

**Západočeská univerzita v Plzni**  
**Fakulta aplikovaných věd**  
**Katedra kybernetiky**

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**PLZEŇ, 2017**

**Bc. ONDŘEJ VANÍČEK**

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Ondřej VANÍČEK**  
Osobní číslo: **A15N0113P**  
Studijní program: **N3918 Aplikované vědy a informatika**  
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**  
Název tématu: **Kalibrace snímacího prvku robota v úloze laserového svařování**  
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Seznamte se s problematikou online / offline snímání místa svaru (spáry) v pracovním prostoru robota.
2. Prostudujte dostupnou literaturu o problematice kalibrace nástroje robota (snímací prvek, svařovací hlava, atd.)
3. Analyzujte a porovnejte nalezené přístupy a navrhněte vhodný postup pro kalibraci snímacího prvku robota v úloze laserového svařování.
4. Metodu kalibrace implementujte a ověřte.

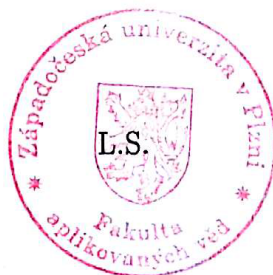
Rozsah grafických prací: dle potřeby  
Rozsah kvalifikační práce: 40-50 stránek A4  
Forma zpracování diplomové práce: tištěná  
Seznam odborné literatury:

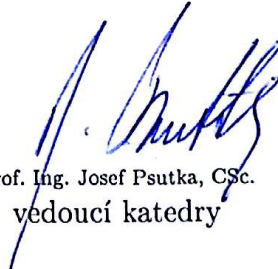
- [1] Graaf, M.: Sensor-guided robotic laser welding, Disertační práce, University of Twente, 2007  
[2] Kaielerle, S.: Seam-tracking for high precision laser welding applications - Methods, restrictions and enhanced concepts, Journal of Laser Applications, 2009  
[3] Chalůš, M., Liška, J.: 3D Robotic Welding with a Laser Profile Scanner, International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), Ansan, Korea, 2016

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jindřich Liška, Ph.D.  
Katedra kybernetiky

Datum zadání diplomové práce: 3. října 2016  
Termín odevzdání diplomové práce: 21. května 2017

  
Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.  
děkan



  
Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 3. října 2016

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
podpis

# Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu své diplomové práce, Ing. Jindřichu Liškovi, PhD., za odborné vedení práce a ochotu při poskytování mnoha cenných rad. Zároveň bych rád poděkoval Ing. Michalu Chalušovi za spolupráci a mnoho konstruktivních rad při vývoji a testování algoritmů. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat svým rodičům za podporu během celého studia.

## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá kalibrací laserového profilometru v úloze robotického svařování. V první části práce jsou představeny matematické nástroje používané v robotice, které jsou následně využity k odvození matematických modelů průmyslových robotů. V další části je představen kalibrační objekt, metody měření a interpretace dat a následně jsou odvozeny kalibrační algoritmy. Jednotlivé funkční části kalibračních algoritmů jsou dále simulačně ověřeny a je analyzován vliv šumu měření. V závěrečné sekci jsou představeny použité technické prostředky a výsledky dosažené při použití algoritmů nad reálnými daty.

## **Klíčová slova**

Robotika, svařování, laserový profilometr, hand-eye kalibrace, MATLAB, FANUC, Micro-Epsilon

## **Abstract**

This diploma thesis is focused on calibration of a laser profile scanner in the task of robotic welding. Mathematical instruments used in robotics are presented in the first part and mathematical models of industrial robots are derived afterwards. The next section introduces the calibration object, methods for measurements and data interpretation and proposes calibration algorithms. Separate functional parts of calibration algorithms are then validated by simulations and the analysis of the influence of a measurement noise is derived afterwards. The last section presents technical instruments used for practical testing and results obtained during this testing.

## **Keywords**

Robotics, welding, laser profile scanner, hand-eye calibration, MATLAB, FANUC, Micro-Epsilon

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Matematické nástroje a modely v robotice</b>	<b>3</b>
2.1	Reprezentace polohy v robotice . . . . .	3
2.1.1	Matrice rotace . . . . .	3
2.1.2	Eulerovy úhly . . . . .	4
2.1.3	Obecná osa rotace . . . . .	5
2.1.4	Homogenní transformační matice . . . . .	6
2.2	Geometrické modely průmyslových robotů . . . . .	8
2.2.1	Přímý geometrický model . . . . .	8
2.2.2	Inverzní geometrický model . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Kalibrační algoritmus s regresními metodami</b>	<b>13</b>
3.1	Měření a interpretace dat . . . . .	14
3.1.1	Kalibrační objekt . . . . .	14
3.1.2	Interpretace měřených dat . . . . .	15
3.1.3	Výpočet polohy snímače nad kalibračním obektem . . . . .	18
3.2	Výpočet kalibrační transformace . . . . .	20
3.2.1	Řešení rotační části . . . . .	21
3.2.2	Řešení translační části . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Simulační ověření navržených algoritmů</b>	<b>26</b>
4.1	Simulace měření a interpretace dat . . . . .	26
4.1.1	Prostor řešení soustavy kvadratických rovnic . . . . .	30
4.1.2	Vliv šumu měření na přesnost výsledků . . . . .	34
4.2	Simulace fungování celé aplikace a porovnání algoritmů . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Praktické ověření algoritmů a použitá technolgie</b>	<b>42</b>
5.1	Průmyslový robot FANUC . . . . .	42
5.2	Laserový snímač MetraLight . . . . .	43
5.3	Laserový snímač Micro-Epsilon . . . . .	44
5.4	Výsledky použití algoritmů na reálném zařízení . . . . .	45
5.4.1	Měření a interpretace dat . . . . .	45
5.4.2	Použití celé kalibrační aplikace . . . . .	48
5.5	Přínos kalibračních algoritmů . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>53</b>

# Seznam obrázků

1	Rotace souřadného systému . . . . .	4
2	Otočení kolem obecné osy rotace . . . . .	6
3	Transformace souřadného systému . . . . .	7
4	Transformace souřadných systémů dle D-H úmluvy . . . . .	9
5	Členy přímého geometrického modelu . . . . .	10
6	Struktura 6 DoF antropomorfního manipulátoru se sférickým zápěstím . . . . .	11
7	Možná řešení inverzního geometrického modelu . . . . .	12
8	Ilustrace hand - eye kalibrace . . . . .	13
9	Schéma použitého kalibračního objektu . . . . .	14
10	Typická konfigurace snímače nad objektem . . . . .	15
11	Ukázka měření profilu s identifikovanými průsečíky . . . . .	15
12	Hledané průsečíky stěn kalibračního objektu . . . . .	16
13	Stěny jehlanu pro výpočet vzdáleností $t_i$ . . . . .	17
14	Souvislost dílčích transformačních matic . . . . .	20
15	Simulační schéma generátoru profilů . . . . .	26
16	Výstup interpolačního algoritmu pro profily bez šumu . . . . .	27
17	Výstup interpolačního algoritmu pro profily se šumem . . . . .	28
18	Detail polohy počátku $E_0$ pro profily se šumem . . . . .	29
19	Poloha vynechaných počátků $E_0$ pro profily se šumem . . . . .	30
20	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_1$ . . . . .	31
21	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_2$ . . . . .	31
22	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_3$ . . . . .	32
23	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_1$ . . . . .	32
24	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_2$ . . . . .	33
25	Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě $t_3$ . . . . .	33
26	Závislost odchylky středu shluku bodů $E_0$ na střední hodnotě šumu měření . . . . .	35
27	Závislost odchylky bodů ve shluku $E_0$ na směrodatné odchylce šumu měření . . . . .	35
28	Vývoj počtu profilů použitelných k výpočtu kalibrační transformace . . . . .	36
29	Schéma simulátoru celé aplikace s využitím obou algoritmů . . . . .	37
30	Rozmístění souřadných systémů v prostoru . . . . .	38
31	Rozložení nalezených průsečíků $P_i$ a vypočtených počátků s.s. $E$ v prostoru . . . . .	39
32	Rozložení nalezených průsečíků $P_i$ a vypočtených počátků s.s. $E$ v prostoru . . . . .	40
33	Porovnání vypočtených transformací se skutečnou . . . . .	41
34	Průmyslový robot FANUC M-20iA/20M . . . . .	42
35	Řídící jednotka FANUC R-30iB . . . . .	43
36	Laserový profilometr Metralight TLE1 . . . . .	44
37	Laserový profilometr scanControl 2600-100 . . . . .	44
38	Ukázka změřeného profilu s proloženými přímkami a vypočtenými průsečíky . . . . .	45
39	Diference mezi body změřeného profilu . . . . .	46
40	Detail okolí průsečíku $P_2$ . . . . .	46
41	Detail okolí průsečíku $P_3$ . . . . .	47
42	Změřené profily na začátku kalibračního algoritmu . . . . .	48
43	Změřené profily po eliminaci chybných profilů . . . . .	49
44	Vývoj průměrné vzdálenosti bodů $E_0$ od středu shluku . . . . .	50
45	Změřené profily po aplikaci nalezené kalibrační transformace . . . . .	51
46	Skenovaný obrobek s testovacími svary . . . . .	51
47	Porovnání skenu objektu před a po použití kalibračního algoritmu . . . . .	52

# 1 Úvod

Význam automatizace v oblasti svařování, podobně jako v dalších průmyslových odvětvích, neustále roste. Náročná lidská práce v často velmi nepříznivých podmínkách je nahrazována prací průmyslových manipulátorů, mnohdy označovaných obecným termínem *robot*, které jsou schopny dlouhodobě vykonávat úkony s velkou přesností a malou poruchovostí. Role člověka, coby součásti výrobního procesu, se tak přesouvá od vlastního výkonu práce k pozici seřizovače a kontrolora.

Průmyslové roboty v současné době nachází uplatnění nejen v rámci velkých výrobních linek, kde po prvotním nastavení produkují velké množství výrobků po značnou dobu bez nutnosti vnějšího zásahu, ale čím dál více dochází k jejich nasazování i v rámci malých a středních podniků, které se naopak zaměřují na produkci menších množství specializovaných výrobků. Tyto změny produktů s sebou přináší nutnost častých změn konfigurace robotizovaného pracoviště, včetně výměn koncových efektorů, učení pohybových sekvencí a dalších úkonů, které zabírají značný čas, po který robot nevykonává žádnou práci. Například v úloze standardního svařování jednotlivého obrobku s využitím průmyslového robotu představuje proces nastavení robotu a naučení sekvence bodů v prostoru, jimiž posléze robot při vlastním svařování projde svým koncovým efektozem, až devadesát procent celkové doby práce na tomto produktu.

V tomto odvětví se tedy nachází velký prostor a zároveň poptávka po aplikaci metod automatického řízení za účelem vytvoření komplexního řídicího softwaru, který by byl schopen v krátkém čase a s minimem zásahů od obsluhy provést nastavení všech potřebných parametrů robotu, vytvořit digitální model opracovávaného předmětu a nabídnout jej uživateli s návrhem možných drah svarů, které by byl následně schopen realizovat. Významnou komponentou takového softwaru je pak kalibrační algoritmus, který zajišťuje co možná nejpřesnější identifikaci parametrů koncového efektoru, respektive vzájemné polohy příruby robotu a koncového efektoru, které jsou nutné pro přesné navádění robotu.

Potřebná přesnost pohybu koncového efektoru se odvíjí od použité svařovací technologie. Standardní svařování obloukovým výbojem dovoluje přítomnost nepřesností 0.2 mm až 1 mm. Tato technologie je však v poslední době často nahrazována svařováním pomocí laserového paprsku, které přináší výhody ve formě vyšší rychlosti svařování bez nutnosti dodávání plnicího materiálu, tj. svařovacího drátu, a v neposlední řadě tímto způsobem také dochází k výrazně menšímu zahřívání svařovaných částí. Vzhledem k vlastnostem laserového paprsku však tato technologie vyžaduje vysokou přesnost navádění robotu. Uvádí se, že laserový paprsek musí být pro účely svařování polohován s přesností na 50  $\mu m$ , v některých případech dokonce až na 20  $\mu m$  [1].

Přesnost polohování robotu je, při vyloučení vlivů okolního prostředí, ovlivňována několika faktory, mezi něž patří přesnost kalibrace a opakovatelnost vlastního robotu, dále pak rozlišení a přesnost profilového snímače a v neposlední řadě také správnost nastavení vzájemné polohy příruby robotu a akčních prvků. Právě tato vzájemná poloha je hledaným výstupem kalibračních algoritmů, kterých již bylo vyvinuto poměrně velké množství pro různé pracovní nástroje používané v průmyslové praxi. Obecně lze říci, že v případě nástrojů, na nichž lze přesně určit tzv. *tool center point (TCP)*, čili střední pracovní bod nástroje - např. špička svařovací hlavice, jsou k dispozici metody založené na polohování tohoto bodu koncového efektoru v několika různých orientacích do jednoho pevně zvoleného místa v pracovním prostoru, které jsou schopny s dostatečnou přesností určit vzájemnou polohu příruby robotu a *TCP*. V případě některých senzorů, jakým je například profilový laserový snímač, který je předmětem této práce, se však *TCP* nachází v ohnisku optické soustavy usměrňující laserové paprsky uvnitř těla senzoru a polohování tohoto bodu z různých směrů do jednoho bodu (např. špičky pevně umístěného hrotu)



v pracovním prostoru je tak neproveditelné. Z tohoto důvodu je tedy nutné na základě dat získaných měření daným senzorem a robotem deklarované polohy příruby provést výpočet vzájemné polohy příruby a senzoru.

Předmětem této práce je tedy analýza dostupných kalibračních technik a na jejím základě návržení autonomního kalibračního algoritmu jako součásti komplexního softwaru pro řízení svařovacího robotu, který je vyvíjen ve spolupráci s firmou LaserTherm.

## 2 Matematické nástroje a modely v robotice

V této kapitole budou zavedeny některé z používaných reprezentací polohy v prostoru a následně budou odvozeny vztahy pro určování polohy a řízení pohybu průmyslových manipulátorů.

### 2.1 Reprezentace polohy v robotice

V robotice, respektive obecně v matematice, existuje několik způsobů, jak reprezentovat polohu v prostoru. Poloha ve smyslu vzdálenosti objektu od referenčního bodu, nebo-li počátku souřadného systému, je zpravidla vyjadřována ve formě kartézských souřadnic  $\vec{P} = [P_x, P_y, P_z]$ . Hodnoty kartézských souřadnic vyjadřují v prostoru posun objektu z počátku o určitou vzdálenost ve směru jednotlivých os souřadného systému, které jsou v případě třírozměrného prostoru zpravidla označovány písmeny  $x$ ,  $y$  a  $z$ .

Změna polohy objektu v prostoru však nepředstavuje pouze jeho posun, ale objekt je taktéž možné otáčet, což přináší potřebu reprezentovat kromě posunu i orientaci. K tomuto účelu bylo vyvinuto několik přístupů, z nichž některé, které budou využity v dalších částech této práce, budou nyní popsány. Uvedené informace byly čerpány z materiálu uvedeného v seznamu použité literatury pod číslem [2].

