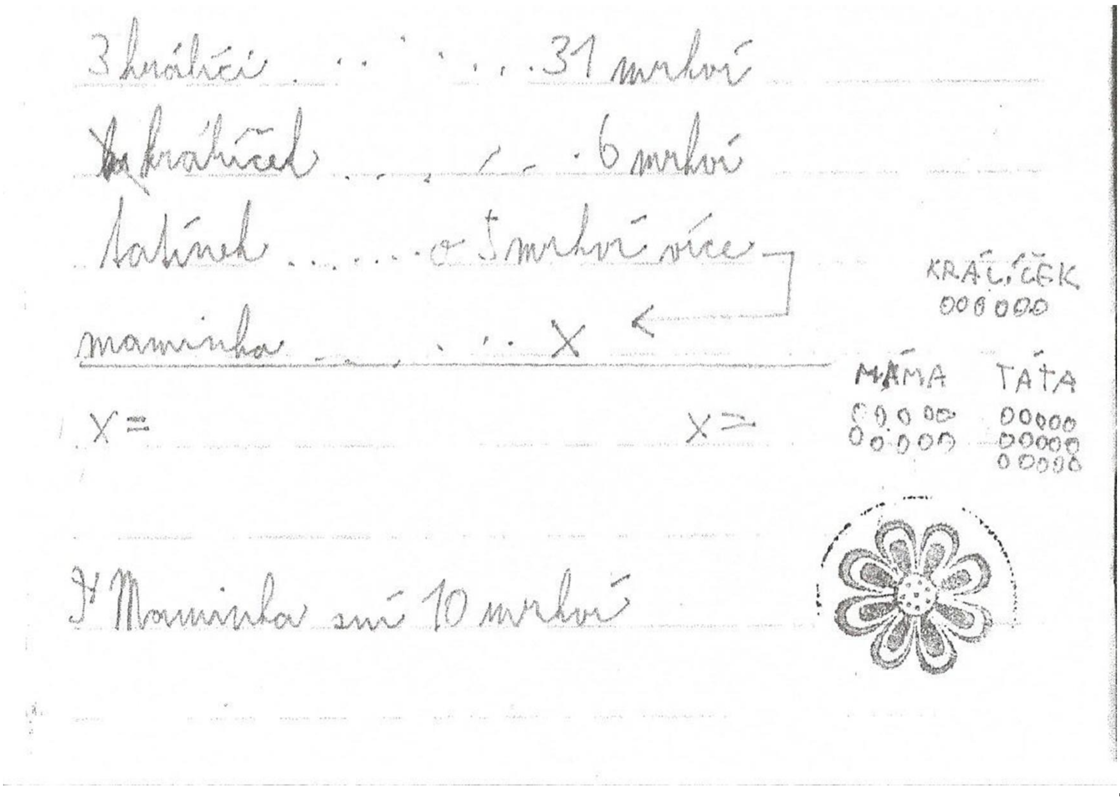
1 svíčka . . . . . 1 hodina
1 svíčka . . . . . 4 kousky
zbytků 64
jak dlouho můžeme svítit . . . . . s
s = 64 : 4   s = 16 : 4
s = 16 hodin   s = 4 : 4   s = 1 + 4 + 16 = 21 hodin
Můžeme svítit ~~16~~ 21 hodin.

Šest závaží (1g, 2g, 3g, 4g, 5g a 6g) bylo rozděleno do tří krabic. V každé krabici byla 2 závaží. V první krabici měla závaží hmotnost 9g. V druhé krabici měla závaží hmotnost 8g. Která závaží jsou ve třetí krabici?

Tříčlenná králičí rodina sní za den celkem 31 mrkví. Táta sní o 5 mrkví víc než maminka. Malý králíček sní 6 mrkví. Kolik mrkví sní králičí maminka?



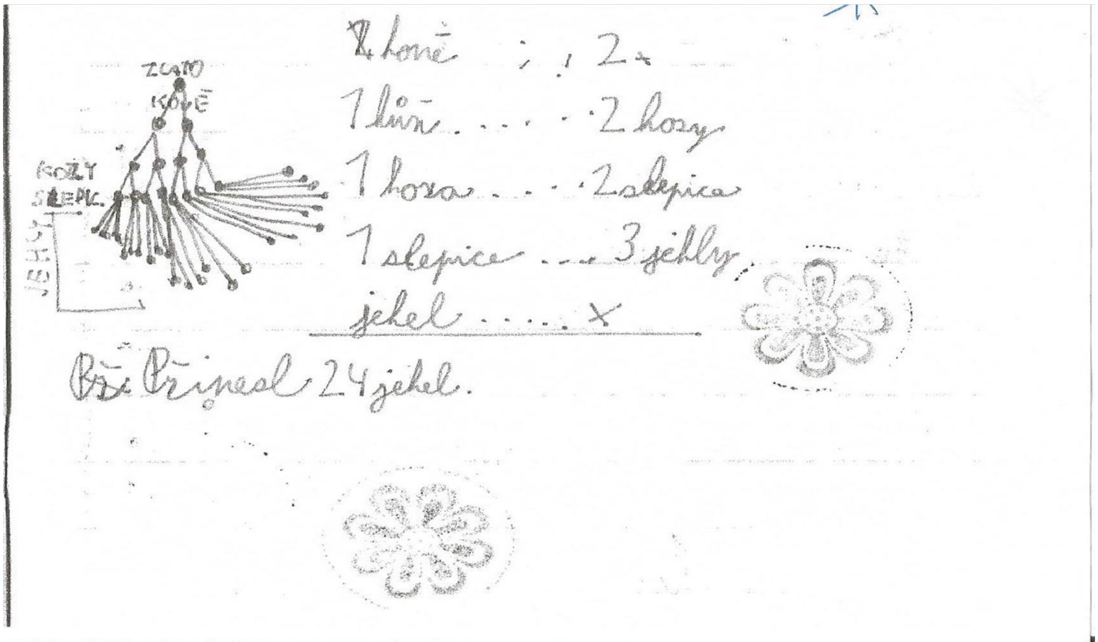
za den ... 31 mrkví.
Táta sní ... o 5 mrkví více než máma
králíček sní ... 6 mrkví
kolik sní máma ... X
31-6=25
25-10=15
Máma sní 10 mrkví a táta 15 a malý králíček 6.

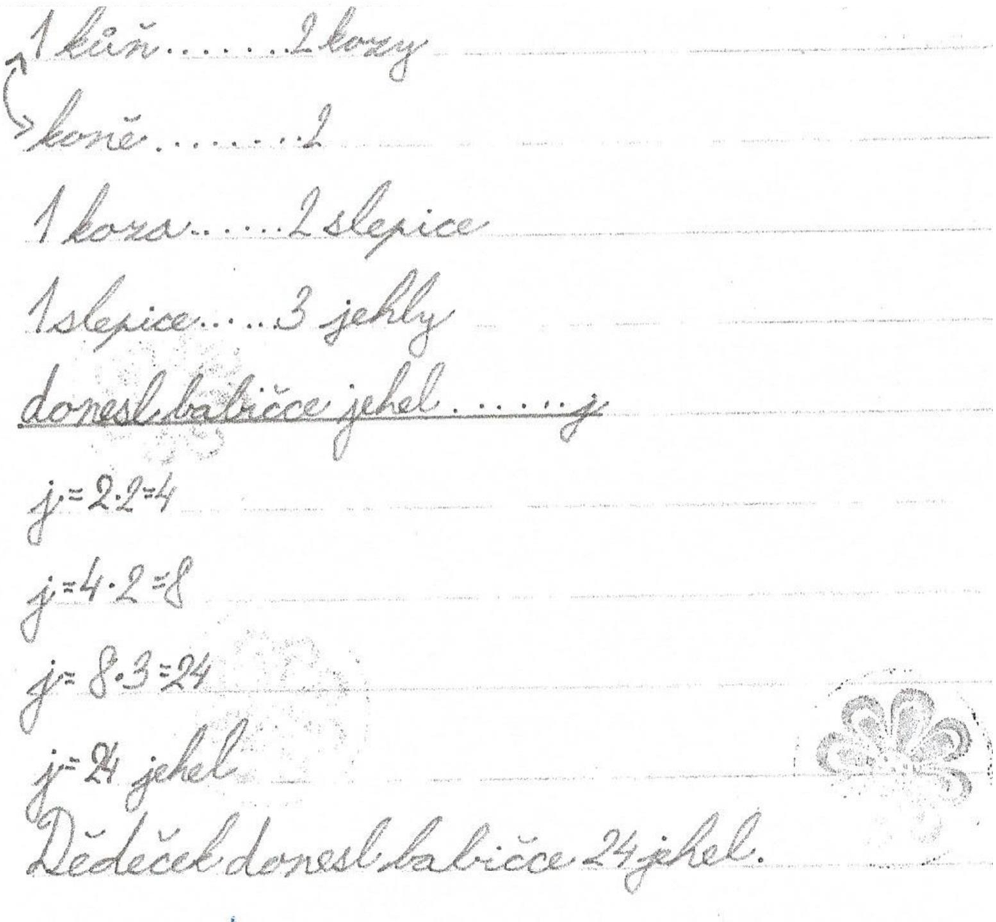


3 králíci ... 31 mrkví
králíček ... 6 mrkví
tatínek ... o 5 mrkví více
maminka ... X
X=   X=
KRÁLÍČEK
MÁMA   TÁTA
Maminka sní 10 mrkví

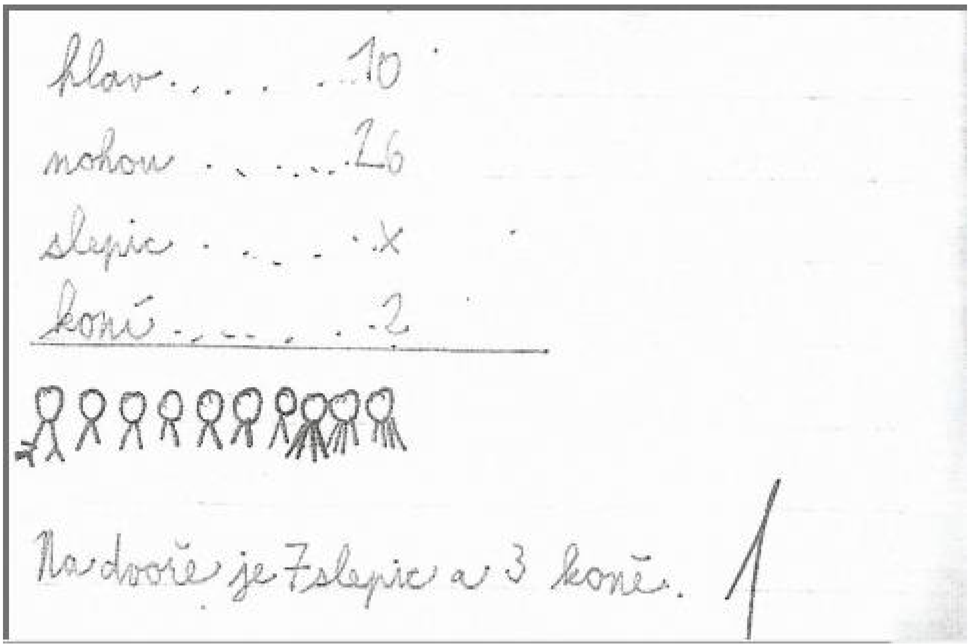
Vašek a Filip chodí do jedné třídy. Při hodině TV se chlapci postavili do řady podle velikosti. Za Vaškem stálo 8 chlapců. Jedním z nich byl Filip. Před Filipem stálo 8 chlapců. Mezi Vaškem a Filipem stálo 5 dětí. Kolik chlapců stálo celkem v řadě?

Dědeček měnil, až vyměnil. Za každého koně dostal dvě kozy. Za každou kozu dostal dvě slepice. Za každou slepici dostal tři jehly. Na začátku měl dědeček hroudu zlata, kterou vyměnil za dva koně. Kolik donesl dědeček babičce jehel?




1 kůň . . . . . 2 kozy
koně 2
1 koza . . . . 2 slepice
1 slepice . . . . 3 jehly
donesl babičce jehel . . . . . j
j = 2·2 = 4
j = 4·2 = 8
j = 8·3 = 24
j = 24 jehel
Dědeček donesl babičce 24 jehel.

