

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
**FAKULTA STROJNÍ**

Studijní program: B 2301 Strojní inženýrství  
Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Řešení proudění v pokusném kanálu pomocí CFD

Autor: **Pavel VRBA**

Vedoucí práce: **Ing. Roman GAŠPÁR**

Akademický rok 2015/2016

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Pavel VRBA**  
Osobní číslo: **S13B0293P**  
Studijní program: **B2301 Strojní inženýrství**  
Studijní obor: **Stavba energetických strojů a zařízení**  
Název tématu: **Řešení proudění v pokusném kanálu pomocí CFD**  
Zadávací katedra: **Katedra energetických strojů a zařízení**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Úvod.
2. Teorie mechaniky tekutin.
3. Rešerše CFD výpočtů a jejich uplatnění.
4. Praktická část - CFD výpočet:
  - model
  - okrajové podmínky
  - vlastní výpočet
  - analýza výsledků.
5. Závěr.

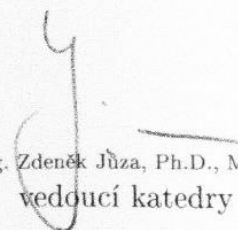
Rozsah grafických prací: **výkresy, schémata**  
Rozsah kvalifikační práce: **30 - 40 stran**  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**  
Seznam odborné literatury:

- **Prof. Ing. Jiří Nožička, CSc. : Mechanika tekutin, ČVUT v Praze, 2004, ISBN 80-01-02865-8**
- **Steidl H., Neužil H., Fořt I., Vlček J.: Úvod do proudění tekutin a sdílení tepla, ACADEMIA, 1975**

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Roman Gášpár**  
Katedra energetických strojů a zařízení  
Konzultant bakalářské práce: **Ing. Zdeněk Jůza, Ph.D., MBA**  
Katedra energetických strojů a zařízení  
Datum zadání bakalářské práce: **2. listopadu 2015**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **20. května 2016**



Doc. Ing. Milan Edl, Ph.D.  
děkan



Ing. Zdeněk Jůza, Ph.D., MBA  
vedoucí katedry

V Plzni dne 30. října 2015

## **Prohlášení o autorství**

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou/diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou/diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské/diplomové práce.

V Plzni dne: .....

.....

podpis autora

## ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

|                      |   |                       |                                 |
|----------------------|---|-----------------------|---------------------------------|
| <b>AUTOR</b>         | <b>Příjmení</b><br>Vrba                           | <b>Jméno</b><br>Pavel |                                 |
| <b>STUDIJNÍ OBOR</b> | 2301R016 „Stavba energetických zdrojů a zařízení“ |                       |                                 |
| <b>VEDOUcí PRÁCE</b> | <b>Příjmení (včetně titulů)</b><br>Ing. Gášpár    | <b>Jméno</b><br>Roman |                                 |
| <b>PRACOVISŤE</b>    | ZČU - FST - KKE                                   |                       |                                 |
| <b>DRUH PRÁCE</b>    | <b>DIPLOMOVÁ</b>                                  | <b>BAKALÁŘSKÁ</b>     | <b>Nehodící se<br/>škrtněte</b> |
| <b>NÁZEV PRÁCE</b>   | Řešení proudění v pokusném kanálu pomocí CFD      |                       |                                 |

|                |         |                |     |                    |      |
|----------------|---------|----------------|-----|--------------------|------|
| <b>FAKULTA</b> | strojní | <b>KATEDRA</b> | KKE | <b>ROK ODEVZD.</b> | 2016 |
|----------------|---------|----------------|-----|--------------------|------|

### POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

|               |    |                     |    |                      |   |
|---------------|----|---------------------|----|----------------------|---|
| <b>CELKEM</b> | 44 | <b>TEXTOVÁ ČÁST</b> | 43 | <b>GRAFICKÁ ČÁST</b> | 1 |
|---------------|----|---------------------|----|----------------------|---|

|  |   |
|--|---|
| <b>STRUČNÝ POPIS<br/>(MAX 10 ŘÁDEK)</b><br><b>ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL<br/>POZNATKY A PŘÍNOSY</b>           | Bakalářská práce se zabývá numerickým ověřením experimentu tlakových ztrát v pokusném kanálu. Konkrétní příklad byl vybrána jako část, kde dochází ke zvětšení průměru potrubí. Je popsána teorie tlakových ztrát a základní rovnice a informace o výpočetním systému Ansys FLUENT, ve kterém celá simulace probíhá. Výsledky budou následně porovnány s experimentem a vysvětleny případné odchylky. |
| <b>KLÍČOVÁ SLOVA</b><br><b>ZPRAVIDLA<br/>JEDNOSLOVNÉ POJMY,<br/>KTERÉ VYSTIHUJÍ<br/>PODSTATU PRÁCE</b> | Pokusný kanál, potrubí, Ansys, numerická simulace, voda, tlakové ztráty, ztráty, CFD, počítačová simulace, ověření experimentu  |

## SUMMARY OF BACHELOR SHEET

|                          |  |                      |                                   |
|--------------------------|--|----------------------|-----------------------------------|
| <b>AUTHOR</b>            | <b>Surname</b><br>Vrba                                     | <b>Name</b><br>Pavel |                                   |
| <b>FIELD OF STUDY</b>    | 2301R016 "Design of Power Machines and Equipment"          |                      |                                   |
| <b>SUPERVISOR</b>        | <b>Surname (Inclusive of Degrees)</b><br>Ing. Gášpár       | <b>Name</b><br>Roman |                                   |
| <b>INSTITUTION</b>       | ZČU - FST - KKE  |                      |                                   |
| <b>TYPE OF WORK</b>      | <b>DIPLOMA</b>   | <b>BACHELOR</b>      | <b>Delete when not applicable</b> |
| <b>TITLE OF THE WORK</b> | The solution of flow in the experimental channel using CFD |                      |                                   |

|                |                        |                   |                          |                     |      |
|----------------|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------------|------|
| <b>FACULTY</b> | Mechanical Engineering | <b>DEPARTMENT</b> | Power System Engineering | <b>SUBMITTED IN</b> | 2016 |
|----------------|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------------|------|

### NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

|                |    |                  |    |                       |   |
|----------------|----|------------------|----|-----------------------|---|
| <b>TOTALLY</b> | 44 | <b>TEXT PART</b> | 43 | <b>GRAPHICAL PART</b> | 1 |
|----------------|----|------------------|----|-----------------------|---|

|   |   |
|---|---|
| <b>BRIEF DESCRIPTION<br/>TOPIC, GOAL, RESULTS<br/>AND CONTRIBUTIONS</b> | This thesis deals with numerical verification of an experiment of pressure loss in experimental channel. Place where pipe grows in diameter was selected for specific case. This paper mentions basic informations about pressure losses, fundamental equations used for numerical solutions and informations about solving software Ansys FLUENT. Results will be compared with experimental values and potential differences will be explained. |
| <b>KEY WORDS</b>  | Experimental channel, pipe, Ansys, numerical simulation, water, pressure loss, losses, CFD, computer simulation, verification of an experiment  |

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Romanu Gášpárovi za neocenitelnou pomoc při tvorbě této bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Zdeňku Jůzovi Ph.D. MBA za vlídný přístup a ochotu. Dále bych chtěl vyjádřit vděk Ing. Pavlu Žitekovi a prof. Ing. Václavu Urubovi, CSc. za velmi ochotný přístup při řešení organizačních problémů práce.

Mé další díky patří k mé rodině a přátelům, kteří mi dodávali nápady na drobné zlepšení práce a upozorňovali na slohové prohřešky.

## Seznam použitých veličin

| Značka         | Jednotka                          | Název                         |
|----------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| w              | [m/s]                             | Rychlost                      |
| l              | [m]                               | Délka                         |
| v              | []                                | Dynamická viskozita           |
| Re             | [-]                               | Reynoldsovo číslo             |
| p              | [Pa]                              | Tlak                          |
| T              | [K]                               | Teplota                       |
| V              | [m <sup>3</sup> ]                 | Objem                         |
| V <sub>m</sub> | [m <sup>3</sup> /mol]             | Molární objem                 |
| v              | [m <sup>3</sup> /kg]              | Měrný objem                   |
| R              | [J/mol·K]                         | Univerzální plynová konstanta |
| r              | [J/kg·K]                          | Specifická plynová konstanta  |
| ρ              | [kg/m <sup>3</sup> ]              | Hustota                       |
| t              | [s]                               | Čas                           |
| v              | [m <sup>2</sup> /s]               | Kinematická viskozita         |
| η              | [Pa·s]                            | Dynamická viskozita           |
| S              | [m <sup>2</sup> ]                 | Plocha                        |
| a              | [m/s <sup>2</sup> ]               | Zrychlení                     |
| F              | [N]                               | Síla                          |
| m              | [kg]                              | Hmotnost                      |
| T              | [Pa]                              | Smykové napětí                |
| g              | [m/s <sup>2</sup> ]               | Tíhové zrychlení              |
| ζ              | [-]                               | Ztrátový součinitel           |
| e <sub>z</sub> | [J/kg]                            | Ztrátová energie              |
| h <sub>z</sub> | [m]                               | Ztrátová výška                |
| L              | [m]                               | Celková délka                 |
| d              | [m]                               | Průměr                        |
| ε              | [-]                               | Relativní drsnost             |
| k              | [m]                               | Střední drsnost               |
| λ              | [-]                               | Součinitel tření              |
| k              | [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] | Turbulentní kinetická energie |
| ε              | [m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ] | Turbulentní disipace          |
| μ <sub>t</sub> | [m <sup>2</sup> /s]               | Turbulentní viskozita         |



|           |                         |                            |
|-----------|-------------------------|----------------------------|
| $\omega$  | $[\text{s}^{-1}]$       | Měrná turbulentní disipace |
| $\dot{V}$ | $[\text{m}^3/\text{s}]$ | Objemový průtok            |

## Obsah

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Úvod .....                                   | 1  |
| 2     | Teorie mechaniky tekutin .....               | 3  |
| 2.1   | Reynoldsovo číslo .....                      | 3  |
| 2.2   | Základní rozdělení proudících médií .....    | 4  |
| 2.2.1 | Typy plynů .....                             | 4  |
| 2.2.2 | Typy proudění .....                          | 7  |
| 2.2.3 | Typy kapalin .....                           | 8  |
| 2.3   | Rovnice popisující proudění .....            | 9  |
| 2.3.1 | Rovnice kontinuity .....                     | 9  |
| 2.3.2 | Pohybová rovnice .....                       | 9  |
| 2.3.3 | Energetická rovnice .....                    | 11 |
| 2.4   | Hydraulické ztráty .....                     | 11 |
| 2.4.1 | Třecí ztráty .....                           | 12 |
| 2.4.2 | Místní ztráty .....                          | 13 |
| 3     | Rešerše CFD výpočtů a jejich uplatnění ..... | 15 |
| 3.1   | Co je to CFD .....                           | 15 |
| 3.2   | Přítomnost a využitelnost CFD .....          | 15 |
| 3.2.1 | Doprava .....                                | 15 |
| 3.2.2 | Medicína .....                               | 17 |
| 3.2.3 | Energetika .....                             | 17 |
| 3.2.4 | Sport .....                                  | 18 |
| 3.3   | Budoucnost .....                             | 19 |
| 4     | CFD modelování .....                         | 20 |
| 4.1   | Numerické metody .....                       | 20 |
| 4.1.1 | Metoda konečných diferencí .....             | 20 |
| 4.1.2 | Metoda konečných prvků .....                 | 20 |
| 4.1.3 | Metoda konečných objemů .....                | 20 |
| 4.2   | Modelování turbulentního proudění .....      | 22 |
| 4.2.1 | Metoda přímé numerické simulace .....        | 22 |
| 4.2.2 | Metoda simulace velkých vírů .....           | 23 |

|       |                                  |    |
|-------|----------------------------------|----|
| 4.2.3 | Metoda RANS .....                | 23 |
| 4.3   | Modely turbulence .....          | 23 |
| 4.3.1 | Algebraický model .....          | 23 |
| 4.3.2 | Jednorovnicový model .....       | 24 |
| 4.3.3 | Dvourovnicový model.....         | 24 |
| 4.3.4 | Tří a vícerovnicové modely.....  | 26 |
| 5     | Numerická simulace potrubí ..... | 27 |
| 5.1   | Experiment.....                  | 27 |
| 5.2   | Model.....                       | 27 |
| 5.3   | Volba sítě.....                  | 28 |
| 5.4   | Okrajové podmínky .....          | 29 |
| 5.5   | Výpočet.....                     | 30 |
| 6     | Analýza výsledků .....           | 31 |
| 6.1   | Průběh rychlostí .....           | 31 |
| 6.2   | Průběh tlaku .....               | 33 |
| 6.3   | Porovnání s experimentem .....   | 35 |
| 6.4   | Závislost tlakových ztrát.....   | 36 |
| 7     | Závěr.....                       | 39 |
|       | Seznam použité literatury .....  | 40 |
|       | Seznam obrázků .....             | 42 |
|       | Seznam tabulek .....             | 43 |
|       | Seznam příloh.....               | 43 |

# 1 Úvod

Za celou dobu historie Země nedošlo nikdy k takovým změnám prostředí způsobené jedním živočichem v tak krátkém časovém okamžiku jako za posledních několik stovek let. Samozřejmě je řeč o člověku, který svou schopností měnit okolní svět a přizpůsobovat ho k jeho potřebám zanechává nesmazatelný otisk do přírody. Tato schopnost by však nebyla vyvinuta, kdyby lidé nebyli zvědaví a nesnažili se pochopit taje zákonů vesmíru.

Postupem času člověk určil čtyři základní skupenství, které jsou neustále pod intenzivním studiem nejchytřejších mozků planety. Vzhledem k stále se stěžujícím výpočtům a teoriím chování těchto stavů spolu s rychle se rozvíjejícím počítačovým průmyslem se v druhé polovině dvacátého století začaly objevovat programy umožňující rychlejší a snadnější zkoumání fyzikálních a matematických problémů, jejichž vyřešení by opět posunulo technologii lidstva o kus dále.

Zpočátku byly tyto programy velmi specifické a neumožňující jejich aplikaci na širší škálu úloh, tento problém se ale daří eliminovat a tvořit tak univerzální výpočetní systémy schopné řešit celou řadu různých úloh lišící se jak geometrií, tak i médiiem.

Tato práce se věnuje problematice proudění tekutiny rozšiřujícím se potrubím aplikací CFD modelování pomocí programu Ansys Fluent od společnosti Ansys, Inc.

Na následujících stranách bylo provedeno rozdělení práce na teoretickou a praktickou oblast. První část teoretické oblasti se věnovala základnímu seznámení s důležitými rovnicemi popisující proudění, bez jejichž známosti by nebylo možné zadaný problém spočítat. U několika jednodušších vztahů bylo provedeno jejich odvození pro lepší pochopení základního fungování. U složitějších rovnic jako je Navier-Stokesova rovnice, byl pouze uveden základní vztah, který je páteří odvození. Kromě rovnic byly také uvedeny obecné rozdíly mezi ideálními a reálnými tekutinami. Na konci první části byly popsány tlakové ztráty a základní teoretické vztahy, které ji popisují.

Druhá část teorie byla věnována stručné historii a využití CFD. Tato kapitola nebyla příliš obsáhlá, neboť tento popis nebyl hlavní součástí bakalářské práce a sloužil spíše jako informační brána ukazující, jak moc je moderní člověk na numerických výpočtech závislý a do jakých oborů mohou simulace zasahovat.

Poslední, třetí, teoretická část se opět věnovala rovnicím popisující proudění, tentokrát ale jejich numerickým řešením. Bylo uvedeno základní rozdělení numerických metod na metody konečných prvků, diferencí a objemů a stručný popis každé z nich. Neboť byl výpočet proveden podle metody konečných objemů, byly následující stránky věnovány jejímu detailnějšímu popisu. Krátce byly také zmíněny různé typy modelování jako *LES (Large Eddy Simulations)*, *DNS (Direct Numerical Simulations)* a *RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)*. Následně byly představeny jednotlivé modely turbulence rozříděné podle počtu parciálních diferenciálních rovnic, které vyžadují ke svému fungování. Mezi tyto modely patřil model *k-ε* a jeho úpravy, dále *k-ω* a jeho dvourovnicové modifikace, ale i méně tradiční jako jednorovnicový *Spalart-Allmaras* či třírovnicový *k-kl-ω*.

V následující výpočetní části, která se již věnovala konkrétnímu případu nesouosého rozšíření potrubí. Byly využity informace zmíněné v teoretické části a s jejich pomocí a s pomocí údajů z průběhu experimentu, se kterým se poté numerický výsledek porovnává, byly sestaveny okrajové podmínky. Z naměřených údajů byla poté stanovena závislost velikosti tlakových ztrát na vstupní rychlosti.

