

Numerické modelování akustického pole reproduktoru

Iveta Petrášová

Katedra teoretické elektrotechniky

Fakulta elektrotechnická

Západočeská univerzita v Plzni

ipetraso@kte.zcu.cz

Numerical Modeling of Acoustic Field of Loudspeaker

Abstract – The paper deals with numerical modeling of acoustic field produced by a commercial loudspeaker. The goal is to obtain the directional characteristics of the device. The continuous mathematical model is derived from the physical laws and is considered for the ideal fluids with properties of a perfect continuum. The model of the loudspeaker in the axial symmetry (2D) is described by the Helmholtz differential equation for harmonic acoustic field and for the correct solution the appropriate boundary conditions and material properties are also defined. The data obtained during the measurement must be used to implement the model. In our case, there was the fundamental knowledge of the velocity of the diaphragm oscillation for the selected frequencies.

Keywords – Helmholtz equation, wave equation, sound pressure level, numerical analysis

I. ÚVOD

Počítačové simulace jsou jedním z nejpoužívanějších nástrojů pro řešení problémů v mnoha disciplínách včetně akustiky. Tento článek je zaměřen konkrétně na numerické modelování harmonického akustického pole, které je vytvořeno základním komerčním reproduktorem typu Xavian. Cílem je získání směrových charakteristik s výstupní veličinou hladiny akustického tlaku. Tvorba modelu probíhala paralelně s měřením, neboť pro správnou simulaci bylo nutné znát normálovou rychlost kmitání membrány pro měřené frekvence. Porovnání směrových charakteristik bylo realizováno pro vzdálenosti $R = 20$ cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm, 1m od zdroje hluku. S ohledem na rozsah článku zde bude předvedeno porovnání jen pro vzdálenost $R = 1$ m pro frekvence $f = 1\,000$ Hz a $1\,250$ Hz.

II. MATEMATICKÝ MODEL

Pro odvození parciální diferenciální rovnice popisující rozložení akustického tlaku vyjdeme z Newtonova pohybového zákona, rovnice kontinuity a stavové rovnice plynů pro adiabatické děje.

Výslednou rovnici lze pro harmonický ustálený stav zapsat ve tvaru

$$\operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \underline{p} \right) + \frac{\omega^2}{\rho c^2} \cdot \underline{p} = 0, \quad (1)$$

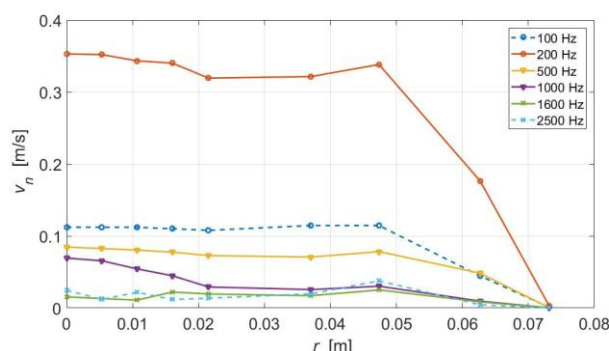
kde ρ označuje hustotu prostředí, \underline{p} je fázor akustického tlaku, c představuje rychlost zvuku a ω reprezentuje úhlovou rychlost, lze ji získat ze vztahu $\omega = 2\pi f$.

III. ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD

Požadovaným výstupem při tvorbě modelu reálného reproduktoru Xavian byla směrová charakteristika pro hladinu akustického tlaku pro libovolné frekvence. Model reproduktoru byl vytvořen ve 2D axiálně symetrické rovině.

A. Měřená data

Zásadním parametrem pro tvorbu numerického modelu byly hodnoty rychlosti kmitání membrány pro vybrané frekvence z 1/3 oktávového pásma do frekvence 3 150 Hz. Měření bylo provedeno buzením rozkmitaným harmonickým signálem.