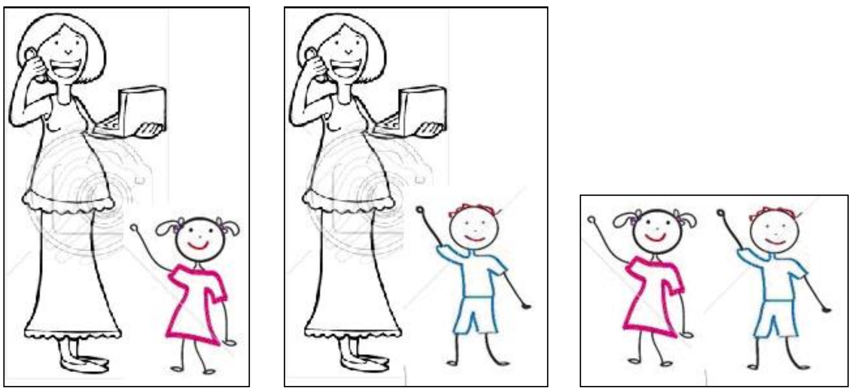
Babička má na farmě slepice a koně. Dohromady mají 10 hlav a 26 nohou. Kolik slepic a kolik koní je na farmě?



Pepík měl loni kartu do Cinema City, za kterou zaplatil 500 Kč. Za každý film pak zaplatil pouze 50 Kč. Franta neměl klubovou kartu, proto za každý film zaplatil 100 Kč.

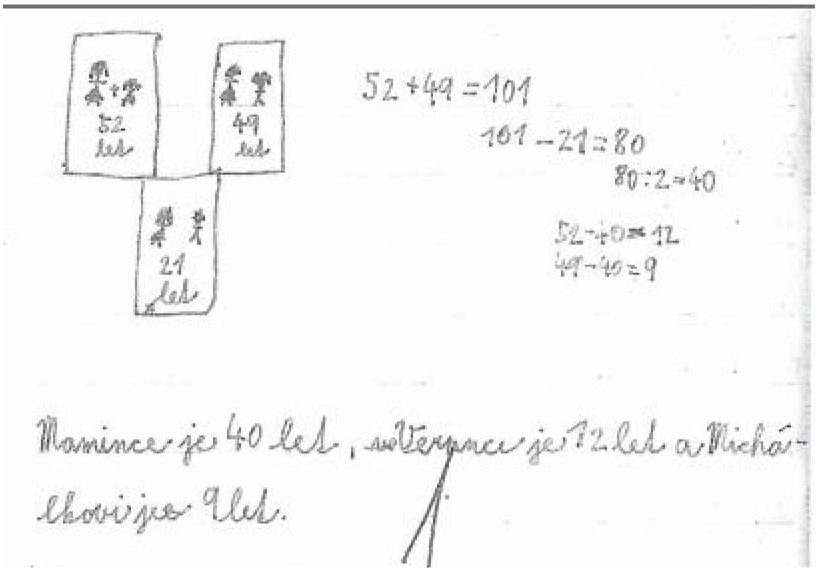
Během roku viděli Pepík i Franta stejné filmy a byli překvapeni, že každý z nich zaplatil stejnou částku.

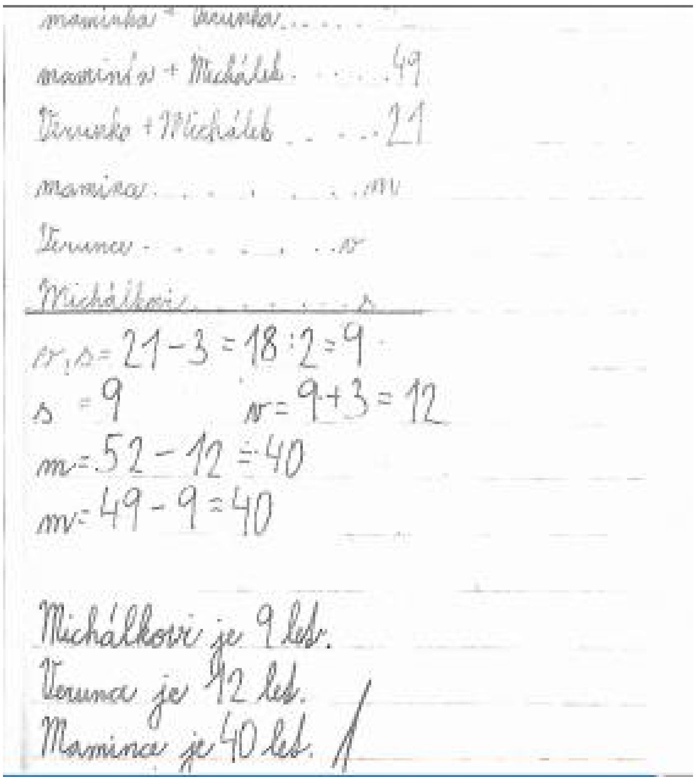
Kolik filmů každý z nich viděl ten rok?



52 let 49 let 21 let

Kolik let je mamince, Verunce a Michálkovi?





V balení je celkem 20 bonbonů. Byly kokosové, čokoládové a marcipánové. Čokoládových bonbonů je 4 krát více než kokosových. Marcipánových bonbonů je méně než čokoládových. Kolik je v balení kokosových bonbonů?

Babičce je 80 let. Vnučka Iva je 4 krát mladší než babička a o 23 let mladší než maminka. Kolik let je Ivě? Kolik let je její mamince?

Během prosince prospala kočka Micka přesně 3 týdny. Kolik minut v tomto měsíci byla vzhůru?

Kryštof prodává 10 skleněných zvonečků za různou cenu: 1 euro, 2 eura, 3 eura, 4 eur, 5 eur, 6 eur, 7 eur, 8 eur, 9 eur a 10 eur. Potřebuje zabalit všechny zvonečky do tří krabic tak, aby cena zvonečků byla v každé krabici stejná. Kolika způsoby to může udělat?
A: 1, B: 2, C: 3, D: 4, E: nelze je takto rozdělit

Pět chlapců řeklo o čísle 325:
Andrej: „Je to trojciferné číslo."
Boris: „Všechny cifry jsou různé."
Vítek: „Ciferný součet je 10."
Tomáš: „Cifra na místě jednotek je 5."
Dan: „Všechny cifry jsou lichá čísla."
Který z chlapců neměl pravdu?

Toník, Bětka, Katka a Dana se narodili ve stejném roce, a to 20. února, 12. dubna, 12. května a 25. května (ale ne nutně v tomto pořadí). Bětka a Toník se narodili ve stejném měsíci. Toník a Katka se narodili ve stejném dni různých měsíců. Které z dětí je nejstarší.

Číslo 35 lze dělit beze zbytku číslicí na místě jednotek (35 : 5 = 7). Číslo 38 tuto vlastnost nemá. Kolik najdeš čísel větších než 21 a menších než 30, která jde beze zbytku dělit jejich poslední číslicí (jako 35)?

Sportovní odpoledne se zúčastnilo 30 dětí. Ve skoku soutěžilo 15 dětí, v běhu 20 dětí. Každé z dětí soutěžilo alespoň v jedné z disciplin. Kolik dětí soutěžilo v obou disciplínách?

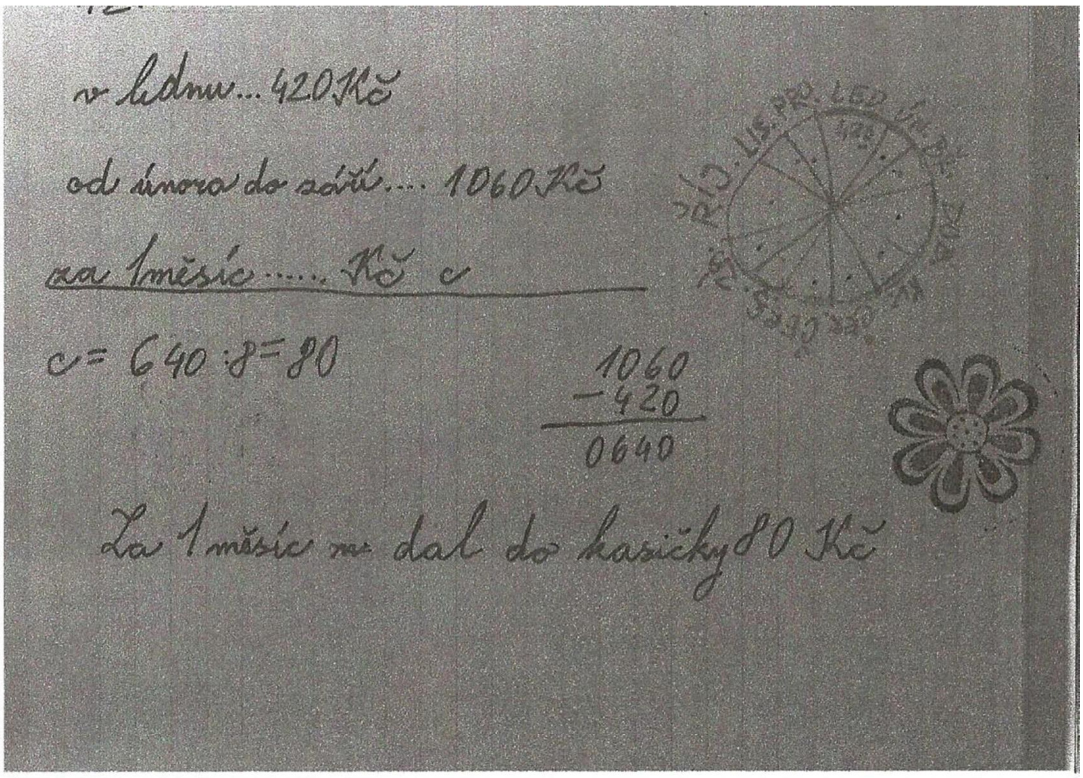
Na školní výlet jelo 59 žáků. Zastavili se u stánku se zmrzlinou, kde měli na prodej zmrzlinu oříškovou a čokoládovou. 2 žáci si nekoupili zmrzlinu žádnou, ale ostatní ano. Oříškovou zmrzlinu si koupilo 19 žáků a čokoládovou 23 žáků. Kolik žáků si koupilo zmrzlinu oříškovou i čokoládovou?

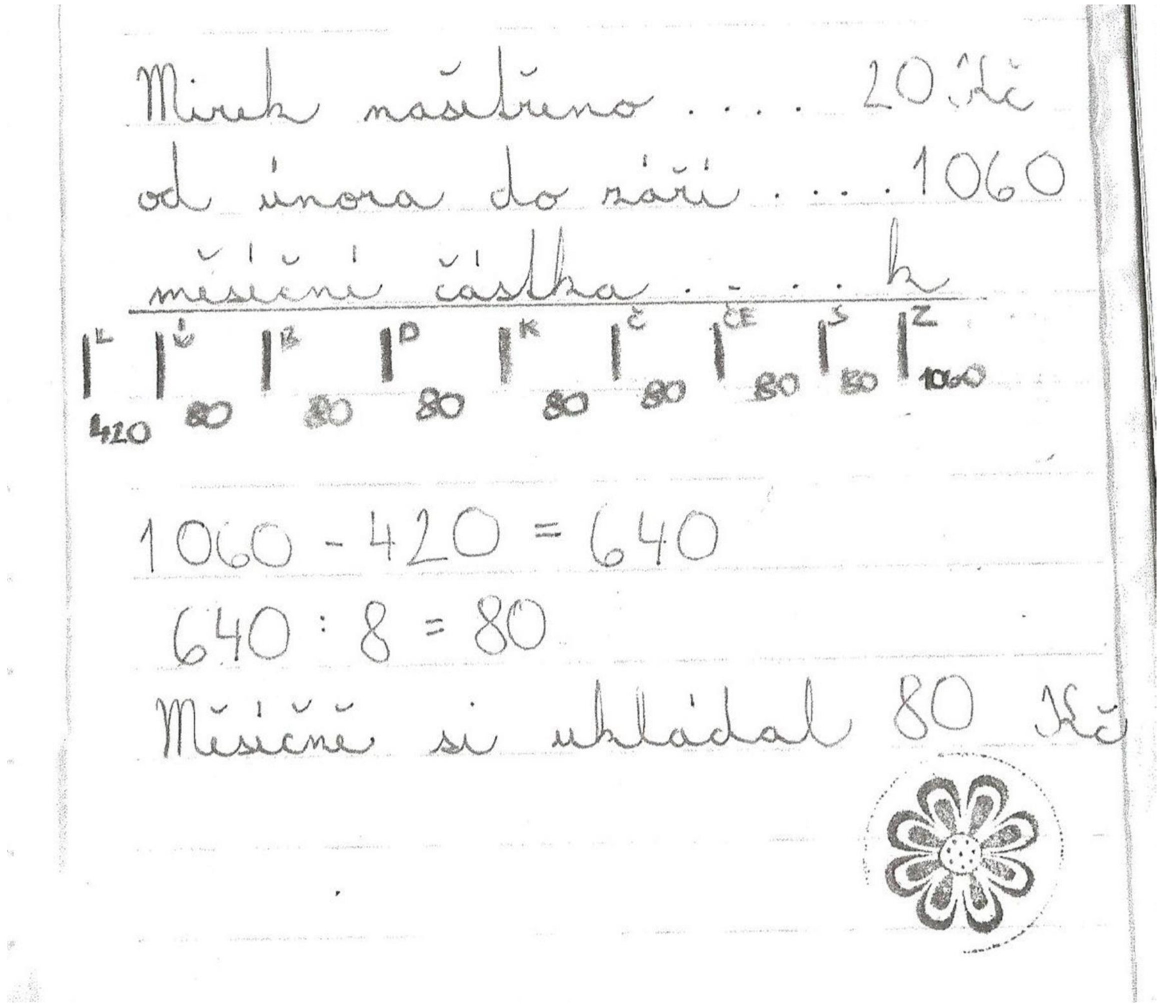
V obchodě prodávají pomeranče ve třech různě velkých baleních – po 5 pomerančích, po 9 pomerančích nebo po 10 pomerančích. Pavel koupil 48 pomerančů. Nejmenší možný počet koupených balení byl:

A: 8, B: 7, C: 6, D: 5, E: 4

Na stole ležela jablka. Aleš z nich vzal pětinu. Pak si Bára z toho, co zbylo, vzala čtvrtinu. Cyril z toho, co zůstalo, vzal třetinu. Po chvíli si polovinu ze zbytku vzala Dana. Zbylá čtyři jablka si vzal Emil. Které dítě mělo nejvíc a které nejméně jablek? Kolik jablek leželo na stole na začátku?