## 2 Teorie mechaniky tekutin

Mechanika tekutin je vědní obor, ve kterém se zkoumají vlastnosti kapalin a plynů. Tato skupenství se od pevného liší tím, že v závislosti na vnitřním tření (viskozitě) mohou měnit svůj tvar v čase. Tato část fyziky je již po celá staletí pod usilovným výzkumem, neboť rovnice a vztahy popisující chování tekutin jsou často velmi komplikované, nebo je jejich analytické řešení extrémně náročné nebo možná i nemožné, jako například v případě Navier-Stokesovy rovnice. [1]

Jak již bylo zmíněno, klíčová veličina, nebo spíše jedna z klíčových veličin mechaniky tekutin se nazývá viskozita, někde uvedená pod synonymem vazkost. Dá se charakterizovat jako hodnota vnitřního tření, které je závislé především na přitažlivých silách mezi částicemi. Větší viskozita znamená větší přitažlivou sílu, proto se látky s vyšší viskozitou pohybují pomaleji. Pro ilustraci jak velké rozdíly mohou být v hodnotách viskozity, je třeba zmínit například supratekuté hélium, jehož hodnota viskozity je nula a na druhé straně škály například smola, jejíž viskozita může být až  $2,3 \cdot 10^{11}$  větší, než u vody. Za zmínku stojí experiment profesora Thomase Parnella, který umístil smolu do trychtýře, který byl následně odizolován od okolí. 88 let od začátku experimentu spadlo na zem pouze 9 kapek smoly. [2]

### 2.1 Reynoldsovo číslo

Pro správné řešení všech proudových úloh je zapotřebí stanovit o jaký typ proudění se jedná. K tomu složí Reynoldsovo číslo, které je bezrozměrným parametr média s velkým významem v teorii podobnosti. Jedná se o poměr setrvačných sil k silám viskózním. Využívá se například při návrhu konstrukce velkých rozměrů, kde by stavění modelu v měřítku 1:1 bylo nemožné. Při obtékání tělesa prostředím vzniká určitá odporová síla, která je závislá mimo jiné i na rozměrech objektu. Aby síla, která by byla zaznamenána při modelu 1:1, působila v odpovídajícím poměru i na menší model, je třeba, aby testování probíhalo za stejné hodnoty Reynoldsova čísla.

Vztah pro výpočet Reynoldsova čísla vychází z Navier-Stokesovy rovnice, kde se po úpravách dostává vztah (2.1 – 1):

$$\text{Re} = \frac{wl}{\nu} \quad 2.1 - 1$$

Kde:

$w$  ..... střední rychlost v profilu [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

$l$  ..... charakteristický rozměr [m]

$\nu$  ..... součinitel dynamické vazkosti [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ]

Další využití lze najít při určování typu proudění (viz kapitola 2.2.2). Hodnoty, při kterých se ale proudění mění, nejsou pevně dány a proto je třeba je brát velmi orientačně. Přechod z proudění laminárního na přechodné probíhá kolem čísla 2000, určování přechodu z přechodného na turbulentní je už ale mnohem těžší a hodnota může být mezi 2000 až 10 000. [1]

## 2.2 Základní rozdělení proudících médií

Tekutiny lze rozdělit podle několika kritérií. Asi nejzákladnější dělení je podle skupenství zkoumaného média na plyny, kde se vědní obor nazývá aeromechanika (*pneumatika*) a kapaliny, které shlučuje obor hydromechanika (*hydraulika*). Další možností dělení je podle pohybu tekutiny na nepohyblivé a pohyblivé. Poté se výše zmíněné obory dělí na aerostatiku a aerodynamiku, respektive hydrostatiku a hydrodynamiku. O dalším dělení se lze dočíst v následujících podkapitolách.

Pro fyziku je mnohem zajímavější pohyblivé médium. Už ze samé podstaty věci, že se látka začne pohybovat, objeví se velké množství problémů. Proudění je totiž velmi náročné popsat, protože je závislé na například na rychlosti, druhu média nebo tvaru a vlastnostech prostředí, ve kterém se médium nachází. I hodnoty popisující vlastnosti tekutin, které jsou v ideálním případě konstantní, jako například měrné tepelné kapacity, se začínou měnit v závislosti na teplotě. Často je také médium směs různých plynů či kapalin o rozdílných vlastnostech, které nadále komplikují výpočet. [1]

### 2.2.1 Typy plynů

Jsou dva možné způsoby, jak lze teorii plynu chápat. Prvním způsobem je aproximace na ideální plyn, který se ale od reality v mnohém liší a je tedy nutné ho brát pouze teoreticky a druhým způsobem jsou samotné reálné plyny. [1]

- **Ideální plyn**

Ideální plyn zanedbává mnoho vlastností reálných plynů, jako třeba rozměry molekul, které se dají aproximovat na hmotné body, jejich interakce, které jsou dokonale pružné a žádným způsobem se neovlivňují, závislost tepelných kapacit na teplotě atd. Důsledkem všech zanedbání a předpokladů je plyn s dokonalou stlačitelností a plynulostí.

Existují tři základní zákony, které ideální plyn popisují. Prvním je Charlesův zákon, který v případě, že ideální plyn nemění objem, hovoří, že poměr tlaku a teploty je konstantní. Dalším je Gay-Lussacův zákon, který za předpokladu konstantního tlaku stanovuje poměr mezi objemem a termodynamickou teplotou. Posledním vztahem je Boyleův–Mariottův zákon, který lze v některé literatuře najít i pod názvem Boyleův zákon. Ten tvrdí, že za izotermického děje je součin tlaku a objemu konstantní. [3]

$$\frac{p}{T} = konst. \quad 2.2 - 1$$

$$\frac{V}{T} = konst. \quad 2.2 - 2$$

$$pV = konst. \quad 2.2 - 3$$

V roce 1834 [4] francouzský vědec Émile Clapeyron, celým jménem Benoît Paul Émile Clapeyron, s využitím Boyleova-Mariotteova a Gay-Lussacova zákona sestavil stavovou rovnici ideálního plynu, která určuje vztah mezi veličinami popisující termodynamický systém.

Odvození lze provést následovně. Obecný děj jdoucí od bodu 1 do bodu 2 lze nahradit izotermou a izobarou procházející přes bod A. Po vyjádření měrného objemu  $v_A$  z rovnic (2.2 – 4 a 2.2 – 5) a jejich sečtení vyjde vztah (2.2 – 6), kde výsledná konstanta má hodnotu  $r$ , tedy specifické plynové konstanty, jak je naznačeno v rovnici (2.2 – 7).

$$p_1 v_1 = p_A v_A \rightarrow v_A = \frac{p_1 v_1}{p_A} = \frac{p_1 v_1}{p_2} \quad 2.2 - 4$$

$$\frac{v_A}{T_A} = \frac{v_2}{T_2} \rightarrow v_A = \frac{T_A v_2}{T_2} = \frac{T_1 v_2}{T_2} \quad 2.2 - 5$$

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} = konst. \quad 2.2 - 6$$

$$\frac{pv}{T} = r \quad 2.2 - 7$$

Ačkoli ideální plyn zanedbává mnoho faktorů reálných plynů, je jeho chování velmi podobné reálnému plynu při vysokých teplotách a malých tlacích, kdy větší mezery mezi molekulami snižují počet interakcí mezi nimi. [4]

#### • Reálný plyn

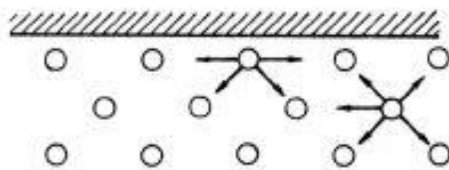
Hlavní rozdíl mezi ideálním a reálným plynem je ten, že u ideálního plynu na sebe molekuly působí pouze v okamžiku střetu. Kdyby ale tento model byl pravdivý, nemohlo by nikdy existovat kapalné či pevné skupenství, protože by částice byly neustále rovnoměrně nahodile rozložené v dostupném prostoru. Tento problém blízce studoval nizozemský vědec Johannes Diderik van der Waals, který prokázal existenci přitažlivých sil mezi molekulami. Tyto přitažlivé síly objasňují existenci zbylých dvou základních skupenství, kdyby ale neexistovala žádná další síla, která by od určité vzdálenosti nepůsobila proti silám přitažlivým, všechny molekuly by se smrštily do jediného bodu. Proti přitažlivým silám tedy musí působit síly odpuzivé, které brání kolapsu. Velikost přitažlivých sil se musí zmenšovat s rostoucí vzdáleností molekul, což je nutná podmínka pro existenci plynného stavu látky.

V roce 1873 van der Waals představil stavovou rovnici (2.2 – 8) upravenou o korekční členy, které jsou určeny vlastnostmi částic plynu. Vycházel z mírně upravené stavové rovnice ideálního plynu, kde vystupuje univerzální plynová konstanta  $R$  a molární objem  $V_m$ .

$$pV_m = RT \quad 2.2 - 8$$

Molární objem plynu  $V_m$  je zmenšen o objem molekul v počtu Avogadrovy konstanty  $N_A$  a tlak plynu  $p$  je korigován o takzvaný kohézní tlak  $p_i$ , který je vyvolán v důsledku přitažlivých sil mezi molekulami. Výslednice přitažlivých sil molekul uvnitř nádoby je nulová, v bezprostřední blízkosti okraje nádoby ale začínají převládat síly směřující dovnitř nádoby (viz obrázek 2.2-1). Počet molekul v mezní vrstvě a ve vrstvě sousedící s mezní vrstvou je stejný a nepřímo úměrný molárnímu objemu  $V_m$ .





Obrázek 2.2-1 - Přitažlivé síly [5]

Kohézní tlak  $p_i$  je úměrný součinu počtu molekul v obou vrstvách a tím i  $V_m^{-2}$ . Následně se do rovnice zavedou parametry  $a$  a  $b$ , které reprezentují přitažlivé respektive odpudivé síly mezi molekulami. Těmito úpravami dostaneme van der Waalsovou rovnici (2.2 – 9) pro jeden mol plynu, za kterou byl její objevitel oceněn Nobelovou cenou za fyziku v roce 1910. [5][1]

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \quad 2.2 - 9$$

Tato rovnice ale stále vykazovala určité nepřesnosti. V roce 1900 francouzský chemik Marcellin Berthelot mírně poupravil van der Waalsovou rovnici přidáním teploty na levou stranu rovnice na tvar (2.2 – 10).

$$\left(p + \frac{a}{TV_m^2}\right)(V_m - b) = RT \quad 2.2 - 10$$

Jako asi nejpřesnější dvouparametrová stavová rovnice byla sestavena roku 1948 Ottou Redlichem a Josephem Neng Shun Kwongem (Po objevitelích nazvána Redlich-Kwongova stavová rovnice), která má tvar (2.2 – 11). [5]

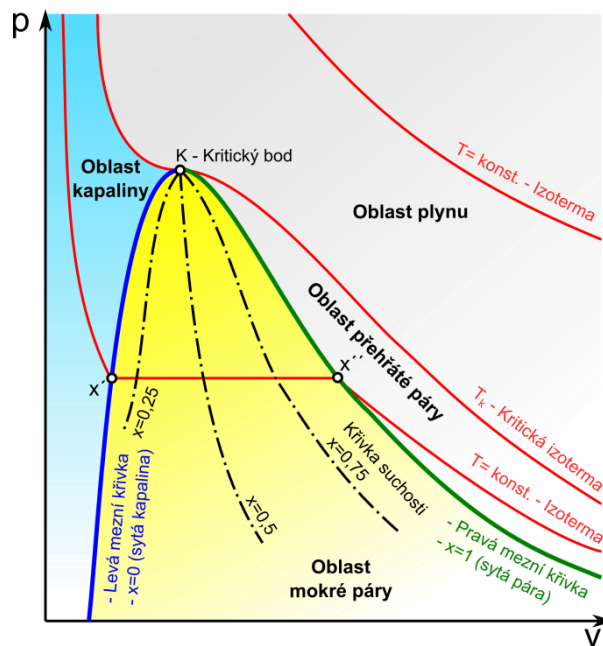
$$\left(p + \frac{a}{\sqrt{TV_m^2}(V_m + b)}\right)(V_m - b) = RT \quad 2.2 - 11$$

Parametry  $a$  a  $b$  lze určit pomocí kritických hodnot plynu podle rovnic (2.2 – 12) a (2.2 – 13), kde dolní index  $C$  značí hodnoty veličin v kritickém bodě. [6]

$$a = \frac{1}{9(\sqrt[3]{2}-1)} \frac{R_2 T_C^{\frac{5}{2}}}{p_C} \quad 2.2 - 12$$

$$b = \frac{\sqrt[3]{2}-1}{3} \frac{RT_C}{p_C} \quad 2.2 - 13$$

K osvětlení, co to vlastně kritický bod je, je uveden obecný p-v diagram.

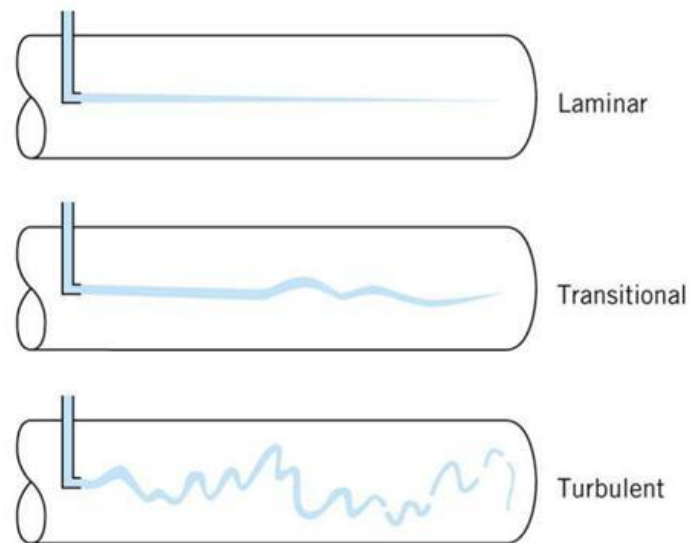


Obrázek 2.2-2 - p-v diagram vody a vodní páry [20]

Stavová rovnice ideálního plynu předpokládá, že by izotermy v p-v diagramu měly tvořit soustavu rovnoosých hyperbol. Při porovnání s reálným plynem je ale vidět, že existuje oblast, ve které izotermy tekutiny nemají hyperbolický, ale vodorovný tvar. V této oblasti za stálého tlaku a zvyšování měrného objemu se kapalina vypařuje a postupně přechází v plyn. Jakmile se veškerá kapalina přemění, tlak začne opět klesat jako v oblasti kapaliny. S rostoucí teplotou tekutiny se délka oblasti konstantního tlaku zkracuje, až na izotermě, které se říká kritická, lze nalézt pouze inflexní bod. Hodnoty tlaku a měrného objemu v tomto bodě jsou nazývány kritickými. Dosáhne-li objem nebo tlak kritických hodnot při kritické teplotě, nastává skoková změna skupenství z kapalného na plynný. [3]

## 2.2.2 Typy proudění

Tekutina může proudit dvěma způsoby – laminárně nebo turbulentně. Kdy nastane přechod mezi těmito dvěma typy určuje hodnota Reynoldsova čísla, které ale není příliš přesná a slouží pouze orientačně. Obecně při malých hodnotách tekutina proudí laminárně a při vysokých turbulentně.



Obrázek 2.2-3 - Reynoldsův experiment [21]

(Obr. 2.2-3) ukazuje výsledek Reynoldsova experimentu, kdy při malých rychlostech proudění nastává laminární, při vyšších přechodné a při nejvyšších turbulentní proudění.

- **Laminární**

U laminárního proudění, které obecně nastává pouze u velmi malých rychlostí, se proudnice v médiu neprotínají a pohybují se vedle sebe ve zdánlivých vrstvách. Proto lze v některé literatuře spatřit pojem *vrstevnaté proudění*. Vzhledem k tomu, že experiment probíhal při plně vyvinutém turbulentním proudění je tento typ zmíněn pouze okrajově.

- **Turbulentní**

Pokud se rychlost zvýší, částice tekutiny se vlivem zvýšeného smykového napětí mezi vrstvami začne promíchávat. Toto promíchávání bude mít dalekosáhlé důsledky na průběh celého proudění, neboť molekuly začnou vytvářet trojrozměrné víry různých velikostí, díky kterým se hybnost přenáší z rychlejších molekul na pomalejší, což má za následek růst odporové síly. Energie nejmenších vírů, které vznikají postupným rozpadem vírů větších, se mění na teplo. Tento jev je známý jako disipace energie. [1]

### 2.2.3 Typy kapalin

Při zvyšující se teplotě začnou molekuly látky kromě rotačního a kmitavého pohybu konat i translační pohyb. V této fázi se látka mění z pevného do kapalného skupenství. Translační pohyb molekul razantně mění vlastnosti – fyzikální jevy, které mohly být dříve pro jejich nevýraznost zanedbávány, se náhle objevují v důležitých rovnicích popisující chování nyní tekuté látky. Stejně jako u plynů lze kapaliny rozdělit na ideální, neboli dokonalé a na kapaliny reálné, neboli skutečné. [1]

- **Ideální kapalina**

Teorie ideální kapaliny nepřihlíží k molekulové struktuře. Toto zjednodušení usnadňuje mnohé výpočty, protože zanedbává stlačitelnost látky a její vnitřní tření. Vzhledem

k neexistenci tohoto tření lze tento dokonalý případ označit jako supratekutou látku, neboť hodnota viskozity je rovna nule. [1]

- **Reálná kapalina**

Reálné kapaliny lze mírně stlačit a jejich vlastnosti velmi ovlivňuje viskozita, která byla v předchozím případě zanedbávána. Fyzika rozlišuje celé spektrum druhů viskozit. Jako nejzákladnější se uvádí dynamická viskozita  $\eta$  [ $Nsm^{-2}$ ], která určuje poměr mezi tečným napětím a změnou rychlosti v závislosti na vzdálenosti mezi dvěma vedlejšími vrstvami tekutiny. Obrácená hodnota této veličiny se nazývá tekutost. Podělením dynamické viskozity hustotou se získá kinematická viskozita  $\nu$  [ $m^2s$ ]. [1]

## 2.3 Rovnice popisující proudění

CFD programy využívají ke svým výpočtům tři základní rovnice popisující proudění, které vychází ze základních zákonů zachování.

### 2.3.1 Rovnice kontinuity

Tato rovnice je shodná jak pro ideální, tak pro skutečnou tekutinu. Podle zákona zachování hmotnosti (resp. hmotnostního průtoku) platí, že součet konvektivní a časové změny průtoku je roven nule, což se dá napsat do vztahu (2.3 – 1).

$$\int_V \frac{\partial(\rho)}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{w} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad 2.3 - 1$$

Lze spatřit, že v druhém členu vystupuje vektor rychlosti  $w$ , který je vynásoben vektorem  $n$ , který vyjadřuje jednotkové vektory do všech tří os. Tento vztah je poté po úpravách možné napsat v diferenciálním tvaru (2.3 – 2).