#### 2.1.1 Matice rotace

Hovoříme-li o matici rotace, či rotační matici, jedná se v třírozměrném prostoru o matici reálných čísel o rozměrech  $[3 \times 3]$ , jejíž sloupce představují jednotkové směrové vektory os souřadného systému  $F_2$  vzhledem k referenčnímu souřadnému systému  $F_1$ .

$$R_2^1 = [x_2^1 \ y_2^1 \ z_2^1] \quad (2.1)$$

Díky tomu, že směrové vektory souřadnicových os, jsou ze své podstaty vzájemně kolmé, je matice rotace ortogonální maticí, pro níž platí následující vztahy

$$(R_2^1)^T \cdot R_2^1 = I_{3 \times 3} \quad (2.2)$$

$$(R_2^1)^{-1} = (R_2^1)^T = R_1^2, \quad (2.3)$$

kde matice  $R_1^2$  je matice rotace, jejíž sloupce reprezentují naopak souřadnice jednotkových směrových vektorů os souřadného systému  $F_1$  v souřadném systému  $F_2$ .

Prvky matice rotace jsou vzájemně závislé a platí, že počet nezávislých parametrů rotační matice v třírozměrném prostoru je tři, což koresponduje s rotací kolem tří os souřadného systému  $x$ ,  $y$  a  $z$ .

Pro transformaci souřadnic bodu  $P$  ze souřadného systému  $F_2$  do souřadného systému  $F_1$  platí vztah

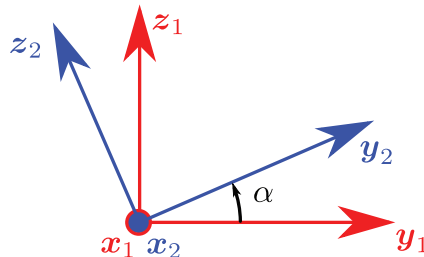
$$P^1 = r_{1,2}^1 + R_2^1 \cdot P^2, \quad (2.4)$$

kde  $r_{1,2}^1$  představuje posunutí počátku s. s.  $F_1$  od počátku s. s.  $F_2$  a  $P^2$  představuje souřadnice bodu  $P$  v s. s.  $F_2$ .

**Elementární rotace pravotočivých systémů** V tomto odstavci budou ilustrovány tvary rotačních matic pro elementární rotace kolem jednotlivých os o určité úhly.

**Rotace kolem osy  $x$  o úhel  $\alpha$**  V případě, že souřadný systém  $F_2$  byl vytvořen otočením souřadného systému  $F_1$  okolo osy  $x$  o úhel  $\alpha$ , jak je ilustrováno Obrázkem 1, má příslušná rotační matice následující tvar.

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



Obrázek 1: Rotace souřadného systému

**Rotace kolem os  $y$  a  $z$**  Dalšími dvěma možnostmi elementární rotace kolem osy souřadného systému jsou rotace kolem os  $y$  a  $z$ . V těchto případech se v maticích rotace mění uspořádání členů takovým způsobem, že na pozici na diagonále, které odpovídá ose, kolem které se souřadný systém otáčí, se nachází jednička a na ostatních pozicích v tomto řádku i sloupci jsou nuly. Na zbylé čtyři členy jsou pak přeuspořádány funkce  $\sin$  a  $\cos$ , jejichž argumentem je příslušný úhel, o který je souřadný systém otáčen. Matice rotace kolem osy  $y$  o úhel  $\beta$  má tvar (2.6) a matice rotace kolem osy  $z$  o úhel  $\gamma$  má tvar (2.7).

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

**Skládání rotací** Dosažení libovolné orientace souřadného systému v prostoru je zajišťováno skládáním elementárních rotací kolem jednotlivých os v určitém pořadí. Matice rotace (2.8) souřadného systému  $F_2$  vzhledem k s. s.  $F_1$  dle schématu XYZ lze dosáhnout vynásobením elementárních rotačních matic v příslušném pořadí.

$$R_2^1 = R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\gamma) \quad (2.8)$$

### 2.1.2 Eulerovy úhly

Úhly  $\alpha, \beta, \gamma$  jsou obvykle nazývány Eulerovými úhly a představují minimální reprezentaci orientace v prostoru, neboť obsahují právě tři nezávislé parametry. V případě vyjadřování polohy prostřednictvím hodnot Eulerových úhlů je pak nezbytné uvádět i schéma rotace. V příkladu (2.8) se jedná o schéma XYZ, ale existují i další kombinace. Například platforma průmyslových robotů FANUC, která bude použita v další části této práce k ověření navržených metod, využívá rotačního schématu ZYX.

Eulerovy úhly bývají často namísto písmen řecké abecedy označovány písmeny R, P a W, přičemž R (*roll*) značí rotaci kolem osy  $x$ , P (*pitch*) rotaci kolem osy  $y$  a W (*yaw*) rotaci kolem osy  $z$ . Informace o poloze robotu jsou tedy platformou FANUC ukládány ve standardním tvaru  $P = [x, y, z, w, p, r]$ , kde první tři členy značí translaci vzhledem k počátku souřadného systému a další tři pak natočení.

**Dopředná transformace** Dopředná transformace, tedy výpočet matice rotace na základě znalosti Eulerových úhlů s daným schématem rotace lze provést vždy a je jednoznačná. Jedná se o výpočet matice  $R_2^1$  na základě rovnice (2.8). Zavedeme-li substituce  $\cos(\alpha) = c_\alpha$  a  $\sin(\alpha) = s_\alpha$ , vypadá výsledná rotační matice s použitím schématu XYZ následujícím způsobem.

$$R_2^1(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\beta c_\gamma & -c_\beta s_\gamma & s_\beta \\ s_\alpha s_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma & -s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & -s_\alpha c_\beta \\ -c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & c_\alpha s_\beta s_\gamma + s_\alpha c_\gamma & c_\alpha c_\beta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

**Zpětná transformace** Výpočet zpětné transformace, tedy převodu z matice rotace na Eulerovy úhly, již však není zcela jednoznačný a obsahuje i singulární body. V případě, že  $\beta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , je  $\cos\beta > 0$  a platí vztahy:

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{atan2}(-r_{23}, r_{33}) \\ \beta &= \text{atan2}\left(r_{13}, \sqrt{r_{23}^2 + r_{33}^2}\right) \\ \gamma &= \text{atan2}(-r_{12}, r_{11}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Naopak pro případ, kdy  $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi)$ , je  $\cos\beta < 0$  a platí vztahy:

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{atan2}(r_{23}, -r_{33}) \\ \beta &= \text{atan2}\left(r_{13}, -\sqrt{r_{23}^2 + r_{33}^2}\right) \\ \gamma &= \text{atan2}(r_{12}, -r_{11}) \end{aligned} \quad (2.11)$$

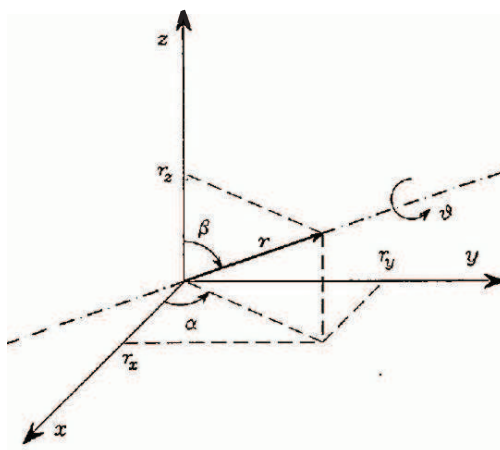
Singularita při výpočtu Eulerových úhlů na základě matice rotace se nachází v bodě  $\beta = \pm\frac{\pi}{2}$ , kdy matice rotace degeneruje na tvar

$$R_2^1\left(\beta = -\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -s_{\alpha-\gamma} & c_{\alpha-\gamma} & 0 \\ c_{\alpha-\gamma} & s_{\alpha-\gamma} & 0 \end{bmatrix}, \text{ resp. } R_2^1\left(\beta = \frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ s_{\alpha+\gamma} & c_{\alpha+\gamma} & 0 \\ -c_{\alpha+\gamma} & s_{\alpha+\gamma} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

a lze určit pouze rozdíl respektive součet úhlů  $\alpha, \gamma$ , což vnáší nejednoznačnost do řešení zpětné transformace.

### 2.1.3 Obecná osa rotace

Obecná osa rotace představuje neminimální reprezentaci orientace v prostoru, neboť obsahuje čtyři parametry. Jedná se o jednotkový vektor rotace  $\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$  a úhel otočení kolem tohoto vektoru  $\vartheta$ . Z jistého úhlu pohledu se jedná o přirozenou reprezentaci polohování koncového efektoru (například svařovací hlavy robotu). Grafické znázornění otáčení kolem obecné osy rotace je znázorněno na Obrázku 2.



Obrázek 2: Otočení kolem obecné osy rotace

**Transformace obecné osy rotace na rotační matici** Pro výpočet matice rotace na základě obecné osy rotace platí vztah (2.13). Geometricky se jedná o zarovnání osy  $z$  s obecnou osou rotace  $r$  pomocí matic  $R_z(\alpha)$   $R_y(\beta)$ , otočení souřadného systému kolem takto vzniklé osy  $z$  a následnou kompenzaci pomocných rotací otočením o  $-\beta$  a  $-\alpha$ .

$$\begin{aligned}
 R(r, \vartheta) &= R_z(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R(\vartheta) \cdot R_y(-\beta) \cdot R_z(-\alpha) \\
 &= \begin{bmatrix} r_x^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta & r_x r_y(1 - c_\vartheta) + r_z s_\vartheta & r_x r_z(1 - c_\vartheta) + r_y s_\vartheta \\ r_x r_y(1 - c_\vartheta) + r_z s_\vartheta & r_y^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta & r_y r_z(1 - c_\vartheta) - r_x s_\vartheta \\ r_x r_z(1 - c_\vartheta) - r_y s_\vartheta & r_y r_z(1 - c_\vartheta) + r_x s_\vartheta & r_z^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta \end{bmatrix} \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

**Zpětná transformace z matice rotace na obecnou osu rotace** Přepočítání ze známé rotační matice na obecnou osu rotace s sebou opět nese úskalí v podobě singularity, která se nachází v  $\vartheta = \{0, \pi\}$ . Pro výpočet parametrů obecné osy rotace platí vztahy (2.14), z nichž je patrný důvod přítomnosti singularity, a sice dělení  $\sin(\vartheta)$ , který je pro uvedené hodnoty nulový.

$$\begin{aligned}
 \vartheta &= \arccos\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right) \\
 r &= \frac{1}{2s_\vartheta} \cdot \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

#### 2.1.4 Homogenní transformační matice

Zavedení homogenní transformační matice představuje sloučení translace a rotace souřadného systému do jedné výpočetní operace. Tato matice je definována následovně

$$T_2^1 = \left[ \begin{array}{ccc|c} R_2^1 & & & r_{1,2}^1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad (2.15)$$

kde  $R_2^1$  představuje rotační matici obsahující takovou rotaci, aby byl souřadný systém  $F_1$  transformován do stejné orientace jako s. s.  $F_2$  a  $r_{1,2}^1$  představuje posun počátku s. s.  $F_2$  vzhledem k počátku s. s.  $F_1$  v jeho souřadnicích.

Homogenní souřadnice bodu P v souřadném systému  $F_1$  mohou být vypočteny prostřednictvím homogenních souřadnic téhož bodu v s. s.  $F_2$  s využitím homogenní transformační matice následujícím způsobem.

$$\begin{bmatrix} P^1 \\ 1 \end{bmatrix} = T_2^1 \cdot \begin{bmatrix} P^2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12}^1 + R_2^1 \cdot P^2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

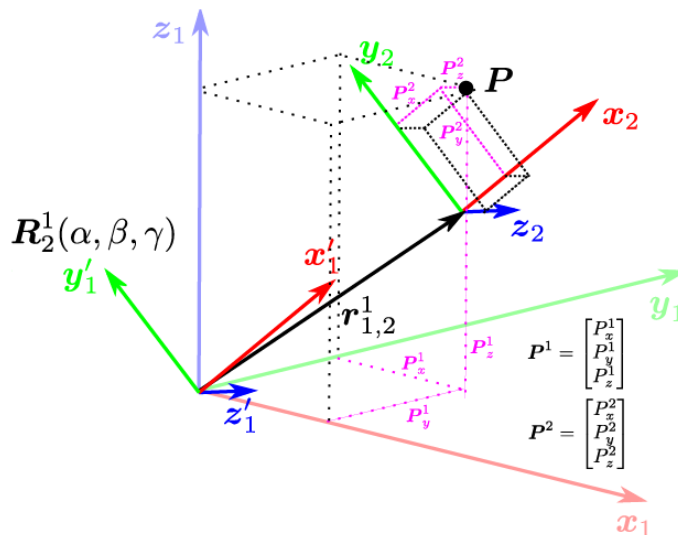
S využitím tohoto vztahu lze také odvodit vztah pro opačný úkon, tedy vyjádření souřadnic bodu P v souřadném systému  $F_2$  na základě homogenní transformační matice a souřadnic téhož bodu v s. s.  $F_1$ .

$$\begin{bmatrix} P^2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_2^1)^T \cdot P^1 - (R_2^1)^T \cdot r_{12}^1 \\ 1 \end{bmatrix} = (T_2^1)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P^1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Pro inverzi homogenní transformační matice již neplatí ekvivalence inverze a transpozice, jako tomu bylo pro matici rotace, neboť homogenní transformační matice nesplňuje podmínku ortogonality. K získání inverze homogenní transformační matice však lze této vlastnosti rotační matice s výhodou využít, jak je ukázáno ve vztahu (2.18)

$$(T_2^1)^{-1} = T_1^2 = \left[ \begin{array}{ccc|c} (R_2^1)^T & & & -(R_2^1)^T \cdot r_{1,2}^1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.18)$$

Použití homogenní transformační matice bude nyní ilustrováno na příkladu, kdy bude souřadný systém  $F_2$  vytvořen otočením souřadného systému  $F_1$  kolem každé osy o  $\frac{\pi}{3}$  a posunutím počátku do bodu  $[1 \ 1 \ 1]^T$ . Platí tedy, že  $R_2^1 = R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\gamma)$ , kde  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$  a  $r_{12}^1 = [1 \ 1 \ 1]^T$ . Pro výpočet souřadnic daného bodu v prostoru P platí vztahy (2.16) respektive (2.17) a grafické znázornění této operace je na Obrázku 3.



