

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
KATEDRA TECHNOLOGIÍ A MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Indukční ohřev hliníkového válce rotujícího  
ve stacionárním magnetickém poli**

Václav ŠTARMAN

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2011/2012

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Václav ŠTARMAN**  
Osobní číslo: **E10N0061P**  
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**  
Název tématu: **Indukční ohřev hliníkového válce rotujícího ve stacionárním magnetickém poli**  
Zadávací katedra: **Katedra technologií a měření**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Popište a srovnajte druhy indukčního ohřevu nemagnetických struktur.
2. Formulujte problém, sestavte matematický model problému a vytvořte algoritmus pro výpočet.
3. Realizujte numerický model na počítači.
4. Srovnajte vypočtené veličiny s experimentem.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

1. Rudnev, V., Loveless, D., Cook, R., Black, M.: Handbook of Induction Heating, CRC, USA, ISBN: 0-8247-0848-2
2. Zlobina, M., Nacke, B., and Nikonarov, A.: Electromagnetic and Thermal Analysis of Induction Heating of Billets by Rotation in DC Magnetic Field, Proc. UIE Krakow, Poland (2008), pp. 21-22
3. Mach, F.: Rotační ohřev nemagnetických válců ve stacionárním magnetickém poli (diplomová práce)

Vedoucí diplomové práce: Ing. Pavel Karban, Ph.D.

Katedra teoretické elektrotechniky

Datum zadání diplomové práce: 17. října 2011

Termín odevzdání diplomové práce: 11. května 2012

Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.

děkan



Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.

vedoucí katedry

V Plzni dne 17. října 2011

# Anotace

Diplomová práce se zabývá technologií rotačního indukčního ohřevu nemagnetických struktur ve stacionárním magnetickém poli. Hlavním cílem práce je vytvořit matematickým model, následně tento model numericky vyřešit a experimentálně ověřit. V úvodních kapitolách je popsána historie indukčního ohřevu, jeho princip a následné rozdělení do skupin podle použité technologie, jak se postupem času vyvíjela. Následují magnetický a teplotní model v programu Agros2D sloužící k teoretickým výsledkům, které jsou dále ověřovány experimentálním zařízením.

# Abstract

This thesis deals with the induction heating technologies required to rotate non-magnetic structures in a stationary magnetic field. The main aim is to create a mathematical model, then solve this model numerically and verify it experimentally. In the introduction, the history of induction heating is described. The principle and its' subsequent division into groups, according to the used technology and also how it developed over the course of time. The resulting magnetic and thermal model uses the program Agros2D, which achieved the theoretical results that are verified by an experimental facility.

# Klíčová slova

Rotační indukční ohřev nemagnetických struktur, indukční ohřev ve stacionárním poli, permanentní magnety, *hp*-FEM, Agros2D

# Keywords

Induction heating of aluminium billets, induction heating in a stationary field, permanent magnets, induction heating of cylindrical nonmagnetic billets rotating in system of permanent magnets, *hp*-FEM, Agros2D

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně, s použitím uvedené odborné literatury a pramenů a že veškerý software, použitý při jejím řešení a zpracování, byl využit s respektováním všech jeho licenčních podmínek.

V Plzni dne 10. května 2012.



# Poděkování

Za odbornou pomoc, konzultaci, vstřícnost a pomoc při vypracování děkuji vedoucímu práce Doc. Ing. Pavlu Karbanovi PhD. a jeho kolegovi Ing. Františku Machovi.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>12</b>
1.1	Historické souvislosti . . . . .	12
1.2	Indukční ohřev . . . . .	13
1.2.1	Využití nestacionárního pole . . . . .	15
1.2.2	Využití stacionárního pole . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Současný stav znalostí</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>Cíle práce</b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>Definice problému</b>	<b>20</b>
4.1	Model magnetického pole . . . . .	21
4.2	Model teplotního pole . . . . .	22
4.3	Matematické modely . . . . .	23
4.3.1	Odvození magnetického pole . . . . .	23
4.3.2	Odvození teplotního pole . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Experimentální zařízení</b>	<b>27</b>
5.1	Popis zařízení . . . . .	27
5.2	Experimentální srovnání variant v uspořádání permanentních magnetů . . . . .	29
<b>6</b>	<b>Výsledky numerického řešení a experimentu</b>	<b>31</b>
6.1	Numerické řešení . . . . .	31
6.1.1	Kalibrace modelů . . . . .	32
6.1.2	Výsledky řešení matematických modelů . . . . .	34
6.2	Měření na experimentálním zařízení . . . . .	40
6.2.1	Výsledky měření . . . . .	40
6.3	Srovnání teoretického modelu s výsledky měření . . . . .	41
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>42</b>

<b>A</b>	<b>Rovnice</b>	<b>48</b>
A.1	Hloubka vniku . . . . .	48
A.2	Jouleův zákon . . . . .	48
A.3	Účinnost indukčního ohřevu . . . . .	48
A.4	Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru . . . . .	49
<b>B</b>	<b>Výkresy hlavní části modelu</b>	<b>50</b>
B.1	Výkresy experimentálního modelu . . . . .	50

# Seznam použitých symbolů a zkratek

<b><i>E</i></b>	$V \cdot m^{-1}$	intenzita elektrického pole
<b><i>E<sub>o</sub></i></b>	$V \cdot m^{-1}$	obecná intenzita elektrického pole
<b><i>D</i></b>	$C \cdot m^{-2}$	elektrická indukce
<b><i>U</i></b>	V	elektrické napětí
<b><i>I</i></b>	A	elektrický proud
<b><i>γ</i></b>	$S \cdot m^{-1}$	elektrická vodivost
<b><i>ε</i></b>	$F \cdot m^{-1}$	permitivita
<b><i>φ</i></b>	V	elektrický potenciál
<b><i>H</i></b>	$A \cdot m^{-1}$	intenzita magnetického pole
<b><i>B<sub>r</sub></i></b>	T	magnetická indukce
<b><i>μ</i></b>	$H \cdot m^{-1}$	permeabilita
<b><i>A</i></b>	$Wb \cdot m^{-1}$	vektorový magnetický potenciál
<b><i>J</i></b>	$A \cdot m^{-2}$	proudová hustota
<b><i>p<sub>j</sub></i></b>	$W \cdot m^{-3}$	Jouleovy ztráty
<b><i>δ</i></b>	m	hloubka vniku
<b><i>W</i></b>	J	energie
<b><i>α</i></b>	$W \cdot m^{-2}K^{-1}$	koeficient přestupu tepla
<b><i>q</i></b>	$W \cdot m^{-2}$	tepelný tok
<b><i>λ</i></b>	$W \cdot m^{-1}K^{-1}$	tepelná vodivost
<b><i>c<sub>p</sub></i></b>	$J \cdot kg^{-1}K^{-1}$	tepelná kapacita
<b><i>T</i></b>	°C	teplota
<b><i>Q</i></b>	J	teplo
<b><i>ρ</i></b>	$kg \cdot m^{-3}$	měrná hmotnost
<b><i>t</i></b>	s	čas
<b><i>S</i></b>	m <sup>2</sup>	plocha
<b><i>v</i></b>	$m \cdot s^{-1}$	rychlost
<b><i>V</i></b>	m <sup>3</sup>	objem
<b><i>D</i></b>	m	průměr
<b><i>ρ</i></b>	$Ω \cdot m$	měrný odpor
<b><i>ω</i></b>	s <sup>-1</sup>	úhlová frekvence

# Seznam použitých konstant

$\varepsilon_0$	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$	permitivita vakua
$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$	permeabilita vakua

# Kapitola 1

## Úvod

V dnešní praxi se často aplikuje indukční ohřev pro tepelné zpracování materiálů. Indukčního ohřevu využívají technologie pájení, tváření a mnoho jiných. Nespornou výhodou této technologie je možnost ohřát těleso bez jakéhokoli přenosového média, ve kterém se část energie samozřejmě ztrácí. I když určité přenosové médium existuje. Je jím magnetické pole, které indukuje do materiálu vířivé proudy a tím samotné těleso zahřívá. [1]

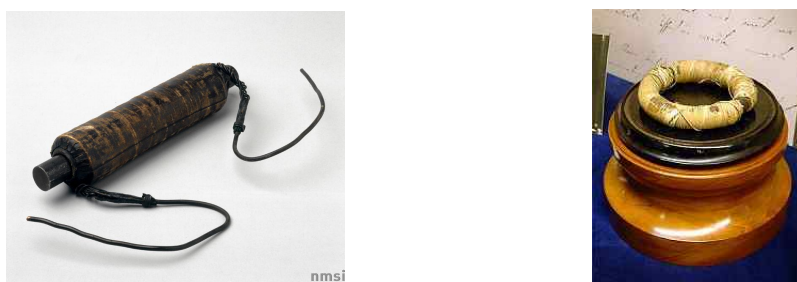
Dříve se využívaly metody, které měly u některých materiálů jako jsou například hliník nebo měď, určité mezery v efektivnosti. Mezi takové můžeme uvést například indukční ohřev střídavým nebo lépe řečeno nestacionární magnetickým polem. Další možností ohřevu, který se začal využívat, byl princip supravodivých cívek vytvářející stejnosměrné (stacionární) magnetické pole v němž rotuje potřebný materiál. [2]

V dnešní době je zkoumána a experimentálně zkoušena technologie, která by dále vylepšila efektivnost celého procesu. Oním vylepšením jsou permanentní magnety. Jejich vývoj značně pokročil a je tedy nasnadě jejich uplatnění v tomto odvětví.

### 1.1 Historické souvislosti

Základy, principů indukčního ohřevu, byly postaveny již v 19. století. Přesněji v roce 1831, kdy světově známý anglický fyzik a chemik *Michael Faraday* objevil elektromagnetickou indukci. Jev, který popisuje vliv magnetického pole na okolní elektricky vodivé předměty. Pokud se takové předměty vyskytují v okolí pole, indukuje se do nich napětí. Podle, též známého, Ohmova zákona vzniká elektrický proud. Dalším významným fyzikem, který se podílel na tomto objevu, byl *James Clerk Maxwell*. Využil Faradayových poznatků a vytvořil matematickou teorii popisující elektromagnetické pole. Vznikly

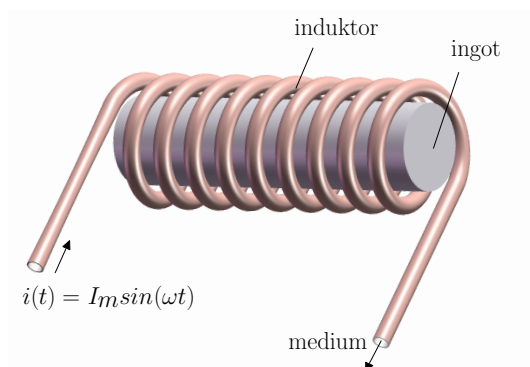
tzv. Maxwellovy rovnice. Tyto rovnice byly v tehdejší době (kolem roku 1865) v jiné podobě. Do dnešní známé podoby je pak přepsali jeho následovníci mezi něž patřili například *Oliver Heaviside*, *Heinrich Hertz* a *Josiah Gibbs*. Další významnou vlastností u indukčního ohřevu jsou tepelné účinky elektrického proudu. Těmi se zabýval neméně známý anglický fyzik *James Prescott Joule*, který formuloval tzv. Jouleův zákon. Základní podoba zákona popisuje vznik tepla u tělesa, do něhož může být například indukováno napětí, a kterým protéká elektrický proud za určitý časový okamžik. [1]



Obr. 1.1: Faradayova cívka s magnetickým jádrem [3] a elektromagnetický prstenec [4]

## 1.2 Indukční ohřev

V obecném principu se systém indukčního ohřevu skládá z interního tělesa, které chceme ohřívat a z externího zdroje, které nám umožňuje dosáhnout cíle. Příklad takového řešení velice zjednodušeně a spíše pro představu ilustruje obrázek 1.2.



