

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA STROJNÍ

Studijní program: N 2301 Strojní inženýrství
Studijní zaměření: 2302T013 Stavba energetických strojů a zařízení

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Rekonstrukce experimentálního zařízení pro vyšetřování
aerodynamických vazeb turbínových lopatek

Autor: **Petr PAVLÍČEK**

Vedoucí práce: **prof. Ing. Jiří LINHART, CSc.**

Akademický rok 2015/2016

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petr PAVLÍČEK**
Osobní číslo: **S14N0047P**
Studijní program: **N2301 Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Stavba energetických strojů a zařízení**
Název tématu: **Rekonstrukce experimentálního zařízení pro vyšetřování aerodynamických vazeb turbinových lopatek**
Zadávací katedra: **Katedra energetických strojů a zařízení**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Orientační parametry zařízení:

Rekonstrukce stávajícího experimentálního zařízení na delší aerodynamicky zavazbené lopatky o rychlosti dosahující $Ma = 0,6$ s proměnlivým úhlem náběhu od -12 až $+12^\circ$.

Máte za úkol:

1. Provést rešerši stávajícího stavu experimentálního výzkumu parametrů potřebných pro řešení flutteru lopatkových mříží.
2. Navrhnout metodiku měření a vyhodnocování hodnot pro stanovení flutteru turbinových lopatek.
3. Sestavit konstrukční návrh celé tratě včetně kompresoru a potrubního příslušenství.
4. Provést návrh měřicího prostoru s komponentami a jejich pevnostními výpočty.
5. V případě včasného dokončení realizace úprav ověřit funkci zařízení.

Rozsah grafických prací: **dle potřeby**
Rozsah kvalifikační práce: **70 stran**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**
Seznam odborné literatury:

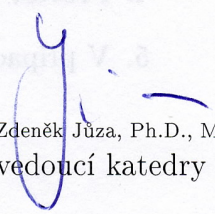
- Earl H. Dowell: A Modern Course in Aeroelasticity. Kluwer Academic Publ. 2004
- Pacák A., Krivánka D., Linhart J.: Proudění turbulentní mříží s vibrujícími lopatkami. In Fluent 2006 Praha. Techsoft Engineering, 6/2006, str. 177 - 183, ISBN 80-239-7211-1
- Krivánka D., Pacák A., Polivka J., Švarný J., Linhart J.: Experimentální a numerické zjišťování vazebních koeficientů. Aplikácia exper. a num. metod v mechanike tekutin, Žilinská univerzita, 4/2008, str. 157 - 162, ISBN 978-80-8070-825-2
- Linhart J., Pašek L.: Aerodynamické vazební síly mezi lopatkami lopatkové kaskády v proudící tekutině. Setkání kateder mechaniky tekutin 2014, str. 64 - 68, ISBN 978-80-01-05538-0, 2014

Vedoucí diplomové práce: **Prof. Ing. Jiří Linhart, CSc.**
Katedra energetických strojů a zařízení
Konzultant diplomové práce: **Ing. Volodymir Tsymbalyuk**
IPP UAN Kiev

Datum zadání diplomové práce: **2. listopadu 2015**
Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2016**


Doc. Ing. Milan Edl, Ph.D.
děkan




Ing. Zdeněk Jůza, Ph.D., MBA
vedoucí katedry

V Plzni dne 30. října 2015

Prohlášení o autorství

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

V Plzni dne:

.....
podpis autora

ANOTAČNÍ LIST DIPLOMOVÉ (BAKALÁŘSKÉ) PRÁCE

AUTOR	Příjmení Pavliček	Jméno Petr	
STUDIJNÍ OBOR	2302T013 „Stavba energetických strojů a zařízení“		
VEDOUcí PRÁCE	Příjmení (včetně titulů) prof. Ing. Linhart, CSc.	Jméno Jiří	
PRACOVÍŠTĚ	ZČU - FST - KKE		
DRUH PRÁCE	DIPLOMOVÁ	BAKALÁŘSKÁ	Nehodící se škrtněte
NÁZEV PRÁCE	Rekonstrukce experimentálního zařízení pro vyšetřování aerodynamických vazeb turbínových lopatek		

FAKULTA	Strojní	KATEDRA	KKE	ROK ODEVZD.	2016
----------------	---------	----------------	-----	--------------------	------

POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

CELKEM	86	TEXTOVÁ ČÁST	83	GRAFICKÁ ČÁST	3
---------------	-----------	---------------------	-----------	----------------------	----------

<p style="text-align: center;">STRUČNÝ POPIS (MAX 10 ŘÁDEK)</p> <p>ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY</p>	<p>Tato práce se věnuje rekonstrukci experimentálního zařízení pro vyšetřování flutteru prizmatických lopatek, které se nachází v laboratoři KKE. Nejprve jsou uvedeny dvě možné metodiky vyhodnocení flutteru - jedna je založena na vyhodnocení aerodynamických vazebních koeficientů a druhá na tekutinou vykonaných pracích. Dále jsou uvedeny nedostatky experimentálního zařízení, co se týče vlastního měřicího prostoru, ale i potrubní tratě a příslušenství. Nakonec jsou pro většinu nedostatků uvedena možná a následně i doporučená řešení.</p>
<p style="text-align: center;">KLÍČOVÁ SLOVA</p> <p style="text-align: center;">ZPRAVIDLA JEDNOSLOVNÉ POJMY, KTERÉ VYSTIHUJÍ PODSTATU PRÁCE</p>	<p style="text-align: center;">flutter, aerodynamické buzení, aerodynamické vazební koeficienty, experiment, rekonstrukce, lopatková kaskáda, kmitání</p>

SUMMARY OF DIPLOMA (BACHELOR) SHEET

AUTHOR	Surname Pavlíček	Name Petr	
FIELD OF STUDY	2302T013 “Design of Power Machines and Equipment“		
SUPERVISOR	Surname (Inclusive of Degrees) prof. Ing. Linhart, CSc.	Name Jiří	
INSTITUTION	ZČU - FST - KKE		
TYPE OF WORK	DIPLOMA	BACHELOR	Delete when not applicable
TITLE OF THE WORK	Reconstruction of Experimental Equipment for Evaluation of Aerodynamic Bonding of Trubine Blades		

FACULTY	Mechanical Engineering	DEPARTMENT	KKE	SUBMITTED IN	2016
----------------	------------------------	-------------------	-----	---------------------	------

NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

TOTALLY	86	TEXT PART	83	GRAPHICAL PART	3
----------------	-----------	------------------	-----------	-----------------------	----------

BRIEF DESCRIPTION TOPIC, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS	<p>This thesis is focused on the reconstruction of an experimental equipment for determining of flutter of prismatic blades, located at the laboratory of KKE. Firstly two possible methods of evaluation of flutter are presented – the first is based on the evaluation of aerodynamic bonding coefficients and the second on works performed by the fluid. Next, imperfections of the experimental equipment are presented, concerning the measurement area itself, as well as the pipe track and the accesories. At last, for the most imperfections possible and recomended solutions are proposed.</p>
KEY WORDS	<p>flutter, aerodynamic excitation, aerodynamic bonding coefficeints, experiment, reconstruction, blade cascade, vibrations</p>

Poděkování

Velmi děkuji prof. Ing. Jiřímu Linhartovi, CSc. za poskytnuté konzultace a vedení práce, Ing. Petru Eretovi, Ph.D. a Ing. Jiřímu Hruškovi za poskytnuté konzultace a za rady k prováděným měřením.

Obsah

Seznam použitých symbolů.....	2
1 Úvod.....	5
1.1 Flutter.....	5
1.2 Principy experimentálního vyšetření flutteru lopatkových kaskád (řad).....	9
1.3 Přenositelnost experimentálních výsledků na dílo.....	10
2 Experimentální zařízení v laboratoři KKE.....	12
2.1 Popis zařízení.....	12
2.2 Účel měřicího zařízení.....	17
2.3 Lopatky.....	17
3 Metodika měření.....	20
3.1 Měření aerodynamických vazebních koeficientů.....	20
3.1.1 Vliv surných kmitů na surné.....	22
3.1.2 Vliv torzních kmitů na surné.....	25
3.1.3 Vliv surných kmitů na torzní.....	25
3.1.4 Vliv torzních kmitů na torzní.....	26
3.1.5 Shrnutí stanovení vazebních koeficientů.....	26
3.1.6 Postup vyhodnocení flutteru z vazebních koeficientů.....	27
3.2 Měření prací a pracovních koeficientů.....	29
4 Nedostatky současného stavu zařízení.....	33
4.1 Nízká Machova čísla.....	33
4.2 Obtížné ustavení pohyblivých lopatek do výchozí polohy.....	38
4.3 Nevhodný rozsah tlakového čidla dynamického tlaku.....	38
4.4 Rozladěné vibrouzly.....	40
4.5 Anomálie frekvenčních charakteristik.....	46
4.6 Ohybové deformace lopatek.....	51
5 Úprava potrubní trasy.....	56
5.1 Možnost zmenšení průtočného kanálu.....	56
5.2 Možnost odebrání clony.....	58
5.3 Možnost druhého paralelního kompresoru.....	59
5.4 Doporučené úpravy.....	63
6 Úpravy měřicího prostoru.....	64
6.1 Odebrání lopatek - zmenšení průtočné plochy.....	64
6.2 Kalibrace úchylkoměrů.....	66
6.3 Zprovoznění příčného posuvu.....	74
6.4 Šablona pro ustavování.....	76
6.5 Odstranění stupně volnosti upevnění úchylkoměrů.....	76
6.6 Ladění vibrouzlů.....	77
7 Závěr.....	82
Seznam použité literatury.....	83

Seznam použitých symbolů

Veličiny

y	výchylka [m]
α	úhlová výchylka [°]
w	rychlost [m/s]
F	síla [N]
M	moment [N·m]
W	práce [J]
g	gravitační zrychlení [m/s ²]
ρ	hustota [kg/m ³]
ν	kinematická viskozita [m ² /s]
T	termodynamická teplota [K]
a	rychlost zvuku [m/s]
p	tlak [Pa]
p_c	celkový tlak [Pa]
p_d	tlak dynamický tlak [Pa]
t	čas [s]
ω	úhlová rychlost [rad/s]
τ	perioda [s]
φ	fázový posuv (obecně, nebo výchylka vůči výchylce) [rad]
Φ	fázový posuv (síla/moment vůči výchylce) [rad]
R	poloměr [m]
S	plocha [m ²]
O	obvod [m]
s	šířka [m]
m	hmotnost [kg]
b	součinitel tlumení [N·s/m]
k	tuhost [N/m]
I	kvadratický moment setrvačnosti [kg·m ²]
B	součinitel torzního tlumení [N·m·s]
K	torzní tuhost [N·m]
S_x	statický moment k ose x [kg·m]
\mathbf{M}	matice setrvačnosti
\mathbf{B}	matice tlumení
\mathbf{K}	matice tuhosti
$^A\mathbf{Q}$	vektor aerodynamických zátížení
G	modul pružnosti ve smyku [Pa]
E	modul pružnosti v tahu [Pa]
i	úhel náběhu [°]
h	délka lopatky [m]
t	délka těživy lopatky [m]

u	oběžná rychlost lopatky [m/s]
c	absolutní rychlost proudění v lopatkovém stroji [m/s]
U	náběžná rychlost na lopatku v kaskádě [m/s]
U_{rel}	relativní náběžná rychlost na lopatku v kaskádě [m/s]
C_L	vztlakový součinitel [-]
C_M	součinitel aerodynamického momentu [-]
Sh	Strouhalovo číslo [-]
Ma	Machovo číslo [-]
Re	Reynoldsovo číslo [-]
κ	Poissonova konstanta (adiabatický expanzní koeficient) [-]
Fr	Fraudeho číslo [-]
Pr	Prandtlovo číslo [-]
Ca	Cauchyho číslo [-]
Ne	Newtonovo číslo [-]
$ AS_{nk}^{yy} $	modul (amplituda) aerosetrvačné síly [N]
$ AU_{nk}^{yy} $	modul (amplituda) aeroútlumové síly [N]
$ AP_{nk}^{yy} $	modul (amplituda) aeropružnostní síly [N]
$ MS_n^y $	modul (amplituda) setrvačné síly [N]
$ MU_n^y $	modul (amplituda) útlumové síly [N]
$ MP_n^y $	modul (amplituda) pružností síly [N]
m_{nk}^{yy}	součinitel aerodynamické přídavné hmotnosti [-]
b_{nk}^{yy}	aerodynamický vazební koeficient tlumení [-]
k_{nk}^{yy}	aerodynamický vazební koeficient tuhosti [-]
I_{nk}^{yy}	součinitel aerodynamického přídavného momentu setrvačnosti [-]
B_{nk}^{yy}	aerodynamický vazební koeficient torzního tlumení [-]
K_{nk}^{yy}	aerodynamický vazební koeficient torzní tuhosti [-]
m_{nkF}^{yy}	aerodynamická přídavná hmotnost [kg]
b_{nkF}^{yy}	aerodynamické vazební tlumení [N·s/m]
k_{nkF}^{yy}	aerodynamická vazební tuhost [N/m]
I_{nkF}^{yy}	aerodynamický přídavný moment setrvačnosti [kg·m ²]
B_{nkF}^{yy}	aerodynamické vazební torzní tlumení [N·m·s]
K_{nkF}^{yy}	aerodynamická vazební torzní tuhost [N·m]

Indexy

Levé dolní:

${}_mF$	setrvačná(ý)
${}_bF$	útlumová(ý)
${}_kF$	tuhostní

Levé horní:

AF	aerodynamická(ý)
MF	mechanická(ý)
TF	turbulentní
0F	aerodynamická(ý) v neproudícím vzduchu
HF	aerodynamická(ý) v neproudící vodě

Pravé dolní:

m_{nk}^{yy}	vliv k-té lopatky na n-tou
---------------	----------------------------

Pravé horní:

$m_{nk}^{y\alpha}$	vliv pohybu ve směru α (torzní) na pohyb ve směru y (suvný)
--------------------	--

1 Úvod

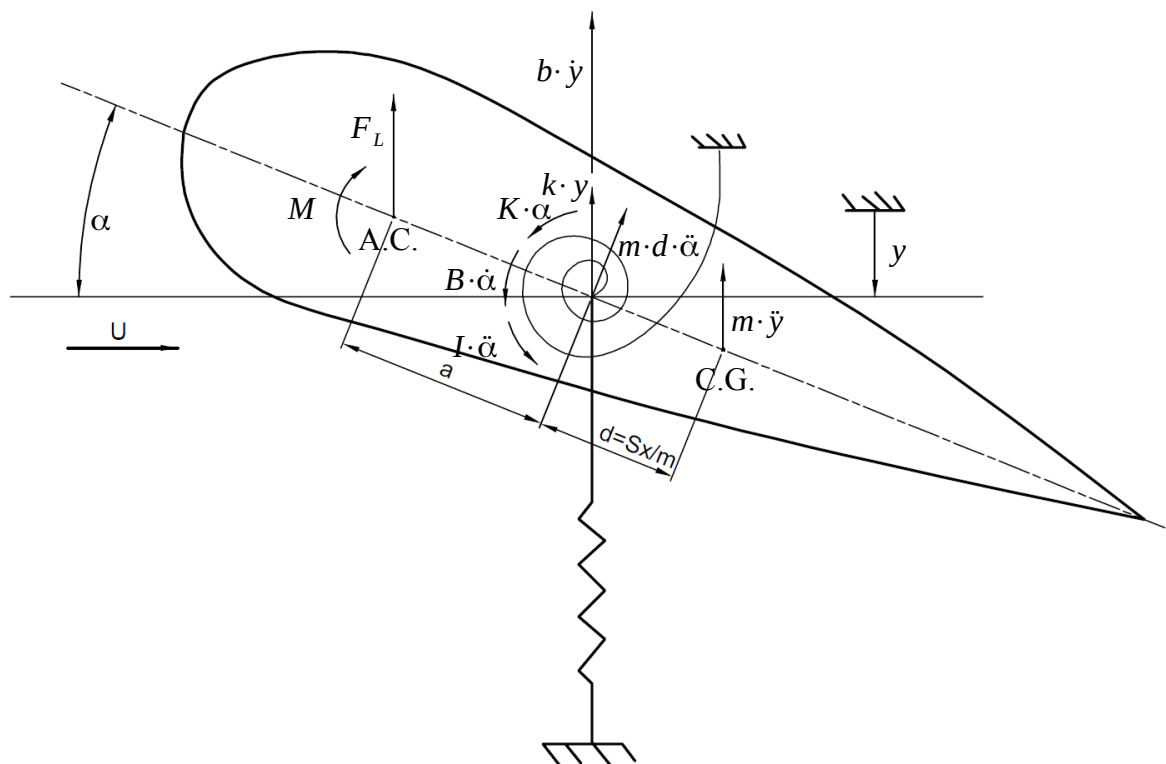
U moderních turbín je z technicko-ekonomických důvodů tendence k prodlužování lopatek posledních stupňů. Delší lopatky umožní při určitém výkonu turbosoustrojí snížit počet paralelních nízkotlakých dílů turbíny. Lopatky posledních stupňů turbín se zásadně konstruují jako odlehčené, tedy se směrem ke špičce ztenčují. Ve výsledku jsou tak lopatky velice dlouhé a zejména u špičky tenké a tím tedy i poddajné. Takovéto lopatky pak za určitých podmínek mohou být náchylné na vybuzení od proudící tekutiny – mechanismem nazývaným jako flutter.

1.1 Flutter

Flutter je mechanismus aerodynamického buzení, při němž dochází ke značnému rozkmitání tělesa v proudu tekutiny. Jeho vznik je podmíněn počátečním kmitáním tělesa a vzniká až od určité rychlosti proudění (tzv. kritické rychlosti). Teorie flutteru je dopodrobna popsána ve zdrojích [1] a [4].

Flutter vzniká tím způsobem, že se v průběhu kmitů mění vektor relativní rychlosti (velikost i směr) vůči tělesu. V závislosti na směru relativní rychlosti jsou na těleso proudem tekutiny vyvolány aerodynamické síly. Jelikož se mění velikost a podstatněji směr relativní rychlosti, mění se tak i směr a velikost působících sil. Ke flutteru nemůže dojít u válcových (kulových) těles, neboť se u nich vlivem symetrie nemění vztlaková a odporová síla v závislosti na úhlu náběhu.

Na Obr. 1 jsou vyznačeny silové účinky působící na osamocený profil v proudu tekutiny. Zkratkou A.C. je označeno působiště aerodynamických sil a zkratkou C.G. je označeno těžiště (působiště setrvačných sil). Pohybové rovnice pro ohyb v příčném směru a torzi mají pak tvary (1) a (2). Ohyb pro podélný směr x se běžně zanedbává, neboť letecké profily a lopatky (turbínové i kompresorové) mají v tomto směru velikou tuhost a navíc se v tomto směru síly mění s menší amplitudou.



Obr. 1: Lineární flutter

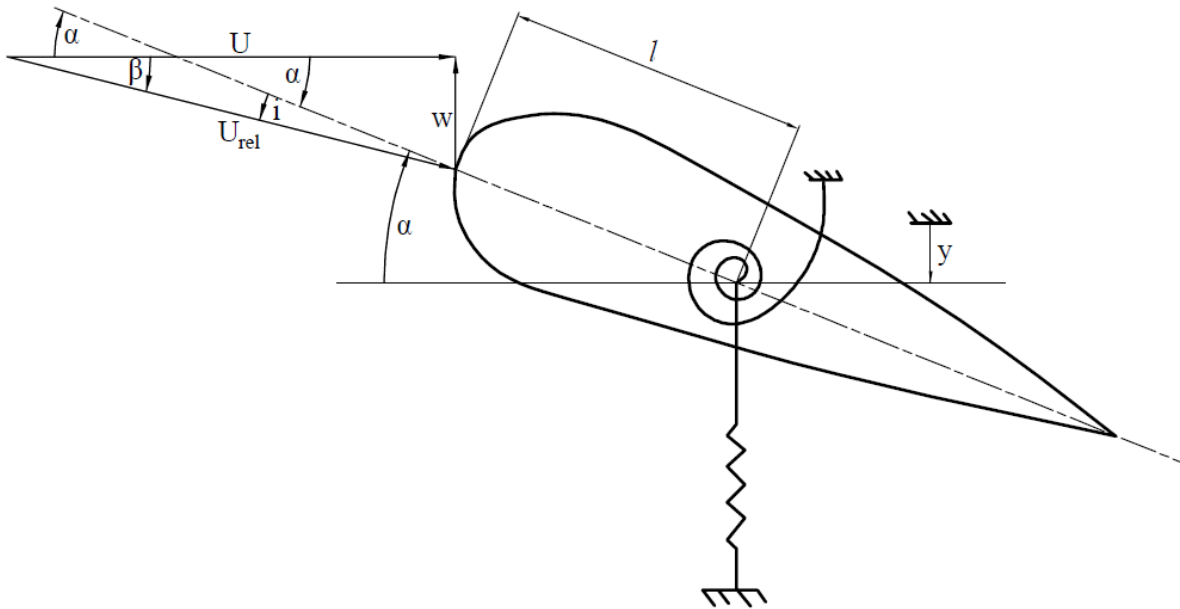
$$m \cdot \ddot{y} + b_y \cdot \dot{y} + S_x \cdot \ddot{\alpha} + k_y \cdot y = -F_L \quad (1)$$

$$I \cdot \ddot{\alpha} + B \cdot \dot{\alpha} + S_x \cdot \dot{y} + K \cdot \alpha = M + F_L \cdot a \quad (2)$$

Vztlaková síla vyskytující se v pohybových rovnicích (1) a (2) je pak dána vztahem (3) a aerodynamický moment vztahem (4). Oba tyto silové účinky jsou závislé na úhlu náběhu. Na Obr. 2 je naznačen úhel náběhu a je z něj patrná jeho definice zapsaná vztahem (5). Úhel β je pak dán vztahem (6), v němž se v rámci linearizace nahrazuje funkce arcustangens lineární závislostí (což je možné, neboť úhel β nabývá malých hodnot).

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot t \cdot C_L(i) \quad (3)$$

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot t^2 \cdot C_M(i) \quad (4)$$



Obr. 2: Znáornění úhlu náběhu i

$$i = \alpha - \beta \quad (5)$$

$$\beta = \arctg\left(\frac{w}{U}\right) = \arctg\left(\frac{l \cdot \dot{\alpha} - \dot{y}}{U}\right) \approx \frac{l \cdot \dot{\alpha} - \dot{y}}{U} \quad (6)$$

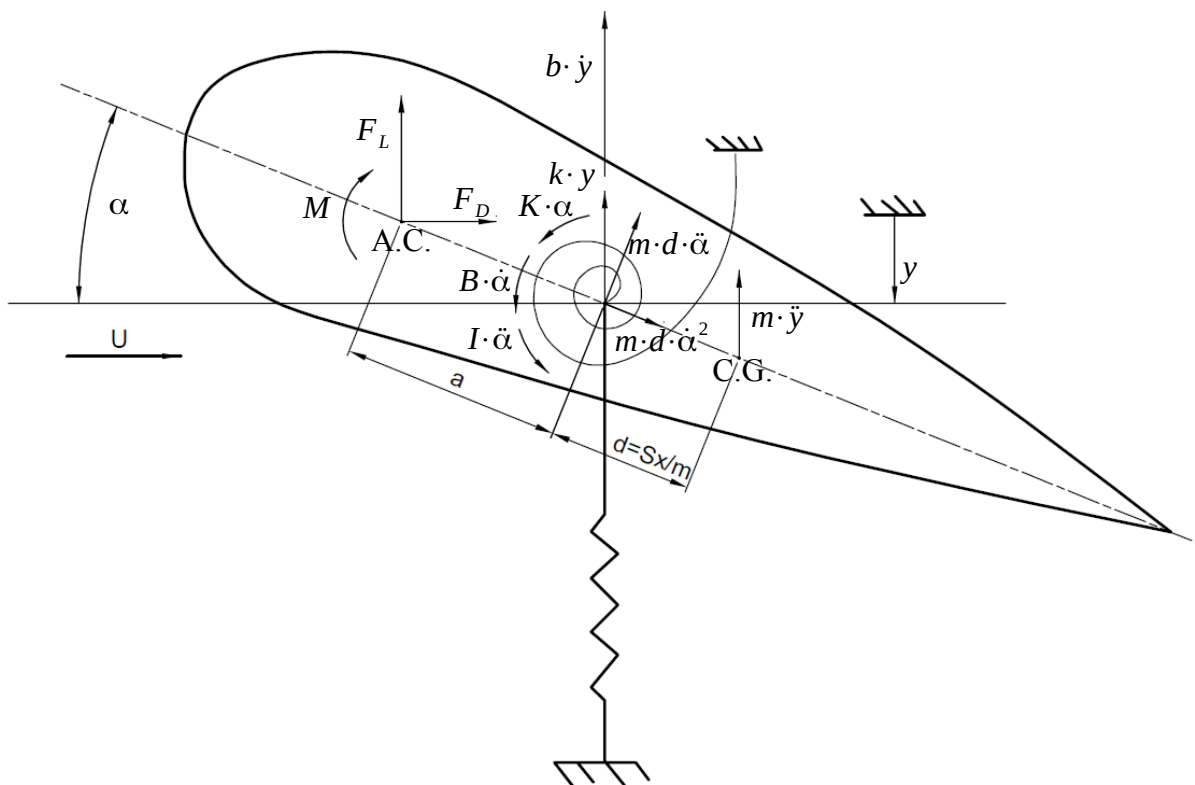
Aerodynamická vztlaková síla a moment jsou tedy ve výsledku závislé na rychlosti oscilací. Existuje více způsobů, jak vyjádřit aerodynamické síly působící na profil a použije-li se vhodný tvar, lze je převést na levou stranu a sečíst s tlumením, čímž vznikne celkové tlumení. Konkrétní tvar aerodynamického tlumení závisí na způsobu, jakým se popíšu silové účinky na profil (ty mohou být popsány například pomocí vztlakové síly (3) a momentu (4), nebo s pomocí aerodynamických vazebních koeficientů). Jelikož celkové tlumení obsahuje složku nejen mechanickou, ale i aerodynamickou, jež může obecně nabývat i záporných hodnot, může celkové tlumení rovněž nabýt záporných hodnot. Při kladné hodnotě tlumení,

jež se běžně vyskytuje ve všech čistě mechanických soustavách, má tlumicí síla vždy opačný směr, než má vektor rychlosti a „odebírání“ tak energii ze soustavy (energie je ve výsledku zpravidla přeměněna na teplo) a hodnota změny energie na určité sledované dráze dle (7) bude mít zápornou hodnotu. Vektor tlumicí síly závisí na rychlosti a součiniteli tlumení (8).

$$\Delta E = \int_l \vec{F}_{tl} \cdot d\vec{y} = \int_t \vec{F}_{tl} \cdot \vec{w} \cdot dt \quad (7)$$

$$\vec{F}_{tl} = f(b, \vec{w}) \quad (8)$$

V případě záporného tlumení bude ale změna energie kladná. To znamená, že se na sledované dráze do tělesa dodá určitá hodnota energie. Tím roste výchylka a rychlost, což má za následek další navýšení tlumicí (respektive budicí) síly, čímž znovu dochází ke zvýšení amplitudy výchylky a rychlosti. V „lineárním flutteru“, jak je v literatuře běžně označován (uveden výše), tak má výchylka vyloženě divergentní charakter. Ve skutečnosti, jež je poměrně věrně popsána tzv. „nelineárním flutterem“, se výchylka ustálí na určité poměrně vysoké hodnotě amplitudy výchylky. Na Obr. 3 je opět uveden profil, tentokrát s několika silovými účinky navíc (ty byly zanedbány v lineárním flutteru z důvodu uvažování malých úhlů natočení profilu). V rovnicích (9) a (10) jsou zapsány silové rovnováhy, jež jsou pak upraveny do podoby pohybových rovnic (11) a (12).



Obr. 3: Nelineární flutter

$$F_L + b \cdot \dot{y} + k \cdot y + S_x \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos \alpha - S_x \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \alpha + m \cdot \ddot{y} = 0 \quad (9)$$

$$M + F_L \cdot a \cdot \cos \alpha + F_D \cdot a \cdot \sin \alpha - K \cdot \alpha - B \cdot \dot{\alpha} - I \cdot \ddot{\alpha} - S_x \cdot \dot{y} \cdot \cos \alpha = 0 \quad (10)$$

$$m \cdot \ddot{y} + b \cdot \dot{y} + S_x \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos \alpha - S_x \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \alpha + k \cdot y = -F_L \quad (11)$$

$$I \cdot \ddot{\alpha} + B \cdot \dot{\alpha} + S_x \cdot \ddot{y} \cdot \cos \alpha + K \cdot \alpha = M + F_L \cdot a \cdot \cos \alpha + F_D \cdot a \cdot \sin \alpha \quad (12)$$

Rovnice (11) a (12) se zpět zjednoduší na rovnice (1) a (2) popisující lineární flutter, pokud bude uvažováno, že úhlové výchylky jsou velice malé (tedy platí rovnosti uvedené v (13)).

$$\cos \alpha \approx 1 \quad ; \quad \sin \alpha \approx 0 \quad (13)$$

V případě lopatkové kaskády je po rozkmitání jedné z lopatek výše popsaným způsobem pozměněno proudové pole v mezilopatkovém kanálu a rozkmitávají se takto ostatní lopatky, jež pak mohou být dále buzeny flutterem. Jev vybuzení ostatních lopatek jednou kmitající lopatkou lze označit jako „polohový mechanismus buzení“, avšak v literatuře se i v případě lopatkové kaskády stále mluví jako o flutteru. Důvodem je, že jev aerodynamického buzení lopatkové kaskády lze teoreticky popsat podobnými rovnicemi, jako je rovnice flutteru. V případě flutteru osamocené profily se v rovnici vyskytují členy, jež popisují aerodynamický účinek proudu působící na profil vyvolaný pohybem tohoto profilu. Příklad lopatkové kaskády je tedy jakýmsi zobecněním jevu, k němuž dochází na osamocené profilu, neboť se v něm uvažují aerodynamické síly na profil vyvolané pohybem ostatních lopatek. Rovnice (14) a (15) jsou přepisem a rozšířením rovnic (1) a (2) o vliv ostatních lopatek (index i značí stupeň volnosti lopatky).

$$m \cdot \ddot{y} + b \cdot \dot{y} + S_x \cdot \ddot{\alpha} + k \cdot y + \sum_{i=1}^N {}^A F_i = 0 \quad (14)$$

$$I \cdot \ddot{\alpha} + B \cdot \dot{\alpha} + S_x \cdot \ddot{y} + K \cdot \alpha + \sum_{i=1}^N {}^A M_i = 0 \quad (15)$$

Pro síly vyvolané okolními lopatkami se často využívá popis s pomocí tzv. aerodynamických vazebních koeficientů (podrobněji uvedeno v kapitole 3.1, případně lze nalézt například ve zdroji [4]). Vztlaková síla, odporová síla a aerodynamický moment samotného vyšetřovaného profilu jsou rovněž ovlivněny okolními lopatkami. Použijí-li se aerodynamické vazební koeficienty pro popis mezilopatkových silových působení, přistupuje se zpravidla i k nahrazení vztlakové síly, odporové síly a aerodynamického momentu členy obsahující aerodynamické vazební koeficienty (v tomto případě vlastně popisují vliv pohybu lopatky na sebe samou). Příklad na Obr. 1 totiž platí pro osamocené profil v nekonečném, nebo alespoň dostatečně velkém prostoru (vhodné pro letecké profily, ale ne pro lopatky). Aerodynamické vazební koeficienty se zavádí v analogii k mechanické tuhosti, útlumu a hmotnosti (podrobněji vysvětleno v kapitole 3.1).

Teoreticky lze uvažovat vzájemný vliv všech lopatek na všechny, nicméně pro praktické účely zejména při experimentech se uvažuje vliv nanejvýše ob-jednu lopatku (soused sousedu). Na tomto pravidle se shodují autoři zdrojů [2], [10] a [13].

1.2 Principy experimentálního vyšetření flutteru lopatkových kaskád (řad)

Experimentální vyšetření flutteru lze provádět na celém lopatkovém přístroji, nebo se běžněji vyšetřuje na jedné lopatkové řadě či kaskádě. Je-li experiment prováděn na celém stroji, jsou podchyceny veškeré vlivy na mechanismus flutteru, z čehož nejvýznamnějším je vliv předchozích lopatkových řad. Při experimentech s jednou lopatkovou řadou je na druhou stranu mnohem méně komplexní experimentální zařízení.

Základním rozdělením těchto způsobů je na tzv. free flutter testy a controlled flutter testy [13]. Oba druhy těchto testů lze provádět na lopatkové kaskádě, modelu lopatkového stroje nebo přímo na lopatkovém stroji.

Při free flutter testech se sleduje chování lopatkové kaskády, či lopatkové řady při různých vstupních parametrech (Machovo číslo, úhel náběhu). V podstatě se sleduje, při jakých podmínkách k flutteru dochází a při jakých ne. V některých případech se lopatky zavěšují na pružné závěsy s vysokou poddajností, aby se zvýšila citlivost experimentu. Tyto testy jsou zpravidla prováděny na lopatkových kaskádách s jednou řadou a jsou tak zpravidla jednodušší, ale mají několik nevýhod. První nevýhodou je, že se systém vybudí do nejméně stabilního stavu a měřená data jsou pak dostupná jen při jednom mezilopatkovém fázovém posuvu. Další nevýhodou je, že není možné zjistit míru aerodynamického tlumení. Poslední nevýhodou je, že při většině těchto testů dochází k upřednostnění jiných módů kmitání v porovnání se skutečným strojem.

Při controlled flutter testech je jedna nebo více lopatek buzena. Buzení může mít buď kinematický charakter, při němž jsou lopatky vybudeny na požadovanou frekvenci a amplitudu výchylky, nebo může být buzení dočasné a po jeho přerušení lopatka přejde do volného kmitání v proudu tekutiny. Při těchto testech se sledují silové odezvy na lopatkách a na základě nich se vyhodnocují děje, k nimž v lopatkové řadě (kaskádě) dochází. Controlled flutter testy s kinematickým buzením se dále dělí na tzv. travelling wave mode testy a influence coefficient testy. Při travelling wave mode testu se budí více lopatek s proměnnými vzájemnými fázovými posuvy kmitů a sledují se silové odezvy na jedné lopatce. Při influence coefficient testech se budí jedna lopatka a sledují se přenosy sil na ostatní lopatky (a rovněž i na sebe samu).

Travelling wave mode testy jsou obecně komplexnější, neboť si žádají buďcí mechanismus pro více lopatek, avšak věrněji postihují podmínky pro vznik flutteru. Tyto testy ve výsledku v podstatě vyhodnocují, jestli existuje vzájemný fázový posuv vibrací lopatek, při kterém je možná existence flutteru. Pokud existuje, je vybudení flutteru „jen otázka času“. Podmínky ve skutečném lopatkovém stroji jsou nejméně postihnuty travelling wave mode testy s lopatkami v mezikruhovém kanálu, přičemž tyto testy současně umožňují analyzovat chování systému – zejména jeho útlum. Jsou tedy nejdokonalejší a nejvěrohodnější metodou. Tato koncepce je ale rovněž jednou z nejkompaktnějších, zejména proto, že musí být buzeno více lopatek, jež jsou navíc umístěny v mezikruhovém kanálu.

Influence coefficient testy jsou méně komplexní a umožňují stanovit vazební koeficienty mezi lopatkami v okamžiku kmitání jen jedné lopatky – tedy vlastně simulují proces vybudení flutteru touto jedinou lopatkou. Dávají tedy určitý pohled na to, jak snadno/obtížně může ke vzniku flutteru dojít. Avšak to, že vibrace jedné lopatky nejsou schopny vyvolat flutter na lopatce samotné, nebo na ostatních lopatkách, obecně nemusí znamenat, že k flutteru nemůže dojít – flutter může být vyvolán až počátečními vibracemi více lopatek. Informace o možnosti existence flutteru je však obecně důležitější, než informace o obtížnosti jeho vzniku, což je nevýhodou tohoto přístupu.

1.3 Přenositelnost experimentálních výsledků na dílo

Aby bylo možné použít výsledky experimentu na skutečný lopatkový stroj, je třeba dodržet určitá bezrozměrná podobnostní kritéria. Tato problematika je popsána ve zdroji [10], v němž je uvedena pohybová rovnice pro lopatku z kaskády v maticovém tvaru (16). Symbolem ${}^A\mathbf{Q}$ na pravé straně je označena matice aerodynamických zátěží. Z aerodynamických zátěží se pak odvíjí bezrozměrné součinitele obecně závislé na celé řadě podobnostních čísel (17).

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{y} = {}^A\mathbf{Q} \cdot \mathbf{y} \quad (16)$$

$${}^A\mathbf{Q} = f(h/t, u/c, Sh, Ma, Re, \kappa, Fr, Pr) \quad (17)$$

Řešení rovnice (16) bude ve tvar (18), neboť jde o soustavu diferenciálních rovnic druhého řádu. Po dosazení (18) do (16) a vydělení rozměrovým faktorem autor [10] vyjadřuje rovnici (19) (přesný postup není v daném zdroji uveden a pro další úvahy není ani důležitý).

$$\mathbf{y} = |\mathbf{y}| \cdot e^{\bar{\lambda} \cdot \omega \cdot t} \quad (18)$$

$$\frac{1}{Ne} (\bar{\lambda}^2 \cdot \bar{\mathbf{M}} \cdot |\bar{\mathbf{y}}| + \bar{\lambda} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot |\bar{\mathbf{y}}|) + Ca \cdot \bar{\mathbf{K}} \cdot |\bar{\mathbf{y}}| = \mathbf{A} \cdot |\bar{\mathbf{y}}| \quad (19)$$

V rovnici (19) se tedy vyskytují rovněž i podobnostní čísla mechanických částí. Jde konkrétně o Newtonovo číslo dané vztahem (20) (ρ_b je hustota materiálu lopatky) a Cauchyho číslo dané vztahem (21). Aby byl tedy model dokonale podobný, musela by být splněna podobnostní čísla uvedené ve vztahu (17), podobnostní čísla (20), (21) a navíc ještě poměr mechanických modulů G/E .

$$Ne = \frac{\rho}{\rho_b} \cdot \frac{1}{Sh^2} \quad (20)$$

$$Ca = \frac{E}{\rho \cdot w^2} \quad (21)$$

Avšak v případě, že se využije control flutter testů, není podobnost mechanických částí systému podstatná. To je z toho důvodu, že při těchto testech obecně sledujeme aerodynamické silové působení mezi lopatkami, přičemž pohyb lopatek je předepsán (aerodynamické síly závisí pouze na parametrech proudu a pohybu lopatky, nikoliv na mechanických parametrech lopatek). Důležité jsou tedy podobnostní čísla popisující pouze tekutinovou část, tedy podobnostní čísla v rovnici (17), čímž je tedy úloha značně zjednodušena.

Dodržení podobnostních čísel uvedených v (17) je i tak obtížné, a tak je ve zdroji [10] uvedeno několik úvah, které vedou k redukci jejich počtu:

1. Froudeho číslo $Fr = \frac{t \cdot g}{w^2}$ je možné zanedbat, neboť účinek gravitačních sil je v lopatkových strojích zpravidla nevýznamný
2. Je-li experiment na modelu prováděn ve stejném médiu a při přibližně stejné teplotě, jako je na díle, lze uvažovat splnění podmínek podobnosti Pr a κ (ve skutečnosti ještě závisí i na tlaku, ale tato závislost je na rozdíl od teploty slabá).

