

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Možnosti modelování asynchronního motoru se stíněným pólem

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Luboš ŽENÍŠEK**
Osobní číslo: **E09N0066P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komerční elektrotechnika**
Název tématu: **Možnosti modelování asynchronního motoru se stíněným pó-
lem**
Zadávající katedra: **Katedra technologií a měření**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznamte se s principem asynchronního stroje se stíněným pólem.
2. Diskutujte možnosti jeho modelování pomocí libovolného 2D MKP programu.
3. Vytvořte matematický model stroje a proveďte výpočet.
4. Porovnejte možnosti z bodu 2. z hlediska jejich pracnosti a přesnosti.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího
Rozsah pracovní zprávy: 30 - 40 stran
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

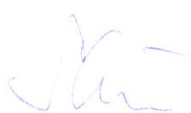
1. Bartoš, V: Elektrické stroje I, II. VŠSE v Plzni, 1986
2. Haňka, Ladislav: Teorie elektromagnetického pole. SNTL, Praha, 1975
3. Reece, A.B.J. and Preston T.W.: Finite element methods in electrical power engineering, 2000

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Vladimír Kindl**
Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Datum zadání diplomové práce: **17. října 2011**
Termín odevzdání diplomové práce: **11. května 2012**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Vlastimil Skočil, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 17. října 2011

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je vysvětlení principu asynchronního stroje se stíněným pólem, vzniku točivého magnetického pole a zjištění možností jeho modelování pomocí metody konečných prvků ve 2D. Součástí práce je sestavení matematických modelů podle zjištěných postupů a jejich vyhodnocení z hlediska použitelnosti a obtížnosti. Pro modelování, počítání a vizualizaci matematických modelů je použit program FEMM.

Klíčová slova

1f, jednofázový, asynchronní motor, stíněný pól, točivé magnetické pole, magnetický tok, matematický model, vinutí, indukčnost, otáčky, charakteristika, MKP, FEMM, metoda konečných prvků, statická analýza, harmonická analýza

Abstract

The master theses presents the principles of single phase shaded pole induction motor, the rotating magnetic field formation into the gap of the induction motor and find out possibilities of modelling using finite element method in 2D. A part of thesis is assembling of mathematical models according to established procedures and their evaluation in terms of usability and complexity. The program FEMM is used for modelling, calculation and visualization of mathematical models.

Key words

Single-phase, induction motor, shaded pole , rotating magnetic field, magnetic flux, mathematical model, windings, inductance, speed, characteristics, FEM, FEMM, finite element simulations, magneto-static, time-harmonic

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

V Plzni dne 9.5.2012

Luboš Ženíšek

.....

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Vladimírovi Kindlovi, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

OBSAH	8
SEZNAM OBRÁZKŮ	9
SEZNAM TABULEK	10
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	11
1. ÚVOD	12
1.1. KONSTRUKČNÍ USPOŘÁDÁNÍ MOTORU	12
1.2. PRINCIP ASYNCHRONNÍHO MOTORU SE STÍNĚNÝM PÓLEM.....	14
1.3. VZNIK TOČIVÉHO POLE	14
1.4. VLASTNOSTI ASYNCHRONNÍHO MOTORU SE STÍNĚNÝM PÓLEM	17
2. MOŽNOSTI MODELOVÁNÍ MOTORU VE 2D	19
2.1. METODA KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP)	20
2.1.1. <i>Fáze řešení problému MKP</i>	21
2.2. METODY ANALÝZY ASYNCHRONNÍHO MOTORU SE STÍNĚNÝM PÓLEM	22
2.2.1. <i>Metoda 1 – Statická analýza – simulace skluzu natočením proudů v rotoru</i>	22
2.2.2. <i>Metoda 2 – Statická analýza – simulace skluzovou frekvencí</i>	25
2.2.3. <i>Metoda 3 – Harmonická analýza</i>	26
3. MATEMATICKÝ MODEL	27
3.1. PARAMETRY MOTORU	27
3.2. METODA 1 – STATICKÁ ANALÝZA – SIMULACE SKLUZU NATOČENÍM PROUDŮ V ROTORU	31
3.2.1. <i>Stav naprázdno</i>	31
3.2.2. <i>Jmenovitý stav</i>	35
3.2.3. <i>Stav nakrátko</i>	40
3.3. METODA 2 – STATICKÁ ANALÝZA – SIMULACE SKLUZOVOU FREKVENCÍ	45
3.3.1. <i>Stav naprázdno</i>	45
3.3.2. <i>Jmenovitý stav</i>	45
3.3.3. <i>Stav nakrátko</i>	47
3.4. METODA 3 – HARMONICKÁ ANALÝZA	49
3.4.1. <i>Stav naprázdno</i>	49
3.4.2. <i>Jmenovitý stav</i>	51
3.4.3. <i>Stav nakrátko</i>	53
4. POROVNÁNÍ A VYHODNOCENÍ	55
4.1. STAV NAPRÁZDNO	55
4.2. JMENOVITÝ STAV	57
4.3. STAV NAKRÁTKO	59
4.4. SHRNUTÍ VLASTNOSTÍ JEDNOTLIVÝCH METOD	61
ZÁVĚR	63
LITERATURA	64

Seznam obrázků

Obrázek 1 - Asynchronní motor se stíněným pólem [2].....	12
Obrázek 2 - Motor se statorem ve tvaru písmene C [1].....	13
Obrázek 3 - Motor s kruhovým statorem [1]	13
Obrázek 4 - Průběh magnetického toku motorem $t=0+$	15
Obrázek 5 - Průběh magnetického toku motorem $t=\pi/2$	15
Obrázek 6 - Průběh magnetického toku motorem $t= \pi/2$ až π	16
Obrázek 7 - Průběh magnetického toku motorem $t= \pi+$	16
Obrázek 8 - Průběh magnetického toku motorem $t= 3/2\pi$	17
Obrázek 9 - Průběh magnetického toku motorem $t= 3/2\pi$ až 2π	17
Obrázek 10 - Momentová charakteristika motoru A24NL381	18
Obrázek 11 - Závislost momentu na skluzu.....	19
Obrázek 12 - Náhradní schéma motoru [1].....	20
Obrázek 13 - Různé možnosti laminace materiálu	23
Obrázek 14 - Výkres motoru A24NL381 [11].....	28
Obrázek 15 - B-H charakteristika použité oceli.....	29
Obrázek 16 - Geometrie motoru s přiřazenými materiály	30
Obrázek 17 - Diskretizace modelu.....	30
Obrázek 18 - Rozložení magnetické indukce - stav naprázdno	33
Obrázek 19 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - stav naprázdno	34
Obrázek 20 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	35
Obrázek 21 – Určení φ_0	37
Obrázek 22 - Rozložení magnetické indukce – jmenovitý stav	39
Obrázek 23 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - jmenovitý stav.....	39
Obrázek 24 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	40
Obrázek 25 – Určení φ_0	42
Obrázek 26 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko	43
Obrázek 27 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - stav nakrátko.....	44
Obrázek 28 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	44
Obrázek 29 - Rozložení magnetické indukce – jmenovitý stav	46
Obrázek 30 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - jmenovitý stav.....	46
Obrázek 31 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	47
Obrázek 32 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko	48

Obrázek 33 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - stav nakrátko.....	48
Obrázek 34 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	49
Obrázek 35 - Rozložení magnetické indukce - stav naprázdno	50
Obrázek 36 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - stav naprázdno	50
Obrázek 37 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	51
Obrázek 38 - Rozložení magnetické indukce - jmenovitý stav	52
Obrázek 39 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - jmenovitý stav.....	52
Obrázek 40 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	53
Obrázek 41 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko	54
Obrázek 42 - Rozložení proudové hustoty $ J $ - stav nakrátko.....	54
Obrázek 43 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře.....	55
Obrázek 44 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro stav naprázdno.....	56
Obrázek 45 - Průběhy $ B $ ve vzduchové mezeře pro stav naprázdno	57
Obrázek 46 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro jmenovitý stav	58
Obrázek 47 - Průběh $ B $ ve vzduchové mezeře pro jmenovitý stav	59
Obrázek 48 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro stav nakrátko	60
Obrázek 49 - Průběhy $ B $ ve vzduchové mezeře pro stav nakrátko.....	61

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Parametry motoru A24NL381	28
Tabulka 2 - Vypočítané parametry pro rotor	38
Tabulka 3 - Vypočítané parametry pro rotor	43
Tabulka 4 - Porovnání proudů – stav naprázdno	56
Tabulka 5 - Porovnání proudů – jmenovitý stav.....	58
Tabulka 6 - porovnání proudů – stav nakrátko	60
Tabulka 7 - výhody a nevýhody.....	62

Seznam symbolů a zkratek

U, U_n, U_i	Napětí, jmenovité napětí, indukované napětí	[V]
I, I_n, I_p	Proud, jmenovitý proud, proud naprázdno	[A]
I_p, I_{rt}	Proud nakrátko, proud tyčí rotoru	[A]
R, R_{rt}	Odpor, odpor tyče rotoru	[Ω]
N	Počet závitů	[-]
Φ	Tok	[Wb]
Ψ	Spřažený tok	[Wb]
n	Otáčky rotoru	[ot·min ⁻¹]
n_s	Synchronní otáčky	[ot·min ⁻¹]
f	Frekvence	[Hz]
p	Počet pólů	[-]
M	Moment	[Nm]
t	čas	[s]
s, s_n	Skluz, jmenovitý skluz	[-] [%]
H	Intenzita magnetického pole	[A·m ⁻¹]
B	Magnetická indukce	[T]
J	Proudová hustota	[A·m ⁻²]
μ	Permeabilita	[H·m]
ρ	Měrná rezistivita	[Ω ·m]
W_m	Magnetická energie	[J]
ω	Úhlová rychlost	Rad·s ⁻¹
φ_0	Úhel v čase $t=0$	[°]
σ	Elektrická vodivost	[S]
P, P_n	Výkon, jmenovitý příkon	[W]
L	Indukčnost	[H]
XL	Reaktance	[Ω]
S	Obsah	[m ²]
l	Délka	[m]
r	Poloměr	[m]

1. Úvod

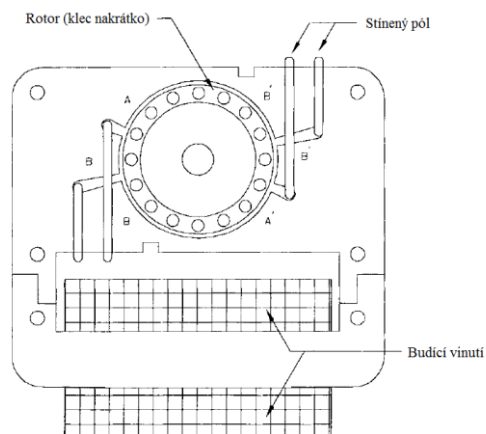
Asynchronní motor se stíněným pólem patří mezi jednofázové indukční motory. Má velmi jednoduchou konstrukci, nízké náklady na výrobu a vysokou spolehlivost. Náklady na údržbu jsou také minimální. Díky těmto parametrům patří mezi jedny z nejpoužívanějších elektrických motorů pro nejrůznější aplikace. Jeho hlavní nevýhodou je nízká provozní účinnost, typicky méně než 30%, která je daná konstrukcí. Motor je používán hlavně v menších spotřebičích, kde není zapotřebí velkých výkonů, jako jsou například ventilátory. Nejčastější provedení motoru je na obrázku 1. [1]



Obrázek 1 - Asynchronní motor se stíněným pólem [2]

1.1. Konstrukční uspořádání motoru

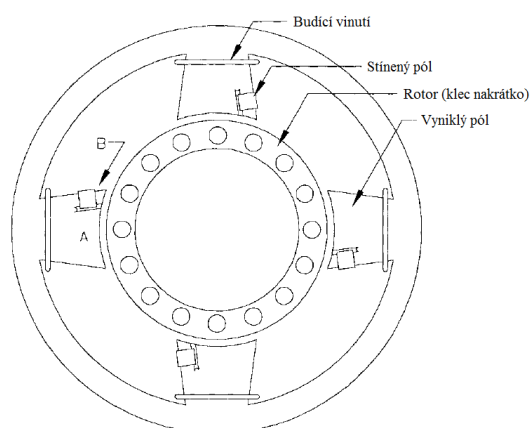
Konstrukce asynchronního motoru se stíněným pólem se skládá z nepohyblivého statoru a otáčejícího se rotoru. Od obyčejných jednofázových asynchronních motorů se liší hlavně provedením pomocného vinutí. Stator je poskládaný z plechů, které jsou vzájemně izolovány a sešroubovány, popřípadě snýtovány. Statorové plechy tvoří část magnetického obvodu. U dvupólových motorů jsou statorové plechy většinou uspořádány do tvaru písmene C. Toto uspořádání je vidět na obrázku 2. Další způsob uspořádání statoru je do kruhu. Takto jsou uspořádány motory s více póly. Toto uspořádání lze též použít i pro dvupólový motor. Kruhové uspořádání je na obrázku 3. [1]



Obrázek 2 - Motor se statorem ve tvaru písmene C [1]

Na póly statoru je navinuto hlavní vinutí. U motorů s více póly nemusí být hlavní vinutí na všech pólech. Motor se statorem ve tvaru C má pouze jedno vinutí, zatímco motory s kruhovým uspořádáním využívají vždy sudý počet vinutí, nejméně však dvě.

Každý pól je rozdělen v poměru 1:4 až 1:2 na dvě části drážkou. Na menší část pólu je navlečeno stínící vinutí. Toto vinutí je zhotoveno z měděného pásku vytvarovaného podle pólu. Konce pásku jsou svařeny k sobě, čímž vznikne vinutí o jednom závitě nakrátko. Stíněný pól by měl být od hlavního pólu posunut o 45 až 90 stupňů elektrických. Pro zvýšení záběrného momentu se používá více stínících vinutí na jeden pól. Viz obrázky 2 a 3. [1]



Obrázek 3 - Motor s kruhovým statorem [1]

Stator u těchto malých motorů slouží zároveň i jako nosná konstrukce, na kterou jsou připevněny držáky ložisek rotoru.

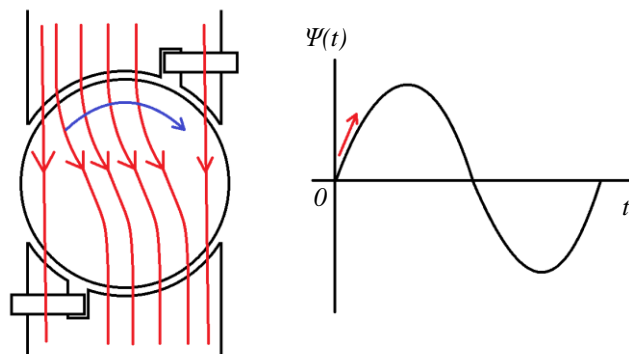
Rotor je tvořen plechy nalisovanými na hřídeli. V rotoru je optimálně 11 až 13 drážek, které obsahují vinutí rotoru. Vinutí se odlévá spolu s propojovacími kruhy a tvoří tak dohromady uzavřený elektrický obvod. Jako materiál pro klec se používá nejčastěji hliník, případně měď nebo mosaz. Měděný vodič má nižší odpor, ale hliník je lehčí a proto se zde dnes používá nejčastěji. Prostor mezi statorem a rotorem se nazývá vzduchová mezera. [1]

1.2. Princip asynchronního motoru se stíněným pólem

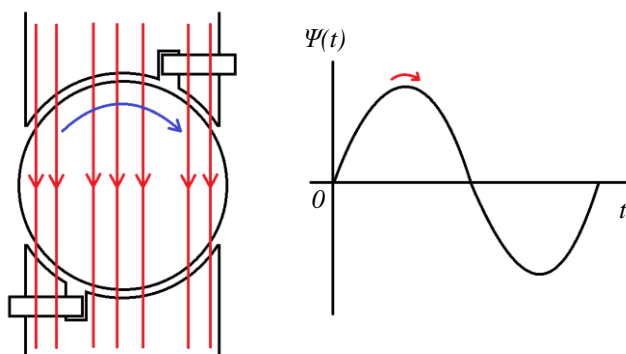
Jednofázové asynchronní motory se neumí samy rozběhnout, protože nevytváří točivé magnetické pole. K rozběhu u tohoto typu motoru se využívá stíněných pólů. Jednozávitovým vinutím prochází část magnetického toku z hlavního pólu, který do vinutí indukuje napětí. Díky indukovanému napětí protéká vinutím proud, který vytváří magnetický tok. Vzniklý tok působí proti hlavnímu magnetickému toku a posouvá osu výsledného toku směrem ke stíněné části. Tento posun účinku je ekvivalentní k fyzickému pohybu pólů, což není nic jiného než rotace pólů. Rotor se začne otáčet ve směru posunu od nestíněné části ke stíněnému pólu. Princip stíněného pólu byl objeven v roce 1890, při testování dvoufázového asynchronního motoru se zkratovanou jednou fází. [1][3][7]

1.3. Vznik točivého pole

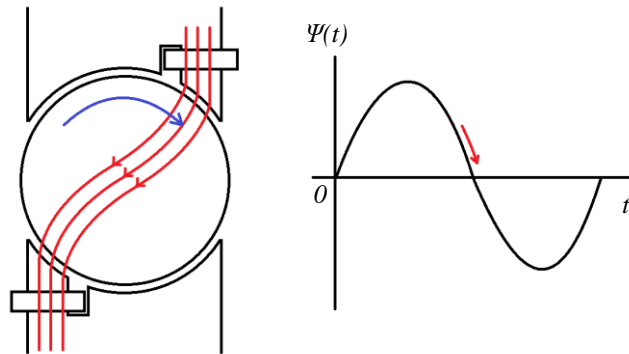
Po připojení motoru ke zdroji střídavého napětí začne proud procházející vinutím statoru vytvářet střídavý magnetický tok, který v prvním okamžiku protéká pouze nestíněnou částí pólu. Průběh toku přes rotor je do značné míry ovlivněn pomocným stínícím vinutím. Jak se střídavý proud v hlavním vinutí zvyšuje, vyvolává proud ve stínícím vinutí, který působí proti směru působení hlavního vinutí (podle Lenzova zákona). Takže magnetický tok stíněným pólem klesá a siločáry se začínají posouvat do stíněné části pólu, což způsobí, že se magnetické pole začne otáčet. Tento stav je zobrazen na obrázku 4. [4][5][6]

Obrázek 4 - Průběh magnetického toku motorem $t=0+$

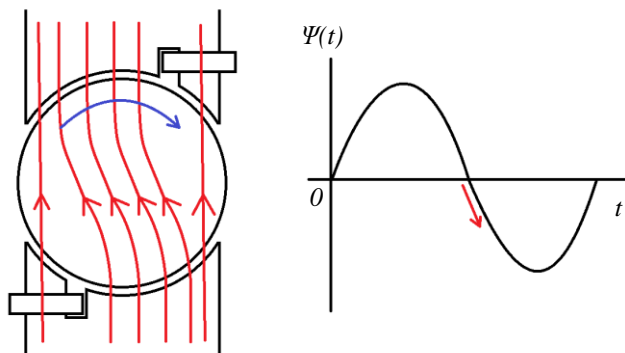
Při maximální hodnotě magnetického toku pólem (nebo poblíž maxima), je rychlost změny proudu nízká. V tento okamžik je rychlost změny toku tak malá, že se ve stínícím prstenci indukuje pouze malý až zanedbatelný proud. Stíněný pól má v této části cyklu jen minimální vliv na rozdělení hlavního toku pólem. Tok je rozložen rovnoměrně a magnetická osa leží ve středu celého pólu (obrázek 5). [4][5]