Obr. 1.2: Ilustrativní obrázek indukčního ohřevu válcového tělesa

Vnější soustava má různé podoby, podle použité technologie, které budou dále blíže popsány a specifikovány. Brát v potaz musíme i ohřívání tělesa, které je zpravidla různorodé. Obecně lze říci, že pokud chceme co nejlépe využít energii, která je přenášena soustavou do ohřívání tělesa, je výhodné, co nejlépe kopírovat tvar daného tělesa. To je však v praxi samozřejmě možné jen v určitých situacích. Nejlépe na tom mohou být tělesa, která mají například válcový či plochý tvar. Takovým tvarům se induktor nejlépe přizpůsobuje. Samozřejmě, že existují i jiné varianty a jim odpovídající tvary induktorů.

Další vlastnosti tělesa též ovlivňují samotný ohřev. Zásadním faktorem, který ovlivňuje účinnost celého systému a homogenost ohřátí tělesa je hloubka vniku. Vyjadřuje množství energie, které prostoupí materiálem za určitých podmínek. Těmi podmínkami jsou frekvence, permeabilita a elektrická vodivost. Všechny tyto parametry hloubku vniku nepřímo ovlivňují. Čím větší jsou jednotlivé veličiny, tím menší je celková hloubka vniku. Vše se řídí podle vzorce uvedeného níže.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}}, \quad (1.1)$$

kde  $\mu$  je permeabilita,  $\gamma$  elektrická vodivost,  $\omega$  úhlová frekvence.

Přibližně 85 % celkové energie přenesené do materiálu je využita do hloubky vniku. Zbylých asi 15 % energie se spotřebuje ve zbytku tělesa. Jediné, co můžeme zásadně ovlivnit, je volba vhodné frekvence podle typu materiálu. [5] V tom smyslu, pokud je ohřívání tělesa malé či tenkostěnné, musíme použít vyšší frekvence. V praxi se používají řádově megaherty. V druhém případě, pokud je těleso objemnější, volí se frekvence nižší. Až kolem síťových 50 Hz. Frekvence se nejčastěji mění pomocí frekvenčních měničů. Další zbylé parametry, tedy permeabilitu a elektrickou vodivost, neovlivníme. Ty jsou dány vlastnostmi určitého materiálu. Je dobré zmínit, že se však nelineárně mění s teplotou.

Vířivé proudy jsou dalším ovlivňujícím faktorem. Jsou to uzavřené smyčky, které svým magnetickým polem působí proti poli, které je vyvolalo. Jak bylo zmíněno již dříve, tyto vířivé proudy způsobují ohřátí tělesa. Ohřátí je způsobeno ztrátami energie, které jsou závislé na frekvenci a magnetické indukci. Ztráty se z větší části mění na teplo. Pomocí zákona, který byl formulován do rovnice Jouleova zákona (viz příloha A). Aby mohly vířivé proudy vůbec vzniknout, je zřejmé, že je potřeba vodivého materiálu.

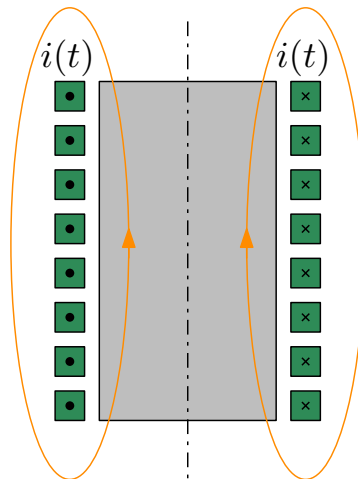


### 1.2.1 Využití nestacionárního pole

Princip této technologie je velmi jednoduchý. Pro ohřev se využívá obyčejné cívky, kterou protéká například harmonický proud. Ten vytváří kolem materiálu střídavé magnetické pole. Cívka je v tomto případě většinou obdélníkového tvaru. Částí, tzv. efektivní částí, protéká proud. Zbylou částí protéká chladící médium sloužící k odvodu vznikajícího tepla způsobeného průchodem proudu. Teplo vzniklé v cívce je velkým problémem a hlavním zdrojem ztrát. Samotný induktor se zahřívá a ovlivňuje okolní konstrukci celého zařízení. Proto musí být stíněn. Používá se elektrické stínění vyrobené hlavně z mědi nebo hliníku založené též na indukci. Takovéto stínění však působí proti zdroji a celé pole zeslabuje. Častěji se proto využívá stínění z transformátrových plechů, které svádí rozptylové elektromagnetické pole. [6]

Oproti indukčnímu ohřevu stacionárním magnetickým polem (viz 1.2.2) je toto řešení energeticky náročnější, jelikož musíme napájet samotný induktor. Technologie ohřevu nestacionárním polem nejčastěji využívá frekvenci běžné sítě, tedy 50 resp. 60 Hz. Pro materiály nemagnetické struktury, jako například měď či hliník, je velice nevhodná. To je způsobeno nízkou permeabilitou materiálů. Jelikož v železe a jeho slitinách působí též ztráty způsobené hystezí (plocha hysterezní smyčky odpovídá velikosti ztrát), těleso se rychleji zahřívá. Samozřejmě u materiálů nemagnetických tyto ztráty v podstatě neexistují a zahřívají je proudy vířivé. Celková efektivnost procesu se v případě ohřívání mědi či hliníku uvádí kolem 50 až 60 %. [2]

Výslednou efektivitu, pro válcová tělesa můžeme, podle [7], relativně dobře vypočítat ze vztahu uvedeném v příloze A.



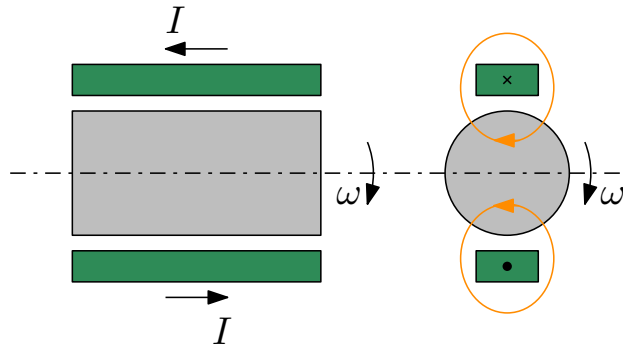
Obr. 1.3: Indukční ohřev v nestacionárním magnetickém poli [1]

### 1.2.2 Využití stacionárního pole

Zásadní změna při procesu rotačního ohřevu ingotů je v tom, že se zde nemění elektromagnetické pole induktoru, ale je stacionární. Naopak se pohybuje ohřívané těleso. Z toho vyplývá, že při tomto procesu odpadají ztráty v samotném induktoru způsobené protékajícím proudem. Ať se jedná o technologii supravodivých cívek či permanentních magnetů.

#### Využití supravodivého elektromagnetu

Tato technologie je aplikovatelná na širší škálu materiálů. Konstrukcí může částečně připomínat klasické elektromagnety, jak je uvedeno výše. Avšak tyto elektromagnety jsou chladicími systémy zchlazeny na velmi nízké teploty. Při této teplotě materiál ztrácí rezistivitu nebo je velice nízká. Protékanému proudu tedy není kladen žádný odpor. Bez příslušného odporu nemůže být induktor zahříván a ztráty v něm vzniklé jsou minimální. Induktor tedy teplem nenamáhá ani okolní části. Nejsou problémy ani s chladicím systémem, který využívá média komerčně dostupná, avšak jako celek je poměrně složitou součástí technologie. [2]



Obr. 1.4: Indukční ohřev ve stacionárním magnetickém poli [1]

Ohřev tělesa je způsoben jeho rotací. Poté se v něm, stejně jako u nestacionárního pole, indukují vířivé proudy. Frekvence rotování ingotů je zhruba od 4 – 12 Hz. Díky takto nízké frekvenci je ohřívání tělesa daleko více homogenní a je zajištěna větší hloubka vniku energie. Tato hloubka vniku může být až 3x větší, než je tomu u klasického indukčního ohřevu nestacionárním magnetickým polem. [2]

Systém pracuje s menší energetickou náročností. I když je potřeba na druhou stranu napájet motory, jimi spotřebovaná energie je přímo přeměněna v teplo uvnitř rotovaného materiálu. Ztrátové jsou naopak frekvenční měniče,

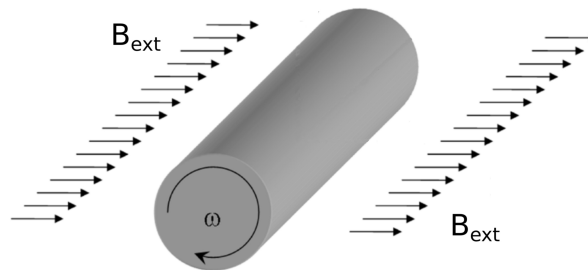
které se zde také využívají. Uvádí se, že jejich podíl na ztrátách je přibližně 2-3 % z celkové energie. Dalším systémem, který je ztrátový, je chladicí koloběh a napájení. Zde se uvádí dalších přibližně 13 kW. I přes tyto všechny ztráty je uváděna účinnost celého systému kolem 80 %. [2]

Podle [8] lze, opět pro válcová tělesa, účinnost zařízení vypočítat podle vzorce taktéž uvedeném v příloze A.

### Využití permanentních magnetů

V principu je tato technologie stejná jako předešlá. Jen se nepoužívají supravodivé elektromagnety, ale permanentní magnety. V dnešní době jsou permanentní magnety extrémně silné, a proto můžeme uvažovat jejich využití i v tomto odvětví. Výhody jsou zřejmé. Nemusíme se zabývat chladícím systémem, který udržoval supravodivé induktory v provozních teplotách. Tím jsme ze systému odstranili další zdroj ztrát. Za určitý, sice malý, zdroj ztrát je možné brát v úvahu i samotný induktor, který je, jak bylo uvedeno výše v této kapitole, též zahříván. Ten pracuje s příkonem kolem 10 W. Frekvenční měnič zde zachováváme a podobně i motory. Přesto jsme docílili dalšího poklesu energetické náročnosti systému. [2]

Dnes je však tato technologie podrobována experimentům a její využití v praxi je minimální. Uvádí se však, že je možné zvýšit účinnost indukčního ohřevu nemagnetických struktur touto metodou až na 85 % na rozdíl od klasického indukčního ohřevu nestacionárním polem. Nehledě na, s tím spojenou, úsporu energetické náročnosti a tedy také ekonomický prospěch při procesech zpracování ingotů. Dále zde není problémem kritického zatížení sítě jako u nestacionárního indukčního ohřevu, neboť nejsou použity tzv. statické měniče pro napájení cívek, které přidávají vyšší harmonické složky. [1] [9]



Obr. 1.5: Princip indukčního ohřevu s využitím stacionárního magnetického pole [9]

## Kapitola 2

### Současný stav znalostí

S dnešním vývojem permanentních magnetů je snaha o jejich začlenění do technologie indukčního ohřevu nemagnetických struktur, které by mělo zvýšit účinnost na 85 %. Ve zveřejněném článku v [9] je uveden experiment, který využil této technologie a své výsledky porovnal se supravodivými induktory. Model s permanentními magnety je velice zjednodušený, ale i tak se dospělo k zajímavým výsledkům.

Sestavením zařízení a porovnáním numerických výsledků se též zabývala Katedra teoretické elektrotechniky FEL v Plzni pod grantem GAČR P102/10/0216. Zařízení bylo následně vyzkoušeno a porovnáno s teoretickými poznatky v diplomové práci [1]. Z výsledků je patrné, že experiment trpěl některými vadami, které měly vliv na celkovou účinnost zařízení.

V praxi s již využitým zařízením přichází finská firma Effmag Ltd. [10]. Samotná společnost uvádí, že stroj má 75 % účinnosti při ohřevu hliníkových ingotů a energetická náročnost je snížena přibližně o polovinu. Spolu s tím se zvýšila produktivita o 25 %. Uvádějí, že jejich celkové náklady poklesly o 60 %.