V lednu měl Mirek našetřeno 420 Kč. Od února měsíčně pravidelně spořil stejnou částku. V září měl v kasičce našetřeno 1060 Kč. Kolik korun si od února pravidelně ukládal?


v lednu... 420 Kč
od února do září.... 1060 Kč
za 1 měsíc ..... Kč c
c = 640 : 8 = 80
1060
−420
0640
Za 1 měsíc dal do kasičky 80 Kč

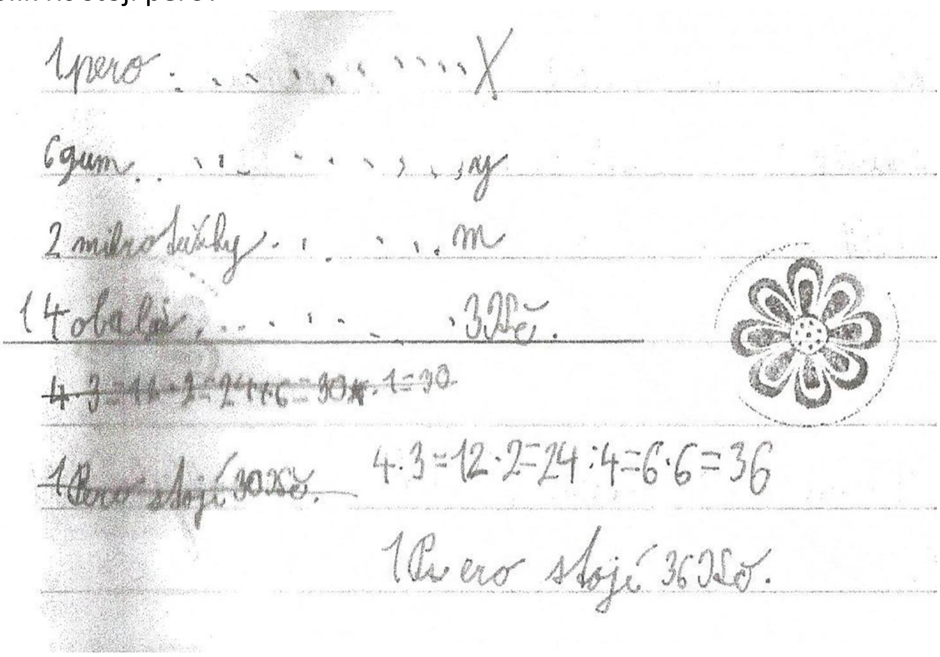


Mirek našetřeno .... 20 Kč
od února do září 1060
měsíční částka .... k

L	Ú	B	D	K	Č	ČE	S	Z
420	80	80	80	80	80	80	80	1060

1060 - 420 = 640
640 : 8 = 80
Měsíčně si ukládal 80 Kč

Jedno pero si mohu koupit za cenu šesti gum. Dvě mikrotužky si mohu koupit za cenu čtyř gum. Za cenu jedné mikrotužky si mohu koupit 4 obaly na sešity. Jeden obal na sešity stojí 3 Kč. Kolik Kč stojí pero?



1 pero X
6 gum .... y
2 mikrotužky .... m
1 4 obalů .... 3 Kč.

~~4·3=12·2=24:6=30·1=30~~

~~1 Pero stojí 30 Kč.~~ 4·3=12·2=24:4=6·6=36

1 Pero stojí 36 Kč.

1 pero . . . . 6 gum

4 gumy . . . . 2 k mikrotužky

1 mikrotužka . . . . . . 4 obaly

1 obal . . . . . . 3 kč

kolik stojí pero . . . . . . k

$k = 4 \cdot 3$

$k = 12 \cdot 2$

$k = 24 : 2 = 12$

$k = 24 + 12$

$k = 36$ Kč

Pero stojí 36 Kč.

5 VYHODNOCENÍ TESTŮ

5.1 PRETEST

23. září 2015 byly oběma výzkumným třídám předloženy úlohy z Matematického klokana 2015, kategorie Klokánek (plné zadání se nachází v příloze č. 1). Test se skládá z úloh ohodnocených 3 body, 4 body a 5 body. Každé bodové ohodnocení je zastoupeno vždy osmi úlohami. Žáci v obou třídách měli na řešení všech 24 úloh dvě vyučovací hodiny. Celkem mohli žáci získat 96 bodů. Správně vyřešené úlohy byly ohodnoceny 3, 4 nebo 5 body. Za každou nesprávně vyřešenou úlohu byl žákům odečten 1 bod a úloha, která zůstala neřešena, nebyla hodnocena (tj. 0 bodů).

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávně	úspěšnost v %
1	30	12	0	12	50,0
2	6	7	0	17	29,2
3	23	9	5	10	37,5
4	37	13	0	11	54,2
5	10	7	4	13	29,2
6	17	9	0	15	37,5
7	29	11	3	10	45,8
8	12	6	10	8	25,0
9	37	11	10	3	45,8
10	9	7	0	17	29,2
11	32	12	0	12	50,0
12	11	9	0	15	37,5
13	15	8	3	13	33,3
14	12	8	0	16	33,3
15	16	7	10	7	29,2
16	20	9	5	10	37,5
17	40	15	0	9	62,5
18	13	8	0	16	33,3
19	-3	4	4	16	16,7
20	49	15	2	7	62,5
celkem		187	56	237	

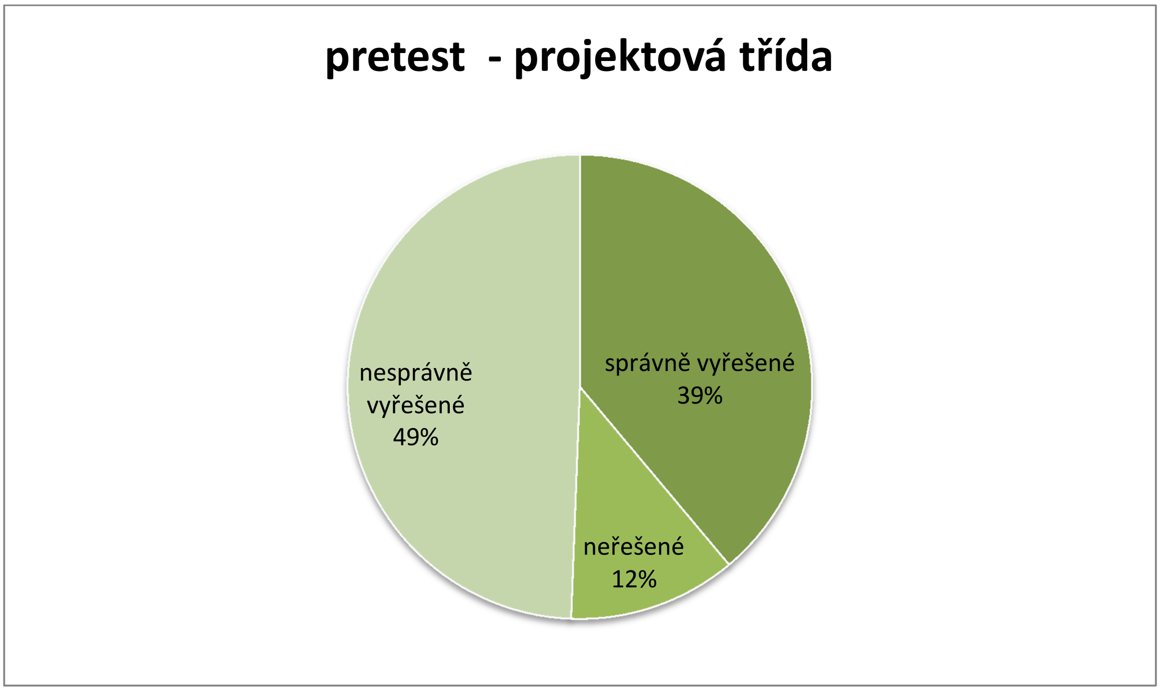
Tabulka č. 1 – pretest 23. 9. 2015, projektová třída, počet žáků 20

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávně	úspěšnost v %
1	18	8	6	10	33,4
2	33	12	3	9	50,0
3	2	5	5	14	20,8
4	32	11	6	7	45,8
5	44	14	3	7	58,3
6	0	4	5	15	16,7
7	35	12	8	4	50,0
8	34	12	2	10	50,0
9	19	9	0	15	37,5
10	18	8	0	16	33,3
11	14	7	4	13	29,2
12	18	9	0	15	37,5
13	18	9	7	8	37,5
14	9	4	16	4	16,7
15	24	10	4	10	41,7
16	18	9	8	7	37,5
17	-3	3	9	12	12,5
18	11	7	4	13	29,2
19	23	9	5	10	37,5
20	18	10	0	14	41,7
celkem		172	95	213	

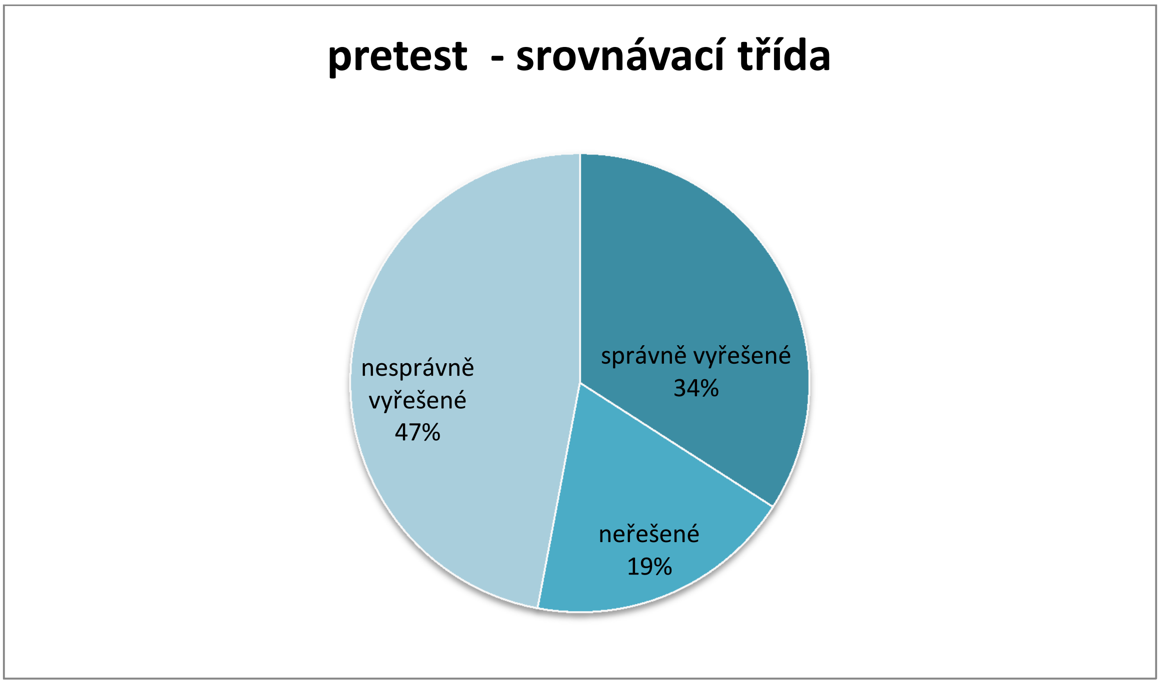
Tabulka č. 2 – pretest 23. 9. 2015, srovnávací třída, počet žáků 20

Graficky je znázorněno procentuální vyjádření správně vyřešených úloh, neřešených úloh a nesprávně vyřešených úloh za celý testovaný vzorek žáků z jedné třídy, tj. 20 žáků, vzhledem k celkovému počtu úloh, tj. 480 úloh.