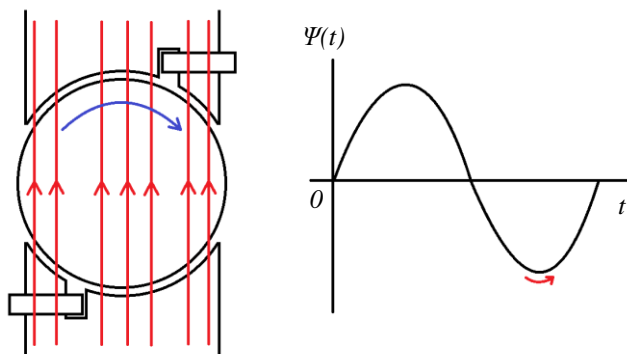
Obrázek 5 - Průběh magnetického toku motorem $t=\pi/2$

Po překonání maximální hodnoty toku pólem (obrázek 6), začíná jeho velikost rychle klesat. Změna toku opět indukuje proud do stínící cívky. Podle Lenzova zákona je směr tohoto proudu takový, aby jeho účinek působil proti změně proudu v hlavním vinutí. Magnetický tok ve stíněném pólu posiluje hlavní tok, čímž se dále zvyšuje velikost toku ve stinné části. Magnetická osa se posune se do střední části stíněného pólu. [4][5]

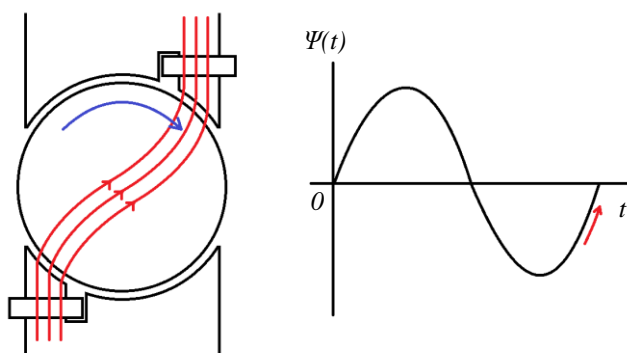
Obrázek 6 - Průběh magnetického toku motorem $t = \pi/2$ až π

Z obrázků je patrné, že mezi $t=0$ a $t=\pi$ se magnetický tok zcela pozvolna přesunul z nestíněné části pólu do stíněné. V čase $t=\pi$ do $t=2\pi$ dochází ke stejným změnám jako v čase $t=0$ až $t=\pi$, jen při opačném směru toku. Směr pole nemá vliv na způsob, jakým stíněné póly fungují. Pohyb pole ve druhé polovině cyklu je stejný, jak tomu bylo v první polovině cyklu. Druhá polovina cyklu je na obrázcích 7, 8 a 9. [4][5]

Obrázek 7 - Průběh magnetického toku motorem $t = \pi+$

Obrázek 8 - Průběh magnetického toku motorem $t = 3/2\pi$

Vzhledem k pevné pozici stíněných pólů, nelze směr točivého magnetického pole měnit. Změnu směru otáčení rotoru nelze provést změnou parametrů vstupního napětí. Opačného směru lze dosáhnout jen fyzickou změnou polohy stínění pólů. V praxi se to provádí osazením stínícího vinutí symetricky na obě poloviny pólů. Stínící vinutí není přímo zkratované, ale zkratují se vždy pouze póly ve zvoleném směru otáčení. Toto zapojení není příliš obvyklé. [1][4][5]

Obrázek 9 - Průběh magnetického toku motorem $t = 3/2\pi$ až 2π

1.4. Vlastnosti asynchronního motoru se stíněným pólem

Synchronní rychlost asynchronního stroje se stíněnými póly závisí na počtu pólů p a frekvenci f proudu v hlavním vinutí.

$$n_s = \frac{120f}{p} \quad [\text{min}^{-1}]$$

kde n_s jsou synchronní otáčky magnetického pole

f je napájecí frekvence

p je počet pólů statoru

Motor pracuje v porovnání s třífázovými asynchronními stroji s velkým skluzem s , pro který platí vzorec:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad [-]$$

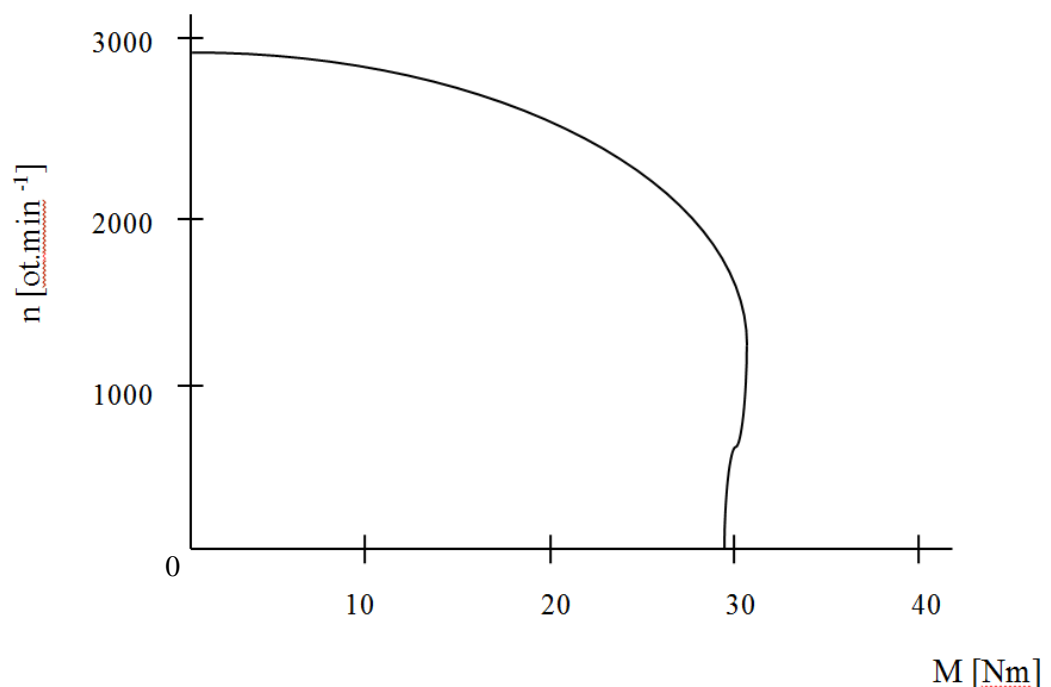
kde s je skluz

n jsou skutečné otáčky rotoru

Častěji se používá procentuální vyjádření skluzu:

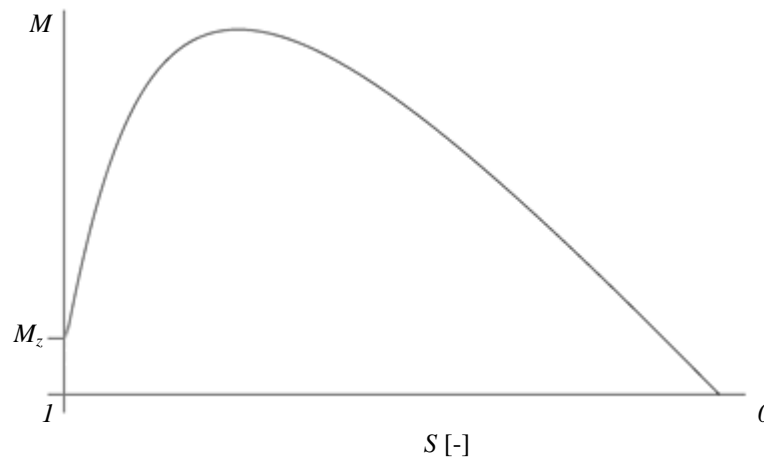
$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100 \quad [\%]$$

Při jmenovitých otáčkách má motor skluz 0,2 až 0,3. Motor má velmi malý záběrný moment, což velice limituje jeho použití pro náročnější aplikace. Nejvyšší moment má motor přibližně při jmenovitých otáčkách, při zatížení však moment rychle klesá. Na obrázku 10 je vykreslena momentová charakteristika motorku A24NL381 firmy Atas. [1][3][5]



Obrázek 10 - Momentová charakteristika motoru A24NL381

Z obrázku 11 je velice dobře vidět malý záběrný moment. Po rozběhu rychle roste na jmenovitý moment. Při dalším zatěžování, ale opět rychle klesá.

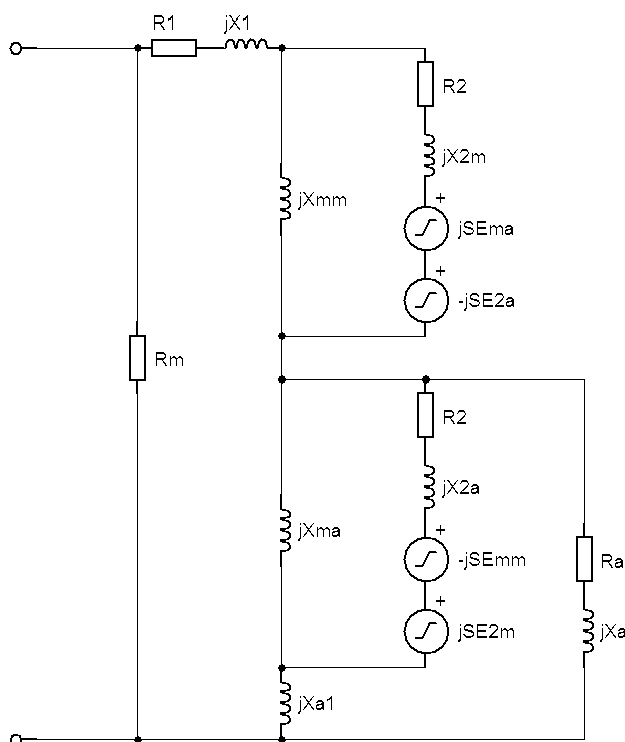


Obrázek 11 - Závislost momentu na skluzu

2. Možnosti modelování motoru ve 2D

Přestože asynchronní motor se stíněným pólem má jednoduchou konstrukci a je velmi spolehlivý, kompletní analýza tohoto motoru je poměrně složitá. Jejich analýzou se zabývá řada publikací, ale neexistuje obecná shoda o nejvhodnější řešení. Pro tento typ motoru existuje mnoho variant náhradních schémat, které jsou navzájem zcela odlišné. Jedna ukázka náhradního schéma motoru je na obrázku 12.

V důsledku chybějící spolehlivé analytické metody je vývoj konstrukce asynchronních motorů se stíněnými póly postaven spíše na empirické bázi. Mnoho z motorů, které jsou na trhu k dispozici, nejsou navrženy podle všech optimálních kritérií. [1]



Obrázek 12 - Náhradní schéma motoru [1]

Z těchto důvodů se jako schůdnější metoda jeví metoda konečných prvků. Při omezení se pouze na dvourozměrný model nastal problém, jak nasimulovat funkční stínící vinutí.

2.1. Metoda konečných prvků (MKP)

MKP neboli metoda konečných prvků je velice účinná metoda založená na řešení diferenciálních rovnic, které popisují zadaný fyzikální problém. Původně byla metoda vyvinuta k řešení úloh o pružnosti a pevnosti v leteckém průmyslu na konci padesátých let. Postupně se rozšířila do dalších oblastí strojírenství, elektrotechniky a stavebnictví. Mezi hlavní přednosti MKP patří přehledná grafická interpretace často velmi složitých abstraktních fyzikálních polí, ve kterých klasické metody řešení zavádí značná zjednodušení na úkor přesnosti. [8]

Dnes existuje mnoho kvalitního softwaru pro výpočty fyzikálních polí využívajících MKP. Většina z nich je komerčních a jsou finančně velmi nákladné. Jedním z nich je např. ANSYS, který umožňuje simulovat nejen elektrická, magnetická, elektromagnetická, tepelná či strukturální pole, ale také proudění kapalin a plynů. Dalším je program FEMM, který

umožňuje analýzu magnetických, elektrostatických, tepelných a proudových polí. Tento program je k dispozici zcela zdarma a je použit pro výpočty v této práci. [8]

Metoda je založená na řešení soustavy diferenciálních rovnic, které popisují určitý fyzikální problém. Princip metody je následující: Nejdříve se rozdělí geometricky definovaný problém, na konečný počet částí (tzv. elementy), které vyplňují s dostatečnou přesností jeho tvar. Elementy mohou být 3uzlové až 8uzlové. [8]

Jednotlivé elementy jsou vzájemně spojeny v tzv. uzlech. V těchto bodech je počítána neznámá. V případě magnetického pole jde o magnetický vektorový potenciál. Vlastnosti těchto elementů jsou popsány jednoduchou matematickou funkcí a celkem tvoří popis vlastností celého objektu soustavu rovnic. Řešení diferenciálních rovnic je převedeno na řešení soustavy jednoduchých algebraických rovnic, jejichž neznámé představují parametry řešeného problému. Soustava rovnic obsahuje řádově tisíce až miliony rovnic. [8]

2.1.1. Fáze řešení problému MKP

1. Pre-Processing

V této fázi se vytvoří geometrický model, podle fyzikální předlohy, volí se materiálové vlastnosti a vygeneruje se výpočetní síť. Dále se zde aplikují okrajové podmínky jako je například kolmost a rovnoběžnost magnetických toků nebo neohraničenost okolního prostoru.

a) Definice problému

Nejdříve je třeba zvolit, o jaký typ problému se jedná (magnetické pole, elektrostatické pole, proudové pole, atd.). Dále je zde možnost zadat frekvenci, při jaké bude problém analyzován a přesnost, podle které bude volena síť elementů.

b) Tvorba geometrie modelu

Model může být jedno, dvou či trojrozměrný (1D, 2D, 3D). Vlastní geometrii modelu lze vytvořit přímo v programu pomocí kreslicích nástrojů nebo zadáním příkazů prostřednictvím příkazového řádku. V programu FEMM lze využít LUA scriptů. Další možností je import hotového geometrického modelu z podporovaných kreslicích programů, například programy založené na systému CAD. Modely je vhodné zjednodušit o méně významné detaily, které nemají na výsledné výpočty vliv, pouze by zbytečně zvyšovaly nároky na výpočetní výkon.

c) **Zadávání vlastností modelu**

Materiálové vlastnosti se zadávají pro každou část modelu. Je možné vybírat z hotových materiálů v materiálové knihovně programu nebo si materiály nadefinovat detailně přesně podle vlastních potřeb. Na hrany modelu se aplikují potřebné okrajové podmínky.

2. **Výpočet**

Před vlastním výpočtem se vygeneruje síť elementů a proběhne výpočet soustavy rovnic. Tato část probíhá většinou plně automaticky.

3. **Post-Processing**

V této závěrečné části se provádí vyhodnocení řešené úlohy. K dispozici je několik možností grafické vizualizace výsledků, z nichž nejpoužívanější je zobrazení mapy elektromagnetického pole, či vykreslení siločar magnetického toku. Dále je zde možné měřit různé hodnoty pro body, hrany nebo plochy modelu. A poslední možností je vizualizace těchto hodnot pomocí přehledných grafů. [8]

2.2. **Metody analýzy asynchronního motoru se stíněným pólem**

Možností jak modelovat asynchronní motor se stíněným pólem existuje několik. Liší se především pracností přípravy. V následujících kapitolách budou představeny tři různé metody, které umožňují modelovat tři základní stavy motoru – stav naprázdno, jmenovitý stav a stav nakrátko. Každá metoda je založena na jiném principu, kterým dochází k simulaci stavu rotoru. V prvním případě se využívá možnosti vypočítat všechny proudy ve statoru a rotoru. Druhá metoda vychází ze skluzové frekvence mezi polem statoru a rotoru. A poslední metoda používá různou vodivost tyčí rotoru.

2.2.1. **Metoda 1 – Statická analýza – simulace skluzu natočením proudů v rotoru**

Při statické analýze jsou všechny parametry modelu neměnné a nezávislé na čase. Všechny výpočty se provádí pro frekvenci $f=0$. V tomto případě platí pro intenzitu magnetického pole H , proudovou hustotu J a magnetickou indukci B vztah:

$$\nabla \times H = J$$

$$\nabla \times B = 0$$

S ohledem na vztah mezi B a H pro každý materiál platí:

$$B = \mu H$$

Pro magnetickou indukci a vektorový potenciál platí vztah:

$$B = \nabla \times A$$

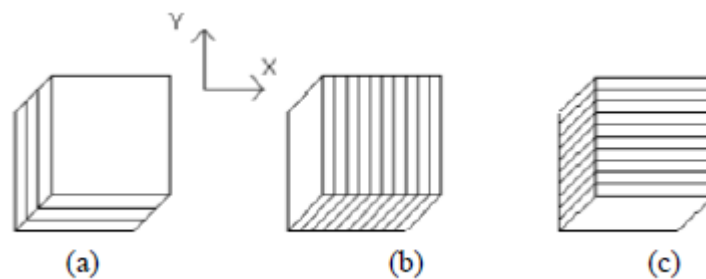
Při dosazení přechozích rovnic dohromady dostáváme vztah, který musí MKP vyřešit:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \nabla \times A \right) = J$$

Výhodou použití formulace pomocí vektorového potenciálu je, že všechny podmínky mohou být vyjádřeny jednou rovnicí. Jestliže je nalezen vektorový potenciál A , magnetická indukce i proudová hustota může být dopočítána.

Po namodelování přesného geometrického modelu asynchronního motoru se stíněným pólem, musí být definovány okrajové podmínky. V tomto případě je použita Dirichletova okrajová podmínka $A=0$, která je aplikována podél celé hranice motoru.

Materiál rotoru a statoru musí mít definované vlastnosti nejen pomocí B-H charakteristiky, ale také pomocí směru laminace a faktoru plnění. Zde je použita plošná laminace, která je znázorněna na obrázku 13 a). [9]



Obrázek 13 - Různé možnosti laminace materiálu

Při statické analýze se do žádné části modelu nemůže indukovat napětí, proto musí být všechny proudy v modelu vypočítány a do modelu dosazeny. [9]

Nejprve se do hlavního vinutí vloží známý proud. Tento proud má velikost podle stavu, který se zrovna analyzuje. Poté je nutné provést výpočet a z výsledků odměřit hodnoty magnetického toku, procházejícího jednotlivými stínícími vinutími. Z magnetického toku lze vypočítat indukované napětí:

$$|U_i| = \left| \frac{d\psi}{dt} \right| \quad [V]$$

Aby bylo možno vypočítat hodnoty proudů v jednotlivých závitech, je třeba zjistit ještě jejich odpor a indukčnost.