3. Reynoldsovo číslo je třeba dodržet pouze v rámci určitých rozsahů (aby mezní vrstva měla shodný charakter na modelu i na díle). Ve zdroji [10] je konkrétně uváděno, že dosáhne-li Reynoldsovo číslo hodnoty cca $1,5 \cdot 10^5$, nebude se již charakter mezní vrstvy pro lopatkové profily měnit a Reynoldsovo číslo tedy lze vyloučit z kritérií podobnosti (jde o tzv. automodelní oblast).
4. Pro Machova čísla menší než 0,5 lze zanedbat vliv stlačitelnosti
5. Dochází-li proudění v lopatkách přibližně ve válcových plochách (tedy zanedbatelná radiální rychlost proudění), lze vazební síly mezi lopatkami vyšetřovat na lopatkové kaskádě. Poměr obvodové rychlosti ke absolutní rychlosti u/c je v lopatkové kaskádě nahrazen úhlem náběhu i . V případě použití prizmatických lopatek v kaskádě (profil u špičky, neboť ten je nejpoddajnější) pak rovněž z podobnostních čísel vypadne poměr h/t , neboť se úloha zjednoduší na 2D (jen částečně - ve 3. dimenzi dochází v lopatkové kaskádě stále ke proudění vlivem turbulence, složka základní rychlosti je v tomto směru ale nulová).

V ideálním případě se tak (17) zredukuje pouze na (22). Pro měření při $Ma > 0,5$ je třeba ještě dodržet Machovo číslo a rovněž by bylo vhodné na modelu měřit v jiném médiu. Tím by bylo nutné dodržet podobnostní kritéria (23). Naneštěstí dodržení Prandtlova čísla a adiabatického expanzního koeficientu je prakticky velice obtížné. Bylo by totiž nutné vybrat určité vhodné médium modelu (na základě κ) a navíc ještě měnit jeho teplotu, aby se dosáhlo žádaných hodnot Pr . Z hlediska dostupnosti a komplexnosti experimentálního zařízení je nejvhodnější provádět měření na vzduchu nasávaného z atmosféry bez ohřevu/ochlazení, čímž je v podstatě vyloučeno, aby se měření dalo jednoduše přenést například na páru. Pokud se chtějí výsledky ale přenést na dílo se stejným médiem, tento problém odpadne a stačí dodržet podmínky (24).

$${}^A\bar{Q} = f(i, Sh) \quad (22)$$

$${}^A\bar{Q} = f(i, Sh, Ma, Pr, \kappa) \quad (23)$$

$${}^A\bar{Q} = f(i, Sh, Ma) \quad (24)$$

2 Experimentální zařízení v laboratoři KKE

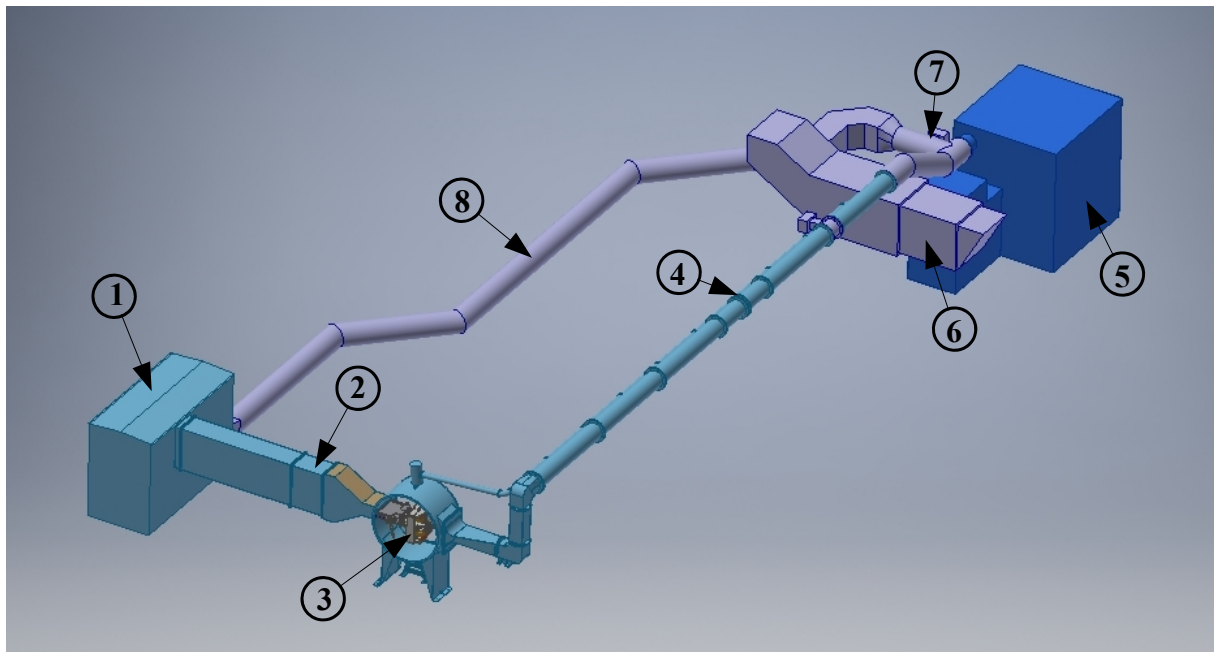
2.1 Popis zařízení

V laboratoři na katedře energetických strojů je instalováno experimentální zařízení na pro měření aerodynamických vazebních koeficientů. Měření je v současnosti provedeno tzv. metodou „influence coefficient test“ a vyhodnocují se přenosové koeficienty mezi lopatkami. Zařízení má však s určitým omezením možnost budít více lopatek najednou (podrobněji vysvětleno v kapitole 3.2).

Celá aerodynamická trať je vyobrazena na Obr. 4; model, z něhož byl tento obrázek vytvořen, byl poskytnut autorem [6]. Hlavní větev tratě se skládá z vstupního filtru (1), uklidňujících (protiturbulentních) sít (2), samotného měřicího prostoru (3), clony pro měření průtoku (4) a objemového kompresoru typu roots (5). Systém je proveden jakožto podtlakový (měřicí prostor je připojen na sání kompresoru), a proto je samotný měřicí prostor uzavřen do bubny s kulovými víky.

Další filtr (6) se vyskytuje před kompresorem a slouží k přísávání vzduchu do kompresoru, čímž lze regulovat hmotnostního průtok proudící měřicím prostorem (3), aniž by se kompresor dostával do nevhodných provozních parametrů (otáček). Tuto regulaci zajišťuje ventil (7), jenž dle své polohy v určitém poměru směšuje

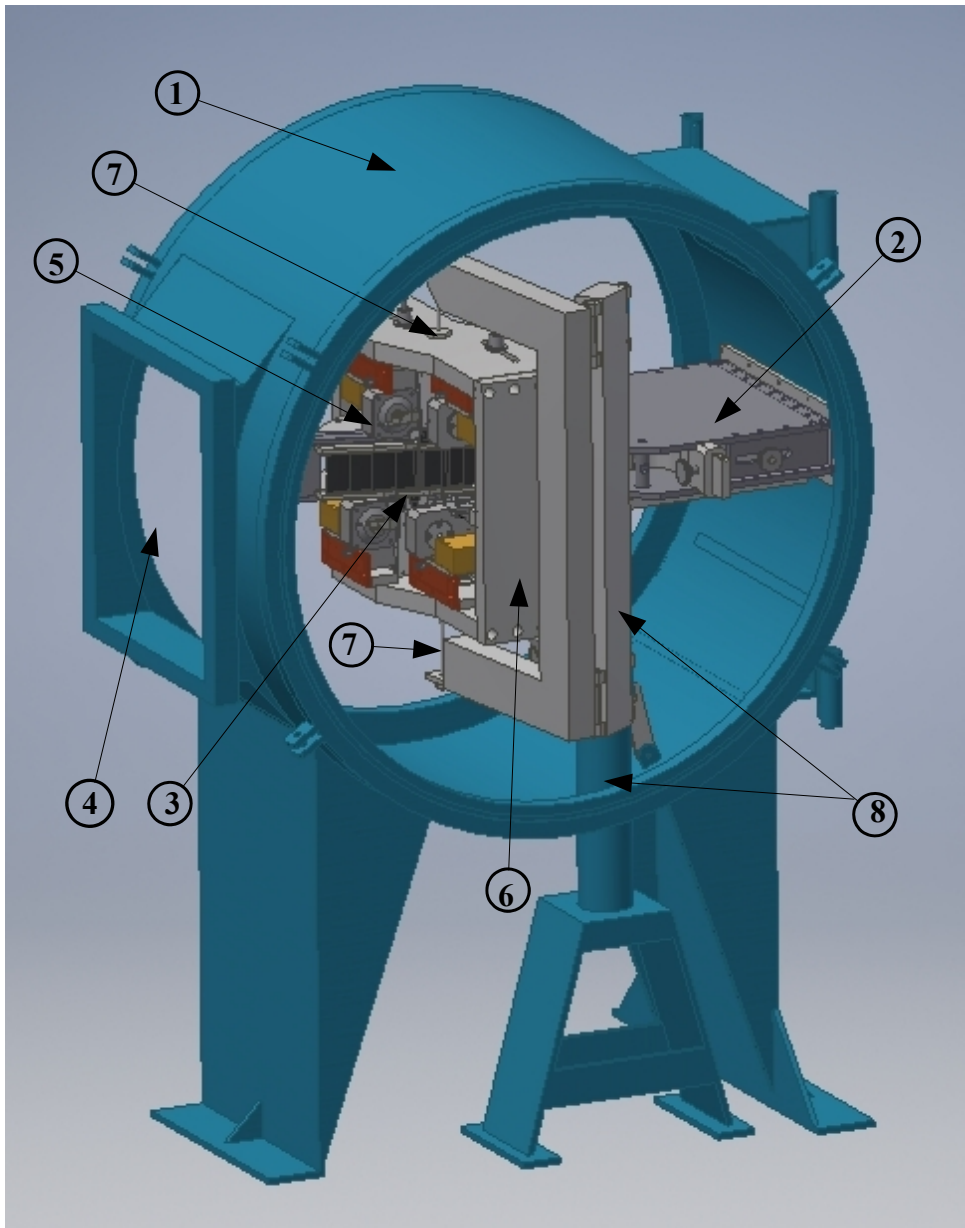
Trasa je rovněž vybavena recirkulačním potrubím (8). Recirkulační potrubí se nachází ve výtlaku typu roots. Ve skříni vstupního filtru (1) není žádný mechanismus, jak plně odklonit recirkulovaný vzduch zpět do měřicí zóny, a recirkulace je tedy čistě vyvolána rozdílem tlaků v recirkulačním potrubí (8) vůči měřicímu prostoru (3) (a nemusí tedy být úplná). Recirkulace je zamýšlena pro provoz zařízení v zimních měsících, přičemž jejím hlavním cílem je zamezit namrzání měřicího prostoru, zejména lopatek, což by mohlo mít negativní důsledky na měření.



Obr. 4: Potrubní trať

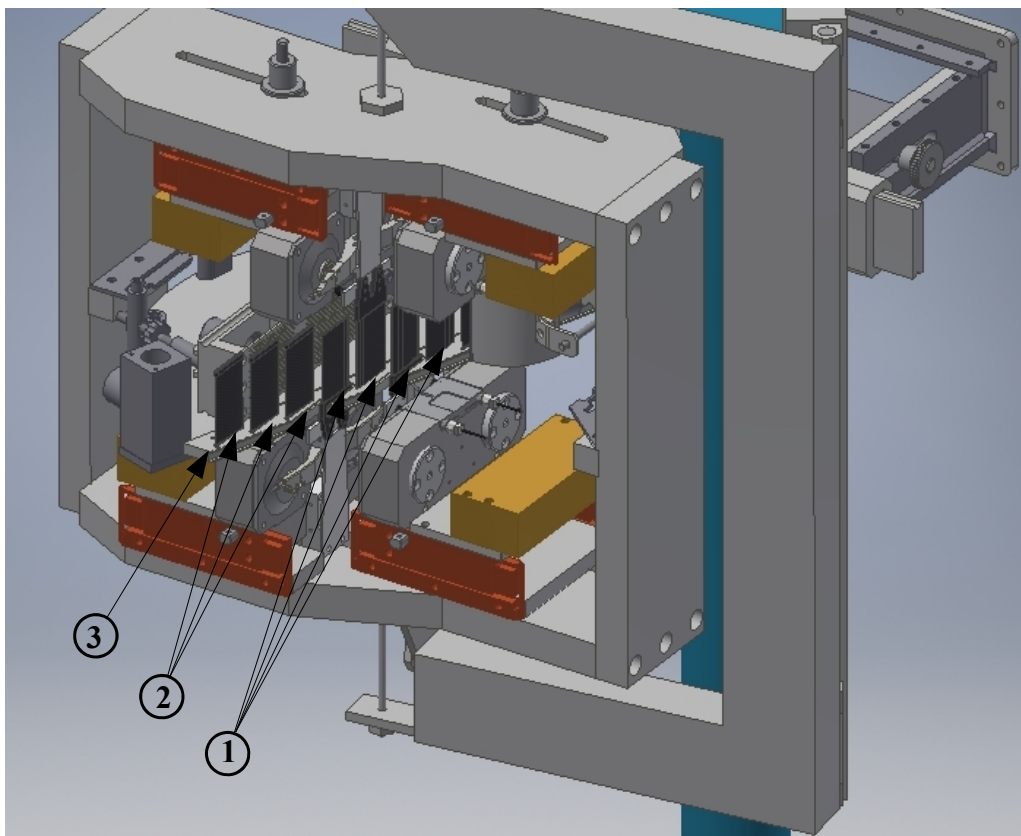
Samotný měřicí prostor je vyobrazen na Obr. 5 (je vytvořen ze stejného modelu [6]). Celý měřicí prostor je uzavřen ve válcovém bubnu (1), jenž je z obou stran uzavřen kulovými víky. Vzduch nejdříve proudí vstupním kanálem (2) a je urychlován dýzou z posuvných stěn. Dále nabíhá na soustavu lopatek (3) a odchází výstupním otvorem (4), za nímž je zařazena

dýza odvádějící vzduch směrem do kompresoru. Čtyři z lopatek jsou pohyblivé a jsou z jedné strany připevněny na vibrouzlech (5). Tyto vibrouzly jsou šrouby připevněny na rám (6), jenž je pomocí lan (7) upnut na otočný mechanismus (8), jenž se skládá z několika otočných prvků.

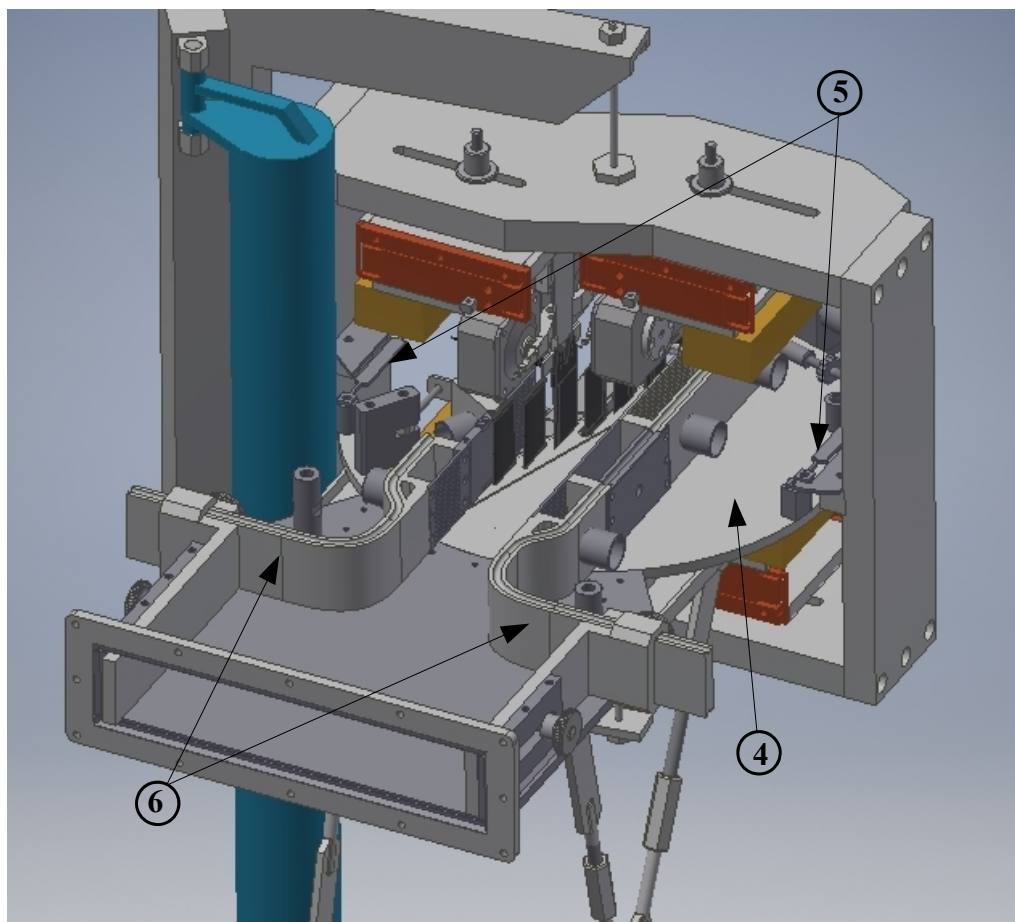


Obr. 5: Měřicí prostor

Na Obr. 6 a 7 je detail měřicí zóny (opět z modelu [6]). Čtyři pohyblivé lopatky (1) jsou uloženy na vibrouzlech a až dalších šest nepohyblivých lopatek (2) může být zasazeno v ocelových nosičích (3) (horní nosič je z důvodů názornosti skryt). Tyto nosiče jsou zasazeny do otočných disků (4), jež umožňují měnit úhel náběhu na lopatky. Vibrouzly, na nichž jsou upevněny pohyblivé lopatky, jsou uloženy na rámu, jenž je pružnými elementy (5) napojen na zmíněné otočné disky. Poloha jak nepohyblivých, tak pohyblivých lopatek je tedy dána natočením těchto otočných desek. Na Obr. 7 jsou rovněž vidět zmíněné posuvné stěny urychlující proud vzduchu (6).

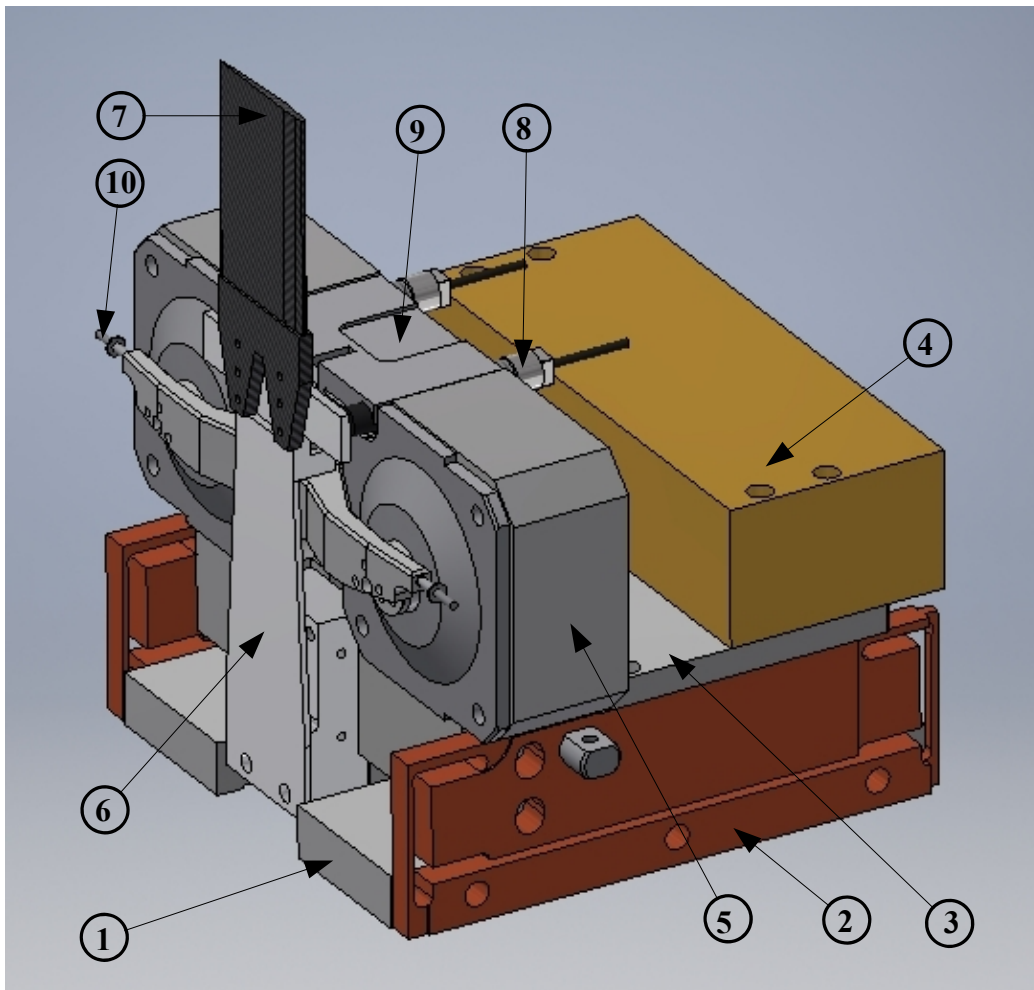


Obr. 6: Detail měřicího prostoru



Obr. 7: Pohled do měřicího prostoru od vstupní dýzy

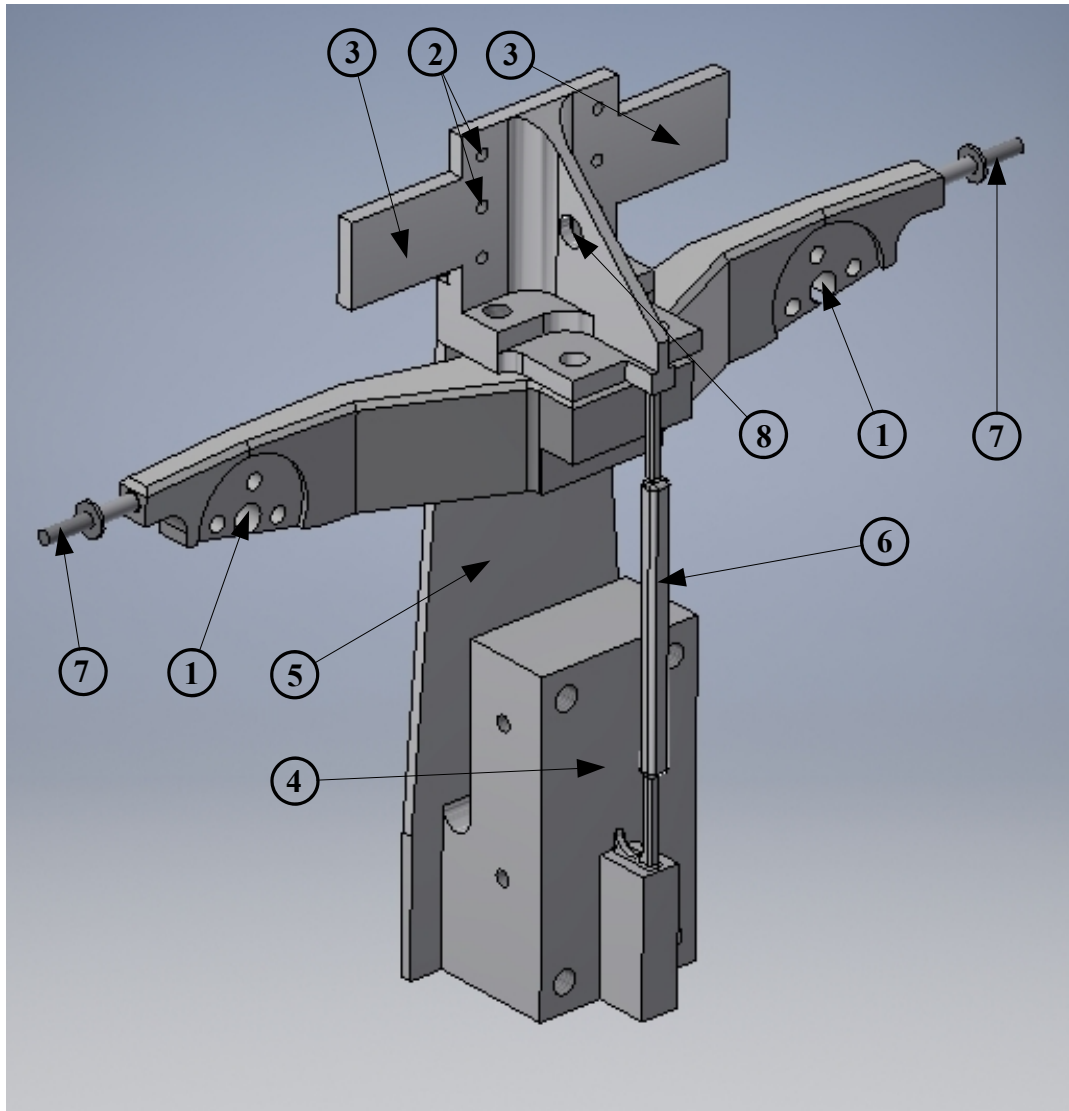
Na Obr. 8 (opět z modelu [6]) je zobrazen vibrouzel. Vibrouzel je k rámu upevněn pomocí šroubu, jenž prochází ocelovou základní deskou (1). K této desce jsou upevněny dva pružné prvky (2), na nichž se nachází další ocelová deska (3). Na ní je upevněn velký blok oceli (4), jenž se zde nachází za účelem zátěže. K ocelové desce (3) jsou upevněny dva vibrátory (5), na nichž je k pohyblivým cívkám upevněn paralelogram (6). K paralelogramu je upevněna lopatka (7). Výchyšky a natočení lopatky jsou měřeny s pomocí dvou úchylkoměrů na bázi vířivých proudů (8), jež jsou upevněny v prvku (9). Na koncích paralelogramů se nachází závity (10), jejichž hlavní účel je možnost přidání přídavných závaží za účelem kalibrace vibrátorů. Kalibrace vibrátorů má za účel stanovit závislost síly vyvinuté vibrátorem na proudu protékajícího cívkami vibrátoru. Tato závislost se stanoví na základě porovnání výchylek a proudů proudících vibrátory při dvou různých hmotnostech paralelogramu (tedy nejspíše bez přídavné hmotnosti a s přídavnou hmotností, ale lze použít i dvě různé přídavné hmotnosti). Podrobněji je postup kalibrace popsán v např. [6], [7] a [9].



Obr. 8: Vibrouzel

Na Obr. 9 je vyobrazen samotný paralelogram. Paralelogram je k vibrátorům upevněn šrouby v místech (1). Lopatka je šrouby připevněna do závitových děr (2) a výchylky této lopatky se pak odečítají v místech (3). Při buzení, jež má působíště v místech (1), dochází ke prostorovým deformacím paralelogramu, s tím, že v místě upevnění lopatky by nemělo docházet k naklápění dosedací plochy – na lopatku se tedy přenáší čistě surný pohyb. Vlastní frekvence surných i torzních kmitů (z hlediska pohybu lopatky) je dána patřičnou volbou hmotnosti dodatečného závaží (4), rozměrů planžety (5) a vyztužujícího prvku (6). Hmotnost závaží (5) a rozměry planžety mají vliv na vlastní frekvence torzních i surných kmitů,

zatímco prvek (6) má vliv v podstatě jen na vlastní frekvenci suvných kmitů (vliv na vlastní frekvenci torzních kmitů je velice malý). Na Obr. 9 je vyobrazeno starší řešení, kdy se tlustší část prvku (6) dala pilováním zkrátit, čímž mohla být upravována vlastní frekvence suvných kmitů. Přítomností vrubu vytvořeného pilováním však docházelo k únavovým lomům. Vyztužující prvek (6) tak musel být opakovaně nahrazován, přičemž v současném stavu je nahrazen válcovým. Tím se zabránilo vzniku únavového lomu. Touto úpravou ale zřejmě došlo k rozladění vlastních frekvencí vibrouzly (diskutováno v kapitole 4.4). Navíc tím byla ztracena možnost ladění pomocí pilování. Další možnosti, jak ladit vibrouzly, je umístění přídavných hmotností na závity (7), nebo jejich připevnění k ose s využitím díry (8) (ve formě šroubu+matice+podložek).



Obr. 9: Paralelogram

2.2 Účel měřicího zařízení

Experimentální zařízení je schopno měřit aerodynamické vazební koeficienty v proudícím vzduchu. Tyto koeficienty nelze jednoduše přenést na případ s proudící párou, což je médium, v němž pracují skutečné lopatky (zmněno v kapitole 1.3). Zásadním rozdílem mezi vzduchem a párou je jiná Poissonova konstanta (adiabatický expanzní koeficient) κ , jenž je přímo podobnostním kritériem.

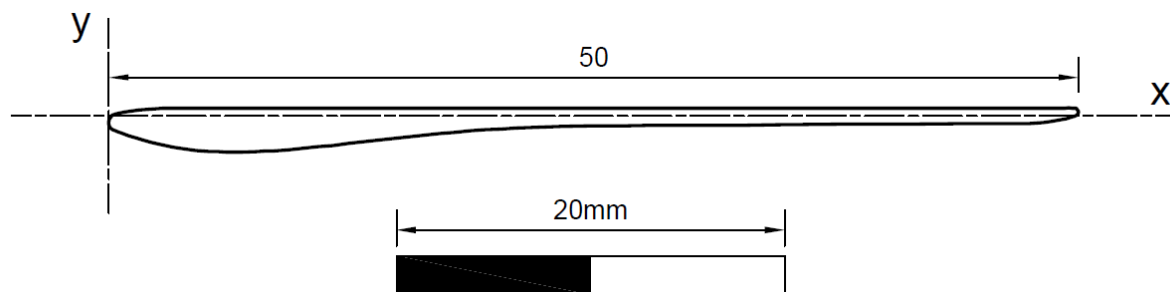
Uvažuje se tedy, že se vytvoří numerický model, s nímž se validují naměřené koeficienty, a to jak přímo při okrajových podmínkách, jež panují v experimentální zařízení, tak v případě podobném. (př. jiná hustota, rychlost, rozměr lopatek pochopitelně při zachování Machova čísla, Strouhalova čísla a úhlu náběhu, jakožto určujících podobnostních kritériích).

V případě úspěšné validace tak bude účelné zabývat se, jakým způsobem přenést výsledky z měření se vzduchem na páru například s pomocí opravných koeficientů, či dodatečných (možná empirických) podobnostních kritérií, nebo případně zkonstruovat měřicí zařízení pracující s párou.

2.3 Lopatky

Zprvu se uvažovalo, že by se experimenty prováděly na jiných nových lopatkách. Nakonec však z této myšlenky sešlo. Tato diplomová práce tedy bude operovat s předpokladem, že se experimenty budou provádět na stávajících lopatkách, přičemž byla vyvinuta snaha na odstranění nedostatků experimentálního zařízení.

V zařízení jsou v současné době upevněny prizmatické lopatky vytvořené z koncového profilu oběžných lopatek posledního stupně NT dílu turbíny. Lopatky jsou vytvořeny z kompozitu z uhlíkových vláken. Profil je popsán v Tab. 2 a zobrazen na Obr. 10.



Obr. 10: Profil lopatky

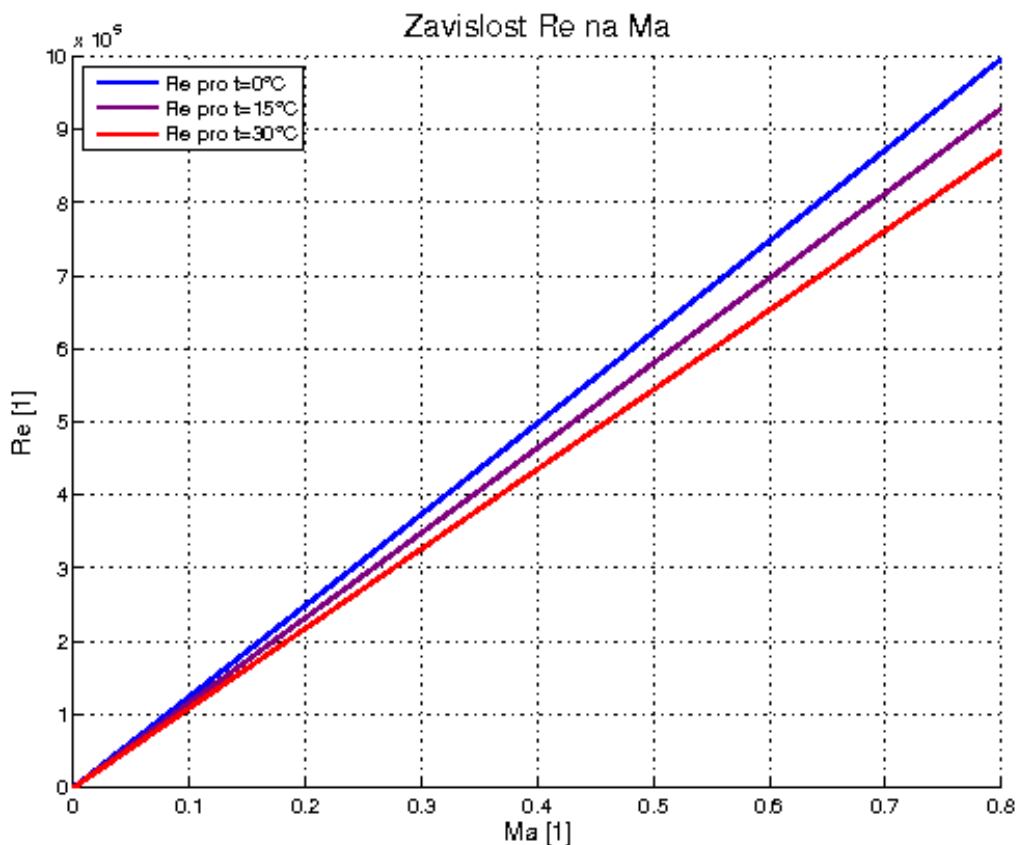
Jak bylo uvedeno v kapitole 1.3, je za určitých podmínek možné vynechat Reynoldsovo číslo z podobnostních kritérií – konkrétně, dosahuje-li hodnot vyšších než cca $2 \cdot 10^5$. Reynoldsovo číslo je definováno vztahem (25). S uvažováním proměnné kinematické vazkosti ν je pro použitou lopatku vyneseno Reynoldsovo číslo v závislosti na Machově čísle v grafu na Obr. 11, přičemž Machovo číslo je definováno dle (26). Závislost kinematické vazkosti ν na teplotě byla převzata ze zdroje [14] a je přehledně uvedena v Tab. 1.

$$Re = \frac{w \cdot t}{\nu} \quad (25)$$

$$Ma = \frac{w}{a} = \frac{w}{\sqrt{\kappa \cdot r \cdot T}} = \frac{w}{\sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot T}} \quad (26)$$

Tab. 1: Závislost kinematické vazkosti na teplotě

Teplota [°C]	Kinematická viskozita [m ² /s]
0	13,30·10 ⁻⁶
20	15,11·10 ⁻⁶
40	16,97·10 ⁻⁶



Obr. 11: Závislost Reynoldsova čísla lopatky na Machově čísle před lopatkou

Z Obr. 11 Je patrné, že Reynoldsovo číslo přesáhne hodnotu $2 \cdot 10^5$ již od Machových čísel přibližně 0,2. Experiment je žádoucí provádět při co nejvyšších Machových číslech, neboť dojde-li ke vzniku flutteru při nízkých Ma (vznik flutteru znamená, že již bylo dosaženo kritické rychlosti), zaručene k nim dojde i při vysokých Ma. To však neplatí naopak, sledování jevů při vysokých Machových číslech tedy činí experimenty při nízkých Machových číslech nepotřebnými. Tedy hodnota Reynoldsova čísla bude mít při všech měřeních vyšší než požadovanou hodnotu a Reynoldsovo číslo je tedy možné vyloučit z podobnostních kritérií ve všech smysluplných případech.

Tab. 2: Profil lopatky

Bod	x [mm]	y [mm]	Bod	x [mm]	y [mm]	Bod	x [mm]	y [mm]
1	50	0.231	36	12.688	0.4	71	15.326	-1.083
2	49.965	0.317	37	11.451	0.4	72	16.703	-0.943
3	49.894	0.378	38	10.214	0.4	73	18.081	-0.813
4	49.803	0.4	39	8.977	0.4	74	19.461	-0.711
5	49.185	0.4	40	7.74	0.4	75	20.843	-0.635
6	48.566	0.4	41	6.502	0.4	76	22.225	-0.579
7	47.948	0.4	42	5.265	0.4	77	23.609	-0.542
8	47.329	0.4	43	4.028	0.404	78	24.992	-0.519
9	46.092	0.4	44	2.791	0.396	79	26.376	-0.506
10	44.855	0.4	45	2.173	0.369	80	27.76	-0.487
11	43.618	0.4	46	1.557	0.309	81	29.144	-0.472
12	42.38	0.4	47	0.946	0.218	82	30.528	-0.473
13	41.143	0.4	48	0.642	0.16	83	31.911	-0.474
14	39.906	0.4	49	0.34	0.094	84	33.295	-0.465
15	38.669	0.4	50	0.211	0.041	85	34.679	-0.454
16	37.432	0.4	51	0.104	-0.049	86	36.063	-0.444
17	36.195	0.4	52	0.032	-0.168	87	37.447	-0.434
18	34.957	0.4	53	0	-0.303	88	38.831	-0.424
19	33.72	0.4	54	0.012	-0.442	89	40.215	-0.414
20	32.483	0.4	55	0.067	-0.570	90	41.598	-0.404
21	31.246	0.4	56	0.159	-0.675	91	42.982	-0.393
22	30.009	0.4	57	0.279	-0.745	92	44.366	-0.381
23	28.772	0.4	58	0.603	-0.867	93	45.75	-0.39
24	27.534	0.4	59	0.93	-0.983	94	47.134	-0.396
25	26.297	0.4	60	1.589	-1.192	95	47.825	-0.363
26	25.060	0.4	61	2.257	-1.372	96	48.513	-0.294
27	23.823	0.4	62	2.932	-1.525	97	49.193	-0.167
28	22.586	0.4	63	4.298	-1.744	98	49.862	0.011
29	21.349	0.4	64	5.678	-1.845	99	49.942	0.059
30	20.111	0.4	65	7.061	-1.844	100	49.992	0.138
31	18.874	0.4	66	8.444	-1.798			
32	17.637	0.4	67	9.823	-1.683			
33	16.4	0.4	68	11.201	-1.55			
34	15.163	0.4	69	12.576	-1.395			
35	13.925	0.4	70	13.95	-1.233			

3 Metodika měření

3.1 Měření aerodynamických vazebních koeficientů

Tento postup je založen na základě obdobného postupu použitého pro stanovení aerodynamických vazebních koeficientů trubkového svazku popsaného ve zdroji [4]. Rozdílem je, že u trubkového svazku se uvažují stupně volnosti trubek ve dvou směrech (x a y), zatímco u lopatek se uvažuje, že mají stupně volnosti ve směru jedné souřadnicové osy a druhým stupněm volnosti je otáčení lopatky. Při měření se rozkmitá jedna z pohyblivých lopatek a ostatní lopatky se udržují protisilami vibrátorů v klidu. Sleduje se průběh síly působící na některou z lopatek (ať již té samotné kmitající, či ostatních), na jejímž základě se vyhodnocují aerodynamické vazební koeficienty mezi příslušnými lopatkami.