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0 \quad 2.3 - 2$$

Rovnice (2.3 – 2) platí neustálené proudění stlačitelné tekutiny. Pokud se tekutina dá pokládat za nestlačitelnou, první člen rovnice je roven nule a tak lze zapsat rovnici kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu jako (2.3 – 3). [7] [8]

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0 \quad 2.3 - 3$$

### 2.3.2 Pohybová rovnice

Navier-Stokesova, jak se tato rovnice také označuje, vychází z druhého Newtonova zákona (2.3 – 4), neboli také zákona síly.

$$\sum_{i=1}^n F_i = m \frac{dw}{dt} \quad 2.3 - 4$$

Postupnými úpravami lze dostat Navier-Stokesovu rovnici, kterou jde rozepsat do tří směrů ve tvarech (2.3 – 5).

$$\frac{\partial w_x}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} = a_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w_y}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} = a_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial t} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} = a_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right)$$

2.3 – 5

Obecně lze rovnici zapsat ve tvaru (2.3 – 6), kde  $\Delta$  značí Laplaceův operátor aplikovaný na tři souřadnice rychlosti a  $\nabla$  je diferenciální operátor nabra.

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w(\nabla w) = a - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta w \quad 2.3 - 6$$

Tvar (2.3 – 6) platí pouze pro nestlačitelné tekutiny. Pro stlačitelná média platí tvar (2.3 – 7)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w(\nabla w) = a - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta w + \frac{1}{3} \nu \nabla(\nabla w) \quad 2.3 - 7$$

Kde:

První člen..... lokální zrychlení

Druhý člen ..... vnitřní setrvačné zrychlení

Třetí člen..... vnější setrvačné zrychlení

Čtvrtý člen ..... zrychlení pomocí tlakových sil

Pátý a šestý člen..... zrychlení pomocí třecích sil

Navier-Stokesova rovnice patří mezi nelineární parciální diferenciální rovnice, které obecně nejsou analyticky řešitelné. Pro výpočet složitějších případů proudění je zapotřebí použít numerických metod. [7][8]

### 2.3.3 Energetická rovnice

Levá strana této rovnice určuje změnu celkové energie jednoho kilogramu látky za jednu vteřinu. Pravá strana udává příčiny této změny. Index  $k$  je tzv. sčítací index, za který se postupně dosazují hodnoty  $x, y$  a  $z$ .

Energetická rovnice má po úpravách tvar (2.3 – 8). [7]

$$\frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{\tau_{kl}}{\rho} \frac{\partial w_k}{\partial l} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k} + \frac{q_v}{\rho} \quad 2.3 - 8$$

Kde:

První a druhý člen..... měrná změna energie za čas

Třetí člen..... disipace kinetické energie

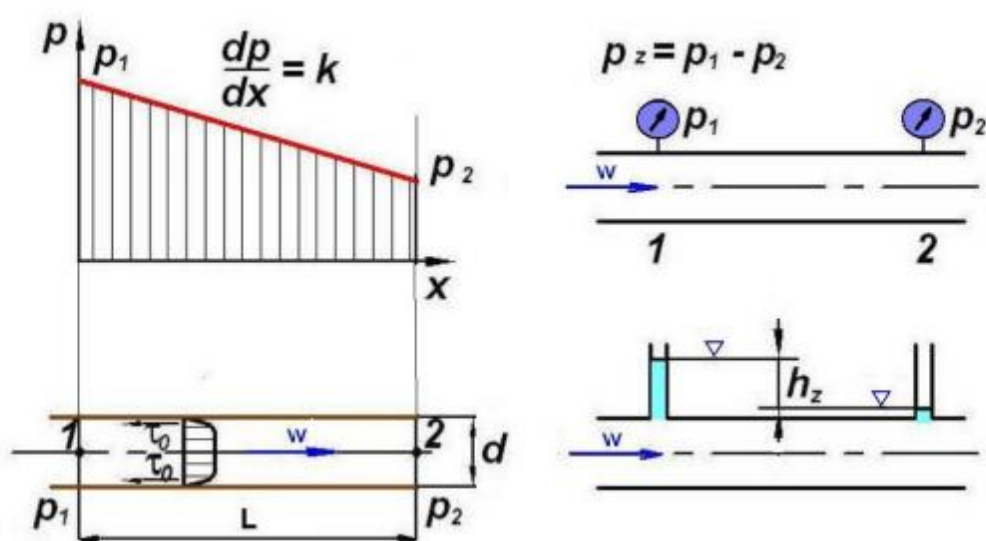
Čtvrtý člen ..... difúze tepla do okolí

Pátý člen ..... produkce tepla

### 2.4 Hydraulické ztráty

Hydraulické ztráty jsou velmi rozsáhlým a komplikovaným tématem, jehož obecné uvedení a postupné zúžení na zadaný případ by dalece přesahoval zadání této práce. Proto budou na následujících řádkách uvedeny vztahy a teorie pro konkrétní geometrii zkoumaného potrubí.

Při proudění tekutin v trubici dochází k přeměně energie způsobené působením třecích sil na teplo. Tento rozptyl energie snižuje celkovou mechanickou práci proudícího média, což lze v praxi pozorovat například na proudící kapalině v rovinném potrubí, kdy jsou při měření zaznamenány rozdílné hodnoty celkových tlaků na počátku a konci vedení. Projevem jsou tedy tlakové ztráty.



Obrázek 2.4-1 - Tlakové ztráty v potrubí [8]

Na obrázku 2.4-1 je patrná tlaková ztráta  $p_z$  způsobená tečným napětím  $\tau_0$ . Tato tlaková ztráta při experimentálním měření způsobuje rozdílnou výšku hladiny  $h_z$  v kanálech umístěných na počátku a konci sledované části.

Vztah mezi hodnotou energetických ztrát a těmito veličinami lze za pomoci hustoty kapaliny, tíhového zrychlení nebo rychlosti napsat ve tvaru (2.4 – 1). V případě rychlosti se ve vzorci objevuje ztrátový součinitel  $\zeta$ , jehož hodnota je závislá na geometrii sledované oblasti a na typu proudění.

$$e_z = \frac{p_z}{\rho} = gh_z = \zeta \frac{w^2}{2} \quad 2.4 - 1$$

Pro detailnější rozbor hydraulických odporů bylo toto téma rozděleno na odpory třecí a odpory místní. [8]

### 2.4.1 Třecí ztráty

Velikost třecích odporů je závislá na typu proudění média. Pro laminární proudění lze vztah pro velikost tlakových ztrát odvodit ze vzorce pro střední rychlost proudu (2.4 – 2)

$$w_s = \frac{p_z d^2}{32\eta L} \quad 2.4 - 2$$

Dynamickou viskozitu  $\eta$  lze vyjádřit pomocí kinematické viskozity  $\nu$ , celá rovnice se poté může vynásobit rychlostí  $w$ . Po zavedení Reynoldsova čísla  $Re$  a vyjádření tlakové ztráty  $p_z$  vychází tvar (2.4 – 3)

$$p_z = \frac{64}{Re} \frac{Lw^2 \rho}{2d} \quad 2.4 - 3$$

První zlomek ve vztahu (2.4 – 3) se nazývá součinitel tření  $\lambda$ .

Pro turbulentní proudění platí stejný vzorec jako pro laminární, rozdíl je pouze v hodnotě součinitele tření. Velký vliv na tento součinitel má nově i drsnost stěny, kdy tento vliv záleží na rozměrech vazké podvrstvy a nerovnostech vyjádřených relativní drsností  $\varepsilon$ , která se vypočte podle vztahu (2.4 – 4), kde  $k$  značí střední výšku zdrsnění povrchu a  $d$  průměr trubky. Obecně je provedeno dělení na:

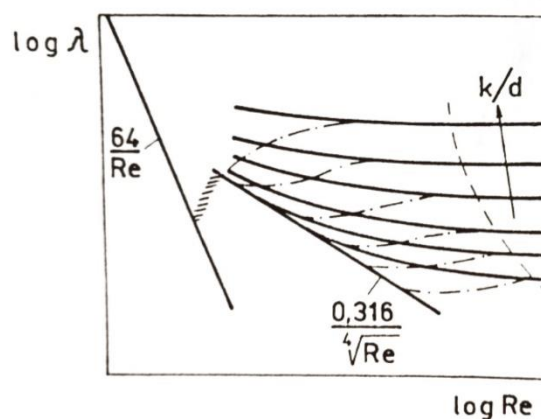
- *Proudění s hydraulicky hladkou stěnou:* Vazká podvrstva má vyšší výšku než jakou mají nerovnosti na povrchu. Díky tomu nemá drsnost vliv na ztráty třením a hydraulické odpory jsou jako ve hladkém potrubí závislé pouze na Reynoldsově čísle.
- *Proudění v přechodové oblasti:* První nerovnosti povrchu protínají vazkou podvrstvu. Třecí součinitel má závislost na Reynoldsově čísle a poměrné drsnosti.
- *Proudění s hydraulicky drsnou stěnou:* Vazká podvrstva je tenčí než je výška většiny nerovností. Třecí součinitel ztrácí závislost na Reynoldsově čísle a je tak funkcí pouze poměrné drsnosti.

$$\varepsilon = \frac{k}{d} \quad 2.4 - 4$$

Pro turbulentní proudění s hydraulicky hladkými stěnami již nelze odvodit vztah pro součinitel třetí z jednoduchého výpočtu, bylo tedy potřeba vycházet z naměřených hodnot. Pro Reynoldsova čísla od  $2,3 \cdot 10^3$  do  $8 \cdot 10^4$  platí například Blasiovův vztah (2.4 – 5).

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad 2.4 - 5$$

Na obrázku 2.4 – 2 je nakreslen Nikuradseho diagram, který naznačuje průběh velikosti třecího součinitele v závislosti na Reynoldsově čísle. Křivka zcela vlevo s popiskem  $64/Re$  ukazuje průběh pro laminární proudění. Následuje krátká oblast, ve které se laminární proudění mění na turbulentní, která je zakončena tzv. Blasiovou křivkou platící pro hydraulicky hladké stěny. Od této křivky se odpojují křivky, které se stoupajícím Reynoldsovým číslem přecházejí ve vodorovné čáry. V oblasti vodorovných čar je proudění s hydraulicky drsnou stěnou. V diagramu je možné spatřit kromě souvislé čáry i čáru čerchovanou, která platí pro rovnoměrně rozloženou umělou drsnost. [1] [8]



Obrázek 2.4-2 – Nikuradseho diagram [1]

## 2.4.2 Místní ztráty

Místní odpory jsou způsobeny změnou geometrie vedení v zákrutech, zúženích atd., které se vyskytují mezi dvěma místy, mezi kterými je potrubí postaveno nebo v jakýchkoli zařízeních zasahujících do dění v proudu. V těchto místech dochází ke změně veličin, což vyvolává víření nebo odtržení proudu, které razantně urychlují disipaci energie, která je tak mnohem větší než při třecích ztrátách. Tato energie se stále počítá podle vzorce (2.4 – 1), hodnota ztrátového součinitele ale závisí na typu místní ztráty a fyzikálních vlastnostech povrchu. Při malých hodnotách Reynoldsova čísla je zapotřebí brát v zřetel i tuto hodnotu.

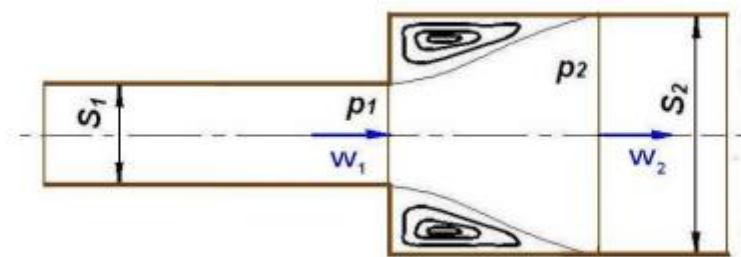
Přepočítání mezi ztrátovými součiniteli lze odvodit ze vzorce (2.4 – 1) vyjádřením ztrátové výšky  $h_z$  (2.4 – 6) a úpravě pomocí rovnice kontinuity na tvar (2.4 – 7).

$$h_z = \zeta_1 \frac{w_1}{2g} = \zeta_2 \frac{w_2}{2g} \quad 2.4 - 6$$



$$\zeta_1 = \zeta_2 \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 = \zeta_2 \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 = \zeta_2 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 \quad 2.4 - 7$$

Při náhlém rozšíření vedení velmi rychle klesne rychlost proudění. Z upravené Bernulliho rovnice (2.4 – 8) pro místa 1 a 2, které ohraničují kontrolní oblast potrubí na obrázku 2.4-3 vychází najevo, že se změnou rychlosti dochází i ke změně tlaku. Tato rovnice však není kompletní, protože není počítáno se ztrátami vířením, které vzniká při odtržení mezní vrstvy od stěn. Tento ztrátový tlak lze vyjádřit pomocí rovnice (2.4 – 1) a dosadit do rovnice (2.4 – 8) za vzniku stavu (2.4 – 9).



Obrázek 2.4-3 - Turbulence v rozšiřujícím se potrubí [8]

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho(w_2^2 - w_1^2)}{2} \quad 2.4 - 8$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho(w_2^2 - w_1^2)}{2} - h_z \rho g \quad 2.4 - 9$$

Aplikací věty o změně toku hybnosti, rovnice kontinuity a rovnice (2.4 – 6) lze vyjádřit ztrátové součinitele pro místo vtoku a odtoku výrazy (2.4 – 10).

$$\zeta_1 = \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2 < 1$$

$$\zeta_2 = \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2 > \zeta_1$$

2.4 – 10

Celková hodnota tlakových ztrát na celém úseku se spočte jako součet třecích ztrát v úzké části potrubí až do bodu 1, místních ztrát v kontrolní oblasti mezi body 1 a 2 a třecích ztrát proudu za bodem 2. [1] [8]

## 3 Rešerše CFD výpočtů a jejich uplatnění

### 3.1 Co je to CFD

*Computational fluid dynamics*, obecně zkracováno na CFD, je odvětví mechaniky tekutin, které využívá numerické metody pro simulování prostředí. Počátky lze spatřit v raném dvacátém století, kdy hrozba druhé světové války nutila mnoho států stále modernizovat a zdokonalovat své technologie, které by měly v prvních rozhodujících okamžicích případné války velký vliv.

S rozvojem výpočetní techniky se výpočty stále více prováděly pomocí programů, které ale byly zpočátku velmi nepřesné. Skutečný rozvoj nastal v pozdějších 50. a zvláště pak v 60. letech ve Spojených Státech. Stejně jako předtím mohla za prudký rozvoj hrozba války, tentokrát však mezi dvěma tehdejšími supervelmocemi – Spojenými státy a Sovětským svazem. Nešlo však jen o závody ve zbrojení, ale i o závody v dobývání vesmíru, které měly hlavně prestižní charakter.

První výpočtáři proudění museli investovat mnoho času na psaní vlastního kódu, pro jejich počítačové programy. Vzhledem k prudkému rozvoji technologií z důvodů výše popsaných a rozšiřování možnosti využití byl právě čas veličinou, která musela být co nejvíce zkrácena. Proto se na trhu začal objevovat software, který již nebyl navrhován pro konkrétní případ, ale mohl být použit pro co nejvíce aplikací. Víceúčelové komercializované programy vyvinuté koncem 80. let rychle vytlačily speciální aplikace a našly uplatnění i mimo vojenské nebo výzkumné prostředí.

### 3.2 Přítomnost a využitelnost CFD

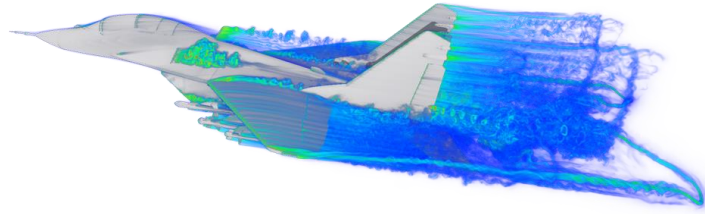
CFD se lze dnes použít v široké škále oborů sahajících od čistě výzkumných až po průmyslové aplikace. Jako důkaz stačí uvést několik příkladů.

- Letecké inženýrství (Letadla, vesmírné lodě, ...)
- Pozemní doprava (snižování odporu vozidel, ...)
- Medicína (Proudění krve v umělém srdci, proudění vzduchu při dýchání, ...)
- Chemické inženýrství (Proudění skrz pumpy či trubky, ...)
- Ochrana životního prostředí (Proudění řek a jejich management, ...)
- Energetické inženýrství (Zvyšování účinnosti turbín, vývoj větrných elektráren, ...)
- Sport (Technika plavání, cyklistika, ...)

#### 3.2.1 Doprava

Jak již bylo zmíněno v kapitole 3.1, CFD bylo zpočátku nutné pro rychlejší vývoj vojenských technologií. Právě letectví stálo u počátku vývoje CFD. Důkazy lze spatřit například ve výpočetních kódech Panair či A502 od společnosti Boeing [9], Quadpan od společnosti Lockheed Corporation (dnes Lockheed Martin) a mnoha dalších. Ačkoliv je studená válka již minulostí, stále se pomocí modelování vyvíjí stále modernější bitevní letadla a vozidla. Některé moderní země mají už ve výzbroji takzvaná supersonická letadla, která jsou schopná letět

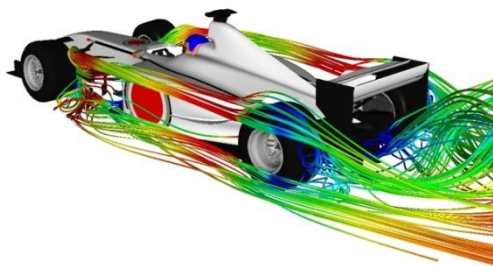
rychlostí až Mach 3 (ve vývoji byly i stroje schopné letět rychlostí necelých Mach 7!) [10], což by bez předchozích simulací pomocí CFD buď bylo možné dosáhnout jen za vydání obrovského množství peněz, nebo nebylo možné vůbec.