Obrázek 3: Transformace souřadného systému

Pro skládání transformací definovaných homogenní transformační maticí platí obdobná pravidla, jako pro matice rotace. Za předpokladu, že máme k dispozici matici přechodu  $T_2^1$  ze s. s.  $F_1$  do s. s.  $F_2$  a matici  $T_3^2$  ze s. s.  $F_2$  do s. s.  $F_3$ , lze celkovou transformaci získat vynásobením dílčích homogenních transformačních matic.

$$T_3^1 = T_2^1 \cdot T_3^2 \quad (2.19)$$

## 2.2 Geometrické modely průmyslových robotů

Velmi důležitou součástí návrhu řídicího algoritmu je proces vytváření matematického modelu a nejinak je tomu i v oblasti řízení průmyslových manipulátorů. Pro realizaci řídicího systému, který je schopen řídit daný robot tak, aby se koordinovaně pohyboval při sledování určité trajektorie koncovým efektem, je nezbytné znát geometrické vlastnosti jednotlivých ramen a kloubů manipulátoru. Znalost těchto geometrických parametrů, tj. délky, vzájemné polohy a způsobu propojení ramen, je následně nutné využít k vytvoření matematických modelů popisujících pohyb daného manipulátoru.

Tvorbu těchto modelů lze rozdělit do dvou podúloh, z nichž první představuje odvození vztahů pro výpočet polohy koncového efektoru na základě znalosti geometrických vlastností robotu (ty jsou konstantní) a aktuální polohy kloubů. Výsledkem tohoto procesu je tzv. přímý geometrický model (*direct geometric model, DGM*). Druhá podúloha pak zajišťuje model pro opačný výpočet, tedy vztahy vedoucí k nalezení potřebné konfigurace kloubů robotu, které vedou k umístění koncového efektoru do zadané pozice. Tento model bývá označován jako inverzní geometrický model (*inverse geometric model, IGM*) a pro sériové manipulátory, které představují převážnou část aktuálně používaných průmyslových robotů, je jeho řešení komplikovanější než řešení DGM z důvodu existence více možných konfigurací robotu, z nichž je nutné vybrat tu nejvhodnější.

### 2.2.1 Přímý geometrický model

Jak již bylo uvedeno výše, přímý geometrický model představuje matematický předpis pro výpočet polohy koncového efektoru manipulátoru ve zobecněných souřadnicích  $\mathbf{X}$  ze znalosti kloubových souřadnic  $\mathbf{Q}$ .

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{Q}, \xi) \quad (2.20)$$

Složení zobecněných souřadnic se odvíjí od počtu stupňů volnosti konkrétního manipulátoru a také od požadavků na jeho polohování. Obecně platí, že manipulátor s  $n$  stupni volnosti ( $n$  DoF) lze nezávisle polohovat na nejvýše  $n$  složek zobecněných souřadnic. Pro 3 DoF sériový manipulátor se může jednat například o kartézské souřadnice v osách  $x, y$  a úhel natočení kolem osy  $z$  označovaným nejčastěji jako  $\varphi$ . Změnou orientace jednoho z kloubů lze však výměnou za možnost řízení úhlu  $\varphi$  zajistit možnost pohybu koncového efektoru v prostoru namísto v rovině, tedy polohování i v ose  $z$ .

**Určení počtu stupňů volnosti** Určení počtu stupňů volnosti daného mechanismu je tedy jedním z významných kroků k odvození geometrických modelů. K tomuto úkonu lze přistoupit dvěma různými způsoby, z nichž složitější možností je podrobná analýza na základě kinematických rovnic, která sice platí vždy, ale představuje nutnost odvození kinematického popisu manipulátoru a následné řešení závislosti rovnic kinematického omezení, které může být značně komplikované. Druhou alternativou je použití některé ze známých formulí, které dávají jednoduchý předpis, jak na základě strukturálních parametrů vypočítat počet stupňů volnosti zkoumaného mechanismu. Jejich nevýhodou však je, že neplatí zcela obecně a pro některé, zejména uzavřené, kinematické řetězce poskytují nesprávné výsledky.

Nejnámější z těchto formulí je Chebychev - Gruber - Kutzbachova formule, která počet stupňů volnosti určuje podle vztahu (2.21),

$$DoF = \sum_{i=1}^p f_i - \underbrace{b \cdot q}_r \quad (2.21)$$

kde  $p$  představuje počet kloubů,  $b$  je tzv. číslo pohyblivosti -  $b = 3$  v rovině a  $b = 6$  v prostoru,  $q$  je počet geometricky nezávislých smyček,  $f_i$  počet stupňů volnosti  $i$ -tého kloubu a  $r$  představuje počet kinematically omezených DoF (smyčky v rovině resp. prostoru). Aplikací Eulerova vztahu z teorie grafů  $q = p - m + 1$  pak lze rovnici upravit do formy (2.22), která obsahuje dobře určitelné parametry  $m$  coby počet ramen kinematického řetězce a  $p$  jako počet hran.

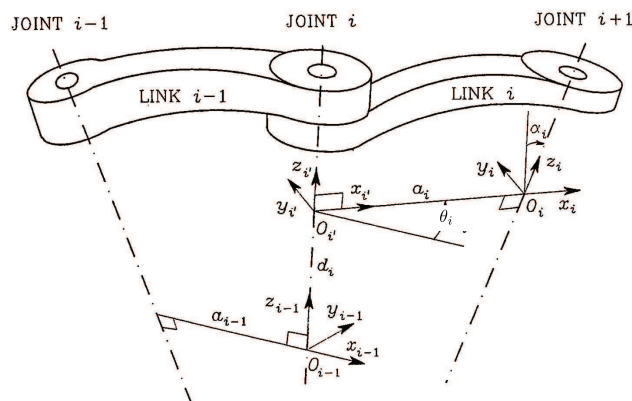
$$DoF = b \cdot (m - 1 - p) + \sum_{i=1}^p f_i, \quad b \in \{3, 6\} \quad (2.22)$$

Tato formule sice neposkytuje obecně správné výsledky, avšak pro standardní architekturu průmyslových robotů, jimiž jsou seriové manipulátory, je platná.

**Popis kinematiky manipulátorů** Druhým potřebným krokem k získání geometrického modelu je vytvoření kinematického popisu zkoumaného kinematického řetězce. Obecně vzato se jedná o hledání transformací, zpravidla ve formě homogenních transformačních matic, mezi jednotlivými klouby kinematického řetězce tak, aby se jejich složením následně získala celková transformace mezi bazovým souřadným systémem a přírubou či koncovým efektozem robotu. Jak bylo ukázáno v kapitole 2.1.4, homogenní transformační matice obsahuje šest nezávislých parametrů, což by například v případě návrhu standardního průmyslového robotu, tj. 6 DoF antropomorfního manipulátoru se sférickým zápěstím, znamenalo hledání 36 parametrů, z nichž některé by bylo poměrně složité určit.

Z tohoto důvodu byly vytvořeny tzv. úmluvy pro popis kinematiky manipulátorů, které umožňují jednoduchou, systematickou a algoritmizovatelnou cestou definovat souřadné systémy ramen manipulátorů a jejich vzájemné transformace s minimálním počtem parametrů, který lze redukovat na čtyři.

V současné době je nejrozšířenější metodou tzv. Denavit - Hartenbergova (D-H) úmluva, která vhodnou definicí pomocného souřadného systému umožňuje nalézt transformaci ze souřadného systému  $i$ -tého ramene do souřadného systému navazujícího ramene s číslem  $i+1$  pouze s použitím dvou elementárních rotací a dvou elementárních translací o definované geometrické parametry daných ramen, jak bylo odvozeno v [2]. Mezi těmito čtyřmi parametry se vždy nachází jeden, který je proměnný, je označován jako kloubová souřadnice a jedná se buď o úhel natočení kloubu, pokud se jedná o rotační kloub, nebo vzdálenost vysunutí, pokud se jedná o kloub planární, nebo-li kloub s lineárním aktuátorem. Zbývající tři parametry jsou pak konstantní a odvíjí se od geometrických vlastností daného ramene. Znázornění jednotlivých transformací je na Obrázku 4 a význam parametrů je pak specifikován v Tabulce 1.



Obrázek 4: Transformace souřadných systémů dle D-H úmluvy



Parametr	Význam parametru
$a_i$	kolmá vzdálenost os $z_{i-1}$ a $z_i$
$d_i$	kolmá vzdálenost os $x_{i-1}$ a $x_i$
$\alpha_i$	úhel natočení mezi osami $z_{i-1}$ a $z_i$
$\theta_i$	úhel natočení mezi osami $x_{i-1}$ a $x_i$

Tabulka 1: význam D-H parametrů

V závislosti na druhu  $i$ -tého kloubu jsou pak klobounými souřadnicemi buď  $d_i$  pro lineární kloub či  $\theta_i$  pro rotační kloub. Výsledná homogenní transformační matice  $\mathbb{T}_i^{i-1}$  má pak tvar (2.23) a obsahuje právě jednu proměnnou:  $\mathbb{T}_i^{i-1} = \mathbb{T}_i^{i-1}(d_i)$  pro lineární kloub resp.  $\mathbb{T}_i^{i-1} = \mathbb{T}_i^{i-1}(\theta_i)$  pro rotační kloub.

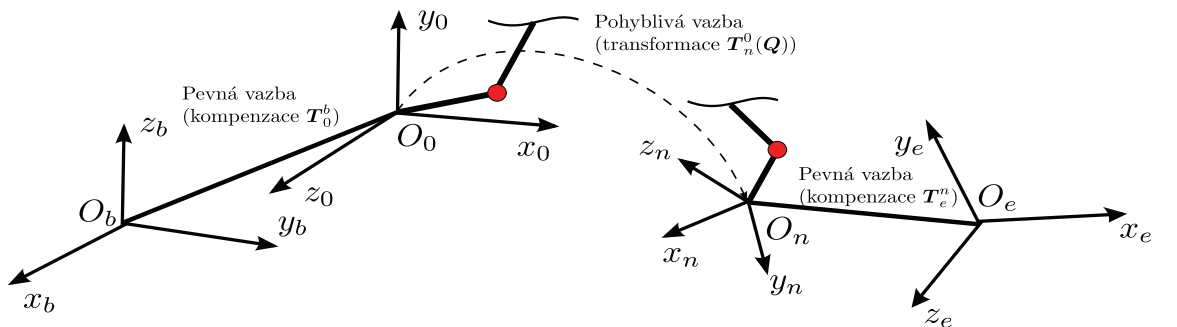
$$\begin{aligned} \mathbb{T}_i^{i-1} &= \text{trans}(z, d_i) \cdot \text{rot}(z, \theta_i) \cdot \text{trans}(x, a_i) \cdot \text{rot}(x, \alpha_i) = \\ &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Alternativou Denavit-Hartenbergovy úmluvy je například její modifikace, Khalil - Kleinfingerova (K-K) úmluva, jejíž výhodou je možnost jednoznačného popisu rozvětvených kinematických řetězců, neboť k definici souřadného systému  $F_i$  nevyužívá k určení orientace osy  $z$  souřadného systému  $F_{i+1}$ , jako je tomu u D-H úmluvy. Rozvětvené kinematické řetězce však nejsou předmětem této práce, a proto nebude Khalil - Kleinfingerova úmluva podrobněji popisována.

**Určení přímého geometrického modelu** K výpočtu přímého geometrického modelu již zbývá definovat pouze dvojici obvykle konstantních matic, kterými jsou transformace mezi bázovým (světovým, world) souřadným systémem a souřadným systémem prvního kloubu  $\mathbb{T}_0^b$  a transformace mezi přírubou, tedy souřadným systémem  $n$ -tého ramene, a koncovým efektozem  $\mathbb{T}_e^n$ .

Přímý geometrický model lze tedy vyjádřit vztahem (2.24) a význam jednotlivých členů je pak ilustrován Obrázkem 5.

$$\mathbf{X} = \mathbb{T}_0^b \cdot \prod_{i=1}^n \mathbb{T}_i^{i-1}(q_i, \xi) \cdot \mathbb{T}_e^n = \mathbf{F}(\mathbf{Q}, \xi) \quad (2.24)$$



Obrázek 5: Členy přímého geometrického modelu

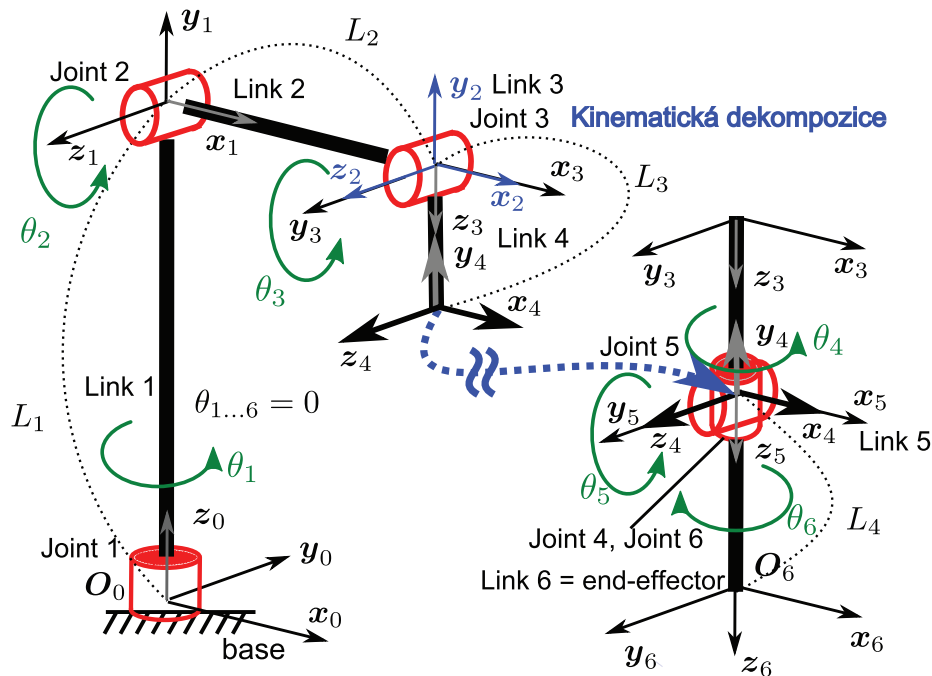
### 2.2.2 Inverzní geometrický model

Vytvoření inverzního geometrického modelu (*inverse geometric model, IGM*) je primárním úkolem pro řízení pohybu robotu, který se vždy plánuje v prostoru zobecněných souřadnic  $\mathbf{X}$  (např. pohyb koncového efektoru po kružnici definované ve světovém souřadném systému). Ze zadané hodnoty zobecněných souřadnic  $\mathbf{X}$  je následně nutné vypočítat potřebné kloubové souřadnice  $\mathbf{Q}$  tak, aby se robot skutečně posunul do požadované pozice. Tomu odpovídá vztah (2.25).

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{X}, \xi) \quad (2.25)$$

Na rozdíl od přímého geometrického modelu sériového manipulátoru, který má vždy právě jedno analyticky vyjádřitelné řešení v podobě postupného násobení dílčích homogenních transformačních matic, je řešení inverzního geometrického modelu sériového manipulátoru obecně komplikované. Matematicky se jedná o hledání inverze vztahu  $\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{Q}, \xi)$ , který obsahuje nelineární transcendentní funkce ( $\sin$  a  $\cos$ ), pro něž obecně nelze nalézt analytické řešení z důvodu nejednoznačnosti při existenci několika izolovaných řešení či dokonce existenci nekonečně mnoha řešení v singulárních polohách. Další komplikace pak přináší konstrukční omezení manipulátoru, která vylučují některá z matematicky přípustných řešení dané úlohy a musí být při řízení robotu rovněž uvažována.