Obecně má pohybová rovnice pro surné kmity lopatky na vibrouzlu v tekutině tvar (27). Na lopatku tedy působí popořadě zleva doprava setrvačné síly, tlumicí síly, vnitřní mechanické síly (od tuhosti), vnější mechanické vazební síly (přenosem mechanickou vazbou lopatky ze systému), aerodynamické síly, náhodné turbulentní síly a budicí síla vyvolaná vibrouzlem. Celá rovnice je vztažena pro 1 m délky prizmatické lopatky, tedy m, b a k nejsou tradičními veličinami, ale jsou rovněž vztaženy na délku. Rovněž síly a momenty jsou vztaženy na 1m délky.

$$m \cdot \ddot{y} + b \cdot \dot{y} + k \cdot y + {}^M F + {}^A F + {}^T F = F \quad (27)$$

Jelikož je lopatka v experimentálním zařízení upevněná v ose elastických sil ($S_x=0$), nejsou mechanicky provázané torzní a surné kmity.

Z aerodynamických sil se uvažují pouze ty, které jsou proměnné. Aerodynamické síly ve skutečnosti budou mít harmonický charakter, avšak nikoliv kolem nulové hodnoty síly (momentu). V případě, že se neuvažují nelinearity mechanické části systému (proměnná mechanická tuhost a tlumení v závislosti na výchylce), systému se v podstatě pouze posune souřadný systém vůči případu bez aerodynamických sil, ale pohybová rovnice v tomto novém souřadném systému bude totožná.

Náhodné turbulentní síly v dalším odvození nebudou uváděny, neboť mají tendenci se vzájemně rušit a jsou v porovnání s ostatními silami nevýznamné. Rovněž mechanické síly nebudou v odvození uváděny. Tyto síly již zanedbatelné nejsou, ale jelikož se koeficienty vyhodnocují porovnáním stejně vybuzeného systému v proudu tekutiny a ve stojící tekutině, mechanické síly se tak v ideálním případě zcela odečtou.

Pro torzní kmity je rovnice analogická, jen místo výchylek se v ní vyskytují natočení a místo sil momenty (28).

$$I \cdot \ddot{\alpha} + B \cdot \dot{\alpha} + K \cdot \alpha + {}^M M + {}^A M + {}^T M = M \quad (28)$$

Aerodynamické síly se skládají z obdobných sil k tradičním mechanickým silám. Jde tedy o aerosetrvačnou sílu, aeroútlumovou sílu a aeroelastickou sílu. Aerodynamické síly a momenty jsou rozepsány vztahy (29)-(40). U sil, momentů a vazebních koeficientů mají indexy následující význam:

- indexy vpravo dole značí kombinaci lopatek, přičemž první index patří té lopatce, jež je ovlivňována, a druhý index té, která silové působení vyvolává

- indexy vpravo nahoře značí kombinaci pohybů, přičemž první index značí pohyb ovlivňované lopatky a druhý index značí pohyb lopatky vyvolávající sílové působení
- u sil a momentů index vlevo dole značí druh síly, o který jde, přičemž m značí aérosetrvačnou sílu, b aéroútlumovou sílu a k aéropružnostní sílu

$${}^A_m F_{nk}^{yy} = \rho \cdot S \cdot m_{nk}^{yy} \cdot \ddot{y}_k \quad [N/m] \quad (29)$$

$${}^A_b F_{nk}^{yy} = \rho \cdot w \cdot t \cdot b_{nk}^{yy} \cdot \dot{y}_k \quad [N/m] \quad (30)$$

$${}^A_k F_{nk}^{yy} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w^2 \cdot k_{nk}^{yy} \cdot y_k \quad [N/m] \quad (31)$$

$${}^A_m F_{nk}^{y\alpha} = \rho \cdot \frac{I}{t} \cdot m_{nk}^{y\alpha} \cdot \ddot{\alpha}_k \quad [N/m] \quad (32)$$

$${}^A_b F_{nk}^{y\alpha} = \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot b_{nk}^{y\alpha} \cdot \dot{\alpha}_k \quad [N/m] \quad (33)$$

$${}^A_k F_{nk}^{y\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w^2 \cdot t \cdot k_{nk}^{y\alpha} \cdot \alpha_k \quad [N/m] \quad (34)$$

$${}^A_m M_{nk}^{\alpha y} = \rho \cdot S \cdot t \cdot I_{nk}^{\alpha y} \cdot \ddot{y}_k \quad [Nm/m] \quad (35)$$

$${}^A_b M_{nk}^{\alpha y} = \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot B_{nk}^{\alpha y} \cdot \dot{y}_k \quad [Nm/m] \quad (36)$$

$${}^A_k M_{nk}^{\alpha y} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w^2 \cdot t \cdot K_{nk}^{\alpha y} \cdot y_k \quad [Nm/m] \quad (37)$$

$${}^A_m M_{nk}^{\alpha\alpha} = \rho \cdot I \cdot I_{nk}^{\alpha\alpha} \cdot \ddot{\alpha}_k \quad [Nm/m] \quad (38)$$

$${}^A_b M_{nk}^{\alpha\alpha} = \rho \cdot w \cdot t^3 \cdot B_{nk}^{\alpha\alpha} \cdot \dot{\alpha}_k \quad [Nm/m] \quad (39)$$

$${}^A_k F_{nk}^{\alpha\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot w^2 \cdot t^2 \cdot K_{nk}^{\alpha\alpha} \cdot \alpha_k \quad [Nm/m] \quad (40)$$

Jednotlivé koeficienty vazebních sil m, b, k, I, B, K v rovnicích (29)-(40) jsou bezrozměrné, což je právě z důvodu, aby mohly být přeneseny na skutečnou lopatku. Pro výpočty sil a momentů pro skutečnou lopatku se pak do těchto rovnic dosadí pouze příslušné hodnoty. Musí být ale pochopitelně dodrženy podmínky podobnosti uvedené v kapitole 1.3.

Dále bude následovat odvození výpočtu aerodynamických vazebních koeficientů pro jednotlivé kombinace pohybů lopatek.

3.1.1 Vliv suvných kmitů na suvné

Po aplikaci rovnic (27) a (29)-(40) na vybranou dvojici lopatek n a k, jejichž vzájemné působení se chce vyšetřit, vznikne pohybová rovnice pro n-tou lopatku ve tvaru (41).

$$F_{nk}^{yy} = m \ddot{y}_n + b \dot{y}_n + k y_n + \rho S m_{nk}^{yy} \ddot{y}_k + \rho \omega t b_{nk}^{yy} \dot{y}_k + \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nk}^{yy} y_k$$

$$\rho S m_{nn}^{yy} \ddot{y}_n + \rho \omega t b_{nn}^{yy} \dot{y}_n + \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nn}^{yy} y_n$$
(41)

Síly a výchylky v rovnici (41) mají z principu harmonické průběhy a lze je popsat komplexními čísly v exponenciální formě. Po přepisu a patřičném zderivování vznikne pohybová rovnice ve tvaru (42).

$$\left| F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})} = -\omega^2 m |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})} + i \omega b |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})} + k |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})}$$

$$- \omega^2 \rho S m_{nk}^{yy} |y_k| e^{i\omega t} + i \omega \rho \omega t b_{nk}^{yy} |y_k| e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nk}^{yy} |y_k| e^{i\omega t}$$

$$- \omega^2 \rho S m_{nn}^{yy} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})} + i \omega \rho \omega t b_{nn}^{yy} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})}$$

$$+ \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nn}^{yy} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{yy})}$$
(42)

Tato rovnice se vykrátí hodnotou $e^{i\omega t}$ a po substitucích (43) až (45) a převedení členů na jednu stranu vznikne rovnice ve tvaru (46).

$$\left| MS_n^y \right| = \omega^2 m |y_n|; \left| MU_n^y \right| = \omega b |y_n|; \left| MP_n^y \right| = k |y_n|$$
(43)

$$\left| AS_{nn}^{yy} \right| = \omega^2 \rho S m_{nn}^{yy} |y_n|; \left| AU_{nn}^{yy} \right| = \omega \rho \omega t b_{nn}^{yy} |y_n|; \left| AP_{nn}^{yy} \right| = \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nn}^{yy} |y_n|$$
(44)

$$\left| AS_{nk}^{yy} \right| = \omega^2 \rho S m_{nk}^{yy} |y_k|; \left| AU_{nk}^{yy} \right| = \omega \rho \omega t b_{nk}^{yy} |y_k|; \left| AP_{nk}^{yy} \right| = \frac{1}{2} \rho \omega^2 k_{nk}^{yy} |y_k|$$
(45)

$$\left| F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} + \left| MS_n^y \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - i \left| MU_n^y \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - \left| MP_n^y \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} + \left| AS_{nk}^{yy} \right| - i \left| AU_{nk}^{yy} \right|$$

$$- \left| AP_{nk}^{yy} \right| + \left| AS_{nn}^{yy} \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - i \left| AU_{nn}^{yy} \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - \left| AP_{nn}^{yy} \right| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} = 0$$
(46)

Je-li k-tá trubka kmitající, tak se n-tá lopatka nepohybuje (je vibrátorem držena v klidu) a platí:

$$|y_n| = 0 \Rightarrow \left| MS_n^y \right| = 0; \left| MU_n^y \right| = 0; \left| MP_n^y \right| = 0; \left| AS_{nn}^{yy} \right| = 0; \left| AU_{nn}^{yy} \right| = 0; \left| AP_{nn}^{yy} \right| = 0$$

Pohybová rovnice pro n-tou trubku pak nabude tvaru (47).

$$\left| F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} + \left| AS_{nk}^{yy} \right| - i \left| AU_{nk}^{yy} \right| - \left| AP_{nk}^{yy} \right| = 0$$
(47)

Pro n -tou trubku v neproudícím vzduchu dále platí:

$$w=0 \Rightarrow |AU_{nk}^{yy}|=0; |AP_{nk}^{yy}|=0$$

Pohybová rovnice pro n -tou trubku v neproudícím vzduchu pak nabude tvaru (48). V tomto případě bude pochopitelně jiná síla a fázový posuv, než při proudění vzduchu, což je označeno vlevo nahoře indexem 0.

$$\left| {}^0 F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i^0 \Phi_{nk}^{yy}} + |AS_{nk}^{yy}| = 0 \quad (48)$$

Odečtením rovnice (48) od (47) vznikne rovnice (49). Právě tímto krokem rovněž dochází k odečtení vazebních mechanických sil, jež nebyly v odvození z praktických důvodů uváděny. Vazební mechanické síly by totiž měly záviset pouze na vzájemných pohybech lopatek, tedy nezávisí na tom, jestli kolem lopatek protéká tekutina, nebo ne.

$$\left| F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i \Phi_{nk}^{yy}} - \left| {}^0 F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i^0 \Phi_{nk}^{yy}} - i |AU_{nk}^{yy}| - |AP_{nk}^{yy}| = 0 \quad (49)$$

Z rovnice (49) lze porovnáním reálných a imaginárních částí vypočítat moduly aeroprůžné (50) a aeroútlumové (51) síly.

$$|AP_{nk}^{yy}| = |F_{nk}^{yy}| \cdot \cos(-\Phi_{nk}^{yy}) - \left| {}^0 F_{nk}^{yy} \right| \cdot \cos(-{}^0 \Phi_{nk}^{yy}) \quad (50)$$

$$|AU_{nk}^{yy}| = |F_{nk}^{yy}| \cdot \sin(-\Phi_{nk}^{yy}) - \left| {}^0 F_{nk}^{yy} \right| \cdot \sin(-{}^0 \Phi_{nk}^{yy}) \quad (51)$$

Z těchto modulů lze desubstitucí vypočítat vazební koeficient aerodynamické tuhosti (52) a aerodynamického tlumení (53).

$$k_{nk}^{yy} = \frac{2 \cdot |AP_{nk}^{yy}|}{\rho \cdot w^2 \cdot |y_k|} \quad (52)$$

$$b_{nk}^{yy} = \frac{|AU_{nk}^{yy}|}{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t \cdot |y_k|} \quad (53)$$

Aby se dopočetl aerodynamický vazební koeficient přídavné hmotnosti, bylo by nutné doplnit rovnici pro jiné médium, například pro vodu – rovnice (54), případně by bylo možné použít vzduch o značně jiném tlaku (a tedy jiné hustotě). Experimentální zařízení není toto měření z principu schopné provést. Přídavná hmotnost ale není pro vznik flutteru podstatná.

$$\left| {}^H F_{nk}^{yy} \right| \cdot e^{-i^H \Phi_{nk}^{yy}} + |HS_{nk}^{yy}| = 0 \quad (54)$$

Pokud je z dvojice kmitající n -tá trubka, platí:

$$|y_k| = 0 \Rightarrow |AS_{nk}^{yy}| = 0; |AU_{nk}^{yy}| = 0; |AP_{nk}^{yy}| = 0$$

Pohybová rovnice pro n-tou trubku tak nabude tvaru (55) a po úpravě (56).

$$\begin{aligned} |F_{nk}^{yy}| \cdot e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} + |MS_n^y| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - i |MU_n^y| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - |MP_n^y| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} + |AS_{nn}^{yy}| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} \\ - i |AU_{nn}^{yy}| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} - |AP_{nn}^{yy}| e^{-i\Phi_{nk}^{yy}} = 0 \end{aligned} \quad (55)$$

$$|F_{nk}^{yy}| \cdot e^{i(\Phi_{nk}^{yy} - \Phi_{nk}^{yy})} + |MS_n^y| - i |MU_n^y| - |MP_n^y| + |AS_{nn}^{yy}| - i |AU_{nn}^{yy}| - |AP_{nn}^{yy}| = 0 \quad (56)$$

V neproudícím vzduchu dále platí:

$$w = 0 \Rightarrow |AU_{nn}^{yy}| = 0; |AP_{nn}^{yy}| = 0$$

Pohybová rovnice v neproudícím vzduchu tak nabude tvaru (57). Síla a fázový posuv jsou opět indexovány 0 vlevo nahoře. V případě fázového posuvu je indexem 0 značena celá závorka, neboť důležitá je pouze změna rozdílu v závorce (což je vlastně fázový posuv mezi harmonickými průběhy síly vibrátoru n-té lopatky vůči výchylce n-té lopatky).

$$|{}^0F_{nk}^{yy}| \cdot e^{i({}^0\Phi_{nk}^{yy} - \Phi_{nk}^{yy})} + |MS_n^y| - i |MU_n^y| - |MP_n^y| + |AS_{nn}^{yy}| = 0 \quad (57)$$

Odečtením rovnice (57) od (56) vznikne rovnice (58). Jelikož v tomto případě vlastně nedochází k interakci mezi dvěma lopatkami, bude index k u amplitudy síly vibrátoru přeznačen na n a rovněž rozdíl fázových posuvů bude zkombinován a přeznačen jedním symbolem (jde o fázový posuv mezi harmonickými průběhy síly vibrátoru n-té lopatky vůči výchylce n-té lopatky). Tím vznikne rovnice (59).

$$|F_{nk}^{yy}| \cdot e^{i(\Phi_{nk}^{yy} - \Phi_{nk}^{yy})} - i |AU_{nn}^{yy}| - |AP_{nn}^{yy}| = 0 \quad (58)$$

$$|F_{nn}^{yy}| \cdot e^{i(-\Phi_{nn}^{yy})} - i |AU_{nn}^{yy}| - |AP_{nn}^{yy}| = 0 \quad (59)$$

Z rovnice (59) lze porovnáním reálné a imaginární části opět vypočítat modul aeropružné (60) a aeroutlumové (61) síly.

$$|AP_{nn}^{yy}| = |F_{nn}^{yy}| \cdot \cos(-\Phi_{nn}^{yy}) - |{}^0F_{nn}^{yy}| \cdot \cos(-{}^0\Phi_{nn}^{yy}) \quad (60)$$

$$|AU_{nn}^{yy}| = |F_{nn}^{yy}| \cdot \sin(-\Phi_{nn}^{yy}) - |{}^0F_{nn}^{yy}| \cdot \sin(-{}^0\Phi_{nn}^{yy}) \quad (61)$$

Z těchto modulů lze opět desubstitucí vypočítat vazební koeficient aerodynamické tuhosti (62) a aerodynamického tlumení (63).

$$k_{nn}^{yy} = \frac{2 \cdot |AP_{nn}^{yy}|}{\rho \cdot w^2 \cdot |y_n|} \quad (62)$$

$$b_{nn}^{yy} = \frac{|AU_{nn}^{yy}|}{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t \cdot |y_n|} \quad (63)$$

Vazební koeficienty na lopatku sebe samou mají vztahy tedy principiálně identické s těmi pro výpočet vazebních koeficientů mezi lopatkami. Nebudou proto dále uváděny samostatně – vztahy (52) a (53) platí jak pro vazbu mezi dvěma různými lopatkami, tak pro vazbu lopatky sama na sebe, stačí v rovnicích nahradit index k za n .

3.1.2 Vliv torzních kmitů na suvné

Postup je zcela analogický jako pro kombinaci pohybů ohyb-ohebných. Rozepsaná pohybová rovnice pro n -tou trubku má tvar (64). Z ní jsou pak nakonec odvozeny vazební koeficient aerodynamické tuhosti (65) a aerodynamického tlumení (66) pro danou kombinaci pohybů.

$$\begin{aligned} |F_{nk}^{y\alpha}| \cdot e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} = & -\omega^2 m |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} + i\omega b |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} \\ & + k |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} - \omega^2 \rho \frac{I}{t} m_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + i\omega \rho w t^2 b_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} \\ & + \frac{1}{2} \rho w^2 t k_{nk}^{y\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} - \omega^2 \rho \frac{I}{t} m_{nn}^{y\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} \\ & + i\omega \rho w t^2 b_{nn}^{y\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} + \frac{1}{2} \rho w^2 t k_{nn}^{y\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{y\alpha})} \end{aligned} \quad (64)$$

$$k_{nk}^{y\alpha} = \frac{2 \cdot |AP_{nk}^{y\alpha}|}{\rho \cdot w^2 \cdot t \cdot |\alpha_k|} \quad (65)$$

$$b_{nk}^{y\alpha} = \frac{|AU_{nk}^{y\alpha}|}{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot |\alpha_k|} \quad (66)$$

3.1.3 Vliv suvných kmitů na torzní

Rozepsaná pohybová rovnice pro n -tou trubku má tvar (67). Z ní jsou pak nakonec odvozeny vazební koeficient aerodynamické tuhosti (68) a aerodynamického tlumení (69) pro danou kombinaci pohybů.

$$\begin{aligned} |M_{nk}^{\alpha y}| \cdot e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} = & -\omega^2 I |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} + i\omega B |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} \\ & + K |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} - \omega^2 \rho S t I_{nk}^{\alpha y} |y_k| e^{i\omega t} + i\omega \rho w t^2 B_{nk}^{\alpha y} |y_k| e^{i\omega t} \\ & + \frac{1}{2} \rho w^2 t K_{nk}^{\alpha y} |y_k| e^{i\omega t} - \omega^2 \rho S t I_{nn}^{\alpha y} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} \\ & + i\omega \rho w t^2 B_{nn}^{\alpha y} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} + \frac{1}{2} \rho w^2 t K_{nn}^{\alpha y} |y_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha y})} \end{aligned} \quad (67)$$

$$K_{nk}^{\alpha y} = \frac{2 \cdot |AP_{nk}^{\alpha y}|}{\rho \cdot w^2 \cdot t \cdot |y_k|} \quad (68)$$

$$B_{nk}^{\alpha y} = \frac{|AU_{nk}^{\alpha y}|}{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot |y_k|} \quad (69)$$

3.1.4 Vliv torzních kmitů na torzní

Rozeepsaná pohybová rovnice pro n-tou trubku má tvar (70). Z ní jsou pak nakonec odvozeny vazební koeficient aerodynamické tuhosti (71) a aerodynamického tlumení (72) pro danou kombinaci pohybů.

$$\begin{aligned}
 |M_{nk}^{\alpha\alpha}| \cdot e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} = & -\omega^2 I |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} + i\omega B |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} \\
 + K |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} - & \omega^2 \rho I I_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} + i\omega \rho w t^3 B_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} \\
 + \frac{1}{2} \rho w^2 t^2 K_{nk}^{\alpha\alpha} |\alpha_k| e^{i\omega t} - & \omega^2 \rho I I_{nn}^{\alpha\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} \\
 + i\omega \rho w t^3 B_{nn}^{\alpha\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})} + & \frac{1}{2} \rho w^2 t^2 K_{nn}^{\alpha\alpha} |\alpha_n| e^{i(\omega t - \Phi_{nk}^{\alpha\alpha})}
 \end{aligned} \quad (70)$$

$$K_{nk}^{\alpha\alpha} = \frac{2 \cdot |AP_{nk}^{\alpha\alpha}|}{\rho \cdot w^2 \cdot t^2 \cdot |\alpha_k|} \quad (71)$$

$$B_{nk}^{\alpha\alpha} = \frac{|AU_{nk}^{\alpha\alpha}|}{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^3 \cdot |\alpha_k|} \quad (72)$$

3.1.5 Shrnutí stanovení vazebních koeficientů

Aerodynamické součinitele jsou pro přehlednost shrnuty v Tab. 3, přičemž moduly se spočítají způsobem naznačeným rovnicí (73) pro případ modulu aeroprůžné síly a rovnicí (74) pro případ aeroútlumové síly. Fázové posuvy Φ v těchto rovnicích značí zpoždění příslušné aerodynamické síly za výchylkou k-té lopatky. Všechny uvedené vztahy platí rovněž pro koeficienty lopatky sama na sebe – stačí ve vztazích zaměnit index k za n.

Tab. 3: Shrnutí výpočtů jednotlivých aerodynamických vazebních koeficientů

Kombinace pohybů lopatek ovlivněná-ovlivňující	Součinitel aerodynamické tuhosti [-]	Součinitel aerodynamického tlumení [-]
suvný-suvný	$k_{nk}^{yy} = \frac{2 \cdot AP_{nk}^{yy} }{\rho \cdot w^2 \cdot y_k }$	$b_{nk}^{yy} = \frac{ AU_{nk}^{yy} }{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t \cdot y_k }$
suvný-torzní	$k_{nk}^{y\alpha} = \frac{2 \cdot AP_{nk}^{y\alpha} }{\rho \cdot w^2 \cdot t \cdot \alpha_k }$	$b_{nk}^{y\alpha} = \frac{ AU_{nk}^{y\alpha} }{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot \alpha_k }$
torzní-suvný	$K_{nk}^{\alpha y} = \frac{2 \cdot AP_{nk}^{\alpha y} }{\rho \cdot w^2 \cdot t \cdot y_k }$	$B_{nk}^{\alpha y} = \frac{ AU_{nk}^{\alpha y} }{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^2 \cdot y_k }$
torzní-torzní	$K_{nk}^{\alpha\alpha} = \frac{2 \cdot AP_{nk}^{\alpha\alpha} }{\rho \cdot w^2 \cdot t^2 \cdot \alpha_k }$	$B_{nk}^{\alpha\alpha} = \frac{ AU_{nk}^{\alpha\alpha} }{\omega \cdot \rho \cdot w \cdot t^3 \cdot \alpha_k }$

$$|AP_{nk}| = |F_{nk}| \cdot \cos(-\Phi_{nk}) - |^0 F_{nk}| \cdot \cos(-^0 \Phi_{nk}) \quad (73)$$

$$|AU_{nk}| = |F_{nk}| \cdot \sin(-\Phi_{nk}) - |^0 F_{nk}| \cdot \sin(-^0 \Phi_{nk}) \quad (74)$$

3.1.6 Postup vyhodnocení flutteru z vazebních koeficientů

Výše uvedeným postupem lze stanovit členy pohybových rovnic, avšak o přítomnosti vzniku flutteru zatím nevyovídají. Pohybové rovnice všech lopatek je možné zapsat pomocí vztahu (75), což je vlastně zkrácený zápis vztahů (14) a (15) - vazba mezi torzními a suvnými kmity a aerodynamické síly jsou zakomponovány do matic hmotnosti, tlumení a tuhosti. Vektory výchylek, rychlostí a zrychlení jsou seřazeny podle (76), kde index 0 značí prostřední lopatku, index 1 sousední lopatku jedním směrem (nezáleží, kterým směrem), index -1 sousední lopatku opačným směrem atd..

$$\mathbf{M} \cdot \vec{y} + \mathbf{B} \cdot \dot{\vec{y}} + \mathbf{K} \cdot \ddot{\vec{y}} = 0 \quad (75)$$

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} y_0 \\ \alpha_0 \\ y_1 \\ \alpha_1 \\ y_{-1} \\ \alpha_{-1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \dot{\vec{y}} = \begin{bmatrix} \dot{y}_0 \\ \dot{\alpha}_0 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{\alpha}_1 \\ \dot{y}_{-1} \\ \dot{\alpha}_{-1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \ddot{\vec{y}} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_0 \\ \ddot{\alpha}_0 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{y}_{-1} \\ \ddot{\alpha}_{-1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (76)$$

Obecně lze uvažovat vzájemný vliv všech lopatek, avšak jak již bylo zmíněno, běžně se uvažuje vliv lopatek maximálně ob-jednu vzdálené. Z lopatek se vybere skupina lopatek o počtu $1+2j$, kde j značí, jak daleko má lopatka vliv (běžně tedy $j=2$). Dále se sestaví matice hmotnosti (77), tlumení (78) a tuhosti (79), přičemž z důvodu názornosti budou v odvození vypisovány prvky pouze od bezprostředně sousedních lopatek s tím, že pro vzdálenější lopatky by se prvky doplnily analogickým postupem. Z důvodů přehlednosti jsou v maticích uvedeny již hodnoty aerodynamických přídatných hmotnosti, tlumení a tuhostí a nikoliv součiny obsahující jejich bezrozměrné součinitele, jež byly uvedené v Tab. 3. Tento fakt je označen dodatečným indexem F, aby nedocházelo k záměně (pro výpočet těchto veličin je možné použít pravé strany vztahů (29) až (40) s vynecháním výchylek a natočení). Je uvažováno, že lopatky mají identické geometrické charakteristiky, a proto mají identickou hmotnost (m), moment setrvačnosti (I), tlumení (b), torzní tlumení (B), tuhost (k) a torzní tuhost (K). Rovněž stojí za zmínku, že z důvodů nemožnosti měřit v jiném médiu (zmíněno v kapitole 3.1.1) budou všechny přídatné hmotnosti v (77) muset být uvažovány nulové.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m+m_{00F}^{yy} & m_{00F}^{y\alpha}+S_x & m_{01F}^{yy} & m_{01F}^{y\alpha} & m_{0-1F}^{yy} & m_{0-1F}^{y\alpha} & \dots \\ I_{00F}^{\alpha y}+S_x & I+I_{00F}^{\alpha\alpha} & I_{01F}^{\alpha y} & I_{01F}^{\alpha\alpha} & I_{0-1F}^{\alpha y} & I_{0-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\ m_{10F}^{yy} & m_{10F}^{y\alpha} & m+m_{11F}^{yy} & m_{11F}^{y\alpha}+S_x & m_{1-1F}^{yy} & m_{1-1F}^{y\alpha} & \dots \\ I_{10F}^{\alpha y} & I_{10F}^{\alpha\alpha} & I_{11F}^{\alpha y}+S_x & I+I_{11F}^{\alpha\alpha} & I_{1-1F}^{\alpha y} & I_{1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\ m_{-10F}^{yy} & m_{-10F}^{y\alpha} & m_{-11F}^{yy} & m_{-11F}^{y\alpha} & m+m_{-1-1F}^{yy} & m_{-1-1F}^{y\alpha}+S_x & \dots \\ I_{-10F}^{\alpha y} & I_{-10F}^{\alpha\alpha} & I_{-11F}^{\alpha y} & I_{-11F}^{\alpha\alpha} & I_{-1-1F}^{\alpha y}+S_x & I+I_{-1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (77)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
 b+b_{00F}^{yy} & b_{00F}^{y\alpha} & b_{01F}^{yy} & b_{01F}^{y\alpha} & b_{0-1F}^{yy} & b_{0-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 B_{00F}^{\alpha y} & B+B_{00F}^{\alpha\alpha} & B_{01F}^{\alpha y} & B_{01F}^{\alpha\alpha} & B_{0-1F}^{\alpha y} & B_{0-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 b_{10F}^{yy} & b_{10F}^{y\alpha} & b+b_{11F}^{yy} & b_{11F}^{y\alpha} & b_{1-1F}^{yy} & b_{1-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 B_{10F}^{\alpha y} & B_{10F}^{\alpha\alpha} & B_{11F}^{\alpha y} & B+B_{11F}^{\alpha\alpha} & B_{1-1F}^{\alpha y} & B_{1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 b_{-10F}^{yy} & b_{-10F}^{y\alpha} & b_{-11F}^{yy} & b_{-11F}^{y\alpha} & b+b_{-1-1F}^{yy} & b_{-1-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 B_{-10F}^{\alpha y} & B_{-10F}^{\alpha\alpha} & B_{-11F}^{\alpha y} & B_{-11F}^{\alpha\alpha} & B_{-1-1F}^{\alpha y} & B+B_{-1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
 \end{bmatrix} \quad (78)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
 k+k_{00F}^{yy} & k_{00F}^{y\alpha} & k_{01F}^{yy} & k_{01F}^{y\alpha} & k_{0-1F}^{yy} & k_{0-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 K_{00F}^{\alpha y} & K+K_{00F}^{\alpha\alpha} & K_{01F}^{\alpha y} & K_{01F}^{\alpha\alpha} & K_{0-1F}^{\alpha y} & K_{0-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 k_{10F}^{yy} & k_{10F}^{y\alpha} & k+k_{11F}^{yy} & k_{11F}^{y\alpha} & k_{1-1F}^{yy} & k_{1-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 K_{10F}^{\alpha y} & K_{10F}^{\alpha\alpha} & K_{11F}^{\alpha y} & K+K_{11F}^{\alpha\alpha} & K_{1-1F}^{\alpha y} & K_{1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 k_{-10F}^{yy} & k_{-10F}^{y\alpha} & k_{-11F}^{yy} & k_{-11F}^{y\alpha} & k+k_{-1-1F}^{yy} & k_{-1-1F}^{y\alpha} & \dots \\
 K_{-10F}^{\alpha y} & K_{-10F}^{\alpha\alpha} & K_{-11F}^{\alpha y} & K_{-11F}^{\alpha\alpha} & K_{-1-1F}^{\alpha y} & K+K_{-1-1F}^{\alpha\alpha} & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
 \end{bmatrix} \quad (79)$$

Dále se provede předpoklad, že řešení soustavy rovnic (75) je ve tvaru (80) (neboť jde o soustavu diferenciálních rovnic 2. řádu). Poté platí, že vektory prvních a druhých derivací mají tvar (81).

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} |y_0| \\ |\alpha_0| \\ |y_1| \\ |\alpha_1| \\ |y_{-1}| \\ |\alpha_{-1}| \\ \vdots \end{bmatrix} \cdot e^{\lambda \cdot t} \quad (80)$$

$$\vec{\dot{y}} = \begin{bmatrix} |y_0| \\ |\alpha_0| \\ |y_1| \\ |\alpha_1| \\ |y_{-1}| \\ |\alpha_{-1}| \\ \vdots \end{bmatrix} \cdot \lambda e^{\lambda \cdot t} \quad \vec{\ddot{y}} = \begin{bmatrix} |y_0| \\ |\alpha_0| \\ |y_1| \\ |\alpha_1| \\ |y_{-1}| \\ |\alpha_{-1}| \\ \vdots \end{bmatrix} \cdot \lambda^2 e^{\lambda \cdot t} \quad (81)$$

Po dosazení (80) a (81) do (75) získáme soustavu rovnic (82) a po vytknutí (83).

$$\mathbf{M} \cdot \lambda^2 \cdot |\vec{y}| \cdot e^{\lambda \cdot t} + \mathbf{B} \cdot \lambda \cdot |\vec{y}| \cdot e^{\lambda \cdot t} + \mathbf{K} \cdot |\vec{y}| \cdot e^{\lambda \cdot t} = 0 \quad (82)$$

$$(\mathbf{M} \cdot \lambda^2 + \mathbf{B} \cdot \lambda + \mathbf{K}) \cdot |\vec{y}| \cdot e^{\lambda \cdot t} = 0 \quad (83)$$

Pro netriviální řešení musí platit (84). Tím získáme $2n$ vlastních čísel λ , kde n je počet uvažovaných vzájemně se ovlivňujících lopatek ($2n$ je tedy počet uvažovaných stupňů volnosti). Některá z těchto čísel mohou reálná čísla a některá z nich komplexní. Význam těchto čísel je možné spatřit ze vztahu (80). Kladné reálné číslo značí divergenci (exponenciální nárůst výchylek). Záporné reálné číslo značí utlumení vzruchu bez překmitnutí. U komplexních čísel kladná reálná část komplexního čísla značí zesilující se harmonické kmitání (flutter) a záporná značí slábnoucí harmonické kmitání (utlumení s překmitnutím). Je tedy žádoucí, aby všechna vlastní čísla tedy byla záporná, a nebo komplexní se zápornou reálnou částí.

$$\det(\mathbf{M} \cdot \lambda^2 + \mathbf{B} \cdot \lambda + \mathbf{K}) = 0 \quad (84)$$

3.2 Měření prací a pracovních koeficientů

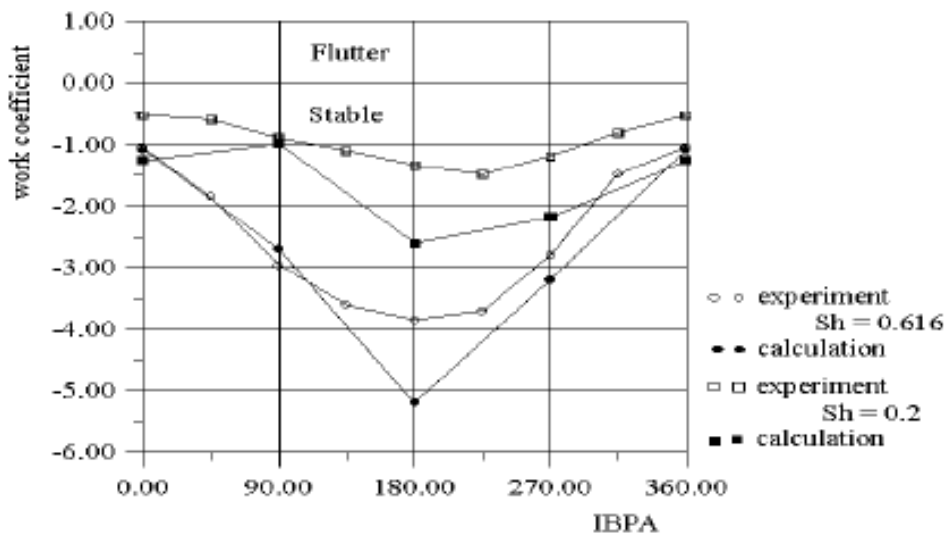
Jedním z dalších možných postupů měření a vyhodnocení flutteru je na základě práce, jež vykoná proudící tekutina na lopatce. Tento postup je popsán ve zdrojích [2] a [13]. Podstatou experimentu je vybuzení dvou lopatek harmonickým pohybem se stejnou amplitudou ohybových i torzních kmitů, avšak s určitým fázovým posuvem těchto kmitů – tzv. IBPA (Interblade Phase Angle). Práce, již vykoná proudící médium na lopatce, je při suvném pohybu dána vztahem (85) a při torzním pohybu vztahem (86). Integrál v těchto vztazích je proveden po dobu jedné periody kmitů τ (případně lze integrovat přes n period a práci pak vydělit počtem n). Jsou-li takto definované práce kladné, znamená to, že při daném pohybu s daným IBPA médium lopatce dodává energii a tedy lopatku vybuzuje. Je-li práce záporná, tak ve skutečnosti médium lopatce energii odebírá, což znamená, že lopatka je proudem tekutiny utlumována. V případě kombinovaného suvně-torzního pohybu lopatky se pouze sečtou práce dané vztahy (85) a (86), čímž vznikne celková práce vykonaná v jednom cyklu tohoto kombinovaného pohybu.

$$W_y = \int_{\tau}^A \vec{F} \cdot \vec{w} \cdot dt \quad (85)$$

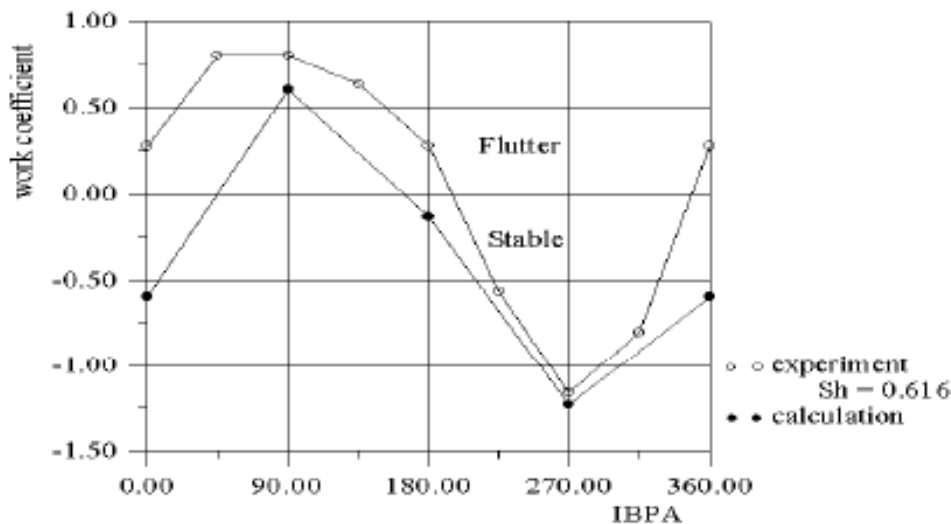
$$W_{\alpha} = \int_{\tau}^A \vec{M} \cdot \vec{\alpha} \cdot dt \quad (86)$$

Jelikož je záměrem provádět experiment na lopatkové kaskádě s lopatkami buzenými elektromagnetickými vibrátory, je z principu téměř nemožné dodržet mechanické charakteristiky systému (tlumení, tuhost). Z toho důvodu se místo sil a momentů vibrátorů použijí rozdílly těchto sil při proudícím médiu vůči síle a momentu vibrátoru bez proudícího média. Tím dojde podobně jako v případě stanovování vazebních koeficientů popsaným v kapitole 3.1 k oproštění aerodynamického silového působení od mechanického. Ve skutečném zařízení mechanické síly od tlumení a tuhosti mají na vznik flutteru rovněž vliv, ale experiment je není schopen podchytit. Nakonec se tedy experimentem pouze stanoví oblasti zaručené stability a oblasti potenciální možnosti vzniku flutteru.

Na Obr. 12 a Obr. 13, jež byly publikovány ve článku [2], jsou pro představu grafy závislosti pracovních koeficientů na IBPA. Body nacházející se v grafu nad přímkou nulové hodnoty pracovního koeficientu (work coefficient) jsou oblasti, kdy ke vzniku flutteru může, ale nemusí dojít v závislosti na mechanických vlastnostech díla. Body nacházející se pod nulovou hodnotou jsou však zaručeně stabilní.