S modelem, který je v této práci popisován a ověřován, se uskutečnil experiment s uspořádáním permanentních magnetů v obvodu. V kapitole 5.2 jsou uvedeny výsledky vycházející z radiálního, axiálního a radiálně-axiálního uspořádání. Nejeftivnější ohřev hliníkového válce mělo radiální řešení (více viz kapitola 5.2).

# Kapitola 3

## Cíle práce

Cílem práce je poslední z výše uvedených technologií. Tedy experimentálně ověřit a vyzkoušet zařízení využívající permanentních magnetů, neboť technologie není natolik prozkoumána a není plně využít její potenciál. Jak bylo uvedeno výše, metoda ohřevu má o přibližně 30 % větší účinnost oproti klasickému způsobu (indukční ohřev nestacionárním magnetickým polem) při ohřevu nemagnetických struktur. Tato skutečnost je inspirací pro další řešení a experimentální zkoušení metody v grantu GAČR P102/10/0216, který získala Katedra teoretické elektrotechniky Fakulty elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Cílem je tedy vytvořit matematické modely (viz kapitola 4), následně je numericky vyřešit pomocí metody konečných prvků vyššího řádu přesnosti *hp*-FEM a výsledky verifikovat s výsledky z měření na experimentálním zařízení.

# Kapitola 4

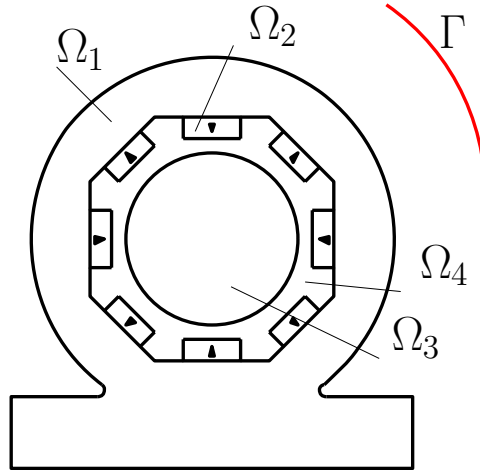
## Definice problému

Vytvořením rozložení magnetického a teplotního pole, které jsou popsány parciálními diferenciálními rovnicemi získáme výsledky pro verifikaci s měřením. Nastíněný problém nemůže být řešen jako sdružená úloha. K tomu, abychom mohli vyřešit matematický model, je potřeba vytvořit aproximovanou skutečnost, neboť nikdy nemůžeme dosáhnout přesného popisu a vyjádření skutečnosti. Takový matematický model je možné sestavit z parciálních diferenciálních rovnic popisující jednotlivá pole, magnetické a teplotní. Rovnice je poté možno řešit pomocí numerických metod jako například adaptivní metodou konečných prvků vyššího řádu přesnosti (*hp*-FEM).

Vyřešením úlohy, která bere v potaz konstantní materiálové vlastnosti jako relativní permeabilitu a elektrickou vodivost, získáváme řešení v rámci rozložení elektromagnetického pole. Z výsledku rozložení je poté možné určit měrné Jouleovy ztráty, vznikající v celém rotovaném hliníkovém válci. Ztráty jsou v tělese zastoupeny s konstantní hodnotou v každém bodě rotovaného tělesa. Díky výpočtům těchto ztrát je možné se dále zabývat řešením rozložení teplotního pole v systému a je možné řešit rovnici až do ustáleného stavu. [7]

## 4.1 Model magnetického pole

Model magnetického pole byl vytvořen v programu Agros2D. Byl řešen ve 2D prostoru v kartézských souřadnicích.



Obr. 4.1: Definiční oblasti modelu s uspořádáním PM

Celý model můžeme rozdělit na oblasti  $\Omega$ , kde  $\Omega_1$  představuje oblast magnetického obvodu.

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{0}, \quad (4.1)$$

kde  $\mu$  označuje permeabilitu a  $\mathbf{A}$  vektorový magnetický potenciál.

Dále,  $\Omega_2$  je oblast permanentních magnetů s uspořádáním dle obrázku 4.1.

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{B}_r) = \mathbf{0}, \quad (4.2)$$

kde  $\mathbf{B}_r$  je remanentní indukce permanentních magnetů.

Z oblasti  $\Omega_3$  představující ohřívané těleso.

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma (\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{0}, \quad (4.3)$$

kde  $\gamma$  elektrickou vodivost a  $\mathbf{v}$  rychlost.

A poslední oblast je oblast vzduchu označená jako  $\Omega_4$ .

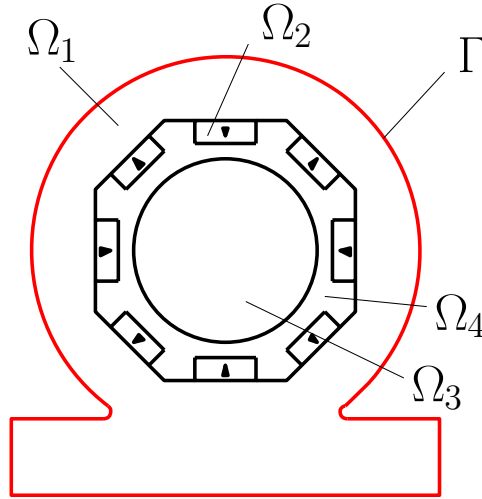
$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{0}, \quad (4.4)$$

Celý model je ohraničen hranicí  $\Gamma$ , která uzavírá oblast na jejíž ploše je model magnetického pole řešen. Představuje siločáru magnetického pole v určité, dostatečně velké vzdálenosti.

Je zde možné aplikovat jednu z okrajových podmínek a to Dirichletovu, která vyjadřuje vektorový magnetický potenciál  $\mathbf{A}=\mathbf{0}$  na hranici  $\Gamma$ .

## 4.2 Model teplotního pole

Jak již bylo zmíněno. Vlivem vzniklých vířivých proudů dochází k ohřívání, což zahrnuje procesy, které vedou teplo celým materiálem a bezprostředním okolím. Takovými procesy jsou přenos tepla vedením, které se vyskytuje v samotné struktuře materiálu, a konvekcí. To umožňuje přenos tepla do prostoru kolem ohřívajícího tělesa. [1] Teplotní model a jeho definiční oblasti  $\Omega$ , vyjadřující samotné těleso a okolí, a  $\Gamma$  znázorňující hranici oblasti přenosu tepla konvekcí, jsou na obrázku níže.



Obr. 4.2: Teplotní model a jeho definiční oblasti

Celý problém teplotního pole popisuje rovnice 4.5, která bere v úvahu přenos tepla vedením, akumulaci energie a ztráty.

$$-\operatorname{div} \lambda \operatorname{grad} T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + p_j, \quad (4.5)$$



kde  $\lambda$  je koeficient přestupu tepla,  $T$  je teplota,  $c_p$  tepelná kapacita,  $t$  čas a  $p_j$  Jouleovy ztráty.

Na hranici  $\Gamma$  je nutno uvažovat rovnici 4.6 popisující Neumannovu okrajovou úlohu při známém tepelném toku  $q$ .

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n_0} = \alpha(T_{ext} - T), \quad (4.6)$$

kde  $\alpha$  je koeficient přestupu tepla,  $T_{ext}$  je teplota okolí.

### 4.3 Matematické modely

Výše uvedené parciální diferenciální rovnice mají své opodstatnění a vycházejí z několika rovnic všeobecně známých. Odvození rovnic pro magnetické a teplotní pole je uvedeno v kapitole následující.

#### 4.3.1 Odvození magnetického pole

Model magnetického pole vychází z několika rovnic. Především však z první Maxwellovy rovnice uvedené v diferenciálním tvaru.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (4.7)$$

kde  $\mathbf{H}$  představuje intenzitu magnetického pole,  $\mathbf{J}$  proudovou hustotu a  $\mathbf{D}$  elektrickou indukci.

Druhý člen rovnice představuje tzv. posuvný proud, který je možné zanedbat, neboť uvažujeme minimální časové změny elektrického pole.

Pro odvození výsledného vztahu budeme dále potřebovat jeden z tzv. materiálových vztahů a vektorový magnetický potenciál.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad (4.9)$$

kde  $\mu$  je permeabilita,  $\mathbf{B}$  magnetická indukce a  $\mathbf{A}$  je vektorový magnetický potenciál.

Po jednoduchém vyjádření intenzity magnetického pole  $\mathbf{H}$  z rovnice 4.8 a následném dosazení těchto dvou vztahů do rovnice 4.7, získáváme

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu}(\operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{B}_r) = \mathbf{J}, \quad (4.10)$$

kde  $\mathbf{B}_r$  je remanentní indukce představující magnetické pole permanentních magnetů.

Nyní musíme odvodit vztah, který doplníme za proudovou hustotu  $\mathbf{J}$ , která bude v našem případě reprezentovat vířivé proudy. K tomu, abychom mohli rovnici odvodit využijeme Lorentzův zákon síly a z něho odvozené obecné intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}_o$  skládající se ze dvou částí. Z části reprezentující vnější elektrické pole a z části představující vzájemný pohyb prostředí a vnějšího obecného magnetického pole.

$$\mathbf{E}_o = \mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4.11)$$

kde  $\mathbf{v}$  rychlost vzájemného pohybu a  $\mathbf{E}$  intenzita elektrického pole.

Nyní vyjádříme  $\mathbf{E}$ , vezměme tento vztah a dosadíme ho do druhé Maxwellovy rovnice. Opět však uvažujme stacionární magnetické pole, a proto nemusíme uvádět člen na pravé straně rovnice, neboť ten je v důsledku časové neměnnosti, magnetického pole, nulový.

$$\operatorname{rot} (\mathbf{E}_o - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (4.12)$$

Vyjádříme výslednou obecnou intenzitu elektrického pole  $\mathbf{E}_o$  a dosadíme do vztahu určujícího proudovou hustotu  $\mathbf{J}$ . Následným vynásobením elektrickou vodivostí  $\gamma$  získáváme rovnici popisující celkovou proudovou hustotu vířivých proudů.

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}_o = \gamma(\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) \quad (4.13)$$

Nakonec tedy dosadíme výslednou proudovou hustotu do vzorce 4.10 a převedeme vše na jednu stranu. V tomto případě se řídí celý problém, na definiční oblasti  $\Gamma$ , touto rovnicí

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu}(\operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{B}_r) - \gamma(\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (4.14)$$

Výsledný vztah je vlivem našeho modelu a předpokladů zredukován na uvedený tvar.

Samozřejmě dochází ke zjednodušení vztahu. Výsledná rovnice však vychází z obecné rovnice pro magnetické pole, která má úplný tvar

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma(\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}_{ext} - \gamma \operatorname{grad} \varphi \quad (4.15)$$

Na levé straně rovnice tak respektuje časovou změnu magnetického pole (druhý člen) a pohyb v magnetickém poli (třetí člen). V potaz bere i další složky vnějšího zdroje elektrického pole (pravá strana rovnice). V našem případě je celá pravá strana rovnice nulová, poněvadž používáme permanentních magnetů jako zdroj pole, taktéž časová změna magnetického pole.

### 4.3.2 Odvození teplotního pole

Pro popis modelu použijme vztah vyjadřující tepelný tok v homogenním tělese v ustáleném přestupu tepla vedením.

$$\mathbf{q} = -\lambda \operatorname{grad} T, \quad (4.16)$$

kde  $\mathbf{q}$  představuje tepelný tok,  $\lambda$  poté tepelnou vodivost a nakonec  $T$  teplotu.