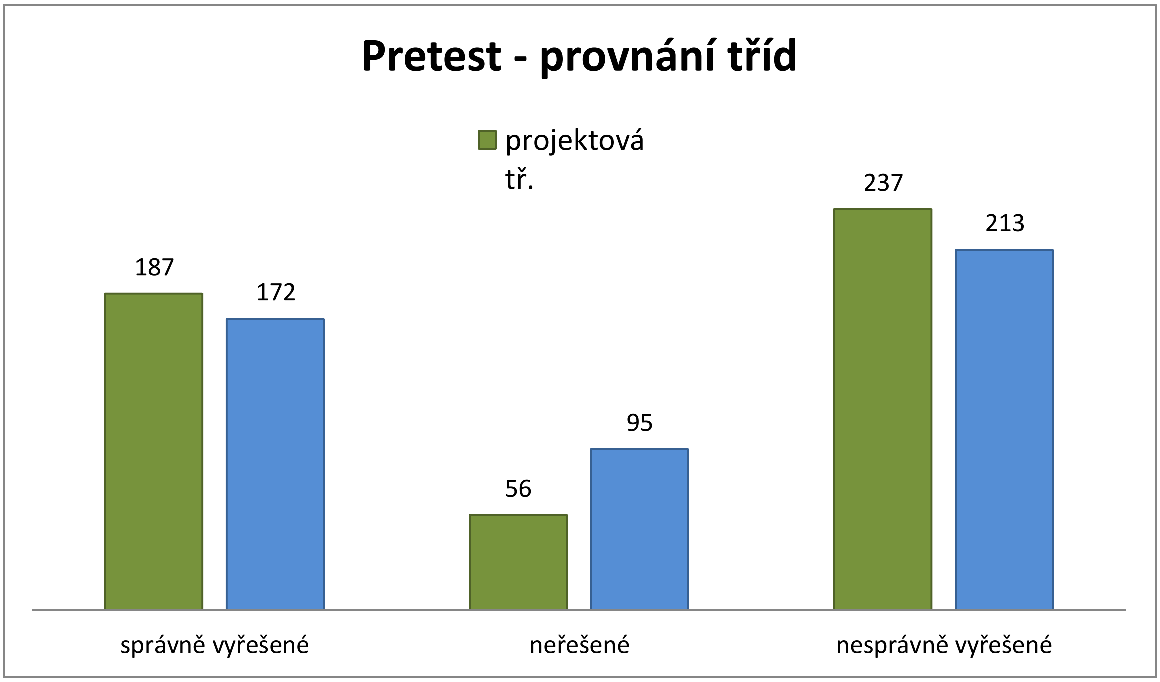
Dále je graficky znázorněno porovnání obou testovaných tříd. Porovnávána byla stejná kritéria, která jsou znázorněna v tabulkách jednotlivých tříd.



Graf č. 1 – procentuální znázornění, pretest – projektová třída



Graf č. 2 – procentuální znázornění, pretest – srovnávací třída



Graf č. 3 – pretest, porovnání projektové a srovnávací třídy (počty úloh); celkový počet úloh 480

Z grafu č. 3 vyplývá, že rozdíl mezi třídami v počtu úspěšně vyřešených úloh je vzhledem k celkovému počtu úloh (480) zanedbatelný. Žáci projektové třídy však prokázali větší odvahu k řešení úloh, u kterých si nebyli příliš jistí, a proto zaznamenali větší počet nesprávně vyřešených úloh.

5.2 TEST Č. 2

16. prosince 2015 byl oběma testovaným třídám předložen druhý test. Tentokrát byly úlohy vybrány z Matematického klokana 2008, kategorie Klokánek (celé zadání testu se nachází v příloze č. 2). Test obsahuje opět úlohy ohodnocené třemi, čtyřmi a pěti body. Není však tak rozsáhlý jako pretest. Obsahuje od každého bodového ohodnocení 4 úlohy, takže celkem 12 úloh. Žáci ho řešili 1 vyučovací hodinu.

Žáci mohli dosáhnout celkem 48 bodů. Za každou správně vyřešenou úlohu se jim připočítávalo 3, 4 nebo 5 bodů. Za každou nesprávně vyřešenou úlohy se 1 bod odečítal. Za nevyřešenou úlohu se body ani nepřičítaly ani neodečítaly.

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávn	úspěšnost v %
1	22	7	0	5	58,3
2	-2	2	0	10	16,7
3	25	8	0	4	66,7
4	27	8	0	4	66,7
5	21	7	0	5	58,3
6	30	9	0	3	75,0
7	30	9	0	3	75,0
8	20	7	1	4	63,6
9	36	10	0	2	83,3
10	15	6	0	6	50,0
11	12	5	0	7	41,7
12	-4	2	0	10	16,7
13	25	8	0	4	66,7
14	20	7	0	5	58,3
15	9	4	3	5	44,4
16	27	8	2	2	80,0
17	26	8	0	4	66,7
18	6	3	4	5	37,5
19	-1	2	3	7	22,2
20	36	10	0	2	83.3
celkem		130	13	97	

Tabulka č. 3 – test 16. 12. 2015, projektová třída, počet žáků 20

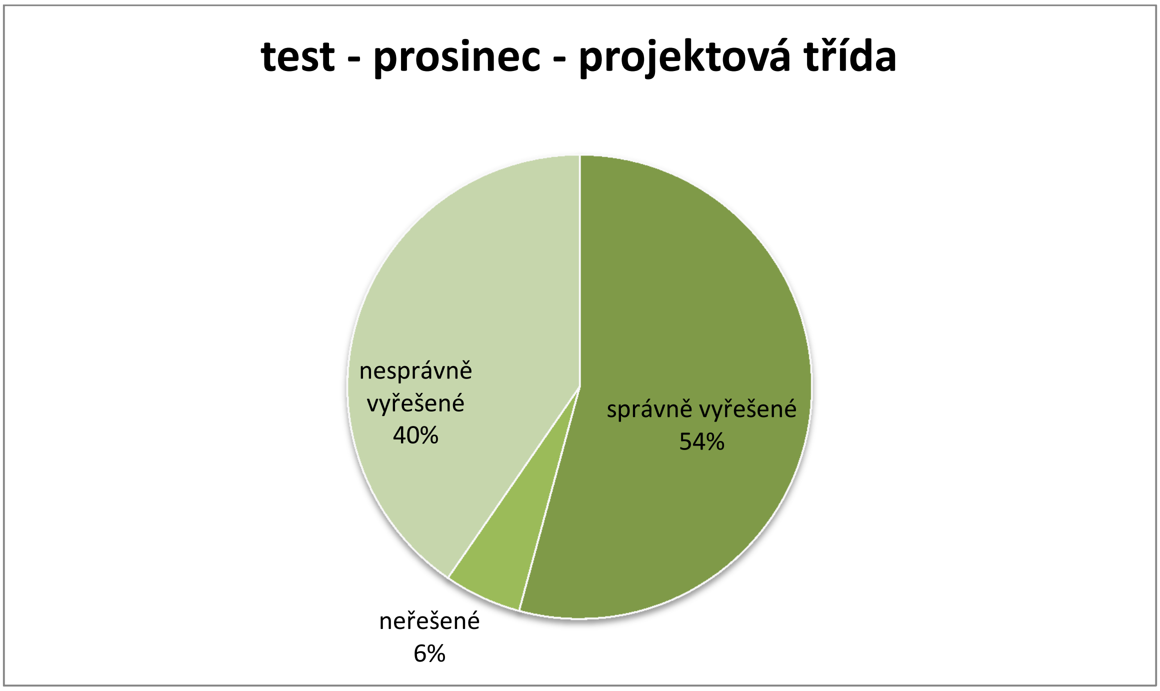
Z tabulky vyplývá, že žáci se snažili řešit všechny úlohy, takže počet neřešených úloh je velice nízký. Z celkového počtu 240 úloh pouze 13. Dále je možné vyčíst, že počet správně vyřešených úloh je vyšší než počet úloh vyřešených nesprávně. Pokud bychom porovnali úspěšnost s pretestem, došli bychom k závěru, že poměr správně a nesprávně vyřešených úloh byl u pretestu v září 1 : 1,37, zatímco u druhého, prosincového testu se poměr obrátil na 1,34 : 1.

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávně	úspěšnost v %
1	15	5	2	5	50,0
2	20	7	0	5	58,3
3	5	4	1	7	36,4
4	27	8	0	4	66,7
5	22	7	1	4	63,6
6	14	5	2	5	50,0
7	26	8	0	4	66,7
8	4	3	1	8	27,3
9	26	8	0	4	66,7
10	3	3	1	8	27,3
11	7	4	2	6	40,0
12	4	3	1	8	27,3
13	6	4	1	7	36,4
14	2	3	1	8	27,3
15	31	9	0	3	75,0
16	7	4	2	6	40,0
17	1	3	1	8	27,3
18	2	3	1	8	27,3
19	38	10	0	2	83,3
20	21	7	0	5	58,3
celkem		108	17	115	

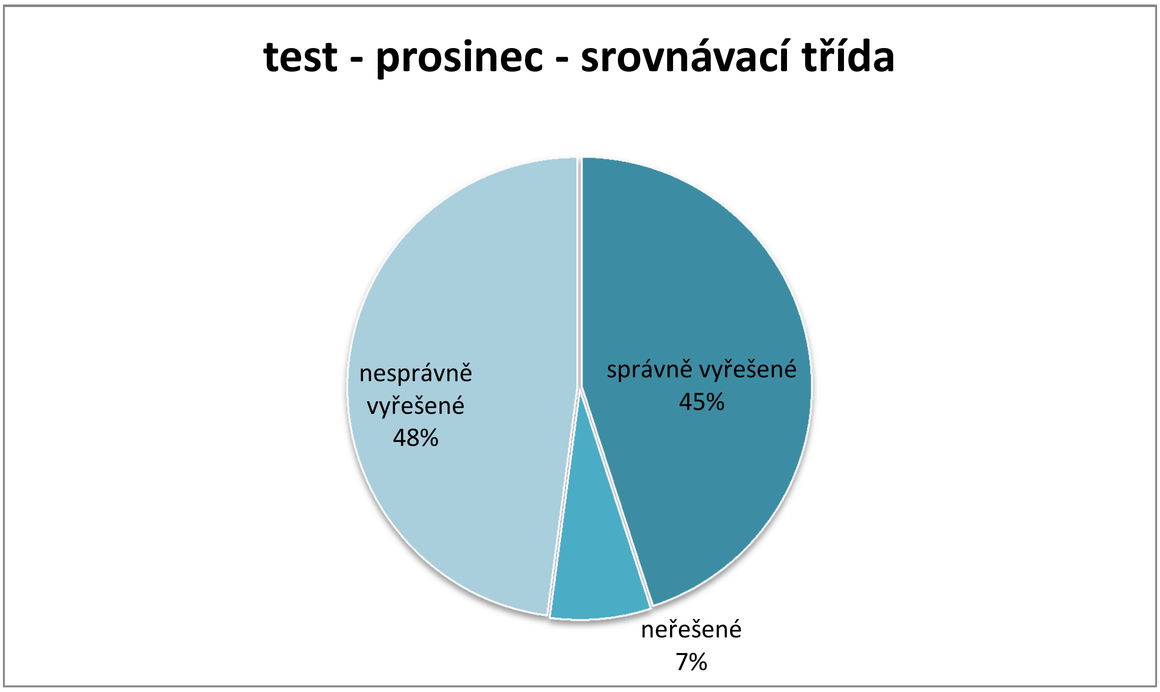
Tabulka č. 4 – test 16. 12. 2015, srovnávací třída, počet žáků 20

Z této tabulky vyplývá, že žáci srovnávací třídy se snažili řešit všechny úlohy, takže počet neřešených úloh je i zde velice nízký. Z celkového počtu 240 úloh je to pouze 17. Počet správně vyřešených úloh je však nižší než počet úloh vyřešených nesprávně. Pokud bychom i u této třídy porovnali úspěšnost s prvním testem, zjistili bychom, že poměr správně a nesprávně vyřešených úloh byl u zářijového pretestu 1 : 1,24 a u prosincového testu poměr zůstává v neprospěch správně vyřešených úloh 1 : 1,06.