Odpor se vypočítá z geometrických rozměrů závitů a elektrické vodivosti jejich materiálu:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad [\Omega]$$

K výpočtu indukčnosti závitu je možné použít jeden z následujících vztahů:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad [H]$$

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad \rightarrow \quad L = \frac{2W_m}{I^2} \quad [H]$$

Aby bylo možné získat potřebné hodnoty, je nutné nastavit nulový proud v hlavním vinutí a postupně zatěžovat jednotlivé závity zvoleným proudem. Z vypočítaného modelu se pak změří magnetický tok závitem a magnetická energie. Během měření se jako vhodnější jevílo použití měření pomocí magnetická energie.

Proudy jednotlivými závity se vypočítají pomocí vzorce:

$$I = \frac{U_i}{R + j\omega L}$$

Nyní je možné dosadit proudy do modelu a provést výpočet. Tento stav se rovná stavu naprázdno. Pro ostatní stavy je nutné ještě zjistit velikosti proudů v rotoru a jejich rozložení. K tomu je třeba změřit velikost průměrné magnetické indukce ve vzduchové mezeře a úhly natočení jednotlivých tyčí. Pro výpočet indukovaného napětí do rotoru lze využít vztahů pro magnetický indukční tok a indukované napětí:

$$\Phi = BS \cos(\varphi_0 - \omega t) \quad [V]$$

$$|U_i| = \left| \frac{d\psi}{dt} \right| \quad [V]$$

Po dosazení dostaneme vzorec:

$$U_i = \left| \frac{d(BS \cos(\varphi_0 - \omega t))}{dt} \right| \quad [V]$$

Po úpravách a odstranění absolutní hodnoty:

$$U_i = BS\omega \sin(\varphi_0 - \omega t) \quad [V]$$

Všechny výpočty se budou provádět v $t=0$, proto můžeme t z rovnice odstranit:

$$U_i = BS\omega \sin \varphi_0 \quad [V]$$

kde φ_0 je úhel mezi B a polohou tyče rotoru

ω je úhlová rychlost jakou se pohybuje tyč vůči magnetickému poli

Pro zjednodušení výpočtu nyní zanedbáme indukčnost tyčí a budeme uvažovat pouze jejich odpor:

$$R_{rt} = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad [\Omega]$$

Proud vodičem rotoru tedy vypočítáme podle rovnice:

$$I_{rt} = \frac{U_i}{R_{rt}} \quad [\Omega]$$

Nyní máme všechny potřebné proudy a můžeme je vložit do modelu a provést finální výpočet při $f=0$.

2.2.2. Metoda 2 – Statická analýza – simulace skluzovou frekvencí

Další možností je použití skluzové frekvence, pro simulaci skluzu rotoru. Geometrický model má téměř stejné parametry jako při statické analýze natočením proudů v rotoru. Jediný rozdíl je v nastavení tyčí rotoru jako jeden obvod s n_r paralelními větvemi. n_r je počet tyčí v rotoru. Materiály hlavního vinutí i stíněných pólů musí mít zadanou nulovou elektrickou vodivost, aby při výpočtu nedocházelo k nežádoucímu indukování proudů k již vypočítaným a zadaným hodnotám proudů.

Proudy ve statoru lze vypočítat stejným způsobem jako v předchozí metodě. Výpočet proudů v rotoru odpadá.

Frekvence, při níž bude model počítán, vypočítáme podle skluzu:

$$f = f_n \cdot s \quad [\Omega]$$

Při stavu naprázdno je skluz roven nule a výsledná frekvence je tedy také rovna nule. Tím je zajištěno, že se do rotoru nebude indukovat žádné napětí.

Při ostatních stavech dochází k vychylování siločar působením proudů, které se vytváří v rotoru. Jejich velikost závisí na použité frekvenci.

2.2.3. Metoda 3 – Harmonická analýza

Harmonická analýza asynchronního stroje plně využívá napětí, které se indukují do materiálů s nenulovou elektrickou vodivostí. K simulaci skluzu se využívá úpravy vodivosti v závislosti na velikosti skluzu:

$$\sigma = \sigma_{rt} \cdot s \quad [S]$$

Úprava vodivosti rotorových tyčí má na výsledné proudy stejný vliv jako skluzová frekvence, použitá v předešlé metodě. Například při stavu naprázdno, kdy je skluz roven nule, je do modelu zadána nulová vodivost. To má za následek, že se do rotoru neindukuje žádné napětí i přes to, že analýza běží při $f=50 \text{ Hz}$. Je to stejné, jako použití $f=0 \text{ Hz}$ v předešlé metodě, kdy díky nulové frekvenci vodivost vůbec nefunguje a napětí se také neindukuje. Díky úpravě vodivosti pouze v rotoru zůstává funkční stínící vinutí a nevyžaduje tedy pomocný výpočet proudů.

Parciální rovnice modelu pro numerické řešení je rozšířena o vodivost:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \nabla \times A \right) = -\sigma A + J - \sigma \nabla U$$

kde J reprezentuje aplikované proudové zdroje

∇U je přídatný gradient napětí (ve 2D je konstantní)

FEMM umí pracovat nezávisle na typu analýzy s nelineární permeabilitou μ . To programu umožňuje simulovat přibližné účinky sycení. Metoda konečných prvků v harmonické analýze také umožňuje zahrnutí komplexní a frekvenčně závislé permeability. Tyto vlastnosti dovolují programu modelovat materiály s tenkými laminacemi a přibližné hysterezní účinky na model.

Do modelu se zadává pouze proud v hlavním statorovém vinutí, zatímco proudy ve stínicím vinutí pólů a rotorovém vinutí jsou volně indukované. Výpočet modelu se provádí při konstantní frekvenci $f=50\text{ Hz}$. [9]

3. Matematický model

FEMM je open source projekt, primárně určený k řešení elektromagnetických a tepelných polí. Umožňuje výpočet nízkofrekvenčních analýz elektromagnetického pole v dvourozměrném prostoru. FEMM je soubor jednotlivých modulů, které umožňují řešit lineární a nelineární magnetostatické problémy i lineární a nelineární elektromagnetické. Program umí řešit i další fyzikální problémy jako jsou například teplotní pole, elektrostatické a proudové pole.

Nevýhodou programu je, že nemá zabudované nástroje pro řešení provázaných analýz kombinujících několik fyzikálních problémů. Nelze tedy jednoduše využít například na analýzu teplotního pole vzniklého v důsledku tepelných ztrát průchodem proudů. Takovou analýzu je možné provést kombinací výsledků jednotlivých analýz pomocí skriptovacího jazyka LUA, který FEMM podporuje. Program je volně ke stažení na stránkách autora programu <http://www.femm.info>.

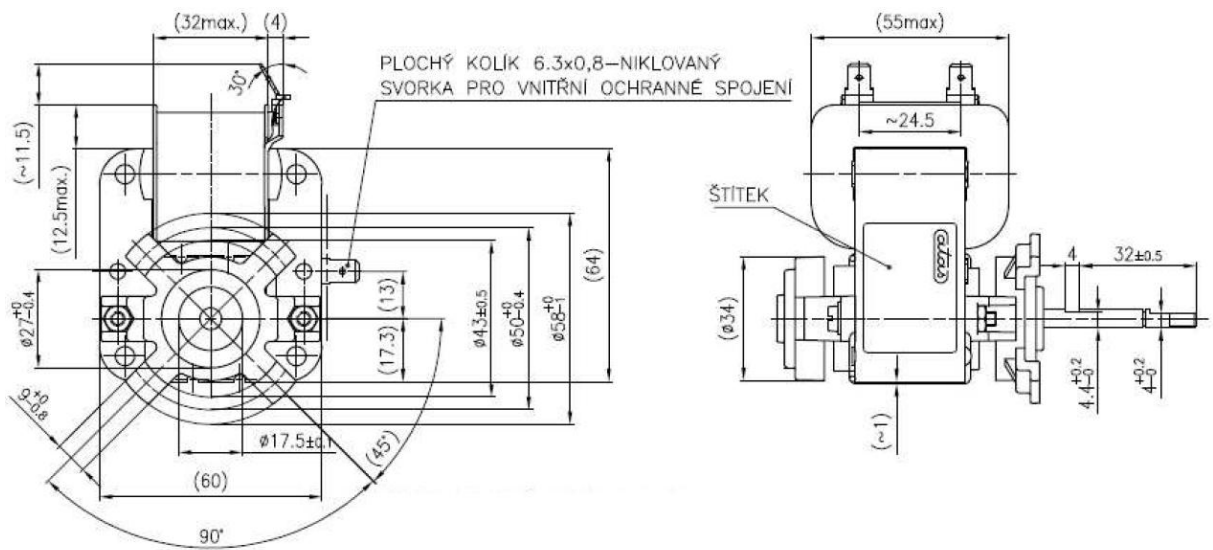
3.1. Parametry motoru

Pro vytvoření matematického modelu byl vybrán motor A24NL381 od firmy Atas elektromotory Náchod a.s. Motor byl zvolen z důvodu existence podrobnější dokumentace, která je nutná k přesnému vytvoření modelu. Hlavní parametry jsou shrnuty v tabulce 1. Motor má stator ve tvaru písmene C a jen jedno hlavní vinutí. Každý stíněný pól obsahuje dva stínící závity různých velikostí. [11]

Tabulka 1 - Parametry motoru A24NL381

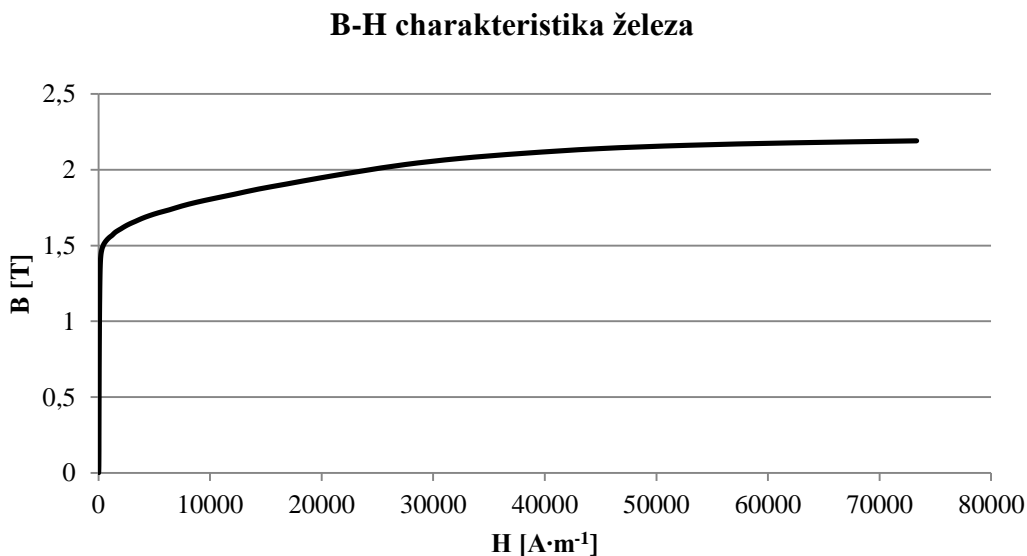
A24NL381	
U_n	230 V
P_n	38 W
f	50 Hz
I_n	0,3 A
I_p	0,266 A
I_k	0,324 A
S_n	0,2
n_n	2400 ot.min ⁻¹

Rozměry jednotlivých částí motoru jsou na obrázku 14. Kvůli vyšší přesnosti byla základní geometrie motoru vytvořena v programu AutoCAD a následně importována do programu FEMM. Vytvoření přímo v programu FEMM je také možné, ale program nedisponuje tak širokou paletou nástrojů a je tak příliš obtížné a zdlouhavé.



Obrázek 14 - Výkres motoru A24NL381 [11]

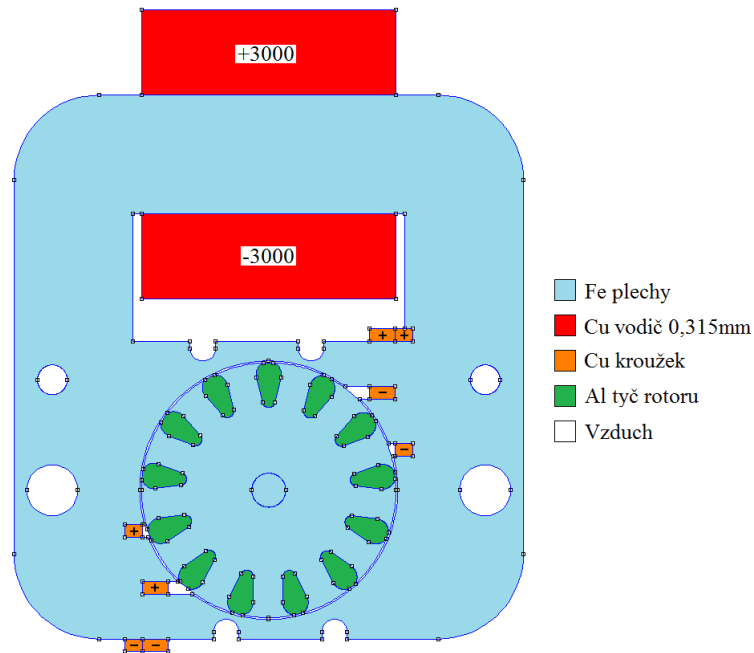
K vytvořenému geometrickému modelu byly přiřazeny příslušné materiály. Pro tělo statoru a rotor byly použity plošně laminované ocelové plechy tloušťky 0,4572 mm a s koeficientem plnění 0,98. B-H charakteristika zvoleného materiálu je na obrázku 15.



Obrázek 15 - B-H charakteristika použité oceli

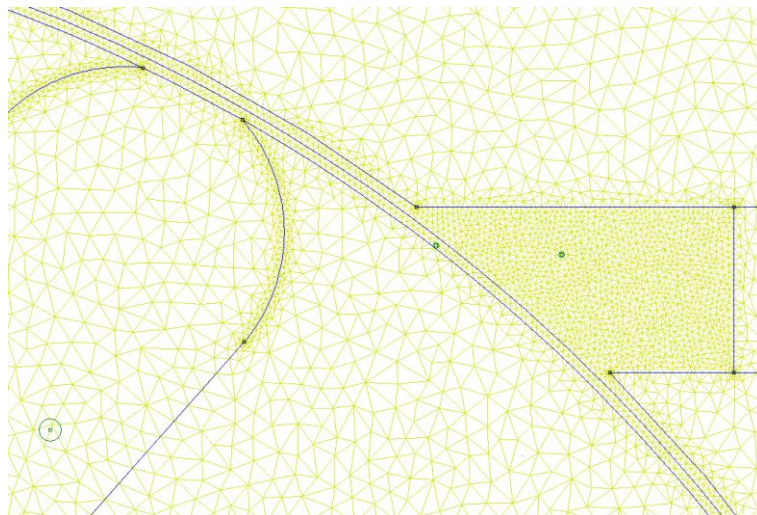
Pro oblast hlavního vinutí byl zvolen měděný vodič o průměru 0,315 mm. Obvod hlavního vinutí obsahuje 3000 závitů (činitel plnění je 78%). Aby se vinutí chovalo jako cívka, je nutné zadat do horní poloviny +3000 závitů a do dolní -3000. Pro stínící závity byla použita obyčejná měď. Jednotlivé stínící závity je nutné nadefinovat jako samostatné obvody o jednom závitě. Polarita závitů je patrná z obrázku 16. V harmonické analýze bylo nutné zadat vinutí jako paralelní bez polarity. Rotorové tyče jsou z hliníku. Ve statických analýzách jsou jednotlivé tyče definovány jako samostatné obvody pro zadání konkrétních hodnot proudů. Pro harmonickou analýzu je obvod rotoru zadán jako jeden celek, skládající se z paralelních vinutí. Okolí a otvory ve statoru jsou tvořeny vzduchem. Všechny materiály byly voleny z materiálové knihovny programu FEMM.

Na vnější hranu statoru byla aplikována homogenní Dirichletova okrajová podmínka $A=0$. Ostatním hranám není třeba podmínky přiřazovat. Hotový model je na obrázku 16.
[10][12]



Obrázek 16 - Geometrie motoru s přiřazenými materiály

Pro získání přesnějších výsledků byla na některé části modelu aplikována jemnější síť. Nejvyšší diskretizace byla nastavena pro vzduchovou mezeru, aby měla alespoň čtyři řady elementů. Ostatní části byly ponechány na výchozím automatickém nastavení. Diskretizace vzduchové mezery a okolí je na obrázku 17. Celkem model používá 39724 uzlů a 78864 elementů.



Obrázek 17 - Diskretizace modelu

3.2. Metoda 1 – Statická analýza – simulace skluzu natočením proudů v rotoru

Statická analýza probíhá při frekvenci $f=0$ Hz. Při této frekvenci nikde v modelu nevzniká indukované napětí. Všechny zadávané proudy je nutné postupně dopočítat z průběžných výsledků.