S využitím Gauss-Ostrogradského věty, která dává do rovnosti tepelný tok přes uzavřenou plochu  $S$  s objemem  $V$ , touto plochou ohraničený, téhož toku, dostáváme, po dosazení do rovnice 4.17, tento vztah

$$\oint_S \mathbf{q} d\mathbf{S} = \int_V \operatorname{div} \mathbf{q} dV = - \int_V \operatorname{div} \lambda \operatorname{grad} T dV, \quad (4.17)$$

kde  $\mathbf{S}$  je uzavřenou plochou a  $V$  objemem jí uzavřeným.

Vztah pro tepelný tok musí být roven vnitřním změnám energie v objemu  $V$  tělesa. Změna této energie je dána rovnicí

$$\frac{dW}{dt} = \int_V \rho c_p \frac{dT}{dt} dV, \quad (4.18)$$

kde  $W$  představuje akumulovanou energii,  $\rho$  měrnou hmotnost materiálu a  $c_p$  tepelnou kapacitu.

Přírůstek teploty  $T$  lze nahradit termodynamickou teplotou, která vyjadřuje rychlost akumulace energie. Samotnými vířivými proudy vznikají již

zmíněné Jouleovy ztráty, které zde též musíme zahrnout ve formě přírůstku ke změnám vnitřní energie. Po sjednocení vztahů a odstraněním objemového integrálu získáváme vzorec

$$-\operatorname{div} \lambda \operatorname{grad} T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + p_j, \quad (4.19)$$

kde  $p_j$  jsou Jouleovy ztráty.

# Kapitola 5

## Experimentální zařízení

Aby bylo možné ověřit matematický model, který byl popsán výše, bylo nutné sestavit experimentální zařízení. To vychází z již sestaveného modelu v [1], na kterém byla již určitá měření prováděna. Nové zařízení, sestavené za účelem rozšíření znalostí a výsledků o indukčním ohřevu ve stacionárním magnetickém poli, využívající též permanentních magnetů, je popsáno níže v této kapitole.

### 5.1 Popis zařízení

Zařízení je složeno z nosné konstrukce, na které je upevněn 3kW motor firmy Siemens. Dále, hlavní část zařízení je sestavená z magnetického obvodu a permanentních magnetů a nakonec kluzného mechanismu ukotvující válec v ose zařízení. Upevňovací rameno, které svojí konstrukcí připomíná „koníka“ ze soustruhů, umožňuje ukotvení hliníkového válce. Rameno není zakončeno hrotem, ale válcem, ze kterého vycházejí 4 menší úchyty (viz příloha B.1). Toto uchycení je z vodivého materiálu a bylo tedy nutné ošetřit a minimalizovat přestup tepla do konstrukčních částí zařízení. Částečné řešení bylo nalezeno v podobě desky, ze které se odřízl přesný kus a ten se vložil mezi čelist a samotný hliníkový válec. Samotný magnetický obvod je sestaven z uhlíkové oceli podle normy ČSN 12 040, do kterého se upevnilo 24 permanentních magnetů typu VMM10 s  $B_r = 1,16$  T a  $\mu_r = 1,21$ . V magnetickém obvodu tedy vzniklo 8 řad po 3 magnetech. Další podrobnosti, konkrétně o rozměrech magnetického obvodu, jsou též uvedeny v příloze B.1

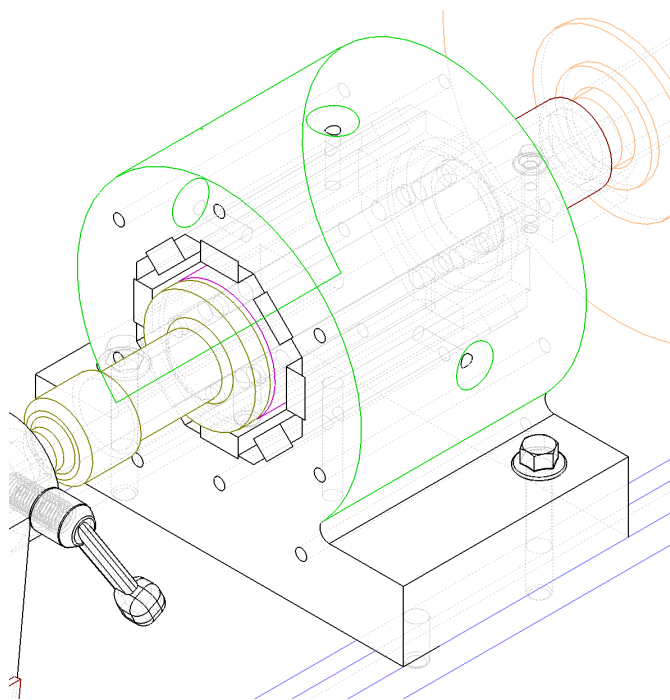
## KAPITOLA 5. EXPERIMENTÁLNÍ ZAŘÍZENÍ

Hliníkový válec je z druhé strany ukotven na stejném principu. Upevňovací čelist v této části zařízení je součástí hřídele motoru. Parametry motoru, který celý systém pohání, jsou uvedeny v tabulce níže.

$f$	50 Hz
$P$	3 kW
$\cos \varphi$	0,82
$I$	11,3/6,5 A
$n$	1420/min

Tab. 5.1: Tabulka parametrů použitého motoru Siemens

Při experimentech, jako ohřivané těleso, bylo využito hliníkového válce o délce 120 mm a průměru 60 mm. Do jehož čel byly vysoustruženy 4 otvory pro upevňovací čelisti (viz příloha B.1). Detail magnetického obvodu s tělesem a uchycením je zobrazen níže.

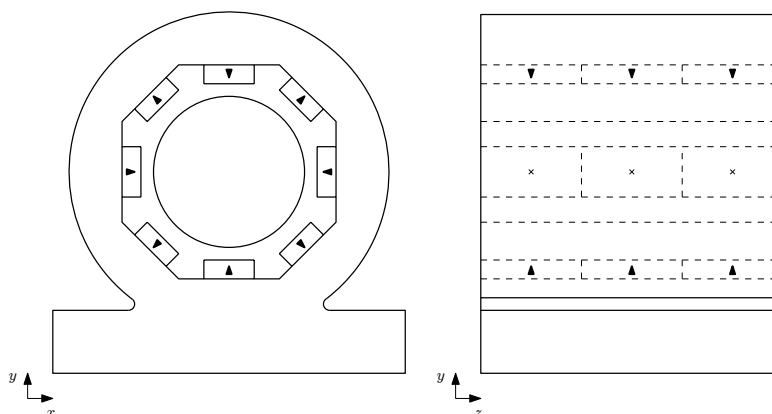


Obr. 5.1: Detail magnetického obvodu se zobrazením neviditelných hran v programu Solidworks

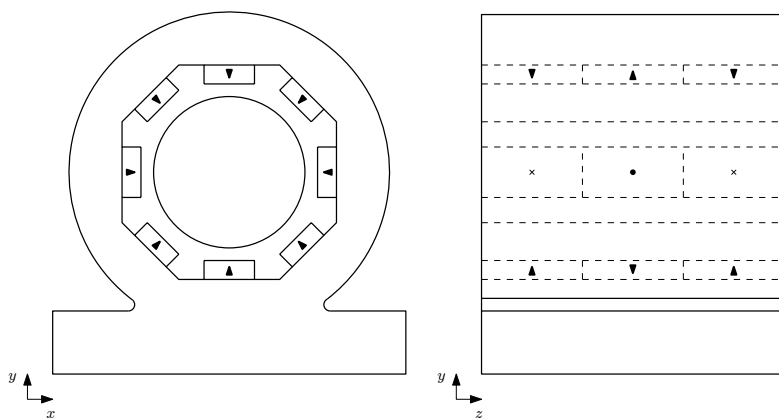
Celé zařízení vymodelované v programu Solidworks 2007 je uvedeno v příloze B.1.

## 5.2 Experimentální srovnání variant v uspořádání permanentních magnetů

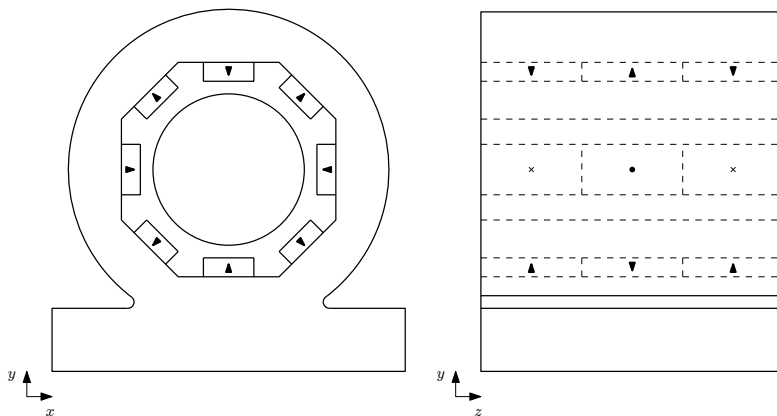
Před samotnými výpočty a hlavním měřením bylo experimentálně odzkoušeno několik variací v uspořádání permanentních magnetů, aby bylo zřejmé, která varianta je při ohřevu nejefektivnější. Nejdříve se provedlo radiální uspořádání spočívající ve střídání směru  $B_r$  kolmo na osu magnetického obvodu (5.2). Poté axiální (5.3), ve kterém se měnil směr  $B_r$  v ose zařízení a nakonec kombinace obou předchozích, tedy radiálně-axiální varianta (5.4). Kvůli absenci termočlánků se teplota měřila pomocí termokamery Fluke TI-55FT s měřicím rozsahem od  $-20\text{ °C}$  do  $600\text{ °C}$  s přesností  $\pm 2\text{ °C}$  (teplotní citlivost  $0,05\text{ °C}$  při  $30\text{ °C}$ ). Měření bylo provedeno po dobu 240 s. Vzhledem k orientačnímu měření došlo ke zkrácení informace o průběhu teploty, avšak v tomto případě je chybu možné zanedbat. Podle výsledků vynesných do grafu (5.5) je patrné, že optimální řešení je první jmenované, tedy uspořádání radiální. Ukázalo se, že axiální uspořádání je zcela nevhodné, neboť došlo k velice zanedbatelnému ohřevu.



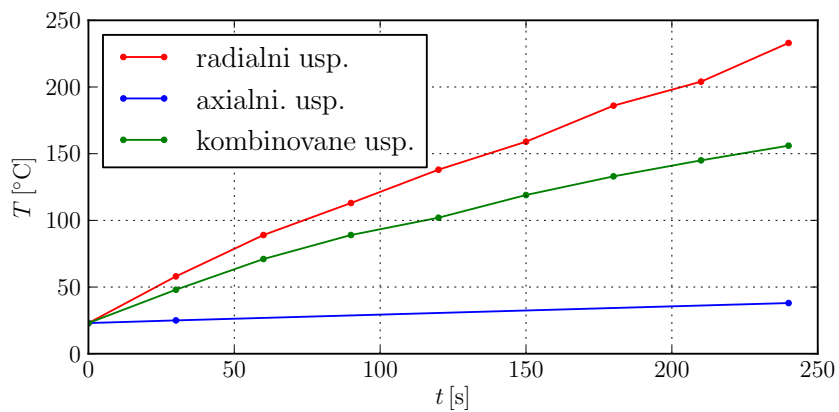
Obr. 5.2: Radiální uspořádání



Obr. 5.3: Axiální uspořádání



Obr. 5.4: Radiálně-axiální uspořádání



Obr. 5.5: Srovnání všech tří variant



# Kapitola 6

## Výsledky numerického řešení a experimentu

Numerické řešení úlohy je nutné experimentálně ověřit a výsledky porovnat na základě získaných dat.