Obr. 12: Závislost práce vykonané proudícím médiem na lopatce vůči IBPA při svuvných kmitech profilu [2]

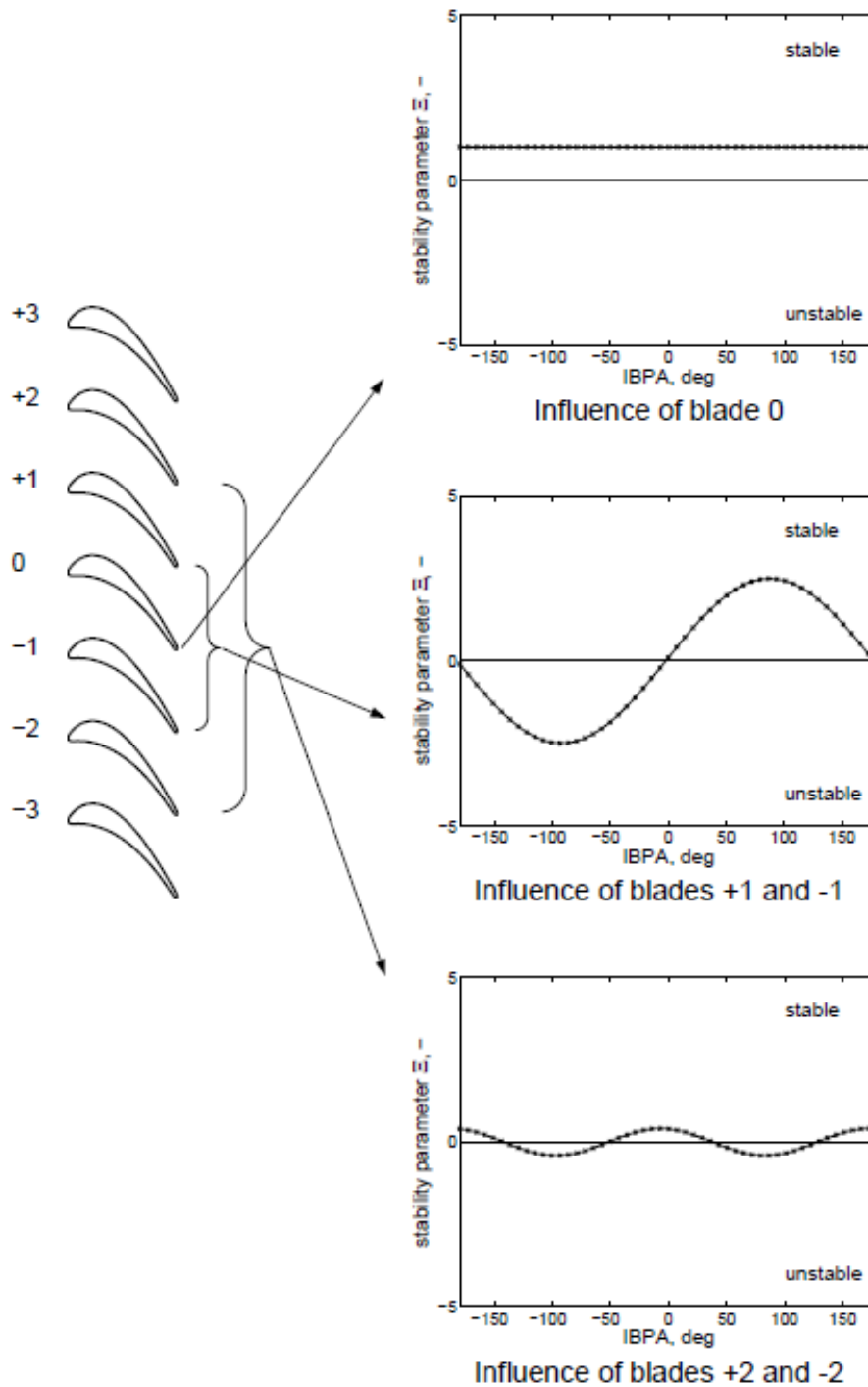


Obr. 13: Závislost práce vykonané proudícím médiem na lopatce vůči IBPA při torzních kmitech profilu – ze zdroje [2]

Ve zdroji [13] je používán místo prací takzvaný koeficient stability, jenž je obecně definován vztahem (87) a při zanedbání podélných kmitů (směr x) vztahem (88). Na Obr. 14, jež byl publikován ve zdroji [13], jsou pro představu zobrazeny závislosti koeficientu stability na IBPA. Zaručeně stabilní oblast a oblast potenciálního flutteru jsou v těchto grafech prohozeny kvůli definici koeficientu stability (87) - práce se v něm negují.

$$\Xi = \frac{-W_x}{\pi \cdot |x|} + \frac{-W_y}{\pi \cdot |y|} + \frac{-W_\alpha}{\pi \cdot |\alpha|} \quad (87)$$

$$\Xi = \frac{-W_y}{\pi \cdot |y|} + \frac{-W_\alpha}{\pi \cdot |\alpha|} \quad (88)$$



Obr. 14: Závislost koeficientu stability na IBPA – ze zdroje [13]

Měření přímo sil od proudící tekutiny není možné, avšak je možné měřit sílu, již vyvíjejí vibrátory. Zanedbá-li se tlumení paralelogramu (jenž je spojovacím prvkem mezi lopatkou a vibrátory), je práce vykonaná vibrátorem stejně veliká s opačným znaménkem jako práce vykonaná tekutinou na lopatce (ve skutečnosti bude práce vykonaná médiem o něco málo vyšší a část se utlumí v paralelogramu). Lze tedy zjednodušeně uvažovat, že práce vykonané médiem se namísto vztahů (85) a (86) dají vypočítat dle rovnic (89) a (90). Po označení souřadných systémů tak, že kladná síla (moment) a kladná výchylka (úhlová výchylka) budou mít stejný směr, lze vztahy (89) a (90) zapsat jednodušeji jako (91) a (92).

$$W_y = - \int_{\tau} \vec{F}_{vib} \cdot \vec{w} \cdot dt \quad (89)$$

$$W_{\alpha} = - \int_{\tau} \vec{M}_{vib} \cdot \vec{\alpha} \cdot dt \quad (90)$$

$$W_y = - \int_{\tau} F_{vib} \cdot w \cdot dt \quad (91)$$

$$W_{\alpha} = - \int_{\tau} M_{vib} \cdot \dot{\alpha} \cdot dt \quad (92)$$

Sbíráním dat do počítače se měřené veličiny vzorkují s určitou frekvencí, přičemž se měří síly vyvíjené vibrátorem a výchylky lopatek, takže se v praxi použije výpočet spíše z výchylek podle vztahů (93) a (94) (i značí index vzorku). Sumu lze podobně jako integrál provést přes jednu periodu, nebo přes n period s následným vydělením práce hodnotou n .

$$W_y = - \sum_i F_{vib\ i} \cdot \Delta y_i \approx - \sum_i F_{vib\ i} \cdot \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2} \quad (93)$$

$$W_{\alpha} = - \sum_i M_{vib\ i} \cdot \Delta \alpha_i \approx - \sum_i M_{vib\ i} \cdot \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1}}{2} \quad (94)$$

V současném stavu je experimentální zařízení schopno měřit průběh síly vyvíjené vibrátory na základě elektrického proudu protékajícího cívkami a výchylku lopatky s pomocí úchylkoměrů, což jsou jediné dvě potřebné veličiny pro tento způsob vyhodnocení. Rovněž je možné budít více lopatek najednou, přičemž z hlediska hardwaru je možno každou budít i s jiným fázovým posuvem. Pro buzení s různými fázovými posuvy ale není přizpůsobený software na zpracovávajícím počítači a zapojení regulačních potenciometrů.

Pro praktickou implementaci vyhodnocení na základě vykonaných prací je tedy nutné pouze vytvořit, nebo přizpůsobit software (z hlediska generovaných signálů pro vibrátory a z hlediska samotného vyhodnocení – na základě rovnic (93) a (94)) a předělat zapojení regulačních potenciometrů.

4 Nedostatky současného stavu zařízení

Experimentální zařízení je ve své podstatě schopno do určité míry plnit svůj účel, avšak je sužováno určitými nedostatky, které buď znesnadňují práci se zařízením, dělají měřené výsledky nevěrohodným, nebo měření omezují. Dále budou tyto nedostatky uvedeny a v jejich návaznosti budou v kapitolách 5 a 6 pro některé z nich uvedena možná řešení.

4.1 Nízká Machova čísla

Zásadním недостатkem je, že náběžná rychlost na lopatky a tedy Machovo číslo dosahují i při plném výkonu kompresoru nízkých hodnot. Jelikož je Machovo číslo podobnostním kritériem, je nutné dosáhnout takových hodnot, při kterých se chce vyšetřovat flutter daných lopatek. V ideálním případě by se chtělo pro současné lopatky dosahovat Machových čísel kolem 0,6.

V závislosti na úhlu náběhu dojde k natočení celé lopatkové kaskády. Vzdálenost a poloha posuvných stěn vstupní dýzy pak musí být přizpůsobena poloze lopatek. Tento fakt je ilustrován na Obr. 15. Černou barvou je zobrazena poloha lopatek a stěn při nulovém úhlu náběhu. Zeleně je zobrazena poloha při kladném úhlu náběhu a červeně při záporném úhlu náběhu.

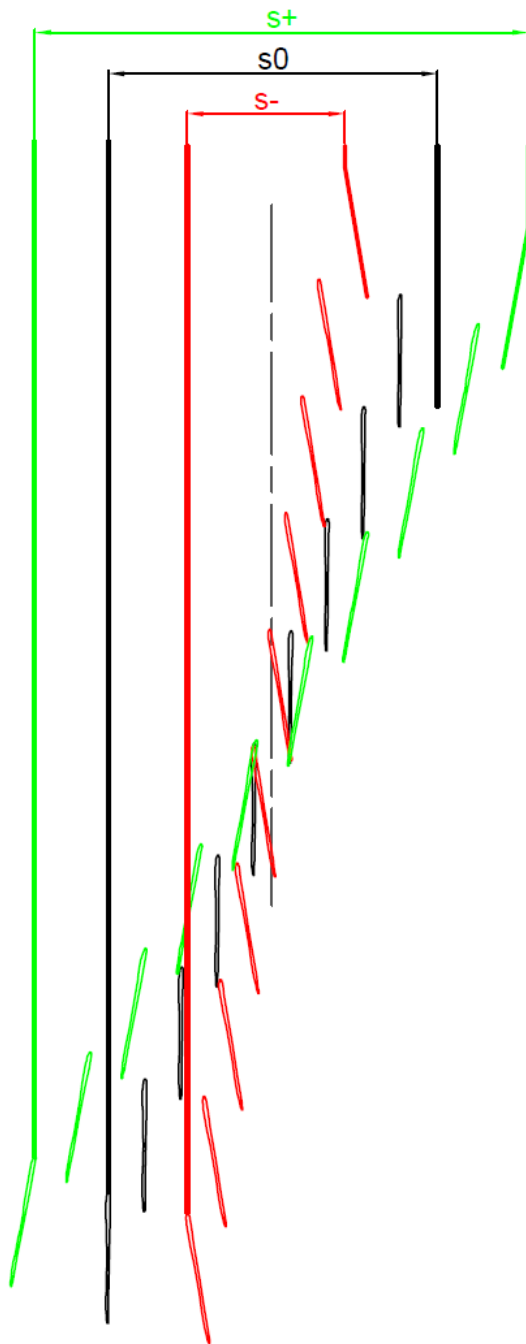
Šířka kanálu se tedy významně mění s úhlem náběhu, a jelikož výška kanálu není proměnná (a je rovna 80 mm), výrazně se mění i průtočná plocha. Na Obr. 16 jsou znázorněny základní rozměry lopatkové mříže.

Šířka kanálu je z geometrie dána vztahem (95), přičemž „šířka při kolmém náběhu“ je dána vztahem (96) a úhel nastavení mříže v kanálu je dán vztahem (97).

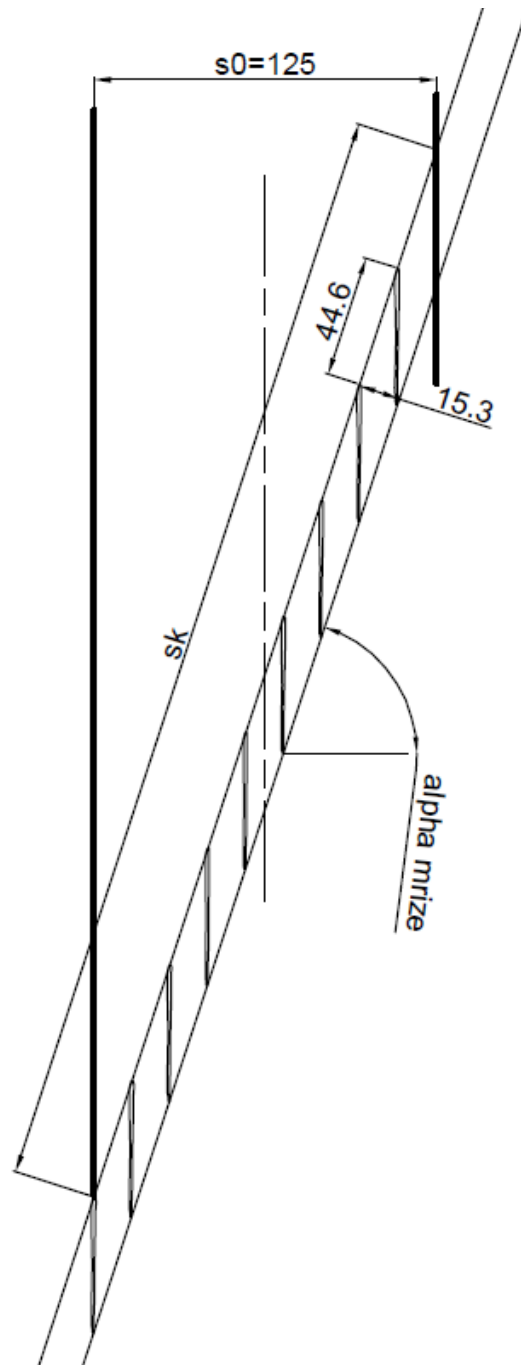
$$s = s_k \cdot \cos(\alpha_{mříže} - i) \quad (95)$$

$$s_k = \frac{s_0}{\cos \alpha_{mříže}} = \frac{125}{\cos 71,889} = 402,1 \text{ mm} \quad (96)$$

$$\alpha_{mříže} = \arctg\left(\frac{44,6}{15,3}\right) = 71,889^\circ \quad (97)$$

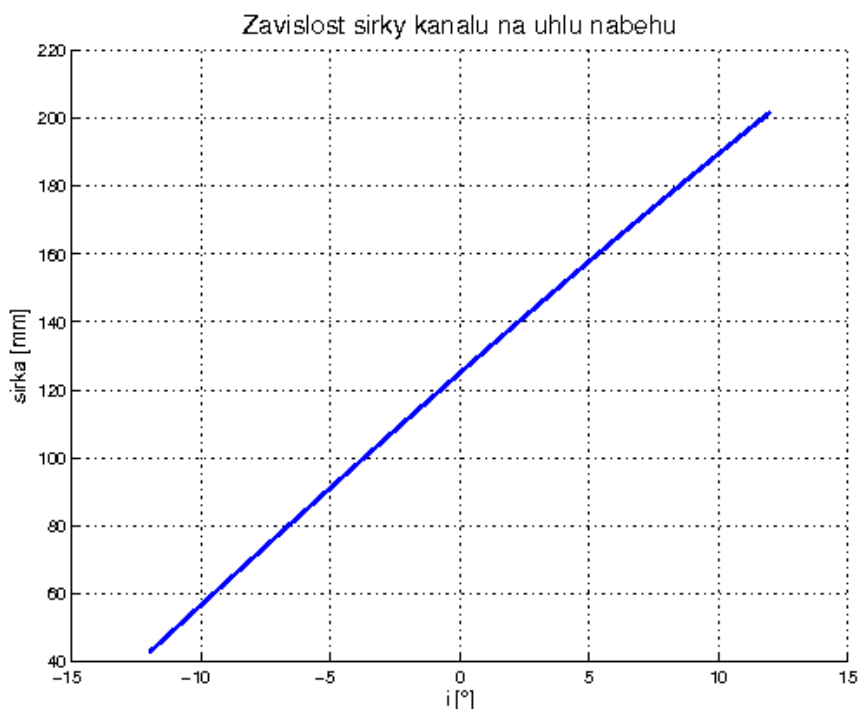


Obr. 15: Změna šířky průtočného kanálu v závislosti na úhlu natočení



Obr. 16: Geometrické parametry lopatkové mříže

Na Obr. 17 je v grafu vynesena závislost šířky kanálu na úhlu náběhu pro rozsah úhlů náběhu od -12° do $+12^\circ$. Je tedy patrné, že bude problematické dodržet požadavek na Machovo číslo zejména při vysokých kladných hodnotách úhlu náběhu, kdy bude mít průtočný kanál značnou průtočnou plochu.



Obr. 17: Závislost šířky kanálu na úhlu náběhu

Aby mohla být vypočtena závislost Machova čísla (rychlosti) na šířce, bylo třeba vědět tlaky v příslušných místech potrubní sítě. Největší překážku představovalo zejména stanovení tlakové ztráty měřicí zóny. Tato ztráta se určitým obtížně zjistitelným způsobem mění v závislosti na rychlosti a navíc závisí na úhlu náběhu. Nejdůležitější je tlaková ztráta při největším úhlu náběhu, kdy je nejobtížnější dodržet Machovo číslo. V databázi byla dostupná data pro úhel náběhu maximálně 10° , jež tedy byly použity a jež jsou uvedené v Tab. 4.

Tab. 4: Měřené tlaky v potrubní trase

Úhel náběhu	10°
Rychlost na vstupu do lopatkové mříže	100 m/s
Atmosférický tlak	101211 Pa
Tlak před lopatkovou mříží	95994,3 Pa
Tlak před clonou	89350,3 Pa
Tlaková ztráta na cloně	17473,2 Pa

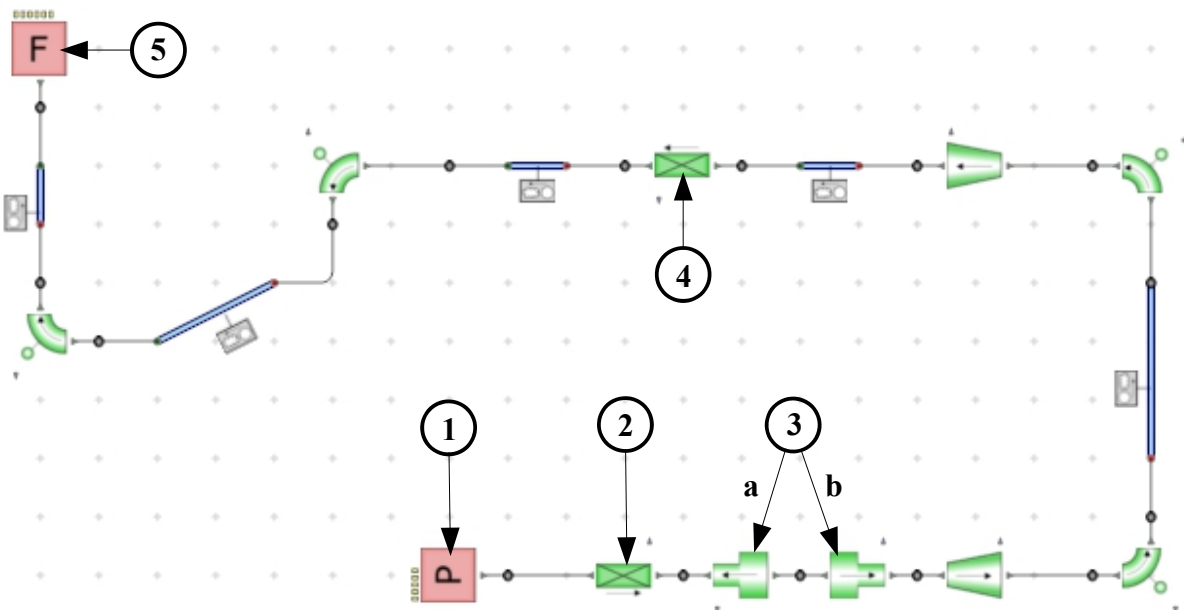
Na Obr. 18 je vyobrazen model potrubí sestavený v programu Flowmaster. Prvek označený číslem (1) je tlaková okrajová podmínka udávající atmosférický tlak a zároveň teplotu. Číslem (2) je označen prvek diskrétní ztráty, jež postihuje tlakovou ztrátu ve vstupním filtru a uklidňovací komoře. Samotný měřicí prostor je v modelu nahrazen dvojicí náhlých změn průtočného průřezu (3). Tato náhrada je provedena z toho důvodu, že za lopatkovou kaskádou skutečně není zařazen kanál do výstupní dýzy a výstupní proud je vyveden do volného prostoru (viz Obr. 5). Číslem (4) je označen prvek diskrétní ztráty, jež nahrazuje

clonu, která je zařazena pro měření hmotnostního průtoku. Číslem (5) je označena výstupní okrajová podmínka – objemový průtok kompresorem. Jelikož jde o kompresor typu roots, což je objemový kompresor, je objemový průtok znám.

Uklidňovací komora je s filtrem propojena a sama umístěna v obdélníkovém kanále o rozměrech 790x435 mm, a proto byl prvku (2) nastaven odpovídající průtočný průřez 0,34365 m² a hydraulický průměr 0,561 m (vypočten podle vztahu (98)). Prvku (3a), jenž nahrazuje samotnou lopatkovou kaskádu, byl nastaven menší průměr 0,139 m, čímž byl dodržen průtočný průřez 0,01516 m² (při úhlu náběhu 10° jde o plochu 189,5x80 mm) na vstupu do lopatkové kaskády a mohlo tak být správně stanoveno Machovo číslo. Prvku (3b) byl nastaven menší průměr 0,186 m, což je hydraulický průměr (vypočten podle vztahu (98)) hrdla výstupní dýzy z měřicího prostoru (rozměry 438x118 mm). Prvku (4) byl nastaven hydraulický průměr 0,125 m a průtočný průřez 0,01227 m², což jsou skutečné rozměry otvoru clony.

$$d_{hydr} = \frac{4 \cdot S}{O} \quad (98)$$

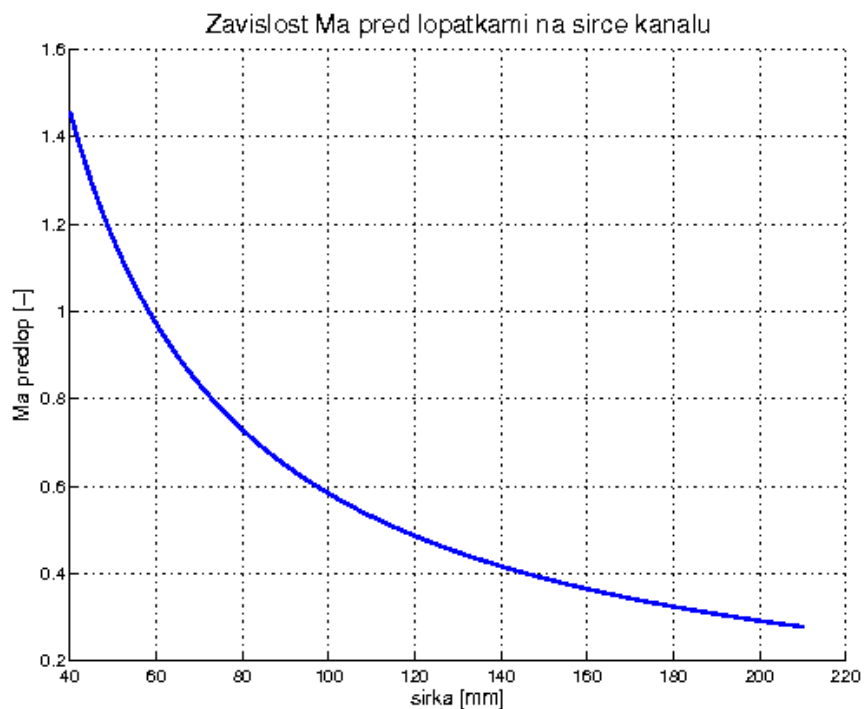
Nejdříve byl proveden ladící výpočet, při němž se nastavil takový objemový průtok (5), ztrátové součinitele prvků (2) a (4) a většího průměru prvků (3) tak, aby se na vstupu do měřicího prostoru dosáhlo rychlosti 100 m/s a současně byly dodrženy tlakové poměry uvedené v Tab. 4. Konkrétně šlo o objemový průtok 1,95 m³/s, ztrátový součinitel prvku (2) $\xi=0,98$, ztrátový součinitel prvku (4) $\xi=1,42$, větší průměr prvků (3) $d=1,2$ m.



Obr. 18: Model potrubní tratě v programu Flowmaster

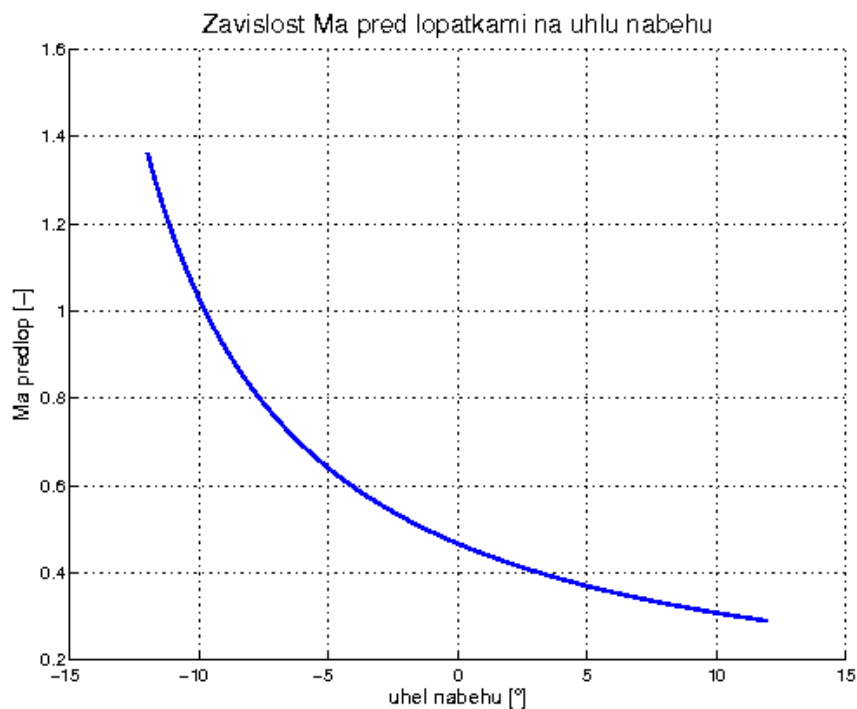
Poté, co byly tlakové ztráty naladěny podle měřených dat, byl proveden výpočet při maximálním objemovém průtoku (= plný výkon čerpadla) – konkrétně šlo o objemový průtok 2,186 m³/s (=7870 m³/h). Ve výpočtu pak bylo sledováno Machovo číslo na vstupu do měřicího prostoru, jež má hodnotu přibližně 0,306. Na Obr. 19 je pro ilustraci vyneseno hrubý graf závislosti Machova čísla na šíři kanálu vytvořený v programu Matlab (na základě výsledků z programu Flowmaster). Tento graf je uveden čistě pro představu, neboť při jeho sestavení byla uvažována konstantní tlaková ztráta měřicího prostoru v závislosti na úhlu náběhu a navíc výpočet nezohledňuje ucpání průtočného průřezu. Jelikož je ale použito

tlakových ztrát při úhlu náběhu 10° (tedy šíře kanálu 189,5 mm - vypočteno dle rovnice (95)) je tento graf v blízkém okolí tohoto bodu přesný – jen by měl být ve směru k nižším šířkám kanálu méně strmý.



Obr. 19: Závislost Machova čísla na šířce kanálu

Závislosti vyobrazené na Obr. 17 a Obr. 19 byly sloučeny do závislosti Machova čísla na úhlu náběhu, jež je vyobrazena na Obr. 20. Tento graf je opět pouze hrubý – pro představu, ale Machovo číslo by mělo opět souhlasit se skutečností v blízkosti úhlu náběhu 10° .



Obr. 20: Závislost Machova čísla na úhlu náběhu

4.2 Obtížné ustavení pohyblivých lopatek do výchozí polohy

Při rozebrání experimentálního zařízení se zjistilo, že poloha lopatek vzájemně vůči sobě i vůči kanálu nebyla taková, jak by měla být. To bylo zejména patrné na axiální poloze dvou prostředních lopatek (Obr. 21).



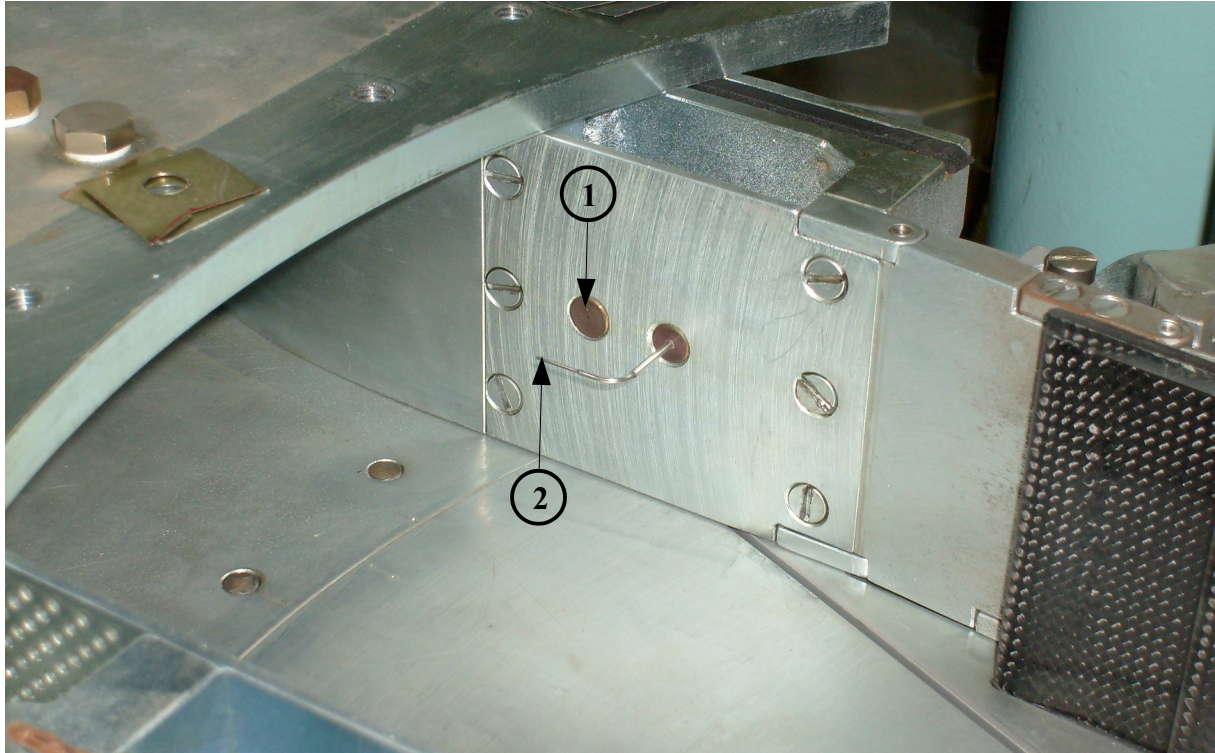
Obr. 21: Okem viditelná nesprávná axiální pozice lopatek

Je zřejmé, že přesná vzájemná poloha lopatek je zásadní pro úspěšné měření. Poloha lopatek vůči kanálu je stejně podstatná, neboť ta určuje vzájemnou polohu krajních pohyblivých lopatek vůči k nim sousedních nepohyblivých lopatek, jakožto i polohu vůči proříznuté drážce v lopatkových nosičích. Ustavení lopatek do správné polohy je nutné provést pouze jednou (za předpokladu, že nedojde k nežádoucím posuvům neopatrnou manipulací), ale zato jde o poměrně obtížný úkol (zejména ustavení vůči kanálu).

4.3 Nevhodný rozsah tlakového čidla dynamického tlaku

V současném zařízení bylo použito tlakové čidlo pro měření dynamického tlaku s rozsahem do 50 kPa, při doposud provozovaných Machových číslech, jež dosahovaly hodnot nanejvýše kolem 0,4, je tento rozsah zbytečně veliký a zbytečně tak přidává na chybě měření.

Na Obr. 22 je vyobrazeno, jakým způsobem se v kanálu měří statický a celkový tlak. Statický tlak je odebírán sondou (1) a je veden do diferenčního tlakoměru, jenž je zapojen vůči atmosféře – je tedy měřen podtlak vůči atmosféře. Celkový tlak je odebírán sondou (2) a je veden na kladný vstup do diferenčního tlakoměru, jenž má na záporném vstupu přiveden tlak ze sondy (1) – je tedy měřen dynamický tlak.



Obr. 22: Odběr statického a celkového tlaku

Pro odvození závislosti dynamického tlaku na Machově čísle lze použít vztah pro změnu teploty při adiabatickém zabrzdění proudu stlačitelné tekutiny (99) uvedeného ve zdroji [5] na str.176 a vztahu teploty a tlaku při adiabatickém ději, jenž má obecně tvar (100). Po dosazení z (100) do (99) vznikne rovnice (101), již je možné upravit na rovnici (102) a nakonec na rovnici (103).

$$\frac{T_c}{T} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma^2\right) \quad (99)$$

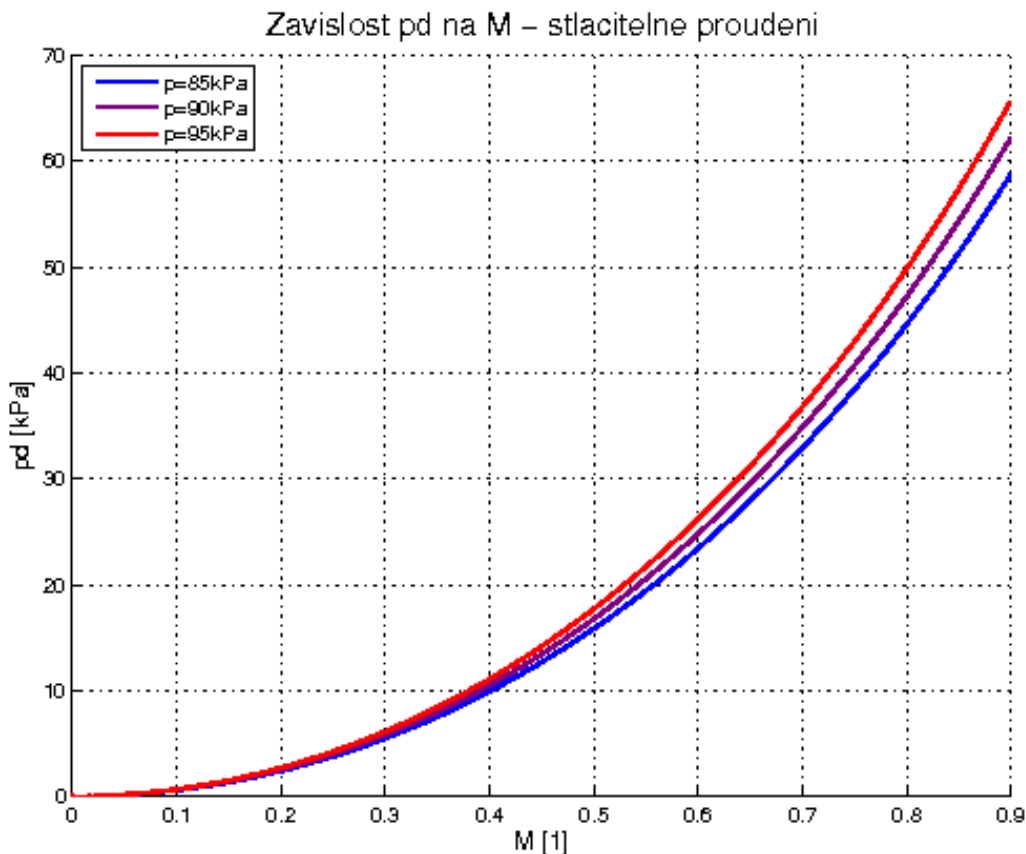
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad (100)$$

$$\left(\frac{p_c}{p}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma^2\right) \quad (101)$$

$$\frac{p_c}{p} = \frac{p_d + p}{p} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (102)$$

$$p_d = \left(\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot Ma^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} - 1 \right) \cdot p \quad (103)$$

Rovnice (103) udává vztah dynamického tlaku na Machově čísle a statickém tlaku. Na jejím základě je sestaven graf na Obr 23. Vyobrazen je průběh dynamického tlaku na Machově čísle při třech různých hodnotách statického tlaku (jde o statické tlaky, jež by se zhruba mohly v daném místě skutečně vyskytovat).



Obr. 23: Závislost dynamického tlaku na Machově čísle

Při hodnotách Machových čísel kolem 0,4 se hodnota dynamického tlaku pohybuje kolem 10kPa. Budeme-li uvažovat, že by bylo vhodné, aby tlakoměry měřily v rozmezí 50% až 100% svého rozsahu, by pro daná Machova čísla bylo vhodné, aby rozsah tlakoměru byl nanejvýše do cca 20kPa (lépe cca 15kPa), nikoliv stávajících 50kPa. Jelikož se ale požaduje provoz při vyšších Machových číslech – až kolem 0,6, bude se dynamický tlak pohybovat kolem cca 25kPa. Stávající tlakoměr by tak byl na hranici vhodnosti, ale bylo by vhodnější, aby tlakoměr měl rozsah cca 30kPa – tím by byl při Machových číslech 0,6 velmi příznivý z hlediska chyby měření. Takovýto rozsah by pak byl vhodný pro Machova čísla v rozmezí cca 0,5 až 0,6, což by měl být rozsah většiny měření (jak již bylo nastíněno v kapitole 2.3, je nejdůležitější měřit při co nejvyšších Machových číslech).

4.4 Rozladěné vibrouzly

Ve zdrojích [9] a [12], se uvádí, že by měly všechny vibrouzly mít shodné vlastní frekvence a tato vlastní frekvence by měla odpovídat budící frekvenci. Důvodem je, že při sladění vlastních frekvencí (nejen mezi lopatkami, ale i torzních a surných vůči sobě) je experiment nejcitlivější a snižuje se chyba měření. Proměření frekvenčních charakteristik odhalilo, že vibrouzly nemají stejné vlastní frekvence a zároveň se objevilo několik anomálií. Anomáliemi byla zejména zdvojená lokální maxima na některých charakteristikách. Měření bylo provedeno tak, že se na vibrouzlech vyvinulo konstantní napětí a sledovala se amplituda vzniklé výchylky při různých frekvencích.

Naměřené frekvenční charakteristiky jsou shrnuty v Tab. 5, 6, 7 a 8 a pro srovnání znázorněny na Obr. 24 pro surné buzení a Obr. 25 pro torzní buzení.