K hledání inverzního geometrického modelu lze přistoupit několika způsoby, včetně použití symbolických výpočetních nástrojů k hledání analytického řešení či využití numerických algoritmů s gradientními metodami. Některé jednodušší architektury manipulátorů lze nicméně přímo řešit analyticky na základě intuice a znalostí geometrických zákonitostí. K řešení inverzních geometrických modelů standardních manipulátorů se však zpravidla využívají specializované metody pro řešení daných architektur, které využívají možnosti kinematické dekompozice manipulátoru na více dílčích funkčních celků, pro něž lze IGM řešit odděleně a řešení nalézt analyticky.

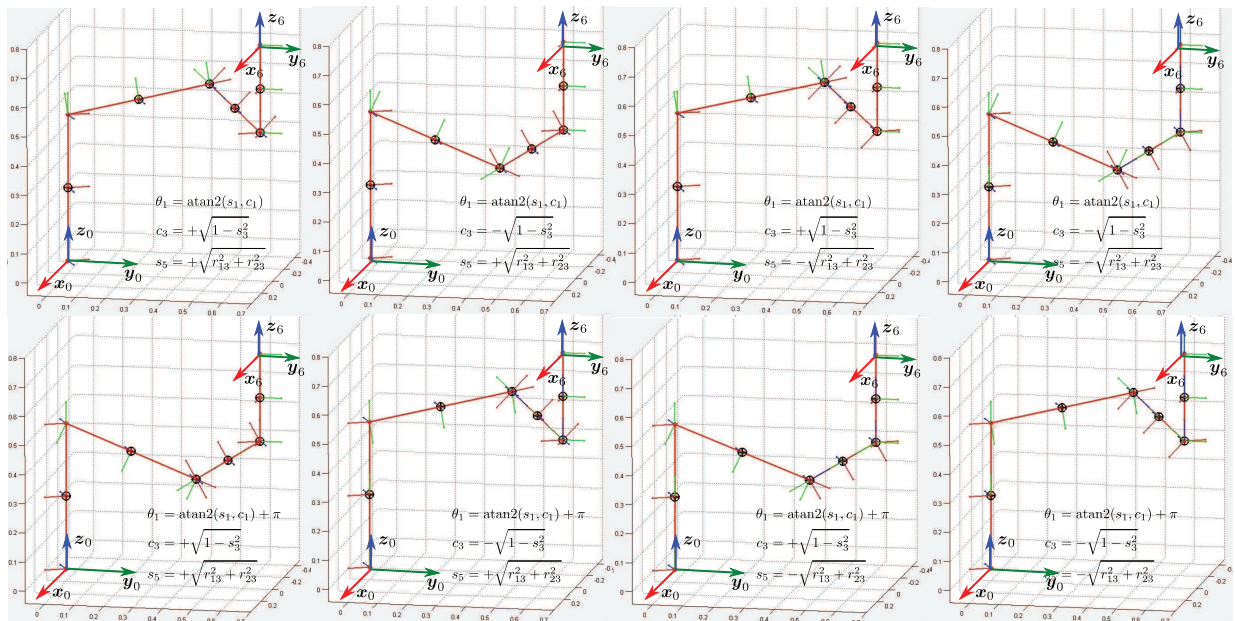


Obrázek 6: Struktura 6 DoF antropomorfního manipulátoru se sférickým zápěstím

Typickým příkladem takto řešitelné architektury manipulátoru je 6 DoF antropomorfní robot se sférickým zápěstím, který je hojně využíván v průmyslu k nejrůznějším úkonům a bude využit i v rámci této práce. Kinematický řetězec tohoto manipulátoru lze

totiž dekomponovat na soustavu tří ramen na otočné základně, které zajišťují polohování do světových souřadnic v osách  $x, y, z$ , na nichž je upevněna soustava dalších tří ramen, která mají klouby uspořádané do tzv. sférického zápěstí, díky čemuž jsou schopny zajistit libovolné natočení koncového efektoru (viz. Obrázek 6). Problém řešení inverzní geometrické úlohy pro kinematický řetězec o šesti rotačních kloubech je tak rozložen na řešení dvou nezávislých celků o třech kloubech, pro než je možné řešení inverzního geometrického modelu nalézt analyticky.

Ani v tomto případě se ovšem nelze vyhnout mnohoznačnosti řešení, kterých díky 4 různým izolovaným řešením kloubových souřadnic 3 DoF antropomorfního manipulátoru a 2 různým izolovaným řešením kloubových souřadnic sférického zápěstí existuje celkem osm. Těchto osm různých řešení je znázorněno modelem v prostředí SimMechanics na Obrázku 7.



Obrázek 7: Možná řešení inverzního geometrického modelu

Součástí řídicího systému takového manipulátoru tedy musí být i rozhodovací algoritmus, který s ohledem na plánovanou trajektorii a mechanická omezení robotu i jeho pracovního prostoru zajistí výběr vhodné konfigurace ramen z množiny možných řešení a tohoto výběru se bude držet po celou dobu koordinovaného pohybu robotu.

Kromě řízení polohy robotu je ale zapotřebí řídit i jeho rychlost a zrychlení. Těmito otázkami, stejně jako problematikou singulárních poloh, tedy pozic, ve kterých manipulátor ztrácí některý ze svých stupňů volnosti a kterým je vhodné se při plánování pohybu vyhnout, se rovněž zabývá materiál uvedený v seznamu použité literatury pod číslem [2]. Vzhledem k hlavnímu předmětu této práce, kterým je kalibrace laserového senzoru, čili hledání transformace  $T_e^n$  ze vztahu (2.24), zde však tato problematika nebude blíže analyzována, neboť dosud představené vztahy a techniky jsou pro tento účel dostačující a řízení pohybu robotu je implementováno výrobcem v kontroléru dodávaném společně s robotem.

### 3 Kalibrační algoritmus s regresními metodami

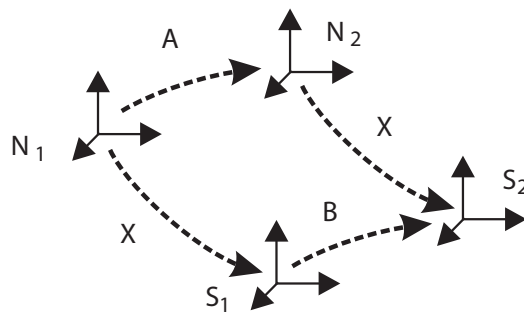
Kalibrace pracovního nástroje, jak již bylo zmíněno v předchozích částech této práce, představuje hledání vzájemné polohy a orientace příruby robotu a středního bodu pracovního nástroje (TCP, z anglického *tool center point*). Tato vzájemná poloha je nezbytná k tomu, aby bylo možné pracovní nástroj přesně polohovat respektive data měřená senzorem správně interpretovat a dále využít. Jedná se o úkon, který se provádí jednorázově, obvykle před začátkem vlastního pracovního cyklu robotu, neboť pracovní nástroje a snímače bývají zpravidla s přírubou robotu pevně spojeny a s výjimkou specifických úloh není žádoucí, aby se jejich vzájemná poloha měnila. V případě kolize či nárůstu chyby vlivem mechanického opotřebení některých částí pak může být žádoucí tento úkon opakovat.

Vzhledem k tomu, že v případě laserového profilometru se hledaný pracovní bod (TCP) nenachází na povrchu těla snímače, ale v ohnisku optické soustavy uvnitř tohoto zařízení, není možné ke kalibraci s dostatečnou přesností využít konvenční metody založené na polohování TCP do jednoho pevného bodu v prostoru s různými orientacemi. Namísto toho je nezbytné ke kalibraci využít přímo dat měřených snímačem v dané konfiguraci a na jejich základě vypočítat vzájemnou polohu snímače a příruby robotu. Tato data však mohou být a obvykle také jsou zatížena šumem, a proto je k dosažení dostatečně přesných výsledků nezbytné využít větší počet měření a výslednou kalibraci určit minimalizací vybraného kritéria.

V literatuře se problematika kalibrace optických snímačů, jako jsou kamery, laserové profilometry apod., nejčastěji označuje jako *hand - eye calibration* coby hledání transformace mezi „rukou“, tj. ramenem manipulátoru a „okem“, tedy optickým snímačem. Matematicky se jedná o řešení rovnice homogenních transformačních matic (3.1), kde  $A$  a  $B$  představují změny polohy příruby respektive snímače a  $X$  hledanou neznámou transformaci.

$$AX = XB \quad (3.1)$$

Jak bylo ukázáno v [3], k nalezení řešení této rovnice je zapotřebí nejméně tři různých měření s odlišnou orientací. Tato minimální konfigurace potřebná k nalezení transformace  $X$  je ilustrována Obrázkem 8. K potlačení šumu je však vhodné [5] použít více měření a z přeурčené soustavy rovnic zvolit řešení, které minimalizuje určité kritérium.



Obrázek 8: Ilustrace hand - eye kalibrace

Obsahem této kapitoly tedy bude představení technik vedoucích k určení hledané transformace  $X$  s dostatečnou přesností. Zatímco transformační matici  $A$  lze určit na základě dat o poloze příruby robotu, která jsou při správné kalibraci všech enkodérů v kloubech robotu ovlivněna pouze opakovatelností daného robotu a jsou výstupem jeho kontroléru, polohy senzoru  $S_i$  je zapotřebí určit na základě měřených dat. Z tohoto důvodu bude představen speciální kalibrační objekt dané geometrie, nad kterým bude měření prováděno a ze znalosti jeho geometrie bude následně odvozena poloha senzoru nad tímto objektem pevně umístěným v pracovním prostoru robotu.

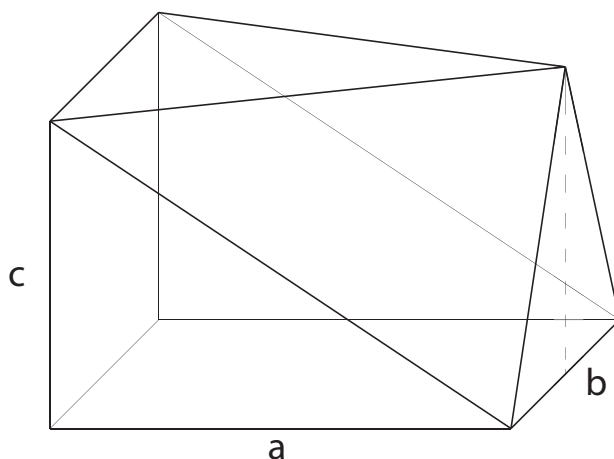
### 3.1 Měření a interpretace dat

Prvním krokem k odvození kalibračního algoritmu je návrh vztažného kalibračního objektu, který by poskytoval dostatečně bohatá a zároveň interpretovatelná data k tomu, aby bylo možné určit všech šest nezávislých parametrů transformace mezi kalibračním objektem a senzorem.

Snímače, které jsou předmětem této práce, jsou laserové profilometry používané pro navádění svařovacích robotů, které poskytují měření ve dvou dimenzích. V závislosti na rozlišení snímače tedy poskytují informaci o vzdálenosti  $N$  (řádově několika set) bodů ležících úsečce uprostřed zorného pole od referenčního bodu, kterým je právě hledaný TCP. Výstupem měření těmito senzory je tedy pole o rozměrech  $[2 \times N]$  obsahující souřadnice v ose  $x$ , které představují vodorovnou vzdálenost od středu měřitelného rozsahu, a dále pak svislé vzdálenosti od TCP v ose  $z$ . Z těchto dat však není možné určit všechny potřebné parametry polohy snímače, a proto je nutné použití specifického kalibračního objektu. Těchto objektů bylo v literatuře představeno několik odlišných tvarů, z nichž bude pro potřeby této práce využít objekt z [7].

#### 3.1.1 Kalibrační objekt

Účelem použití kalibračního objektu je doplnění takové apriorní informace k měření 2D dat, aby bylo možno z těchto dat určit vzájemnou prostorovou polohu i orientaci objektu a senzoru. Objekt použitý v této práci je ilustrován Obrázkem 9.



Obrázek 9: Schéma použitého kalibračního objektu

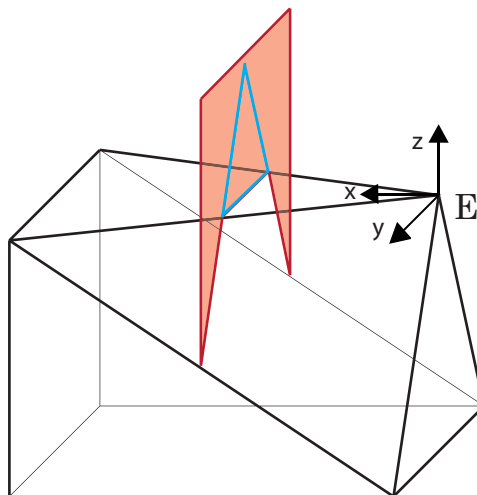
Jak je patrné z obrázku, kalibrační objekt byl vytvořen z kvádrů o délkách stran  $a$ ,  $b$ ,  $c$  provedením dvou řezů tak, aby jedna z čelních stěn tvořila rovnoramenný trojúhelník zatímco druhé je ponechán původní tvar, tj. obdélník resp. čtverec. Geometrie kalibračního objektu je navržena tak, aby laserový profilometr umístěný nad tímto objektem snímal vždy tři stěny s různým sklonem, které se protínají na předem známých přímkách. Data naměřená mimo tento objekt jsou během předzpracování ořezána a algoritmus následně vyhledává průsečíky přímek proložených naměřenými daty.

Volba rozměrů kalibračního objektu se odvíjí od vlastností použitého laserového senzoru. Z pochopitelných důvodů je žádoucí, aby se kalibrační objekt vešel do rozsahu měření senzoru, a zároveň je vhodné, aby nebyl příliš malý a snímač byl schopen na jeho povrchu zaznamenat dostatečný počet bodů. S ohledem na vlastnosti laserových snímačů, které jsou předmětem této práce, byly zvoleny následující rozměry kalibračního objektu.

$$a = 12 \text{ cm}, \quad b = c = 8 \text{ cm}$$

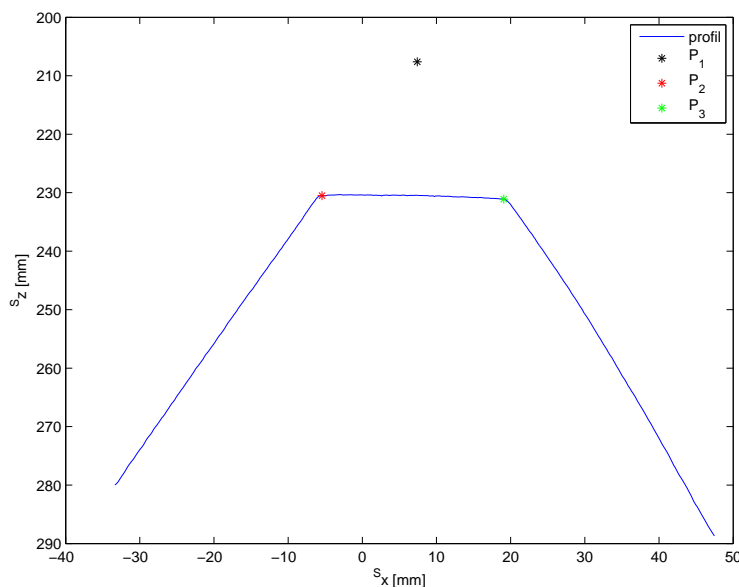
### 3.1.2 Interpretace měřených dat

Jak již bylo zmíněno, kalibrační objekt je využit z toho důvodu, aby bylo možné převést průřečníky stran kalibračního objektu nalezené v dvourozměrných datech z laserového snímače převést na informaci o vzájemné poloze snímače a objektu. Standardní konfigurace senzoru nad kalibračním objektem je ilustrována Obrázkem 10. Červeně zbarvená plocha na tomto obrázku představuje rovinu, v níž snímač provádí měření. Tato rovina je pro přehlednost omezena pouze na šířku kalibračního objektu, i když při vlastním měření snímá senzor po obou stranách hranolu i plochu podložky, ale tato data jsou na počátku zpracování oříznuta a v dalších částech algoritmu se již využívají pouze data naměřená na stěnách kalibračního objektu.