Obrázek 3.2-1 - Využití v letectví [22]

I civilní sektor ale nezaostává a také využívá technologii CFD ve velkém. Hlavně u pozemních vozidel se navíc objevuje požadavek z oblasti designu, neboť lidé při dnešním velkém výběru nehledí pouze na technické parametry, ale i na vzhled a výbavu. Modelování je zodpovědné například za zlepšení aerodynamiky aut, efektivnější brzdění, celkové výdrže vozidla, ekonomičtější spotřeba pohonných hmot nebo i za zmenšení množství skleníkových plynů vzniklých v motoru [11]. Například s jeho pomocí je možné modelovat proudění ve válcích motoru, které by bylo jinak extrémně náročné až téměř nemožné.

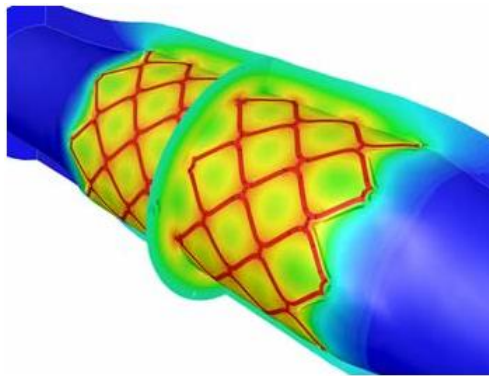
Ještě více než pro klasické civilní použití je CFD využíváno v závodním odvětví, kde může i mírné zlepšení aerodynamiky znamenat lepší čas na jedno kolo a tudíž velmi ovlivnit celý závod. Proto například v seriálu Formule 1 je na aerodynamiku věnována velká část rozpočtu týmu. Menší týmy jsou schopny zaměstnávat až 50 lidí, kteří se věnují čistě aerodynamice, u velkých týmů tento počet roste až k 150 zaměstnancům! [12]



Obrázek 3.2-2 - Využití v automobilovém průmyslu [23]

### 3.2.2 Medicína

V medicíně se CFD využívá hlavně k získávání informací v krevním řečišti, které by byly jinak extrémně obtížné získat experimentálně. Výpočty se například používají při modelování tepen před a po zavedení stentu, například v důsledku ischemické srdeční choroby, kdy se arterosklerotické pláty (nahromadění tuku a krvinek) utvoří na stěně tepny a znemožní tak průchod krve.



Obrázek 3.2-3 - Využití v medicíně [24]

Mezi další využití se řadí simulace pro zmenšení postoperačních komplikací nebo rozvoj efektivnějších krevních pump. Vzhledem k rostoucímu počtu emisí v atmosféře stále více lidí trpí respiračními potížemi a astmatickými záchvaty. Aby byla léčba efektivnější, lékaři využívají vybavení vytvořené z velké části právě pomocí CFD. [11]

### 3.2.3 Energetika

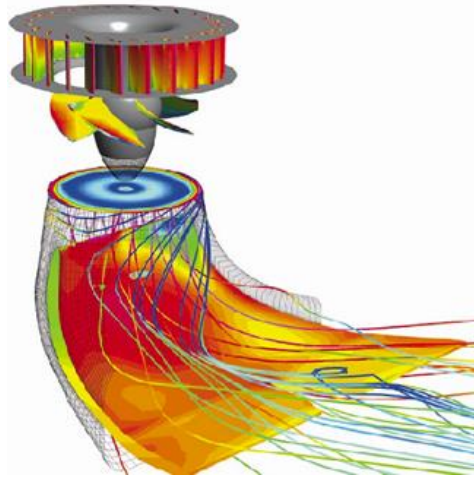
Energetika je velmi obsáhlý obor, ve kterém je CFD hojně využíváno. Účinnost téměř všech zařízení byla razantně zvýšena v průběhu posledních let ať už simulováním odvodů páry, spalin či přechodu tepla mezi různými materiály součástí.

Země za posledních 30 let zažila dvě jaderné havárie hodnocené 7. stupněm na Mezinárodní stupnici jaderných událostí, známým spíše pod zkratkou *INES*. Havárie Černobylské elektrárny v roce 1986 a zvláště havárie Japonského zařízení Fukušima I v roce 2011, která sice v porovnání s Černobylem nebyla tak závažná, ale díky vysoké medializaci způsobila mohutnou politickou reakci po celé zeměkouli, která v extrémních případech zapříčinila buď odklon celé země od jaderné energie (Německo se v roce 2011 zavázalo k ukončení činnosti jaderných elektráren do roku 2022), nebo razantní zpřísnění technického zabezpečení.

CFD výpočty jsou například využívány při modelování míchání chladicí kapaliny v tlakovodních reaktorech. Tento problém je předmětem intenzivního studia jaderné komunity, zejména ve snaze pochopit stacionární a přechodné míchání chladiva při ředění boru, kde míchání má rozsáhlé důsledky na ekonomický provoz takovýchto zařízení. CFD se objevuje i pro analýzu nárazového proudění, které se může objevit v chladnějších částech tlakovodních reaktorů a které je schopné poškodit strukturu celého systému.

Vzhledem k celosvětovému směru získávání stále více energie z obnovitelných zdrojů se nutnost rychlejších inovací objevuje i v tomto sektoru. CFD se využívá pro minimalizaci

nákladů a tím zvýšeného peněžního obrátu při navrhování nových typů lopatek turbín větrných elektráren, které by byly schopny udržovat konstantní výkon během rozdílných povětrnostních podmínek. CFD je také v současnosti jediná technologie, která je schopna přesně projektovat rozložení větrných farem, speciálně ve velmi komplexních terénních podmínkách oblasti. Také pozice turbín v oblasti je klíčová pro efektivní zachycení větru.



Obrázek 3.2-4 - Využití v energetice [25]

I přes trend přechodu na obnovitelné zdroje je dnes více než polovina světové produkce energie prováděna v tepelných elektrárnách. Z celkové vyrobené energie pak přibližně čtvrtinu zaujímá získávání energie pomocí uhlí. Spalování této horniny má i u nejmodernějších zařízení účinnost kolem 40%. Vzhledem k tenčícím se zásobám světových nalezišť a stále náročnějším normám vypouštění emisí je snaha tuto účinnost zvýšit. Tvorba škodlivých látek jako například rtuti a sloučenin jako například oxidů uhlíku, dusíku či síry je omezována CFD simulacemi, které ukazují konstruktérům elektráren, kde tyto škodliviny vznikají. S těmito informacemi je pak možné konstrukci elektrárny upravit a zmenšit tak produkci nežádoucích plynů a zvýšit účinnost. Čistota hoření pak i prodlužuje životnost elektráren, neboť při čistém hoření je zanášení komponentů minimalizováno. [11] [13]

### 3.2.4 Sport

CFD se ve sportu využívá k modelování jak kapaliny, tak vzduchu. Modelování vody je využíváno při plavání, kde byla předmětem výzkumu optimální poloha rukou pro získání co nejvyššího výkonu. Vedoucí národní instituce pro sportovní plavání USA Swimming v minulosti pověřilo použití simulací pro zhodnocení turbulencí vznikající pohybem rukou při plavecké disciplíně volného stylu a motýlku. Dosud zažitá koncepce, že dlaň rukou funguje podobně jako křídla letadla, se ukázala být jen částečně pravdivá. Při malých rychlostech dosahovaných netrénovanými plavci tak skutečně je, při vysokých rychlostech dosahovaných na mistrovstvích světa nebo olympiádě ale proudnice naznačovaly vysoce třídídimenzionální profil, se kterým se lze setkat za lopatkami rotačních turbín.

V cyklistice je prostředí tvořeno vzduchem. Výzkumná skupina sportovního inženýrství SERG (*Sports Engineering Research Group*), která blízce spolupracuje s britským národním cyklistickým týmem, navrhla zkonstruování nejrychlejšího „legálního“ kola planety. Během olympijských her v roce 2004 v Athénách Britové vyhráli celkem dvě zlaté, jednu stříbrnou a

jednu bronzovou medaili. Tento úspěch lze velkou měrou přičíst právě optimalizaci, kterou SERG provedl, jako například modifikaci tlumičů, řídítek nebo helem. Díky poznatkům získaných pomocí CFD byla vyrobena pestrá škála aerodynamických helm, které byly vyráběny pro různé tvary hlavy pro zajištění nejmenšího odporu vzduchu. [11] [14]



Obrázek 3.2-5 - Využití ve sportu [26]

### 3.3 Budoucnost

Dosavadní vývoj a vysoká využívanost v praxi zajišťuje, že se CFD modelování bude nadále hojně využívat. Nesporná výhoda tkví v nepotřebnosti stavět či vyrábět drahé modely na experimentální výzkum, často je dokonce rozměr testovaného objektu tak velký, že je nemožné ho zkoumat experimentálně (např. tsunami v Indonésii v roce 2004).

Moorův zákon hovoří, že se každých osmnáct měsíců výkon počítače zdvojnásobí. Toto pravidlo v roce 2015 oslavilo své padesátiny a nejspíše ještě několik let platit bude. Ruku v ruce s ním jde i vývoj numerických výpočtů. Lze předpokládat, že za několik let se v praxi uplatní systém LES (*Large eddy simulation*), který dokáže lépe počítat např. turbulence v prostředí, kde se nevyskytuje jen jedno skupenství, ale více, jako například plyn-kapalina, plyn-pevná látka, atd. Existuje také možnost, že veškeré problémy spojeny s turbulentním prouděním bude možné počítat přímo bez uvažování nějakého modelu. Kdy a jestli se ale DNS (*Direct numerical simulation*), jak se tento systém nazývá, objeví, je zatím ale skryt za neprůhlednou clonou času. [11]

## 4 CFD modelování

### 4.1 Numerické metody

Jak již bylo zmíněno, analytické řešení proudění je náročné, pravděpodobně i nemožné. Proto byla během let vymyšlena celá řada numerických metod, které by poskytovaly co nejpresnější výsledky v porovnání s experimenty. Mezi tyto metody patří:

- Metoda konečných diferencí
- Metoda konečných prvků
- Metoda konečných objemů

#### 4.1.1 Metoda konečných diferencí

Tato numerická metoda je dominantní v numerickém řešení složitých parciálních diferenciálních rovnic. Její princip je v nahrazení diferenciálních rovnic rovnicemi diferencními. Diferenční rovnice jsou tvořeny z diferencí, tedy lineárními kombinacemi funkčních hodnot hledané funkce v okolních bodech. [15]

#### 4.1.2 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků vznikla zdokonalením metody konečných diferencí a má velké uplatnění v simulacích průběhu napětí či deformací. Její princip spočívá v převodu sledovaného objemu na konečný počet prvků, jejíž hrany se sbíhají do tzv. uzlových bodů. Právě v těchto bodech jsou poté určovány zjišťované parametry veličin. Metoda konečných prvků je vhodná pro viskózní proudění, její nevýhoda je ale v její pomalosti při velkých objemech a její nevhodnosti pro simulaci turbulentního proudění. [15]

#### 4.1.3 Metoda konečných objemů

V roce 1968 se dalšími úpravami a zdokonalováním vyvinula metoda konečných objemů. Základem je opět rozdělení sledovaného objemu na konečný počet prvků pomocí sítě. Kromě uzlů se ale v prvku vyskytuje i kontrolní bod umístěný ve středu. V tomto centrálním bodě se nachází informace o velikosti různých veličin charakterizující proudění. Přenos těchto informací probíhá přes stěny a počítají se jako suma integrálů přes jednotlivé stěny. Výsledkem je sada lineárních algebraických rovnic, přičemž existuje jedna pro každý kontrolní objem.

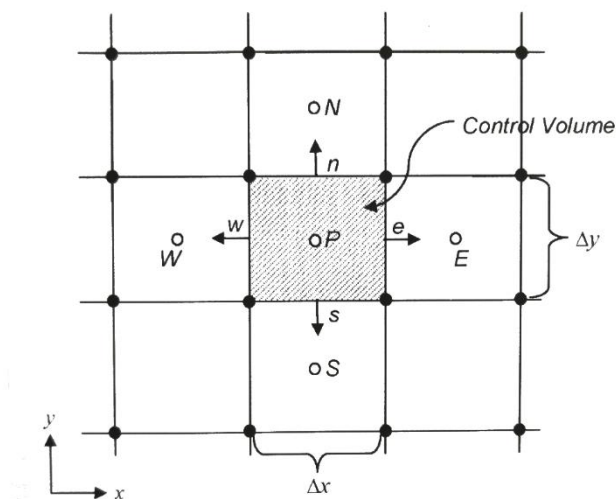
Velkou výhodou této metody je výrazné zkrácení doby výpočtů pro náročnější úlohy, mezi které patří například simulování rozměrných úloh, modelování rychlého nebo turbulentního proudění apod. [15] [16]

Pro tvorbu diskretizační sítě platí několik základních pravidel. Obecně však platí, že je potřeba splnit kompromis mezi přesností a výpočetní dobou. Při síti s malým počtem buněk je výpočet velmi rychlý, výsledky se ale velmi liší od dat zaznamenaných experimentálně. V druhém extrémním případě, kdy je síť velmi hustá, může výpočet trvat mnoho dní, v praktických případech až měsíců. Také rozvržení velikosti buněk má velký vliv. Například v mezní vrstvě je obecně potřeba mít menší prvky, protože se v těchto místech veličiny mění na krátkém úseku velmi rychle. Také v oblastech, kde se očekávají prudké výkyvy zkoumaných



veličin, je třeba mít více elementů pro dosažení vyšší přesnosti. Zhušťování nebo ředění sítě by mělo být prováděno plynule bez skokové změny, která by způsobila chyby ve výpočtech.

Řešení diskretizační sítě musí mít nutně určité odchylky. Pro případ matematického vyjádření této chyby je uveden 2D příklad pro nestlačitelnou kapalinu stálého průtoku. Byla zvolena síť prvků čtvercového tvaru (viz obrázek 5.3 – 1).



Obrázek 4.1-1 - 2D síť [11]

V této síti se nachází element se středovým bodem P, který stranově sousedí s elementy se středovými body N, W, E a S. Strany sledovaného elementu mají informaci o velikosti rychlostí  $w_n$ ,  $w_w$ ,  $w_e$  a  $w_s$ , které mají kolmý směr na stěny. Tyto rychlosti lze zapsat do diskretizačního tvaru metody konečných objemů jako (5.3 – 1)

$$\frac{w_e - w_w}{\Delta x} + \frac{w_n - w_s}{\Delta y} = 0 \quad 4.1 - 1$$

Vzhledem k tomu, že se tyto rychlosti nachází v polovině vzdálenosti mezi středovými body elementů, lze říct, že tyto hodnoty jsou průměrem rychlostí těchto bodů. Dostaneme tedy tvary (5.3 – 2)

$$w_e = \frac{w_P + w_E}{2}; w_w = \frac{w_P + w_W}{2}; w_n = \frac{w_P + w_N}{2}; w_s = \frac{w_P + w_S}{2} \quad 4.1 - 2$$

Dosažením zpět do diskretizačního tvaru (5.3 – 1) dostaneme

$$\frac{w_E - w_W}{2\Delta x} + \frac{w_N - w_S}{2\Delta y} = 0 \quad 4.1 - 3$$

Těmito předpoklady byla ale do výpočtu vložena chyba, která se může vyjádřit pomocí Taylorova rozvoje. Tato chyba má tvar třetího členu v rovnici (5.3 – 4)

$$\frac{w_E - w_W}{2\Delta x} + \frac{w_N - w_S}{2\Delta y} + \left[ O(\Delta x^2, \Delta y^2) \right]_P = 0 \quad 4.1 - 4$$



Proto lze o síti říci, že má určitou třídu přesnosti. Program Ansys Fluent pracuje se třídou přesnosti 2, což znamená, že chyba je vyjádřena prvními dvěma členy Taylorova polynomu. Pro tuto úvahu bylo nutné, aby se střed strany buňky nacházel v polovině vzdálenosti, mezi středními body. Logicky tedy vzniká problém v místech, kde se prvky deformují, jako například na změně průměru. V těchto místech je tedy vhodné zhustit síť, aby byly střední body blízko sebe a vznikla tak menší chyba [11]

Prvky mohou být mnoha tvarů, ve 2D případech se nejčastěji využívá trojúhelníků nebo čtyřúhelníků. Podle toho, zda se síť skládá pouze z jednoho typu geometrie, nebo z více lze provést rozdělení na:

- Uniformní síť
- Hybridní síť

Při rozdělení zkoumané části na více částí například z důvodu lepšího zadání sítě je třeba dávat pozor, zda síť mezi těmito oblastmi je:

- Konformní – Okrajový bod prvku je zároveň okrajovým bodem dalšího elementu
- Nekonformní – Okrajový bod prvku je ve stěně vedlejšího prvku

Obecně se upřednostňuje tvorba konformní sítě, neboť u nekonformního případu hrozí ztráta informací mezi jednotlivými elementy.

## 4.2 Modelování turbulentního proudění

Turbulentní proudění je velmi složitý proces díky náhodným fluktuacím pole v prostoru a čase. Kvůli těmto náhodným jevům vznikají prostorové víry, které se postupem času rozpadají na stále menší a menší. Kinetická energie nejmenších vírů se poté mění na tepelnou energii. Tento proces je znám pod pojmem disipace energie. Vzhledem k extrémní složitosti problému a nedostačující výkonosti výpočetních systémů bylo zapotřebí vyvinout metody umožňující dosáhnout výsledků v reálném čase. V následujících podkapitolách budou zmíněny tři základní způsoby modelování turbulencí.