Obrázek I. Měření závislosti rychlosti v_n na poloměru r membrány

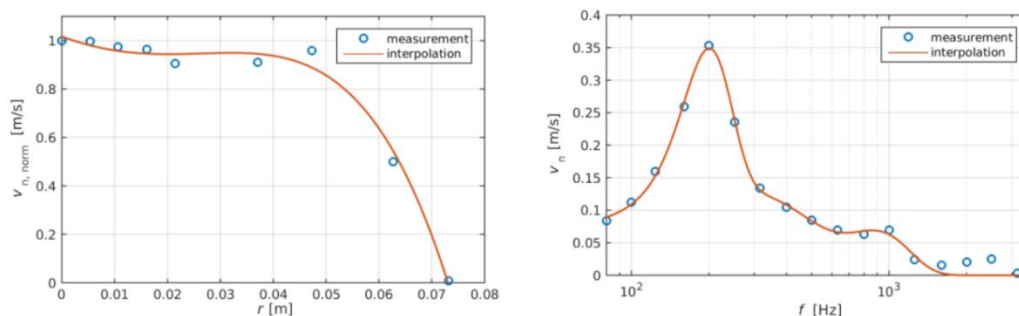
Obrázek I. znázorňuje normálovou rychlost kmitání membrány pro jednotlivé frekvence. Jak je z grafu evidentní, vrchol je na frekvenci pro 200 Hz. Data byla odečítána z bodu v ose reproduktoru, kde byla rychlost kmitání největší.

B. Numerické řešení

Aproximace

Prvním krokem bylo nalezení takové funkce, která by popisovala závislost rychlosti $v_n(r)$ na poloměru r membrány reproduktoru. Hodnoty pro rychlost $v_n(r)$ byly normalizovány a zaneseny do grafu a následně byly tyto hodnoty interpolovány aproximační funkcí ve tvaru:

$$v_n(r) = -10574x^3 + 792x^2 - 15x. \quad (2)$$



Obrázek II. Závislost normálové rychlosti v_n na poloměru r membrány a závislost maximálních hodnot normálové rychlost v_n na frekvenci f

V dalším kroku bylo nezbytné nalézt takovou aproximační funkci $v_n \max(f)$, která by vyjadřovala závislost normálové rychlosti v_n na frekvenci f .

Po vykreslení dat do grafu a proložení polynomem bylo možné vyjádřit funkci $v_n \max(f)$, která charakterizuje závislost mezi rychlostí $v_n(r)$ a frekvencí f .

Tato rovnice může být zapsána ve tvaru:

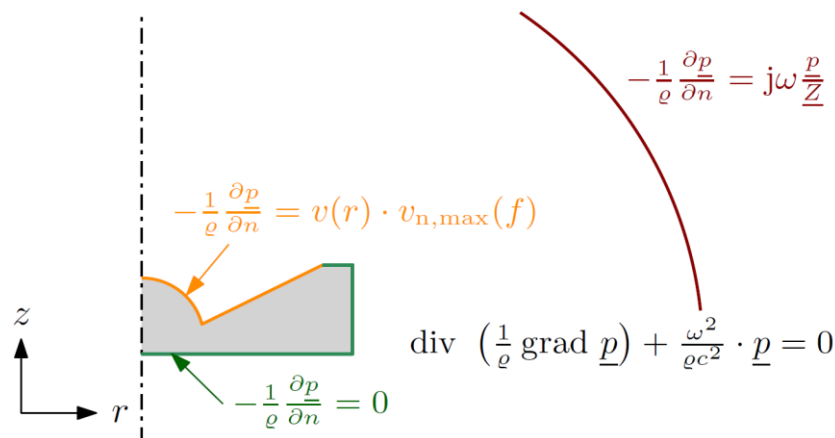
$$v_n \max(f) = 0.2291e^{-\left(\frac{f-199}{62.46}\right)^2} + 0.1194e^{-\left(\frac{f-252.5}{278.9}\right)^2} + 0.06814e^{-\left(\frac{f-881}{415.6}\right)^2}. \quad (3)$$

Nyní lze popsat výslednou hledanou závislost rychlosti $v_n(f, r)$ na frekvenci f a poloměru r :

$$v(f, r) = v(r) \cdot v_n \max(f). \quad (4)$$

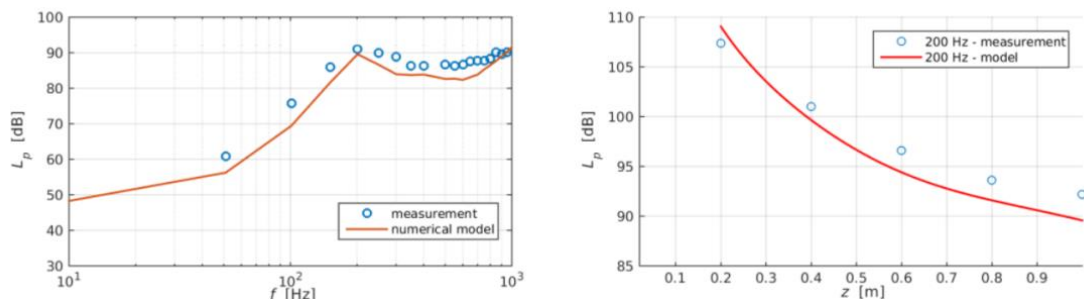
Numerický model

Pro jednoznačné řešení modelu je nezbytné definovat správné okrajové podmínky na rozhraní. V tomto případě budou definovány podmínky pro membránu, přepážku, axiální symetrii a okolní prostředí.