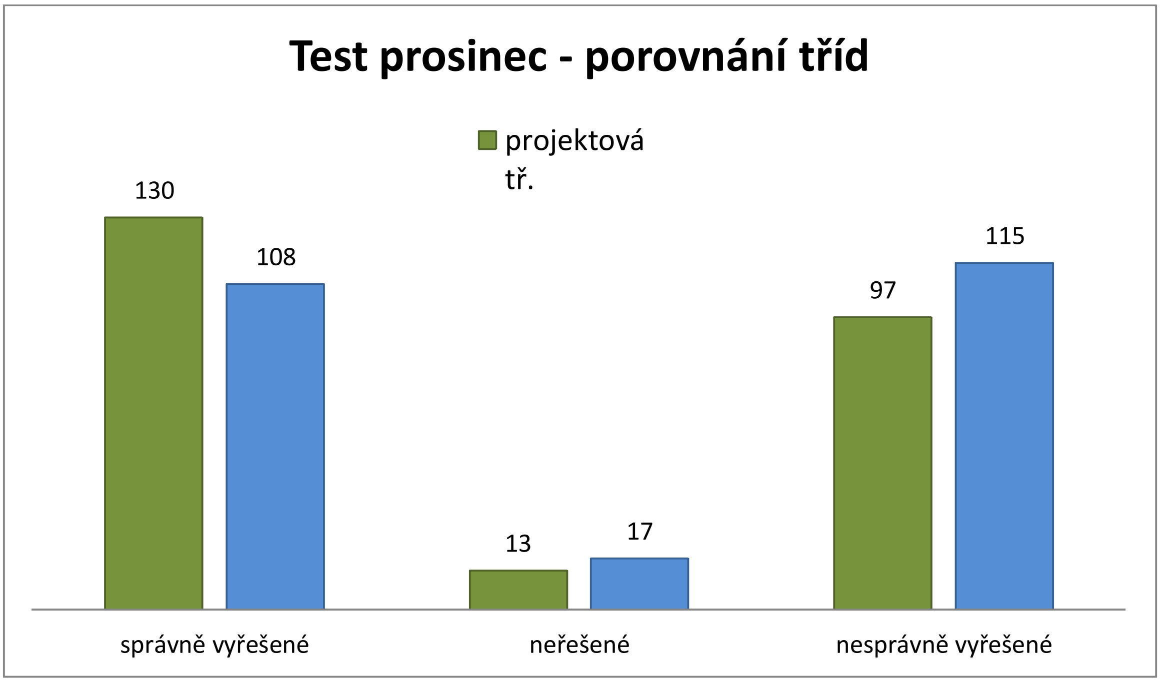
Procentuální úspěšnost obou tříd v prosincovém testu je znázorněna v následujících grafech.



Graf č. 4 – procentuální znázornění, test - prosinec – projektová třída



Graf č. 5 – procentuální znázornění, test – prosinec – srovnávací třída



Graf č. 6 – test prosinec, porovnání projektové a srovnávací třídy (počty úloh); celkový počet úloh 240

Z grafu č. 6 se dá vyčíst, že se zvětšuje rozdíl mezi třídami v počtu správně vyřešených a nesprávně vyřešených úloh. Žáci projektové třídy řeší po necelých třech měsících předkládání slovních úloh nad rámec základního učiva úlohy úspěšněji než jejich spolužáci z paralelní třídy, kteří ve výuce slovní úlohy navíc neřeší.

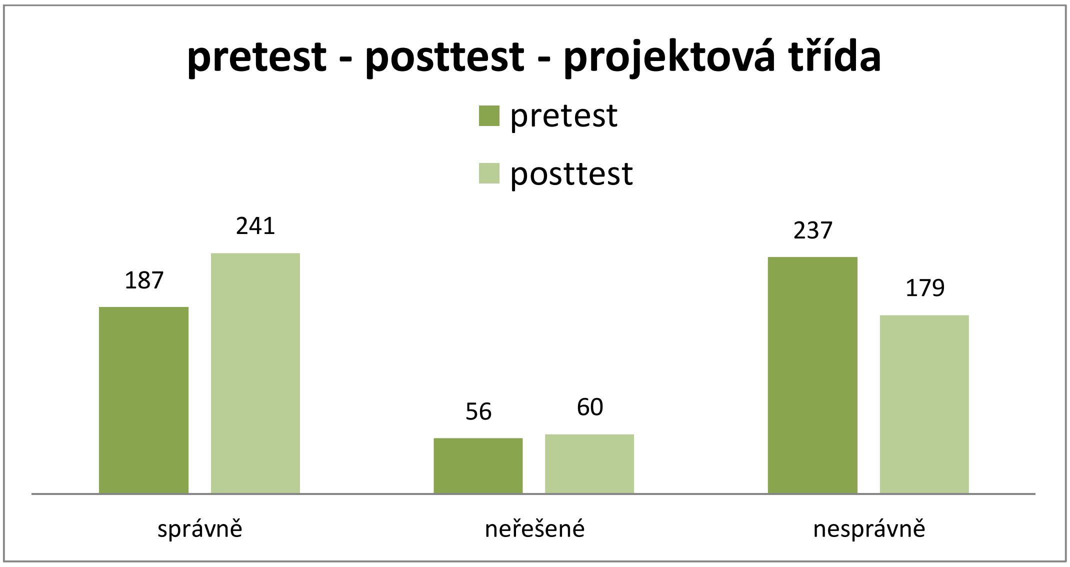
5.3 POSTTEST

24. února 2016 byl žákům obou čtvrtých tříd předložen již třetí test, který byl totožný s testem zářijovým. Doba řešení i bodování úloh byly stejné jako v září. Od prvního testu uplynulo 5 měsíců, během kterých se děti z projektové třídy snažily řešit slovní úlohy, které jim byly předkládány navíc pod názvem Bystrá hlava. Společně nad nimi diskutovaly a úspěšní řešitelé ukazovali různé možnosti řešení. Žáci ze srovnávací třídy tyto úlohy navíc neřešili.

Pro větší přehled jsou i tentokrát vypracovány tabulky, ve kterých se udávají počty správně řešených úloh, neřešených úloh, nesprávně řešených úloh a procentuální úspěšnost, tj. počet správně vyřešených úloh z celkového počtu úloh vyjádřený v procentech. Celkový počet úloh byl v každém testu opět 24.

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávně	úspěšnost v %
1	58	17	1	6	70,8
2	20	9	0	15	37,5
3	44	14	2	8	58,3
4	48	16	0	8	66,7
5	31	12	2	10	50,0
6	15	9	0	15	37,5
7	51	16	1	7	66,7
8	12	9	9	6	37,5
9	51	15	6	3	62,5
10	27	11	0	13	45,8
11	37	12	5	7	50,0
12	19	9	2	13	37,5
13	20	9	3	12	37,5
14	19	10	0	14	41,7
15	45	14	6	4	58,3
16	31	10	8	6	41,7
17	45	16	0	8	66,7
18	15	8	5	11	33,3
19	8	6	7	11	25,0
20	69	19	3	2	79,2
celkem	665	241	60	179	

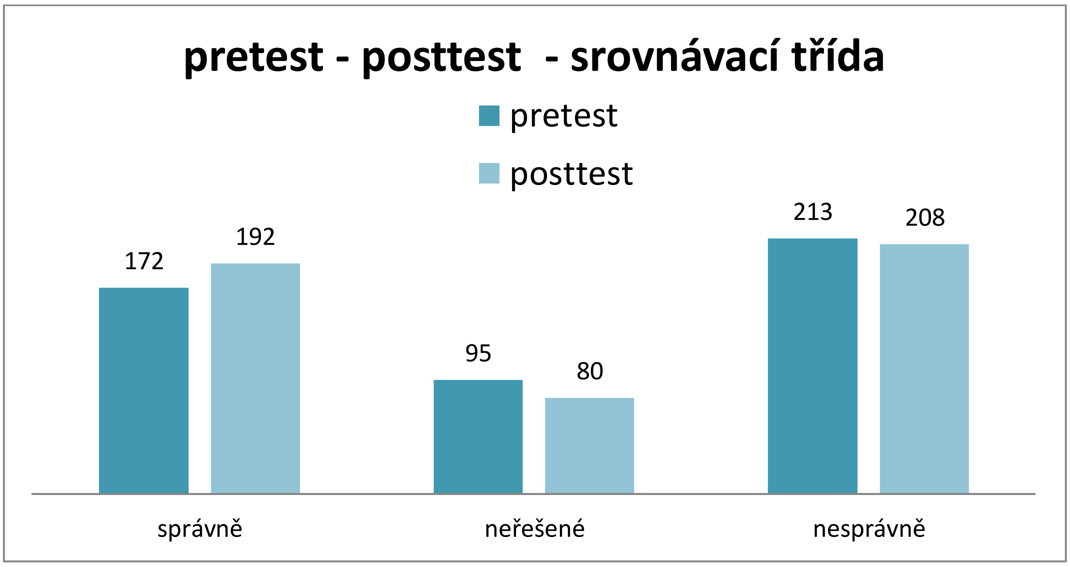
Tabulka č. 5 – posttest 24. 2. 2016, projektová třída, počet žáků 20



Graf č. 7 – porovnání údajů z pretestu a posttestu, projektová třída, počet žáků 20

žák	počet bodů	vyřešené správně	neřešené	vyřešené nesprávně	úspěšnost v %
1	18	8	6	10	33,3
2	29	10	10	4	41,7
3	5	6	4	14	25,0
4	48	15	2	7	62,5
5	52	16	1	7	66,7
6	2	5	5	14	20,8
7	57	17	1	6	70,8
8	-2	5	1	18	20,8
9	19	9	2	13	37,5
10	26	9	9	6	37,5
11	27	10	6	8	41,7
12	9	7	2	15	29,2
13	8	6	8	10	25,0
14	12	8	0	16	33,3
15	16	8	6	10	33,3
16	28	11	2	11	45,8
17	0	4	5	15	16,7
18	20	9	3	12	37,5
19	48	14	4	6	58,3
20	48	15	3	6	62,5
celkem	470	192	80	208	

Tabulka č. 6 – posttest 24. 2. 2016, srovnávací třída, počet žáků 20

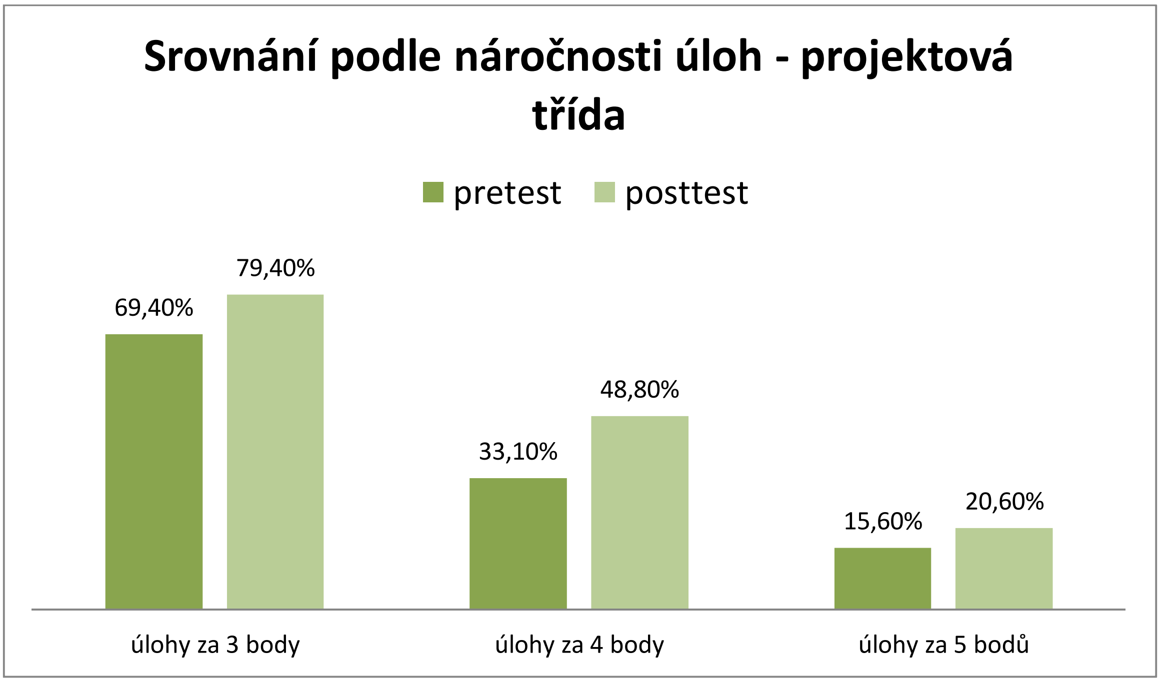


Graf č. 8 – porovnání údajů z pretestu a posttestu, srovnávací třída, počet žáků 20