### 6.1 Numerické řešení

Ve skutečnosti se jakékoli systémy chovají tak, aby zaujaly stav energeticky nejméně náročný a metoda konečných prvků (FEM - Finite Element Method) hledá tedy minimum funkcionálu (tzn. přiřazení funkci na její definiční oblasti minimální číselnou hodnotu). Ve svém důsledku to neznámá nic jiného, než vyjádření spojitého rozložení oblasti na konečný počet podoblastí. Metoda je široce využívaná v mnoha odvětvích a je vhodná i pro výpočty v oblasti elektromagnetismu.

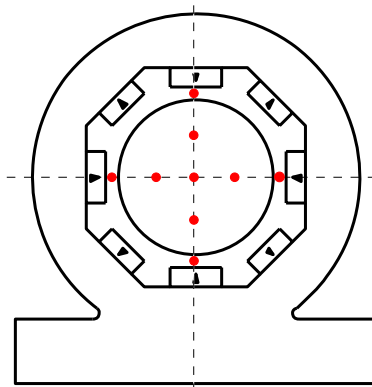
Definiční oblast se rozdělí na rovinné elementy (diskretizace) na nichž se hledá dané řešení, které je aproximací skutečného výsledku. [11] Metoda *hp*-FEM je moderní variantou FEM. Jedná se o adaptivní metodu konečných prvků vyššího řádu přesnosti. Touto metodou je možné aproximovat řešení parciálních diferenciálních rovnic odvozené v kapitole 4. Metoda *hp*-FEM se k tomuto počtu přibližuje rychleji, na rozdíl od klasické metody konečných prvků, neboť využívá kombinaci dvou konvergencí a to *h*-adaptivitu, která zjemňuje vytvořenou síť, neboli pracuje s různou velikostí elementů, a také *p*-adaptivitu. Ta zvyšuje řád polynomu aproximace řešení. Obě konvergence se provádí algoritmem právě tam, kde řešení nesplňuje relativní chybu ve výpočtu. Proto mluvíme o adaptivní metodě. Algoritmy využívající samostatně *h* nebo *p* konvergenčí se ke konečnému řešení též dostanou, ale je kladen mnohem větší nárok na výpočetní výkon a čas potřebný k získání řešení s,

námi zadanou, relativní chybou. [12] [13].

Srovnání jednotlivých variant při řešení stejných problémů je k dispozici v [14].

### 6.1.1 Kalibrace modelů

Před samotným numerickým řešením bylo potřeba zkalibrovat jak model magnetický, tak model teplotní. Kalibrace se prováděla pomocí přístroje na měření magnetické indukce Elimag MP-1, mikroprocesorem řízený 3-D teslametr s přesností měření 1 % z rozsahu. Pomocí sondy se měřily ve vertikální a horizontální ose obě složky magnetické indukce  $B_x$  a  $B_y$ . Změna měření složky  $B$  se prováděla pouze natočením sondy. Prostředí uvnitř magnetického obvodu se rozdělilo do 5 bodů.



Obr. 6.1: Rozmístění měřících bodů při kalibraci modelu

První tabulka (6.1) zobrazuje magnetickou indukci  $B$  v ose  $x$ , druhá (6.2) poté v ose  $y$ .

$B_h$ (mT)	-504,6	-97,2	2,0	126	512,8
$B_v$ (mT)	-124,4	18	2,0	21,2	23,7

Tab. 6.1: Naměřené hodnoty magnetické indukce  $B_x$

$B_h$ (mT)	-150,1	-18,8	2,0	-21,9	-17,9
$B_v$ (mT)	-405,9	-103,4	2,0	94,6	395,6

Tab. 6.2: Naměřené hodnoty magnetické indukce  $B_y$

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

Tyto hodnoty byly následně vyneseny do grafu 6.2. Do stejného grafu bylo nutné vynést hodnoty z magnetického modelu, ve kterém nebyl uvažován hliníkový válec. Ten svými materiálovými vlastnostmi, i vlastní rotací, zanášel do kalibrace nechtěné vlivy. Tabulky zobrazené níže jsou výsledkem magnetického modelu. Opět první z nich zaznamenává hodnoty  $B$  v ose  $x$  a druhá v ose  $y$ .

$B_h$ (mT)	483,113	61,6476	-0,0226	-61,1316	-483,111
$B_v$ (mT)	-0,0399	-0,7071	-0,0226	0,8934	0,0372

Tab. 6.3: Vypočítané hodnoty magnetické indukce  $B_x$

$B_h$ (mT)	-0,0329	0,3121	-0,7421	-1,2812	0,03952
$B_v$ (mT)	-483,118	-61,2102	-0,7421	0,0609	0,4832

Tab. 6.4: Vypočítané hodnoty magnetické indukce  $B_y$

Obrázek 6.2 zobrazuje a srovnává obě varianty v přehledném grafu. Kde modrou barvou je označeno měření a barvou červenou výsledek z magnetického modelu. Po tomto kroku se měnily některé parametry, jako  $\mu_{Fe}$  a  $B_r$  tak, aby výsledky spolu, co nejlépe korespondovaly. Tak se získal dostatečně přesný magnetický model, který bylo možné numericky vyřešit. Materiálové parametry jsou uvedeny v tabulkách níže.

$\mu_{Al}$ [-]	1
$\gamma$ [ $S \cdot m^{-1}$ ]	$3 \cdot 10^7$
$\lambda$ [ $W \cdot m^{-1}K^{-1}$ ]	237
$\rho$ [ $kg \cdot m^{-3}$ ]	2700
$c_p$ [ $J \cdot kg^{-1}K^{-1}$ ]	900

Tab. 6.5: Parametry hliníku

$\mu_{rmagn}$ [-]	1,21
$B_r$ [T]	1,16

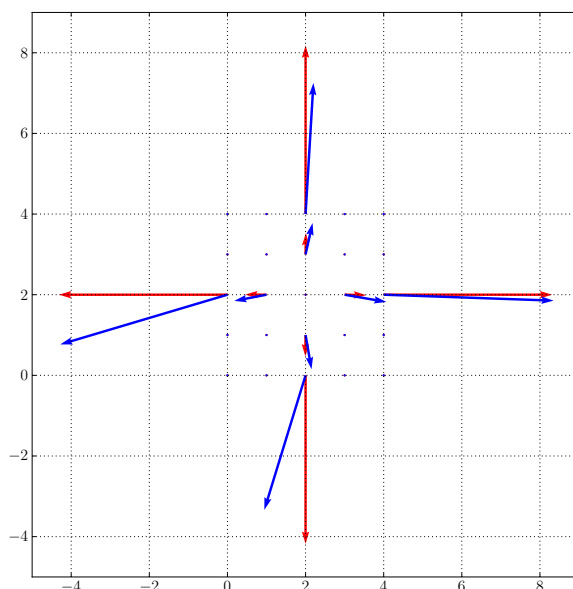
Tab. 6.6: Parametry permanentních magnetů

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

$\mu_{rvzd} [-]$	1
$\mu_{Fe} [-]$	300
$\alpha [W \cdot m^{-2}K^{-1}]$	20

Tab. 6.7: Ostatní parametry

Koeficient přestupu tepla se volil po výsledcích, které se získaly z teplotního modelu a z hlavního měření tak, aby do grafu vnesené hodnoty spolu korespondovaly. Bohužel není možné získat totožné výsledky, neboť se zde projevuje chyba měření. Spočívající v ne zcela přesném nastavení sondy do potřebné polohy.



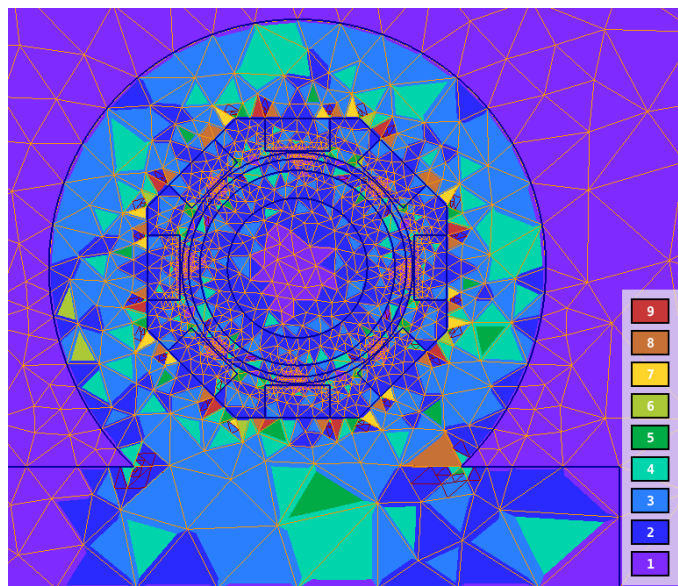
Obr. 6.2: Kalibrace magnetického modelu

### 6.1.2 Výsledky řešení matematických modelů

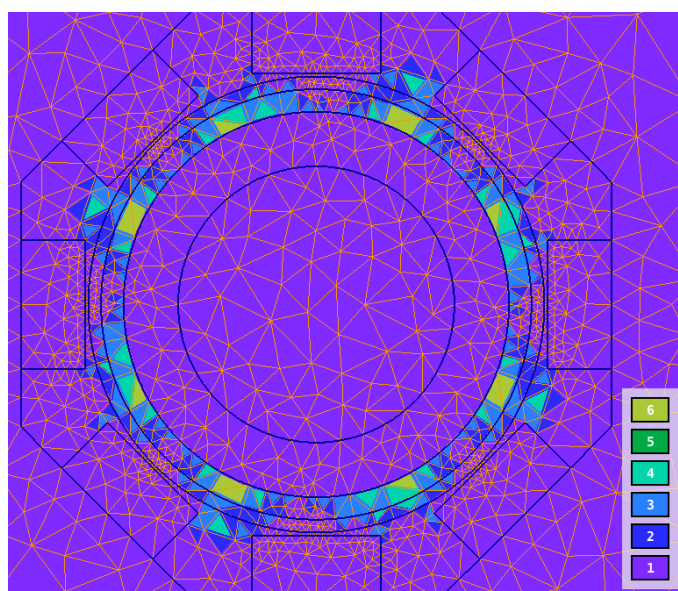
V předchozí kapitole (6.1.1) se díky kalibraci získaly dostatečně přesné materiálové parametry. Na základě toho bylo možné provést samotné numerické řešení. Jak již bylo zmíněno v kapitole 4, modely byly tvořeny v aplikaci Agros2D v kartézských souřadnicích. Model hliníkového válce bylo nutné rozdělit na dvě oblasti. První z nich je okraj tělesa, ve kterém se indukují nejvíce vířivých proudů (85 %). Z výpočtu podle vzorce A.1 je, v našem případě, hloubka vniku  $\delta = 8.5$  mm. Další oblastí je poté zbytek tělesa. V každé oblasti bylo nutné zjistit Jouleovy ztráty a z nich následně vypočítat

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

průběh teploty. Diskretizaci spojitého magnetického a teplotního pole ukazují obrázky níže (6.3 a 6.4). Je z nich patrný použitý řád polynomu při výpočtu, znázorněn barevnou stupnicí a pak také počáteční síť v růžové barvě a řešená síť v barvě červené.