### 4.2.1 Metoda přímé numerické simulace

Modelování pomocí přímé numerické simulace neboli také DNS (Direct numerical solution) je spíše záležitostí budoucnosti, protože tento systém využívá velmi hustou síť s velmi malým časovým krokem. Vzhledem k tomu, že tato metoda nepočítá s žádným modelem turbulence a tudíž veškeré prostorové vlastnosti tekutiny musí být řešeny v síti prvků o velikosti nejmenších vírů (tzv. Kolmogorovo mikroměřítko turbulence), které se mění na teplo, je tato metoda extrémně náročná na výpočetní výkon počítače.

Požadovaný výkon navíc velmi rychle stoupá se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem, proto se DNS využívá jen v laboratořích na jednoduché geometrii a u velmi nízkých hodnot Re. V praxi se hodnota tohoto čísla pohybuje v příliš vysokých hodnotách, než aby simulaci provedl dnešní nejvýkonnější počítač v dohledném čase. [15] [17]

#### 4.2.2 Metoda simulace velkých vírů

V šedesátých a sedmdesátých letech 20. století se začala používat Metoda simulace velkých vírů (LES – Large eddy simulation), která se dodnes používá v celé škále oborů, například při simulování spalování nebo větrných proudů v atmosféře. Využívá skutečnosti, že hybnost, energie a další simulované veličiny jsou přenášeny hlavně víry větších rozměrů. Tyto víry jsou zachycovány na síti, zatímco menší víry zodpovědné za disipaci energie jsou modelovány tzv. subgridními modely a odstraněny pomocí filtrace turbulentního pole.

Velkou výhodou této metody je mnohem hrubší síť oproti modelování pomocí DNS, tato síť ale musí být stále jemnější než při použití metody RANS. U stěn je navíc stále vyžadována velmi jemná síť ve všech třech směrech, která stále komplikuje délku výpočtů na slabších strojích. [15] [17]

#### 4.2.3 Metoda RANS

Metoda časového středování Navier-Stokesových rovnic (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes) je dnes hlavní metodou řešení úloh mechaniky tekutin. Jejím základem je Reynoldsovo středování, které vychází z předpokladu, že okamžitou hodnotu veličin lze rozdělit na časově středovanou a flukтуаční složku. Pokud se toto středování použije na rovnici kontinuity a na Navier-Stokesovu rovnici, lze odvodit takzvané Reynoldsovy rovnice, které zjednoduší rovnice popisující proudění za cenu vytvoření nových neznámých. Tyto nové neznámé lze zapsat do tenzoru turbulentních napětí, který se pak vyjadřuje pomocí různých metod výpočtu tohoto členu.

Časově zprůměrované hodnoty proudění velmi zkracují dobu výpočtů za zachování relativně vysoké přesnosti simulace. Existuje celá řada modelů RANS, mezi které patří například modely typu k- $\epsilon$ , k- $\omega$  nebo RSM, které do systému zavádí pomocné transportní rovnice, které dále zjednodušují výpočet. [15] [17]

### 4.3 Modely turbulence

Jak bylo zmíněno v předcházejících kapitolách, vzhledem k nemožnosti použití DNS je zapotřebí využít nějaký z modelů turbulence. Takovýchto modelů existuje celá řada, hlavní rozdělení je ve využití metody velkých vírů nebo ve využití Reynoldsova středování. Modely podle Reynoldsova středování se dále mohou rozdělit do kategorií podle počtu parciálních diferenciálních rovnic, které využívají. Vzhledem k tomu, že numerická simulace byla provedena pomocí RANS, jsou v následujících podkapitolách zmíněny modely této metody. [15] [17]

#### 4.3.1 Algebraický model

Algebraické modely nevyužívají žádnou parciální diferenciální rovnici. Do této kategorie lze zařadit Cebeci-Smithův model, Baldwin-Lomaxův model nebo Johnson-Kingův model. První dva jmenované nachází uplatnění hlavně v leteckém průmyslu a nejsou vhodné do jiných inženýrských aplikací. Kromě metody RANS Ansys FLUENT využívá i model Smagorinsky-Lilly, který však využívá metody LES. Hlavní nevýhodou této metody je

neuniverzálnost jedné z konstant určující turbulentní viskozitu, což velmi komplikuje řadu výpočtů, například případy s přechodovým prouděním. Tento problém se snaží řešit dynamická podoba Smagorinsky-Lillyho modelu. [15] [18]

### 4.3.2 Jednorovnicový model

Jednoduchý model využívající jednu diferenciální rovnici je například model Spalart-Allmaras. Tento model má velké využití v leteckém sektoru, v ostatních inženýrských oblastech se už tolik nepoužívá v důsledku špatných výsledků způsobených špatných předpokladů pro obecný případ. Mezi další jednorovnicové modely patří Baldwin-Barthův model nebo Prandtlův jednorovnicový model. [15] [18]

### 4.3.3 Dvourovnicový model

Dvourovnicové modely jsou asi nejpočetnější skupinou modelů turbulence díky své výhodné kombinaci délky výpočtu a přesnosti. Vzhledem k perspektivnosti této oblasti jsou dnes stále vyvíjeny nové modely, které nadále zrychlují a zpřesňují simulace. Tyto modely využívají další dvě transportní rovnice, které reprezentují turbulentní vlastnosti proudění, což umožňuje brát v úvahu vlastnosti jako vedení nebo difúzi turbulentní energie. [15] [18]

#### Model $k-\varepsilon$ :

$k-\varepsilon$  model je dnes jeden z nejvíce používaných modelů turbulence ačkoli není příliš přesný při simulování kompresoru nebo obecně při simulování rotujících proudění, zakřivené mezní vrstvy nebo případu s velkými tlakovými gradienty.

Proměnná  $k$  označuje turbulentní kinetickou energii, tudíž energii v turbulenci, zatímco druhá proměnná  $\varepsilon$  značí turbulentní disipaci, která určuje velikost turbulence. Přepočtení mezi těmito veličinami zní:

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad 4.3 - 1$$

Tento model je kompromisem pro získání co nejlepší výsledky pro co nejvíce případů. Vzhledem k rozšířenému používání této metody se podařilo podrobně popsat její silné a slabé stránky a tak položit základní kámen celé řadě úprav na zlepšení přesnosti pro konkrétní případy. Existuje tedy vícero  $k-\varepsilon$  modelů, které však všechny používají turbulentní viskozitu  $\mu_t$  k modelování Reynoldsových napětí. Jako první bude zmíněna práce profesora Briana Laundera a jeho kolegy Dr. Sharma. Jejich model, označovaný jako standardní  $k-\varepsilon$  model, vykazuje velkou přesnost při vysokých hodnotách Reynoldsova čísla, proto se zpravidla používá při plně turbulentních proudění. Turbulentní viskozita je částečně empiricky dána vztahem (4.3 – 2)

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad 4.3 - 2$$

Kde:

$\rho$  ..... hustota [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

$C_\mu$  ..... konstanta [-]

#### **RNG k- $\varepsilon$ model:**

Úpravou formulace disipace lze získat *RNG k- $\varepsilon$  model*. Konkrétní úprava tkví v přidání členu  $S_\varepsilon$ , který vhodně opravuje turbulentní kinetickou energii a turbulentní disipaci při proudění po silně zakřivené geometrii. Tato výhoda je ale vykoupena nepoužitelností u simulace trysek, kde jsou zaznamenané výsledky horší v porovnání se standartním modelem.

#### **Realizable k- $\varepsilon$ model:**

Mezi další úpravy patří úprava známa jako *Realizable k- $\varepsilon$  model*. Tato modifikace je opět lépe přizpůsobena pro rotující proudění, tentokrát ale díky jinak formulované empirické konstantě  $C_\mu$  ve vzorci turbulentní viskozity, která nyní přebírá tvar funkce stavu proudění. Tato funkce nyní způsobuje, že normálové napětí vystupující v definiční rovnici turbulentní kinetické energie na rozdíl od standartního modelu nemůže nabývat záporných hodnot. [15] [18]

#### **Model k- $\omega$ :**

V modelech *k- $\omega$*  opět vystupuje turbulentní kinetická energie, turbulentní disipace je ale nahrazena proměnnou  $\omega$  označující měrnou turbulentní disipaci. Vzorec pro turbulentní viskozitu má tvar (4.3 – 3), který je jednodušší než tvar (4.3 – 2), proměnné  $k$  a  $\omega$  ale mají mnohem složitější vyjádření.

$$\mu_t = \frac{k}{\omega} \quad 4.3 - 3$$

Výhodou oproti *k- $\varepsilon$*  modelu tkví v přesnosti v malých turbulencích, kde se  $k$  a  $\varepsilon$  blíží k nule. Další výhodou je v lepší simulaci proudění u mezní vrstvy, neboť není vyžadováno používání komplikovaných funkcí popisující proudění u zdi. Tato výhoda je ale vykoupena nutností jemnější sítě v této oblasti. Standartní podobu *k- $\omega$*  modelu je možné nalézt ve velkém počtu průmyslových aplikací. Díky dobrému snášení velkých nepříznivých tlakových gradientů přítomných například v leteckém průmyslu. Nevýhodou je citlivost hodnoty  $\omega$ , kdy je třeba dávat velký pozor při zadávání parametrů této hodnoty. [15]

#### **SST k- $\omega$ model:**

Florian R. Menter vyřešil v roce 1994 problém citlivosti  $\omega$  kombinací standartních verzí *k- $\varepsilon$*  a *k- $\omega$*  modelů. Vhodným nastavením bylo docíleno odstranění tohoto problému bez obětování výborných vlastností v místech blízko zdi. Obecně v *SST k- $\omega$*  fungují *k- $\varepsilon$*  i *k- $\omega$*  zároveň, kdy jsou násobeny funkcí, která je rovna jedné blízko stěny, což aktivuje model *k- $\omega$* , a nule daleko od stěny, což aktivuje transformovaný model *k- $\varepsilon$* . Aplikace této modifikace lze nalézt u případů odtrhávání proudu. I přes nesporné výhody ale není tento model všemocný a stále trpí některými nedostatky jako například v přimykání proudění zpět ke zdi. [18]

#### 4.3.4 Tří a víceroznicové modely

Kromě výše zmíněných modelů, které mají v praxi asi nejhojnější zastoupení, byly vyvinuty i některé modely využívající více rovnic, které mají za úkol další zpřesňování výsledků v případech, kdy klasické méněrovnice modely selhávají.

##### **k-kl- $\omega$ Transition model:**

Tento třírovnice model se využívá pro predikci vývoje mezní vrstvy a jejího přechodu z laminárního do turbulentního režimu. [18]

##### **Transition SST Model:**

Čtyřrovnice model kombinující SST  $k-\omega$  s dalšími dvěma rovnicemi. Používá se podobně, jako předchozí model pro přechodové proudění. [18]

## 5 Numerická simulace potrubí

V této kapitole je uveden popis podmínek řešení numerické simulace, která se následně porovná s experimentem ze zdroje [19]. Veškeré modelování bude provedeno v programech Ansys Inc., konkrétně bude geometrie a síť zadána v programu ICEM CFD a následně vyexportována do programu Ansys Fluent. Při simulaci bude postupováno následujícími kroky:

1. Analýza experimentu
2. Sestavení geometrie součásti
3. Vytvoření výpočetní sítě
4. Tvorba počátečních a okrajových podmínek
5. Nastavení výpočetního modelu
6. Simulace proudění
7. Analýza výsledků

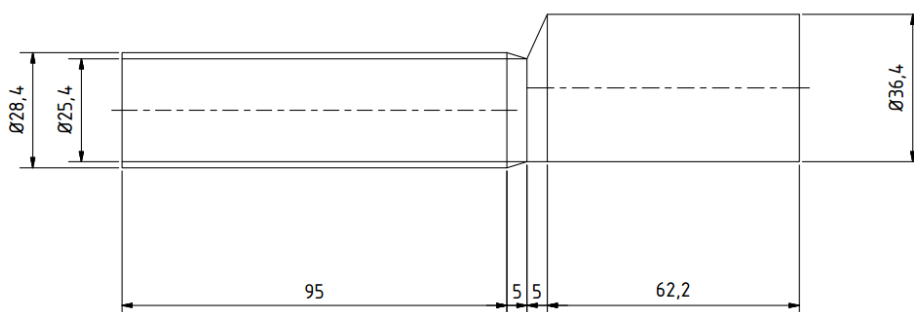
### 5.1 Experiment

Teoretický výpočet tlakových ztrát (viz kapitola 2.4) byl v práci věnující se experimentu velmi zjednodušen. Nebyl uvažován krátký úsek, ve kterém se průřez nejdříve mírně zužoval a následně prudce rozšiřoval. Tento úsek byl dlouhý přibližně 10 milimetrů a zaujímá tedy nezanedbatelnou část na celkové délce 167,2 mm. Dále nebylo počítáno s nesouosostí rozšíření, což způsobuje asi největší chybovost v porovnání s experimentem.

Experimentální hodnoty se od teoretických hodnot velmi lišily, tlaková ztráta se pro simulovaný případ lišila až o 130%, konkrétní hodnoty jsou uvedeny ve zdroji [19].

### 5.2 Model

Potrubí má celkovou délku 167,2 mm. 95 mm od počátku vedení se nachází malé zúžení v délce 5 mm, které je následované rozšířením na průměr 36,4 mm v délce 5 mm. Tato rozšířená část poté pokračuje až do konce sledované části. Podrobná geometrie modelu je zobrazena na obrázku 5.2 – 1.

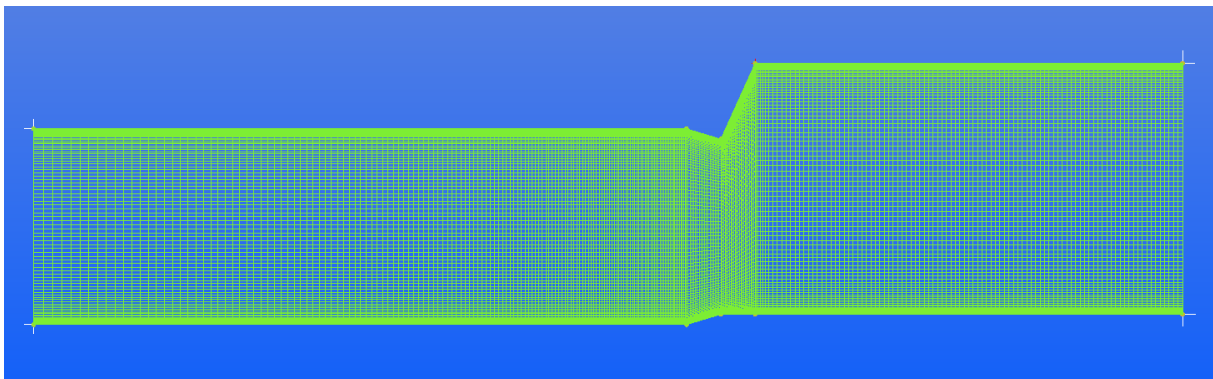


Obrázek 5.2-1 - Geometrie součásti

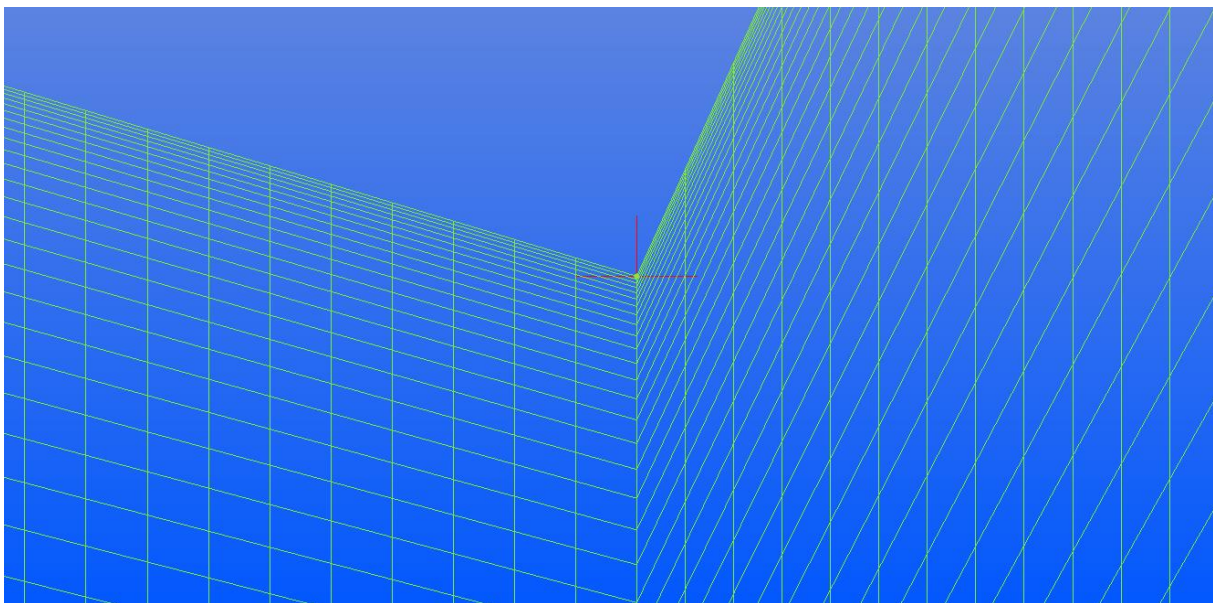
### 5.3 Volba sítě

Pro tento případ byla síť rozdělena na čtyři konformně spojené podoblasti z důvodu lepšího zadání vlastností a dosažení vyšší přesnosti výsledků. Tato síť je vyobrazena na obrázku 5.1 – 2. Detail mezi jednotlivými částmi je na obrázku 5.1 – 3.