Tab. 5: Frekvenční charakteristiky pro vibrouzel č.1

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
85	0,282	0,408	77,5	0,109	0,252
85,2	0,322	0,465	80	0,120	0,277
85,4	0,374	0,540	82,5	0,132	0,305
85,6	0,450	0,650	85	0,155	0,358
85,8	0,580	0,838	87,5	0,176	0,406
86	0,670	0,968	90	0,208	0,480
86,1	0,692	1	92,5	0,255	0,589
86,2	0,687	0,993	95	0,319	0,737
86,4	0,643	0,929	97,5	0,378	0,873
86,6	0,576	0,832	98	0,396	0,915
86,8	0,517	0,747	98,5	0,411	0,949
87	0,459	0,663	99	0,422	0,975
87,2	0,410	0,592	99,5	0,430	0,993
87,4	0,360	0,520	100	0,433	1
87,6	0,320	0,462	100,5	0,431	0,995
87,8	0,285	0,412	101	0,424	0,979
88	0,256	0,370	101,5	0,414	0,956
			102	0,401	0,926
			102,5	0,387	0,894
			105	0,301	0,695
			107,5	0,232	0,536
			110	0,183	0,423
			112,5	0,149	0,344
			115	0,125	0,289

Tab. 6: Frekvenční charakteristiky pro vibrouzel č.2

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
84	0,205	0,420	82,5	0,114	0,314
84,2	0,226	0,463	85	0,131	0,361
84,4	0,255	0,523	87,5	0,154	0,424

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
84,6	0,286	0,586	90	0,187	0,515
84,8	0,331	0,678	92,5	0,230	0,633
85	0,378	0,775	95	0,276	0,760
85,2	0,429	0,879	97,5	0,318	0,876
85,4	0,471	0,965	98	0,322	0,887
85,5	0,485	0,994	98,5	0,324	0,893
85,6	0,488	1	99	0,332	0,915
85,7	0,485	0,994	99,5	0,343	0,945
85,8	0,475	0,973	100	0,352	0,970
86	0,438	0,898	100,5	0,357	0,983
86,2	0,393	0,805	101	0,362	0,997
86,4	0,349	0,715	101,5	0,363	1
86,6	0,309	0,633	102	0,361	0,994
86,8	0,274	0,561	102,5	0,355	0,978
87	0,244	0,500	103	0,344	0,948
			103,5	0,327	0,901
			104	0,303	0,835
			104,5	0,271	0,747
			105	0,245	0,675
			107,5	0,178	0,490
			110	0,140	0,386

Tab. 7: Frekvenční charakteristiky pro vibrouzel č.3

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
87,4	0,26	0,310	82,5	0,082	0,130
87,6	0,297	0,354	85	0,09	0,143
87,8	0,348	0,415	87,5	0,100	0,159
88	0,351	0,419	90	0,114	0,181
88,2	0,364	0,434	92,5	0,132	0,210
88,3	0,410	0,490	95	0,152	0,241
88,4	0,570	0,680	97,5	0,189	0,3
88,5	0,835	0,996	100	0,251	0,398

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
88,6	0,838	1	102,5	0,366	0,581
88,7	0,802	0,957	105	0,577	0,916
88,8	0,738	0,881	105,5	0,613	0,973
88,9	0,673	0,803	106	0,630	1
89	0,598	0,714	106,5	0,622	0,987
89,2	0,483	0,576	107	0,594	0,943
89,4	0,420	0,501	107,5	0,555	0,881
89,6	0,436	0,520	110	0,354	0,562
89,8	0,587	0,700	112,5	0,241	0,383
90	0,640	0,764	115	0,177	0,281
90,2	0,610	0,728			
90,4	0,535	0,638			
90,6	0,465	0,554			
90,8	0,417	0,498			
91	0,371	0,443			

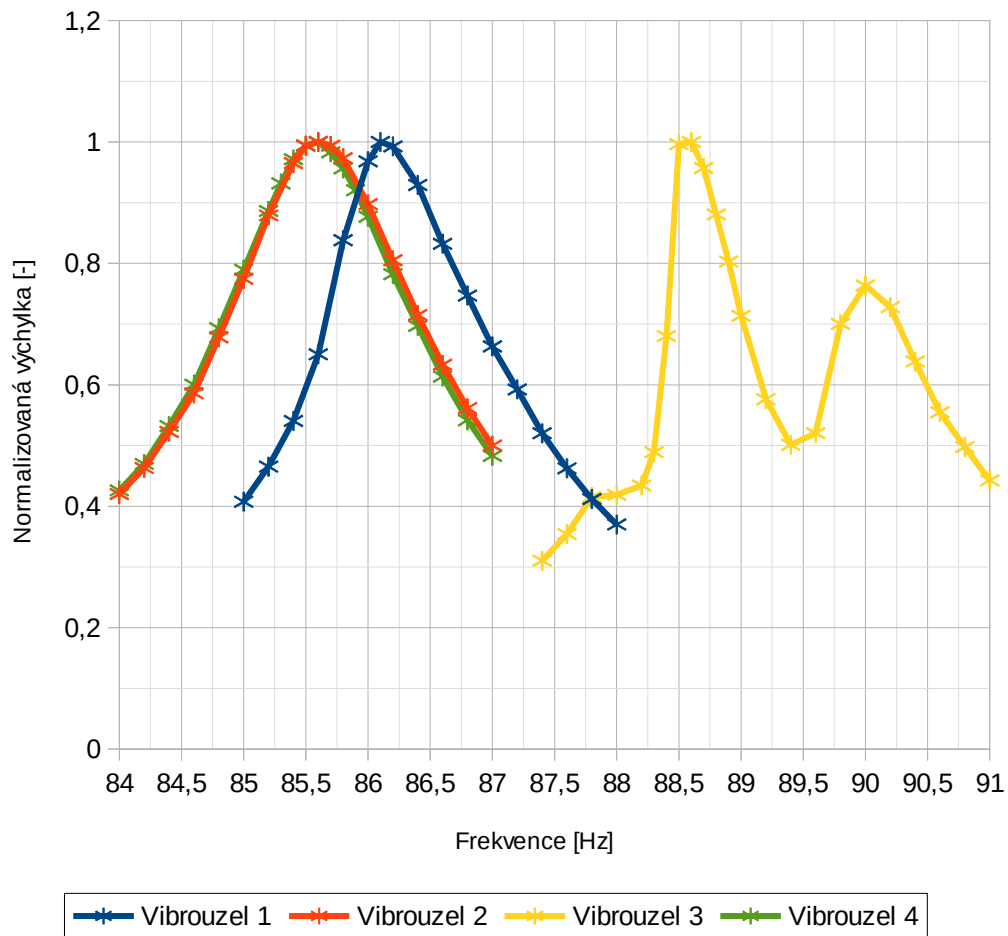
Tab. 8: Frekvenční charakteristiky pro vibrouzel č.4

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
84	0,225	0,426	82,5	0,132	0,246
84,2	0,248	0,467	85	0,148	0,276
84,4	0,281	0,532	87,5	0,17	0,317
84,6	0,317	0,600	90	0,199	0,371
84,8	0,366	0,693	92,5	0,242	0,451
85	0,417	0,790	95	0,303	0,564
85,2	0,468	0,886	97,5	0,392	0,730
85,3	0,492	0,932	98	0,412	0,767
85,4	0,513	0,972	98,5	0,434	0,808
85,5	0,252	0,994	99	0,459	0,855
85,6	0,528	1	99,5	0,485	0,903
85,7	0,519	0,983	100	0,495	0,922
85,8	0,505	0,956	100,5	0,489	0,911
85,9	0,486	0,920	101	0,486	0,905

Frekvence [Hz]	Výchylka [mm]	Normalizovaná výchylka [-]	Frekvence [Hz]	Úhlová výchylka [°]	Normalizovaná úhlová výchylka [-]
86	0,463	0,877	101,5	0,503	0,937
86,2	0,413	0,782	102	0,529	0,985
86,4	0,368	0,697	102,5	0,537	1
86,6	0,324	0,614	103	0,531	0,989
86,8	0,286	0,542	103,5	0,518	0,965
87	0,255	0,483	104	0,498	0,927
			104,5	0,474	0,883
			105	0,447	0,832
			107,5	0,334	0,622
			110	0,250	0,466

K nejpodivnějšímu úkazu došlo u vibrouzlu číslo 3 při suvném buzení. Při suvném buzení má vibrouzel č.3 dvě vlastní frekvence (na Obr. 24, žlutá křivka). Rovněž byl přítomen efekt, jenž není z grafu patrný - při buzení zejména v oblastech frekvencí blízko frekvencí obou vrcholů trvalo velice dlouho, než se amplituda výchylky ustálila (mnohonásobně déle než u ostatních vibrouzlů – cca 10x až 20x). Mohlo by se zdát, že nižší z vrcholů (při 90 Hz) je parazitní, avšak jak je diskutováno v kapitole 4.5, je naopak parazitní vyšší z vrcholů (při 88,6 Hz).

Suvný pohyb

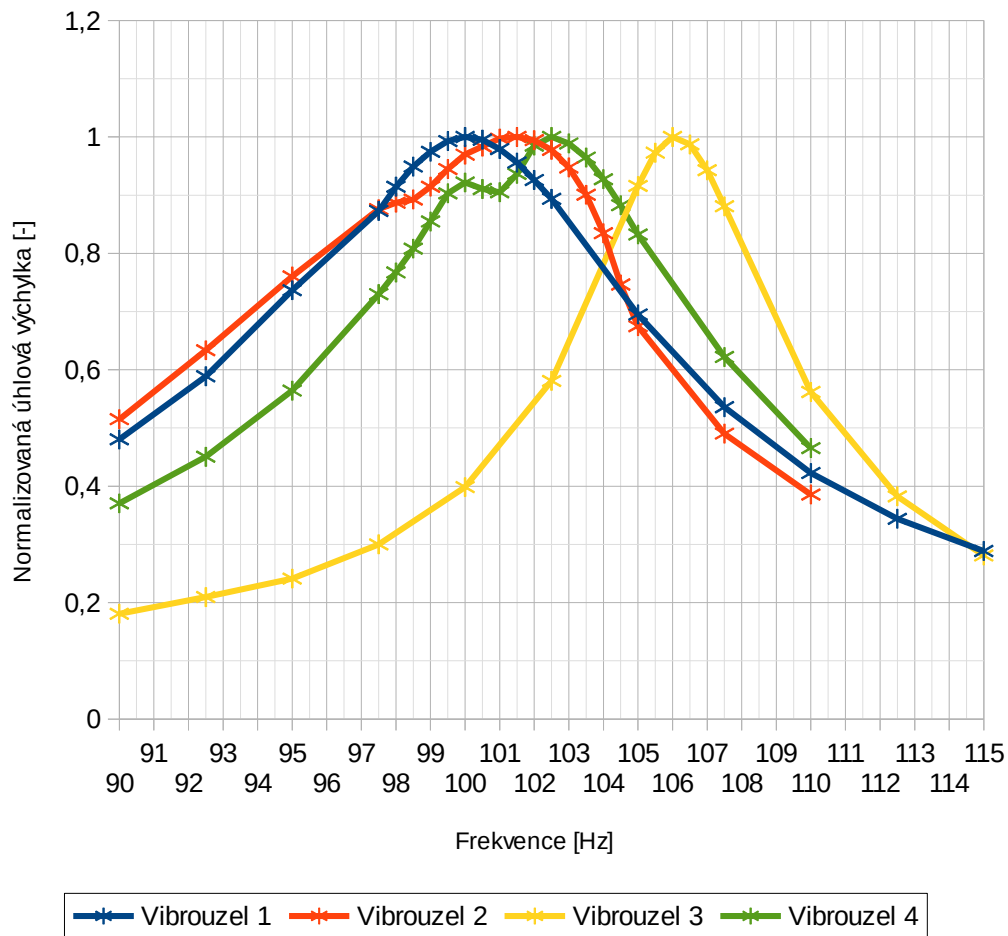


Obr. 24: Frekvenční charakteristiky suvných kmitů vibrouzlů

Anomálie se objevily v menší míře i při torzním buzení čtvrtého vibrouzlu (zelená křivka na Obr. 25) a určitý náznak téhož problému je patrný i při torzním buzení druhého vibrouzlu (červená křivka na Obr. 25).

Vibrouzly tak bude nutné naladit na stejné vlastní frekvence, což lze jednodušeji provést s pomocí přídavných hmotností (diskutováno v kapitole 6.6), případně úpravou, nebo rovnou nahrazením paralelogramů (pravděpodobně nepotřebné pro vibrouzly 1,2 a 4, ale potenciálně vhodné pro vibrouzel 3). Jelikož výsledky nebudou přenositelné na skutečné lopatky, ale bude k modelu vytvářen numerický model (vysvětleno v kapitole 2.2), není nutné vibrouzly ladit na žádnou konkrétní frekvenci, ale bude stačit naladění na stejnou vlastní frekvenci.

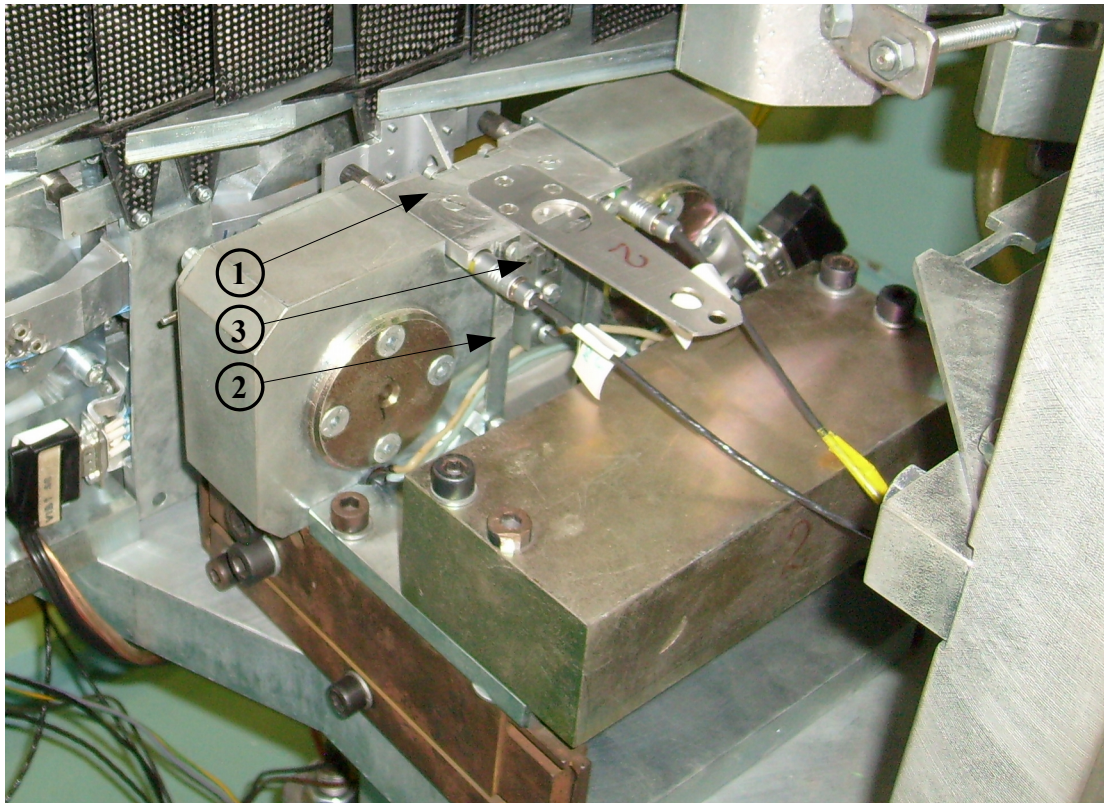
Torzni pohyb



Obr. 25: Frekvenční charakteristiky torzních kmitů vibrouzlů

4.5 Anomálie frekvenčních charakteristik

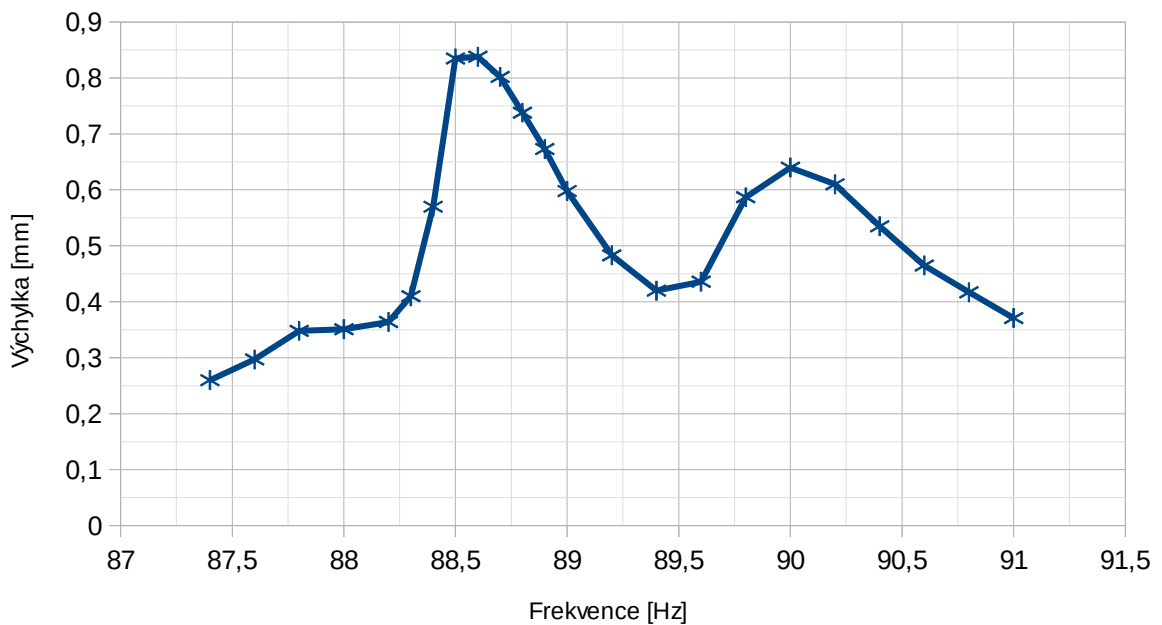
Jak již bylo nastíněno v kapitole 4.4, objevily se ve frekvenčních charakteristikách určité anomálie. Předpokládalo se, že by tento problém mohl vzniknout v důsledku vibrační člena, v němž byly upevněné úchylkoměry. Ten byl totiž pružně uložený a nebyl zajištěn proti pohybu. Uložení úchylkoměrů je zobrazeno na Obr. 26. Úchylkoměry jsou uloženy v nosiči (1), jenž je proti pohybu zajištěn pouze pomocí tenkých pružných listů (2). Tento nosič má připravenou možnost zajištění pomocí zástrčného členu v místě (3), avšak ten ve všech vibrouzlech chyběl. Úchylkoměry tak neměly zajištěnou polohu vůči vibrátorům a signál výchylek by tak mohl být zkreslený. Pouhý dotek prstem stačil na nepatrné, avšak viditelné posunutí tohoto nosiče a tím i úchylkoměrů. Situace je podobná, jako se snažit určit absolutní rychlost vozidla policejním radarem z jiného jedoucího vozidla, jež není vybaveno tachometrem (tedy není známa rychlost jeho pohybu).



Obr. 26: Pružné uložení úchylkoměrů

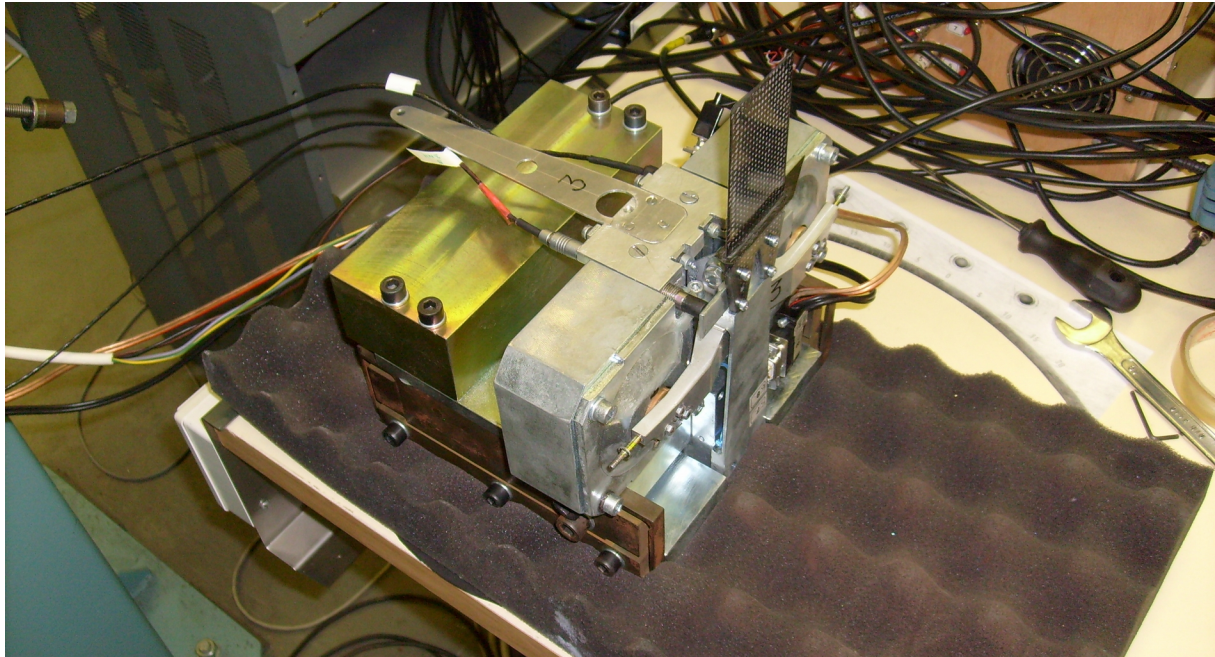
Na Obr. 27 je pro přehlednost samostatně vyobrazena frekvenční charakteristika třetího vibrouzlu při svvném kmitání. Tento vibrouzel má dvě vlastní frekvence, první při 88,6 Hz a druhý při 90 Hz.

Vibrouzel 3 - svvný pohyb



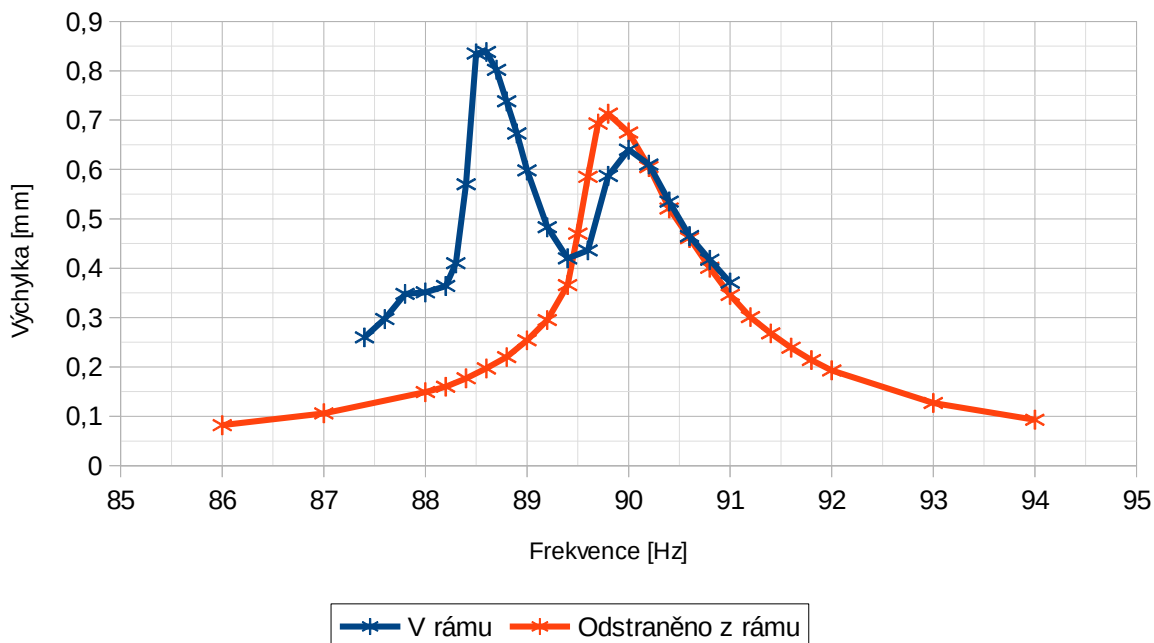
Obr. 27: Frekvenční charakteristika třetího vibrouzlu

Při buzení některého z vibrouzlů dochází k rozkmitání celého rámu včetně všech buzených i nebuzených vibrouzlů. Jak již bylo řečeno, úchylkoměry jsou uchyceny v nosiči, jenž má ale možnost pohybu vůči vibrouzlu, a předpokládalo se, že by zdvojené lokální maximum frekvenční charakteristiky mohlo vzniknout právě z důvodu relativního pohybu nosiče vůči vibrouzlu (jedno lokální maximum by tedy bylo při vlastní frekvenci kmitů nosiče). Byl tedy proveden pokus o odstranění tohoto nežádoucího efektu tím, že se vibrouzel č.3 vyjmul z rámu a umístil se na tlumící podložku z polyuretanu – viz Obr. 28 (aby vibrouzel nebyl kinematicky buzen vibracemi rámu). Očekávalo se, že dojde ke viditelnému snížení jednoho z maxim. V takto utlumeném vibrouzlu byla znovu proměřena frekvenční charakteristika a bylo zjištěno, že vyšší lokální maximum (při 88,6 Hz) zcela zmizelo. Srovnání frekvenčních charakteristik v rámu a na tlumící podložce je vyobrazeno na Obr. 29.



Obr. 28: Umístění vibrouzlu mimo rám na tlumící podložku

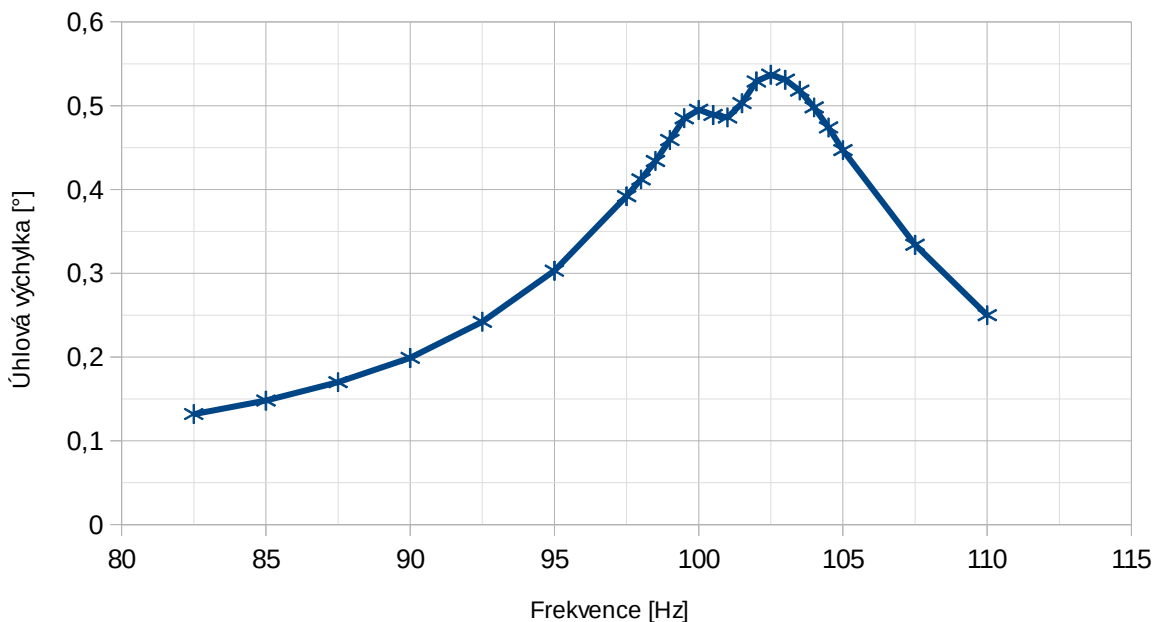
Vibrouzel 3 - suvný pohyb



Obr. 29: Porovnání frekvenčních charakteristik třetího vibrouzlu v rámu a mimo něj

Na Obr. 30 je pro přehlednost samostatně vyobrazena frekvenční charakteristika čtvrtého vibrouzlu při torzním kmitání. Tento vibrouzel má pro daný pohyb opět dvě vlastní frekvence, první při 100 Hz a druhý při 102,5 Hz.

Vibrouzel 4 - torzní pohyb

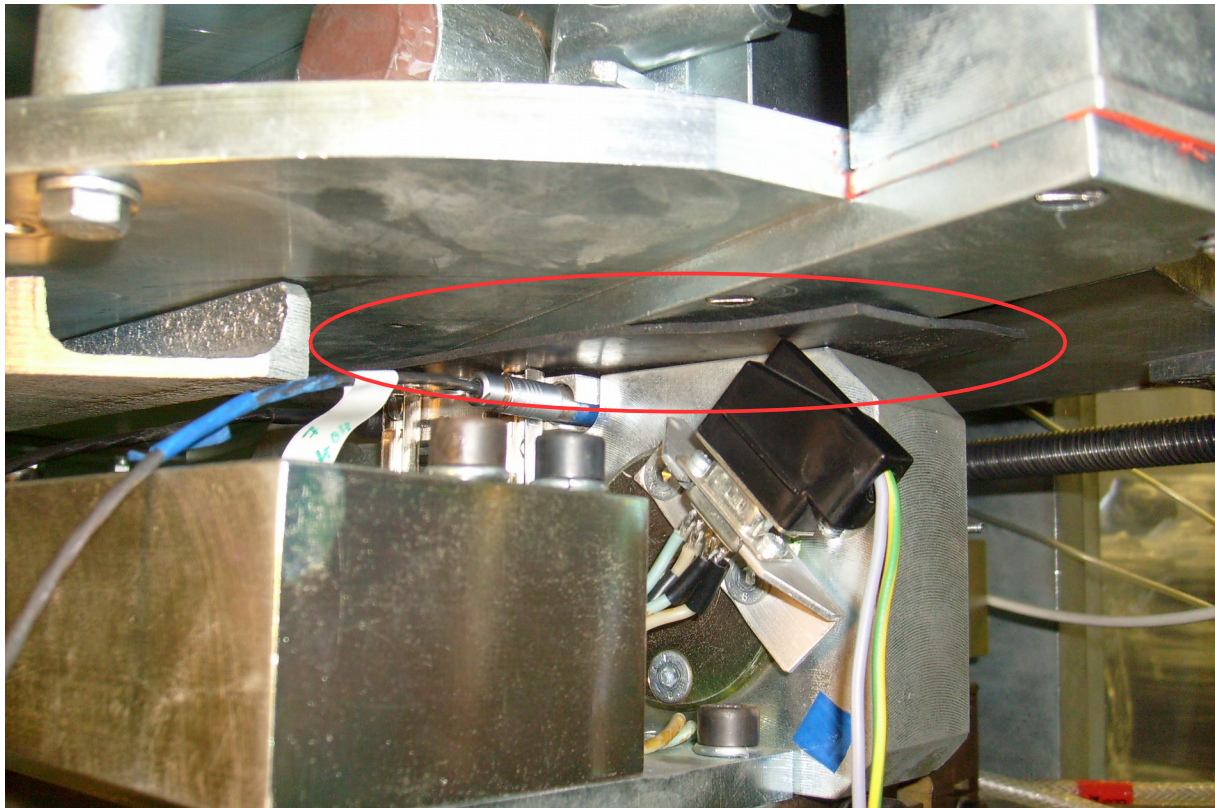


Obr. 30: Frekvenční charakteristika čtvrtého vibrouzlu

U vibrouzlu č.4 byl opět proveden pokus o odstranění zdvojeného lokálního maxima ve frekvenční charakteristice. Tentokrát byla vložena (vzpříčena) gumová podložka mezi stěnu průtočného kanálu a vibrouzel (červeně zakroužkováno na Obr. 31), přičemž snahou

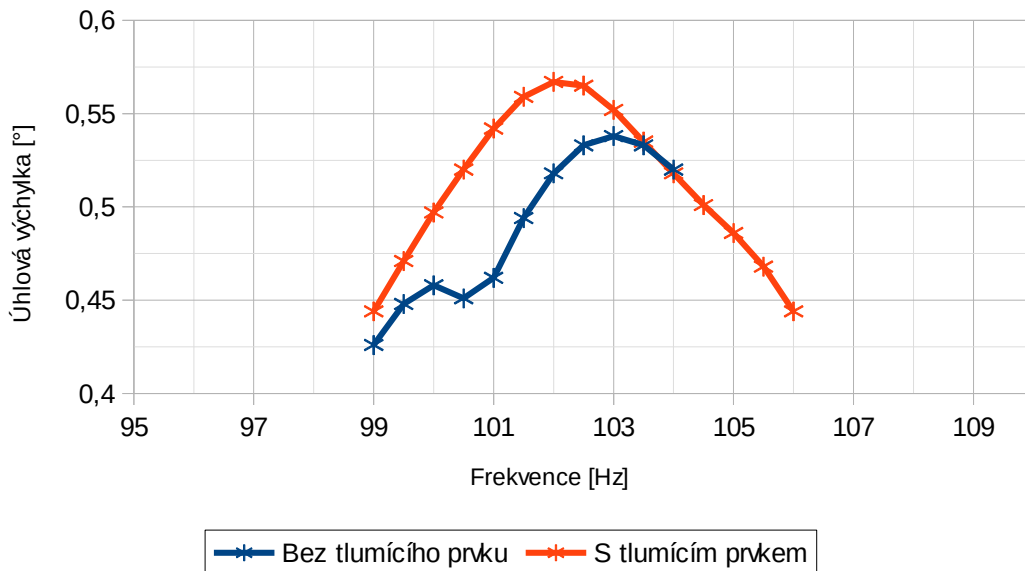
bylo zejména znehybnit nosič úchylkoměrů. V takto utlumeném vibrouzlu byla znovu proměřena frekvenční charakteristika a ve výsledné frekvenční charakteristice zbylo opět jen jedno z lokálních maxim. Srovnání frekvenčních charakteristik v rámu bez a s tlumícím prvkem je na Obr. 32.

Jak bude diskutováno v kapitole 6.5 byl proveden pokus o odstranění stupně volnosti úchylkoměrů, avšak frekvenční charakteristiky byly nerozeznatelné od těch vyobrazených na Obr. 27 a Obr. 30. Příčinou tak musí být něco jiného. Přesná příčina nebyla odhalena. Jelikož vložení tlumícího prvku (Obr. 31) mělo žádaný vliv na odstranění druhého vrcholu frekvenční charakteristiky, je to tedy i přes neznámou příčinu jedno z možných a navíc relativně snadno proveditelných řešení tohoto problému. Nepříjemností tohoto řešení však je, že při každém otevření zařízení (což je nutné provést vždy, když se přestavuje úhel náběhu) je nutné všechny gumové podložky vyjmout a následně opět vrátit. Přitom je určitá nejistota, jestli je podložka vzpříčena „správně“ - ideální by bylo alespoň hrubě přeměřit frekvenční charakteristiku.



Obr. 31: Vložení tlumícího prvku mezi stěnu kanálu a vibrouzel

Vinrouzel 4 - torzní pohyb



Obr. 32: Frekvenční charakteristika čtvrtého vibrouzlu v rámu bez a s tlumícím prvkem

4.6 Ohybové deformace lopatek

Je nevyhnutelné, že při buzení paralelogramu bude docházet i k ohybovým a torzním deformacím samotné lopatky. Tyto kmity jsou nežádoucí, neboť ovlivňují proudové pole kolem lopatek a přitom nejsou podchyceny úchylkoměry, jelikož ty měří výchylky na paralelogramu. Ve zdroji [9] autor doporučuje, aby vlastní frekvence modelu lopatky byla alespoň 4x větší než budící frekvence. Tato podmínka v současném zařízení není splněna, neboť vlastní frekvence ohybových kmitů samotné lopatky je 230 Hz, zatímco vlastní frekvence vibrouzlů (a tedy doporučená budící frekvence, jak je vysvětleno v kapitole 4.4) se pohybuje zhruba kolem 86 Hz. Poměr těchto dvou frekvencí je tedy přibližně 2,7.

Tento jev byl proměřen s pomocí vibrometru s označením PDV 100. Vibrometr sice měří rychlosti, ale pro účely tohoto měření byly podstatné poměry výchylek na patě a špičce lopatky. Za předpokladu stejné frekvence kmitů je poměr výchylek roven poměru rychlostí. Důvodem je, že při harmonickém kmitání platí vztahy (104) a (105), přičemž amplituda rychlosti je dána vztahem (106). Z toho tedy vyplývá, že při dvou harmonických vibracích se poměr amplitud rychlostí rovná poměru amplitud výchylek (107).

$$y = |y| \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (104)$$

$$\dot{y} = \omega \cdot |y| \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (105)$$

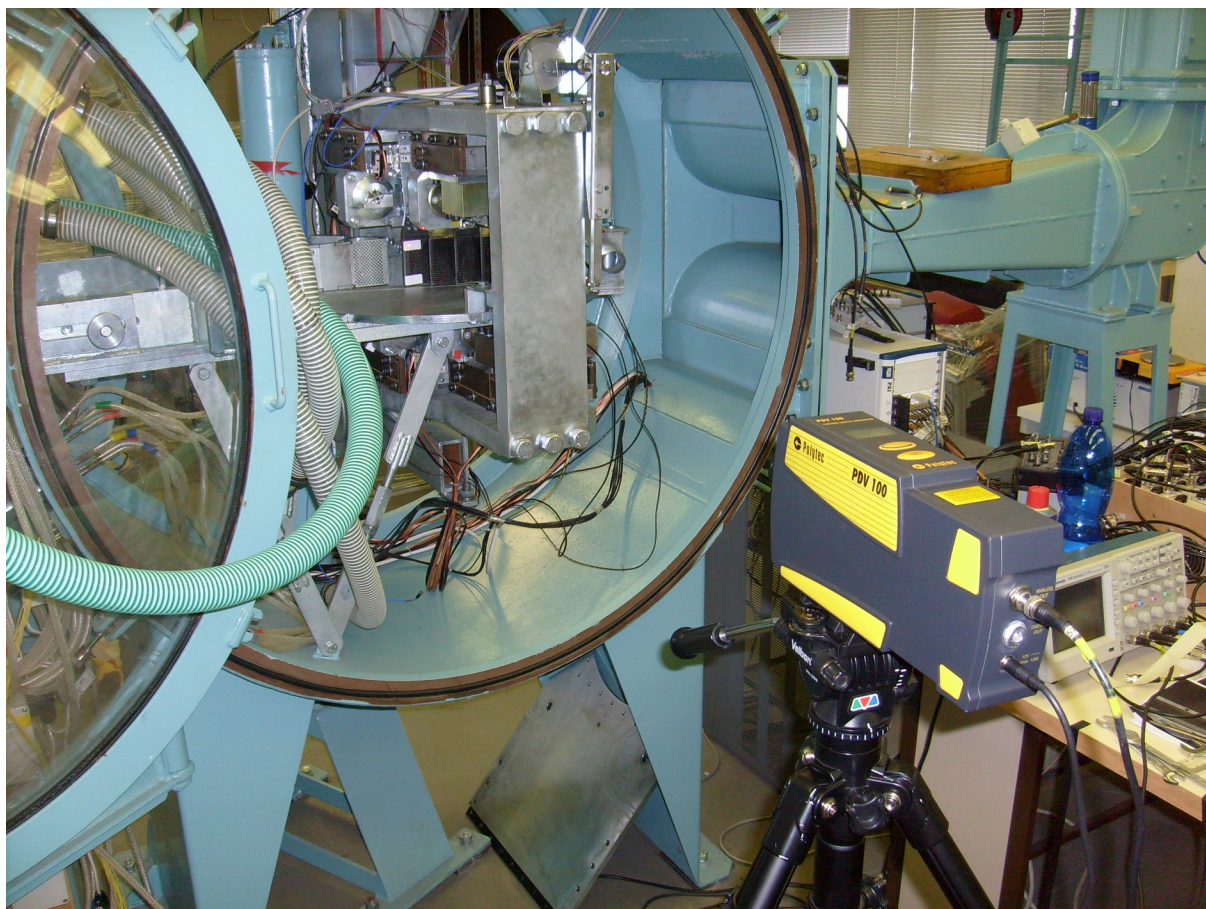
$$|\dot{y}| = \omega \cdot |y| \quad (106)$$

$$\frac{|\dot{y}_1|}{|\dot{y}_2|} = \frac{\omega \cdot |y_1|}{\omega \cdot |y_2|} \quad (107)$$

Frekvence byly kontrolovány na vibrometru a byly shodné. Poměr rychlostí na různých pozicích lopatky tak byl rovný poměru výchylek.

Na Obr. 33 je zobrazeno, jakým způsobem bylo koncipováno měření. Kanál měřicího prostoru byl otevřen a byla odebrána jedna z bočních stěn, jakožto i horní desky tvořící strop

kanálu. Přibližně 1,5m od lopatek byl z boku umístěn zmíněný vibrometr. Aby bylo možné snáze zaostřit laserový paprsek, byly na lopatku umístěny papírové nálepky.