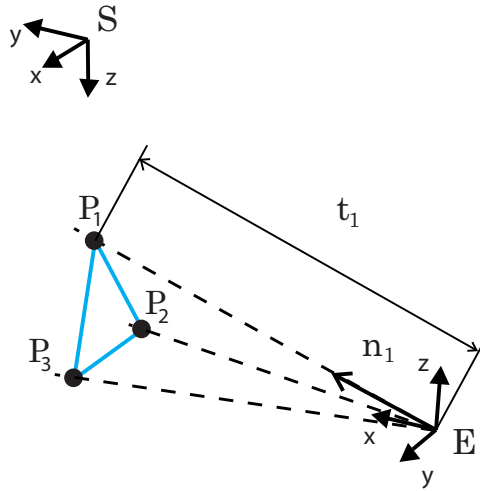
Obrázek 10: Typická konfigurace snímače nad objektem

Z takto získaného profilu jsou následně vypočteny průřečníky rovin stěn kalibračního objektu v rovině měření. Ukázka naměřeného profilu s identifikovanými průřečníky je na Obrázku 11, kde modře zbarvená křivka představuje naměřená data, která jsou vstupem interpolačního algoritmu a body  $P_{1,2,3}$  jsou jeho výstupem coby průřečníky identifikovaných přímk.



Obrázek 11: Ukázka měření profilu s identifikovanými průřečníky

Body  $P_{1,2,3}$  je následně nutné interpretovat s ohledem na znalost geometrie kalibračního objektu. Na Obrázku 12 je znázorněno umístění těchto bodů na přímky vzniklé průnikem rovin kalibračního objektu. Části těchto přímek jsou na Obrázku 12 znázorněny jako přerušované čáry a normálový vektor první z nich v souřadném systému  $E$  je označen jako  $n_1$ . Referenční souřadný systém  $E$  je pevně spojen s kalibračním objektem, jeho počátek je umístěn do společného průsečíku hran tří měřených stěn objektu, z nichž první představuje průnik rovin dvou bočních šikmých stěn a zbývající dvě tvoří skutečné hrany mezi bočními šikmými stěnami a svrchní vodorovnou stěnou. Orientace souřadného systému  $E$  je určena tak, že osa  $x$  leží v rovině svrchní stěny hranolu, je rovnoběžná se stranou hranolu  $a$  a směřuje k protější (tedy čtvercové) čelní stěně hranolu. Osa  $z$  je pak rovnoběžná se stranou  $c$  hranolu a směřuje nad kalibrační objekt a osa  $y$  je doplněna v souladu s definicí pravotočivých systémů.



Obrázek 12: Hledané průsečíky stěn kalibračního objektu

Směrové vektory  $n_i$  těchto přímek lze vypočítat na základě známého tvaru a zvolených rozměrů kalibračního objektu dle vztahů (3.2), kde hodnoty  $\{a, b, c\}$  představují rozměry kalibračního objektu. Násobení převrácenou hodnotou  $2$ -normy pak zajišťuje, že směrové vektory mají jednotkovou délku.

$$\begin{aligned} n_1 &= (a, 0, c) \cdot \|(a, 0, c)\|_2^{-1} \\ n_2 &= \left(a, \frac{-b}{2}, 0\right) \cdot \left\| \left(a, \frac{-b}{2}, 0\right) \right\|_2^{-1} \\ n_3 &= \left(a, \frac{b}{2}, 0\right) \cdot \left\| \left(a, \frac{b}{2}, 0\right) \right\|_2^{-1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Hledaná vzájemná poloha senzoru a kalibračního objektu bude reprezentována homogenní transformační maticí  $T_S^E$ . S využitím této matice lze zapsat vztah mezi souřadnicemi nalezených průsečíků  $P_i$  v souřadném systému  $E$  a  $S$  následující rovnicí, kde  ${}^S P_i$  představuje souřadnice průsečíků v souřadném systému senzoru ( $S$ ), která jsou výstupem interpolačního algoritmu viz. Obrázek 11, a  ${}^E P_i$  jsou souřadnice těchto bodů v souřadném systému kalibračního objektu ( $E$ ).

$$\begin{bmatrix} {}^E P_i \\ 1 \end{bmatrix} = T_S^E \cdot \begin{bmatrix} {}^S P_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Vzhledem k tomu, že průsečíky musí ležet na přímkách definovaných směrovými vektory  $n_i$  a počátkem souřadného systému  $E$ , je možné tyto body vyjádřit pomocí směrového

vektoru  $n_i$  a vzdálenosti od počátku, na Obrázku 12 označené jako  $t_i$ , následujícím způsobem.

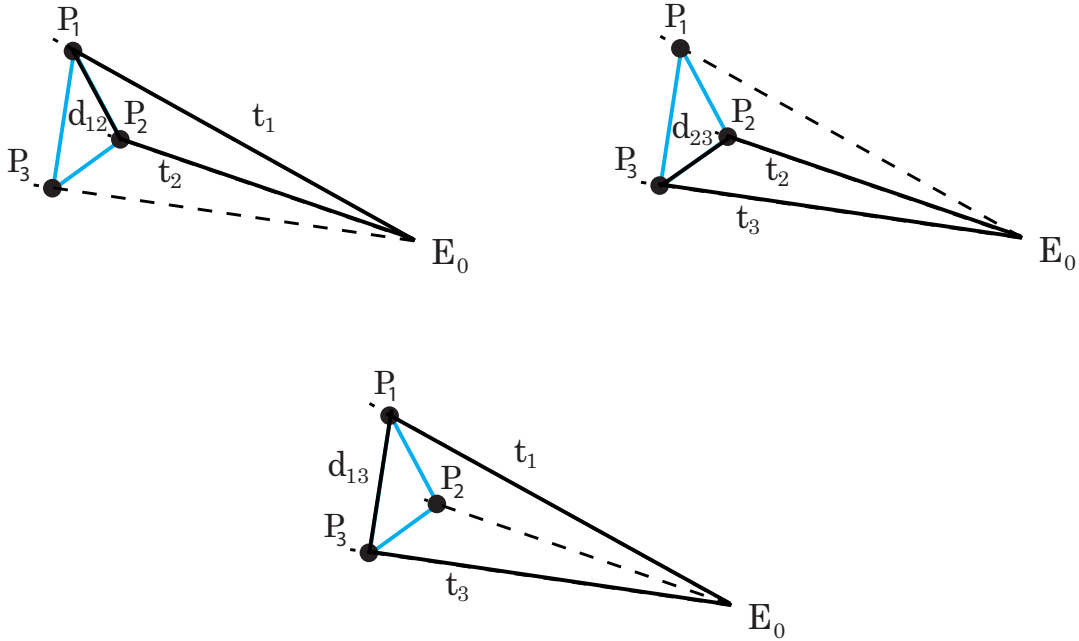
$${}^E P_i = t_i \cdot n_i \quad (3.4)$$

Použijeme-li substituci ze vztahu (3.4) do rovnice (3.3) a rozepíšeme-li vztah pro homogenní transformaci do dílčí rotace a translace, získáme vztah (3.5).

$$t_i \cdot n_i = R_S^E \cdot {}^S P_i + P_S^E \quad (3.5)$$

Rovnice (3.5) obsahuje tři neznámé členy, jimiž jsou vzdálenosti průsečíků od počátku s. s.  $E$  označené jako  $t_i$  a komponenty homogenní transformace z kalibračního objektu na senzor  $R_S^E$  a  $P_S^E$ . Tyto komponenty, které obsahují šest nezávislých parametrů, je možno vypočítat ze znalosti vzdáleností  $t_i$ , pro něž bude nyní představen postup výpočtu.

Tyto vzdálenosti jsou délkami stran tříbokého jehlanu, jehož podstava je tvořena trojúhelníkem definovaným průsečíky  $P_i$  v rovině měření senzoru, který je na Obrázcích 10, 12 a 13 zvýrazněn modrou barvou. Vrchol tohoto jehlanu se pak nachází v počátku souřadného systému  $E$ .



Obrázek 13: Stěny jehlanu pro výpočet vzdáleností  $t_i$

Boční stěny tohoto jehlanu jsou tedy tvořeny trojicí trojúhelníků, které mají vždy společnou jednu stranu a jejichž strany při podstavě mají známou délku  $d_{ij}$ , kterou lze vypočítat jako normu úsečky mezi body  $P_i$  a  $P_j$  v souřadném systému senzoru na základě měřených dat a identifikovaných průsečíků dle vztahu (3.6).

$$d_{ij} = \|({}^S P_i - {}^S P_j)\|_2 \quad (3.6)$$

Pro výpočet vzdáleností  $t_i$  je nutné řešit soustavu nelineárních rovnic, která byla vytvořena kombinací kosinových vět platných pro každý z trojúhelníků na Obrázku 13. Jedná se o soustavu tří kvadratických rovnic o třech neznámých, která má následující tvar.

$$\begin{aligned} t_1^2 + t_2^2 - 2t_1 t_2 n_1 n_2 - d_{12}^2 &= 0 \\ t_2^2 + t_3^2 - 2t_2 t_3 n_2 n_3 - d_{23}^2 &= 0 \\ t_1^2 + t_3^2 - 2t_1 t_3 n_1 n_3 - d_{13}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$



K řešení této soustavy kvadratických rovnic je využito Newtonova iteračního schématu s omezeným krokem (volba algoritmu *trust region* pro MATLAB funkci `fsolve`). Výsledek této numerické iterační metody závisí kromě Jacobiho matice, tj. matice prvních derivací podle jednotlivých neznámých, také na volbě počátečních podmínek. Ukazuje se, že volba takových počátečních podmínek, aby iterační algoritmus konvergoval k řešení vedoucímu na korektní nalezení počátku s. s.  $E$ , je při libovolném natáčení senzoru nad kalibračním objektem netriviální úkol. Prostor řešení je v takovém případě relativně bohatý na lokální minima, která se mohou lišit jen o několik milimetrů v každém nalezeném komponentu řešení  $t_i$ .

Důvodem této komplikace je, že při otočení senzoru kolem osy  $z$  jeho souřadného systému je geometricky možné umístit počátek s. s.  $E$ , resp. průsečík hledaných úseček, do takového místa v prostoru, z něhož je možné vytvořit jehlan s korektní orientací přímek a oproti správnému řešení pouze vzájemně vyměněnou délkou úseček  $t_2$  a  $t_3$ . Takový bod pak přibližně leží v rovině  $xy$  skutečného s. s.  $E$ , avšak je posunut po kružnici se středem v průsečíku osy  ${}^S z$  a roviny  $xy$  s. s.  $E$  (potažmo vrchní stěny kalibračního objektu) o dvojnásobek úhlu, o který byl při měření sensor vychýlen kolem své osy  $z$ .

Z tohoto důvodu došlo při vývoji a následném testování ke zvolení opačného postupu. Iterační algoritmus je pro každý profil spouštěn pro všechny přípustné (s krokem v řádu milimetrů) délky a kombinace délek  $t_i$  coby počáteční podmínky, které jsou omezeny jednak velikostí kalibračního objektu a také zvolenou maximální změnou vzájemné orientace. Z nalezené množiny různých řešení, která má v závislosti na natočení snímače dva až čtyři členy, je následně vybráno řešení nejlépe odpovídající všem známým parametrům daného profilu, zejména s ohledem na známou přibližnou<sup>1</sup> orientaci senzoru při snímání daného profilu.

Tento přístup, který by se patrně dal označit za řešení problému hrubou silou, však vykazuje dobré výsledky pro obecnou orientaci senzoru nad kalibračním objektem, což, jak bude ukázáno dále, je vhodný předpoklad pro eliminaci šumu při hledání kalibrační transformace.

### 3.1.3 Výpočet polohy snímače nad kalibračním obektem

Na základě dosažených výsledků je již možné vyjádřit hledanou transformaci  $\mathbb{T}_E^S$ . Pro větší přehlednost ja však využít ještě pomocný souřadný systém označený písmenem  $Z$ . Tento souřadný systém je vytvořen prostou translací počátku souřadného systému  $S$  do bodu  $P_1$ , jak ilustruje vztah (3.8).

$$\mathbb{T}_Z^S = \text{trans}(P_1) = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & {}^S P_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Vztah (3.5) lze s využitím souřadného systému  $Z$  přepsat do podoby (3.9)

$$t_i \cdot n_i = \mathbb{R}_Z^E \cdot {}^Z P_i + \mathbb{P}_Z^E, \quad (3.9)$$

kde souřadnice bodů  $P_i$  v souřadném systému  $Z$  lze vyjádřit následujícím způsobem.

$$\begin{bmatrix} {}^Z P_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbb{T}_Z^S \cdot \begin{bmatrix} {}^S P_i \\ 1 \end{bmatrix} = (\mathbb{T}_Z^S)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^S P_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Výsledné souřadnice bodů  ${}^Z P_i$  pak vzhledem k tomu, že  $P_1$  je zároveň počátkem souřadného systému  $Z$  a zbývající dva průsečíky leží v rovině  $xz$  souřadného systému, vychází  ${}^Z P_1 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  ${}^Z P_2 = [{}^Z P_{2x} \ 0 \ {}^Z P_{2z}]^T$  a  ${}^Z P_3 = [{}^Z P_{3x} \ 0 \ {}^Z P_{3z}]^T$ .