Jak již bylo zmíněno, v blízkosti stěn se nachází poměrně tenká oblast známá pod označením mezní vrstva. Toto místo je složeno ze tří částí. V části nejbliže stěně, která se nazývá laminární podvrstva, se rychlost pohybuje v malém intervalu kolem nuly. Se zvyšující se vzdáleností od stěny se v tzv. přechodové oblasti začne vyskytovat turbulentní proudění, které pak přejde do zcela turbulentního v turbulentní oblasti. Vzhledem k rychlým změnám určujících veličin je vyžadována velmi jemná síť, která se poté postupně s určitým růstovým faktorem, udávajícím, kolikrát je element ve vyšší vrstvě větší, než v předchozí, rozšiřuje. V této práci byla hodnota růstového elementu rovná 1,2.



Obrázek 5.3-1 - Síť součástí



Obrázek 5.3-2 - Detail sítě

## 5.4 Okrajové podmínky

Okrajová podmínka pro levou stranu trubky byla definována jako *inlet* umožňující proudění pouze v jednom směru. Výstup byl definován jako *outlet*, který umožňuje výtoku kapaliny pryč ze sledované oblasti.

Bylo zapotřebí také definovat vlastnosti proudící kapaliny. Tyto údaje jsou uvedeny v tabulce 5.4 – 1.

| Proudící médium   | Voda                  |
|---|-----------------------|
| Vstupní teplota [ $^{\circ}\text{C}$ ]                                | 20                    |
| Hustota [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]                           | 998,2                 |
| Dynamická viskozita [ $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ ] | $1,002 \cdot 10^{-3}$ |
| Kinematická viskozita [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]            | $1,004 \cdot 10^{-6}$ |

Tabulka 5.4-1 - Vlastnosti vody

Indukční průtokoměr, který byl použit u experimentu, ukazoval hodnoty objemového průtoku, ze kterého pak bylo potřeba vypočítat rychlost pro různé průměry zkoumaného potrubí. V jednom případě ale byla objevena chyba, která velmi ovlivnila teoretický výpočet tlakových ztrát v práci [19] a která by vnesla chybu i do okrajových podmínek této práce. Rozdíl mezi opravenými a vypočtenými výsledky jsou uvedeny v tabulce 5.4 – 2. Vzhledem k tomu, že označení  $w_1$  v této práci odpovídá hodnotě  $w_2$  v [19], byly indexy přehozeny, aby odpovídaly této verzi. Rychlost  $w_1$  tedy platí pro průměr 28,4 mm a rychlost  $w_2$  pro průměr 36,4 mm.

| $\dot{V}$ [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ] | Vypočtené                  |                            | Opravené                   |                            |
|--|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|  | $w_1$ [ $\text{ms}^{-1}$ ] | $w_2$ [ $\text{ms}^{-1}$ ] | $w_1$ [ $\text{ms}^{-1}$ ] | $w_2$ [ $\text{ms}^{-1}$ ] |
| $0,659 \cdot 10^{-3}$                    | 0,862 ; 0,672              | 0,524                      | 1,040                      | 0,633                      |
| $0,581 \cdot 10^{-3}$                    | 0,917                      | 0,558                      | 0,917                      | 0,558                      |
| $0,341 \cdot 10^{-3}$                    | 0,539                      | 0,328                      | 0,538                      | 0,328                      |

Tabulka 5.4-2 - Oprava rychlostí proudění

Dvě hodnoty u  $w_1$  znamenají, že ve zdroji [19] byly uvedeny tyto dvě hodnoty v různých místech práce. S první hodnotou bylo počítáno ve výpočtech, druhá hodnota byla uvedena v Tab. 5.2 *Výpočtové veličiny*, kde autor rekapituloval všechna vypočtená a použitá čísla. Chybná rychlost pak vedla ke zcela nesprávným teoretickým hodnotám experimentu pro první případ.

Chybná rychlost se poté promítla i do výpočtu Reynoldsova čísla, které má důležitou funkci při rozpoznání typu proudění.



| $\dot{V} [m^3 s^{-1}]$ | Vypočtené  |            | Opravené   |            |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|
|                        | $Re_1 [-]$ | $Re_2 [-]$ | $Re_1 [-]$ | $Re_2 [-]$ |
| $0,659 \cdot 10^{-3}$  | 24 481     | 19 074     | 28 968     | 23 041     |
| $0,581 \cdot 10^{-3}$  | 33 379     | 20 311     | 26 043     | 20 311     |
| $0,341 \cdot 10^{-3}$  | 19 620     | 11 939     | 15 279     | 12 412     |

Tabulka 5.4-3 - Oprava Reynoldsova čísla

Z tabulky 5.4 – 3 je patrný velký rozdíl mezi hodnotami uvedenými ve zdroji [19] v Tab. 5.2 *Výpočtové veličiny* a mezi hodnotami autorem této práce opět přepočtenými. Očekáván byl pouze rozdíl v první řádce, kde byla vypočtena špatná velikost rychlostí a v třetí řádce, kde bylo špatně zaokrouhlené číslo. Chyby ale byly nalezeny ve všech měřeních kromě hodnoty  $Re_2$  u druhého měření.

## 5.5 Výpočet

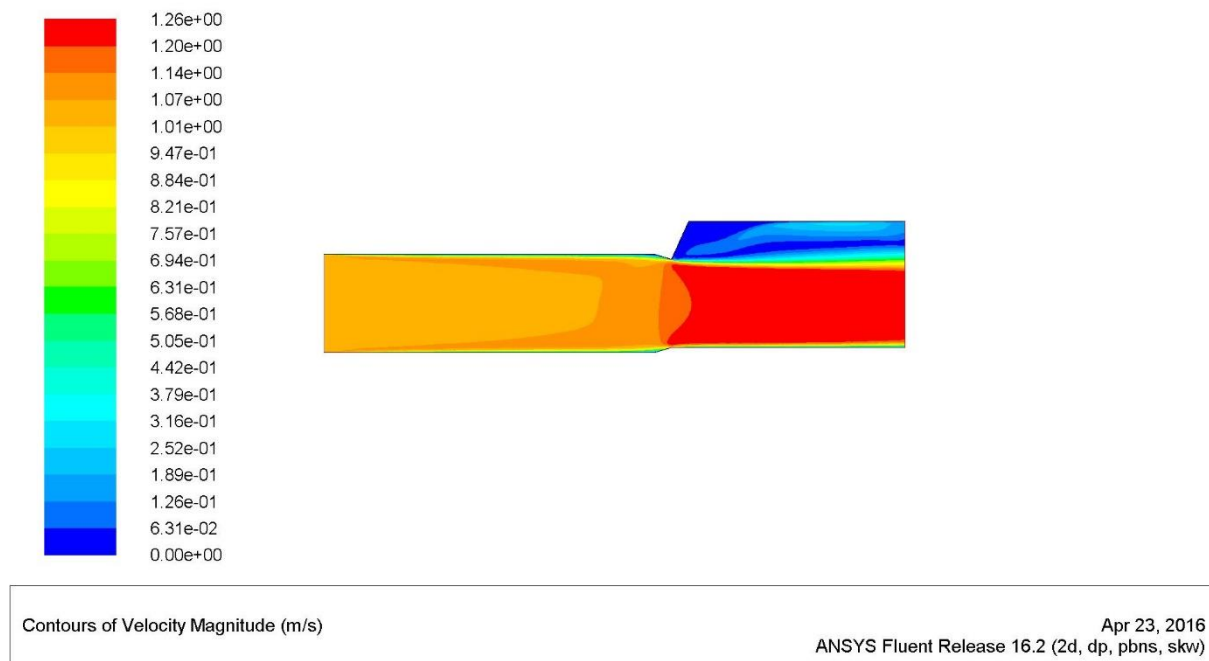
Pro simulaci proudění byly využity opravené hodnoty ze zdroje [19]. Proudící médium bylo vybráno z katalogu v programu FLUENT jako voda v kapalně fázi, proudění bylo nastaveno jako stacionární, stlačitelné a vazké. K modelování turbulencí byl zvolen dvourovnicový standartní model  $k-\omega$ . Pro vyhodnocení tlakové ztráty byl vypočten vážený průměr statického tlaku na vstupu a výstupu, přičemž takto zjištěné hodnoty byly následně mezi sebou odečteny.

## 6 Analýza výsledků

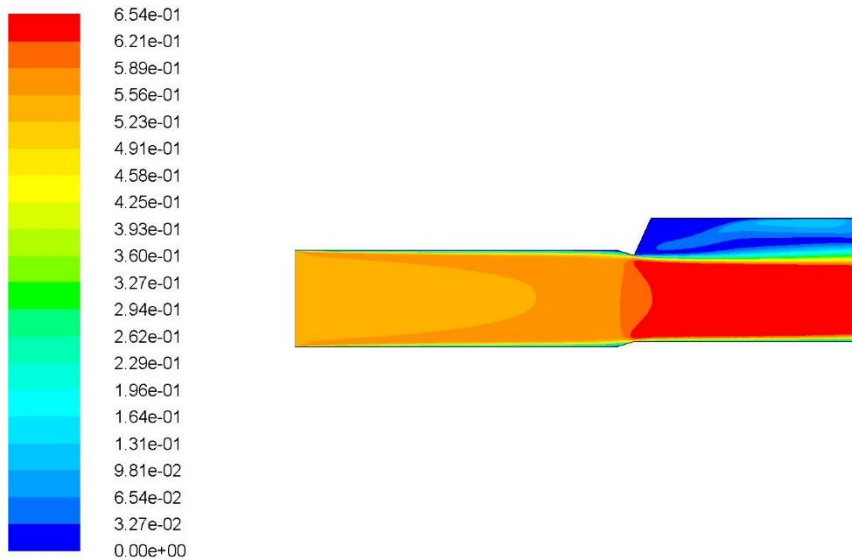
Tato kapitola je věnována výsledkům numerické simulace proudění a jejich porovnání s experimentálními hodnotami. Dále budu uveden předpokládaný vývoj tlakových ztrát při zvyšování či zmenšování vstupních rychlostí a vysvětlení zjištěné závislosti.

### 6.1 Průběh rychlostí

Na obrázku 6.1 – 1 jsou zobrazeny kontury rychlostí pro počáteční rychlost 1,04 m/s. Ačkoli rozdíl průměrů mezi vstupem a výstupem ze sledované oblasti činí 8 milimetrů, malé zúžení před tímto přechodem způsobuje nárůst rychlosti v dolní části potrubí. V místě úplavu vznikají víry, ve kterých se velmi rychle zpomaluje proudící voda. Tyto jevy jsou zaznamenány při všech testovaných rychlostech, jak je naznačeno na obrázku 6.1 – 2, kde jsou výsledky pro počáteční rychlost 0,539 m/s.



Obrázek 6.1-1 - Kontury rychlostí pro počáteční rychlost 1,040 m/s

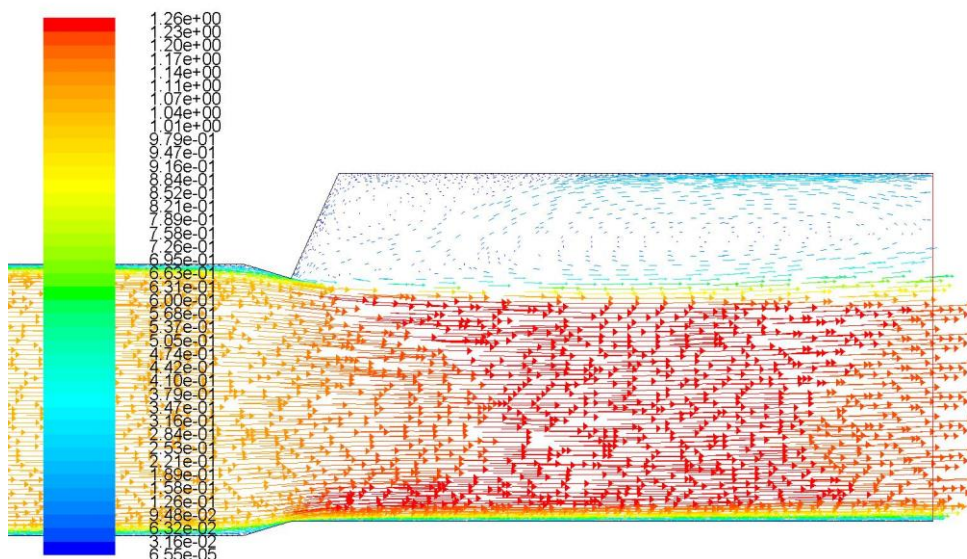


Contours of Velocity Magnitude (m/s)

Apr 23, 2016  
ANSYS Fluent Release 16.2 (2d, dp, pbns, skw)

Obrázek 6.1-2 - Kontury rychlostí pro počáteční rychlost 0,538 m/s

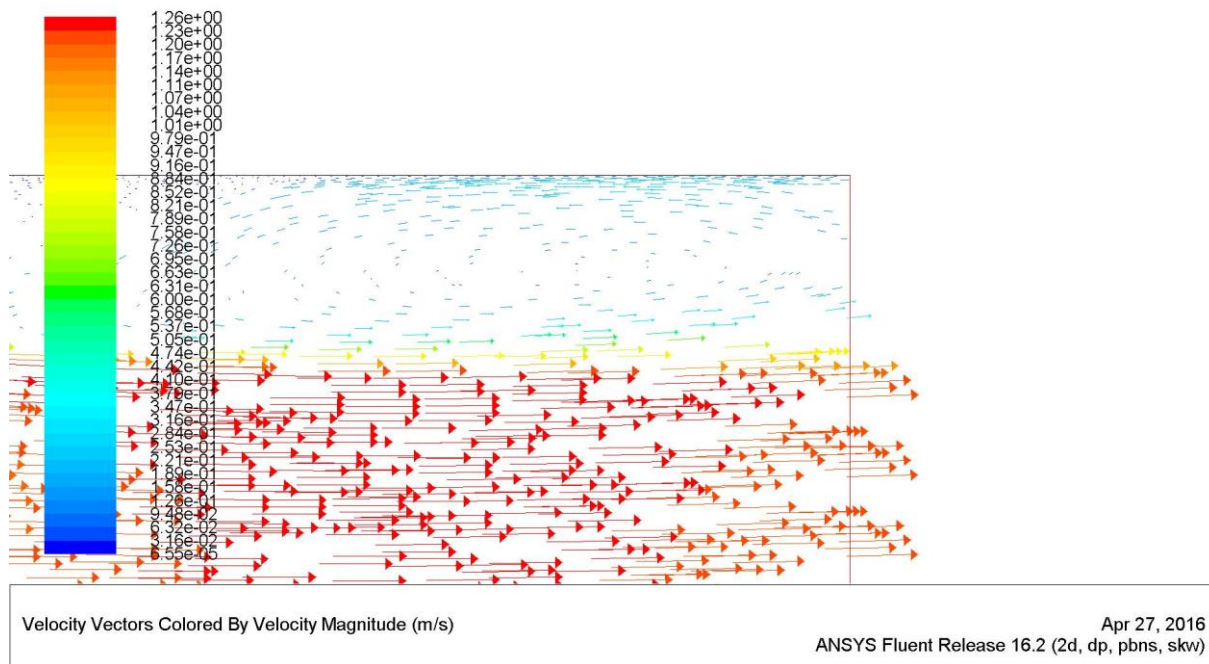
V konturách na obrázcích výše je patrné značné odtržení proudu za mírným zúžením ve střední části potrubí. Takto vzniklé víry mají pravděpodobně kritický vliv na výsledné tlakové ztráty v kanálu. Je také patrné, že rychlost se na krátkém úseku za rozšířením zvýšila, což je v rozporu s teoretickými výpočty uvedenými v kapitole 2.4.2 *Místní ztráty*, které mírné zmenšení průměru před rozšířením zanedbávaly. Pro ilustraci jak vypadají víry v místě úplavu jsou uvedeny obrázky 6.1 – 3 a 6.1 – 4. Oba tyto obrázky platí pro případ vstupní rychlosti 1,040 m/s. Je také patrné, že v místě poblíž horní stěny se vyskytuje zpětný proud.