3.2.1. Stav naprázdno

Při stavu naprázdno se nejprve nastaví pouze napájecí proud do hlavního vinutí $I_p=0,266$ A. Program FEMM pracuje s maximálními hodnotami, proto je nutné vypočítat maximální hodnotu proudu I_{pm} .

$$I_{pm} = \sqrt{2} \cdot I_p = \sqrt{2} \cdot 0,266 = 0,376 \text{ A}$$

Po provedení výpočtu se odečtou hodnoty sdruženého toku, který teče jednotlivými stíníci vinutími:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= 1,60 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_2 &= 1,63 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \\ \Psi_3 &= 2,89 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_4 &= 2,99 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \end{aligned}$$

Z naměřených hodnot sdruženého toku se vypočítá napětí, které se indukuje do jednotlivých stínících pólů:

$$U_{i_1} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_1}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,55 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_2} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_2}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,63 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,61 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_3} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_3}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,89 \cdot 10^{-4}}{1} = 6,41 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_4} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_4}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2,99 \cdot 10^{-4}}{1} = 6,64 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Dalším krokem je výpočet indukčnosti stínících závitů. Nejdříve se nastaví proud hlavním vinutím na 0 A a pak se postupně zatěžují jednotlivé stínící závity proudem. Pro póly p_1 a p_2 byl zvolen proud 20 A, pro p_3 a p_4 30 A. Zatěžovací proudy byly zvoleny na základně několika pokusů. Po výpočtu modelu se změří energie magnetického pole W_m :

$$W_{m_1} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ J} \quad W_{m_2} = 1,16 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$W_{m_3} = 3,06 \cdot 10^{-4} \text{ J} \quad W_{m_4} = 2,31 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Z energie magnetického pole a zatěžovacích proudů se vypočítá indukčnost jednotlivých závitů:

$$L_1 = \frac{2W_{m_1}}{I_{12}^2} = \frac{2 \cdot 1,13 \cdot 10^{-4}}{20^2} = 5,67 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$L_2 = \frac{2W_{m_2}}{I_{12}^2} = \frac{2 \cdot 1,16 \cdot 10^{-4}}{20^2} = 5,82 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$L_3 = \frac{2W_{m_3}}{I_{34}^2} = \frac{2 \cdot 3,06 \cdot 10^{-4}}{30^2} = 6,80 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$L_4 = \frac{2W_{m_4}}{I_{34}^2} = \frac{2 \cdot 2,31 \cdot 10^{-4}}{30^2} = 5,13 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

Pro další výpočty je vhodné indukčnosti přepočítat na reaktance:

$$XL_1 = 1,78 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_2 = 1,83 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$XL_3 = 2,14 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_4 = 1,61 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Z rozměrů motoru (obrázek 14) se spočítají délky a průřezy stínících závitů. Vnitřní závity p_1 a p_2 mají stejné rozměry. To samé platí pro závity p_3 a p_4 .

$$l_{12} = 6,65 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad S_{12} = 4,50 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l_{34} = 8,00 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad S_{34} = 3,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Odpor pólů při zadané vodivosti $\rho_{Cu} = 1,69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$:

$$R_{12} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l_{12}}{S_{12}} = 2,49 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$R_{34} = \rho_{Cu} \cdot \frac{l_{34}}{S_{34}} = 4,23 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Z indukovaných napětí, vypočítané reaktance a odporu lze vypočítat proudy pro jednotlivá vinutí:

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,55 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,78 \cdot 10^{-4}} = 94,72 + j67,24 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,61 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,83 \cdot 10^{-4}} = 94,10 + j68,89 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{6,41 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 2,14 \cdot 10^{-4}} = 120,85 + j61,10 \text{ A}$$

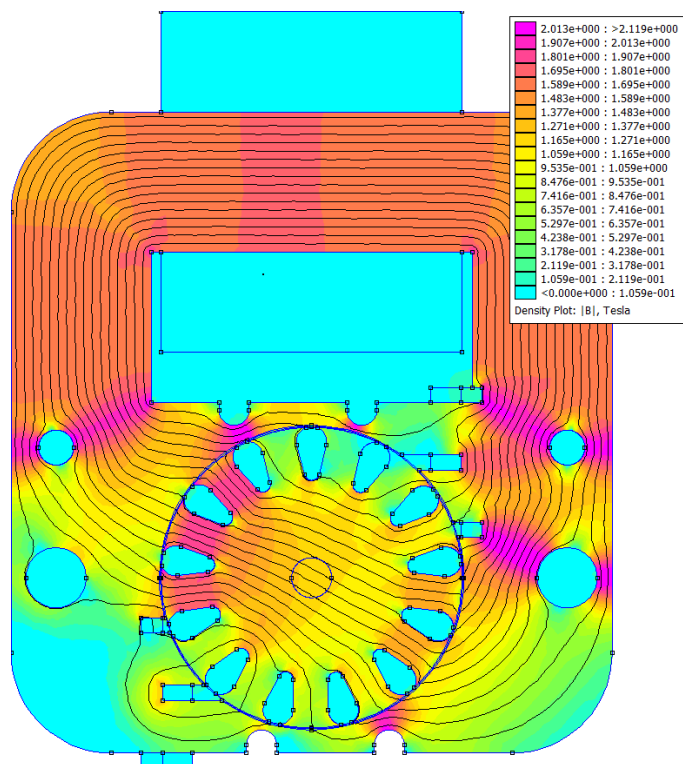
$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{6,64 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 1,61 \cdot 10^{-4}} = 137,22 + j52,38 \text{ A}$$

Před zadáním hodnot do modelu je opět nutné přepočítat proudy na maximální hodnoty:

$$I_{m_1} = 133,32 + j95,09 \text{ A} \quad I_{m_2} = 133,08 + j97,43 \text{ A}$$

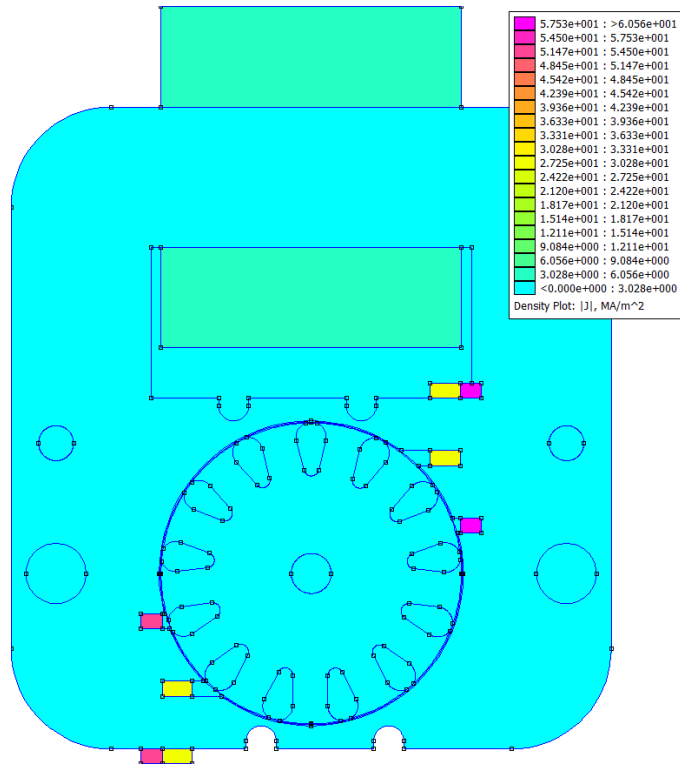
$$I_{m_3} = 170,90 + j86,41 \text{ A} \quad I_{m_4} = 194,06 + j74,07 \text{ A}$$

Nyní můžeme proudy zadat do modelu a provést výpočet. Na obrázku 18 je vidět rozložení magnetické indukce ve stroji a siločáry sdruženého toku. Z výsledného rozložení je jasně patrné působení stínících pólů, které brání vniku magnetického toku do stíněných pólů.



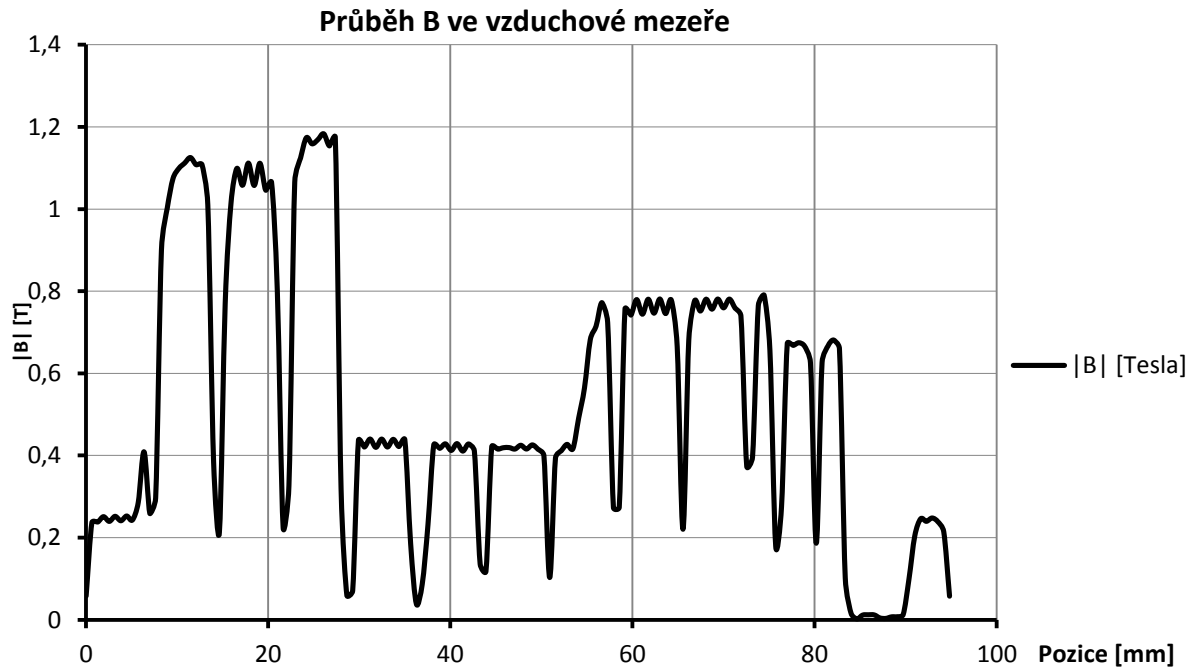
Obrázek 18 - Rozložení magnetické indukce - stav naprázdno

Rozložení proudové hustoty zobrazuje obrázek 19. Proudová hustota v jednotlivých závitěch vinutí pólů má předpokládané rozložení a velikost. V obou polovinách jednotlivých pólů je hodnota proudové hustoty stejně velká, ale má opačný směr. Tyčemi v rotoru žádný proud neprotéká.



Obrázek 19 - Rozložení proudové hustoty $|J|$ - stav naprázdno

Graf na obrázku 20 představuje průběh magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Program FEMM vypisuje pouze absolutní hodnotu magnetické indukce. Průběh indukce má přibližně harmonický charakter s patrným snížením v místech stíněných pólů.



Obrázek 20 - Průběh |B| ve vzduchové mezeře

3.2.2. Jmenovitý stav

Parametry pro jmenovitý stav se počítají stejně jako pro stav naprázdno. Je pouze rozšířen o výpočet proudů v rotoru. Zadaný jmenovitý proud hlavního vinutí $I_n=0,3$ A se přepočítá na maximální hodnotu proudu I_{nm} a provede se výpočet.

$$I_{nm} = \sqrt{2} \cdot I_n = \sqrt{2} \cdot 0,3 = 0,424 \text{ A}$$

Následně se odečtou hodnoty sdruženého toku, který teče jednotlivými stíníci vinutími:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_2 &= 1,70 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \\ \Psi_3 &= 3,03 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_4 &= 3,15 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \end{aligned}$$

Indukované napětí do jednotlivých stínících pólů:

$$U_{i_1} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_1}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,68 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,73 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_2} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_2}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,70 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,78 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_3} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_3}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,03 \cdot 10^{-4}}{1} = 6,74 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_4} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_4}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,15 \cdot 10^{-4}}{1} = 7,00 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Výpočet indukčnosti není nutné opakovat, její hodnota je stejná jako ve stavu naprázdno, protože se počítá stejným způsobem:

$$L_1 = 5,67 \cdot 10^{-7} \text{ H} \quad L_2 = 5,82 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$L_3 = 6,80 \cdot 10^{-7} \text{ H} \quad L_4 = 5,13 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

Indukčnost přepočítaná na reaktanci:

$$XL_1 = 1,78 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_2 = 1,83 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$XL_3 = 2,14 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_4 = 1,61 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Odpory stíněných vinutí jsou také stejné:

$$R_{12} = 2,49 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$R_{34} = 4,23 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Z indukovaných napětí, vypočítané reaktance a odporu lze vypočítat proudy pro jednotlivá vinutí:

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,73 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,78 \cdot 10^{-4}} = 98,93 + j70,56 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,78 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,83 \cdot 10^{-4}} = 98,64 + j72,21 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{6,74 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 2,14 \cdot 10^{-4}} = 127,04 + j64,23 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{7,00 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 1,61 \cdot 10^{-4}} = 144,55 + j55,17 \text{ A}$$

Před zadáním hodnot do modelu je opět nutné přepočítat proudy na maximální hodnoty:

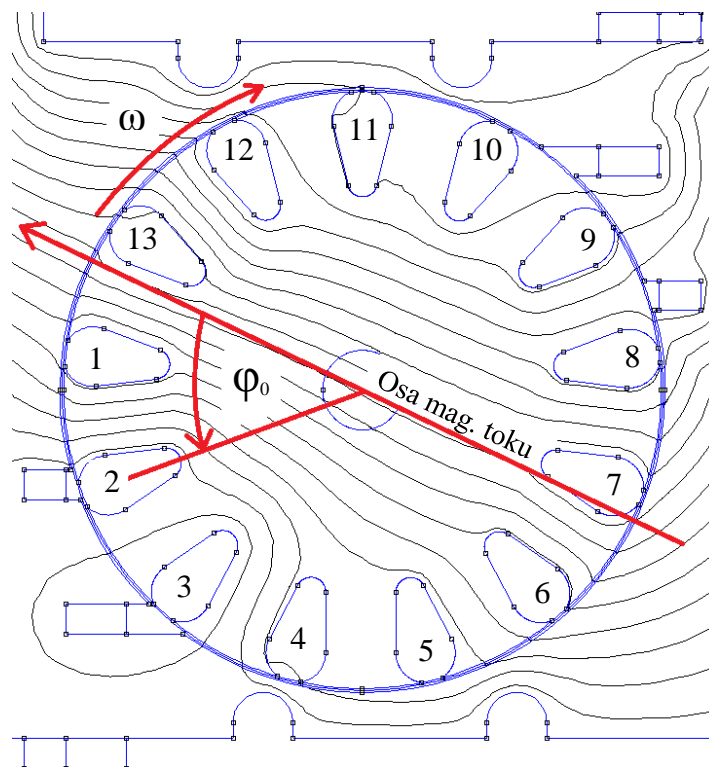
$$I_{m_1} = 139,91 + j99,79 \text{ A} \quad I_{m_2} = 139,50 + j102,13 \text{ A}$$

$$I_{m_3} = 179,66 + j90,84 \text{ A} \quad I_{m_4} = 204,42 + j78,03 \text{ A}$$

Po provedení výpočtu se odečte průměrnou hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře:

$$B = 4,33 \cdot 10^{-1} \text{ T}$$

Podle obrázku 21 se změří úhly mezi jednotlivými tyčemi a osou hlavního magnetického toku:



Obrázek 21 – Určení φ_0

Úhlová rychlost rotoru vůči statoru se vypočítá z rozdílu mezi jmenovitou rychlostí a synchronní rychlostí točivého pole statoru:

$$\omega = \omega_n - \omega_s = 80\pi - 100\pi = -20\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Z modelu motoru se odečte vertikální průřez tyče:

$$S_{rt_v} = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Podle vztahu pro U_i lze vypočítat napětí na jednotlivých tyčích:

$$U_i = BS\omega \sin \varphi_0 \quad [V]$$

Výpočet odporu tyče rotoru:

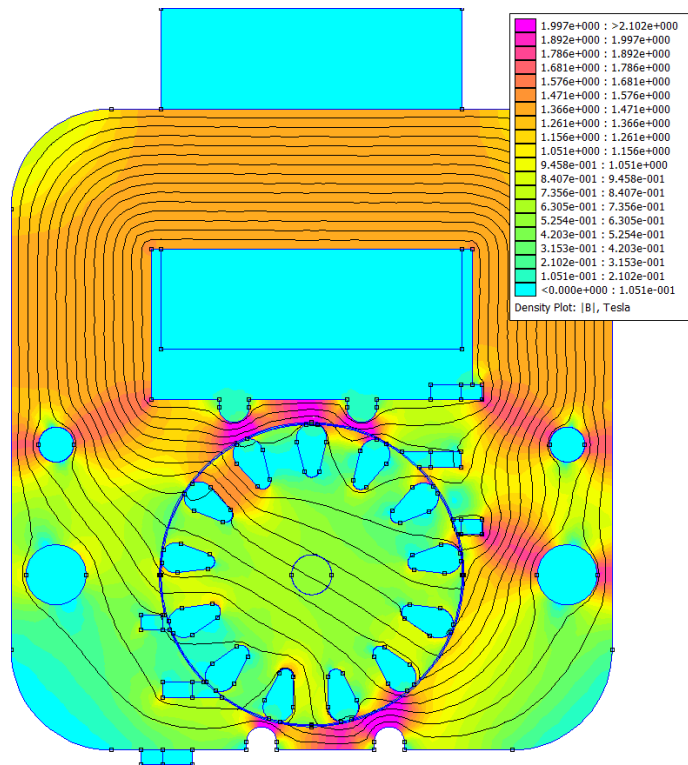
$$R_{rt} = \rho_{Al} \cdot \frac{l_{rt}}{S_{rt}} = 2,9 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{1,16 \cdot 10^{-5}} = 6,27 \cdot 10^{-5} \Omega$$

Nyní lze ze změřených a vypočítaných hodnot jednotlivé proudy v rotoru. Všechny hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

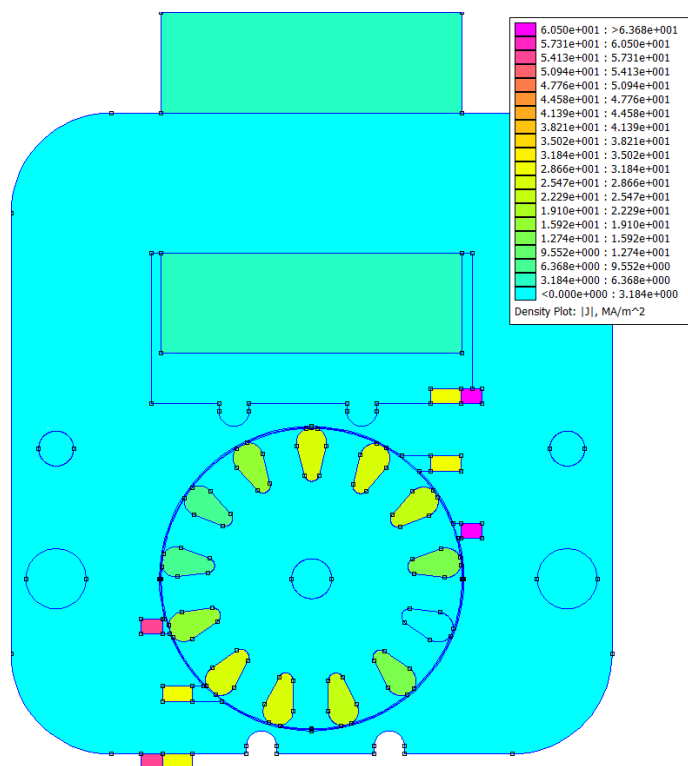
Tabulka 2 - Vypočítané parametry pro rotor

Číslo tyče	φ_0	U_i	I_m	I_{rt}
1	11,63°	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	-17,53	-24,79
2	39,32°	$-3,45 \cdot 10^{-3}$	-55,09	-77,91
3	67,02°	$-5,02 \cdot 10^{-3}$	-80,03	-113,18
4	94,71°	$-5,43 \cdot 10^{-3}$	-86,64	-122,53
5	122,40°	$-4,60 \cdot 10^{-3}$	-73,40	-103,81
6	150,09°	$-2,72 \cdot 10^{-3}$	-43,35	-61,30
7	177,78°	$-2,11 \cdot 10^{-4}$	-3,36	-4,75
8	205,48°	$2,34 \cdot 10^{-3}$	37,39	52,88
9	233,17°	$4,36 \cdot 10^{-3}$	69,58	98,41
10	260,86°	$5,38 \cdot 10^{-3}$	85,83	121,38
11	288,55°	$5,16 \cdot 10^{-3}$	82,42	116,55
12	316,25°	$3,77 \cdot 10^{-3}$	60,12	85,02
13	343,94°	$1,51 \cdot 10^{-3}$	24,05	34,02

Vypočítané proudy se vloží do modelu a provede se finální výpočet. Výsledky jsou prezentovány na obrázcích 22 a 23. Z obrázku 24 je patrné natočení siločar v rotoru oproti stavu naprázdno.