Obr. 6.3: Výpočetní síť a stupeň polynomu u magnetického pole

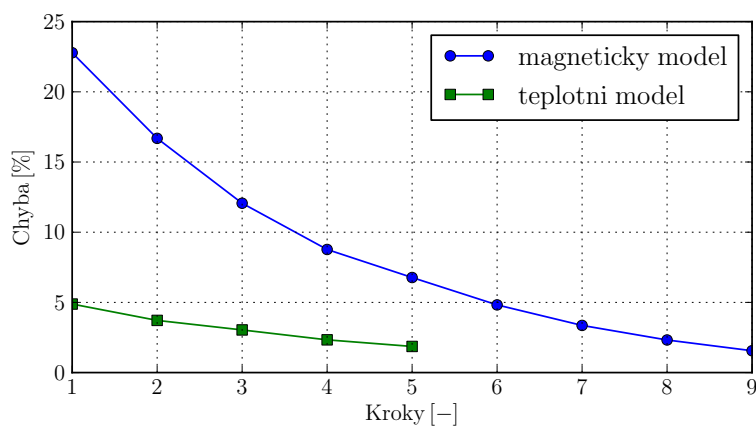


Obr. 6.4: Výpočetní síť a stupeň polynomu u teplotního pole

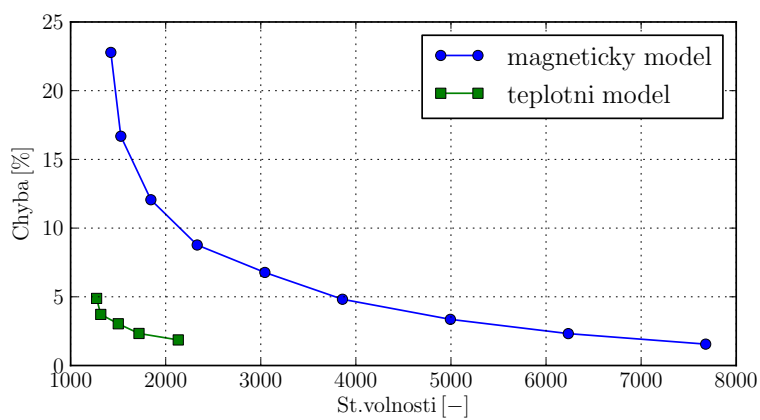
## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

Je patrné, že zjemňování sítě dochází v místech největšího gradientu.

Na obrázku 6.5 a 6.6 je vynesena relativní chyba výpočtu na množství kroků a pak také v závislosti na stupni volnosti. Ke konvergenci se využila *hp*-adaptivita s relativní chybou menší než 2 %.



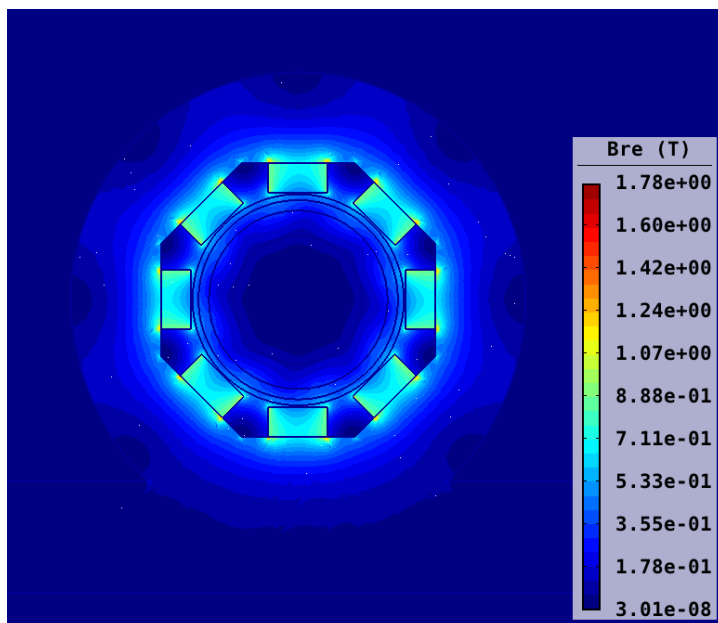
Obr. 6.5: Konvergence výsledků v závislosti na počtu kroků



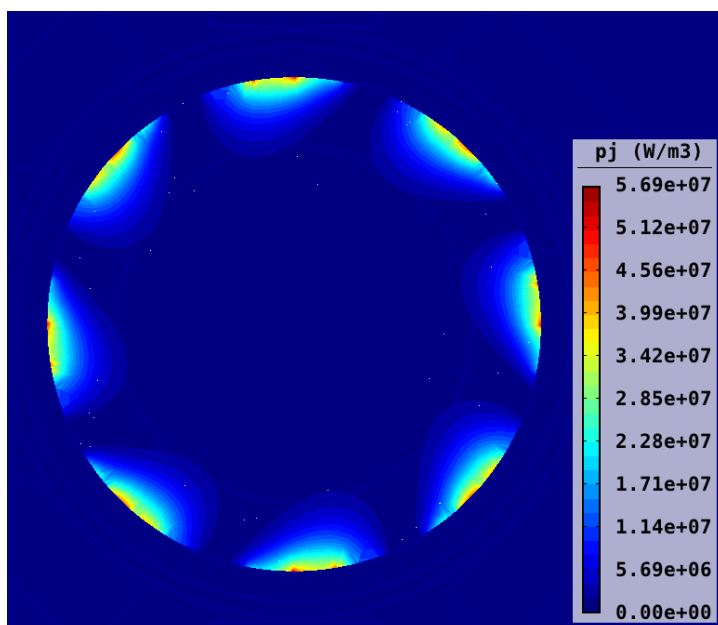
Obr. 6.6: Konvergence výsledků v závislosti na stupni volnosti

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

Výsledné rozložení polí magnetické indukce a rozložení ztrát, které získáme z numerického řešení je zobrazeno níže na obrázcích (6.7 a 6.8).



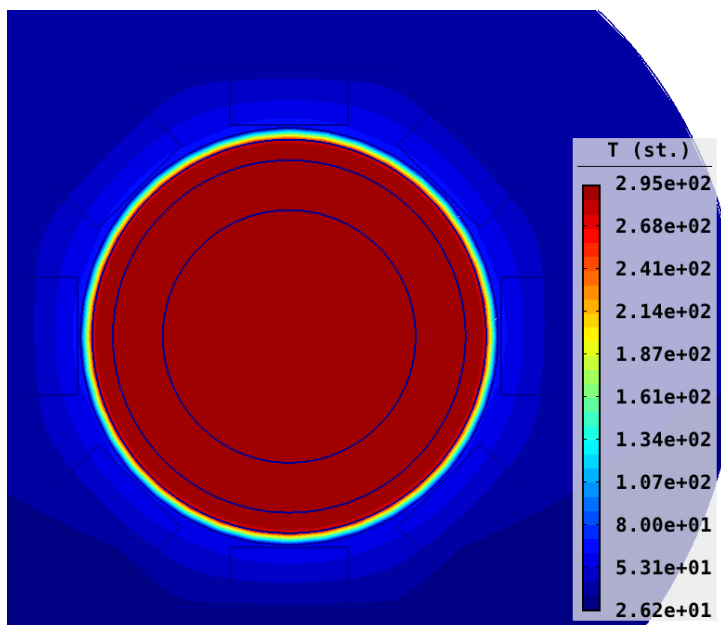
Obr. 6.7: Rozložení magnetického pole



Obr. 6.8: Rozložení ztrát v ohřivaném tělese

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

Z obrázku (6.8), který zobrazuje Jouleovy ztráty je patrné, že je zobrazeno pouze v místech, kterými prochází siločáry magnetického pole. Ve skutečnosti jsou však vlivem otáčení tělesa rovnoměrně rozloženy po celém okraji.



Obr. 6.9: Rozložení teplotního pole

Rozložení teplotního pole bylo vyřešeno jako přechodový děj s krokem 10 s. V tabulce 6.8 je zobrazena průměrná teplota ve středu a na kraji, resp. do hloubky vniku, ohřívaného tělesa s krokem 50 s.

$t$ [s]	$T_{avg}$ [°C]	
	okraj	střed
50	90,6911	89,6591
100	149,192	148,343
150	200,542	199,857
200	245,782	245,238
250	285,775	285,352

Tab. 6.8: Průměrná teplota tělesa

Z hodnot je patrný minimální rozdíl na okraji a ve středu tělesa, což dokazuje homogenní prohřátí válce v jeho celém objemu.



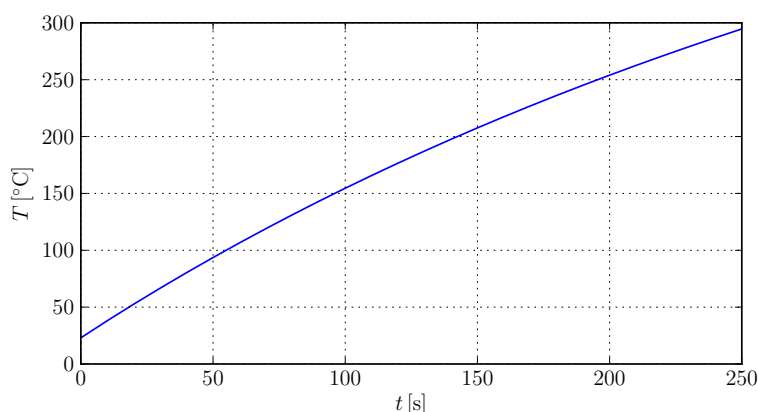
## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU

Zde jsou uvedeny průměrné Jouleovy ztráty a průměrná proudová hustota  $J_{avg}$  ve středu a na okraji válce (opět do vzdálenosti hloubky vniku).

	<b>okraj</b>	<b>střed</b>
$J_{avg}[\text{A}/\text{m}^2]$	-1339,18	0,69
$P_{javg}[\text{W}]$	10 820	369

Tab. 6.9: Průměrné hodnoty proudové hustoty a ztrát

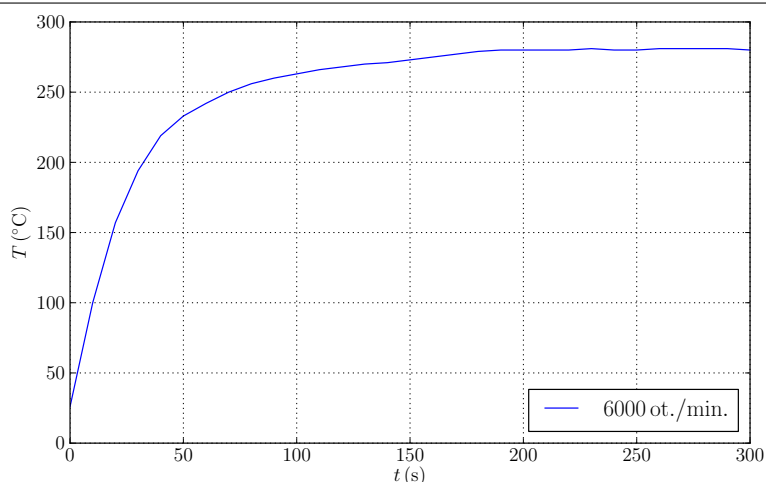
Z teplotního modelu byla vytvořena závislost průběhu teploty na čase. Teplotní model je řešen jako přechodový děj a bylo tedy možné nastavit dobu, po kterou se bude těleso ohřívat. Vzhledem k následnému měření se zvolilo 250 s.



Obr. 6.10: Průběh teploty u teplotního modelu

Z grafu (6.10) je patrná téměř lineární závislost teploty. To je způsobené krátkým časovým horizontem. Pokud by se zvětšil časový úsek, po který by se model dále ohříval, vznikla by závislost, jak ukazuje graf níže (6.11). Graf byl vytvořen v předešlé diplomové práci [1] pro 6000 ot/min a neodpovídá našemu problému a představuje pouze ilustrativní průběh. Takto dlouhé měření, v našem problému, nebylo možné provést, neboť teplota by byla příliš vysoká po delší časový úsek a izolace oddělující permanentní magnety od tělesa by byla nedostačující a tento fakt by měl negativní vliv na magnety, které by silně degradovaly a následně nedosahovaly potřebných kvalit.

## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU



Obr. 6.11: Skutečný průběh teploty [1]

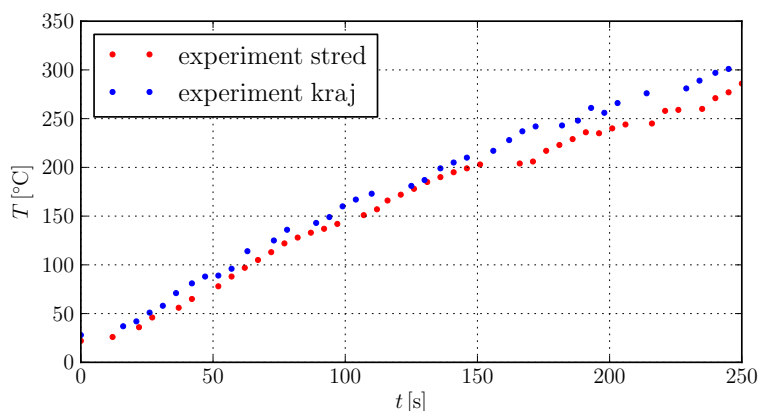
### 6.2 Měření na experimentálním zařízení

Měření bylo provedeno pomocí bezdrátových termočlánků MWTC typu K od firmy Omega Engineering, Inc., které mají teplotní rozsah od  $-200$  °C až do  $+1250$  °C. Sonda je vyrobená z chromu a hliníku. Při měření byla uchycena na silonový válec obepínající čelist. Nejdříve se zavedla do středu hliníkového válce. Po zaznamenání dat se měření opakovalo s tím rozdílem, že byla vložena do otvoru vzdáleného 1 cm od okraje tělesa. Dodávaný přijímač byl připojen pomocí USB konektoru do PC, na kterém byl nainstalován doprovodný software TC Centrum verze 1.06. Měření se uskutečnilo po dobu přibližně 240 s v obou variantách.

#### 6.2.1 Výsledky měření

Níže uvedený graf (6.12) zobrazuje teplotu v závislosti na době ohřevu. Je z něj patrný rozdíl teplot na kraji hliníkového válce a v jeho středu. To je dáno hloubkou vniku naindukovaných proudů, které jsou nejvíce koncentrovány při okraji tělesa a tedy v této oblasti dochází k rychlejšímu ohřevu. Dále z grafu vyčteme, že s postupem času dochází ke stále menší diferenci mezi sousedními hodnotami, neboli dochází k ustálení teploty ve válci. Tento fakt je dán fyzikální podstatou materiálu a k tomuto závěru dojdeme vždy. Závisí však na dalších parametrech, jako například na hodnotě otáček nebo na hodnotě magnetické indukce permanentních magnetů, zda se k výsledku dostaneme za menší či delší časový úsek.

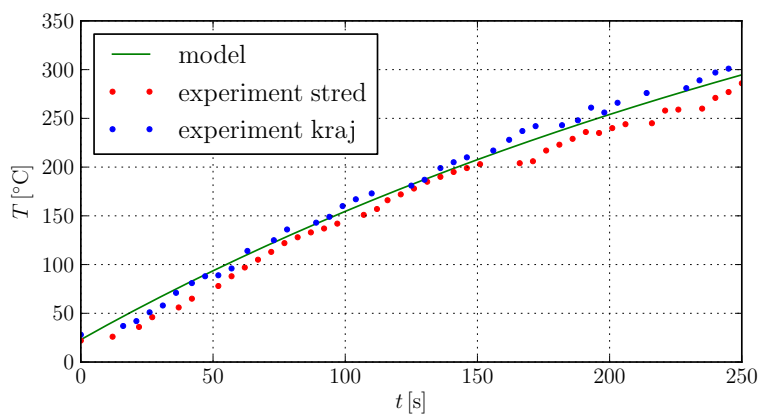
## KAPITOLA 6. VÝSLEDKY NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ A EXPERIMENTU



Obr. 6.12: Naměřený průběh ohřevu hliníkového válce

### 6.3 Srovnání teoretického modelu s výsledky měření

Na grafu 6.13 jsou vyneseny jak výsledky teplotního modelu, tak výsledky měření. Vidíme, že ve skutečnosti nejsou křivky lineární, ale je možné je proložit regresní křivkou s polynomickým řádem 2. Dále je patrné, že experimentální měření souhlasí s vytvořenými modely. Rozdíl je velice nepatrný a průměrem hodnot na okraji tělesa a v jeho středu bychom dostali téměř totožnou křivku.



Obr. 6.13: Srovnání modelu a měření

# Kapitola 7

## Závěr

Diplomová práce ve svém úvodu shrnuje dosavadní technologie indukčního ohřevu s přihlédnutím na jejich možnosti při ohřevu nemagnetických struktur. Přičemž se v další části zabývá technologií využívající permanentní magnety jako zdroj stacionárního magnetického pole. Dále navazuje na práci [1] s cílem vytvořit nové experimentální zařízení, na němž poté ověřit magnetický a teplotní model vytvořený v programu Agros2D a výsledky řešení porovnat.

Nejdříve bylo nutné vyřešit parciální diferenciální rovnice popisující jednodílná pole. Toto numerické řešení bylo získáno pomocí metody konečných prvků vyššího řádu přesnosti (*hp*-FEM).

Modely před samotným vyřešením bylo nutné zkalibrovat, což se provedlo pomocí sondy a následně úpravy vybraných parametrů. Tímto byly získány dostatečně přesné hodnoty pro samotný výpočet rozložení magnetického a teplotního pole a další výsledky z toho odvozené jako např. rozložení Jouleových ztrát.

Hlavnímu měření předcházel experiment v uspořádání permanentních magnetů v magnetickém obvodu. Jako efektivní varianta se ukázalo radiální uspořádání magnetů, které bylo při ohřevu velice efektivní na rozdíl od zbylých dvou možností. Jako zcela nevhodná varianta se ukázalo axiální uspořádání.

Nakonec bylo možné získané výsledky mezi sebou verifikovat a došlo se k velice dobré shodě mezi vytvořenými modely a výsledky měření na experimentálním zařízení. Tento fakt posloužil firmě ETD transformátory a.s. k navržení zařízení pro průmyslové nasazení. Dobré výsledky byly též motivací pro sestavení dalšího experimentálního zařízení na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni s rotující soustavou permanentních magnetů a pevně uchyceným ohřevným tělesem.

# Literatura

- [1] F. Mach. Rotační ohřev nemagnetických struktur válců ve stacionárním magnetickém poli. Diplomová práce, Západočeská univerzita v Plzni, 2011.
- [2] J. Kellers a spol. Magnetic billet heating rivals conventional furnaces. *Heat processing*, 8(1):65–70, Leden 2010.
- [3] Faradayovo zařízení elektromagnetické indukce. <http://www.ssplprints.com/image/97328/faradays-electromagnetic-induction-apparatus-1831>, [Online] Březen 2012.
- [4] J. Bureš. Michael faraday. <http://www.converter.cz/fyzici/faraday.htm>, [Online] Říjen 2011.
- [5] V. Černý. Indukční ohřev. *Elektro*, (11):55, Únor 2002.
- [6] J. Milka. Energetické problémy indukčních elektrotepelných zařízení. Bakalářská práce, Vysoké učení technické v Brně, Květen 2011.
- [7] I. Doležel a spol. Modelování indukčního ohřevu kovových materiálů a souvisejících technologických procesů. *Elektro*, (12):2–4, Prosinec 2001.
- [8] N. Magnusson M. Runde. Induction heating of aluminium billets using superconducting coils. *Physica C: Superconductivity*, 372–376(3):1339–1341, Srpen 2002.
- [9] S. Lupi A. Morandi P. l. Ribani M. Fabbri, M. Forzan. Experimental and numerical analysis of dc induction heating of aluminum billets. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(1):192 – 200, Leden 2009.
- [10] Effmag Ltd. <http://www.ffmpeg.com/technology/>, [Online] Březen 2012.
- [11] J. Burša. Metoda konečných prvků. [Online] Březen 2012.

- [12] Jan Zeman. Přesnost metody konečných prvků. <http://mech.fsv.cvut.cz/~zemanj/teaching/mk10/prednasky/>, [Online] Březen 2012.
- [13] P. Koňas. Metoda konečných prvků. <http://wood.mendelu.cz/cz/sections/FEM/?q=node/32>, [Online] Březen 2012.
- [14] hp-FEM group at UNR. <http://hpfem.org/hermes2d/doc/src/benchmarks.html>, [Online] Březen 2012.

# Seznam obrázků

1.1	Faradayova cívka s magnetickým jádrem [3] a elektromagnetický prstenec [4] . . . . .	13
1.2	Ilustrativní obrázek indukčního ohřevu válcového tělesa . . . . .	13
1.3	Indukční ohřev v nestacionárním magnetickém poli [1] . . . . .	15
1.4	Indukční ohřev ve stacionárním magnetickém poli [1] . . . . .	16
1.5	Princip indukčního ohřevu s využitím stacionárního magnetického pole [9] . . . . .	17
4.1	Definiční oblasti modelu s uspořádáním PM . . . . .	21
4.2	Teplotní model a jeho definiční oblasti . . . . .	22
5.1	Detail magnetického obvodu se zobrazením neviditelných hran v programu Solidworks . . . . .	28
5.2	Radiální uspořádání . . . . .	29
5.3	Axiální uspořádání . . . . .	30
5.4	Radiálně-axiální uspořádání . . . . .	30
5.5	Srovnání všech tří variant . . . . .	30
6.1	Rozmístění měřících bodů při kalibraci modelu . . . . .	32
6.2	Kalibrace magnetického modelu . . . . .	34
6.3	Výpočetní síť a stupeň polynomu u magnetického pole . . . . .	35
6.4	Výpočetní síť a stupeň polynomu u teplotního pole . . . . .	35
6.5	Konvergence výsledků v závislosti na počtu kroků . . . . .	36
6.6	Konvergence výsledků v závislosti na stupni volnosti . . . . .	36
6.7	Rozložení magnetického pole . . . . .	37
6.8	Rozložení ztrát v ohřívaném tělese . . . . .	37
6.9	Rozložení teplotního pole . . . . .	38
6.10	Průběh teploty u teplotního modelu . . . . .	39
6.11	Skutečný průběh teploty [1] . . . . .	40
6.12	Naměřený průběh ohřevu hliníkového válce . . . . .	41
6.13	Srovnání modelu a měření . . . . .	41

B.1	Rozměry magnetického obvodu . . . . .	51
B.2	Úchyt hliníkového válce a rozměry hliníkové válce . . . . .	52
B.3	Model experimentálního zařízení . . . . .	53



# Seznam tabulek

5.1	Tabulka parametrů použitého motoru Siemens . . . . .	28
6.1	Naměřené hodnoty magnetické indukce $B_x$ . . . . .	32
6.2	Naměřené hodnoty magnetické indukce $B_y$ . . . . .	32
6.3	Vypočítané hodnoty magnetické indukce $B_x$ . . . . .	33
6.4	Vypočítané hodnoty magnetické indukce $B_y$ . . . . .	33
6.5	Parametry hliníku . . . . .	33
6.6	Parametry permanentních magnetů . . . . .	33
6.7	Ostatní parametry . . . . .	34
6.8	Průměrná teplota tělesa . . . . .	38
6.9	Průměrné hodnoty proudové hustoty a ztrát . . . . .	39

# Příloha A

## Rovnice

### A.1 Hloubka vniku

Hloubka vniku je jedním z hlavních parametrů ovlivňující indukční ohřev těles. Udává, kolik energie prostoupí materiálem a tím i efektivnost vířivých proudů zapříčiňující tepelné změny ve struktuře tělesa.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}} \quad (\text{A.1})$$

kde  $\mu$  je permeabilita,  $\gamma$  elektrická vodivost,  $\omega$  úhlová frekvence.