Velocity Vectors Colored By Velocity Magnitude (m/s)

Apr 23, 2016  
ANSYS Fluent Release 16.2 (2d, dp, pbns, skw)

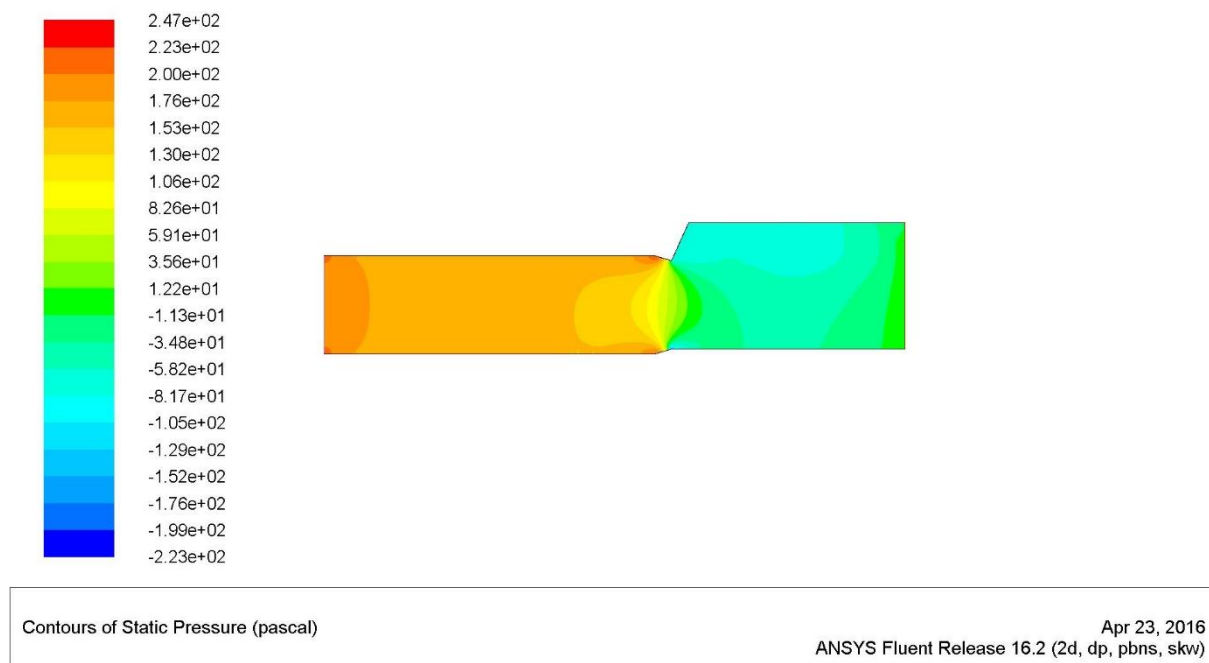
Obrázek 6.1-3 - Vektory rychlosti



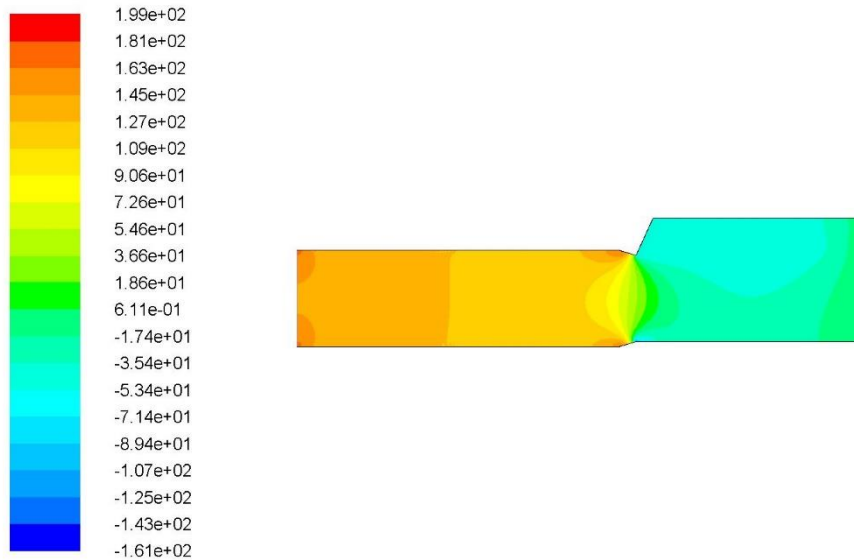
Obrázek 6.1-4 - Vektory rychlosti v detailu

## 6.2 Průběh tlaku

Kvůli nesouososti rozšíření je očekáván výskyt podtlaku v místě úplavu. Tento předpoklad je navíc podpořen výsledkem kontur rychlostního pole na obrázcích 6.1-1 a 6.1-2, kde bylo ukázáno, že kapalina v těchto místech rotuje s velmi malou rychlostí v porovnání se zbytkem kanálu. Průběh statického tlaku pro všechny tři zkoumané vstupní rychlosti (vyobrazeno na obrázcích 6.2-1 až 6.2-3) je velmi podobný a nevyskytuje se žádná anomálie, která by byla způsobena rozdílnými hodnotami. Bylo potvrzeno výše uvedené tvrzení, že v místě úplavu je podtlak.



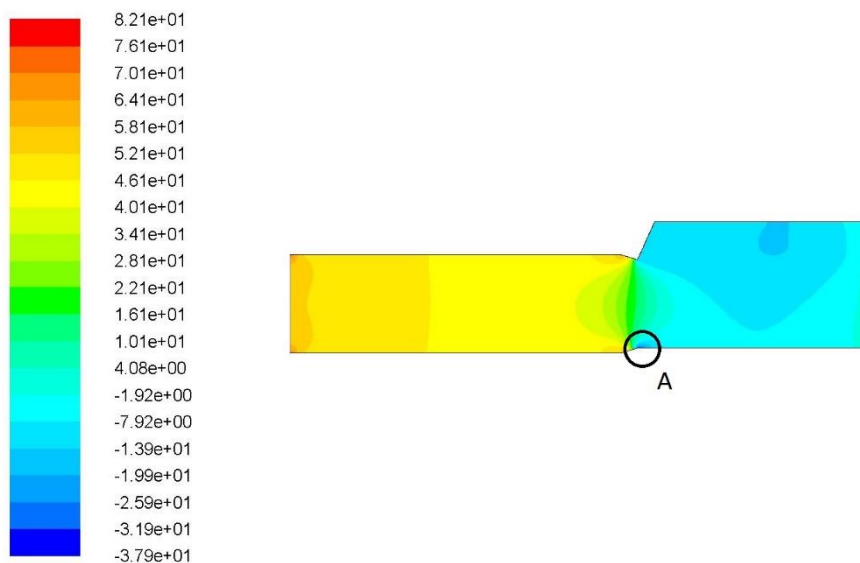
Obrázek 6.2-1 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 1,040 m/s



Contours of Static Pressure (pascal)

Apr 23, 2016  
ANSYS Fluent Release 16.2 (2d, dp, pbns, skw)

Obrázek 6.2-2 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 0,917 m/s



Contours of Static Pressure (pascal)

Apr 23, 2016  
ANSYS Fluent Release 16.2 (2d, dp, pbns, skw)

Obrázek 6.2-3 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 0,538 m/s

Zvláště v posledním případě pro počáteční rychlost 0,538 m/s lze spatřit malou oblast (Oblast A na obrázku 6.2-3) nízkého tlaku za zúžením. Tato oblast má dokonce nižší hodnoty statického tlaku, než je na horní části za rozšířením. S rostoucí rychlostí je tato oblast stále menší. Pravděpodobné vysvětlení existence tohoto místa je, že během zúžení se rychlejší tekutina přimkne ke stěně a dojde ke ztenčení mezní vrstvy. Za zúžením se mezní vrstva opět rozšiřuje a dochází k odtržení malé části tekutiny, která vytvoří malé víry.

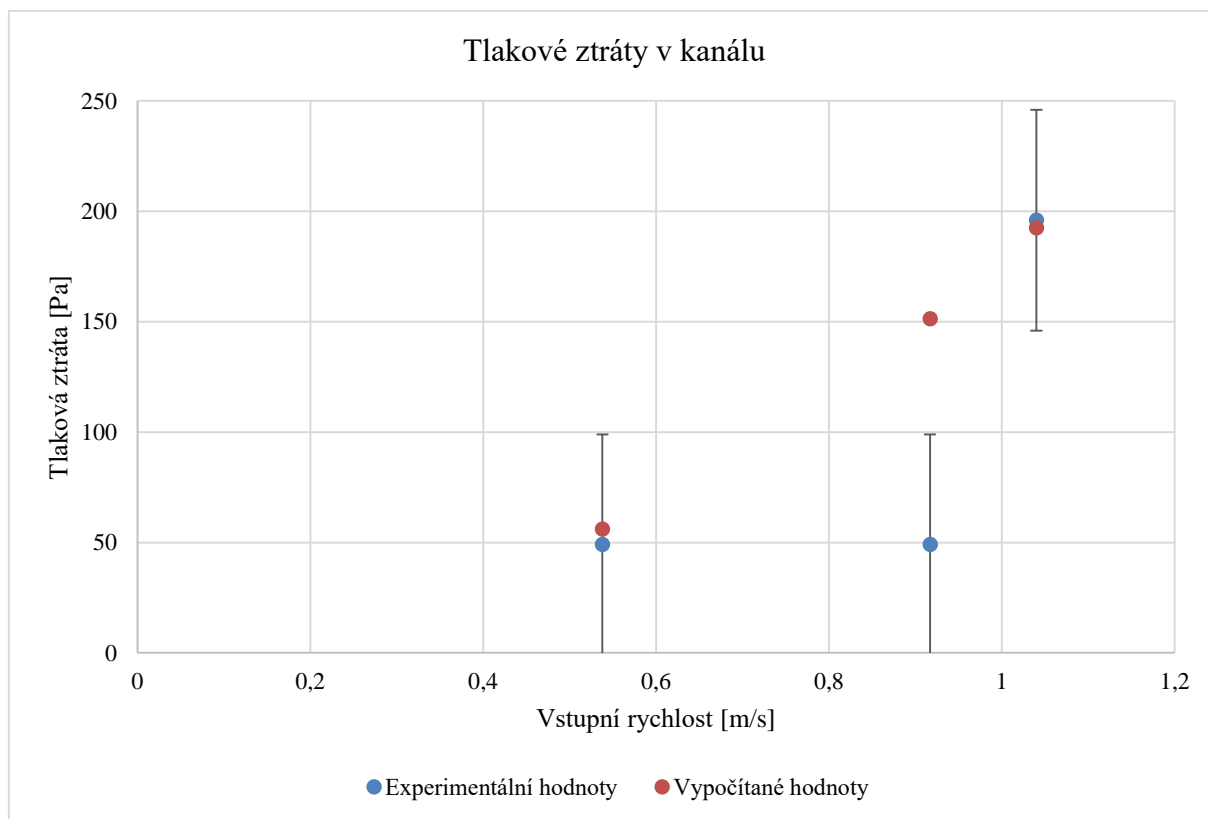
### 6.3 Porovnání s experimentem

Výsledné hodnoty tlakových ztrát v experimentu byly naměřeny s relativně vysokou nepřesností  $\pm 50$  Pa, přesto se ale podařilo pomocí numerického simulování přiblížit na poměrně blízké hodnoty, což naznačuje správnost oprav dat ze zdroje [19]. Problém nastal u modelování pro vstupní rychlost 0,917 m/s, kde experimentálně vyšla stejná hodnota tlakové ztráty jako pro rychlost 0,538 m/s, ale logicky vzhledem k blízkosti k rychlosti 1,040 m/s by měla mít výsledná ztráta hodnotu poblíž ztráty naměřené při této rychlosti.

Výsledky jsou uvedeny v tabulce 6.3 – 1. Graf poté na obrázku 6.3 – 1.

|   |        |        |       |
|---|--------|--------|-------|
| <b>Objemový průtok [dm<sup>3</sup>/s]</b> | 0,659  | 0,581  | 0,341 |
| <b>Vstupní rychlost [m/s]</b>             | 1,040  | 0,917  | 0,538 |
| <b>Experimentální hodnota [Pa]</b>        | 196    | 49     | 49    |
| <b>Vypočítaná hodnota [Pa]</b>            | 192,48 | 151,34 | 56,06 |

Tabulka 6.3-1 - Porovnání výsledných hodnot



Obrázek 6.3-1 - Porovnání výsledných hodnot

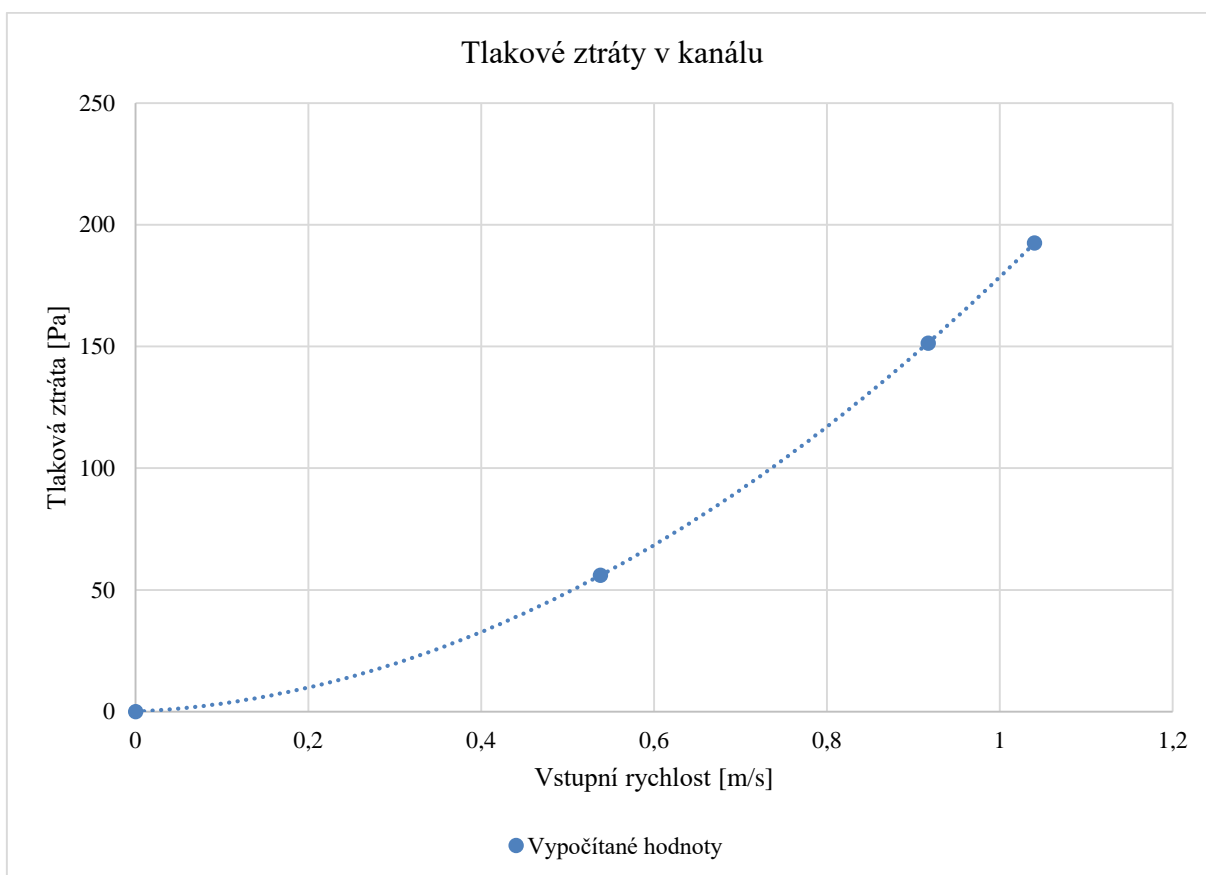
Oprava počáteční rychlosti z 0,836 m/s na 1,040 m/s se ukázala jako správná, protože tlaková ztráta by v opačném případě vyšla pouze 134,49 Pa, což je hodnota mimo chybovou oblast, která má minimální hodnotu 146 Pa.

## 6.4 Závislost tlakových ztrát

Za předpokladu, že při nulové počáteční rychlosti je i nulová tlaková ztráta, lze grafem vypočítaných hodnot proložit křivku řídící se podle polynomu druhého stupně (Na obrázku 6.4 – 1). Tato křivka je poměrně věrohodně kopíruje pozici naměřených bodů a teoreticky by tedy i měla předpovídat naměřené tlakové ztráty při různých vstupních rychlostech. Pro otestování tohoto tvrzení bude zvoleno sedm dalších hodnot, které jsou zaznamenány v tabulce 6.4 – 1.

| Vstupní rychlost $w_1$ [ $\text{ms}^{-1}$ ] |       |       |       |     |     |     |     |     |     |
|---|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0,2   | 0,538 | 0,917 | 1,040 | 1,3 | 1,6 | 1,9 | 2,2 | 2,5 | 2,8 |

Tabulka 6.4-1 - Hodnoty počátečních rychlostí



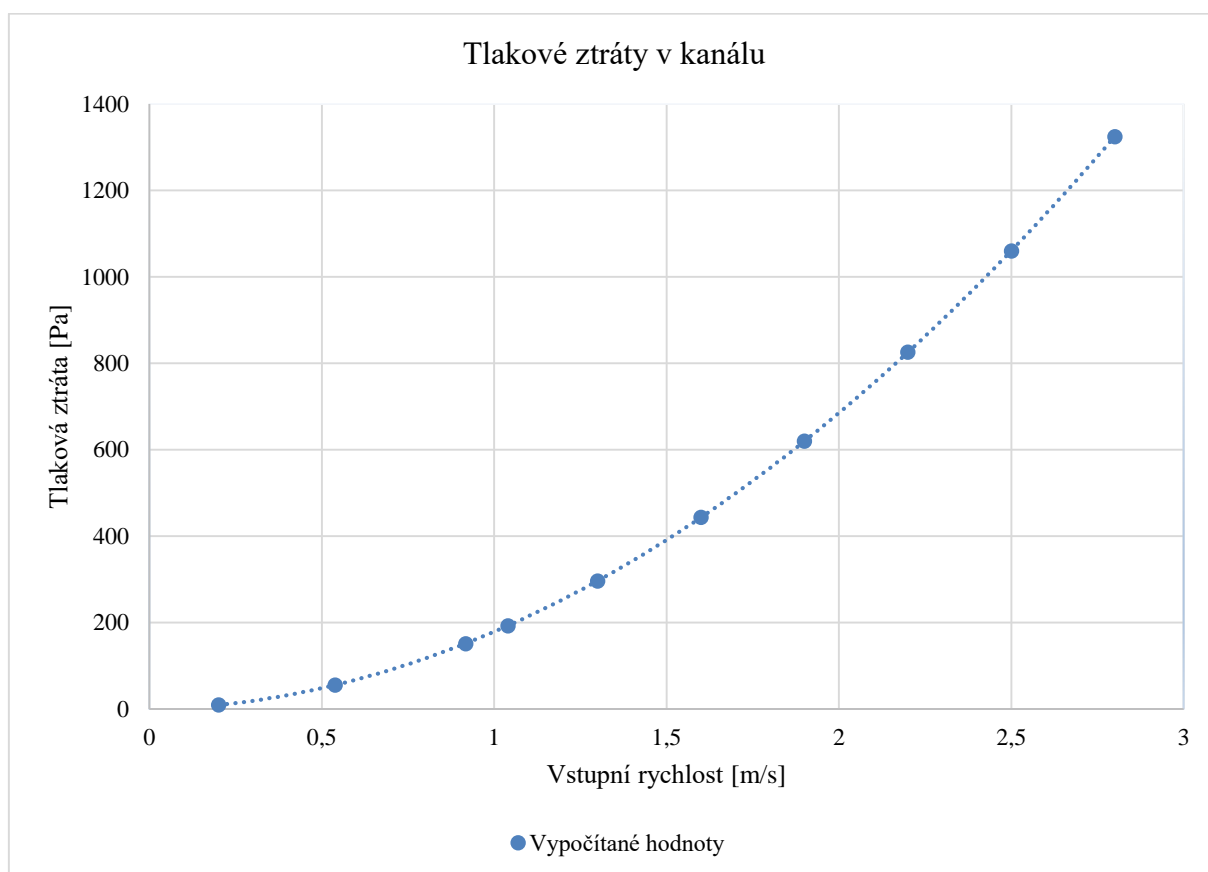
Obrázek 6.4-1 - Proložení vypočtených hodnot křivkou

Při simulování se v plné míře projevil fakt, že při zmenšujících se rychlostech je zapotřebí větší počet iterací, než dojde ke konvergenci. Pro rychlost 0,2 m/s bylo zapotřebí 2647 iterací, pro rychlost 1,3 m/s 1229 a pro rychlost 2,8 m/s už jen 1083.