Obrázek 22 - Rozložení magnetické indukce – jmenovitý stav



Obrázek 23 - Rozložení proudové hustoty |J| - jmenovitý stav

Na průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře je patrný posun oproti stavu nakrátko (obrázek 24).



Obrázek 24 - Průběh |B| ve vzduchové mezeře

3.2.3. Stav nakrátko

Základní parametry stavu nakrátko se počítají stejně jako v předchozích případech. Proud nakrátko v hlavním vinutí $I_k=0,324$ A se pře počítá na maximální hodnotu proudu I_{km} a provede se výpočet.

$$I_{km} = \sqrt{2} \cdot I_k = \sqrt{2} \cdot 0,324 = 0,458 \text{ A}$$

Následně se odečtou hodnoty sdruženého toku, který teče jednotlivými stíníci vinutími:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_2 &= 1,78 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \\ \Psi_3 &= 3,17 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} & \Psi_4 &= 3,30 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \end{aligned}$$

Indukované napětí do jednotlivých stínících pólů:

$$U_{i_1} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_1}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,75 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,90 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_2} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_2}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,78 \cdot 10^{-4}}{1} = 3,95 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_3} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_3}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,17 \cdot 10^{-4}}{1} = 7,05 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$U_{i_4} = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Psi_4}{N} = \frac{2\pi \cdot 50}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3,30 \cdot 10^{-4}}{1} = 7,32 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Reaktance a odpory stínících závitů:

$$XL_1 = 1,78 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_2 = 1,83 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$XL_3 = 2,14 \cdot 10^{-4} \Omega \quad XL_4 = 1,61 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$R_{12} = 2,49 \cdot 10^{-4} \Omega$$

$$R_{34} = 4,23 \cdot 10^{-4} \Omega$$

Z indukovaných napětí, vypočítané reaktance a odporu lze vypočítat proudy pro jednotlivá vinutí:

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,90 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,78 \cdot 10^{-4}} = 103,42 + j73,76 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{3,95 \cdot 10^{-2}}{2,49 \cdot 10^{-4} + 1,83 \cdot 10^{-4}} = 102,96 + j75,38 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{7,05 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 2,14 \cdot 10^{-4}} = 132,93 + j67,21 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{U_{i_1}}{R + XL} = \frac{7,32 \cdot 10^{-2}}{4,23 \cdot 10^{-4} + 1,61 \cdot 10^{-4}} = 151,24 + j57,73 \text{ A}$$

Maximální hodnoty proudu:

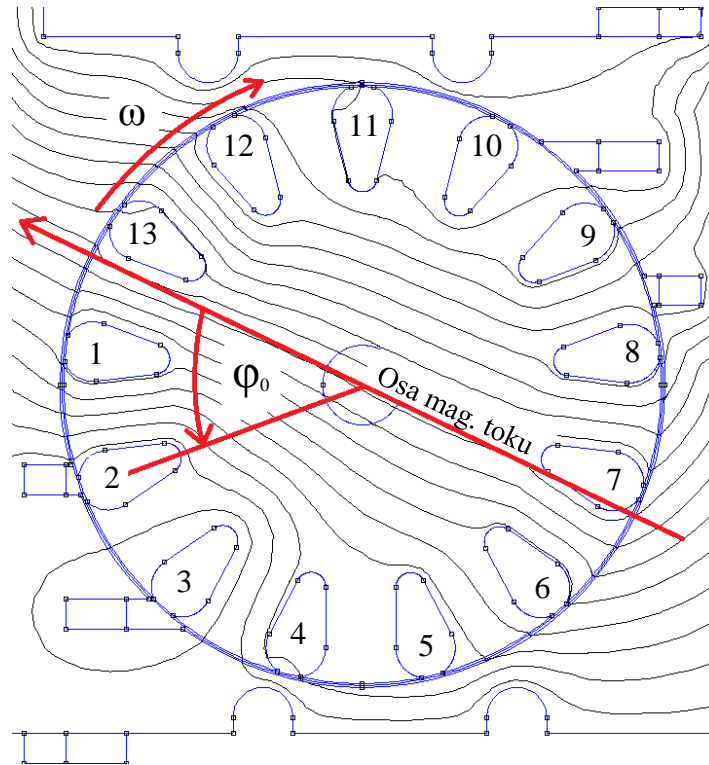
$$I_{m_1} = 146,26 + j104,32 \text{ A} \quad I_{m_2} = 145,61 + j106,60 \text{ A}$$

$$I_{m_3} = 187,99 + j95,05 \text{ A} \quad I_{m_4} = 213,89 + j81,64 \text{ A}$$

Průměrná hodnota magnetické indukce ve vzduchové mezeře, odečtená z modelu po výpočtu:

$$B = 4,41 \cdot 10^{-1} T$$

Podle obrázku 25 se odečtou jednotlivé úhly mezi tyčemi a osou hlavního magnetického toku:



Obrázek 25 – Určení φ_0

Úhlová rychlost rotoru vůči statoru:

$$\omega = \omega_k - \omega_s = 0 - 100\pi = -100\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Podle vztahu pro U_i lze vypočítat napětí na jednotlivých tyčích:

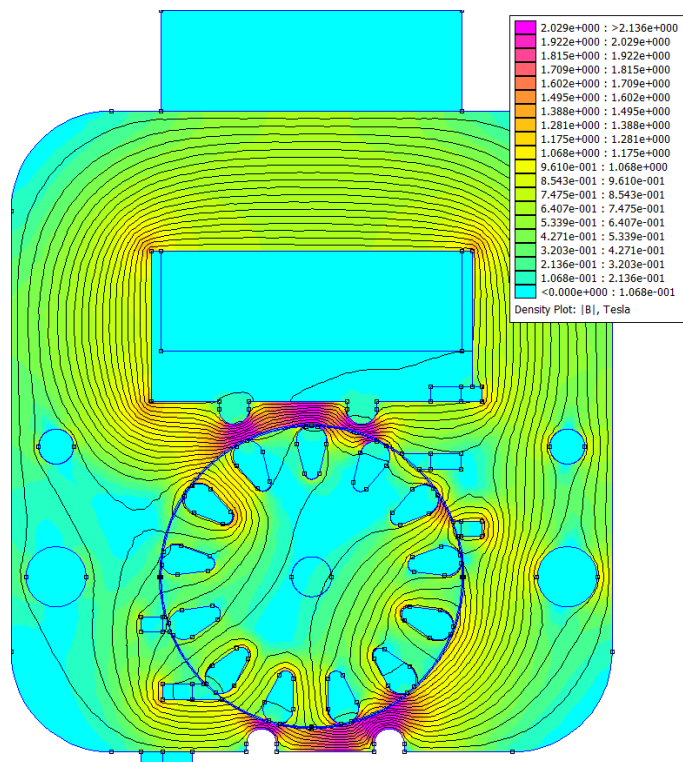
$$U_i = BS\omega \sin \varphi_0 \quad [V]$$

Vypočítané hodnoty jednotlivých proudů v rotoru jsou uvedeny v tabulce 3.

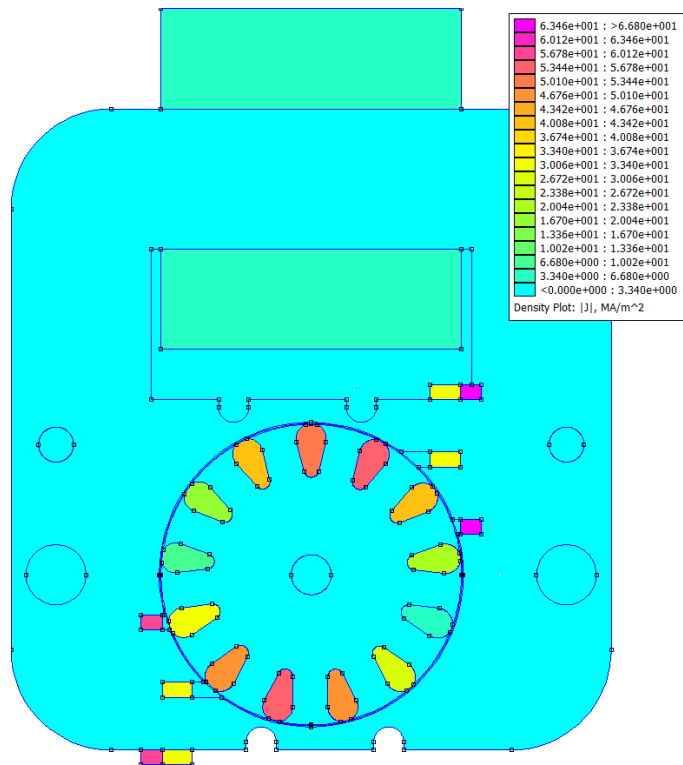
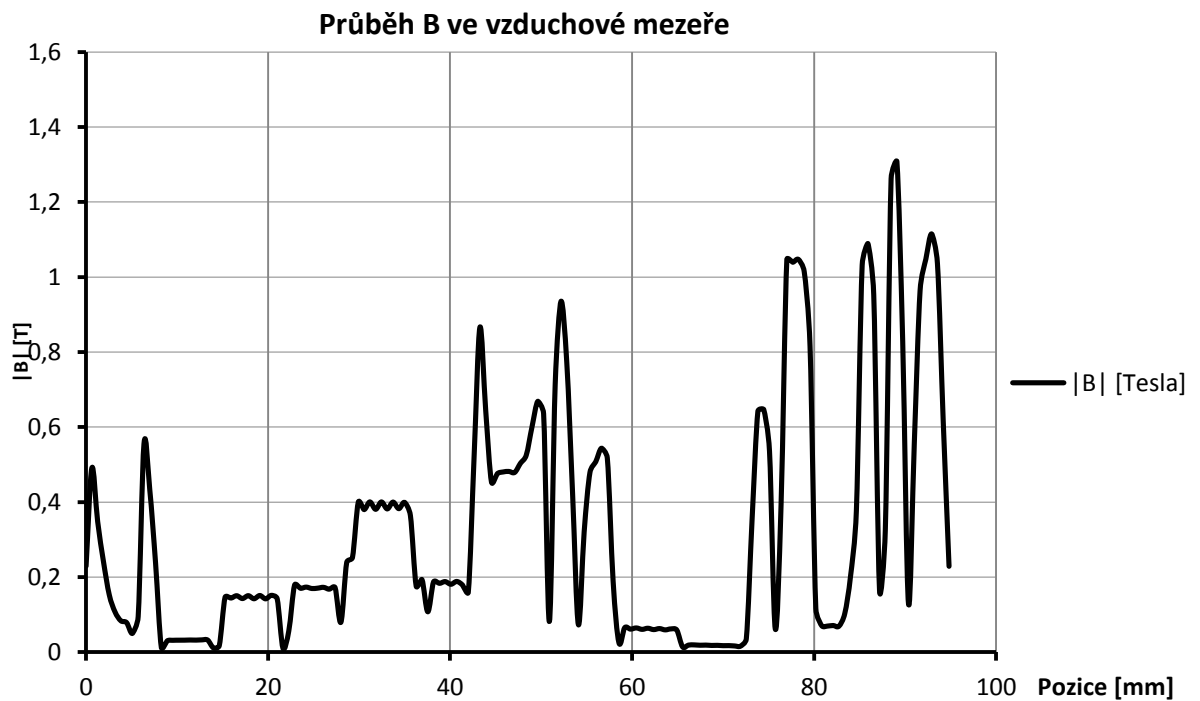
Tabulka 3 - Vypočítané parametry pro rotor

Číslo tyče	φ_0	U_i	I_{rt}	I_m
1	8,31°	-2,00·10 ⁻³	-31,87	-45,08
2	36,00°	-8,12·10 ⁻³	-129,66	-183,37
3	63,69°	-1,24·10 ⁻²	-197,75	-279,66
4	91,38°	-1,38·10 ⁻²	-220,53	-311,88
5	119,08°	-1,21·10 ⁻²	-192,79	-272,65
6	146,77°	-7,58·10 ⁻³	-120,89	-170,96
7	174,46°	-1,33·10 ⁻³	-21,29	-30,11
8	202,15°	5,21·10 ⁻³	83,19	117,64
9	229,85°	1,06·10 ⁻²	168,61	238,44
10	257,54°	1,35·10 ⁻²	215,40	304,62
11	285,23°	1,33·10 ⁻²	212,85	301,01
12	312,92°	1,01·10 ⁻²	161,54	228,45
13	340,62°	4,59·10 ⁻³	73,22	103,55

Výsledné vizualizace jsou prezentovány na obrázcích 26 a 27. Na obrázku 28 je graf rozložení B ve vzduchové mezeře.



Obrázek 26 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko

Obrázek 27 - Rozložení proudové hustoty $|J|$ - stav nakrátkoObrázek 28 - Průběh $|B|$ ve vzduchové mezeře

3.3. Metoda 2 – Statická analýza – simulace skluzovou frekvencí

Metoda je založena na statickém výpočtu statorových proudů, proto jsou hodnoty proudů ve statoru shodné s již vypočítanými hodnotami z minulé metody. Proudů v tyčích rotoru se nepočítají, protože se sami indukují podle zadané frekvence.

3.3.1. Stav naprázdno

Stav naprázdno se modeluje v podstatě stejně jako při statické analýze v předchozí kapitole. Výpočet proudů ve stínících vinutích se provádí stejně a má tedy stejné hodnoty. Pro natočení rotoru platí:

$$f = f \cdot s = 50 \cdot 0 = 0 \text{ Hz}$$

Tyče rotoru jsou zadány jako paralelní vinutí s nulovými proudy. Díky nulové frekvenci analýzy se do rotoru žádné napětí neindukuje a výsledky se tedy naprosto shodují s výsledky statické analýzy se simulací natočením proudů v rotoru. Jako výsledky lze tedy použít obrázky 18,19 a 20.

3.3.2. Jmenovitý stav

Pro výpočet jmenovitého stavu je možné opět použít vypočítané hodnoty proudů ve stínění pólů ze statické analýzy se simulací natočením proudů v rotoru pro jmenovitý stav a přepočítané na maximální hodnoty:

$$I_{nm} = \sqrt{2} \cdot I_n = \sqrt{2} \cdot 0,3 = 0,424 \text{ A}$$

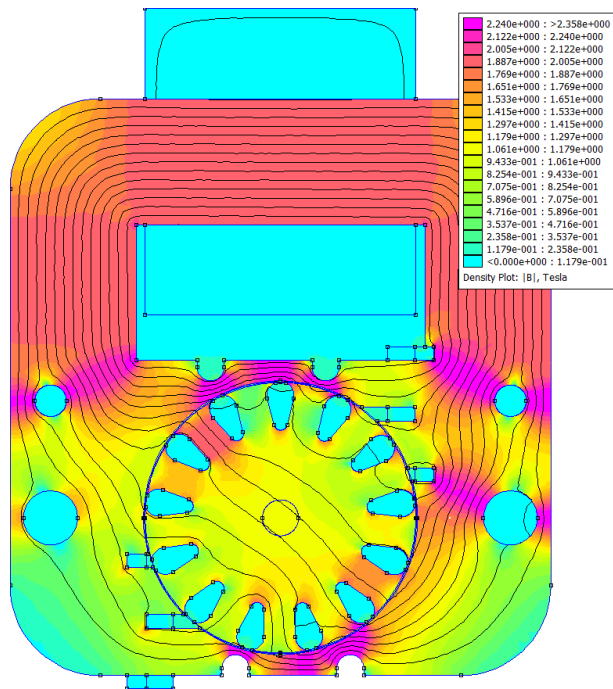
$$I_{m_1} = 139,91 + j99,79 \text{ A} \quad I_{m_2} = 139,50 + j102,13 \text{ A}$$

$$I_{m_3} = 179,66 + j90,84 \text{ A} \quad I_{m_4} = 204,42 + j78,03 \text{ A}$$

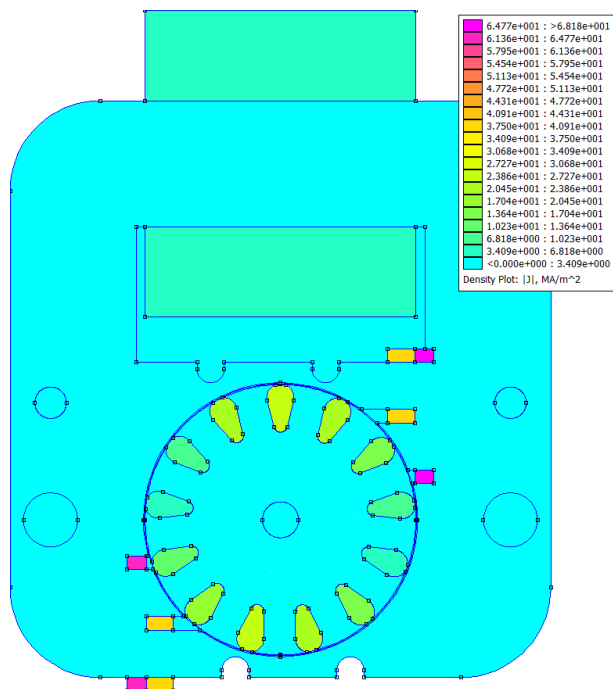
Obvod rotoru je nastaven jako jedno paralelní vinutí o třinácti prvcích. Frekvence, při které se provede výpočet, je rovna:

$$f = f \cdot s = 50 \cdot 0,2 = 10 \text{ Hz}$$

Pro materiály hlavního vinutí a stínících závitů je nastavena nulová vodivost, aby nedocházelo k indukovaní dalšího napětí do těchto vinutí. Je ponechána pouze vodivost tyčí v rotoru a ocelových plechů. Nyní se provede výpočet modelu. Výsledné rozložení magnetické indukce je na obrázku 29. Rozložení je velice podobné jako u předchozí metody. Stejně tak rozložení proudové hustoty (obrázek 30).