<sup>1</sup>vypočtenou ze známé polohy příruby robotu a přibližné kalibrace snímače

Postupným dosazením  ${}^Z P_i$  do vztahu (3.9) pak nejprve vyplývá

$$t_1 n_1 = \mathbf{P}_Z^E \quad (3.11)$$

a dosazením dalších dvou průsečíků pak pro  $i = \{2, 3\}$  získáváme

$$t_i \cdot n_i - \mathbf{P}_Z^E = \mathbf{R}_Z^E \cdot {}^Z P_i = \begin{bmatrix} {}^E r_{xx} {}^Z P_{ix} + {}^E r_{zx} {}^Z P_{iz} \\ {}^E r_{xy} {}^Z P_{ix} + {}^E r_{zy} {}^Z P_{iz} \\ {}^E r_{xz} {}^Z P_{ix} + {}^E r_{zz} {}^Z P_{iz} \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

kde členy  $r_{ab}$  představují členy rotační matice  $\mathbf{R}_Z^E$  indexované tak, že první písmeno značí sloupec ( $x =$  první sloupec) a druhé písmeno značí řádek ( $x =$  první řádek). Toto značení koresponduje s významem sloupců rotační matice, které představují souřadnice směrových vektorů os transformovaného souřadného systému v souřadnicích referenčního souřadného systému. První sloupec tedy definuje směrový vektor osy  $x$  a členy jsou tudíž značeny  $r_{x\dots}$ . Členy odpovídající souřadnici  ${}^Z P_{iy}$  se ve výsledné podobě pravé strany rovnice nevyskytují, neboť ypsilonové souřadnice průsečíků jsou v souřadném systému  $Z$  nulové.

Z rovnice (3.12) pak lze vytvořit soustavu lineárních rovnic v obvyklém tvaru  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , jejímž řešením získáme dva ze tří sloupců rotační matice  $\mathbf{R}_Z^E$ , která definuje vzájemnou orientaci souřadných systémů  $E$  a  $Z$ . Využitím známých vlastností rotační matice je na základě těchto dvou sloupců posléze možné přímo dopočítat třetí sloupec a získat tak hledanou transformaci. Výchozí soustava rovnic lze zapsat ve tvaru (3.13) a její řešení lze nalézt obvyklým způsobem jako  $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ .

$$\underbrace{\begin{bmatrix} {}^Z P_{2x} & {}^Z P_{2z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^Z P_{2x} & {}^Z P_{2z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^Z P_{2x} & {}^Z P_{2z} \\ {}^Z P_{3x} & {}^Z P_{3z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^Z P_{3x} & {}^Z P_{3z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^Z P_{3x} & {}^Z P_{3z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} {}^E r_{xx} \\ {}^E r_{zx} \\ {}^E r_{xy} \\ {}^E r_{zy} \\ {}^E r_{xz} \\ {}^E r_{zz} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} t_2 n_{2x} - {}^E \mathbf{P}_x \\ t_2 n_{2y} - {}^E \mathbf{P}_y \\ t_2 n_{2z} - {}^E \mathbf{P}_z \\ t_3 n_{3x} - {}^E \mathbf{P}_x \\ t_3 n_{3y} - {}^E \mathbf{P}_y \\ t_3 n_{3z} - {}^E \mathbf{P}_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \quad (3.13)$$

Řešením této soustavy jsou tedy hodnoty sloupců rotační matice  $\mathbf{R}_Z^E$  odpovídající osám  $x$  a  $z$ , z nichž lze dopočítat sloupec odpovídající ose  $y$  následujícím způsobem.

$${}^E r_y = \frac{{}^E r_x \times {}^E r_z}{\|{}^E r_x \times {}^E r_z\|} \quad (3.14)$$

K zajištění ortogonality je nakonec vhodné provést korekci

$${}^E r_z = {}^E r_x \times {}^E r_y, \quad (3.15)$$

po níž je možné z vypočtených členů  ${}^E r_{xx\dots zz}$  složit celou rotační matici  $\mathbf{R}_Z^E$  a kombinací s  $\mathbf{P}_Z^E$  vypočteným dle vztahu (3.11) sestavit hledanou homogenní transformační matici  $\mathbf{T}_Z^E$  reprezentující transformaci mezi souřadnými systémy  $E$  a  $Z$ , z níž je možné použitím matice  $\mathbf{T}_S^Z$  definované vztahem (3.8) vypočítat hledanou transformační matici (3.16) definující vzájemnou polohu senzoru a kalibračního objektu.

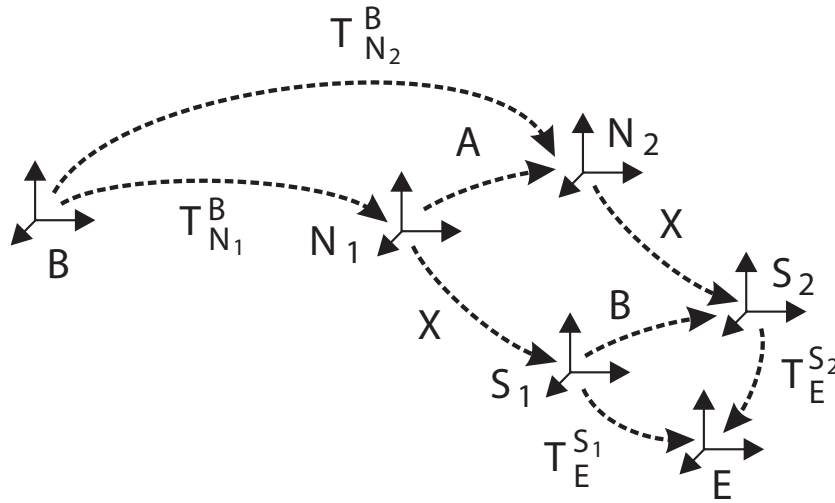
$$\mathbf{T}_S^E = \mathbf{T}_Z^E \cdot \mathbf{T}_S^Z \quad (3.16)$$

V této podkapitole byl ukázán postup výpočtu polohy snímače nad kalibračním objektem na základě změřeného profilu kalibračního objektu. Výstup tohoto výpočtu, tj. transformační matice  $\mathbf{T}_S^E$ , bude nyní využit k výpočtu změny polohy senzoru mezi jednotlivými měřeními, tj. k výpočtu matice  $\mathbf{B}$  z rovnice (3.1).

### 3.2 Výpočet kalibrační transformace

Tato podkapitola přináší řešení rovnice 3.1 za použití většího počtu měření a následného výpočtu optimálního řešení jako argumentu minima kritéria kvadratické chyby. Tento postup je založen na výpočtu prezentovaném v materiálu uvedeném v seznamu použité literatury pod číslem [5], v němž je rovněž detailně prezentováno odvození na základě teorie Eukleidovských grup a také analyzovány podmínky platnosti použitého postupu. Obsahem této podkapitoly však bude pouze představení vlastních vztahů vedoucích k nalezení řešení, které jsou pro tuto práci zásadní.

Pro účely kalibrace senzoru představují matice A a B změny polohy příruby robotu a kalibrovaného senzoru mezi jednotlivými místy, odkud probíhá měření. Vztahy mezi jednotlivými souřadnými systémy a příslušné transformační matice jsou ilustrovány Obrázkem 14.



Obrázek 14: Souvislost dílčích transformačních matic

Homogenní transformační matice změn poloh jsou označovány jako  $\mathbb{T}_{N_{i+1}}^{N_i}$  pro změnu polohy příruby robotu (obecně A) a  $\mathbb{T}_{S_{i+1}}^{S_i}$  pro změnu polohy senzoru (obecně B). Hledanou maticí X je pak konstantní vzájemná poloha příruby senzoru označovaná jako  $\mathbb{T}_S^N$ . Použitím těchto substitucí lze vztah (3.1) zapsat následujícím způsobem.

$$\mathbb{T}_{N_{i+1}}^{N_i} \cdot \mathbb{T}_S^N = \mathbb{T}_S^N \cdot \mathbb{T}_{S_{i+1}}^{S_i} \quad (3.17)$$

Měřitelnými členy rovnice (3.17) jsou matice  $\mathbb{T}_{N_{i+1}}^{N_i}$ , které lze vypočítat na základě údajů z enkodérů umístěných v kloubech robotu dle vztahu (3.18), a matice  $\mathbb{T}_{S_{i+1}}^{S_i}$ , které jsou obdobným způsobem vypočteny na základě matic vzájemné polohy kalibračního objektu a senzoru  $\mathbb{T}_E^E$  dle vztahu (3.19).

$$\mathbb{T}_{N_{i+1}}^{N_i} = (\mathbb{T}_{N_i}^B)^{-1} \cdot \mathbb{T}_{N_{i+1}}^B \quad (3.18)$$

$$\mathbb{T}_{S_{i+1}}^{S_i} = \mathbb{T}_E^{S_i} \cdot (\mathbb{T}_E^{S_{i+1}})^{-1} \quad (3.19)$$

Vzhledem k tomu, že homogenní transformační matice z rovnice (3.17) lze díky jejich známé struktuře rozdělit na rotační a translační část, lze totéž provést i s vlastní rovnicí a rozdělit tak problém hledání celé kalibrační transformace na dílčí podúlohy řešící rotaci a translaci samostatně. Rovnice (3.17) lze tedy formálně přepsat do tvaru (3.20)

$$\begin{bmatrix} \mathbb{R}_{N_{i+1}}^{N_i} & \mathbb{P}_{N_{i+1}}^{N_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{R}_S^N & \mathbb{P}_S^N \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{R}_S^N & \mathbb{P}_S^N \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{R}_{S_{i+1}}^{S_i} & \mathbb{P}_{S_{i+1}}^{S_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

a pro jednotlivé transformační složky pak platí vztahy (3.21) pro translační část a (3.22) pro rotační část.

$$\mathbf{R}_{N_{i+1}}^{N_i} \cdot \mathbf{P}_S^N + \mathbf{P}_{N_{i+1}}^{N_i} = \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{P}_{S_{i+1}}^{S_i} + \mathbf{P}_S^N \quad (3.21)$$

$$\mathbf{R}_{N_{i+1}}^{N_i} \cdot \mathbf{R}_S^N = \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{R}_{S_{i+1}}^{S_i} \quad (3.22)$$

Navzdory tomu, že v [3] bylo ukázáno, že k nalezení jednoznačného řešení rovnice (3.17) matematicky dostačují tři měření a tudíž dvě dvojice matic  $\mathbf{T}_{N_{i+1}}^{N_i}$  a  $\mathbf{T}_{S_{i+1}}^{S_i}$ , je z důvodu přítomnosti šumu v měření pro nalezení dostatečně přesné kalibrační transformace žádoucí zahrnout do výpočtu více měření [5], [6], [7]. V takovém případě je nutné stanovit kritérium, jehož argument minima bude označen jako nejlepší řešení dané přeурčené soustavy rovnic. Obvyklou volbou v takové situaci je kritérium kvadratické chyby, která je v této úloze reprezentována vzdáleností mezi pravou a levou stranou rovnice (3.17).

$$\eta = \sum_{i=1}^{n-1} d \left( \mathbf{T}_{N_{i+1}}^{N_i} \cdot \mathbf{T}_S^N, \mathbf{T}_S^N \cdot \mathbf{T}_{S_{i+1}}^{S_i} \right) \quad (3.23)$$

### 3.2.1 Řešení rotační části

K hledání řešení rotační části rovnice (3.20) lze využít několik metod, které byly představeny v publikacích uvedených v seznamu použité literatury pod čísly [4], [5] a [6]. Autor práce s číslem [7] naopak od celého řešení této části upustil a natočení laserového senzoru vůči přírubě robotu určil pouze hrubou ruční kalibrací.

V rámci této práce byly implementovány a otestovány dvě metody vedoucí k nalezení řešení rotační části, a sice metoda využívající k hledání minima střední kvadratické chyby obecnou osu rotace a také metoda založená na teorii Eukleidovských grup. Obě tyto metody provádí výpočty prostřednictvím tzv. skew vektorů odvozených z rotačních matic.

**Regresní řešení s využitím obecné osy rotace** První z testovaných metod byla představena v materiálu [4] a její hlavní myšlenka spočívá v sestavení přeурčené soustavy lineárních rovnic takovým způsobem, aby její členy formálně odpovídaly rovnici lineárních nejmenších čtverců. Tato soustava rovnic je sestavena z vektorů obecné osy rotace, jejichž vlastnosti a způsob výpočtu z matice rotace byly představeny v kapitole 2.1.3.

V této práci byla představena modifikace standardní formy, tedy separátního zápisu jednotkového vektoru coby směrového vektoru osy rotace a úhlu otočení kolem této osy, tak, aby celou informaci o rotaci nesl jediný vektor o třech složkách. Toho bylo dosaženo použitím funkce úhlu otočení, která stanoví délku vektoru. Vektor rotace, kterým lze plně nahradit matici rotace, je vypočten podle vztahu (3.24), v němž členy  $r_{x,y,z}$  představují prvky jednotkového vektoru rotace, který je vážen funkcí vektoru otočení kolem této osy rotace  $\vartheta$ .

$$\mathbf{P}_r = 2 \sin \frac{\vartheta}{2} \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z \end{bmatrix}^T, \quad 0 \leq \vartheta \leq \pi \quad (3.24)$$

Jednou z výhod tohoto zápisu je, že matici rotace lze z vektoru  $\mathbf{P}_r$  vypočítat bez použití trigonometrických funkcí uspořádaných do matice, jako je tomu v původním vztahu (2.13), ale postačí pouhé násobení matic, jak ukazuje rovnice (3.25).

$$\mathbf{R} = \left( 1 - \frac{|\mathbf{P}_r|^2}{2} \right) \cdot \mathbf{I} + \frac{1}{2} \left( \mathbf{P}_r \cdot \mathbf{P}_r^T + \sqrt{4 - |\mathbf{P}_r|^2} \cdot \text{Skew}(\mathbf{P}_r) \right) \quad (3.25)$$

Operátor *Skew* slouží pro vytvoření tzv. skew-symetrické matice z 3D vektoru dle vztahu (3.26).

$$Skew(A) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Vlastní postup výpočtu lze pak při použití takto definovaných formalizmů shrnout do několika následujících kroků. Před samotným provedením tohoto výpočtu je vhodné provést přeuspořádání dat tak, aby úhly otočení mezi sousedními pozicemi robotu resp. senzoru nad kalibračním objektem byly co možná největší a soustava vzniklých lineárních rovnic tak byla dobře podmíněná.

V prvním kroku algoritmu je s použitím metody nejmenších čtverců vypočten dílčí vektor rotace  $P'_{SN}$  na základě rovnice (3.27), v níž členy  $P_{N_i N_{i+1}}$  resp.  $P_{S_i S_{i+1}}$  představují vektory rotace vypočtené z rotačních matic obsažených v transformacích přechodu mezi jednotlivými polohami  $\mathbb{T}_{N_{i+1}}^{N_i}$  příruby resp. senzoru  $\mathbb{T}_{S_{i+1}}^{S_i}$  ze vztahů (3.18) a (3.19).

$$Skew(P_{N_i N_{i+1}} + P_{S_i S_{i+1}}) \cdot P'_{SN} = P_{S_i S_{i+1}} - P_{N_i N_{i+1}} \quad (3.27)$$

Matice regresorů  $\mathbf{F}$  v metodě nejmenších čtverců je tedy složena z matic  $Skew(P_{N_i N_{i+1}} + P_{S_i S_{i+1}})$  uspořádaných pod sebou a nabývá rozměru  $[(3 \cdot (n - 1)) \times 3]$ , kde  $n$  je celkový počet jednotlivých měření.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} Skew(P_{N_1 N_2} + P_{S_1 S_2}) \\ Skew(P_{N_2 N_3} + P_{S_2 S_3}) \\ \vdots \\ Skew(P_{N_{n-1} N_n} + P_{S_{n-1} S_n}) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Matice měření  $\mathbf{y}$  pak tvoří vektory  $P_{S_i S_{i+1}} - P_{N_i N_{i+1}}$  a má rozměry  $[(3 \cdot (n - 1)) \times 1]$ .