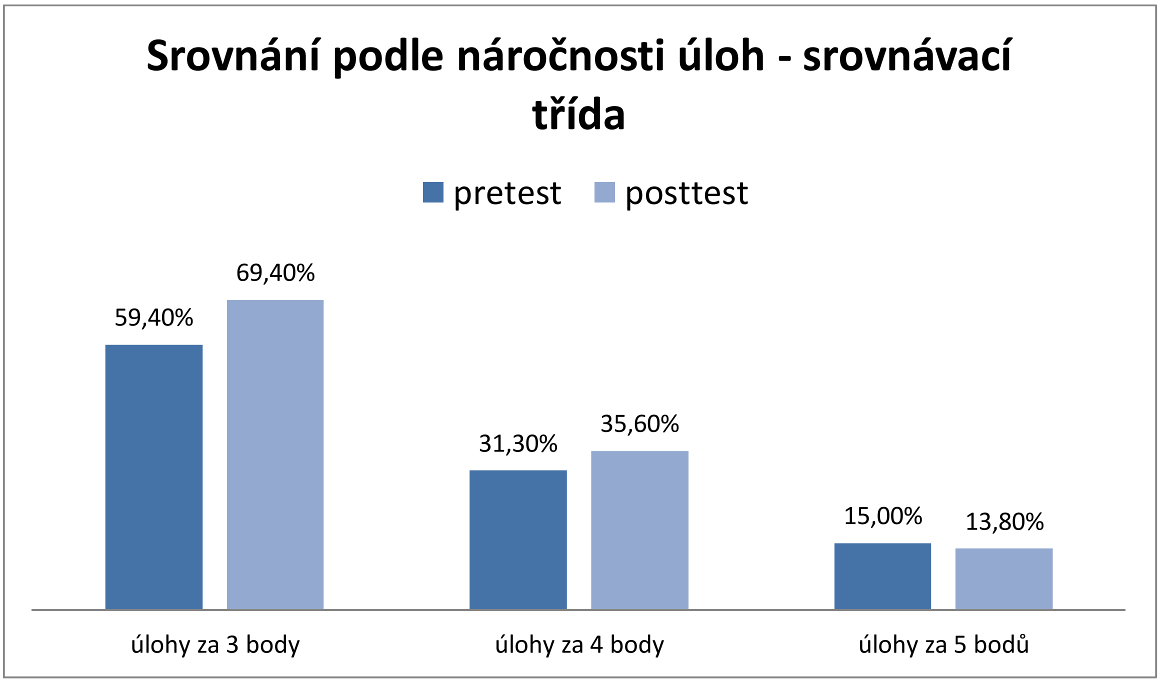
Z výše uvedených grafů č. 7 a 8 jasně vyplývá, že žáci projektové třídy dosáhli v posttestu mnohem lepších výsledků než v pretestu. Přestože u nich počet neřešených úloh zůstal téměř neměnný, poměrně velký rozdíl je v počtu úloh správně řešených a v počtu úloh nesprávně řešených. Poměr správně a nesprávně řešených úloh se změnil z 1,24 : 1 na 1,35 : 1. U žáků ze srovnávací třídy se počet neřešených úloh změnil také jen nepatrně, ale stejně zanedbatelný zůstal i rozdíl v počtu úspěšně a neúspěšně vyřešených úloh. Poměr správně řešených a nesprávně řešených úloh se změnil z 1 : 1,24 na 1 : 1,08. Stále však, i když nepatrně, převládá počet neúspěšně vyřešených úloh.

5.4 Porovnání podle bodového ohodnocení úloh

Vzhledem k tomu, že žáci projektové třídy řešili nad rámec výuky i úlohy, které jim nejdříve připadaly velice náročné a později, po nějaké době, našli odvahu k jejich řešení, zajímalo mě, jak se změnila procentuální úspěšnost vyřešených úloh z pretestu a posttestu z hlediska náročnosti úloh, tj. jejich bodového ohodnocení.



Graf č. 9 – porovnání údajů z pretestu a posttestu podle náročnosti úloh, projektová třída



Graf č. 10 – porovnání údajů z pretestu a posttestu podle náročnosti úloh, srovnávací třída

Z grafů můžeme vyvodit, že díky „tréninku“ žáci projektové třídy v posttestu úspěšně řešili větší počet úloh s vyšším bodovým ohodnocením. U žáků ze srovnávací střídy se výrazně zvýšil počet úspěšně vyřešených úloh za 3 body, ale u ostatních úloh nebyl výraznější nárůst zaznamenán. Naopak u úloh za 5 bodů došlo k nepatrnému poklesu v úspěšnosti jejich řešení.

5.5 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ JEDNOTLIVÝCH ŽÁKŮ

V následujících tabulkách je porovnána procentuální úspěšnost jednotlivých žáků obou tříd v pretestu a posttestu. Procentuální úspěšností je chápán počet správně vyřešených úloh z celkového počtu úloh, tj. 24.

žák	pretest	posttest	rozdíl
1	50,0	70,8	20,8
2	29,2	37,5	8,3
3	37,5	58,3	20,8
4	54,2	66,7	12,5
5	29,2	50,0	20,8
6	37,5	37,5	0,0
7	45,8	66,7	20,9
8	25,0	37,5	12,5
9	45,8	62,5	16,7
10	29,2	45,8	16,6
11	50,0	50,0	0,0
12	37,5	37,5	0,0
13	33,3	37,5	4,2
14	33,3	41,7	8,4
15	29,2	58,3	29,1
16	37,5	41,7	4,2
17	62,5	66,7	4,2
18	33,3	33,3	0,0
19	16,7	25,0	8,3
20	62,5	79,2	16,7

Tabulka č. 7 – porovnání výsledků pretestu a posttestu – projektová třída (procentuální úspěšnost)

žák	pretest	posttest	rozdíl
1	33,4	33,3	-0,1
2	50,0	41,7	-8,3
3	20,8	25,0	4,2
4	45,8	62,5	16,7
5	58,3	66,7	8,4
6	16,7	20,8	4,1
7	50,0	70,8	20,8
8	50,0	20,8	-29,2
9	37,5	37,5	0,0
10	33,3	37,5	4,2
11	29,2	41,7	12,5
12	37,5	29,2	-8,3
13	37,5	25,0	-12,5
14	16,7	33,3	16,6
15	41,7	33,3	-8,4
16	37,5	45,8	8,3
17	12,5	16,7	4,2
18	29,2	37,5	8,3
19	37,5	58,3	20,8
20	41,7	62,5	20,8

Tabulka č. 8 – porovnání výsledků pretestu a posttestu – srovnávací třída (procentuální úspěšnost)

Výše uvedené tabulky ukazují, že v projektové třídě si žádný žák nepohoršil v procentuální úspěšnosti. 4 žáci dosáhli stejného výsledku v pretestu i posttestu a u 16 žáků došlo ke zlepšení procentuální úspěšnosti, u pěti žáků dokonce o více než 20%.

Děti ze srovnávací třídy si pohoršily v 6 případech. Stejného výsledku v obou testech dosáhlo 1 dítě a u 13 dětí došlo ke zlepšení procentuální úspěšnosti, ve třech případech o více než 20%.

ZÁVĚR

Diplomová práce je věnována slovním úlohám a jejich vlivu na rozvoj logického myšlení dětí. Práce se skládá z teoretické a praktické části. Teoretická část je věnována matematice jako vzdělávací oblasti a podrobněji jsou v ní popsány slovní úlohy. V praktické části je představen výzkumný vzorek, který tvoří žáci 4. ročníku ZŠ, výzkumný nástroj, jehož součástí jsou dvě stejné testovací sady slovních úloh (pretest a posttest) a jeden srovnávací test. Je zde také stanovena výzkumná otázka: *Dochází pravidelným předkládáním a řešením slovních úloh k rozvoji logického myšlení žáků 1. stupně základní školy?*

Aby bylo možné odpovědět na výzkumnou otázku, vznikl zásobník slovních úloh, které byly pravidelně předkládány pouze žákům projektové třídy. Tito žáci byli podle vyhodnocení výsledků srovnávacího testu a posttestu úspěšnější v řešení slovních úloh než žáci ze srovnávací třídy, kteří pravidelně slovní úlohy neřešili. Z výzkumu vyplývá, že žáci projektové třídy se po určité době procvičování odvážili řešit i těžší úlohy, na které si v pretestu netroufli.

U žáků projektové třídy bylo možné zpozorovat, že se zvyšujícím se počtem vyřešených slovních úloh se také zvýšilo jejich sebevědomí a tím i jejich schopnost obhájit vlastní způsob řešení. Tím, že již věděli jak úlohy vyřešit a byli si řešením jistí, byli ochotní a schopní vysvětlit postup řešení a trvat na něm, i když s nimi někteří spolužáci nesouhlasili.

Při výzkumu se také ukázalo, že ne každé dítě, které umí rychle a bezchybně mechanicky počítat, je schopné správně vyřešit slovní úlohu. Pokud by byli žáci seřazeni podle počtu dosažených bodů, projevilo by se, že jména nejrychlejších „mechanických“ počtářů se objevují až ve druhé polovině seznamu. Naopak děti, které nemají rychlost počtů dostačující pro soutěže typu Početní král, mnohdy dokázaly pomocí logického úsudku nalézt řešení slovních úloh překvapivě rychle.

Pravidelné zařazování slovních úloh do hodin matematiky je pro žáky zcela jistě přínosné. Rozvíjí jejich logické myšlení, podporuje zvídavost, touhu nacházet různá řešení a odvahu si je obhájit.

RESUMÉ

Diplomová práce je zaměřena na slovní úlohy a jejich vliv na rozvoj logického myšlení. Práce se skládá z teoretické a praktické části. Teoretická část se zabývá matematikou jako vzdělávací oblastí, slovními úlohami a metodami a postupy jejich řešení a kognitivním vývojem dětí na 1. stupni ZŠ. Praktická část se zabývá výzkumem, který byl realizován na žácích 4. ročníku ZŠ v Nejdku, seznamuje s jeho výsledky a objasňuje, zda pravidelné předkládání slovních úloh má vliv na rozvoj logického myšlení.

SUMMARY

The diploma thesis focuses on word problems and their effect on developing logical thinking. It has two parts - a theoretical part and a practical part. The theoretical part deals with mathematics as an educational field, with word problems, methods and processes of solving them and also with cognitive development of children in primary school. The practical part deals with research which was conducted on grade four children of an elementary school in Nejdek. It also introduces results of the research and clarifies whether regular submission of word problems affects the development of logical thinking.

SEZNAM LITERATURY

1. BALADA, F. *Z dĲin elementární matematiky*. Praha : SPN, 1959. 238 s.

2. BLAĢKOVÁ R., MATOUĠKOVÁ K., VAœUROVÁ M. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4

3. BLAĢKOVÁ R., MATOUĠKOVÁ K., VAœUROVÁ M. *Texty k didaktice matematiky pro studium uļitelství 1. stupnĲ základní ģkoly*. Brno: Masarykova univerzita, 1996. 78 s. ISBN 80-210-0468-1

4. BLAĢKOVÁ, R., MATOUĠKOVÁ, K., VAœUROVÁ, M. *Texty k didaktice matematiky pro studium uļitelství 1. stupnĲ základní ģkoly 1. ļást*. Brno: Rektorát UJEP, 1987. 97 s.

5. ĻÍĢKOVÁ, M., *Matematika pro 3. roļník základní ģkoly*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2008, 135 s. ISBN 9788072354054.

6. ĻÍĢKOVÁ, M. *Matematika pro 2. roļník základní ģkoly*. 2. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2013, 2 sv. (88, 88 s.). ISBN 978-80-7235-527-3.

7. DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: jak zviditelnit neviditelné*. 2. vyd. v ļeském jazyce. Praha: DokoŚán, 2011, 343 s. ISBN 978-80-257-0494-3.

8. EIBLOVÁ, L.,MELICHAR ,J., ĠESTÁKOVÁ, M. *Matematika pro 4. roļník základní ģkoly*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009, 143 s. ISBN 9788072354344.

9. EIBLOVÁ, L.,MELICHAR ,J. *Matematika pro 4. roļník ZĠ, pacovní seģit 2*. 2. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2013, 48 s. ISBN 97-880-7235-442-9.

10. HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. *Psychologický slovník*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000, 774 s. ISBN 80-7178-303-x

11. HEJNÝ, Milan (ed.), Jarmila NOVOTNÁ (ed.) a NaŅa VONDROVÁ (ed.).*Dvacet pĲt kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, 212 s. ISBN 80-7290-189-3.

12. HILL, Grahame. *Moderní psychologie: hlavní oblasti souļasného studia lidské psychiky*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2004, 280 s. ISBN 80-7178-641-1.

13. HRABŉTOVÁ Regina, *Rozvoj tvoŚivého myģlení ģákŢ v hodinách matematiky*. Matematika, informaļní technologie a aplikované vĲdy: (MITAV 2015). Vydání první. Editor Ġárka MAYEROVÁ, editor Miroslav HRUBÝ. Brno: Univerzita obrany, 2015. ISBN 978-80-7231-998-5.

14. Hř ÍCHOVÁ, Miloslava, Jana MIœHOVÁ a Lenka NOVOTNÁ. *Vývojová psychologie pro uļ itele*. 2. vyd. PlzeŔ: Západoļ eská univerzita, 2000, 82 s. ISBN 80-7082-626-6.