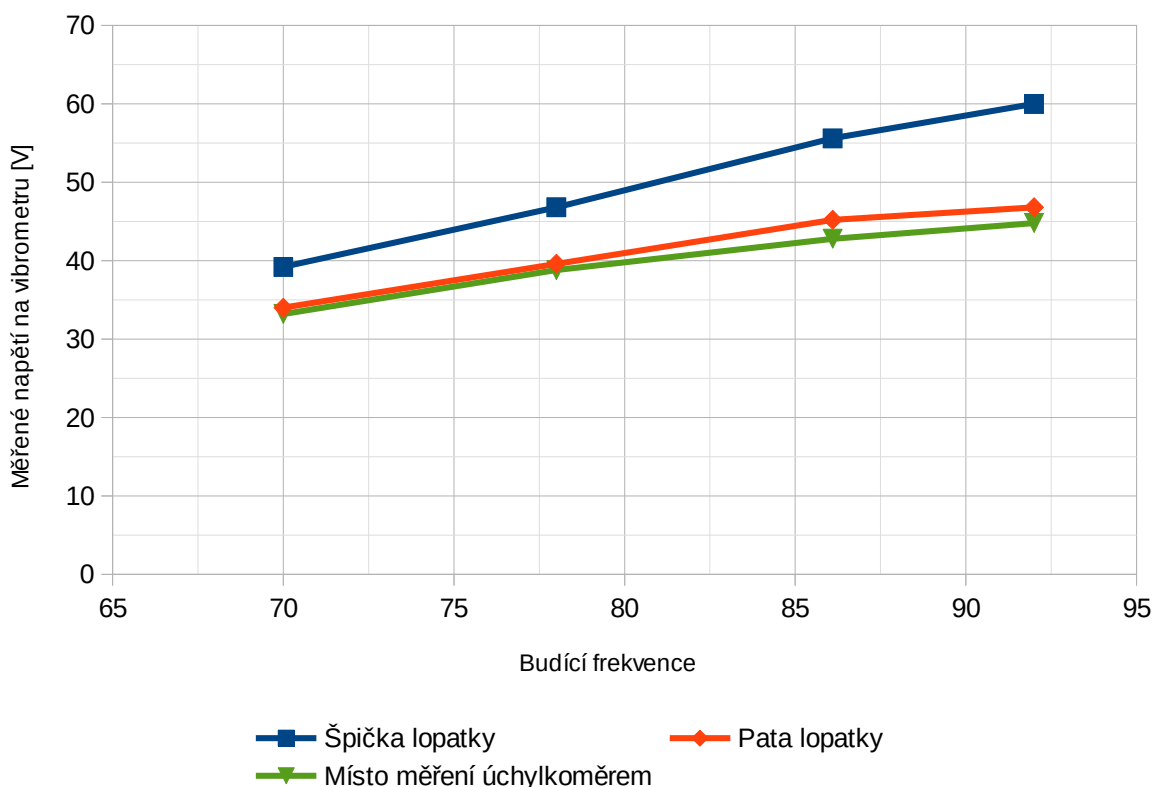
Obr. 33: Způsob měření amplitud výchylek lopatky po její délce

Měřené hodnoty pro suvné buzení jsou uvedené v Tab. 9 a graficky znázorněné na Obr. 34. Byla sledována amplituda výchylek v místě měření výchylek úchylkoměry a dále poblíž paty lopatky (cca v 1/8 délky) a poblíž špičky lopatky (cca v 7/8 délky). Nejdůležitějším srovnáním je poměr výchylek poblíž špičky lopatky vůči výchylkám v místě měření. Poměr těchto výchylek byl naměřen mnohem větší, než doporučených 1,065x.

Tab. 9: Shrnutí měření poměru výchylek na patě a špičce první lopatky

70 Hz	Výchylka 0,499 mm		86,1 Hz	Výchylka 0,503 mm	
špička	39,2 V	1,181x	špička	55,6 V	1,299x
pata	34 V	1,024x	pata	45,2 V	1,056x
úchylkoměr	33,2 V	1x	úchylkoměr	42,8 V	1x
78Hz	Výchylka 0,504 mm		92Hz	Výchylka 0,501 mm	
špička	46,8V	1,206x	špička	60 V	1,339x
pata	39,6V	1,021x	pata	46,8 V	1,045x
úchylkoměr	38,8V	1x	úchylkoměr	44,8 V	1x

Závislost měřeného napětí na vibrometru vůči frekvenci - surné kmity



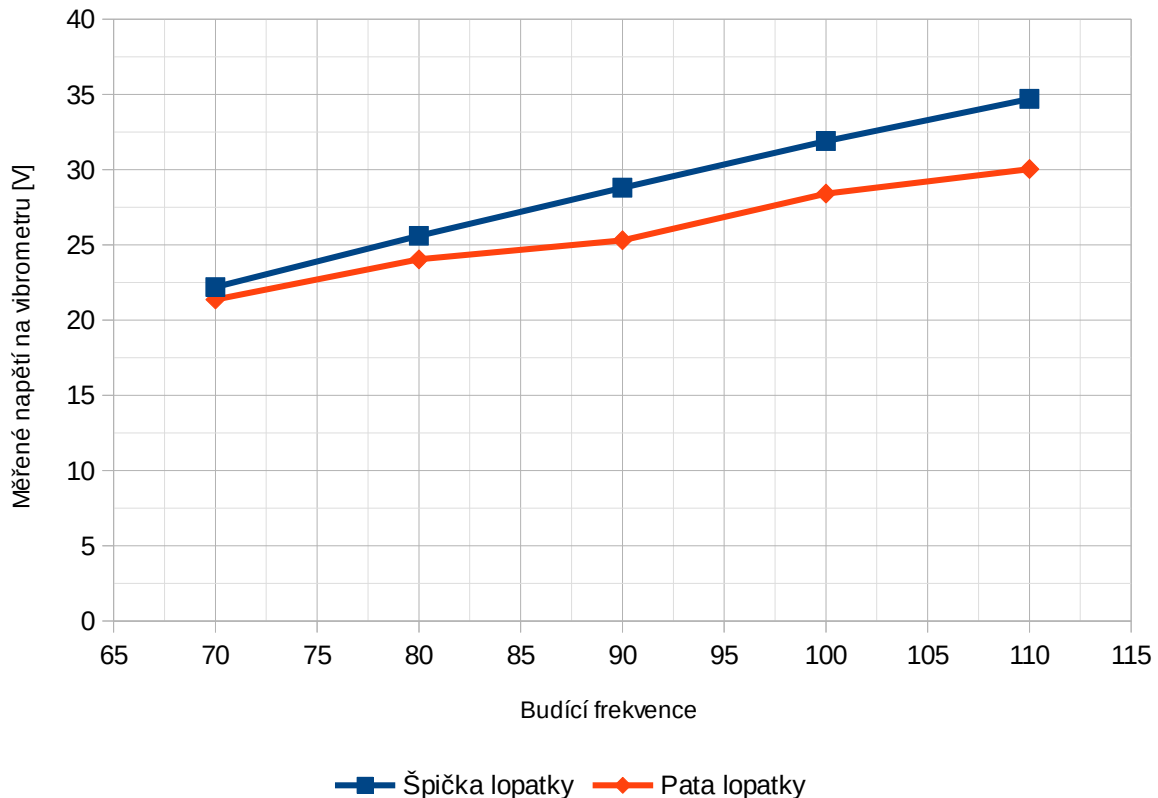
Obr. 34: Měřené amplitudy napětí na vibrometru při ohybovém buzení

Poměry amplitud byly pro úplnost měřeny i při torzním buzení. V tomto případě však nebylo možno měřit výchylky i v místě měření výchylky úchylkoměrem. Důvodem je, že toto místo se nachází na jiném poloměru vůči ose rotace než místa, v nichž byly odečítány výchylky, a nebylo by možné dostatečně přesně namířit laser zpět na stejný poloměr při přechodu na další frekvence (mezi měřenými místy se zaměřoval laser se zaaretovaným horizontálním otáčením – tedy se zaměřovalo čistě vertikálně). Výsledky jsou shrnuty v Tab.10, přičemž tedy byly porovnávány pouze výchylky na patě a na špičce. Závislost je pak graficky znázorněna na Obr. 35.

Tab. 10: Shrnutí měření poměru úhlových výchylek na patě a špičce první lopatky

70 Hz	Úhlová výchylka 0,753°		100 Hz	Úhlová výchylka 0,751°	
špička	22,2 V	1,039x	špička	31,9 V	1,123x
pata	21,4 V	1x	pata	28,4 V	1x
80 Hz	Úhlová výchylka 0,751°		110 Hz	Úhlová výchylka 0,751°	
špička	25,6 V	1,065x	špička	34,7 V	1,155x
pata	24,0 V	1x	pata	30 V	1x
90 Hz	Úhlová výchylka 0,753°				
špička	28,8 V	1,138x			
pata	25,3 V	1x			

Závislost měřeného napětí na vibrometru vůči frekvenci - torzní kmity



Obr. 35: Měřené amplitudy napětí na vibrometru při torzním buzení

Je patrné, že vliv zejména ohybových kmitů je nezanedbatelný. Snížení těchto kmitů by bylo možné provést zvýšením vlastní frekvence lopatek, snížením budící frekvence, nebo změnou uložení lopatky. Další možností by byla matematická korekce naměřených výchylek, případně sil.

Vlastní frekvenci lopatek je obecně možné zvýšit volbou tlustšího profilu lopatky, kratší délkou lopatky nebo jinou volbou materiálu. Pro použití tlustšího profilu by bylo rovněž nutné zvětšit i délku tělivity lopatky a rozteč lopatek, aby tím byla zachována geometrická podobnost. To by bylo zejména problematické z hlediska dosažitelnosti dostatečných hodnot Machových čísel. Zkrácení lopatek by bylo doprovázeno rozsáhlými úpravami měřicí oblasti z důvodu nutnosti zmenšit výšku měřicí oblasti. Navíc by se zvýšil vliv mezních vrstev na „stropě“ a „dně“ kanálu, jež zkreslují měření. Co se týče materiálu, není příliš prostor ke zlepšení – uhlíkový kompozit byl zvolen právě z důvodu dosažení co nejvyšších vlastních frekvencí lopatek.

Jelikož experiment má sloužit k obecnému ověření numerických výpočtů (diskutováno v kapitole 2.2), je možné měnit budící frekvenci. Toto řešení je poměrně jednoduché, neboť by bylo třeba vyměnit pouze paralelogram za jiný s příslušnou vlastní frekvencí (budící a vlastní frekvence by měly být stejné, jak je uvedeno v kapitole 4.4).

Z hlediska potlačení ohybových deformací je velice významná změna uložení z jednostranného vetknutí na oboustranné. Poté by ale bylo třeba mít čtyři vibrátory (dva vibrouzly) pro každou lopatku. Zásadním problémem ale je, že pro měření vlivu ob- jednu lopatku jsou třeba minimálně tři lopatky, to znamená šest vibrouzlů. Vibrouzly se ale

v takovémto množství, respektive „hustotě“ do zařízení nevejdou (vibrouzly jsou příliš velké a požadované rozteče příliš malé – patrné z Obr. 6 a 7). Toto řešení by si pravděpodobně žádalo návrh nových vibrouzlů/vibrátorů a nový rám.

Poslední možností je matematická korekce. Korekce by byla založena na matematických modelech, popisujících ohybové deformace lopatek. Tato problematika je blíže rozvedena například ve zdroji [11].

Podrobnější rozvedení řešení problému deformací lopatky přesahuje rámec této diplomové práce a žádalo by si důkladnější samostatnou studii.

5 Úprava potrubní trasy

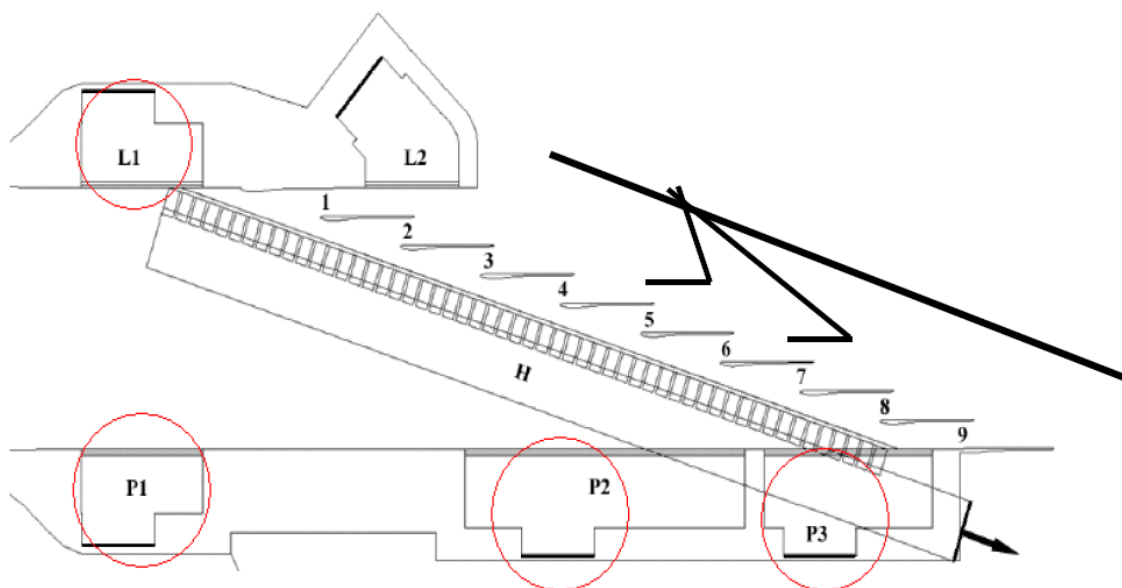
Jak již bylo řečeno v kapitole 4.1, v experimentálním zařízení není možno dosáhnout dostatečně vysokých Machových čísel. V podstatě jsou tři možnosti, jak dosáhnout potřebného navýšení Machova čísla. Prvním způsobem je nahradit stávající kompresor jiným s vyšším objemovým průtokem, nebo případně zařadit druhý paralelní kompresor. Druhým způsobem je úprava samotné potrubní tratě, aby došlo ke snížení tlakových ztrát. Tím bude tlak před kompresorem vyšší, tedy bude vyšší hustota a ve výsledku se dosáhne vyššího hmotnostního průtoku. Poslední možností je zmenšení průtočného průřezu. Zmenšení průtočného průřezu je snadno proveditelné odebráním nepohyblivých lopatek.

5.1 Možnost zmenšení průtočného kanálu

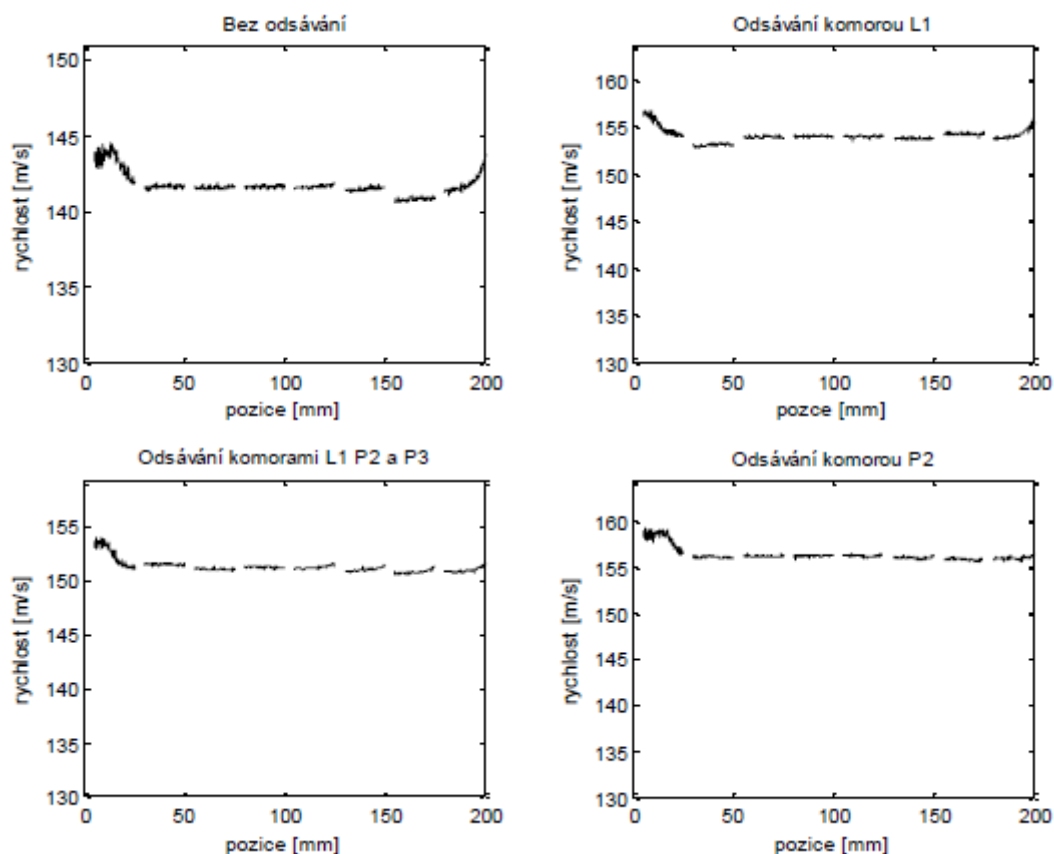
Pro správně měření je důležité, aby rozložení rychlosti před lopatkovou kaskádou bylo rovnoměrné, a to alespoň v místech před měřeními (pohyblivými) lopatkami. Pokud se podaří dodržet rovnoměrné rozložení rychlosti před lopatkami, lze redukovat počet nepohyblivých lopatek.

Rozložením rychlostí před lopatkovou kaskádou přímo na zařízení, jímž se zabývá i tato diplomová práce, bylo podrobněji vyšetřováno ve zdrojích [3] (experimentálně) a [8] (výpočetně). K vyrovnání rychlostí před lopatkovou mříží je možné si vypomoci odsávacími komorami – jejich rozmístění je vyobrazeno na Obr. 36 (z diskutovaného hlediska jsou důležité zejména komory P1, P2, P3 a L1). Pro názornost jsou na Obr.37 vyobrazeny rychlostní profily před lopatkovou kaskádou zjištěné v rámci práce [3]. V tomto případě je zřejmé, že odsávání komorou P2 velmi dobře vyrovnalo rychlostní profily před kaskádou. Při redukci počtu lopatek je pochopitelně nutné nanovo stanovit vhodný způsob odsávání. Tato problematika by si však žádala samostatnou studii.

Možnost redukce počtu lopatek lze případně použít pouze v případech velkých úhlů náběhu, kdy má kanál největší šířku. V takových případech je nejobtížnější dosáhnout požadovaných Machových čísel, přičemž lze očekávat i obecně rovnoměrnější rychlostní profily v mezilopatkových kanálech (menší vliv mezních vrstev kvůli velké šířce kanálu) a tím menší náchylnost na snížení počtu lopatek.

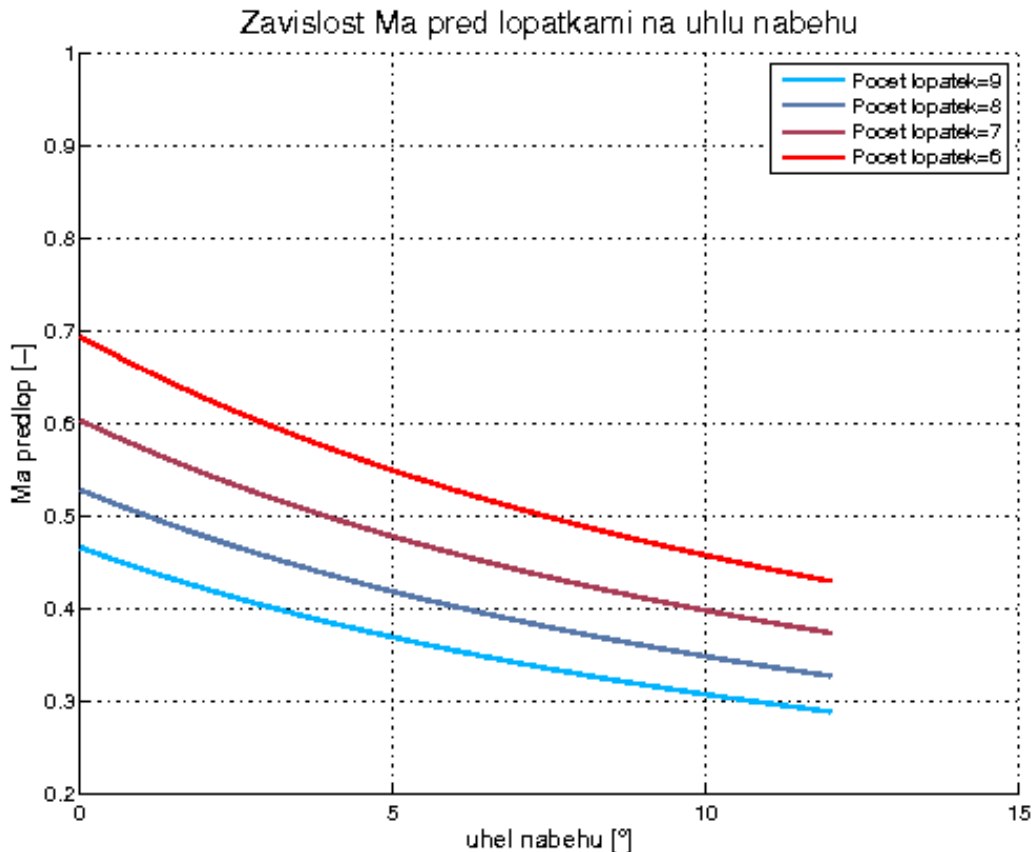


Obr. 36: Označení odsávacích komor – ze zdroje [3]



Obr. 37: Rychlostní profily před lopatkami – ze zdroje [3]

Aplikací stejného postupu, jímž byla stanovena závislost Machova čísla na úhlu náběhu v kapitole 4.1, byly vypočteny stejné závislosti pro různé počty lopatek – znázorněno na Obr. 38. Minimální smysluplný počet lopatek je šest – 3x měřené pohyblivé, 2x neměřené a jedna dotvářející průtočný kanál (prodlužující posuvnou stěnu). Je patrné, že snížení počtu lopatek není samo o sobě dostačující, avšak umožňuje značné navýšení dosažitelných Machových čísel.



Obr. 38: Dosažitelná Machova čísla při maximálním výkonu kompresoru při různém počtu lopatek v měřícím prostoru

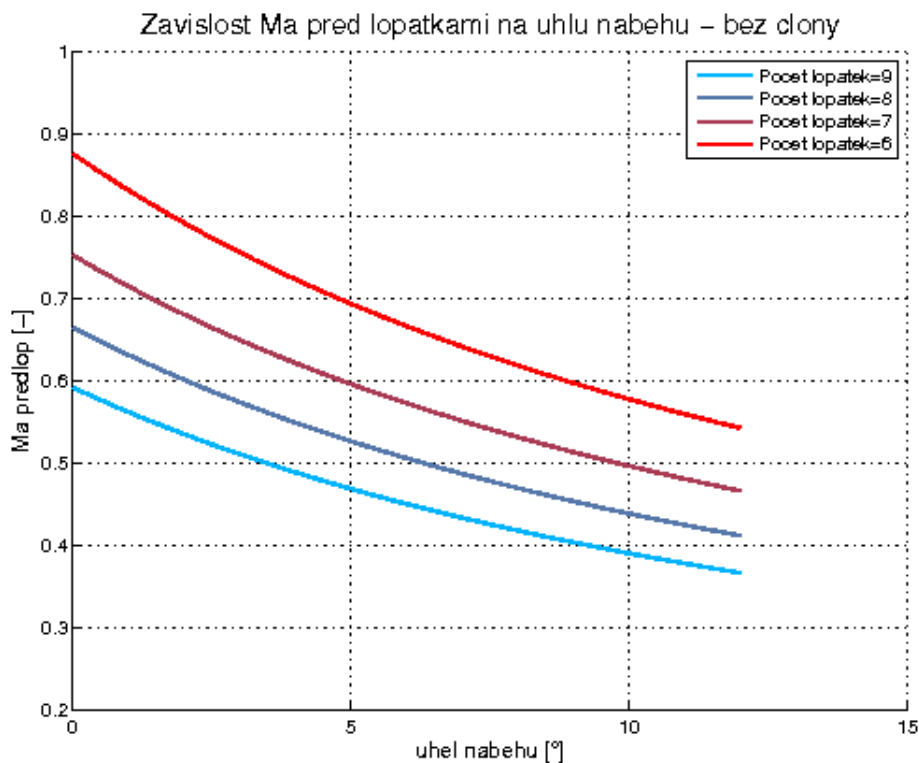
Výhodou je, že tuto úpravu lze za účelem ověření provést s nulovými investičními náklady a lze ji kdykoliv zvrátit. Stačí totiž z lopatkového pásu vyjmout požadovaný počet nepohyblivých lopatek, jež jsou v drážkách pouze vsazeny, a pak přizpůsobit šířku kanálu.

5.2 Možnost odebrání clony

Clona slouží v potrubí ke stanovení hmotnostního průtoku. Znalost hmotnostního průtoku lze použít ke přibližnému stanovení rychlosti média před lopatkami. Ta je však měřena nezávisle odběrem celkového a statického tlaku, přičemž tento údaj je rovněž mnohem přesnější. Navíc je přibližnou hodnotu hmotnostního průtoku možné stanovit mnohem jednodušeji na základě otáček kompresoru. Jelikož je použitý kompresor typu roots (tedy objemový kompresor), je možné na základě otáček stanovit průtočný objem a na základě měření tlaku a teploty pak lze stanovit hustotu a ve výsledku tak hmotnostní průtok. Na ovládacím panelu potrubní tratě je procentuální ukazatel otáček, stačí tedy maximální objemový průtok, jenž činí $2,186 \text{ m}^3/\text{s}$, pronásobit tímto procentem a tím se zjistí objemový průtok.

Jak je patrné z Tab 4 v kapitole 4.1, clona způsobuje značnou tlakovou ztrátu. Jejím odebráním je tak možné opět dosáhnout značného navýšení rychlosti vzduchu před lopatkami. Byl proveden další výpočet v programu Flowmaster, tentokrát bez clony na potrubní trase, na němž bylo opět sledováno Machovo číslo před měřicí oblastí. Na Obr. 39 je opět vyneseno hrubý graf závislosti Machova čísla na úhlu náběhu, tentokrát v případě s odebranou clonou. Při stávajících devíti lopatkách došlo k navýšení Machova čísla při úhlu náběhu 10° z přibližně 0,306 na přibližně 0,392. Odebrání clony je samo o sobě pochopitelně nedostačující, avšak v kombinaci s redukcí počtu lopatek na celkem šest lze dosáhnout

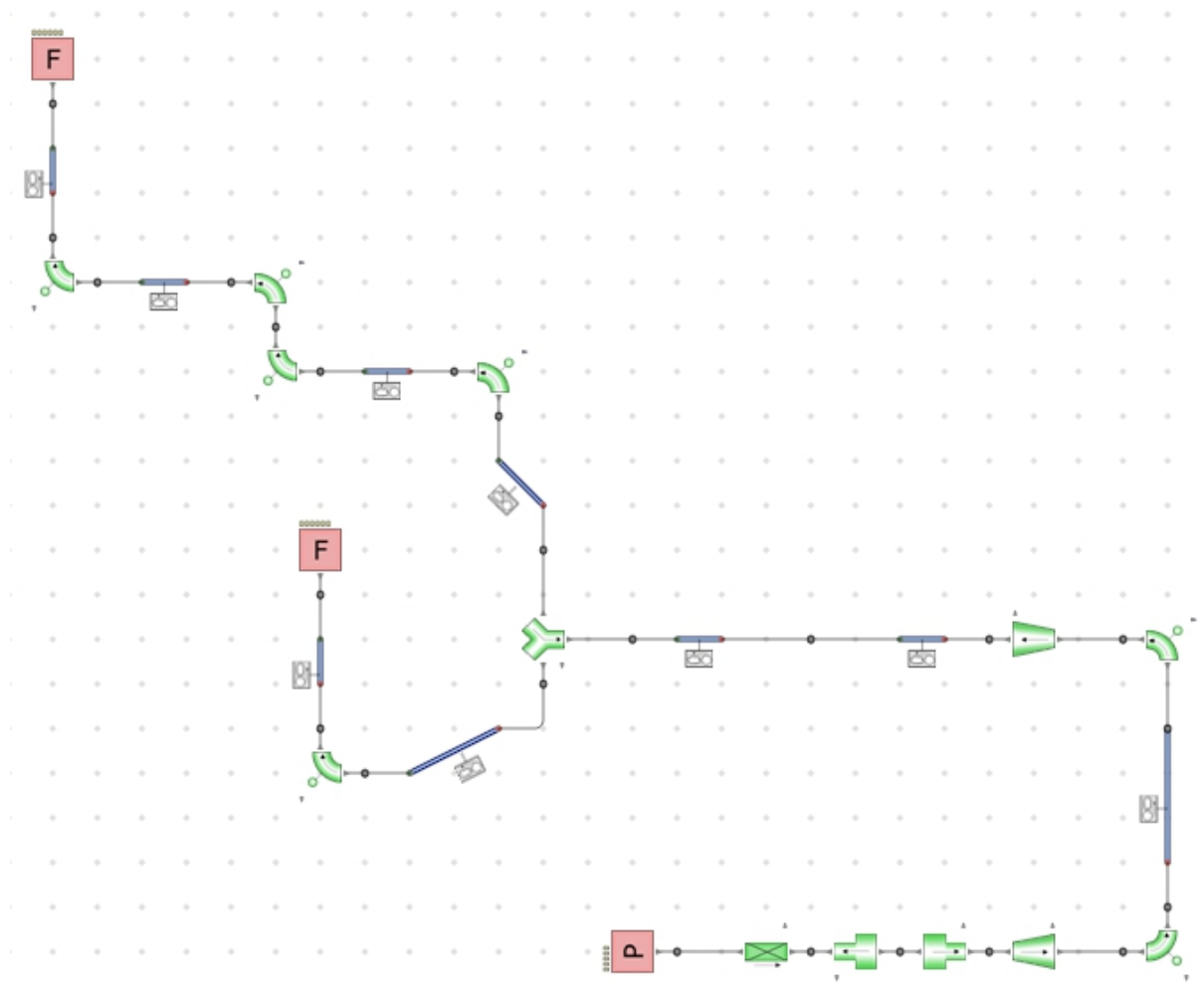
Machova čísla při úhlu náběhu až 0,577, což již stojí za zvážení, jestli se pouštět do komplikovanějších úprav popsanych v kapitole 5.3, nebo jestli se spokojit s takovýmto Machovým číslem.



Obr. 39: Dosažitelná Machova čísla při maximálním výkonu kompresoru při různém počtu lopatek v měřícím prostoru – případ s odebranou clonou

5.3 Možnost druhého paralelního kompresoru

Nejkomplikovanější způsob navýšení Machova čísla je přidáním druhého paralelního kompresoru (nebo případně nahrazením stávajícího kompresoru výkonnějším, což však nebylo uvažováno kvůli finanční a montážní náročnosti). Na Obr. 40 je vyobrazen model potrubního systému v programu Flowmaster s odbočkou k druhému kompresoru. Je již uvažováno, že je odstraněna clona, neboť jak bylo vysvětleno v předchozí kapitole 5.2, clona zavádí zbytečnou a nezanedbatelnou tlakovou ztrátu. Provedení odbočky je zamýšlené s pomocí Y-kusu (důvod je vysvětlen dále). Počet kolen na odbočce by měl souhlasit se smysluplným reálným provedením a délky rovných úseků jsou odhadnuty (ztráty rovných úseků se pohybují v rámci desetin kPa a méně, a tak jsou v podstatě zanedbatelné).



Obr. 40: Model rozvětvené potrubní trasy v programu Flowmaster

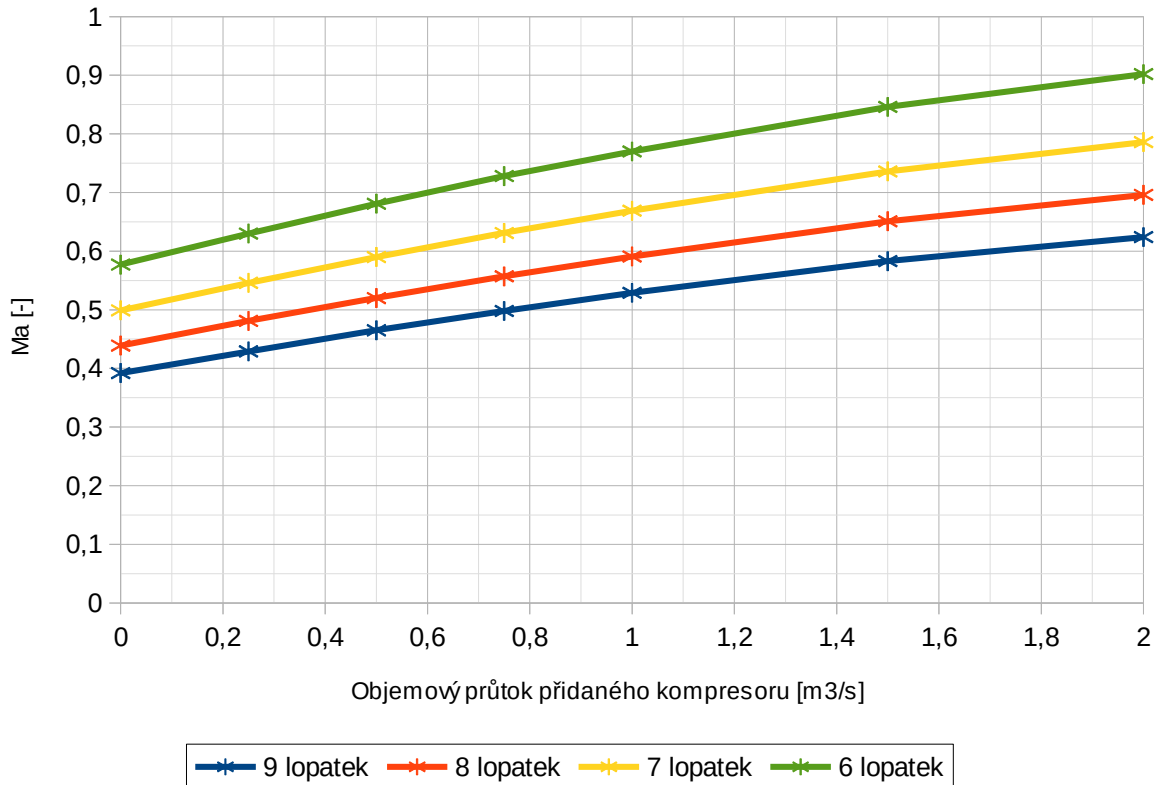
V Tab. 11 jsou uvedeny ve Flowmasteru vypočtená Machova čísla na vstupu do lopatkové kaskády pro různé výkonné kompresory. Výsledky jsou pak rovněž vyneseny v grafu na Obr. 41.

Tab. 11: Hodnoty Machových čísel před lopatkovou kaskádou po přidání druhého kompresoru

Objemový průtok přidaného kompresoru [m ³ /s]	Počet lopatek v měřící oblasti			
	9	8	7	6
	Machovo číslo na vstupu do lopatkové kaskády [-]			
0	0,392	0,439	0,499	0,577
0,25	0,429	0,481	0,546	0,630
0,5	0,465	0,520	0,590	0,681
0,75	0,498	0,557	0,631	0,728
1	0,529	0,591	0,669	0,770
1,5	0,583	0,651	0,736	0,846
2	0,624	0,696	0,786	0,902

Na základě Obr. 41 je pak možné zhruba stanovit požadovanou výkonnost druhého kompresoru. Například při použití devíti lopatek (stávající stav) je nutné přidat kompresor, jehož vydatnost je alespoň cca $1,75 \text{ m}^3/\text{s}$. Jelikož je ale výpočet z principu přibližný, hlavně kvůli náhradě ztráty měřicí oblasti (viz. Kapitola 4.1), nebylo by od věci uvažovat požadovaný objemový průtok například i $2 \text{ m}^3/\text{s}$.

Závislost Machova čísla na průtoku přidaného kompresoru



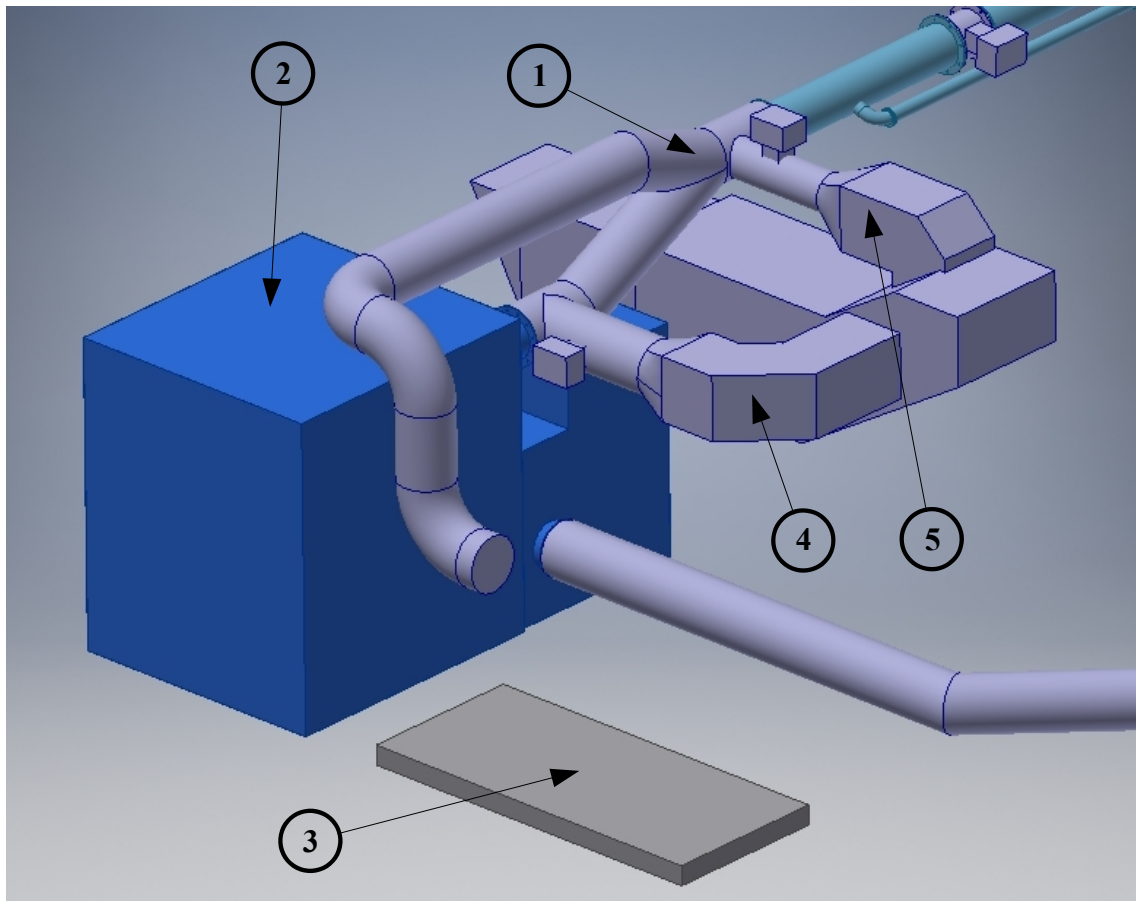
Obr. 41: Závislost Machových čísel před lopatkovou kaskádou na průtoku kompresoru

Vedle současného kompresoru se nachází skříň s filtry, jež je pozůstatkem jiného experimentu a v současné době nemá využití (viz Obr. 42). Tato skříň je uložena na betonovém základu o rozměrech zhruba $280 \times 125 \text{ cm}$. Po odstranění této skříně by se dal základ s výhodou využít pro druhý přidaný kompresor (i když je jisté, že v případě výkonnějšího kompresoru by bylo nutné základ rozšířit). Navíc místo, v kterém se nachází filtrační skříň, je v podstatě jediné možné, pokud by se požadovalo, aby řešení nezasáhlo do přilehlého chodníku.