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} P_{S_1 S_2} - P_{N_1 N_2} \\ P_{S_2 S_3} - P_{N_2 N_3} \\ \vdots \\ P_{S_{n-1} S_n} - P_{N_{n-1} N_n} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Hledaný dílčí vektor rotace  $P'_{SN}$  je pak ve smyslu nejmenších čtverců vypočten dle vztahu (3.30).

$$P'_{SN} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (3.30)$$

Vzhledem k singularitě matice  $Skew(P_{N_i N_{i+1}} + P_{S_i S_{i+1}})$  je k nalezení řešení metodou nejmenších čtverců nutné použít alespoň dva páry pozic, tedy celkem tři měření v různých polohách. Zvyšování počtu pozic však vede k lepší eliminaci šumu, a proto je žádoucí provést dostatečný počet měření.

Na základě vypočteného mezivýsledku  $P'_{SN}$  je možné dopočítat hledanou rotaci  $P_{SN}$  a také úhel otočení  $\vartheta_{SN}$ , který však vzhledem k definici rotačního vektoru není nezbytný.

$$P_{SN} = \frac{2P'_{SN}}{\sqrt{1 + |P'_{SN}|^2}} \quad (3.31)$$

$$\vartheta_{SN} = 2 \cdot \tan^{-1} |P'_{SN}| \quad (3.32)$$

Nalezený vektor rotace  $P_{SN}$  plně charakterizuje vzájemnou orientaci příruby robotu a laserového profilometru a lze jej po přepočtu na rotační matici potažmo Eulerovy úhly použít ke kalibraci senzoru v úloze robotického svařování.

**Řešení kalibrační rovnice užitím teorie Eukleidovských grup** Odlišný způsob výpočtu kalibrační orientace byl představen v práci [5]. Tento přístup je založen na teorii Eukleidovských grup a definování Lieovy algebry s operací exponenciálního mapování. Matematické detaily odvození včetně důkazů jsou uvedeny v [5], avšak v rámci této práce budou uvedeny pouze vztahy nezbytné pro nalezení kalibrační transformace.

Hlavní myšlenka opět spočívá v hledání argumentu minima zvoleného kritéria, kterým je norma rozdílu levé a pravé strany rovnice (3.20). Přínosem aplikace teorie Eukleidovských grup a Lieovy algebry je možnost přepsat rotační část kalibrační rovnice, tedy rovnici (3.22), využitím logaritmického mapování z původního tvaru  $R_A \cdot R_X = R_X \cdot R_B$  do podoby

$$R_X \cdot \beta = \alpha, \quad (3.33)$$

v níž členy  $\alpha, \beta$  představují vektory získané inverzním *Skew* operátorem z logaritmů rotačních matic  $R_A, R_B$ . Inverzí *Skew* operátoru je označována operace výběru prvků ze skew-symetrické matice a jejich uspořádání do vektoru dle vztahu 3.34.

$$Skew^{-1}(A) = \begin{bmatrix} -A_{2,3} & A_{1,3} & -A_{1,2} \end{bmatrix}^T \quad (3.34)$$

Autor [5] využil toho, že v [8] bylo ukázáno, že pro známé páry vektorů  $x_1, x_2, \dots, x_n$  a  $y_1, y_2, \dots, y_n$  z Eukleidovského prostoru lze translaci  $b$  a rotaci  $\Theta$  minimalizující kritérium (3.35) vyjádřit explicitně.

$$\eta = \sum_{i=1}^n \|\Theta x_i + b - y_i\|^2 \quad (3.35)$$

Po roznásobení je zřejmé, že vstupní data  $x_i$  a  $y_i$  ovlivňují hodnotu kritéria pouze prostřednictvím matic  $M$  a  $N$  a centroidů  $\bar{x}$  a  $\bar{y}$ , kde

$$M = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i^T \quad (3.36)$$

$$N = \sum_{i=1}^n x_i \cdot x_i^T \quad (3.37)$$

a

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.38)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i. \quad (3.39)$$

Rotaci  $\Theta$ , pro níž kritérium (3.35) nabývá svého minima, lze pak vypočítat následujícím způsobem

$$\Theta = (M^T M)^{-1/2} M^T, \quad (3.40)$$

kde odmocnina představuje pozitivně definitní maticovou odmocninu definovanou například v [9]. Za podmínky, že matice  $M^T M$  není singularní a nemá žádná dvě shodná vlastní čísla, je řešení  $\Theta$  jednoznačné. V takovém případě je jednoznačné i řešení translace  $b$ , pro nějž platí vztah (3.41).

$$b = \bar{y} - \Theta \bar{x} \quad (3.41)$$

Tento postup lze pak přímo aplikovat na problém řešení rovnice (3.20), neboť vztah (3.33) je při použití substituce  $x_i = \beta_i, y_i = \alpha_i, R_X = \Theta$  ekvivalentní výchozímu vztahu kritéria (3.35).

V situaci, kdy máme k dispozici  $n$  dvojic homogenních transformačních matic přechodu mezi pozicemi příruby robotu  $\mathbf{T}_{N_{i+1}}^{N_i}$  a laserového senzoru  $\mathbf{T}_{S_{i+1}}^{S_i}$ , je možné pro nalezení kalibrační rotace  $\mathbf{R}_S^N$  využít vztah (3.40), kde matice  $M$  odpovídá vztahu (3.36), do nějž jsou za  $x_i, y_i$  dosazeny následující vektory.

$$x_i = \text{Skew}^{-1} \left( \log \left( \mathbf{R}_{S_{i+1}}^{S_i} \right) \right) \quad (3.42)$$

$$y_i = \text{Skew}^{-1} \left( \log \left( \mathbf{R}_{N_{i+1}}^{N_i} \right) \right) \quad (3.43)$$

Pro matici  $M$  pak opět platí

$$M = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i^T \quad (3.44)$$

a hledaná rotační matice  $\mathbf{R}_S^N$  definující vzájemnou orientaci příruby robotu a laserového senzoru je vypočtena dle vztahu (3.45).

$$\mathbf{R}_S^N = (M^T M)^{-1/2} M^T \quad (3.45)$$

V této podkapitole byly představeny dvě metody odhadu vzájemné orientace příruby robotu a laserového senzoru v úloze kalibrace senzoru pro účely laserového svařování. Rotační matice, které jsou vypočteny dle vztahů (3.31) pro první metodu či (3.45) pro druhou metodu, budou nyní využity k odhadu vzájemného posunutí senzoru vůči přírubě robotu.

### 3.2.2 Řešení translační části

Na rozdíl od řešení rotační části kalibrační rovnice, k němuž každá z citovaných prací, [4], [5], [6] a [7], přistupuje odlišným způsobem, panuje při hledání řešení translační části kalibrační transformace všeobecná shoda.

Kritérium je definováno jako suma kvadrátů eukleidovské normy rozdílu pravé a levé strany rovnice (3.21), v níž se již předpokládá znalost rotační matice  $\mathbf{R}_S^N$ , která je výstupem metod z předchozí podkapitoly. Kritérium tedy nabývá podoby (3.46)

$$\eta = \sum_{i=1}^n \left\| (\mathbf{R}_{N_{i+1}}^{N_i} - I_{[3 \times 3]}) \cdot \mathbf{P}_S^N - \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{P}_{S_{i+1}}^{S_i} + \mathbf{P}_{N_{i+1}}^{N_i} \right\|^2, \quad (3.46)$$

vede na řešení ve smyslu nejmenších čtverců, v němž jsou jednotlivé matice složeny dle vztahů (3.47) a (3.48)

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{N_2}^{N_1} - I_{[3 \times 3]} \\ \mathbf{R}_{N_3}^{N_2} - I_{[3 \times 3]} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{N_n}^{N_{n-1}} - I_{[3 \times 3]} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{P}_{S_2}^{S_1} - \mathbf{P}_{N_2}^{N_1} \\ \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{P}_{S_3}^{S_2} - \mathbf{P}_{N_3}^{N_2} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_S^N \cdot \mathbf{P}_{S_n}^{S_{n-1}} - \mathbf{P}_{N_n}^{N_{n-1}} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

a finální vztah pro výpočet translační části kalibrační transformace odpovídá rovnici (3.49).

$$\mathbf{P}_S^N = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{b} \quad (3.49)$$

Kombinací výstupu některého ze vztahů (3.31) a (3.45) vedoucích k získání rotační části kalibrační transformace  $R_S^N$  s řešením vztahu (3.49) poskytujícím translační část  $P_S^N$  lze nyní sestavit celou hledanou kalibrační homogenní transformační matici definující vzájemnou polohu příruby robotu a laserového senzoru dle vztahu (3.50).

$$T_S^N = \left[ \begin{array}{ccc|c} R_S^N & & & P_S^N \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3.50)$$

V této chvíli máme tedy k dispozici všechny vztahy, které jsou nutné k výpočtu kalibrační transformace na základě několika měření laserovým profilometrem. Je zde však nutné poznamenat, že pro úspěšné vykonání kalibrační algoritmu a výpočet kalibrační transformace není možno provádět mezi měřeními zcela libovolné pohyby.

Pomineme-li fakt, že při nasměrování laserového snímače zcela mimo svrchní plochy kalibračního objektu jsou měřená data nepoužitelná, je také nutné mezi jednotlivými měřeními měnit orientaci příruby resp. senzoru v globálních souřadnicích. Tato potřeba vyplývá ze složení matice  $C$ , která je sestavena z rozdílů rotačních matic sousedních poloh příruby robotu při měření  $R_{N_{i+1}}^{N_i}$  a jednotkové matice. Pokud by totiž nedošlo při pohybu z jedné měřicí polohy do druhé ke změně natočení příruby robotu, byla by příslušná matice  $R_{N_{i+1}}^{N_i}$  rovna jednotkové matici a jejich rozdíl by pak přirozeně produkoval nulovou matici. Vlivem toho by nebylo příslušné měření do výpočtu kalibrační transformace (3.49) vůbec zahrnuto. V krajním případě, pokud by změna orientace příruby robotu nebyla provedena v průběhu kalibračního měření vůbec, by se matice  $C^T C$  stala singulární a rovnice (3.49) by neměla řešení.

Vhodným přístupem je naopak provádět změny orientace mezi měřeními v co možná největším rozsahu, aby byla matice  $C$  dobře podmíněná a výpočet nebyl konfrontován s numerickými možnostmi použitého výpočetního zařízení. Dalším doporučením je provádět dostatečné množství měření, aby bylo dosaženo uspokojivé redukce šumu měření a chyb způsobených mechanickými nepřesnostmi manipulátoru. Podrobnosti související s používáním tohoto algoritmu při simulacích i v reálném provozu budou detailněji diskutovány v dalších částech této práce.

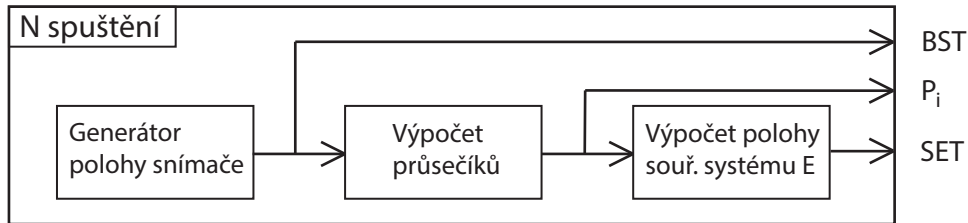


## 4 Simulační ověření navržených algoritmů

Předmětem této kapitoly je prezentace výsledků simulací provedených za účelem ověření algoritmů představených v předchozích kapitolách. Tyto simulace byly realizovány ve výpočetním prostředí MATLAB od společnosti MathWorks Inc.

### 4.1 Simulace měření a interpretace dat

První fází kalibrace s využitím algoritmů založených na regresních metodách je měření profilů kalibračního objektu a následné hledání průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu, jak bylo ukázáno v kapitole 3.1. Simulační schéma zajišťující generování profilů, výpočet průsečíků roviny senzoru s hranami kalibračního objektu a výpočet polohy souřadného systému  $E$  je znázorněno Obrázkem 15. Jednotlivé bloky představují samostatné funkční celky, které byly implementovány do samostatných funkcí. Mezi těmito funkcemi probíhá výměna potřebných proměnných ve směru znázorněném šipkami.



Obrázek 15: Simulační schéma generátoru profilů

První blok schématu, který je označen jako *Generátor polohy snímače*, náhodně generuje polohu laserového profilometru nad kalibračním objektem s pevně zadanou polohou ve světovém souřadném systému robotu. Toto generování vychází ze základní pozice, která představuje umístění středu senzoru ve výšce odpovídající polovině měřicího rozsahu nad středem kalibračního objektu. Základní pozice je následně v jednotlivých krocích posouvána a otáčena o náhodné hodnoty translace a rotace vybrané z množiny přípustných transformací. Výstupem tohoto bloku je homogenní transformační matice  $T_S^B$ , která reprezentuje polohu a orientaci senzoru v bázovém, resp. světovém, souřadném systému robotu.

Druhý blok schématu představuje výpočet průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu. Pro účely simulací jsou tyto průsečíky vypočteny na základě známé vzájemné polohy kalibračního objektu a laserového snímače  $T_E^S$ , která je vypočtena ze známé transformační matice  $T_E^B$  reprezentující polohu kalibračního objektu v prostoru zvolenou na počátku simulace a vygenerované pozice senzoru  $T_S^B$  dle vztahu (4.1).

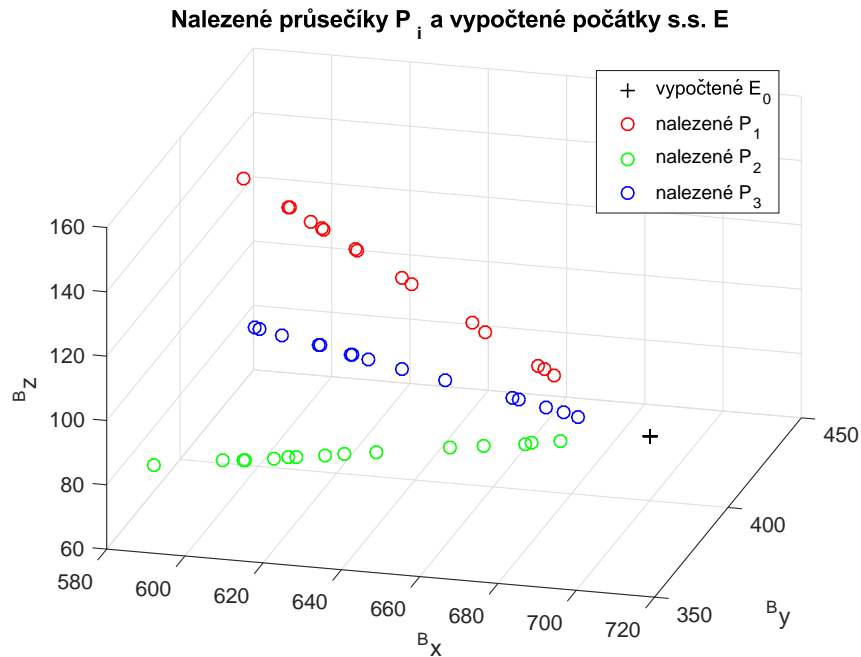
$$T_E^S = (T_S^B)^{-1} \cdot T_E^B \quad (4.1)$$

Jednotlivé průsečíky  $P_i$  jsou potom vypočteny jako průnik přímek definovaných počátkem souřadného systému  $E$  a směrovými vektory hran  $n_i$  s rovinou měření definovanou osami  $x$  a  $z$  v souřadném systému  $S$ .