Obrázek 29 - Rozložení magnetické indukce – jmenovitý stav



Obrázek 30 - Rozložení proudové hustoty |J| - jmenovitý stav

Obrázek 31 - Průběh $|B|$ ve vzduchové mezeře

3.3.3. Stav nakrátko

Hodnoty proudů v hlavním i pomocném vinutí pro stav nakrátko jsou stejné jako u předchozí metody, není je tedy nutné počítat znovu:

$$I_{km} = \sqrt{2} \cdot I_n = \sqrt{2} \cdot 0,3 = 0,458 \text{ A}$$

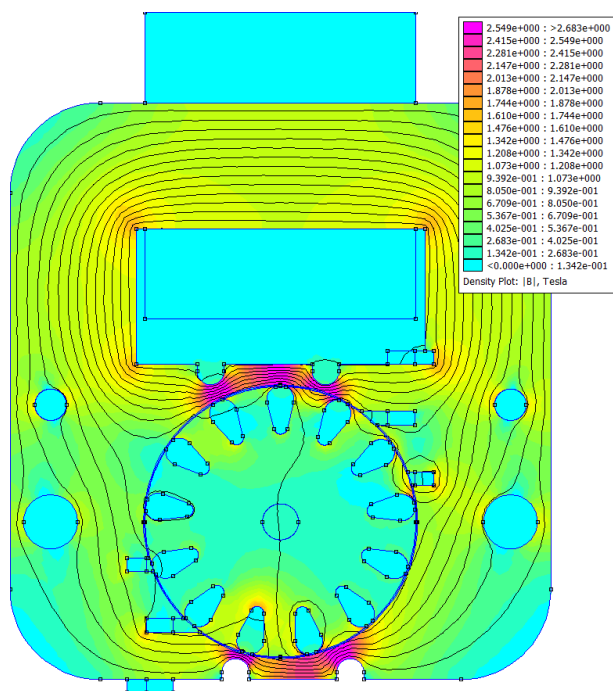
$$I_{m_1} = 146,26 + j104,32 \text{ A} \quad I_{m_2} = 145,61 + j106,60 \text{ A}$$

$$I_{m_3} = 187,99 + j95,05 \text{ A} \quad I_{m_4} = 213,89 + j81,64 \text{ A}$$

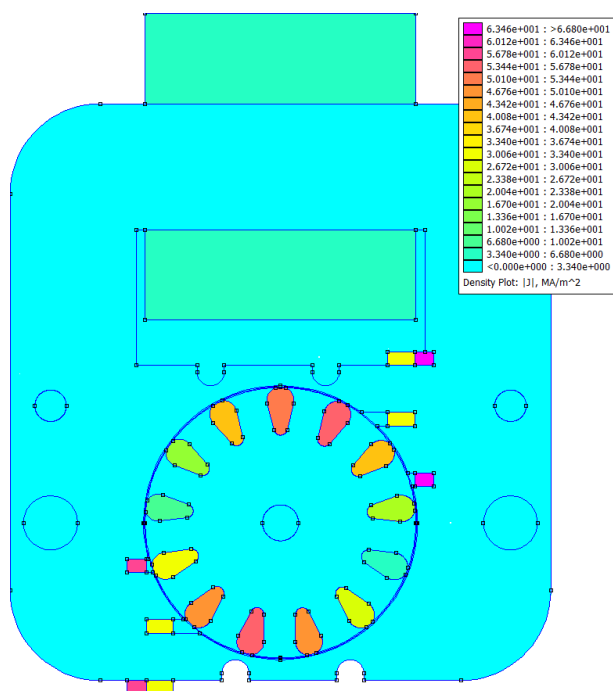
Obvod rotoru je stejně jako u jmenovitého stavu nastaven jako jedno paralelní vinutí o třinácti prvcích. Frekvence, při které se provede výpočet, je rovna jmenovité frekvenci:

$$f = f \cdot s = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Hz}$$

Materiálům hlavního vinutí a stínících závitů je ponechána nulová vodivost, aby opět nedocházelo k indukování dalšího napětí do těchto vinutí. Nastavení materiálových vlastností ocelových plechů a rotorových tyčí je také ponecháno beze změn. Model je připraven k výpočtu. Výsledné rozložení magnetické indukce je na obrázku 32. Rozložení je velice podobné jako u předchozí metody. Stejně tak rozložení proudové hustoty (obrázek 33).



Obrázek 32 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko



Obrázek 33 - Rozložení proudové hustoty |J| - stav nakrátko



Obrázek 34 - Průběh |B| ve vzduchové mezeře

3.4. Metoda 3 – Harmonická analýza

Při harmonické analýze se do modelu zadá pouze proud v hlavním vinutí. Celá harmonická analýza probíhá při jmenovité frekvenci $f=50$ Hz. Proudů v ostatních vinutích vznikají díky indukovanému napětí. U prvních modelů se žádné napětí neindukovalo a model nefungoval. Vinutí rotoru a stínící vinutí je nutné zadat jako paralelní vinutí. Po této úpravě už vše funguje jak má.

3.4.1. Stav naprázdno

Při stavu naprázdno je zadán proud hlavního vinutí $I_p=0,266$ A. Do programu je opět nutné zadat maximální hodnotu proudu I_{pm} .

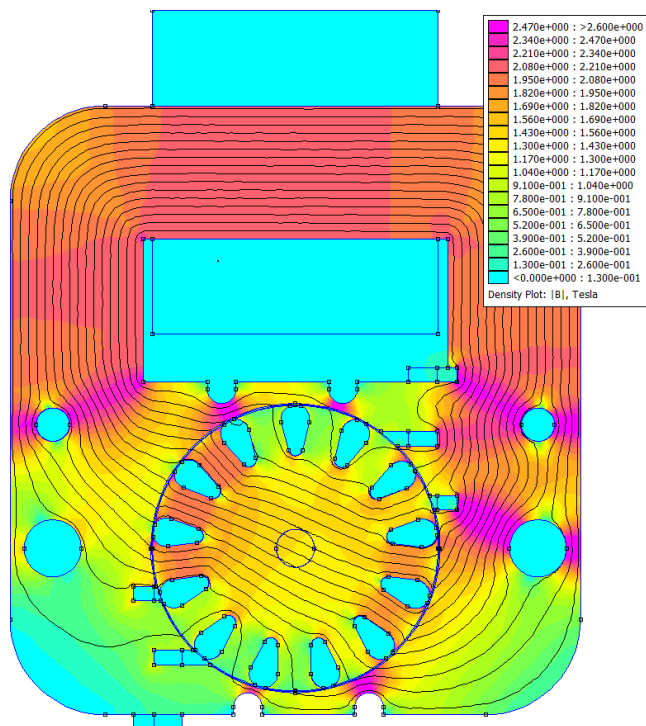
$$I_{pm} = \sqrt{2} \cdot I_p = \sqrt{2} \cdot 0,266 = 0,376 \text{ A}$$

Při stavu naprázdno se do statoru neindukuje žádné napětí, toho se dosáhne nastavením elektrické vodivosti rotorových tyčí na nulu.

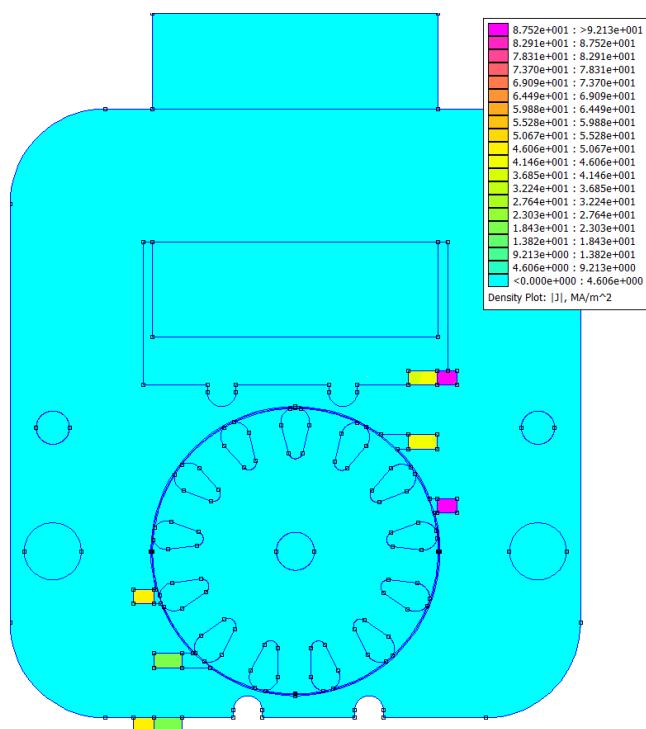
$$\sigma_{Al_p} = \sigma_{Al} \cdot s = 3,45 \cdot 10^7 \cdot 0 = 0 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

Výsledné rozložení siločar magnetického toku je zobrazeno na obrázku 35. Obrázek 36 ukazuje rozložení proudové hustoty v motoru. Proudů ve stínících závitech mají stejnou velikost, ale opačný směr. Z obrázků je patrné, že indukovaný proud ve stínících závitech

brání průtoku magnetického toku stíněnými póly. Magnetický tok prochází pouze nestíněnou částí pólů. Rotor siločáry nijak nevychyluje a ty jím tak prochází zcela volně.

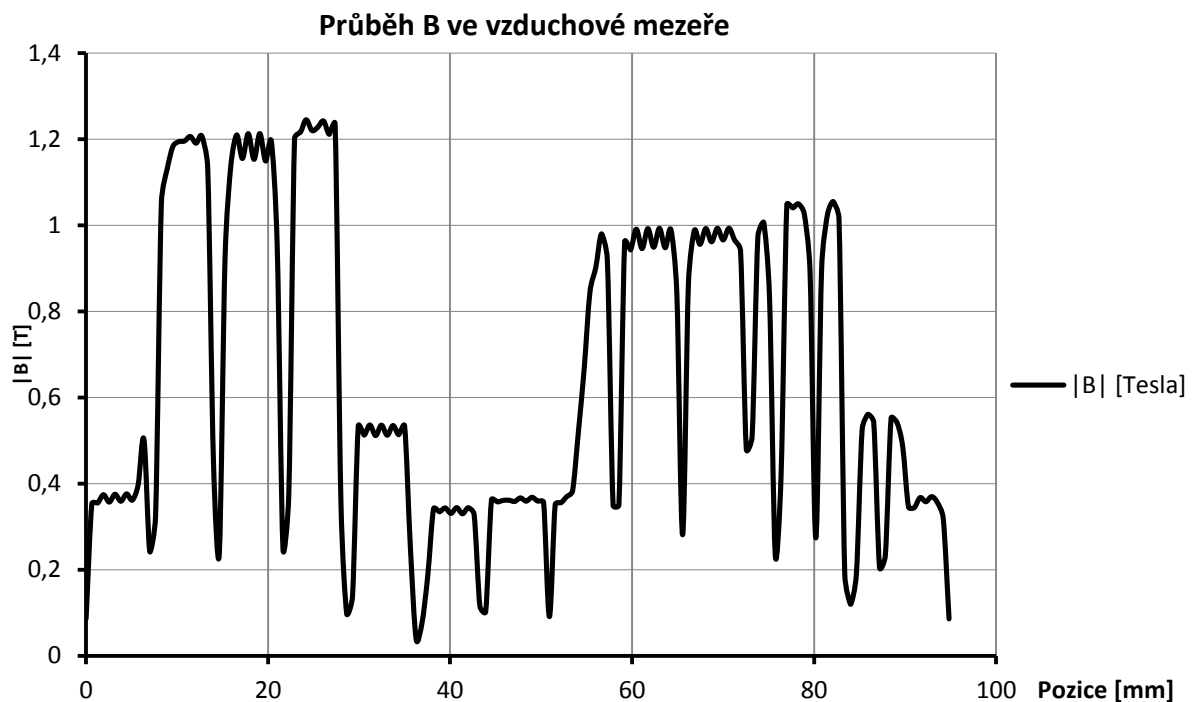


Obrázek 35 - Rozložení magnetické indukce - stav naprázdno



Obrázek 36 - Rozložení proudové hustoty |J| - stav naprázdno

Graf na obrázku 37 ukazuje průběh absolutní hodnoty magnetické indukce ve vzduchové mezeře.



Obrázek 37 - Průběh |B| ve vzduchové mezeře

3.4.2. Jmenovitý stav

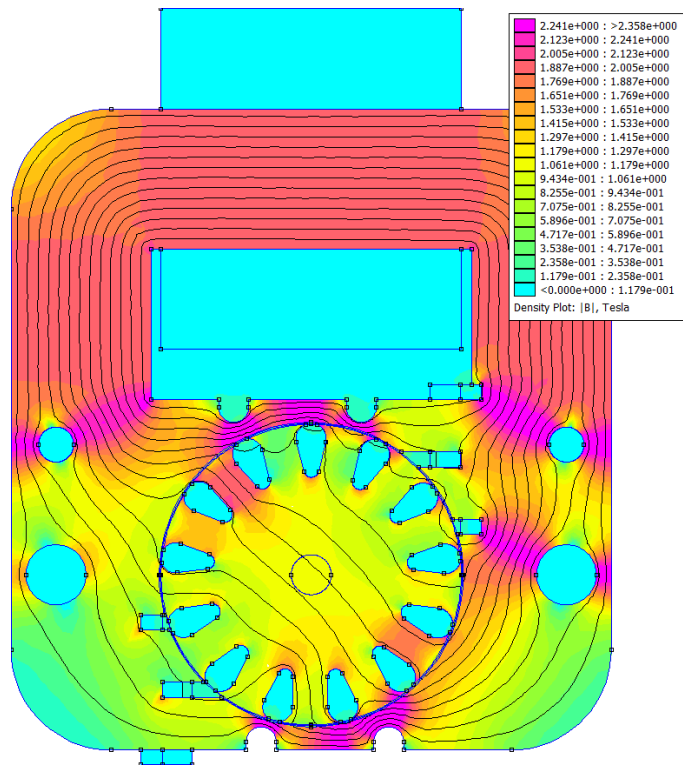
Při jmenovitém stavu je do hlavního vinutí zadán jmenovitý proud $I_n=0,3$ A. Do programu je opět nutné zadat maximální hodnotu proudu I_{nm} .

$$I_{nm} = \sqrt{2} \cdot I_p = \sqrt{2} \cdot 0,3 = 0,424 \text{ A}$$

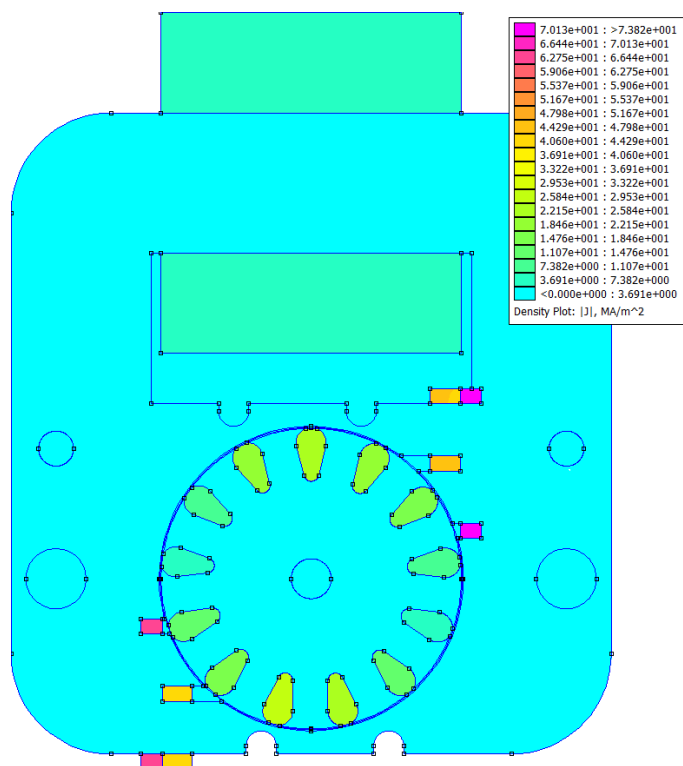
Elektrická vodivost ve jmenovitém stavu je upravena podle jmenovitého skluzu.

$$\sigma_{Al_n} = \sigma_{Al} \cdot s = 3,45 \cdot 10^7 \cdot 0,2 = 6,89 \text{ MS} \cdot \text{m}^{-1}$$

Výsledky harmonické analýzy jsou na obrázku 38 a 39. Siločáry procházející rotorem jsou částečně vychylovány ve směru otáčení rotoru. Na rozložení proudové hustoty v motoru je vidět indukovaný proud v tyčích rotoru.

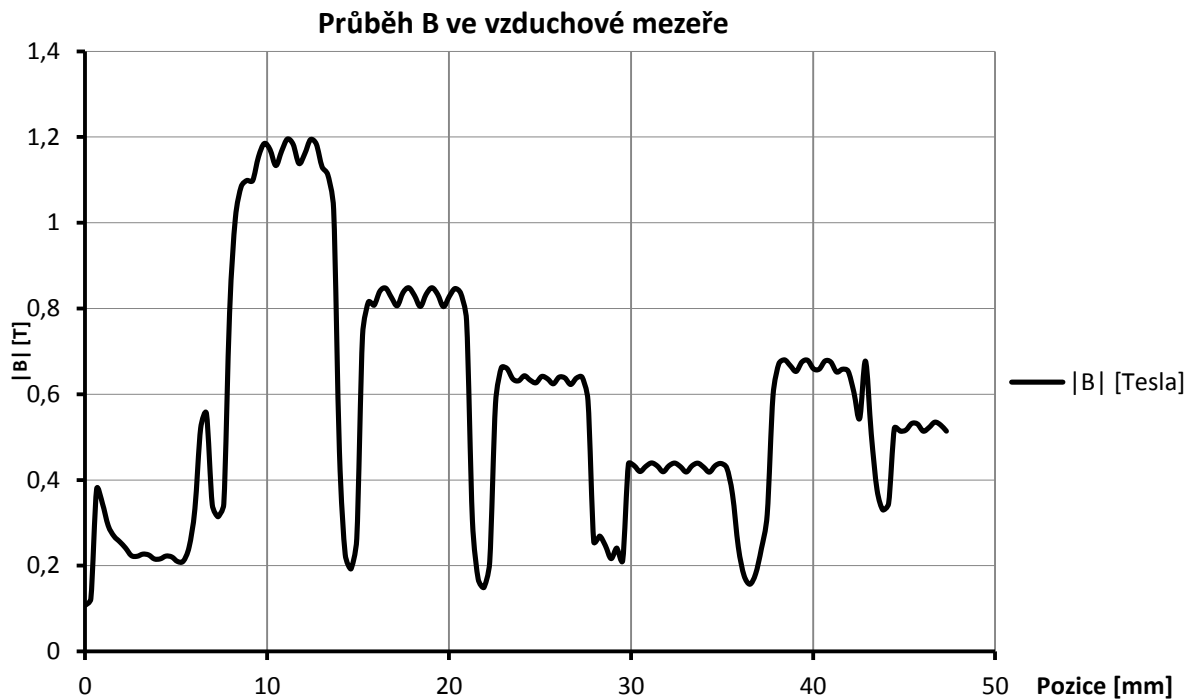


Obrázek 38 - Rozložení magnetické indukce - jmenovitý stav



Obrázek 39 - Rozložení proudové hustoty |J| - jmenovitý stav

Průběh magnetické indukce vzduchovou mezerou je na obrázku 40.