Obr. 42: Nevyužitý filtr

Na Obr. 43 je zobrazeno vhodné provedení odbočky k druhému kompresoru (základem je model poskytnutý autorem [6], jenž byl v rámci této práce rozšířen o zmíněnou odbočku). Místo stávajícího kolene se do potrubí umístí Y-kus s úhlem rozevření 45° (1) ($26,5^\circ$ pod vodorovnou rovinu a $18,5^\circ$ nad vodorovnou rovinu), přičemž odbočka potrubí je pak vedena vrchem přes skříň stávajícího kompresoru (2). Potrubí je pak vyvedeno do míst, kde je umístěn stávající filtrační skříň (v modelu již není přítomna) na zmíněném betonovém základu (3). Takovéto řešení je výhodné, neboť vyžaduje poměrně malý zásah do potrubní trasy. Navíc v Y-kusu dochází k vhodnému rozdělení proudu vzduchu - vzduch kvůli setrvačnosti nemá tendenci všechen pokračovat směrem ke stávajícímu kompresoru a snižovat tak tlak v odbočce druhého kompresoru a tím jeho výkonnost (případ není ideální, neboť úhel odchýlení nahoru je menší než úhel odchýlení dolů - vhodnější by byl T-kus s úhlem rozevření např. 60° , nebo Y-kus s nestejnými průměry větví, jež se ale standardně nevyrábí). Vhodné dělení proudu bude platit zejména v případech přidání druhého kompresoru o porovnatelné výkonnosti vůči stávajícímu. Rovněž z důvodu vhodného rozdělení proudu v Y-kusu je žádoucí, aby se přísávání z atmosféry zavádělo před Y-kus a to z boku. Stávající přísávací potrubí (4) by tak bylo vhodné nahradit potrubím (5).



Obr. 43: Možné provedení odbočky k druhému kompresoru

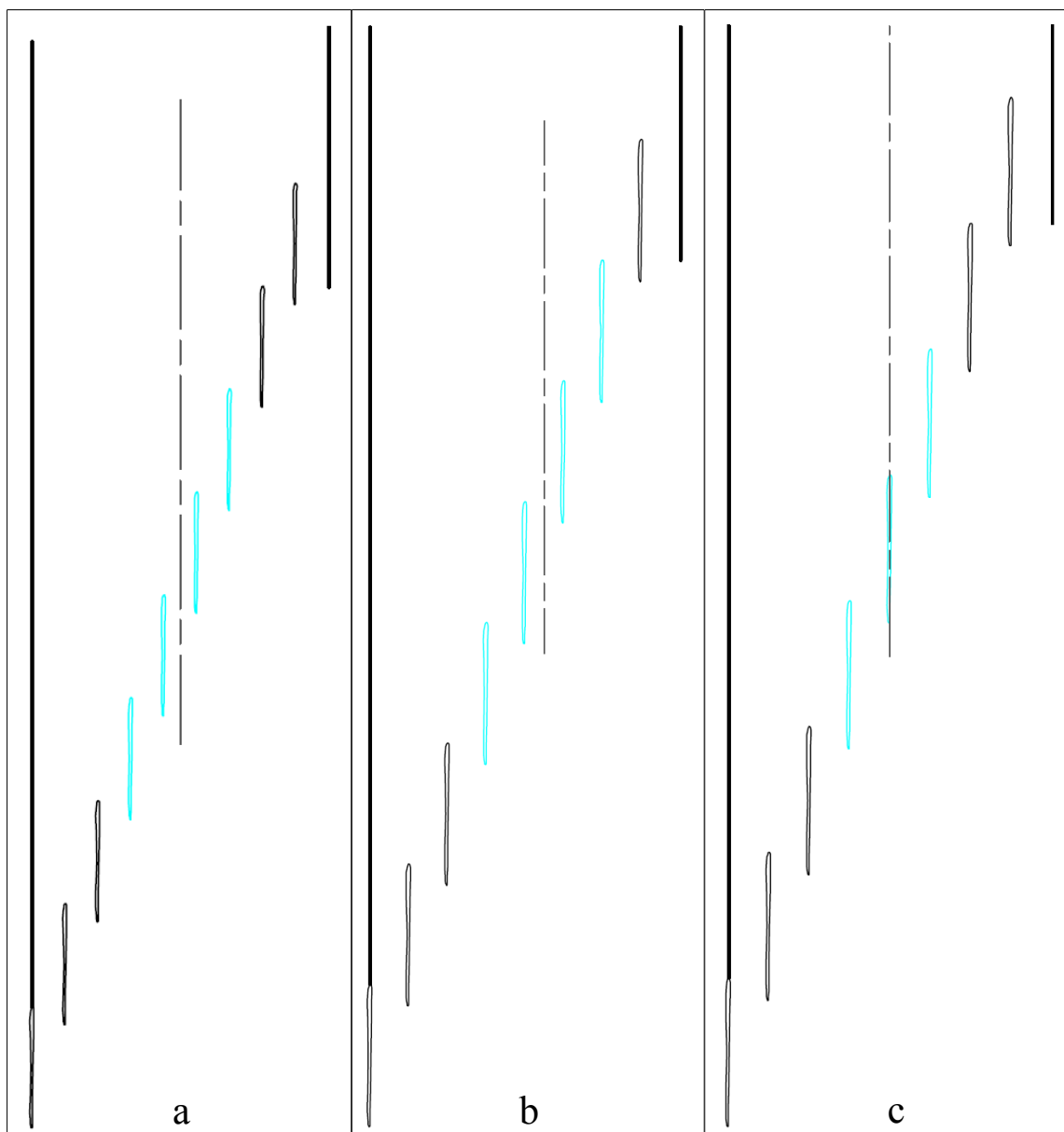
5.4 Doporučené úpravy

V každém případě je doporučeno odebrat clonu, jež zavádí podstatnou tlakovou ztrátu. Dále je doporučeno nejprve snížit počet lopatek v měřicí oblasti až na celkem šest a důkladněji prošetřit chování rychlostních profilů před lopatkovou kaskádou s případným pokusem nápravy odsáváním. Přidání paralelního kompresoru je z důvodu extrémní náročnosti (finanční a časové) vhodné rezervovat až jako poslední možnost. Tento kompresor je vhodné (a v podstatě i nutné) umístit na základ, na němž doposud stojí nevyužitý filtr od již neexistujícího experimentu.

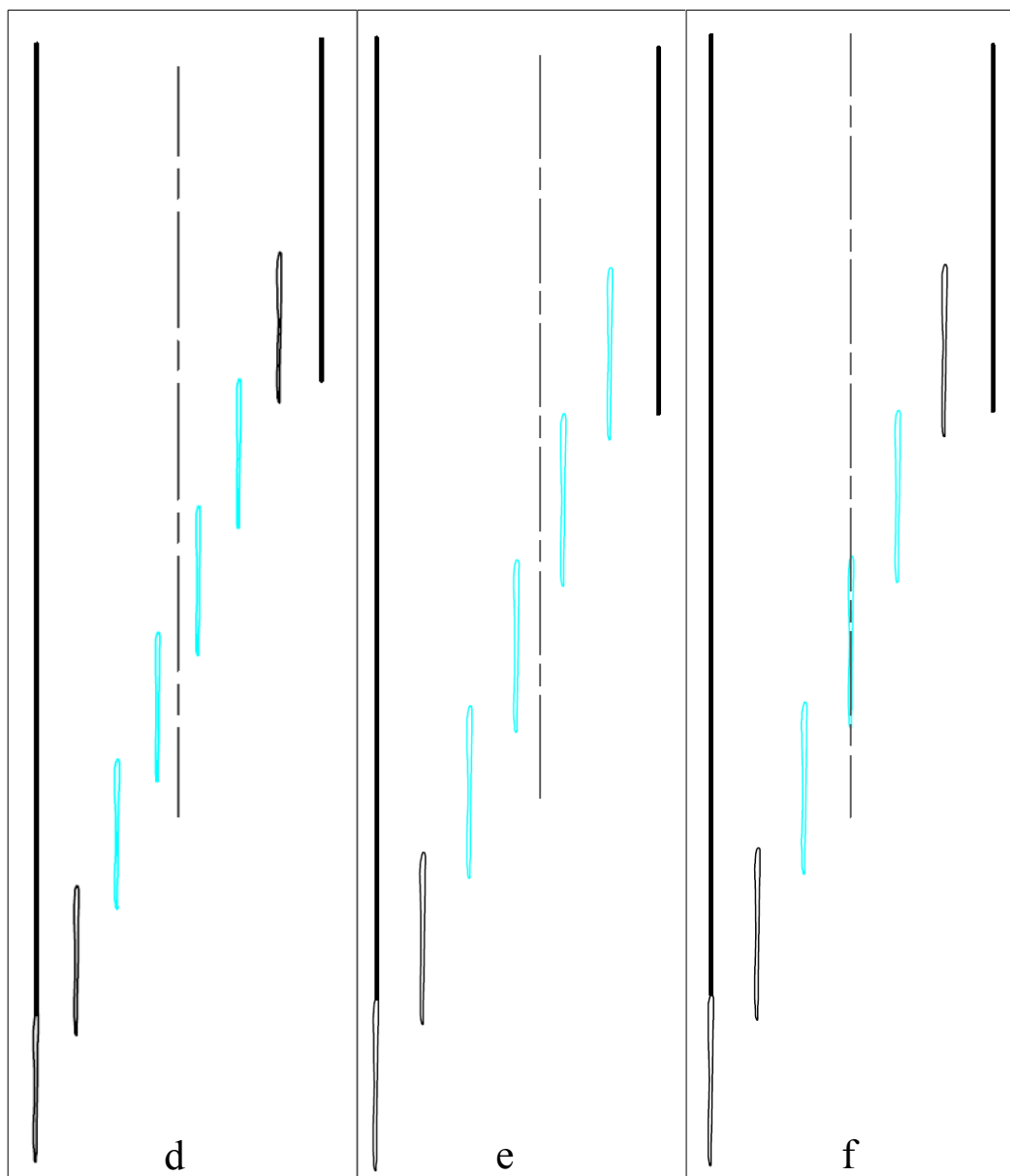
6 Úpravy měřícího prostoru

6.1 Odebrání lopatek - zmenšení průtočné plochy

Jak již bylo uvedeno v kapitolách 5.1 a 5.4, je žádoucí snížit počet lopatek v kanálu, čímž dojde k podstatnému navýšení dosažených Machových čísel. Na Obr. 44 a Obr. 45 jsou znázorněny všechny smysluplné uspořádání měřícího prostoru. V těchto náčrtech jsou pohyblivé lopatky znázorněny světle modrou barvou a stěny, jakožto i lopatky, jsou znázorněny černou barvou. Rovněž je čerchovanou čarou znázorněna osa vstupního kanálu ještě před pohyblivými stěnami. V případech b) a e) je zachován počet pohyblivých lopatek s tím, že by se prakticky měřilo pouze na třech z nich. V případech b) a e) na obrázcích jsou rovněž posuvné stěny (na Obr. 7 na str. 14 označené číslem (6)) umístěny asymetricky vůči vstupnímu kanálu a tedy i dýza urychlující proud vzduchu na lopatky je vůči kanálu umístěna asymetricky. V těchto případech je určité potenciální riziko nevhodného rozložení rychlostí před lopatkovou kaskádou, což by ale mělo být řešitelné odsáváním (jež je zmíněno v kapitole 5.1).



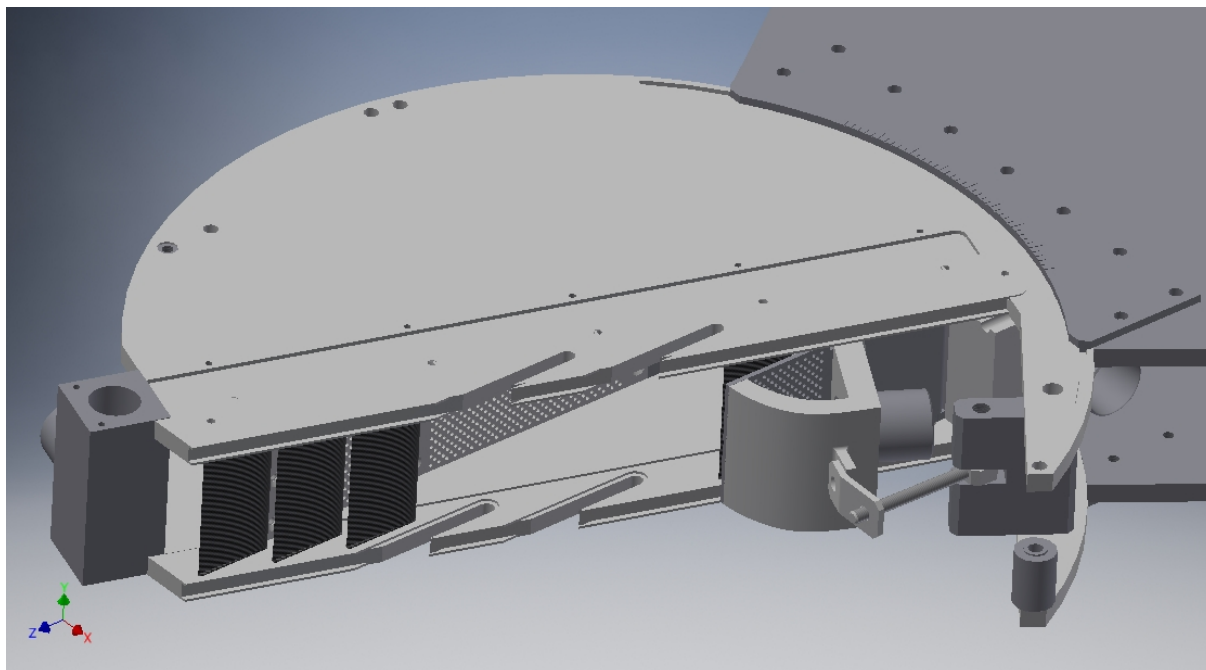
Obr. 44: Uspořádání lopatek v měřícím prostoru a) až c)



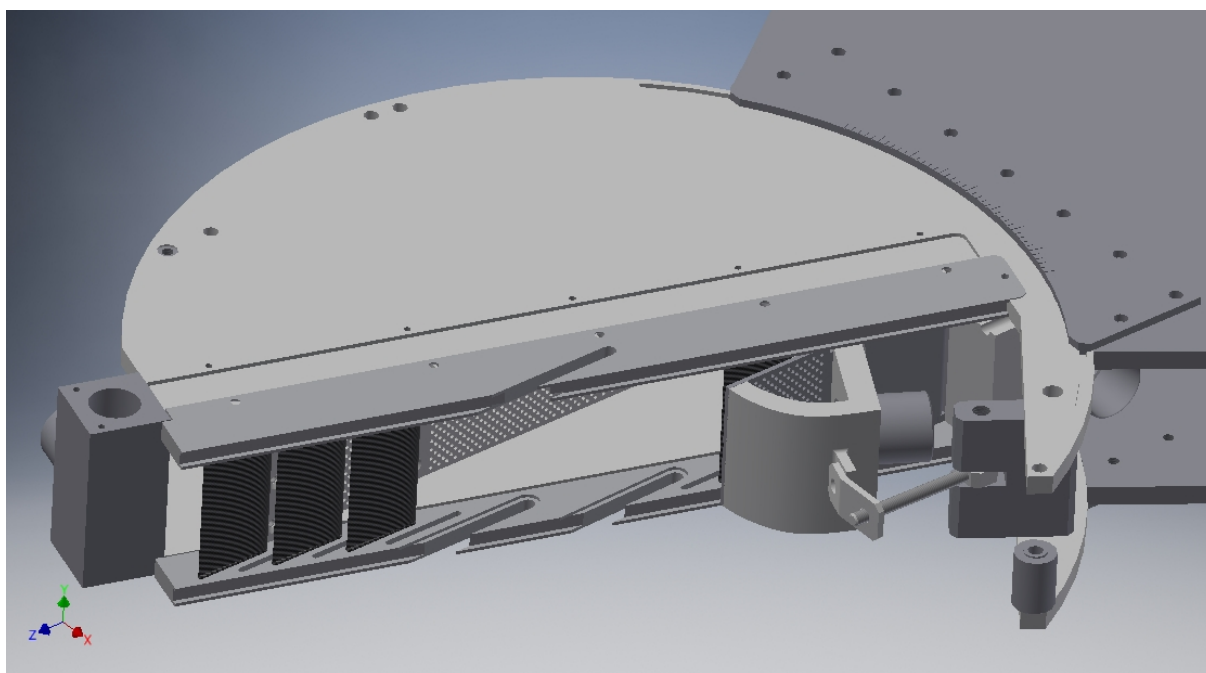
Obr. 45: Uspořádání lopatek v měřícím prostoru d) až f)

V případě použití některého nesymetrického rozložení měřícího prostoru, je nutné posunout všechny lopatky, pohyblivé i nepohyblivé, o polovinu lopatkové rozteče. Z tohoto důvodu je nutné vyrobit nové lopatkové pásy s posunutými drážkami pro nepohyblivé lopatky a otvory pro pohyblivé lopatky. Navíc buď horní, nebo dolní díl bude mít pouze jeden otvor, neboť budou přítomny pouze 3 pohyblivé lopatky. Aby se nemusel rám visící na lanech znovu vyvažovat, bylo by vhodné odebranou pohyblivou lopatku pouze odmontovat z vibrouzlu a odpojit napájení vibrouzlu, ale vibrouzel jako takový je v rámu vhodné ponechat. Na Obr. 46 je náhled na současné nosiče lopatek (vytvořené z modelu poskytnutého autorem [6]) a na Obr. 47 jsou vyobrazeny nově navržené nosiče (z důvodu názornosti není v modelu změněna poloha nepohyblivých lopatek, takže je patrná změna polohy drážek pro nepohyblivé lopatky). Tento návrh uvažuje odebrání jedné z horních lopatek (což jsou lopatky na vibrouzlech č.1 a č.3), přičemž by bylo výhodné odebrat lopatku z vibrouzlu č.3 z důvodu přítomnosti anomálií ve frekvenčních charakteristikách uvedené v kapitole 4.5. Výkresy nově navržených nosičů jsou uvedeny v příloze č.1. Bude-li uvažováno, že se s pomocí odsávání podaří dodržet rovnoměrné rychlostní profily před lopatkami, tak je nejvhodnější využít

možnosti e) na Obr. 45 (neboť nevyžaduje výměnu lopatkových nosičů), případně možnosti f) na Obr. 45 (umožní odstranit problematický vibrouzel č.3 – viz kapitola 4.5).



Obr. 46: Současné nosiče nepohyblivých lopatek



Obr. 47: Nově navržené nosiče nepohyblivých lopatek

6.2 Kalibrace úchylkoměrů

Výchylky lopatky se měří pomocí indukčních úchylkoměrů. Tyto úchylkoměry jsou sice určitým způsobem kalibrovány od výrobce, ale jejich charakteristika závisí na materiálu odečítaného povrchu. Navíc se v zařízení nachází více druhů úchylkoměrů, přičemž některé z nich sice mají sice k dispozici kalibrační konstanty (ale jen pro určité materiály odečítaného

povrchu), ale další úchylkoměry jsou neoznačené. Charakteristika indukčních úchylkoměrů je zpravidla lineární v určitém rozsahu a mimo tento rozsah úchylkoměr ukazuje konstantní napětí. Z tohoto předpokladu se pak vycházelo při stanovování kalibračních konstant. Body byly ručně oříznuty na respondentní rozsah a zbylé body byly proloženy přímkou. Směrnice této přímky je pak hledanou kalibrační konstantou.

Kalibrace byla provedena s použitím sady měrek. Mezi úchylkoměr a odečítané plochy byly postupně umísťovány měrky o proměnné souhrnné tloušťce a pak byl úchylkoměr přitlačena až na měrku. Měrka pak byla opatrně odebrána a byla odečítána hodnota měřeného napětí. Pro konkrétní účely jsou důležité směrnice mezi napětím a výchylkou u každého jednotlivého úchylkoměru. Dále je vhodné vědět přibližnou polohu středu měřeného rozsahu. Tento způsob kalibrace vyžaduje minimální prostředky, ale je časově poměrně náročný. Měření tedy nebylo opakováno – tzn. pro každou hodnotu výchylky bylo odečítáno napětí pouze jednou. Určitou výhodou je, že jelikož je důležitá jen směrnice přímky mezi napětím a výchylkou, je tak měření méně náchylné na stochastické chyby, neboť se vliv kladných a záporných chyb v účinku na směrnici kompenzuje. Rovněž je měření méně náchylné na určité druhy systematických chyb, jako je např. chyba vzniklá nedokonalým dolehnutím úchylkoměru, měrky (měrek) a měřené plochy, což by sice mělo za následek podstatné posunutí charakteristiky směrem do kladných výchylek (záporných napětí), ale účinek na samotnou směrnici by byl mírnější.

Jako první byl měřen úchylkoměr s pořadovým číslem 4. Tento úchylkoměr byl měřen s menším krokem výchylky (konkrétně 0,2mm) než ostatní. Jelikož se při tomto prvním měření ukázalo, že měřené body tvoří téměř dokonalou přímku, byla další měření provedena s větším krokem, a to 0,5 mm. V oblasti přechodu do konstantní charakteristiky však ale bylo měření lokálně zjemněno, aby se přesněji určily krajní výchylky. Měřené hodnoty jsou uvedeny v Tab. 12 a Tab. 13. Na Obr. 48, 50, 52 a 54 jsou tyto naměřené hodnoty vyneseny a na Obr. 49, 51, 53 a 55 jsou pak data aproximovány lineární závislostí (provedeno programem LibreOffice 5.0).

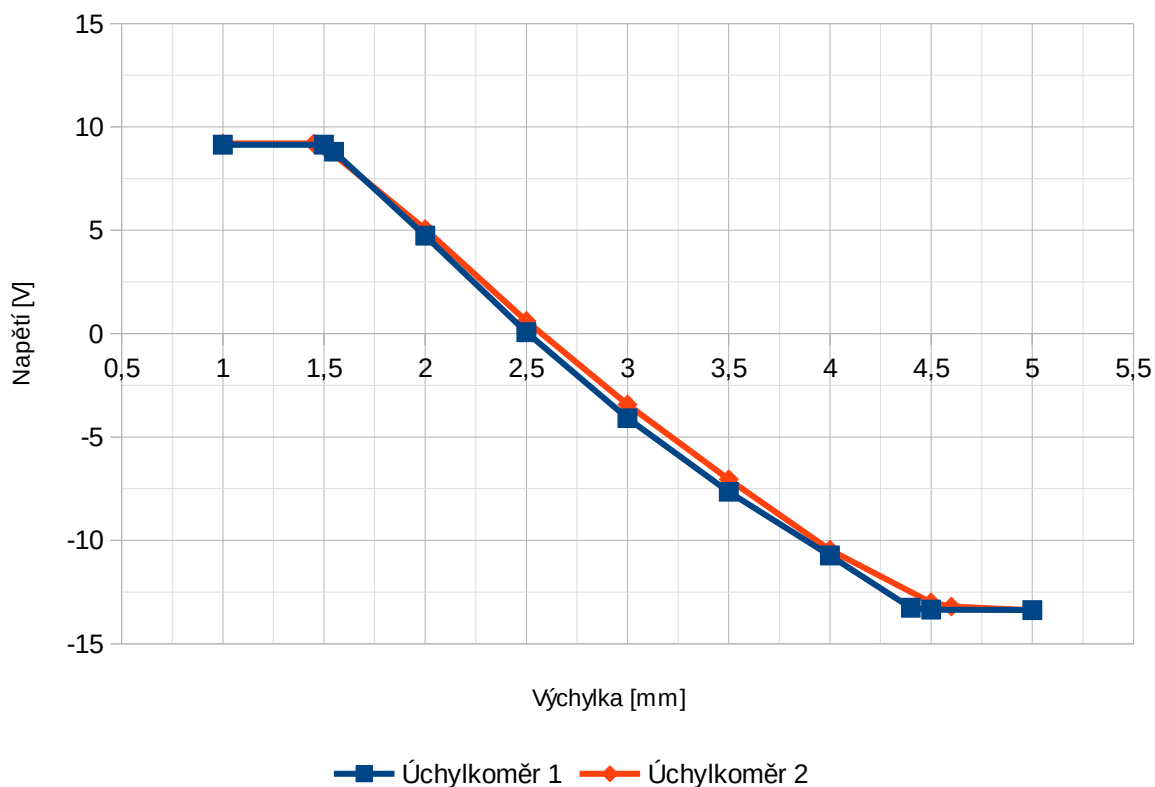
Tab. 12: Kalibrace úchylkoměrů na vibrouzlech č.1 a č.2

Vibrouzel 1				Vibrouzel 2			
Úchylkoměr 1		Úchylkoměr 2		Úchylkoměr 3		Úchylkoměr 4	
Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]
1	9,14	1	9,2	1	9,04	1	9,19
1,5	9,14	1,45	9,2	1,5	9,04	1,2	9,19
1,55	8,8	1,5	9,05	1,55	9,04	1,4	9,19
2	4,74	2	5,06	1,6	8,92	1,5	9,19
2,5	0,07	2,5	0,61	2	5,78	1,55	9,19
3	-4,09	3	-3,43	2,5	1,73	1,6	8,73
3,5	-7,65	3,5	-7,05	3	-2,5	1,65	8,23
4	-10,73	4	-10,46	3,5	-6,05	1,8	6,69
4,4	-13,26	4,5	-13	4	-9,58	2	5,3
4,5	-13,35	4,6	-13,2	4,5	-12,39	2,2	3,59
5	-13,37	5	-13,38	4,6	-12,87	2,4	1,88
				4,65	-13,03	2,6	0,12
				4,7	-13,14	2,8	-1,77
				4,75	-13,37	3	-3,32
				4,8	-13,39	3,2	-4,91
				5	-13,42	3,4	-6,61
						3,6	-8,14
						3,8	-9,58
						4	-10,83
						4,2	-12,26
						4,3	-12,7
						4,35	-13,13
						4,4	-13,3
						4,45	-13,34
						4,5	-13,35
						4,6	-13,36
						5	-13,37

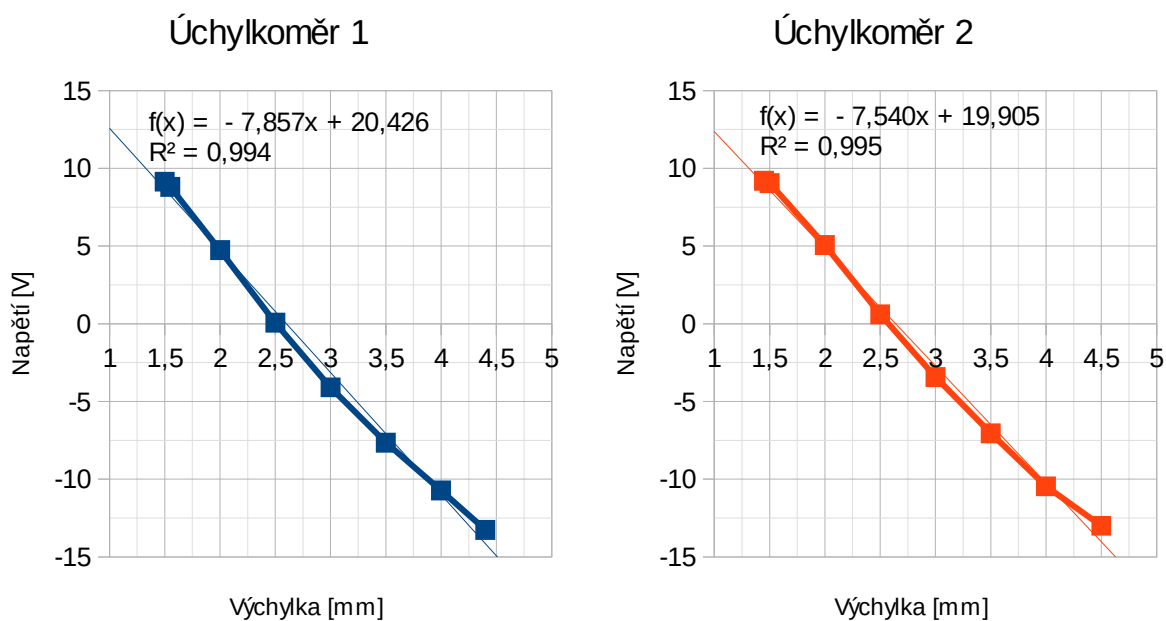
Tab. 13: Kalibrace úchylkoměrů na vibrouzlech č.3 a č.4

Vibrouzel 3				Vibrouzel 4			
Úchylkoměr 5		Úchylkoměr 6		Úchylkoměr 7		Úchylkoměr 8	
Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]	Výchylka [mm]	Napětí [V]
1	9,17	1	9,27	1	9,14	1	9,15
1,4	9,16	1,5	9,28	1,4	9,14	1,5	9,15
1,5	7,52	1,55	9,24	1,45	9,14	1,55	8,68
2	4,22	1,6	8,86	1,5	8,95	1,6	8,42
2,5	0,44	2	5,15	2	4,39	2	5,5
3	-3,64	2,5	1,77	2,5	0,54	2,5	1,14
3,5	-7,19	3	-2,4	3	-3,76	3	-2,31
4	-11,22	3,5	-6,12	3,5	-7,8	3,5	-6,54
4,3	-12,92	4	-9,26	4	-11,17	4	-9,38
4,35	-13,22	4,5	-12,1	4,3	-13,26	4,5	-12,2
4,5	-13,35	4,7	-13,11	4,4	-13,32	4,7	-12,9
5	-13,37	4,75	-13,25	4,45	-13,32	4,75	-13,25
		5	-13,4	4,5	-13,35	5	-13,3
		5,5	-13,41	5	-13,35	5,5	-13,3