Tlakové ztráty jsou uvedeny v tabulce 6.4 – 2, proložená křivka pak v grafu na obrázku 6.4 – 2.

| Vstupní rychlost [m/s] | Tlaková ztráta [Pa] |
|------------------------|---------------------|
| 0,2                    | 9,45                |
| 0,538                  | 56,06               |
| 0,917                  | 151,34              |
| 1,040                  | 192,48              |
| 1,3                    | 296,30              |
| 1,6                    | 443,72              |
| 1,9                    | 620,39              |
| 2,2                    | 825,84              |
| 2,5                    | 1060,17             |
| 2,8                    | 1324,38             |

Tabulka 6.4-2 - Závislost tlakové ztráty na rychlosti



Obrázek 6.4-2 - Závislost tlakové ztráty na rychlosti

Po deseti numerických simulacích pro různé rychlosti byla výše uvedená myšlenka potvrzena. Tlakové ztráty se skutečně nachází velmi blízko proložené křivce řídící se podle polynomu druhého řádu. Pro vysvětlení tohoto jevu je zapotřebí odvodit vztah pro tlakovou ztrátu jako funkci rychlosti.



Jak již bylo zmíněno v kapitole 2.4, hydraulické odpory se skládají z místních a třecích ztrát. Malou úpravou vztahu (2.4 – 3) lze dostat vztah (6.4 – 1), který udává ztrátu třením v rovném potrubí. V rozšíření je místní ztráta, kterou popisuje vztah (6.4 – 2), který lze odvodit z rovnice (2.4 – 1).

$$p_{zt} = \lambda \rho \frac{l}{d} \frac{w^2}{2} \quad 6.4 - 1$$

$$p_{zm} = \zeta \rho \frac{w^2}{2} \quad 6.4 - 2$$

Sečtením obou rovnic a jejich úpravou na podmínky zkoumaného případu dostaneme vztah (6.4 – 3), který ale nezohledňuje nesouosost rozšíření ani zúžení potrubí před ním. Pro ilustraci ale uvedená rovnice bude stačit. Je vidět, že se rychlost vyskytuje ve svém kvadrátu, což vysvětluje vypočítané hodnoty tak blízko proložené křivce.

$$p_z = \lambda_1 \rho \frac{l_1}{d_1} \frac{w_1^2}{2} + \zeta \rho \frac{w_2^2}{2} + \lambda_2 \rho \frac{l_2}{d_2} \frac{w_2^2}{2} \quad 6.4 - 3$$

## 7 Závěr

Cílem práce bylo ověřit experimentální hodnoty tlakových ztrát v části pokusného kanálu umístěného v suterénu univerzity. Bylo využito výpočetního programu *Ansys FLUENT* od společnosti *Ansys, Inc.* Konkrétní část měla tvar rozšiřujícího se potrubí, které ale nebylo souosé a rozšiřující se na místě, ale mírným zúžením následovaným prudkým zvýšením průměru na celkové délce jeden centimetr. Výpočet byl zjednodušen na 2D úlohu.

Hned v úvodu byly při sestavování okrajových podmínek zaznamenány chyby v počátečních rychlostech v potrubí, které by vnesly hrubou chybu do simulace a tudíž i odečtu velikosti tlakových ztrát. Bylo tedy nutné tyto chyby opravit a až poté začít modelovat pokusný kanál a jeho výpočetní síť.

Numerické simulace potvrdily správnost experimentu ve dvou ze tří případů. Pro rychlost  $w_1 = 917 \text{ m/s}$  byla vypočtená tlaková ztráta mimo chybovou úsečku experimentální hodnoty. Při hledání příčin této odchylky nebyly v simulaci odhaleny žádné chyby a došlo se k závěru, že hodnoty musely být nesprávně odečteny. Hlavním argumentem bylo, že stejná tlaková ztráta byla naměřena při posledním měření pro jinou rychlost, která byla téměř dvakrát menší. Dalším argumentem bylo, že při tvrzení, že při nulové rychlosti proudění je i nulová tlaková ztráta, šlo vypočítanými hodnotami proložit křivku řídicí se polynomem druhého řádu.

Pro ověření byla provedena simulace pro dalších sedm počátečních rychlostí, které všechny bez výjimky potvrdily toto pravidlo. Proč se křivka řídí polynomem druhého řádu, bylo zdůvodněno odvozením teoretického vztahu pro tlakové ztráty jako funkci rychlosti.

## Seznam použité literatury

1. LINHART, J., Mechanika tekutin I. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2009. 123 s. ISBN 978-80-7043-766-7.
2. The pitch drop experiment. THE UNIVERSITY OF QUEENSLAND [online]. Dostupné z: <http://smp.uq.edu.au/content/pitch-drop-experiment>
3. Cvičení Ing. Gašpára z Termomechaniky
4. PAVELEK, M., Termomechanika. [online]. FSI VUT v Brně [online]. Dostupné z: [http://ottp.fme.vutbr.cz/users/pavelek/termo/02\\_St-rovnice.pdf](http://ottp.fme.vutbr.cz/users/pavelek/termo/02_St-rovnice.pdf)
5. Stavové rovnice [online]. Dostupné z [http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz\\_fyziky\\_pro\\_DS/display.php/molekul/7\\_1](http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/molekul/7_1)
6. Murdock, James W. (1993), Fundamental fluid mechanics for the practicing engineer, CRC Press, pp. 25–27, ISBN 0-8247-8808-7
7. Přednášky prof. Linharta z Mechaniky tekutin 2
8. JANALÍK, J., ŠTÁVA, P., Mechanika tekutin. Vysoká škola báňská [online]. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Janalik,Stava-MechanikaTekutin.pdf>
9. CARMICHAEL, R., ERICKSON, L.L., "PAN AIR - A Higher Order Panel Method for Predicting Subsonic or Supersonic Linear Potential Flows About Arbitrary Configurations," AIAA paper 81-1255, presented at the AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto California, June 1981
10. CHOW, D., Supersonic! The 11 Fastest Military Airplanes [online]. 22. Březen 2016. Dostupné z: <http://www.livescience.com/39829-fastest-military-airplanes.html>
11. JIYUAN, T., GUAN-HENG Y., CHAOQUN, L., Computational fluid dynamics: a practical approach. 2nd ed. Waltham: Butterworth-Heinemann, ©2013. 440 s. ISBN 978-0-08-098243-4.
12. TOET, W., Sauber F1 Team, Aerodynamics of F1 [online]. Dostupné z: [http://www.formula1-dictionary.net/aerodynamics\\_of\\_f1.html](http://www.formula1-dictionary.net/aerodynamics_of_f1.html)
13. Energetika ve světě, skupina ČEZ [online]. Dostupné z: <http://www.cez.cz/cs/pro-media/cisla-a-statistiky/energetika-ve-svete.html>
14. Medals won by the Great Britain Cycling Team at world championships and Olympic Games since 2000. British Cycling [online]. Dostupné z: [https://www.britishcycling.org.uk/gbcyclingteam/article/Gbrst\\_gb-cyclingteam-GB-Cycling-Team-Medal-History--0?c=EN#MH2000](https://www.britishcycling.org.uk/gbcyclingteam/article/Gbrst_gb-cyclingteam-GB-Cycling-Team-Medal-History--0?c=EN#MH2000)
15. FERZIGER, Joel H. a PERIĆ, Milovan. Computational methods for fluid dynamics. 3rd ed. Berlin: Springer, ©2002. xiv, 423 s. ISBN 3-540-42074-6.
16. ZÁCHA, P., FLUENT přednášky. České vysoké učení technické v Praze [online]. Dostupné z: [http://energetika.cvut.cz/files/FLUENT%20-%20prednaska%201a%20Zacha%20\(LS%202014\).pdf](http://energetika.cvut.cz/files/FLUENT%20-%20prednaska%201a%20Zacha%20(LS%202014).pdf)

17. ANDERSSON, Bengt et al. Computational fluid dynamics for engineers. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. xi, 189 s. ISBN 978-1-107-01895-2.
18. VLČEK, P., Modelování turbulentního proudění. České vysoké učení technické v Praze [online]. Dostupné z: <http://chps.fsid.cvut.cz/pt/2013/pdf/3509.pdf>
19. SÍŤAŘ, Vladislav. Návrh a realizace experimentálního zařízení pro měření tlakových ztrát. Plzeň, 2012. Bakalářská práce (Bc.). Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta strojní. Vedoucí práce Jiří Polanský.
20. Cvičení z termomechaniky. Osobní stránky, Roman Gášpár. [online]. Dostupné z: <http://home.zcu.cz/~gaspar/cv/pv%20diagram.png>
21. VISAVALE, G., Introduction to Turbulence [online]. Dostupné z: <https://media.licdn.com/mpr/mpr/p/7/005/05f/3e6/288e669.jpg>
22. DIXON, J., CFD – an On-Demand Service? [online]. Dostupné z: <http://blog.ocf.co.uk/wp-content/uploads/2013/08/XFlow-Fighter-Jet.png>
23. SMITH, R., What Happened to Advantage CFD? [online]. Dostupné z: [http://www.symscape.com/files/images/advantage\\_cfd\\_example.jpg](http://www.symscape.com/files/images/advantage_cfd_example.jpg)
24. Ansys Inc., Ansys Fluent – Customization & Project-wide Scripting. [online]. Dostupné z: [http://wildeanalysis.co.uk/system/photos/224/preview/ANSYS\\_FLUENT\\_Stent.jpg?1271165703](http://wildeanalysis.co.uk/system/photos/224/preview/ANSYS_FLUENT_Stent.jpg?1271165703)
25. Ansys Inc., Renewable Energy [online] Dostupné z: <http://www.ansys.com/-/media/Ansys/corporate/images/solutions-by-industry/hydro-hydraulic-turbine-sample-1-sm.jpg?la=it-IT&hash=2B84D3D38545B7AA7D072A8BFDD48388F5C778FE>
26. DRISCOLL, H., Top 5 olympic sports that have been influenced by technology: No 1 [online]. Dostupné z: [https://wiredchop.files.wordpress.com/2012/11/image\\_thumb.png?w=552&h=267](https://wiredchop.files.wordpress.com/2012/11/image_thumb.png?w=552&h=267)

## Seznam obrázků

|   |    |
|---|----|
| Obrázek 2.2-1 - Přitažlivé síly [5] .....                                     | 6  |
| Obrázek 2.2-2 - p-v diagram vody a vodní páry [20].....                       | 7  |
| Obrázek 2.2-3 - Reynoldsův experiment [21] .....                              | 8  |
| Obrázek 2.4-1 - Tlakové ztráty v potrubí [8] .....                            | 11 |
| Obrázek 2.4-2 – Nikuradseho diagram [1].....                                  | 13 |
| Obrázek 2.4-3 - Turbulence v rozšiřujícím se potrubí [8].....                 | 14 |
| Obrázek 3.2-1 - Využití v letectví [22] .....                                 | 16 |
| Obrázek 3.2-2 - Využití v automobilovém průmyslu [23].....                    | 16 |
| Obrázek 3.2-3 - Využití v medicíně [24] .....                                 | 17 |
| Obrázek 3.2-4 - Využití v energetice [25].....                                | 18 |
| Obrázek 3.2-5 - Využití ve sportu [26] .....                                  | 19 |
| Obrázek 4.1-1 - 2D síť [11].....  | 21 |
| Obrázek 5.2-1 - Geometrie součásti .....                                      | 27 |
| Obrázek 5.3-1 - Síť součásti.....   | 28 |
| Obrázek 5.3-2 - Detail sítě .....   | 28 |
| Obrázek 6.1-1 - Kontury rychlostí pro počáteční rychlost 1,040 m/s .....      | 31 |
| Obrázek 6.1-2 - Kontury rychlostí pro počáteční rychlost 0,538 m/s .....      | 32 |
| Obrázek 6.1-3 - Vektory rychlosti.....  | 32 |
| Obrázek 6.1-4 - Vektory rychlosti v detailu.....                              | 33 |
| Obrázek 6.2-1 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 1,040 m/s ..... | 33 |
| Obrázek 6.2-2 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 0,917 m/s ..... | 34 |
| Obrázek 6.2-3 - Kontury statického tlaku pro vstupní rychlost 0,538 m/s ..... | 34 |
| Obrázek 6.3-1 - Porovnání výsledných hodnot .....                             | 35 |
| Obrázek 6.4-1 - Proložení vypočtených hodnot křivkou .....                    | 36 |
| Obrázek 6.4-2 - Závislost tlakové ztráty na rychlosti .....                   | 37 |

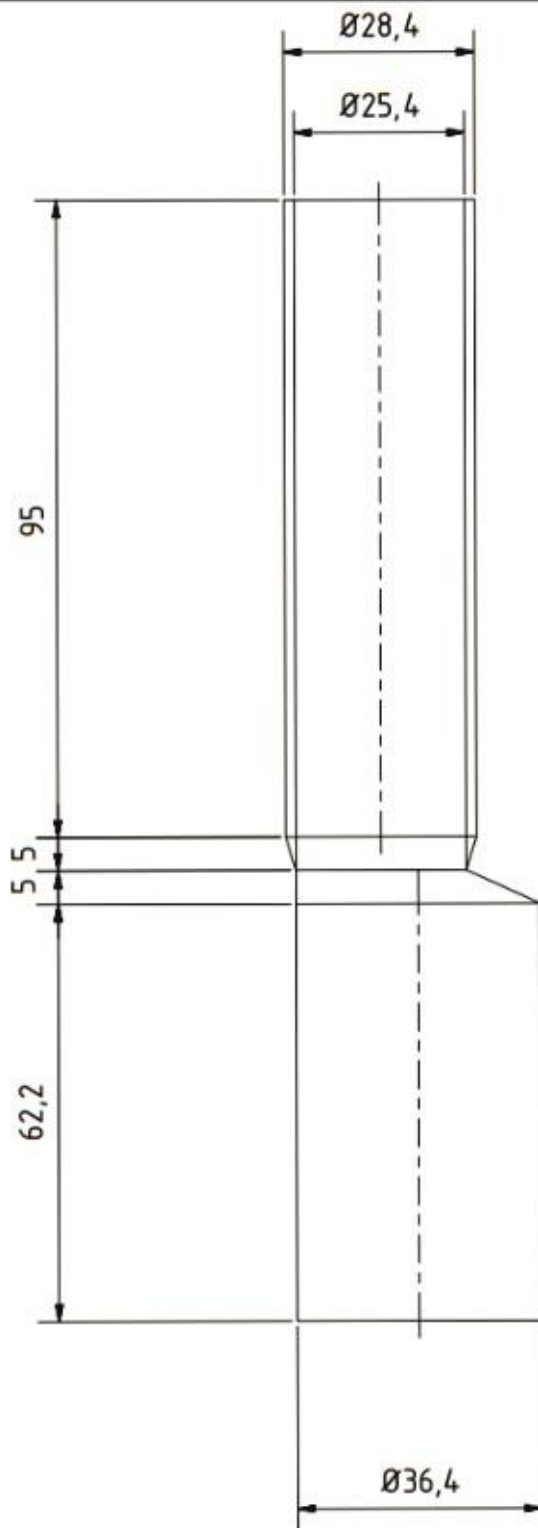
## Seznam tabulek

|   |    |
|---|----|
| Tabulka 5.4-1 - Vlastnosti vody .....                       | 29 |
| Tabulka 5.4-2 - Oprava rychlostí proudění .....             | 29 |
| Tabulka 5.4-3 - Oprava Reynoldsova čísla .....              | 30 |
| Tabulka 6.3-1 - Porovnání výsledných hodnot .....           | 35 |
| Tabulka 6.4-1 - Hodnoty počátečních rychlostí .....         | 36 |
| Tabulka 6.4-2 - Závislost tlakové ztráty na rychlosti ..... | 37 |

## Seznam příloh

Příloha č. 1

Výkres součásti



|   |                     |                 |               |               |
|---|---------------------|-----------------|---------------|---------------|
| Textura povrchu<br>                                     | Hrany ISO 13715<br> | Měřítko<br>1:1  | Přesnost      | ISO 2768 - mK |
|   |                     |                 | Tolerování    | ISO 8015      |
|   |                     |                 | Pronítání     |               |
|   |                     | Formát A4       |               |               |
| FAKULTA STROJNÍ<br>ZÁPADOČESKÉ<br>UNIVERZITY<br>V PLZNI | Kreslil             | PAVEL VRBA      |               |               |
|   | Datum               | 16.05.2016      |               |               |
| KKS<br>KATEDRA<br>KONSTRUOVÁNÍ<br>STROJŮ                | Schválil            |                 |               |               |
|   | Datum               |                 |               |               |
| Druh dokumentu  |                     | VÝROBNÍ VÝKRES  |               |               |
|   |                     | Název           | POKUSNÝ KANÁL |               |
|   |                     | Číslo dokumentu | WPaC          |               |