Obrázek 40 - Průběh |B| ve vzduchové mezeře

3.4.3. Stav nakrátko

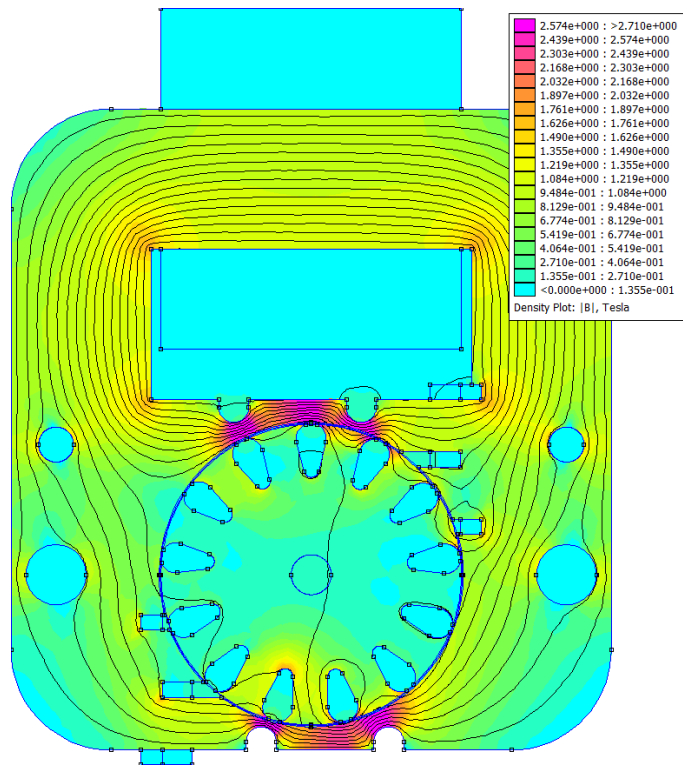
Při stavu nakrátko je do hlavního vinutí zadán proud $I_k=0,324$ A upravený na maximální hodnotu proudu I_{km} .

$$I_{km} = \sqrt{2} \cdot I_k = \sqrt{2} \cdot 0,324 = 0,458 \text{ A}$$

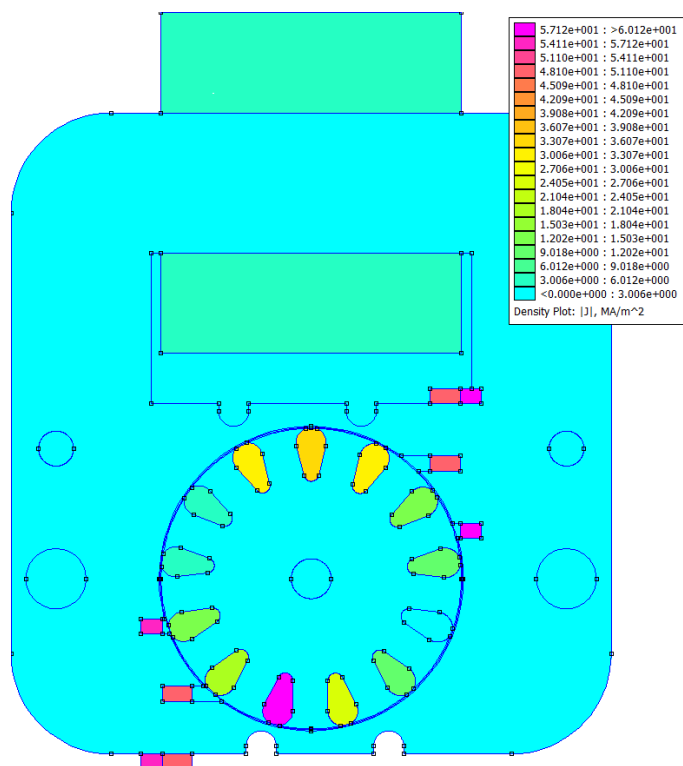
Elektrická vodivost je při $s=1$ na normální úrovni vodivosti hliníku:

$$\sigma_{Al_k} = \sigma_{Al} \cdot s = 3,45 \cdot 10^7 \cdot 1 = 34,45 \text{ MS} \cdot \text{m}^{-1}$$

Výsledky harmonické analýzy jsou na obrázku 41 a 42. Siločáry procházející rotorem jsou silně vychylovány ve směru otáčení a značně deformovány. Na rozložení proudové hustoty v motoru jsou vidět vyšší indukované proudy než při jmenovitém stavu.

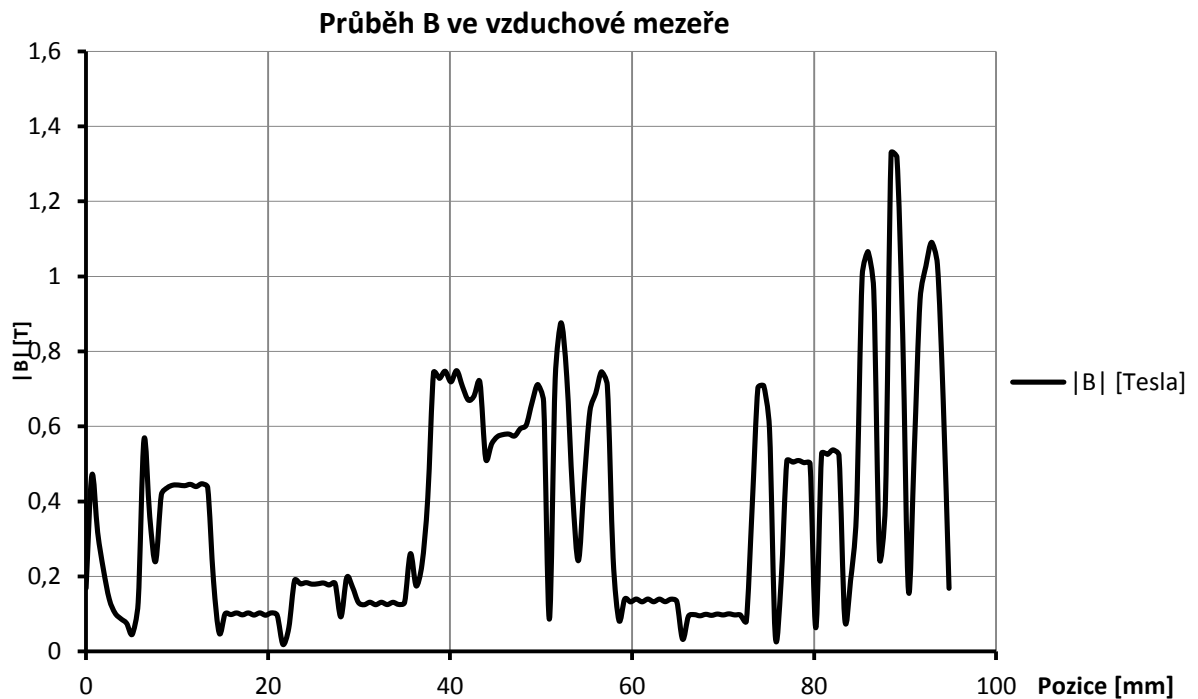


Obrázek 41 - Rozložení magnetické indukce – stav nakrátko



Obrázek 42 - Rozložení proudové hustoty |J| - stav nakrátko

Graf na obrázku 43 ukazuje průběh magnetické indukce vzduchovou mezerou.

Obrázek 43 - Průběh $|B|$ ve vzduchové mezeře

4. Porovnání a vyhodnocení

Během porovnávání výsledků jednotlivých metod se vychází z předpokladu, že podle [9] je metoda 3 pro tyto účely dostatečně přesná. Tento předpoklad je zaveden z důvodu, že model motoru neodpovídá přesně skutečnému stroji. Z dostupné dokumentace bylo možné přesněji namodelovat pouze stator. Části rotoru a stínící vinutí bylo modelováno podle nákrešů z jiných publikací. Díky tomu není možné přímé srovnání se známými hodnotami v datasheetu výrobce. Metoda 3 je zvolena proto, že nevyžaduje složité výpočty, které by mohly znamenat zvýšené riziko zanesení chyby.

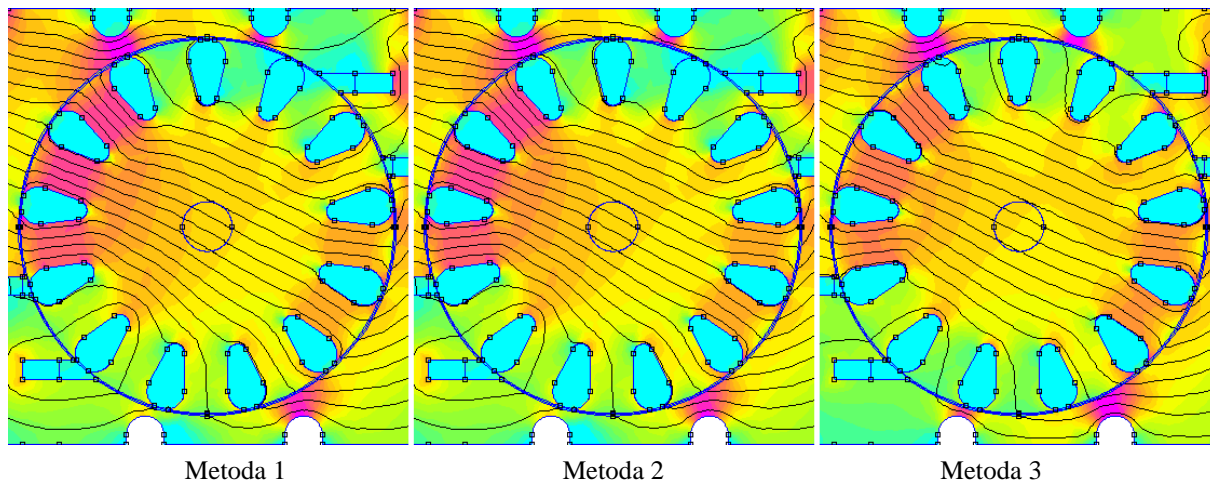
4.1. Stav naprázdno

Pro stav naprázdno platí, že rychlost rotoru je stejná jako synchronní rychlost točivého pole statoru. Do rotoru se tedy neindukuje žádné napětí. Tento stav je nejsnazší namodelovat, protože odpadá výpočty spojené s rotorem.

Metoda 1 a 2 se pro tento stav neliší. Je nutné vypočítat stejné proudy a výpočet probíhá shodně při frekvenci $f=0$. V metodě 3 se proudy ve vinutí indukují.

Z hlediska rozložení magnetické indukce a směru magnetického toku (obrázek 44) jsou si výsledky velice podobné. Směr magnetického toku je zcela shodný. Rozložení

magnetické indukce se liší jen nepatrně jiným sycením v levé části rotoru. Odlišnosti jsou způsobeny rozdíly mezi vypočítanými a indukovanými proudy.



Obrázek 44 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro stav naprázdno

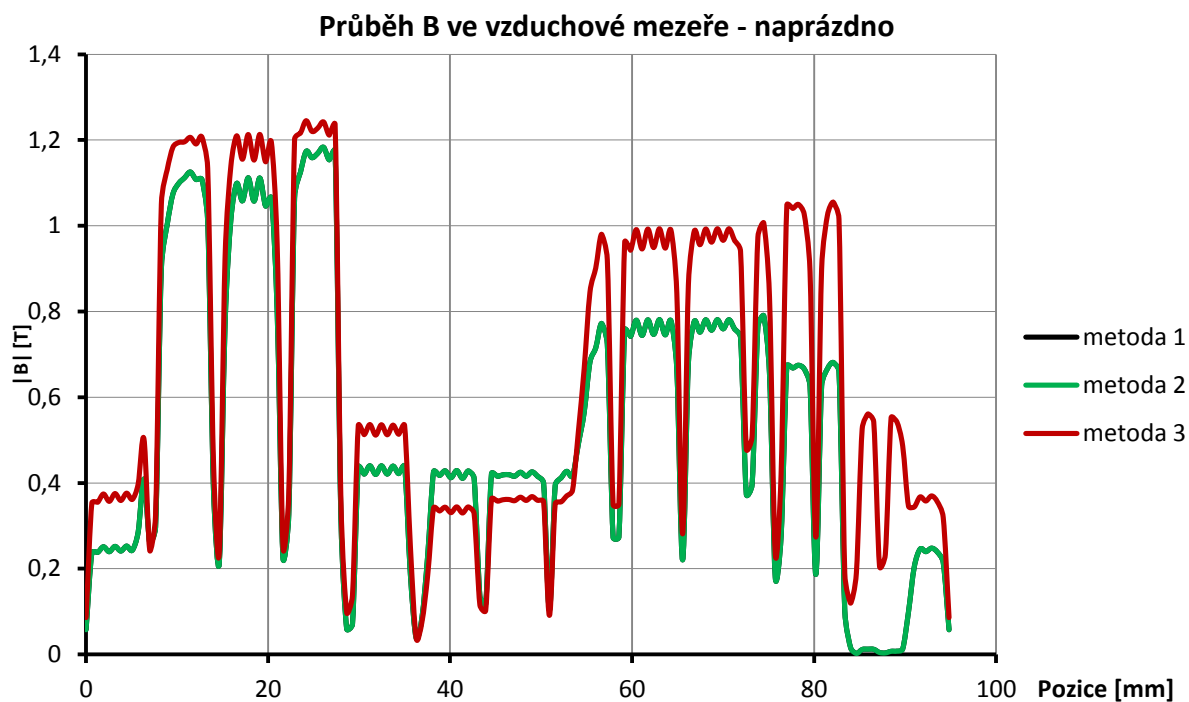
Změřené proudy v jednotlivých vinutích jsou uvedeny v tabulce 4.

Tabulka 4 - Porovnání proudů – stav naprázdno

Proud	1	2	3
Hlavní vinutí	0,376	0,376	0,376
Pól 1	133,32 + j95,90	133,32 + j95,90	121,10 – j34,05
Pól 2	133,08 + j97,43	133,08 + j97,43	162,14 – j35,01
Pól 3	170,90 + j86,41	170,90 + j86,41	153,17 + j61,47
Pól 4	194,06 + j74,07	194,06 + j74,07	218,16 + j125,35
Tyče rotoru	0	0	0

Z výsledků je patrné, že indukované proudy nejsou, na rozdíl od vypočítaných, symetrické. Tato nesymetrie je způsobena geometrickým uspořádáním motoru a zesílena vlivem nelineární charakteristiky B-H. Pokud budeme porovnávat průměrné hodnoty pro póly číslo 1 a 2 a pro póly 3 a 4, jsou jejich hodnoty velice podobné.

Na obrázku 45 jsou zobrazeny průběhy magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro jednotlivé metody. Pro metody 1 a 2 je průběh shodný. Pro všechny metody má průběh stejný tvar, ale při harmonické analýze nabývá indukce vyšších hodnot. To je pravděpodobně způsobeno vířivými proudy, které jsou ve statické analýze zanedbány.



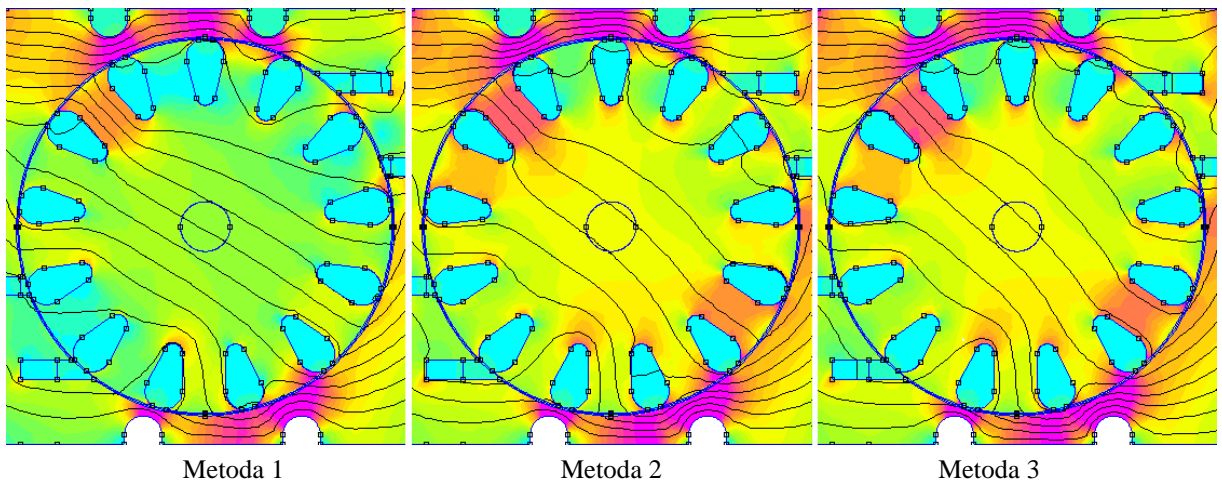
Obrázek 45 - Průběhy $|B|$ ve vzduchové mezeře pro stav naprázdno

Při simulaci stavu naprázdno mají všechny metody podobné výsledky. Nezáleží tolik na zvolené metodě.

4.2. Jmenovitý stav

Při jmenovitém stavu se už všechny metody liší. Je to dáno rozdílnou rychlostí rotoru od synchronní rychlosti, kterou každá metoda simuluje jinak. Metoda 1 předpokládá kompletní výpočet proudů ve statoru i v rotoru. V druhé metodě je nutné vypočítat statorové proudy, proudy v tyčích rotoru se indukují sami díky frekvenci mezi polem rotoru a statoru. Metoda 3 potřebuje opět jen proud v hlavním vinutí a úpravu vodivosti rotorových tyčí podle skluzu.

Rozložení magnetické indukce se mírně liší (obrázek 46). Mezi výsledky druhé a třetí metody jsou rozdíly minimální. První metoda se od nich liší více. Patrně se zde více projevují zjednodušené výpočty a hlavně pak zanedbání indukčnosti tyčí rotoru. Při porovnání směru magnetického toku, je rozdíl mezi metodami maximálně 15° .



Obrázek 46 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro jmenovitý stav

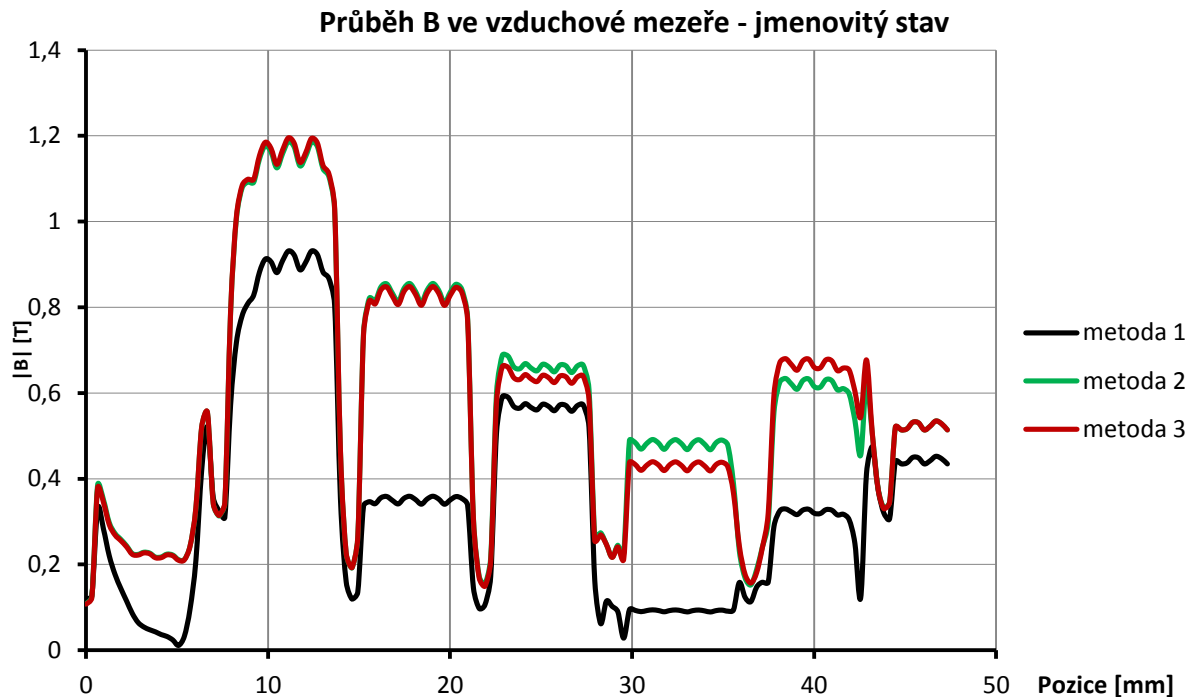
Zjištěné odlišnosti jsou viditelné i v porovnání změřených proudů v tabulce 5. Rozložení proudů v tyčích je téměř stejné, ale absolutní velikosti se při použití první metody liší znatelně. Mezi druhou a třetí metodou jsou rozdíly zanedbatelné.