Vibrouzel 1

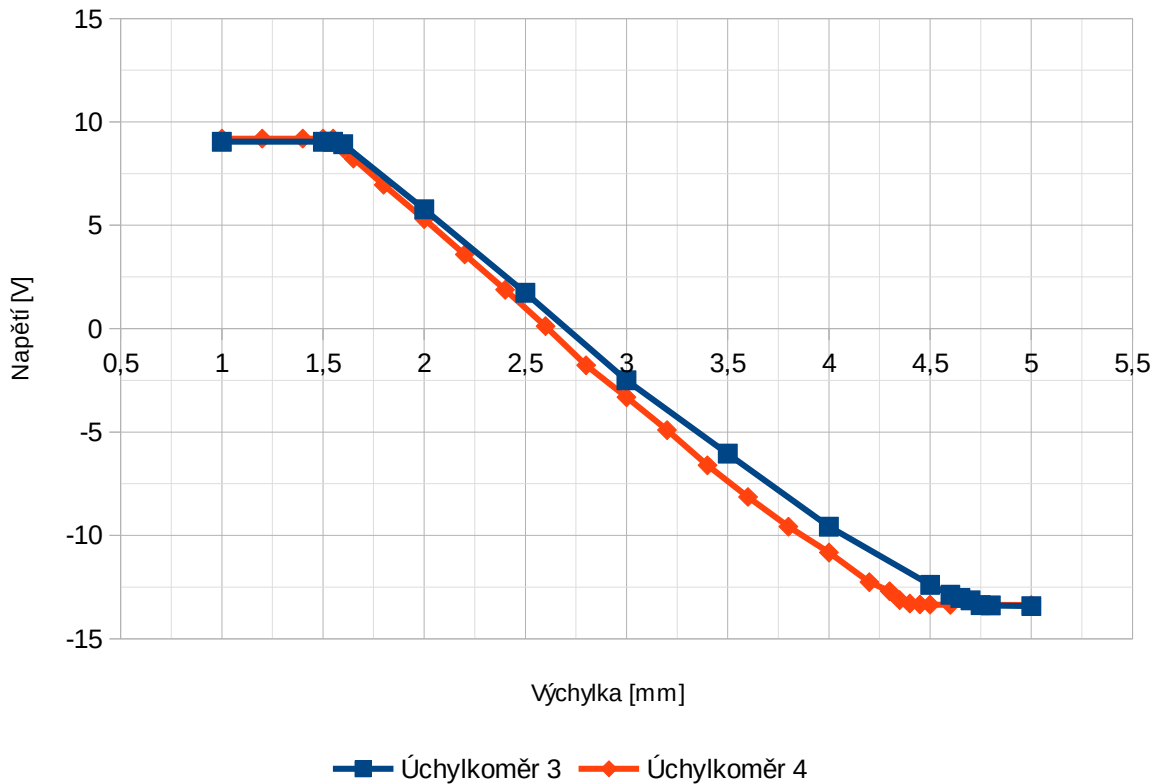


Obr. 48: Kalibrační křivky úchylkoměrů na vibrouzlu č.1

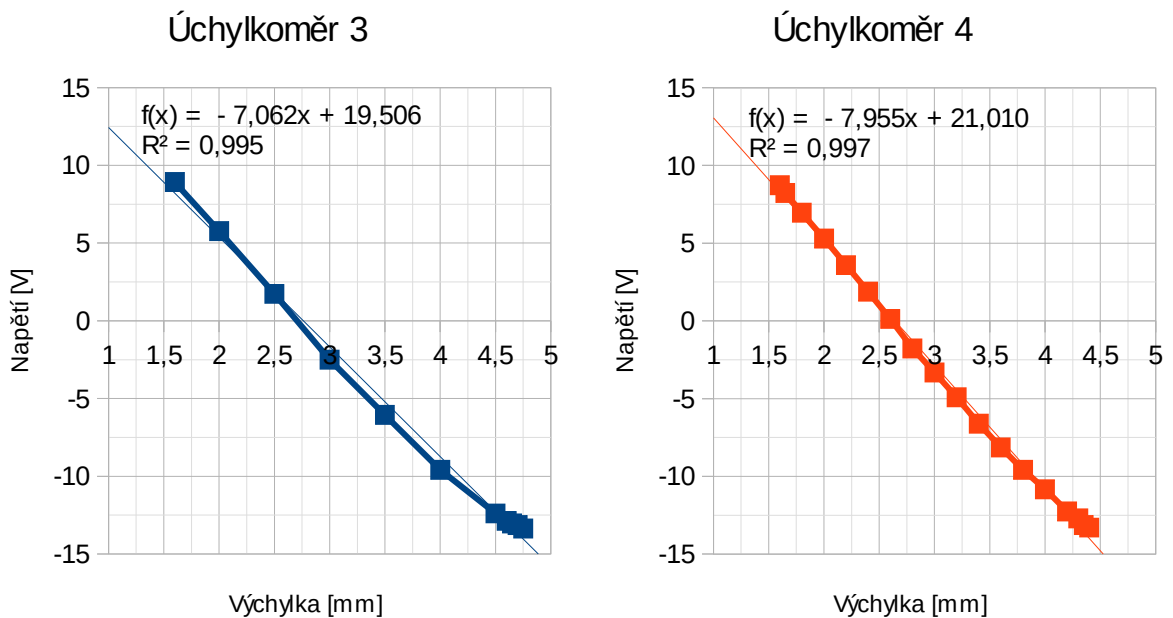


Obr. 49: Přímkové aproximace kalibračních křivek úchylkoměrů na vibrouzlu č.1

Vibrouzel 2

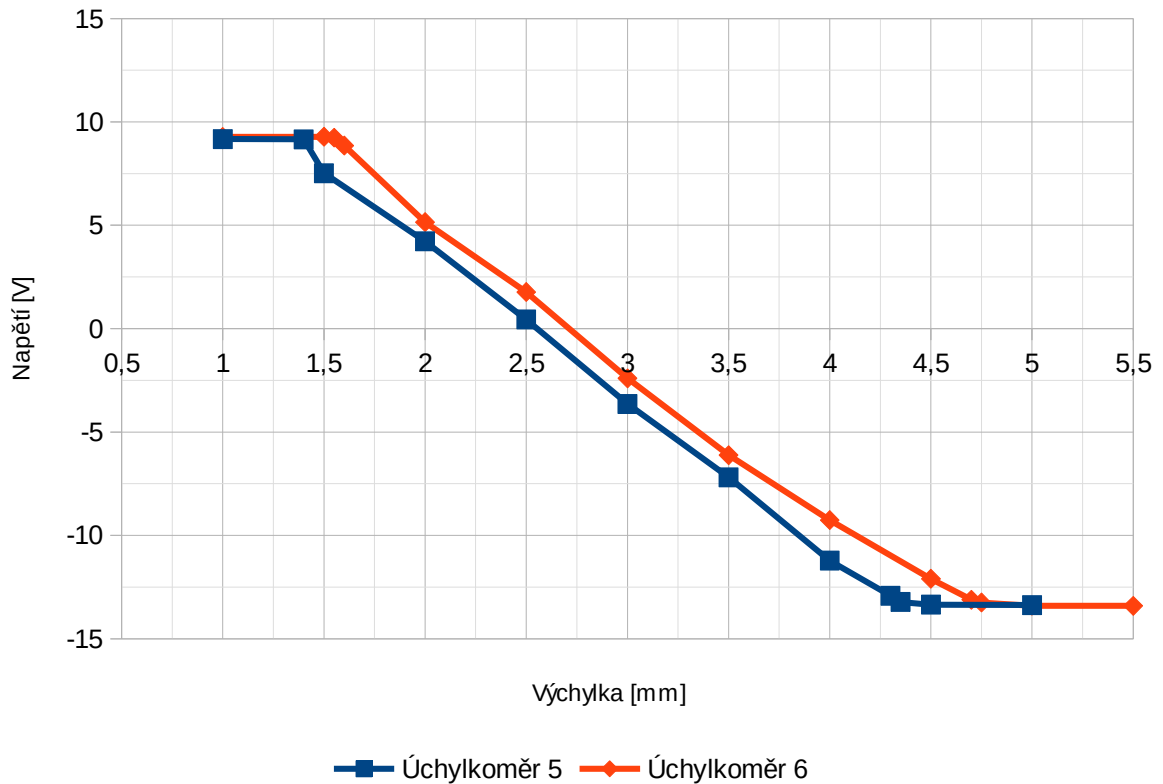


Obr. 50: Kalibrační křivky úchylkoměrů na vibrouzlu č.2

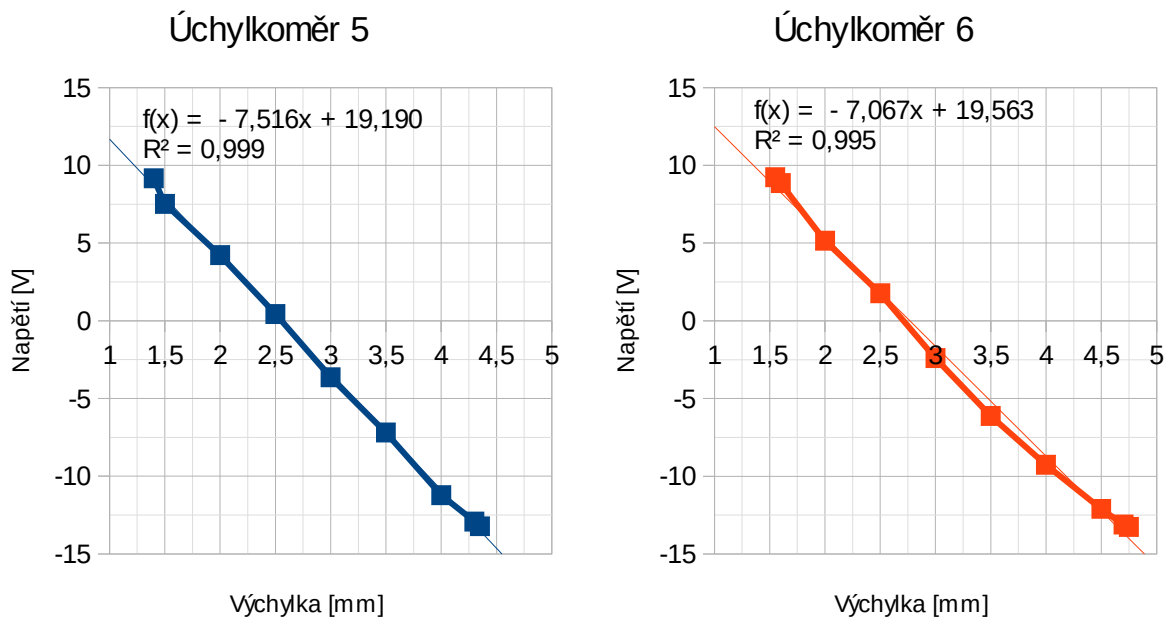


Obr. 51: Přímkové aproximace kalibračních křivek úchylkoměrů na vibrouzlu č.2

Vibrouzel 3

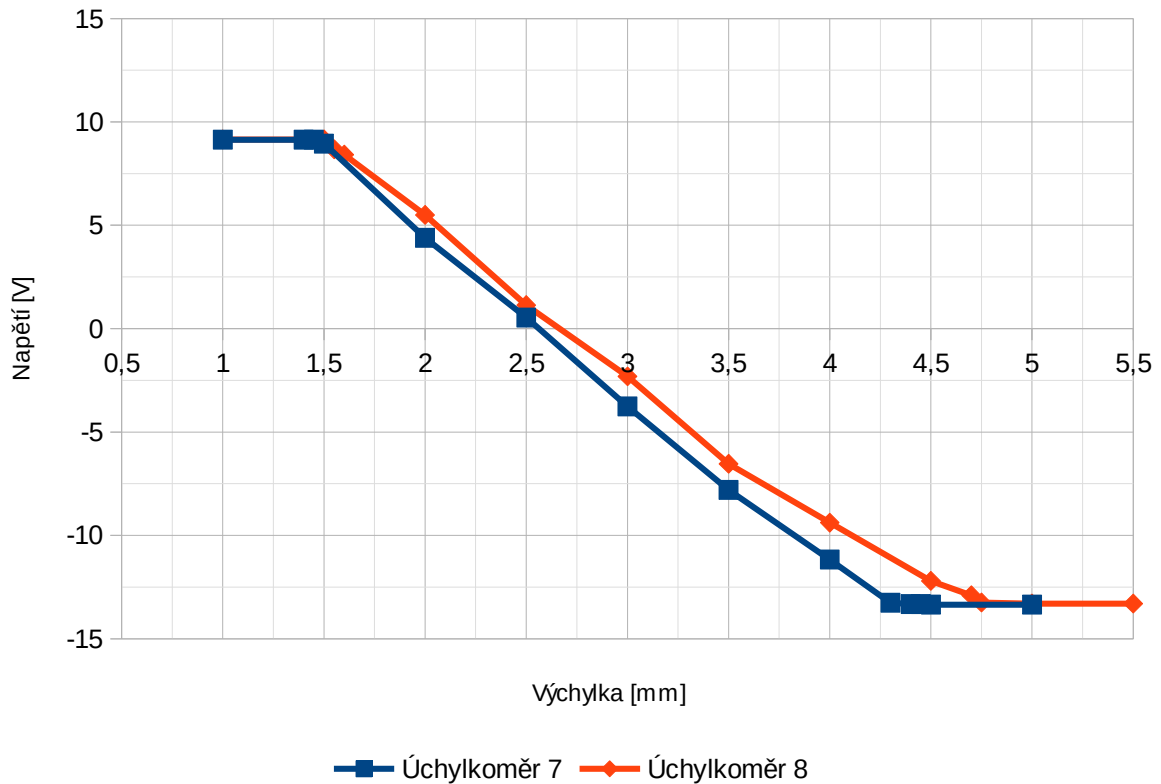


Obr. 52: Kalibrační křivky úchylkoměrů na vibrouzlu č.3

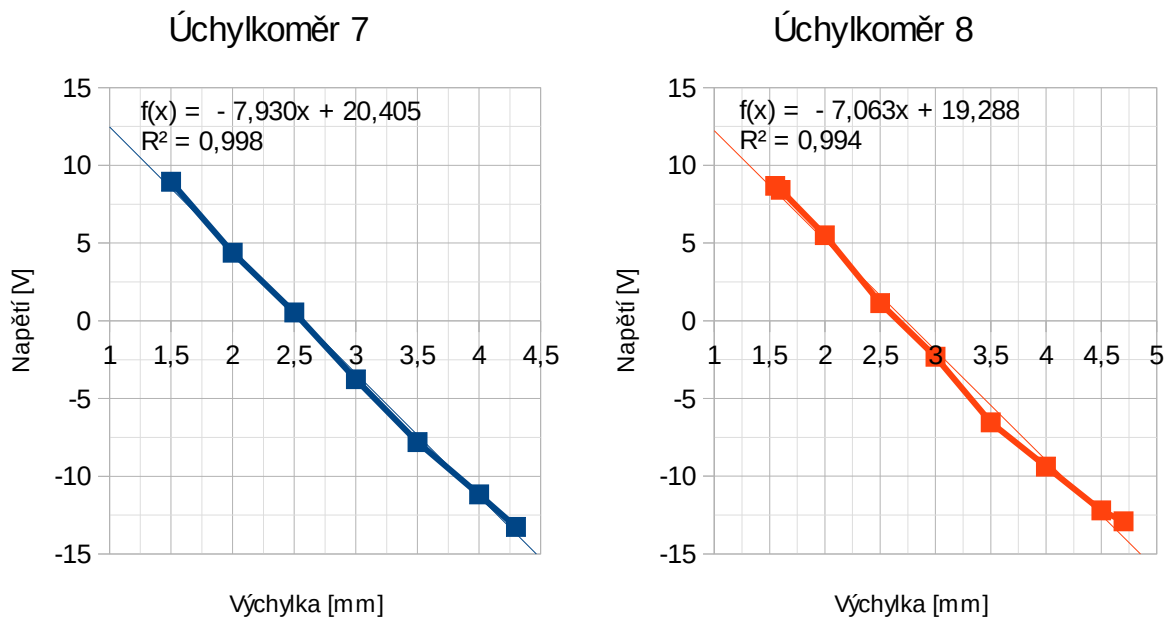


Obr. 53: Přímkové aproximace kalibračních křivek úchylkoměrů na vibrouzlu č.3

Vibrouzel 4



Obr. 54: Kalibrační křivky úchylkoměrů na vibrouzlu č.4



Obr. 55: Přímkové aproximace kalibračních křivek úchylkoměrů na vibrouzlu č.4

V Tab 14 jsou shrnuty směrnice úchylkoměrů a jejich střední polohy. Střední hodnota napětí nebyla zjištěna ze změřených napětí, ale ze změřených výchylek a vypočtené směrnice.

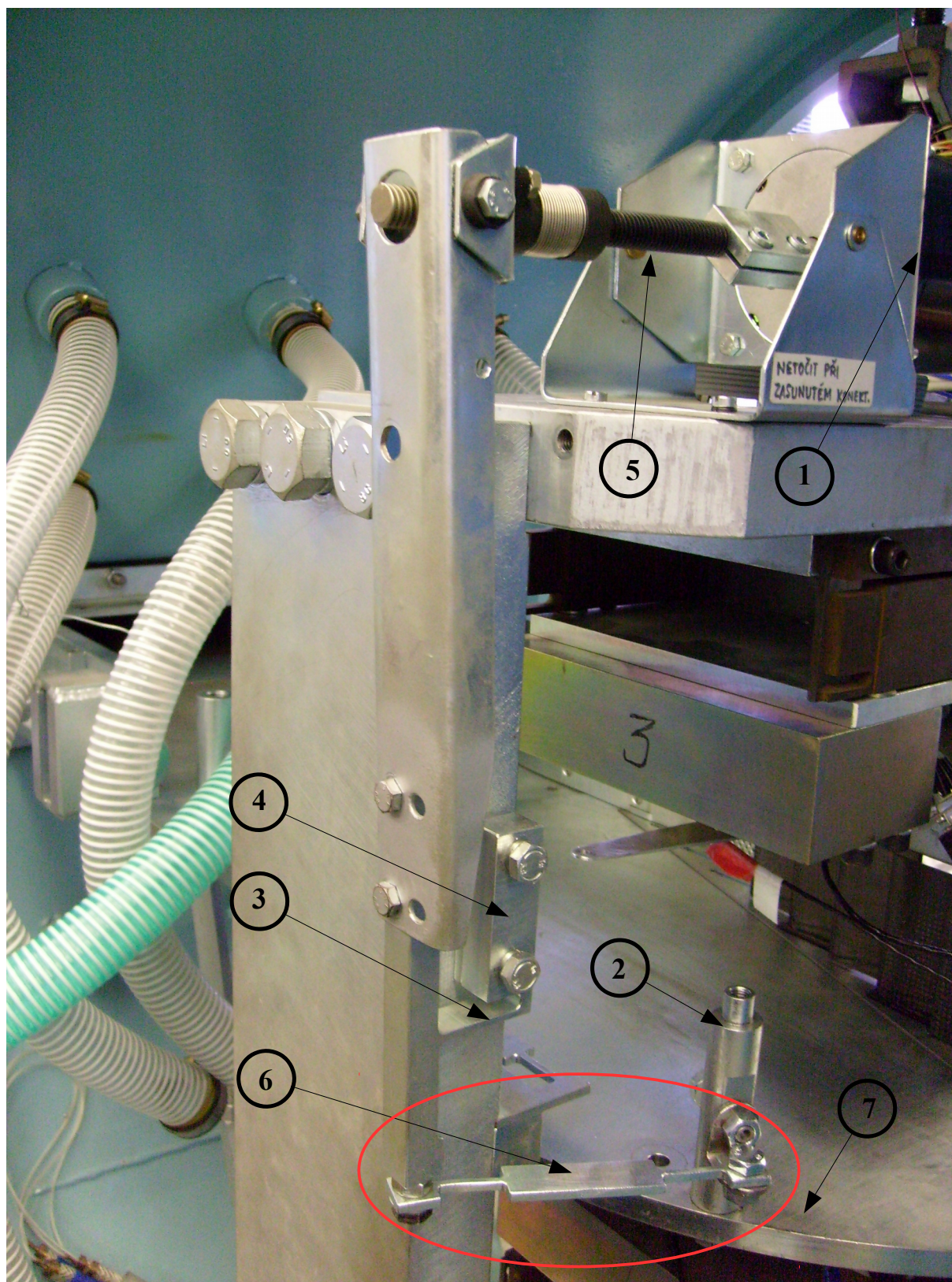
Tab. 14: Výsledky kalibrace úchylkoměrů

Úchylkoměr	Směrnice U(y) [V/mm]	Střední hodnota napětí [V]	Střední hodnota výchylky [mm]
1	-7,86	-2,9	3
2	-7,54	-2,7	3
3	-7,06	-2,7	3,2
4	-7,96	-2,9	3
5	-7,52	-2,4	2,9
6	-7,07	-2,9	3,2
7	-7,93	-2,6	2,9
8	-7,06	-3,0	3,2

6.3 Zprovoznění příčného posuvu

Na zařízení se nacházel nezrealizovaný mechanismus pro příčné nastavování profilů. Tento mechanismus je založen na principu páky. Na jeden konec je přes připojený elektromotor (1) a druhý konec by měl být spojený s prvkem na otočných discích (2). Celá páka se neotáčí kolem osy, avšak natáčení je založeno na deformaci pružného elementu (3), jenž navazuje na blok, který je k rámu napevno přišroubován dvěma šrouby (4). Osa otáčení je tak ne zcela určená a nachází se přibližně někde v oblasti pružného členu. Vysunutím vodícího šroubu (5) dojde k převodu pohybu na posun konce napojeného pružným spojovacím prvkem (6) na otočný disk (7). Prvek musí být do určité míry pružný, neboť konec páky se vůči otočnému disku pouze neposouvá, ale celá páka se pochopitelně i natáčí (i když pouze velmi málo), a to dokonce ve dvou směrech. Pevné spojení masivnějším táhlem, respektive profilovanou tyčí s otvory na koncích, by tak mohlo způsobit extrémní zvýšení požadavků na sílu elektromotoru a zablokování mechanismu.

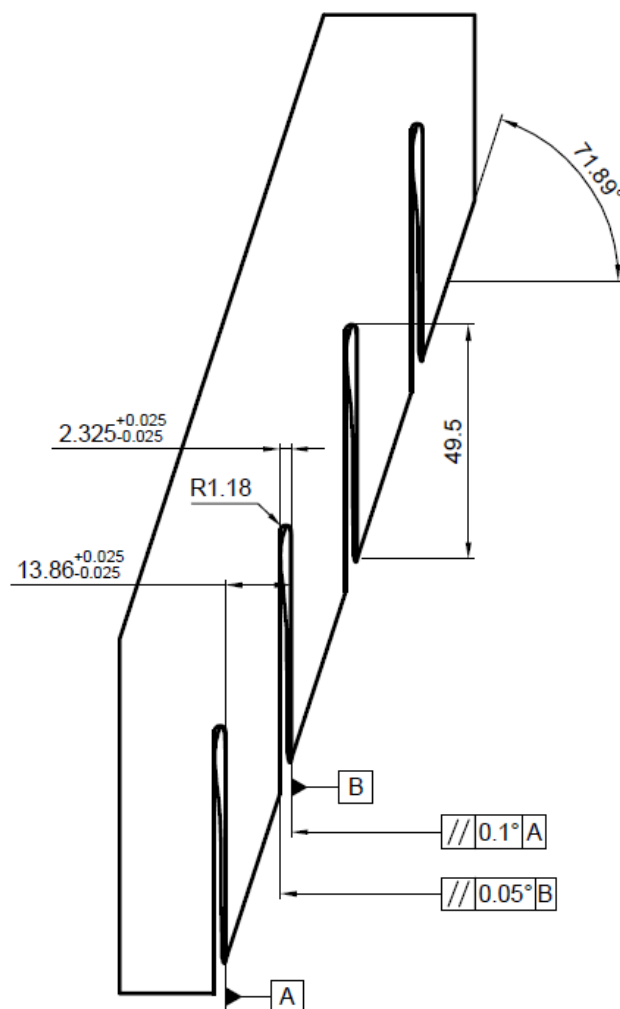
Na zařízení nebylo zrealizováno právě spojení páky s otočným diskem s pomocí pružného členu a rovněž není zrealizováno programové ovládání příčného ustavení lopatek v kanálu. Na Obr. 56 je již stav po improvizovaně zrealizované úpravě s využitím náhradního táhla, L-plechu, šroubu, krátké závitové tyče a tří matic (červeně zakroužkována na Obr. 56). Tento mechanismus umožní měnit polohu lopatek v příčném směru řádově až několik mm, čímž znatelně usnadňuje ustavení vzájemné polohy pohyblivých lopatek vůči průtočnému kanálu (stačí hrubé ustavení a následné doladění polohy tímto mechanismem).



Obr. 56: Příklad příčného posuvu rámu s pohyblivými lopatkami

6.4 Šablona pro ustavování

Ustavení vzájemné polohy pohyblivých lopatek (tedy potažmo polohy vibrouzlů) by bylo usnadněno použitím tuhé šablony (vyrobené například z plastu). Šablona by měla funkci kalibru – pokusem o nasunutí na řadu pohyblivých lopatek by se ověřila vzájemná poloha. Poloha jedné z krajních lopatek by se musela i nadále odměřit jiným způsobem (ale s poměrně velkou tolerancí polohy, jak je zmíněno v kapitole 6.3) a zbylé tři lopatky by se ustavovaly vůči ní. Na Obr. 57 je vyobrazena idea provedení šablony (včetně lopatek ve vytvořených drážkách – kvůli názornosti). Tloušťka profilu lopatky v nejtlustším místě je 2,245mm. Aby se lopatka zaručeně vešla do drážky, byla zvolena šířka drážky 2,325 a tolerance šířky drážky 0,025mm a úhlová tolerance stěn drážky 0,05° (na délce 49,5mm tato úhlová tolerance způsobí odchylku až 0,043mm). Tolerance rozteče a úhlového natočení drážek vůči sobě, což jsou kontrolované parametry, jsou voleny rovněž poměrně nízké, neboť tyto rozměry se chtějí šablonou kontrolovat.



Obr. 57: Šablona

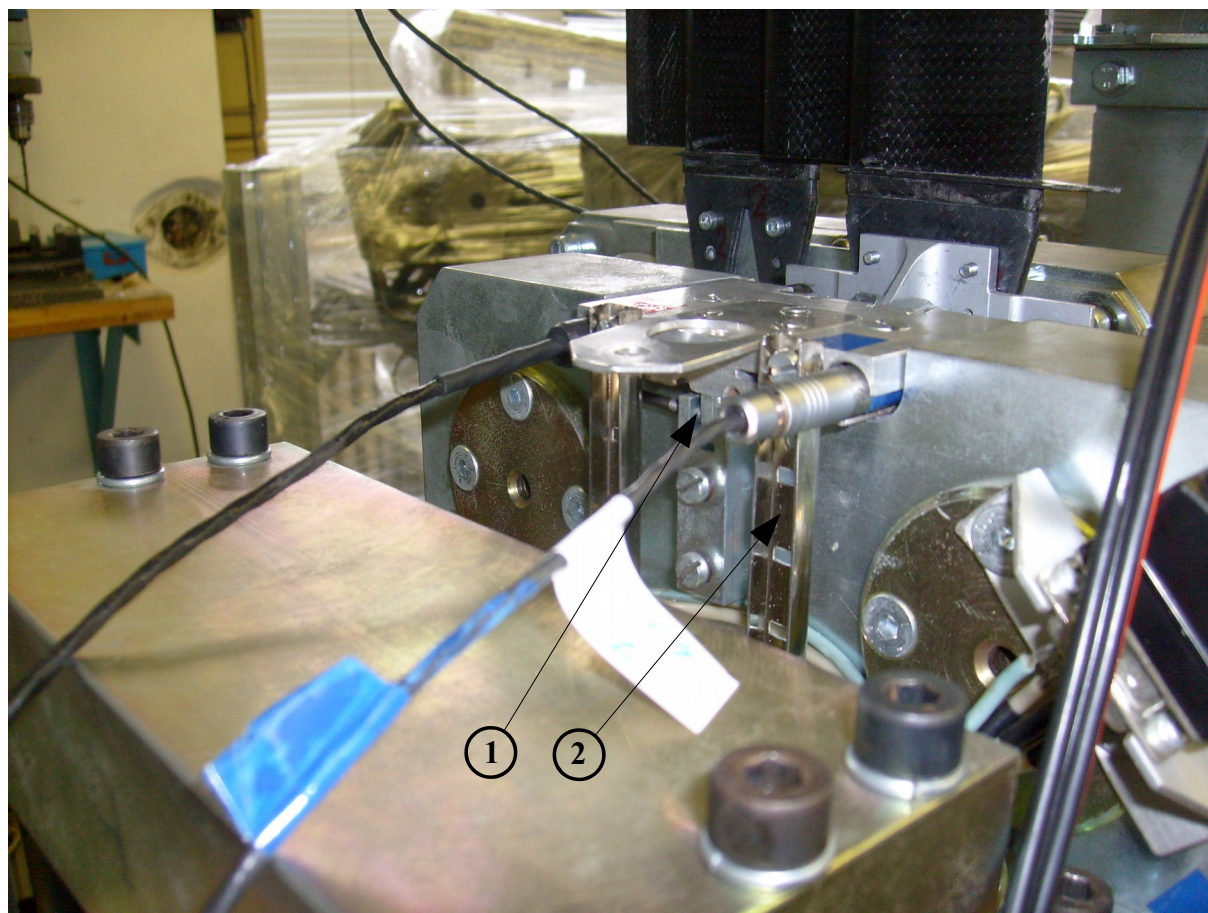
6.5 Odstranění stupně volnosti upevnění úchylkoměrů

Jak již bylo uvedeno v kapitole 4.5 a vyobrazeno na Obr. 26, byly úchylkoměry upevněny v nosiči, jehož pohyb nebyl zajištěn. Předpokládalo se, že by to mohlo být důvodem anomálií ve frekvenčních charakteristikách.

Na Obr. 58 je vyobrazena náprava tohoto nedostatku, jež byla primárně provedena umístěním zástrčného členu, označeného číslem (1), do připravených otvorů. Toto řešení bylo

ještě pojištěno náhradou tenkých pružných listů za plechové U-profilů označené číslem (2) (ty mají znatelně větší tuhost v ohybu). Použitý U-profil má rozměry 6 mm→12 mm→6 mm, tloušťka plechu je cca 0,5mm a byla použita délka 85mm. Odstraněné pružné listy sloužily jako šablona pro vyvrtání děr do U-profilu. Tato úprava byla přednostně provedena u vibrouzlů č.3 a č.4, aby mohla být znovu proměřena frekvenční charakteristika. Naneštěstí se zdvojená lokální maxima vyskytovala i po této úpravě. Frekvenční charakteristiky těchto vibrouzlů ve skutečnosti vypadají v podstatě identicky jako ty na Obr. 27 a Obr. 30.

Odstranění stupně volnosti úchylkoměrů je nezbytné pro věrohodné měření, avšak touto úpravou nedošlo k odstranění anomálií frekvenčních charakteristik. Jejich skutečná příčina nebyla odhalena (i když v kapitole 4.5 je nastíněno potenciální, ač poněkud nepraktické řešení).



Obr. 58: Zajištění úchylkoměrů vůči pohybu tužšími profily a závlačkou.

6.6 Ladění vibrouzlů

Samotné naladění vibrouzlů nebylo provedeno z časových důvodů. Je však uveden postup, jenž byl i ověřen a umožňuje odhadnout, jak velkou přídatnou hmotnost je třeba umístit pro dosažení požadované vlastní frekvence. Tento postup vyžaduje alespoň tři předchozí měření (1x bez přídatné hmotnosti a 2x s různou přídatnou hmotností), než začne být schopen predikovat závislost frekvence na hmotnosti.

Vyšlo se ze zjednodušeného předpokladu, že vlastní frekvence svných kmitů je dána vztahem (108). Dále se uvažovalo, že přidáním hmotností nedojde ke změně tuhosti. Budou-li se srovnávat tři případy, každý s jinou hmotností (jednou bez přídatné hmotnosti a pak se dvěma různými přídatnými hmotnostmi), jsou jejich vlastní frekvence dány vztahy (109), (110) a (111), přičemž tuhost k je v těchto třech rovnicích totožná.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (108)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad (109)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \quad (110)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{k}{m_3}} \quad (111)$$

Odečtením rovnice (110) od (109) vznikne (112). Z něho pak přes úpravu (113) vznikne vztah vyjadřující „hmotnost“ paralelogramu (114) (spíše jakousi fiktivní - ekvivalentní hmotnost pro surné kmity).

$$\omega_1^2 \cdot m_1 - \omega_2^2 \cdot m_2 = \omega_1^2 \cdot m_1 - \omega_2^2 \cdot (m_1 + \Delta m_I) = 0 \quad (112)$$

$$(\omega_1^2 - \omega_2^2) \cdot m_1 - \omega_2^2 \cdot \Delta m_I = 0 \quad (113)$$

$$m_1 = \frac{\omega_2 \cdot \Delta m_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (114)$$

Součtem rovnic (109) a (111) vznikne (115). Z něho pak lze vyjádřit vztah vyjadřující „tuhost“ paralelogramu (116) (opět tedy jde spíše o jakousi fiktivní - ekvivalentní tuhost pro surné kmity).

$$\omega_1^2 \cdot m_1 + \omega_3^2 \cdot m_3 = \omega_1^2 \cdot m_1 + \omega_3^2 \cdot (m_1 + \Delta m_{II}) = 2 \cdot k \quad (115)$$

$$k = (\omega_1^2 + \omega_3^2) \cdot \frac{m_1}{2} + \omega_3^2 \cdot \frac{\Delta m_{II}}{2} \quad (116)$$

Nyní je možné vyjádřit závislost vlastní frekvence na přídavné hmotnosti. Vyjde se z obecného předpisu (108), přičemž se hmotnost vyjádří pomocí hmotnosti m_I a obecného přírůstku δm , čímž vznikne (117). Po dosazení za m_I a ekvivalentními úpravami vznikne (118) a po dosazení za k a dalších ekvivalentních úpravách vznikne (119). Tento vztah umožňuje při volbě žádané vlastní frekvence vypočítat nutnou přídavnou hmotnost. Tuto přídavnou hmotnost je možné umístit jak k ose paralelogramu, nebo na závity na paralelogramu vyobrazené na Obr. 8 na str. 15, označené číslem 10. Přídavné hmotnosti je na tato dvě možná umístění nutné rozdělit tak, aby došlo k současné změně jak vlastní frekvence surných kmitů, tak vlastní frekvence torzních kmitů (popsáno níže).

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + \delta m}} \quad (117)$$

$$\frac{k}{\omega^2} - \frac{\omega_2^2 \cdot \Delta m_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \delta m \quad (118)$$

$$\delta m = \frac{(\omega_1^2 + \omega_3^2)}{\omega^2} \cdot \frac{m_1}{2} + \frac{\omega_3^2}{\omega^2} \cdot \frac{\Delta m_{II}}{2} - \frac{\omega_2^2 \cdot \Delta m_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (119)$$

Do vztahu (119) je možné dosazovat hmotnosti a frekvence v libovolných jednotkách (př. g a Hz). Důvodem je, že jednotky frekvencí se vykrátí a hmotnost δm pak vyjde ve stejných jednotkách, jako byly dosazené hmotnosti.

Při torzních kmitech se opět vyjádří vlastní frekvence ve třech případech, každý s jinými přídavnými hmotnostmi (a tím jinými momenty setrvačnosti). Tím vzniknou vztahy (120), (121) a (122). Opět se se uvažuje, že přidáním hmotností nedojde ke změně tentokrát torzní tuhosti.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K}{I_1}} \quad (120)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{I_2}} \quad (121)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{K}{I_3}} \quad (122)$$

Odečtením rovnice (121) od (120) vznikne (123), přičemž přírůstek momentu setrvačnosti v této rovnici je dán vztahem (124). Z výrazu (123) pak úpravou přes (125) vznikne vztah vyjadřující „moment setrvačnosti“ paralelogramu (126) (opět spíše fiktivní - ekvivalentní moment setrvačnosti).

$$\omega_1^2 \cdot I_1 - \omega_2^2 \cdot I_2 = \omega_1^2 \cdot I_1 - \omega_2^2 \cdot (I_1 + \Delta I_I) = 0 \quad (123)$$

$$\Delta I_I = \Delta m_I \cdot R^2 \quad (124)$$

$$(\omega_1^2 - \omega_2^2) \cdot I_1 - \omega_2^2 \cdot \Delta I_I = 0 \quad (125)$$

$$I_1 = \frac{\omega_2^2 \cdot \Delta I_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (126)$$

Součtem rovnic (120) a (122) vznikne (127). Přírůstek momentu setrvačnosti je dán vztahem (128). Z (127) pak lze vyjádřit vztah vyjadřující „torzní tuhost“ paralelogramu (129) (fiktivní – ekvivalentní torzní tuhost).

$$\omega_1^2 \cdot I_1 + \omega_3^2 \cdot I_3 = \omega_1^2 \cdot I_1 + \omega_3^2 \cdot (I_1 + \Delta I_{II}) = 2 \cdot K \quad (127)$$

$$\Delta I_{II} = \Delta m_{II} \cdot R^2 \quad (128)$$

$$K = (\omega_1^2 + \omega_3^2) \cdot \frac{I_1}{2} + \omega_3^2 \cdot \frac{\Delta I_{II}}{2} \quad (129)$$

Pro vyjádření závislosti vlastní frekvence na přídavném momentu setrvačnosti se opět vyjde z obecného předpisu (130), respektive (131). Ze (131) po dosazení za I_I a ekvivalentními úpravami vznikne (132) a po dosazení za K a dalších ekvivalentních úpravách vznikne (133). Tento vztah umožňuje při volbě žádané vlastní frekvence vypočítat nutný přídavný moment setrvačnosti. Přídavný moment setrvačnosti je závislý na přídavné hmotnosti vztahem (134). Přídavné hmotnosti je tentokrát nutné umístit na závit na paralelogramu vyobrazené na Obr. 8 na str. 15, označené číslem (10).

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{I}} \quad (130)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{I_1 + \delta I}} \quad (131)$$

$$\frac{K}{\omega^2} - \frac{\omega_2^2 \cdot \Delta I_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \delta I \quad (132)$$

$$\delta I = \frac{(\omega_1^2 + \omega_3^2) \cdot I_1}{\omega^2} + \frac{\omega_3^2}{\omega^2} \cdot \frac{\Delta I_{II}}{2} - \frac{\omega_2^2 \cdot \Delta I_I}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (133)$$

$$\delta I = \delta m \cdot R^2 \quad (134)$$

Do vztahu (133) je možné opět dosazovat momenty setrvačnosti a frekvence v libovolných jednotkách. To znamená, že i momenty setrvačnosti lze počítat z libovolných jednotek (př. Mm, Hz a g).

Použitelnost tohoto postupu byla ověřena na vymontovaném vibrouzlu č.3, při suvném buzení. U tohoto vibrouzlu byla sledována vlastní frekvence nejdříve bez dodatečných závaží a pak se třemi různými závažími. Výsledky jsou uvedeny v Tab. 15. První tři měření sloužila ke stanovení závislosti přídavné hmotnosti na vlastní frekvenci a poslední řádek byl porovnáván s uvedeným postupem – vztah (119) (jen obráceně, neboť volba hmotnosti se provedla mnohem snáze).

Tab. 15: Ověření predikce závislosti vlastní frekvence na přídavných hmotnostech při svvném kmitání

Přidaná hmotnost [g]	Vlastní frekvence [Hz]
0	90,2
9,07	88,9
21,99	87,2
26,3 (zvoleno)	86,5 (vypočteno 86,4)

Je tedy patrné, že tento postup dává velmi dobrou shodu s realitou, tedy alespoň v rámci změn v rozsahu několika Hz, pak je eventuálně možné, že se projeví nelinearity systému. Jelikož ale ladění vibrouzlů na vlastní frekvenci spočívá právě v změnách vlastních frekvencí v rámci několika Hz, je možné použít pro usnadnění a urychlení práce ladění vibrouzlů (pokud se provádějící osoba netrefí do vlastní frekvence během přidání prvních dvou přídavných hmotností).

7 Závěr

V této práci byly uvedeny dvě metodiky vyhodnocení flutteru, vhodné pro konkrétní řešené experimentální zařízení. První z metod je založena na vyhodnocení aerodynamických vazebních koeficientů. Při ní se vybudí jedna lopatka v neproudícím a následně proudícím vzduchu a vazební koeficienty se pak vyhodnocují na základě porovnání komplexních pohybových rovnic v těchto dvou případech. Flutter se pak vyhodnocuje dle konvergence, či divergence řešení pohybových rovnic. Druhá metodika je založena na vyhodnocení prací vykonané vzduchem na lopatce. Práce se vypočte numerickou integrací síly podle dráhy, což je jednoduše proveditelné, neboť v současném zařízení jsou již měřeny průběhy sil (dle proudu protékajícího cívkami vibrátoru) a průběhy výchylek (přímo pomocí úchylkoměrů).

Dále je v práci uvedené doporučení pro novou vhodnější volbu rozsahu tlakoměru pro snímání dynamického tlaku.

Měřením frekvenčních charakteristik se zjistilo, že vibrouzly nemají stejné vlastní frekvence oscilací a že se v některých charakteristikách objevují zdvojená lokální maxima. V rámci této práce je uveden postup použitelný pro usnadnění ladění vibrouzlů na shodné vlastní frekvence. Příčina zdvojených lokálních maxim nebyla odhalena. Bylo však náhodně nalezeno řešení tohoto problému – vzpříčení tlumícího členu (gumové podložky) mezi vibrouzlem a stěnu průtočného kanálu.

Rovněž je nastíněn problém s ohybovými kmity lopatek. Bylo změřeno, že lopatky konají nezanedbatelné ohybové kmity. Snížení těchto kmitů by bylo možné provést změnou vlastní frekvence lopatek, změnou budící frekvence nebo změnou uložení lopatky (na oboustranné vetknutí). Každá z těchto možností však s sebou přináší značné komplikace. Další o něco méně vhodnou, ale snáze proveditelnou možností by byla matematická korekce. Tato problematika přesahuje rámec práce a žádala by si důkladnější samostatnou studii.

V rámci práce byla provedena kalibrace úchylkoměrů měřících výchylky lopatek. Úchylkoměry nemají stejné charakteristiky – v zařízení se nacházejí minimálně 3 skupiny úchylkoměrů, každá se zásadně odlišnou směrnicí závislosti napětí na výchylce.

Experimentální zařízení je zužováno obtížným ustavením pohyblivých lopatek do žádané polohy. Pro ustavení polohy lopatek vůči kanálu byl zprovozněn mechanismus příčného posuvu. Tím je snížen požadavek na přesnost polohy lopatek vůči kanálu, přičemž zmíněný mechanismus umožní jejich polohu doladit (a to řádově až v mm). Ustavení vzájemné polohy pohyblivých lopatek (mezi sebou navzájem) by bylo usnadněno použitím šablony vymezující jejich správnou vzájemnou polohu.

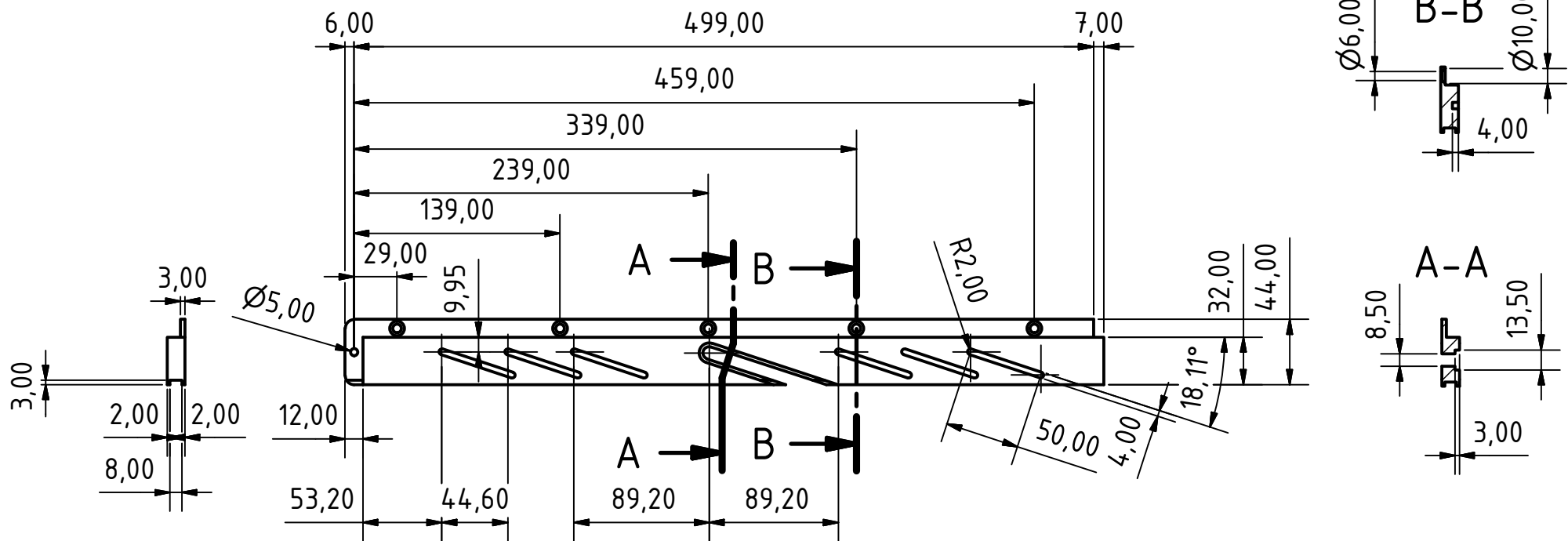
V experimentálním zařízením je doposud nemožno dosáhnout dostatečných Machových čísel. Prvním krokem nápravy tohoto nedostatku je odebrání clony měřící hmotnostní průtok. Tato clona je totiž v systému redundantní a zavádí významnou tlakovou ztrátu (a tím způsobuje pokles Machových čísel před lopatkami). Další možností je zmenšení počtu lopatek v měřící oblasti. Tuto úpravu lze popřípadě používat jen v případech velké šířky kanálu, kdy je nejobtížnější dosáhnout požadovaných Machových čísel a zároveň lze obecně očekávat méně nepříznivé rozložení rychlostí v mezilopátkových kanálech (lepší periodicitu rychlostních profilů). Dále existuje možnost přidání druhého paralelního kompresoru (objemového typu – např. roots). V práci je nastíněno možné umístění tohoto kompresoru a provedení odbočky k němu. Realizace tohoto řešení je však velice nákladná a komplikovaná a je tedy doporučeno nejdříve zvážit a ověřit, jestli by nedostačovalo odstranění clony a zmenšení počtu lopatek.

Seznam použité literatury

- [1] R. D. Blevins, *Flow-Induced Vibration, Second Edition*, Krieger Publishing Company, Florida, 2001, ISBN 1-57524-183-8
- [2] V. Gnesin, R. Rządkowski, *The Comparison of the Numerical Results Obtained from 3D Flutter Inviscid Code with Experimental Data of the Airfoil Cascade for Harmonic Vibration*, Ciepłne Maszyny Przepływowe, No.122, 2002, str. 191-198
- [3] D. Krivánka, P. Eret, *Měření rychlostního profilu na lopatkové kaskádě*, Computational Mechanics, 21st conference with international participation, 2005
- [4] J. Linhart, *Aeroprůžnost*, Západočeská univerzita v Plzni, 2001, ISBN 80-7082-708-4
- [5] R. Mareš, *Kapitoly z termomechaniky*, Západočeská univerzita v Plzni, 2009
- [6] M. Panuška, *Výšetření torzních aerodynamických vazebních momentů a koeficientů lopatek v kaskádě*, Západočeská univerzita v Plzni, 2015
- [7] L. Pašek, *Proměření a numerický výpočet planparalelního kmitání lopatek*, Západočeská univerzita v Plzni, 2014
- [8] T. Plaček, *Výrovnání rychlostního profilu před lopatkovou mříží*, Západočeská univerzita v Plzni 2004
- [9] V. A. Tsimbalyuk, *Method of Measuring Transient Aerodynamic Forces and Moments on a Vibrating Cascade*, Strength of Materials, Vol. 28 No.2, 1996, str. 150-157
- [10] V. A. Tsymbaliuk, A. P. Zinkovskii, A. V. Poberezhnikov, *Experimental-Calculation Determination of Dynamic Stability of Blade Assemblies of GTE Compressor Rotor Wheels*, Strength of Materials, Vol.33 No.6, Plenum Publishing Corporation, 2001, str. 516-525
- [11] V. Tsymbalyuk, J. Linhart, *Corrections of Aerodynamic Loadings Measurement on Vibrating Airfoils*, XVII IMEKO World Congress Proceedings, 2003, str. 358-361
- [12] V. Tsymbalyuk, *Flutter of Dynamically Dissimilar Compressor Blading in Separating Flow*, Conference on Engineering aero-hydroelasticity in Pilsen, 1994
- [13] D. Vogt, *Experimental Investigation of Three-Dimensional Mechanisms in Low-Pressure Turbine Flutter*, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2005, ISBN 91-7178-034-3
- [14] *The Engineering ToolBox: Air Properties* [online]. [cit. 24.4.2016]. Dostupné z: http://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d_156.html

Příloha č.1

Výkresy nosičů nepohyblivých lopatek



				Datum	Jméno	Lopatkový nosič - horní		
				Nakreslen	3.5.2016			Petr Pavlíček
				Kontrola				
				Norma				
						DP KKE 16 01/2		
						1		
						A4		
Stav	Změny	Datum	Jméno					