Obrázek III. Základní uspořádání a matematický model

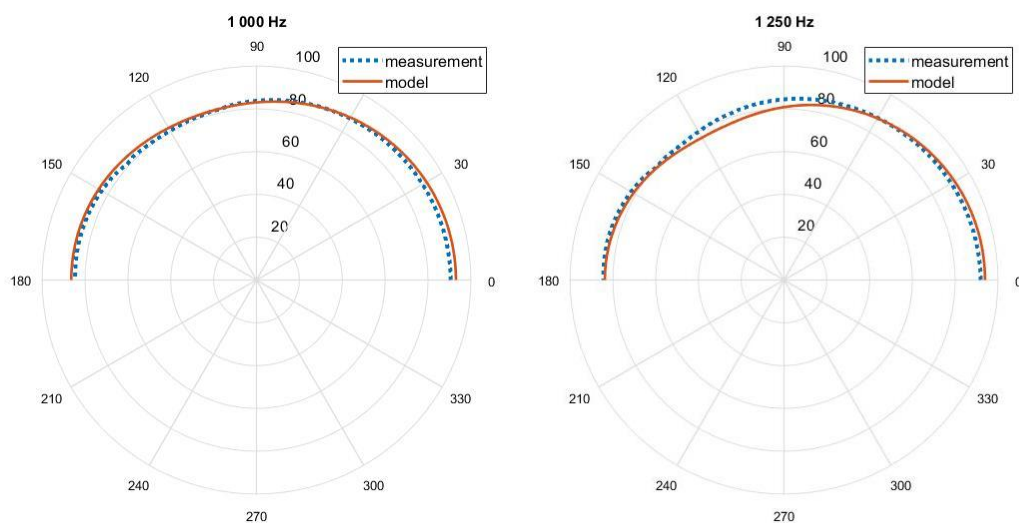
Konečný výpočet byl proveden pro frekvence od 100 Hz do 3 kHz. Za relevantní je považováno řešení okolo 1 kHz. Na obrázku IV. je zachyceno řešení výsledné hladiny akustického tlaku právě pro 1 kHz.



Obrázek IV. Závislost hladiny akustického tlaku L_p na frekvenci f a závislost hladiny akustického tlaku L_p podél osy symetrie pro frekvenci $f = 200$ Hz

Porovnání modelu a měření

Nyní je možné porovnat směrové charakteristiky dat získaných během měření a výsledných dat z konečného modelu.



Obrázek V. Směrová charakteristika hladiny akustického tlaku L_p ve vzdálenosti $R = 1$ m od zdroje hluku pro frekvence $f = 1\,000$ Hz a $f = 1\,250$ Hz

IV. ZÁVĚR

Článek je zaměřen na numerické modelování harmonického akustického pole běžného reproduktoru. Cílem bylo získání směrových charakteristik a porovnání s naměřenými daty. Pro tvorbu modelu bylo nezbytně nutné získat z naměřených dat hodnotu normálové rychlosti kmitání membrány pro jednotlivé frekvence. Jak je předvedených charakteristik patrné, mezi hodnotami získanými z měření a modelu je poměrně dobrá shoda. V budoucnosti by měl prezentovaný model posloužit pro pokročilejší lokalizaci zdroje hluku v budovách.

PODĚKOVÁNÍ

Tento článek vznikl za podpory interního projektu na podporu studentských vědeckých konferencí SVK-2017-008 a projektu SGS-2015-002: Moderní metody řešení, návrh a aplikace elektronických a komunikačních systémů.

LITERATURA

- [1] Teoretické základy akustiky, Academia, Praha (Česká Republika): 1976 [cit. 2017-08-1].
- [2] Koudela, L., Karban, P., Tureček, O., Zuzjak, L.: Modeling of loudspeaker using hp-adaptive methods, Computing, 2013, Volume 95, Issue 1 supplement, pp. 473--485, ISSN: 0010485X
- [3] Rossing TD.: Springer Handbook of Acoustics, Springer, New York, 2007.