Tabulka 5 - Porovnání proudů – jmenovitý stav

Proud	1	2	3
Hlavní vinutí	0,424	0,424	0,424
Pól 1	139,91 + j9979	139,91 + j9979	143,87 + j136,41
Pól 2	139,50 + j102,13	139,50 + j102,13	158,79 + j122,16
Pól 3	179,66 + j90,84	179,66 + j90,84	177,97 + j102,16
Pól 4	204,42 + j78,03	204,42 + j78,03	211,38 + j90,32
Tyč 1	-24,79	-40,96 – j44,65	-42,57 – j51,58
Tyč 2	-77,91	-120,16 – j97,58	-144,45 – j108,04
Tyč 3	-113,18	-196,42 – j99,00	-183,31 – j108,52
Tyč 4	-122,53	-266,17 – j140,41	-270,13 – j133,16
Tyč 5	-103,81	-254,43 – j51,65	-256,96 – j44,51
Tyč 6	-61,30	-164,91 – j2,78	-165,79 + j2,68
Tyč 7	-4,75	-18,78 + j45,64	-16,48 + j51,62
Tyč 8	52,88	81,02 + j75,94	80,38 + j85,68
Tyč 9	98,41	156,56 + j79,26	152,84 + j89,74
Tyč 10	121,38	234,72 + j102,67	231,11 + j102,38
Tyč 11	116,55	268,76 + j77,14	268,12 + j69,97
Tyč 12	85,02	232,227 + j78,04	231,73 + j71,28
Tyč 13	34,02	88,55 – j22,62	85,53 – j27,56

Také průběh indukce vzduchovou mezerou je pro druhou a třetí metodu skoro stejný. Magnetický tok stínícím vynutím je v porovnání s výsledky první metody značně vyšší. Průběhy jsou zachyceny na grafu na obrázku 47.

Pro jmenovitý stav se metoda 1 hodí nejméně. Je příliš náchylná na zjednodušování a zanedbávání parametrů při výpočtu. Metoda 2 se v porovnání s ní jeví jako mnohem spolehlivější a přesnější.



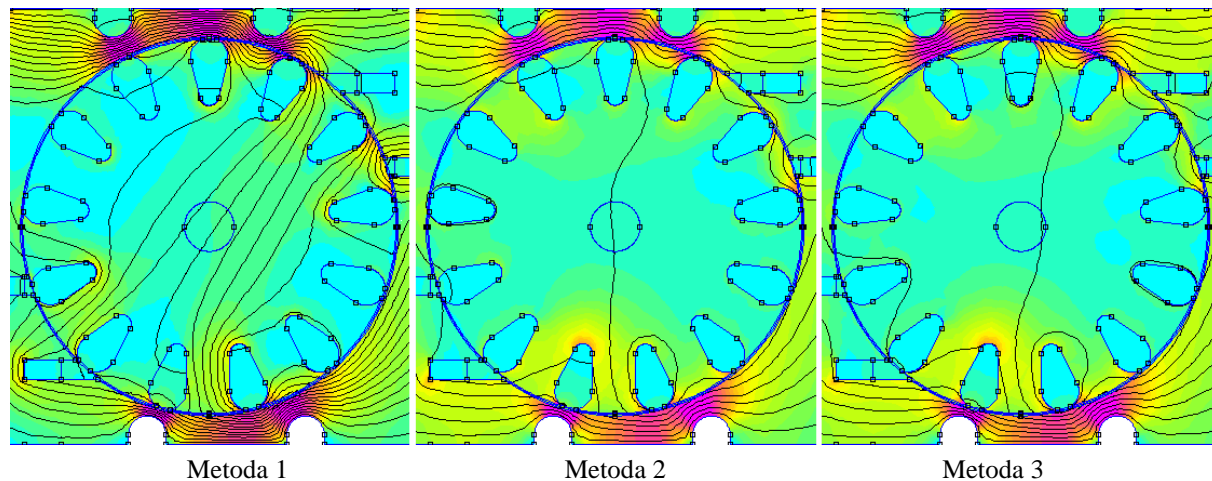
4.3. Stav nakrátko

Při simulaci stavu nakrátko se sobě velice přibližují metody 2 a 3. Pro obě běží výpočet při jmenovité frekvenci $f=50\text{Hz}$ a tyče rotoru mají také stejné vlastnosti. Liší se jen vypočítanými a zadanými hodnotami stínících pólů u metody 2. Jejich výsledky by tedy měly být také velice podobné.

Metoda 1 je opět založena na komplexním výpočtu všech proudů v motoru a lze předpokládat další zhoršení výsledků, díky vyšší roli komplexních proudů.

Rozložení magnetické indukce v tyčích rotoru je podobné pro všechny tři metody (obrázek 48). Při bližším pohledu je patrný odlišný směr magnetického toku u metody 1. Rozdíl mezi směry je asi 30° . Při použití metod 2 a 3 jsou rozdíly ve směru zanedbatelné.

Dále je vidět ztelná snaha rotoru vytlačit magnetický tok pryč z rotoru. Důsledkem toho je velice rychle klesající moment při zatížení.



Obrázek 48 - rozložení magnetické indukce v rotoru pro stav nakrátko

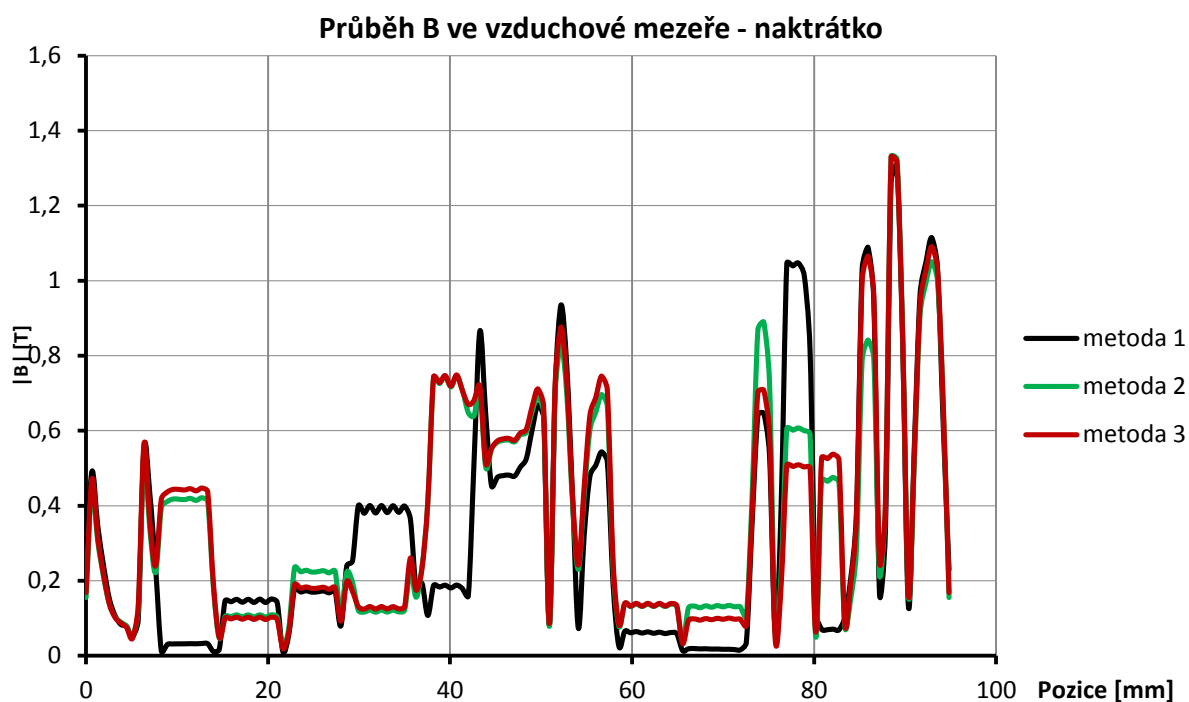
Při stavu nakrátko se do závitů pólů 1 a 2 indukují vyšší proudy než do závitů 3 a 4, zatímco u vypočítaných proudů je to opačně (tabulka 6). Je to dáno již značnými vzájemnými vlivy jednotlivých vinutí, které jsou ve výpočtu zanedbány. Rozdíly mezi rotorovými proudy nejsou tak vysoké jako u jmenovitého stavu. Hlavní rozdíl je, že při použití metody 1 má průběh velikosti proudů zcela harmonický charakter, ve zbývajících dvou případech je průběh velikosti proudů ostře pilovitý.

Tabulka 6 - porovnání proudů – stav nakrátko

Proud	1	2	3
Hlavní vinutí	0,458	0,458	0,458
Pól 1	146,26 + j104,32	146,26 + j104,32	169,21 + j143,85
Pól 2	145,61 + j106,60	145,61 + j106,60	173,01 + j143,57
Pól 3	187,99 + j95,05	187,99 + j95,05	140,15 + j102,61
Pól 4	213,89 + j81,64	213,89 + j81,64	150,40 + j108,34
Tyč 1	-45,08	-40,17 + j4,89	-35,98 - j0,47
Tyč 2	-183,37	-146,21 - j98,89	-112,08 - j93,25
Tyč 3	-279,66	-216,65 - j20,46	-217,33 - j58,91
Tyč 4	-311,88	-652,48 - j133,02	-675,54 - j115,15
Tyč 5	-272,65	-255,52 + j142,84	-268,28 + j156,83
Tyč 6	-170,96	-71,67 + j67,65	-73,58 + j75,43
Tyč 7	-30,11	21,87 + j2,78	21,49 + j8,78
Tyč 8	117,64	117,63 + j59,41	81,85 + j65,65
Tyč 9	238,44	155,06 + j41,75	136,55 + j64,52
Tyč 10	304,62	357,18 + j42,15	367,82 + j46,99
Tyč 11	301,01	360,77 - j52,13	386,19 - j69,35
Tyč 12	228,45	345,63 - j8,24	366,35 - j26,41
Tyč 13	103,55	24,49 - j48,42	22,71 - j53,99

Průběh magnetické indukce vzduchovou mezerou je pro metody 2 a 3 téměř totožný (obrázek 49). Liší se jen nepatrně v některých špičkových hodnotách. Výsledná magnetická indukce při použití metody 1 je značně odlišná. Liší se nejen posunutím, ale i velikostí.

Metoda 1 se pro velkou odlišnost výsledků jeví opět jako nejméně vhodná.



Obrázek 49 - Průběhy $|B|$ ve vzduchové mezeře pro stav nakrátko

4.4. Shrnutí vlastností jednotlivých metod

Metoda 1 je velice pracná na přípravu, protože vyžaduje výpočet všech proudů v motoru. Během výpočtů je nutné model několikrát spočítat, aby bylo možné změřit parametry potřebné k dalším výpočtům. Některé výpočty byly zjednodušeny, aby bylo možné parametry vůbec spočítat. Zjednodušení ale vnáší do modelu chyby, které se složitostí výpočtu dále narůstají. Tato metoda je vhodná spíše, pokud je nutné simulovat nějaké stavy, které by vyžadovaly změny geometrie modelu nebo složité úpravy materiálových vlastností. Do modelu je možné zadat v podstatě jakékoliv hodnoty a zkoumat tak jejich vliv na výsledný model. Další nespornou výhodou je rychlost výpočtu. Díky pouze statické analýze trvá výpočet několikanásobně kratší dobu než při harmonických výpočtech.

Metoda 2 vyžaduje pouze výpočet proudů ve stínících závitech a je tak méně náročná. Jelikož je výpočet proudů také zjednodušený, dochází taktéž k určité odchylce od skutečného stavu. Ta je ale v porovnání s metodou 1 zanedbatelná. Rychlost výpočtu je závislá na frekvenci, při které je problém analyzován. Při stavu naprázdno je výpočet velice rychlý, protože je shodný se stejným stavem u metody 1. Při ostatních stavech je frekvence nenulová a výpočet trvá podstatně déle. Metoda 2 je vhodná, pokud je nutné experimentovat pouze s různými hodnotami proudů ve stíněných pólech a zároveň aby se proudy v rotoru indukovaly samy.

Nejjednodušší a velmi přesná se jeví metoda 3, která plně využívá schopnost programu vypočítat indukované proudy. Do modelu je nutné zadat pouze proud v hlavním vinutí a upravit vodivost rotorových tyčí pro daný stav. Tato metoda je velice závislá na přesnosti geometrického modelu, protože veškeré výpočty vycházejí právě z něho. Rychlost výpočtu je sice stejná jako u metody 2 při nenulových frekvencích, ale na druhou stranu odpadají zdoluhavé ruční výpočty. Model tak stačí nechat vypočítat jen jednou. Tato metoda se hodí pro rychlé analýzy, založené na známých geometrických a materiálových vlastnostech. Hlavní výhody a nevýhody jsou shrnuty v tabulce 7.

Tabulka 7 - výhody a nevýhody

	Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3
Výhody	Rychlý výpočet modelu	Jednodušší než 1	Jednoduchost a přesnost
	Možnost simulovat nepřírozené stavy	Možnost simulovat nepřírozené stavy statoru	Rychlost celkové analýzy (odpadají pomocné výpočty)
Nevýhody	Velmi pracné pomocné výpočty	Pomocné výpočty	Závislost na geometrii modelu
	Závislost na přesnosti pomocných výpočtů	Závislost na přesnosti pomocných výpočtů	Pomalý výpočet modelu
		Pomalý výpočet modelu	

Závěr

Úvodní kapitola seznamuje čtenáře s principem jednofázového asynchronního motoru se stíněným pólem. Jsou zde popsány jako vlastnosti a různé konstrukční uspořádání. Dále je zde naznačen princip vzniku točivého magnetického pole pomocí stínícího vinutí.

Základní princip a vlastnosti metody konečných prvků je popsán ve druhé kapitole, která dále pojednává o možnostech modelování motoru pomocí této metody. Celkem jsou zde představeny tři možnosti, jak daný problém analyzovat. První metoda je založena na statické analýze ($f=0$ Hz) stavů v motoru a vyžaduje velké množství pomocných výpočtů. Druhá metoda využívá rozdíl frekvencí rotoru a pole statoru. Metoda vyžaduje méně pomocných výpočtů a k analýze využívá v podstatě kombinaci statických výpočtů a harmonických. Třetí metoda využívá plně harmonickou analýzu ($f=50$ Hz). Kromě úpravy vodivosti rotorových tyčí nevyžaduje žádné pomocné výpočty. Tato metoda se jeví jako nejméně pracná a nejméně náročná na čas.

Ve třetí kapitole je popsáno sestavení modelu motoru A24NL381 od firmy Atas a.s. Motor byl modelován podle katalogového listu výrobce v programu AutoCAD. Výsledná geometrie byla naimportována do programu FEMM. Na tomto modelu byly následně vyzkoušeny všechny tři metody pro stav naprázdno, jmenovitý stav a stav nakrátko. Celkem je zde popsáno devět situací.

Kapitola 4 se věnuje vyhodnocení jednotlivých modelů. Z vyhodnocení vyplývá, že nejvhodnější metodou pro modelování asynchronního motoru se stíněným pólem je harmonická analýza pomocí metody 3. Výsledky, kterých bylo pomocí této metody dosaženo, splňují předpoklady. Harmonická metoda není na rozdíl od statických analýz závislá na přesnosti pomocných výpočtů. Tato metoda má nejbližší k reálným procesům uvnitř stroje a je možné ji doporučit pro další analýzy.

Literatura

- [1] YEADON, William H a Alan W YEADON. *Handbook of small electric motors*. New York: McGraw-Hill, c2001. ISBN 00-707-2332-X.
- [2] ATAS a.s. *A24N* [online]. 2008 [cit. 12.4.2012]. Dostupné z: <http://www.atas.cz/img/motors/large/A24N.jpg>
- [3] Shaded pole induction motor. *Yourelectrichome.blogspot.com* [online]. 11.6.2011 [cit. 5.4.2012]. Dostupné z: <http://yourelectrichome.blogspot.com/2011/06/shade-pole-induction-motor.html>
- [4] AC Motors Theory: Shaded Pole Motors. *Johnson Motor* [online]. - [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: <http://www.johnsonmotor.com/en/resources-for-engineers/motors/basics-of-motors/ac-motors-theory.html>
- [5] SHANKAR. Shaded-Pole Single-Phase Motors. *Bright Hub* [online]. 31.8.2009 [cit. 15.4.2012]. Dostupné z: <http://www.brighthub.com/engineering/electrical/articles/47947.aspx>
- [6] BARTOŠ, Václav. *Teorie elektrických strojů*. 1. vyd. V Plzni: Západočeská univerzita, 2006, 230 s. ISBN 80-704-3509-7.
- [7] ŠTĚPINA, Jaroslav. *Jednofázové indukční motory*. První. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, n. p., 1957. ISBN -.
- [8] KINDL, Vladimír. *Modelování polí v elektrických strojích*. Plzeň, 2008.
- [9] SARAC, Vasilija. Different Approaches of Numerical Analysis of Electromagnetic Phenomena in Shaded Pole Motor with Application of Finite Elements Method. *2010 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory*. 16.8.2010. Dostupné z: <http://80.ieeexplore.ieee.org/dialog/cvut.cz/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=5637365&isnumber=5636977>
- [10] MEEKER, David. *Finite Element Method Magnetics: User's Manual* [online]. Version 4.2. 2010 [cit. 22.4.2012]. Dostupné z: <http://www.femm.info/Archives/doc/manual42.pdf>

[11] ATAS a.s. *A24N* [online]. 2012, [cit. 24.4.2012]. Dostupné z:
<http://www.atas.cz/files/A24N.PDF>

[12] PEŠEK, Michal. *Program FEMM: Podklady pro výuku v elektronické formě*. Brno, 2009.
Bakalářská práce. VUT.