### A.2 Jouleův zákon

Vyjadřuje ztráty, které se přemění v teplo. Látka, která má určitou hodnotu odporu a prochází jí proud po dobu  $t$  vyzařuje teplo  $Q$ , neboli

$$Q = RI^2t = UIt \quad (\text{A.2})$$

### A.3 Účinnost indukčního ohřevu

#### Nestacionárním polem s využitím cívek

Účinnost ohřevu válcového tělesa můžeme dobře odhadnout podle vzorce

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{D^2}{a^2} (1 + 6,25 \frac{\delta^2}{a^2} \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu\rho_2}})} \quad (\text{A.3})$$

kde  $\eta$  je účinnost,  $D$  průměr cívky,  $d$  průměr válcového předmětu,  $\delta$  hloubka vniku,  $\varrho_1$  měrný odpor cívky,  $\varrho_2$  měrný odpor tělesa,  $\mu$  permeabilita

## Stacionárním polem s využitím supravodivých cívek

S využitím supravodivých cívek je vztah velice jednoduchý. Taktéž jako v předešlém případě je určen pro materiál válcového tvaru.

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\varrho_1}{\mu\varrho_2}}} \quad (\text{A.4})$$

kde  $\mu$  je permeabilita,  $\varrho_c$  měrný odpor cívky a  $\varrho_w$  měrný odpor tělesa

## A.4 Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru

Maxwellovy rovnice tvoří základ teorie elektromagnetického pole. V diferenciálním tvaru platí pouze v regulárních bodech, ve kterých jsou spojitě a spojitě diferencovatelné.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (\text{A.7})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.8})$$

V uvedených rovnicích je  $\mathbf{H}$  intenzita magnetického pole,  $\mathbf{J}$  proudová hustota,  $\mathbf{D}$  elektrická indukce,  $\mathbf{E}$  intenzita elektrického pole,  $\mathbf{B}$  magnetická indukce, a konečně  $\rho$  je hustota náboje.

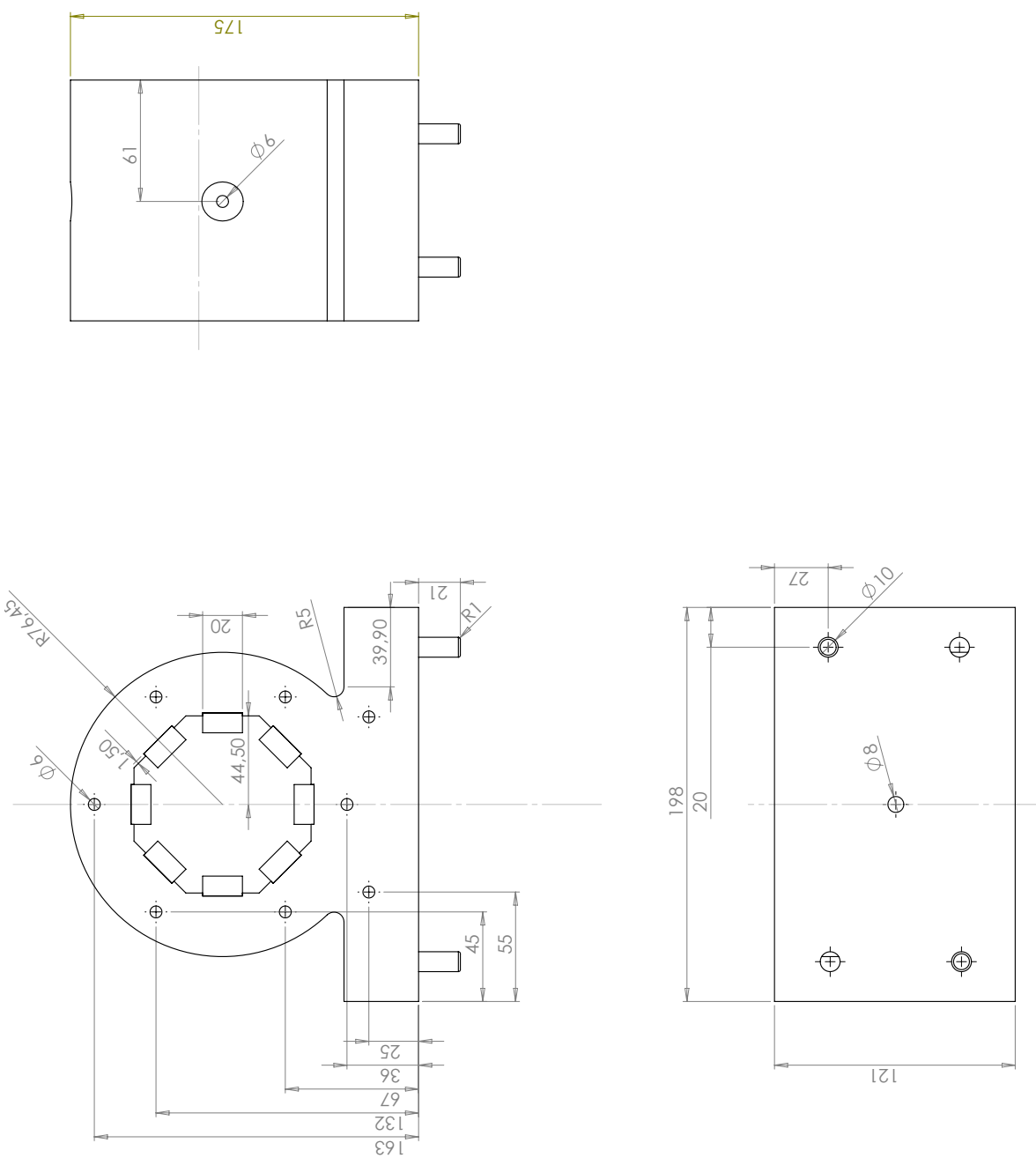
V případě stacionárního elektromagnetického pole budou časové derivace na pravých stranách rovnic nulové.

# Příloha B

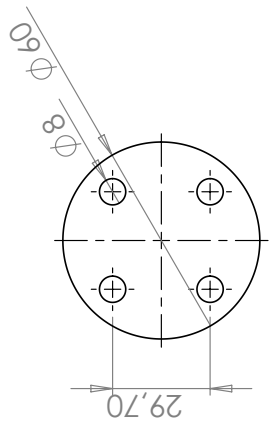
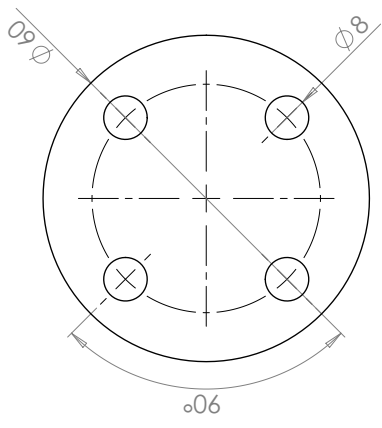
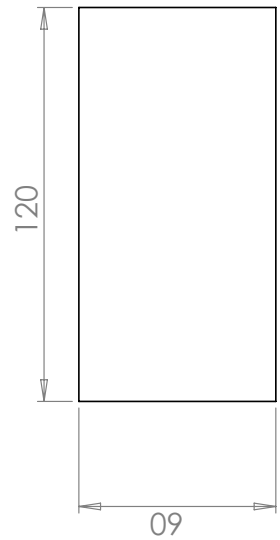
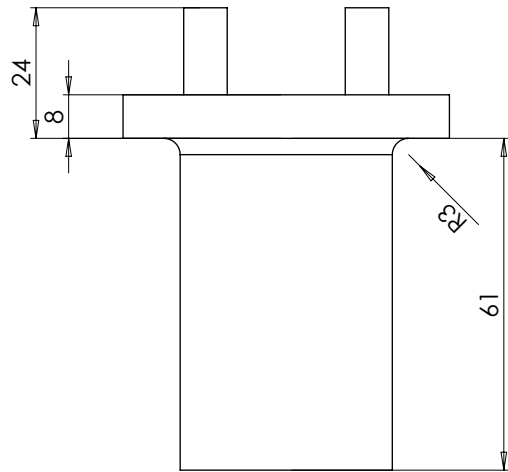
## Výkresy hlavní části modelu

### B.1 Výkresy experimentálního modelu

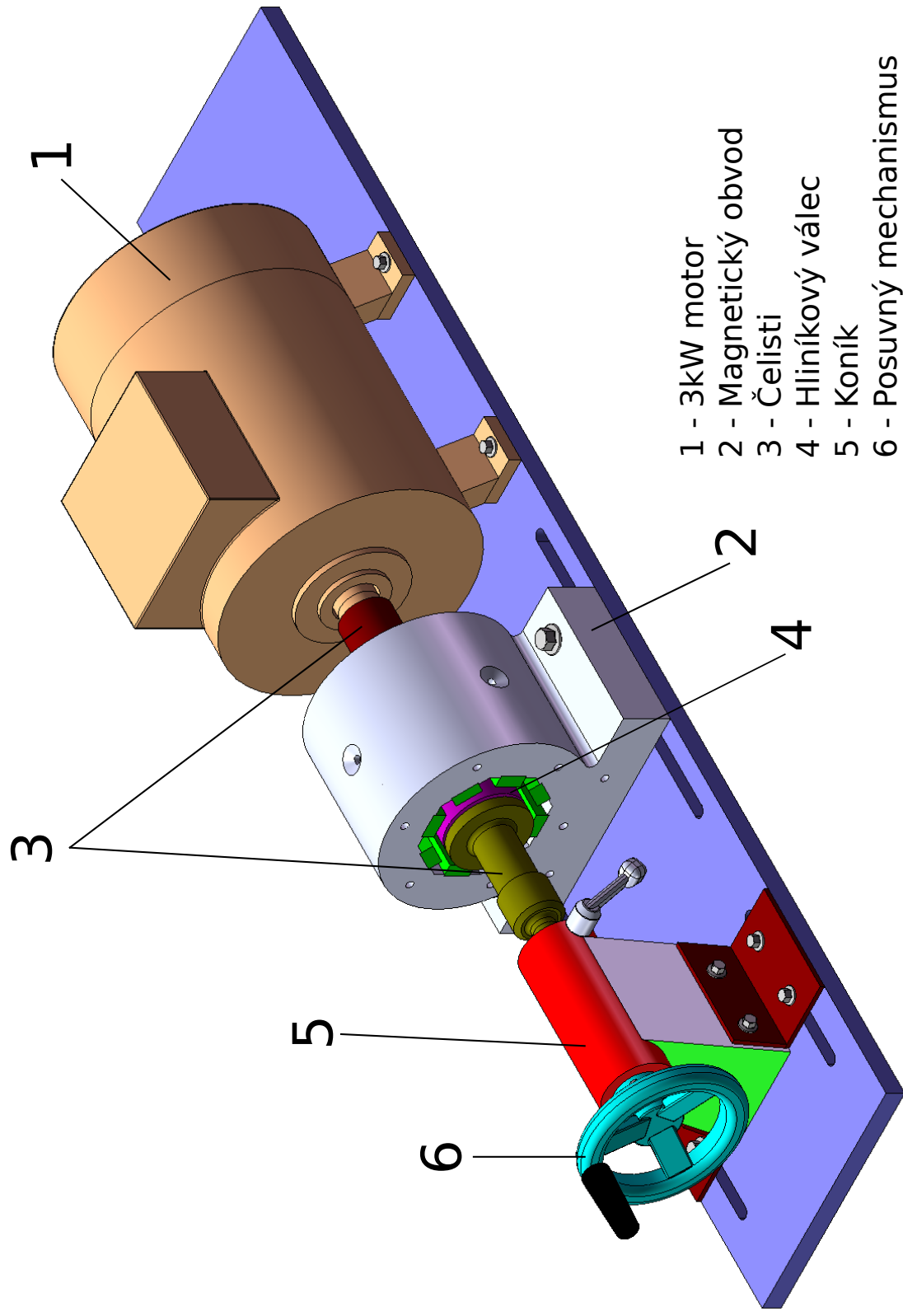
V této části přílohy jsou k dispozici výkresy hlavního obvodu, tedy úchytů, magnetického obvodu a válce. Přiložen je i celý model zařízení s popisem.



Obr. B.1: Rozměry magnetického obvodu



Obr. B.2: Úchyt hliníkového válce a rozměry hliníkové válce



Obr. B.3: Model experimentálního zařízení