15. JOBÁNKOVÁ, M., BARTOĠÍKOVÁ, I., JIĻÍNSKÝ V., KVAPILOVÁ, J., MINIBERGEROVÁ, L. *Kapitoly z psychologie pro zdravotnické pracovníky*. Brno: Institut pro dalģí vzdĚlávání pracovníkŢ ve zdravotnictví, 2002

16. KASLOVÁ, Michaela. *Sbírka úloh z matematiky pro 4. a 5. roļ ník základní ģkoly*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2002. ISBN 80-7235-169-9.

17. KLAUS, V., ĻERNÍK, M. *Matematika pro páŠáky, aneb, Neboj se poļ ítat*. 1. vyd. Praha: Fortuna Libri, 2014, 215 s. ISBN 978-80-7321-914-7.

18. KOHOUTEK, H. *Pohled do historie vyuļ ování ļ tení, psaní, poļ ítání v poļ áteļ ním stadiu*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 1968. 63s

19. KOLEKTIV AUTORš . *Rámcový vzdĚlávací program pro základní vzdĚlávání*. Praha: VÚP, 2007. 126 s.

20. KOTYRA, D., SIVOĠOVÁ, A. *Slovní úlohy*. Havlíļ kŢv Brod: Fragment, 2004. 77 s. ISBN 80-7200-904-4

21. KOPKA, J. *ř eģení problémŢ a zkoumání ve ģkolské matematice* in Matematika 3: Matematické vzdĚlávání z pohledu ģáka a uļ itele primární ģkoly. Sborník pŚíspĚvkŢ z konference s mezinárodní úļ astí Olomouc: Univerzita Palackého, 2008. s. 135-145 ISBN 978-80-244-1963-3.

22. KOPKA, Jan. *Hrozny problémŢ ve ģkolské matematice*. Vyd. 1. Ústí nad Labem: Univerzita J.E. PurkynĚ, 1999. ISBN 9788070442470.

23. KV’nTOœ, P. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava: Pedagogická fakulta v OstravĚ, 1982. 242 s.

24. LANGMEIER, J., KREJĻÍř OVÁ, D. *Vývojová psychologie*. Praha: Grada Publishng, 1998. ISBN: 80-7169-195-X.

25. LANGMEIER, Josef a Dana KREJĻÍř OVÁ. *Vývojová psychologie*. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada, 2006, 368 stran. Psyché (Grada). ISBN 978-80-247-1284-0.

26. MAœÁK, Josef a Vlastimil ĠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003, 219 s. ISBN 80-731-5039-5.

27. MAœÁK, Josef. *Alternativní metody a postupy*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 1997, 90 s. ISBN 80-210-1549-7.

28. MINISTERSVTO ĠKOLSTVÍ ĻSR. *Dalģí rozvoj ļeskoslovenské výchovnĿ vzdĿávací soustavy II*. Praha : SPN, 1977. 112 s.

29. NOVÁK, Bohumil a Anna STOPENOVÁ. *Slovní úlohy ve vyuļování matematice na 1. stupni ZĠ*. 1. vyd. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 1993, 51 s. ISBN 80-7067-294-3.

30. PEJSAR. Z. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky*. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta v Ústí nad Labem, 1990. 105 s. ISBN 80-7044-022-8

31. PIAGET, Jean. *Psychologie inteligence*. Vyd. 2., v nakl. Portál 1. Praha: Portál, 1999, 164 s. ISBN 80-7178-309-9

32. REISCHIGOVÁ, Marie. *Matematika ve slovních úlohách*. Praha: Pansofia, 1996, 145 s. ISBN 85804-74-3

33. ROSECKÁ, Z., KOSTEĻKOVÁ.,M. *Metodický prŢvodce uļebnicí Matematika 3 pro 3. roļník*. Brno: Nová ģkola Brno, 2005. ISBN 80-7289-072-7.

34. SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika: vyuļovací proces, uļivo a jeho výbĿr, metody, organizaļní formy vyuļování*. 2., rozģ. a aktualiz. vyd., [V nakl. Grada] vyd. 1. Praha: Grada, 2007, 322 s. ISBN 978-80-247-1821-7.

35. VÁGNEROVÁ, M. *Vývojová psychologie: dĿtství, dospĿlost, stáŚí*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000, 522 s. ISBN 80-7178-308-0.

36. VÁGNEROVÁ, Marie. *Vývojová psychologie* I. 1. vyd. Praha: Karolinum, 2008, 467 s. ISBN 978-80-246-0956-0.

37. *VzdĿávací program ZÁKLADNÍ ĠKOLA*. Praha : Fortuna, 1996. 280 s.

Internetové zdroje:

1. KLAUS, V. *Matematika tŚíbí myģlení, mĿla by být souļástí maturit* [online]. Ļeská televize 28. 3. 2012 [cit. 2015-10-23]. Dostupný z World Wide Web: http://www.ceskatelevize.cz/ct24/domaci/1182017-matematika-tribi-mysleni-mela-byt-soucasti-maturit/

2. *Hejného metoda: zaslouģená radost z poznávání. Www.h-mat.cz*[online]. 20.1.2015 [cit. 2015-12-30]. Dostupné z: www.h-mat.cz/media/ucitelske-noviny/alternativni-metody

3. *Hejného metoda: zaslouǵená radost z poznávání*. *Www.h-mat.cz*[online]. 20.1.2015 [cit. 2016-01-02]. Dostupné z: www.h-mat.cz

4. KALUSOVÁ, Hana. *Matematika podle Hejného metody ї reportáǵ z pŚednáǵky*. [online]. 28. 2. 2013 [cit. 2016-01-02]. Dostupné z: < http://deti.mensa.cz/index.php?pg=udalosti&aid=255

5. Hlavolamy.info. *Hlavolamy.info* [online]. 2012 [cit. 2016-02-15]. Dostupné z: http://www.hlavolamy.info/

SEZNAM TABULEK A GRAFŮ

PŘÍLOHY

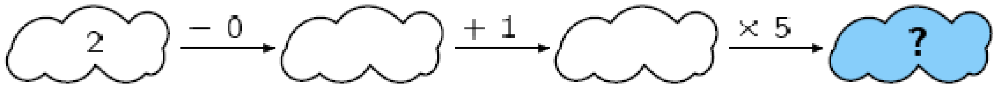
Seznam příloh:

Příloha č. 1 – zadání pretestu a posttestu

Příloha č. 2 – zadání srovnávacího testu

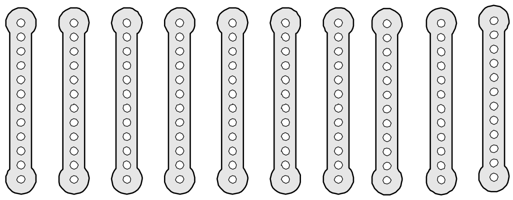
Příloha č. 1

<u>Úlohy za 3 body</u>

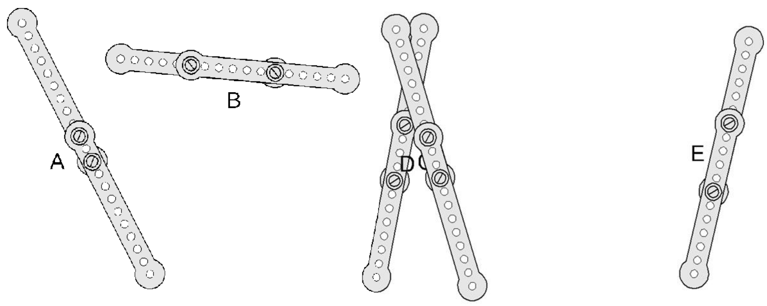
1. 

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 15

2. Eda mĽl 10 stejných kovových dílkŢ stavebnice.

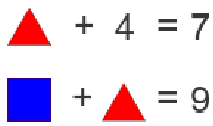


Spojil vģdy dva dílky a vytvoŚil pĽt nových. Který z nich je nejdelģí?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. Které ļíslo je zakryto ļtvercem?

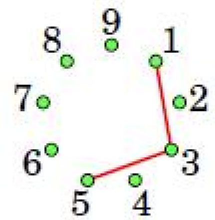


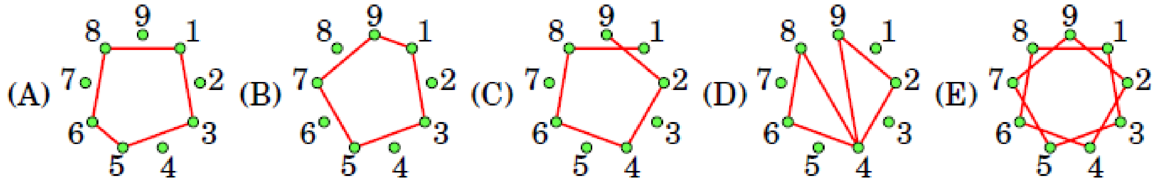
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

4. Pan Zahradník má 10 slepic. 5 slepic snáģí vejce kaģdý den a dalģích 5 slepic snáģí vejce kaģdý druhý den. Kolik vajec snesou vģechny slepice za 10 dní?

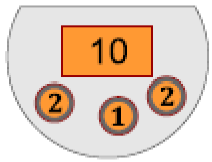
(A) 75 (B) 60 (C) 50 (D) 25 (E) 10

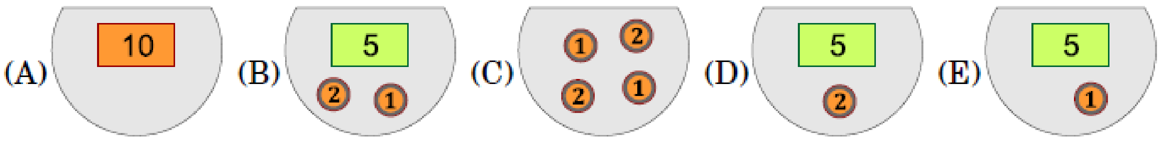
5. Martina zaļala u ļísla 1 a spojovala kağdou druhou teļku (podívej se na obrázek), dokud znovu neskonļila u ļísla 1. Který obrázek vytvoŚila?



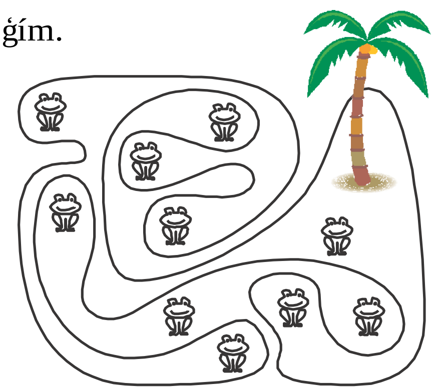


6. Lucka jela do Rakouska, kde ğla nakupovat. V penĐğence mĐla tyto peníze (podívej se vpravo). V obchodĐ zaplatila 7 euro za míļ. Kolik penĐz jí zbylo?



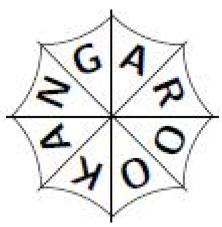


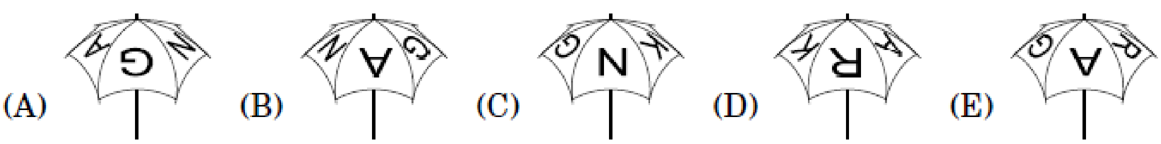
7. Na obrázku je ostrov s podivnĐ ļlenitým pobŚeğím. Roste na nĐm palma a sedí na nĐm nĐkolik ğabek. Kolik ğabek sedí na ostrovĐ?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

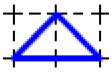
8. Na değtníku mám napsáno slovo KANGAROO (podívej se vpravo).Na kterém z následujících obrázkŢ je mŢj değtník?

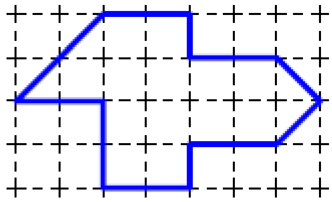




Úlohy za 4 body

9. Zuzka vystŚihla útvar z obrázku vpravo a rozstŚíhala jej na trojúhelníky, které vidíġ dole. Kolik jich dostala?



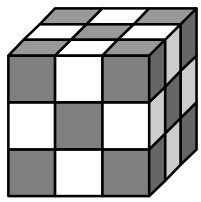


(A) 8 (B) 12 (C) 14 (D) 15 (E) 16

10. Leoġ mŊl 7 jablek a 2 banány. Dal 2 jablka JanŊ. Ta mu na oplátku dala nŊkolik banánŢ. Leoġ mŊl potom stejnŊ jablek jako banánŢ. Kolik banánŢ dala Jana Leoġovi?

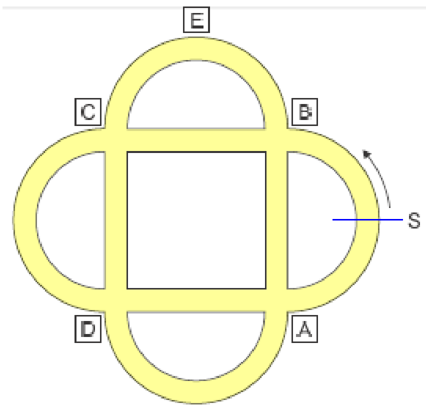
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 7

11. Jarda slepil z bílých a ļerných krychliļek krychli (podívej se na obrázek). Nikdy k sobŊ nepŚilepil dvŊ krychliļky stejné barvy. Kolik je v krychli bílých krychliļek?



(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

12. Petr jezdí na kole po cyklostezce v parku (podívej se na obrázek). Vyjel z místa S smŊrem, který uka- zuje ġipka. Na první kŚiġovatce zaboļil doprava, na druhé doleva, na dalġí doprava, pak doleva. Kterým místem neprojel?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

13. U lyġaŚského vleku ļekalo v ŚadŊ 10 lyġaŚŢ. PŚed Tomáġem jich stálo o 3 ménŊ neġ za ním. Kolikátý v ŚadŊ byl Tomáġ?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 7

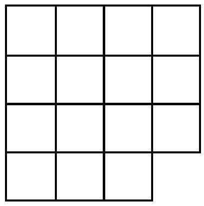
14. Na obrázku vidíġ 5 beruġek. Kamarádí spolu kaġdé dvĎberuġky, jejichġ poļet teļek se liġí právĎo jednu. Kaġdá beruġka poslala SMS zprávu své kamarádce. Kolik SMS zpráv beruġky odeslaly?

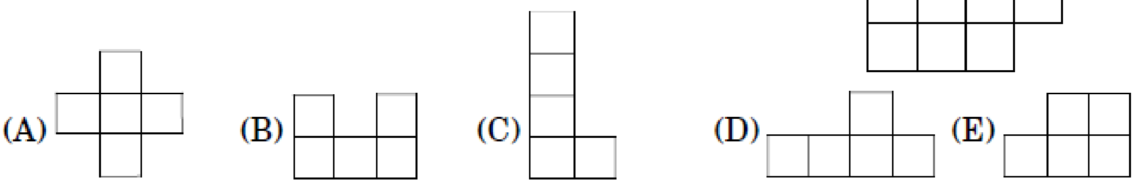
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

15. Pepa Śadí do jedné poliļky 4 hraļky ï auto, míļ, vrtulník a loŅ. Vġdy dodrġuje tato pravidla: loŅ stojí vedle auta, vrtulník stojí vedle auta. Kolika zpŢsoby mŢġe Pepa hraļky umístit?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

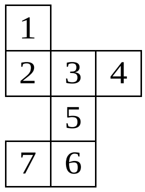
16. RozdĎl útvar na tŚi stejné dílky. Jak vypadá kaġdý dílek?





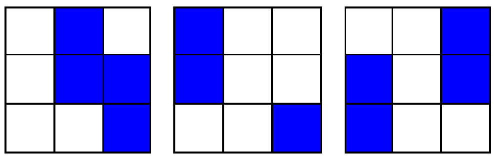
Úlohy za 5 bodŢ

17. Který ļtvereļek musí Lucka z obrázku odstŚihnout, aby jí zŢstala síŠ, ze které mŢġe sloġit krychli?



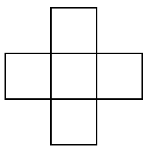
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 7

18. Na prŢsvitný papír nakreslil ZbynĎk 3 ļtverce s tĎmito vzory (podívej na obrázek). Poloġil je na sebe, stŚed propíchl ġpendlíkem a otáļel s nimi, aġ získal co nejvĎtġí ļernou plochu (ļtverce pŚitom mĎly zarovnané strany). Kolik ļtvereļkŢ bylo ļerných?



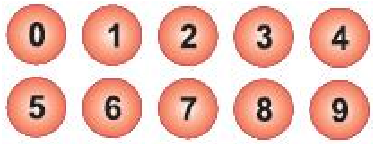
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

19. Ļísla 2, 3, 5, 6 a 7 napiġ do polí sestavených do tvaru kŚíġe (podívej se vpravo). Souļty ļísel v Śádku a sloupci jsou stejné. Které z ļísel mŢġeġ napsat do stŚedu kŚíġe?



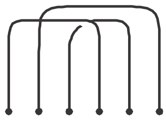
(A) jen 3 (B) jen 5 (C) jen 7 (D) 5 nebo 7 (E) 3, 5 nebo 7

20. Kája má 10 míļŢ oļíslovaných 0 aģ 9. RozdĽlil tyto míļe mezi své 3 kamarády. Jirka dostal 3 míļe, Janek 4 a Aniļka 3. Kamarádi vynásobili ļísla na svých míļích a dostali tato ļísla: Jirka 0, Janek 72 a Aniļka 90. Jaký je souļet ļísel na Jirkových míļích?



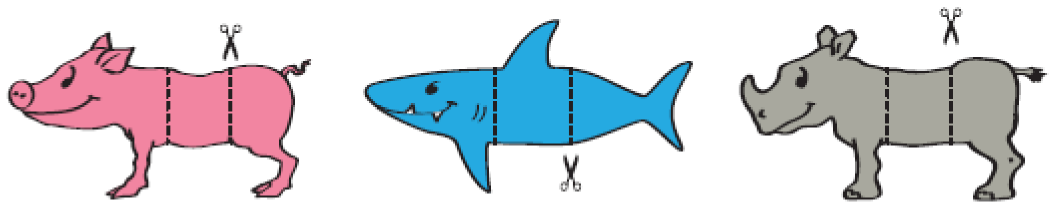
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

21. Na zemi leģí tŚi hasiļské hadice (podívej se na obrázek). Spoj je s dalģími tŚemi tak, aby tvoŚily jeden uzavŚený okruh. Které rozloģení vybereģ?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

22. Tomáģ nakreslil obrázky vepŚíka, ģraloka a nosoroģce a rozstŚíhal je na 3 ļásti (podívej se na obrázek). Potom vytváŚel nové obrázky tím, ģe zamĽŔoval ļásti tĽl. Kaģdé zvíŚe ale mĽlo pŚední ļást, tĽlo a zadní ļást. Najdi nejvĽtģí poļet zvíŚat, které mohl takto vytvoŚit.



(A) 3 (B) 9 (C) 15 (D) 27 (E) 30

23. Na obrázku je vyznaļeno 16 bodŢ. V Śádcích a sloupcích jsou od sebe stejnĽ vzdáleny. Maruģka kreslí ļtverce tak, ģe vģechny vrcholy jsou vyznaļené body. Kolik rŢznĽ velkých ļtvercŢ mŢģe vytvoŚit?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

24. Kamarádi Alenka, Bohunka, Ďárka, David a Eliģka o víkendu pekli suģenky. BĽhem celého víkendu upekla Alenka 24 suģenek, Bohunka 25, Ďárka 26, David 27 a Eliģka 28. Na konci víkendu mĽl jeden z kamarádŢ dvakrát více suģenek neģ po sobotĽ, jiný mĽl tŚikrát více, dalģí ļtyŚikrát více, dalģí pĽtkrát více a poslední ģestkrát více. Kdo upekl v sobotu nejvíc suģenek?

(A) Alenka (B) Bohunka (C) Ďárka (D) David (E) Eliģka

Příloha č. 2

Za 3 body

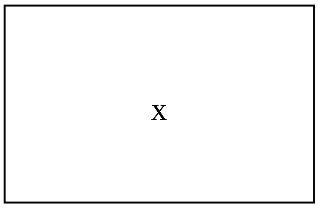
1) Martina dala kytici své mamince, babiļce, tetĚa dvĚma sestrám Kytice pro sestry a tetu byly stejné barvy. Babiļka nedostala rŢģe. Kterou z kytic dala mamince?

A ï ģluté tulipány B ï rŢģové rŢģe C ï ļervené karafiáty

D ï ģluté rŢģe E ï ģluté karafiáty

2) Tereza má 37 CD. Její kamarádka Kamila Śíká: ĂKdyģ mi dáģ 10 CD, budeme mít stejnĚñ Kolik CD má Kamila?

3) Radka na list papíru narýsovala ļtyŚi rŢzné pŚímky procházející vyznaļeným bodem. Na kolik ļástí tyto pŚímky list rozdĚlily?



4) Za ģest a pŢl hodiny budou ļtyŚi hodiny po pŢlnoci. Kolik je hodin?

A ï 21:30 B ï 04:00 C ï 20:00 D ï 02:30 E ï 10:30

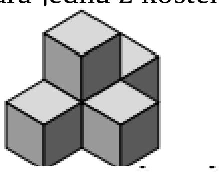
Za 4 body

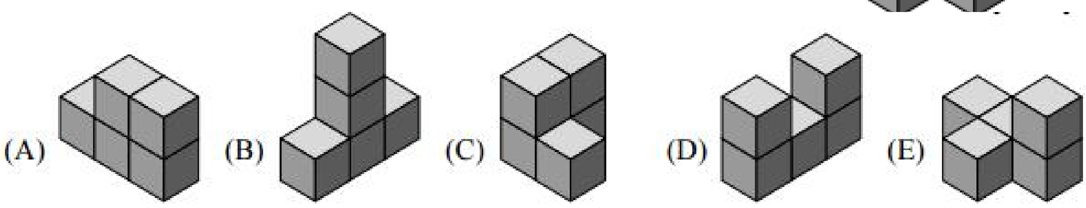
5) Janek, Petr a Lukáģ hrají hru. Janek násobí tŚemi, Petr pŚiļítá dvĚa Lukáģ odļítá jednu. V jakém poŚadí chlapci poļítali, kdyģ se od ļísla 3 dostali k ļíslu 14?

A ï Janek, Petr, Lukáģ B ï Petr, Janek, Lukáģ C ï Janek, Lukáģ, Petr

D ï Lukáģ, Janek, Petr E ï Petr, Lukáģ, Janek

6) Aniļka vytvoŚila stavbu z pĚti kostek (podívej se vpravo). Klára jednu z kostek pŚemístila. Kterou stavbu nemŢģeģ vidĚt?

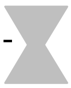




7) Na ġkolní výlet jelo celkem 21 dŊtí. Chlapci byli ubytováni v 5 tŚílŢġkových pokojích. Dívky byly ubytovány ve dvoulŢġkových pokojích. V kolika pokojích dívky bydlely? V ġádném pokoji nezŢstala volná postel.

A ï 1 B ï 2 C ï 3 D ï 5 E ï 6

8) Karolína pokládala vedle sebe ļi pŚes sebe dva rovnostranné trojúhelníky (podívej se vpravo). Který z obrazcŢ nemohla vidŊt? 

A -  B -  C -  D -  E - 

<u>Za 5 bodŢ</u>

9) Klokan Pepa si vġiml, ġe kaġdou zimu pŚibere 5 kg a kaġdé léto zhubne pouze 4 kg. Na jaŚe a na podzim se jeho hmotnost nemŊní. Na jaŚe 2008 má hmotnost 100 kg. Jakou hmotnost mŊl na podzim roku 2004?

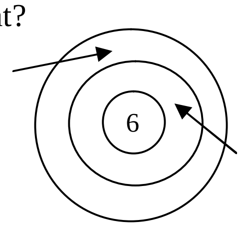
10) BedŚich má tolik bratrŢ jako sester. Jeho sestra Zuzka má dvakrát více bratrŢ neġ sester. Kolik dŊtí je v této rodinŊ?

A ï 3 B ï 4 C ï 5 D ï 6 E - 7

11) Dva mudrci oļíslovali karty od 1 do 7 (na kaġdé kartŊ jedno ļíslo) a dali je do krabiļky. První mudrc si vzal náhodnŊ 3 karty z krabiļky, druhý mudrc si vzal náhodnŊ dvŊ zbývající (dvŊ karty zŢstaly v krabiļce). Pak se první mudrc podíval do svých karet a Śekl druhému: ĂVím, ġe souļet ļísel na tvých kartách je sudé ļíslo.ñ Souļet ļísel na kartách prvního mudrce byl roven:

A ï 10 B ï 12 C ï 6 D ï 9 E - 15

12) Jana hrála ġipky. PŚi kaġdé hŚe házela dvŊma ġipkami. Vġdy zasáhla terļ. PŚi první hŚe získala 5 bodŢ (podívej se na obrázek). Kolik rŢzných bodových ohodnocení mohla získat?



A ï 4 B ï 6 C ï 8 D ï 9 E ï 10