Třetí blok schématu pak provádí výpočet polohy souřadného systému  $E$  pouze na základě znalosti polohy senzoru  $T_S^B$  a vypočtených průsečíků  $P_i$  dle vztahů představených v podkapitolách 3.1.2 a 3.1.3.

Výstupem tohoto bloku funkcí je tedy sada  $N$  dvojic homogenních transformačních matic  $\{T_E^S, T_S^B\}$ , které mohou být po přepočtu na posuny příruby robotu a vzájemné polohy senzoru a objektu dále zpracovány kalibračním algoritmem dle rovnice (3.20).

Pro prvotní ověření funkčnosti celého kalibračního algoritmu byly provedeny simulace bez přítomnosti jakéhokoliv šumu. Na Obrázku 16 jsou ve světovém souřadném systému vyobrazeny vypočtené průsečíky roviny měření s hranami kalibračního objektu  $P_i$  pro patnáct náhodně vygenerovaných poloh senzoru nad kalibračním hranolem. Pro každou z těchto trojic bodů byla vypočtena pozice souřadného systému  $E$ , která je pro větší přehlednost prezentována pouze prostřednictvím počátku souřadného systému označeného jako  $E_0$ . Z Obrázku 16 je patrné, že ačkoliv se jedná o patnáct nezávisle vypočtených bodů v prostoru, jsou všechny zobrazeny do jediného místa, které má souřadnice  ${}^B P_{E_0} = [700, 400, 80]$ , jež odpovídají souřadnicím vrcholu kalibračního objektu zvoleným na počátku simulačního skriptu.



Obrázek 16: Výstup interpolačního algoritmu pro profily bez šumu

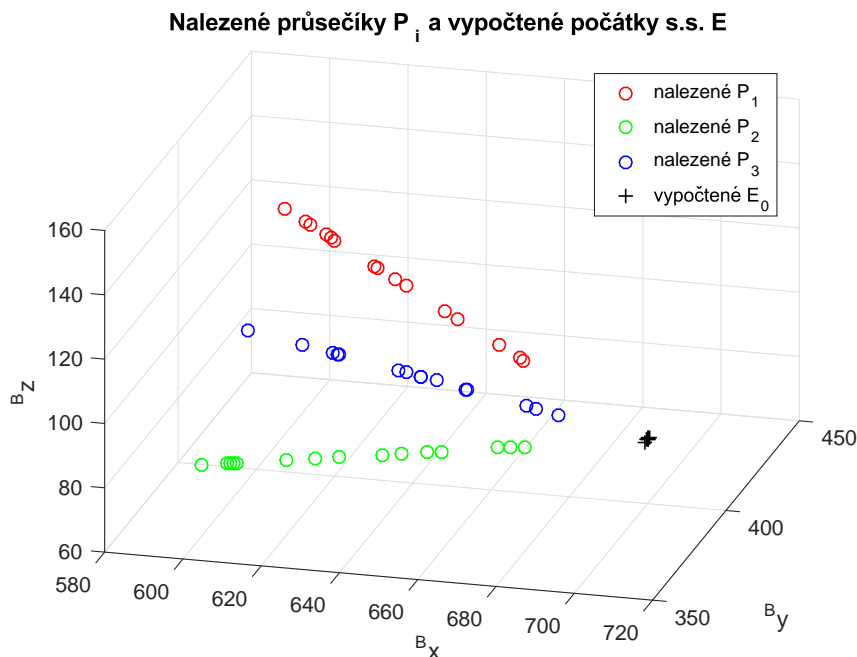
Výše uvedená situace však představuje idealizovanou podobu reality a je nezbytné v simulacích předpokládat i přítomnost šumu, a to současně ve všech místech, kde je ve skutečnosti přítomen. Z podstaty úlohy kalibrace laserového profilometru lze nahlédnout, že šum je v této úloze nutné předpokládat na dvou členech, a sice na robotu, který polohuje laserový senzor ve svém pracovním prostoru, a také na vlastním měření laserovým snímačem, který má jednak omezené rozlišení a jeho přesnost je rovněž ovlivňována povrchem snímaného objektu a čistotou vzduchu, kterým laserové paprsky prochází.

Parametry těchto šumů však není jednoduché určit. Výrobci v technických listech svých produktů uvádí nominální hodnoty přesnosti, které však nutně nemusí odpovídat skutečnosti. Výrobce používaných robotů, společnost FANUC CORPORATION, v technickém listu [12] modelu, na němž byly prováděny reálné experimenty, uvádí přesnost ve smyslu opakovatelnosti s hodnotou  $\rho = \pm 0.08 \text{ mm}$ . Tento parametr je dán přesností převodovek a rozlišením enkodérů přítomných v jednotlivých kloubech robotu. Nový robot by tedy měl být schopen z různých počátečních pozic umístit např. počátek souřadného systému své příruby do jednoho bodu v prostoru s maximální odchylkou osmi setin milimetru. Vlivem opotřebení mechanických součástí robotu v průběhu jeho používání však lze předpokládat, že tato odchylka stoupá, ale její okamžitou hodnotu není možné s využitím běžně dostupných prostředků určit. Významnou podmínkou k dosažení deklarované přesnosti polohování robotu ve světových souřadnicích je také správná kalibrace robotu, která se provádí zarovnáním rysek přítomných na jednotlivých kloubech. Při nesprávném

natočení kloubů během kalibrace robotu mají inkrementální rotační senzory v kloubech nesprávné počáteční hodnoty a tudíž vrací nesprávné údaje o natočení kloubů, čímž zkreslují výstup přímé i inverzní geometrické úlohy implementované v kontroléru robotu. Následkem toho se pak objevují nepřesnosti při pohybu robotu po definované trajektorii ve světových souřadnicích.

Podobná úskalí pak přináší měření pomocí laserového profilometru, pro nějž jeho výrobce v produktovém listu [14] uvádí rozlišení v ose  $x$ , které činí 640 bodů a ve středu pracovního rozsahu s šířkou 100 mm představuje vzdálenost  $d_p = 0.156$  mm mezi jednotlivými měřenými body snímaného povrchu. V ose  $z$ , tj. pro vlastní měření vzdálenosti, je pak uváděno rozlišení  $\sigma = 12$   $\mu\text{m}$ . Reálné měření je však ovlivněno dalšími aspekty, jakými jsou například přítomnost vrypů či nerovností na snímaném povrchu nebo prachových částic ve vzduchu, které mohou zkreslit odraz a tok laserového paprsku a způsobit další nepřesnost nahodilého charakteru.

Za předpokladu minimálního opotřebení robotu, jeho správné kalibrace, optimální čistoty vzduchu v pracovním prostoru a dokonalého povrchu kalibračního objektu by tedy šum měření měl být dán pouze technickými omezeními robotu a laserového snímače, které byly popsány v předchozím odstavci. Další část simulačního ověřování algoritmů tedy k původnímu simulačnímu schématu přidává přítomnost šumu s maximální hodnotou  $\rho = \pm 0.08$  do polohy robotu, tedy do translační části homogenní transformační matice  $T_S^B$  a dále pak odchylku až  $d_{px} = \frac{0.156}{2}$  mm v souřadnici  ${}^S P_{ix}$  a šum s rozptylem  $\sigma = 12$   $\mu\text{m}$  k souřadnici  ${}^S P_{iz}$ . Všechny šумы jsou generovány z normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou a příslušnou hodnotou variance. Výstupní podobu vypočtených průsečíků  $P_i$  a počátků  $E_0$  ilustruje Obrázek 17.



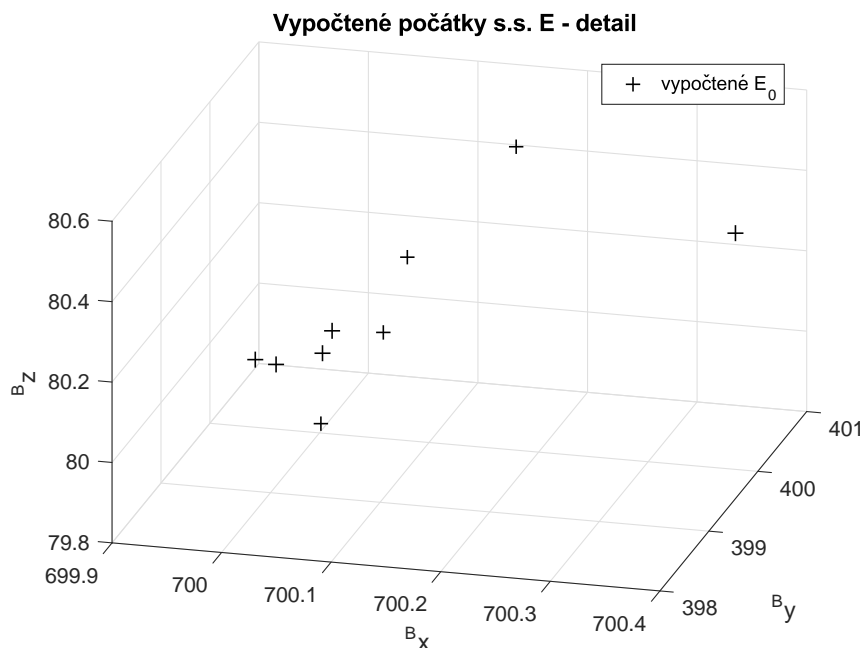
Obrázek 17: Výstup interpolačního algoritmu pro profily se šumem

Z tohoto obrázku je patrné, že šum není na první pohled vzhledem k rozměrům měřeného objektu příliš zásadní a v příslušném měřítku leží průsečíky  $P_i$  správně na jednotlivých přímkách a středy  $E_0$  jsou rovněž situovány v těsné blízkosti korektní pozice počátku souřadného systému  $E$ .

V detailním pohledu, který je znázorněn na Obrázku 18, je však již patrné, že jisté odchylky se v poloze počátku souřadného systému  $E$  objevují a použití regresních metod k výpočtu kalibrační transformace je tudíž zcela na místě. Při pozornějším pohledu na

Obrázek 18 pak lze zaznamenat rozdíl v počtu zobrazených počátků souřadného systému  $E$  oproti celkovému počtu generovaných profilů. Zatímco generátor profilů při tomto běhu simulace vyprodukoval patnáct profilů, bodů  $E_0$  je na Obrázku 18 pouze devět.

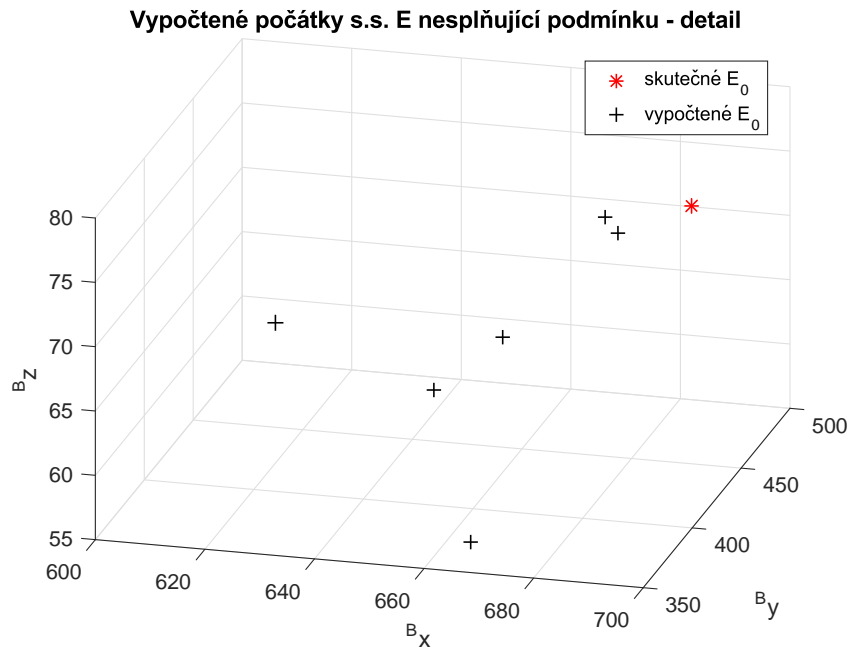
Jev, při němž jsou některé profily vyloučeny z výpočtu, je zapříčiněn nenalezením korektního souřadného systému  $E$  řešením soustavy rovnic (3.7) na základě zašuměných dat. Jak již bylo zmíněno v kapitole 3.1.2, k řešení této soustavy kvadratických rovnic je nezbytné využití numerické metody, jejíž konvergence ke korektnímu řešení, tj. nalezení pozice souřadného systému  $E$  korespondující se skutečností, není zaručena. Součástí algoritmu zajišťujícího výpočet polohy souřadného systému  $E$  je tedy podmínka založená na přibližné znalosti vzájemné orientace souřadného systému senzoru  $S$  a kalibračního objektu  $E$  v rozmezí několika desítek stupňů, při jejímž nesplnění je daný profil prohlášen za neplatný a není při dalším zpracování nadále uvažován.



Obrázek 18: Detail polohy počátků  $E_0$  pro profily se šumem

Pro vytvoření komplexní představy jsou na Obrázku 19 vykresleny i zbývající vypočtené body  $E_0$ , které nesplňovaly podmínky vzájemné orientace kalibračního objektu a laserového snímače. Z obrázku je jasně patrné, že tyto počátky jsou skutečně značně vzdáleny od skutečné polohy souřadného systému  $E$  a při dalším zpracování by do výpočtu zanášely významnou chybu. Zatímco střední hodnota odchylky vypočteného středu  $E_0$  od jeho skutečné polohy se v případě korektních řešení ilustrovaných Obrázkem 18 pohybovala v řádu desetin milimetru ( ${}^x\bar{d}_{E_0} = 0.105 \text{ mm}$ ,  ${}^y\bar{d}_{E_0} = 0.405 \text{ mm}$ ,  ${}^z\bar{d}_{E_0} = 0.187 \text{ mm}$ ), dosahovala odchylka vyloučených bodů  $E_0$  od skutečné hodnoty výrazně vyšších hodnot, její průměrná velikost v jednotlivých osách byla  ${}^x\bar{d}_{E_0} = 38.09 \text{ mm}$ ,  ${}^y\bar{d}_{E_0} = 47.56 \text{ mm}$ ,  ${}^z\bar{d}_{E_0} = 11.95 \text{ mm}$  a variance činila  $\sigma_{E_0}^2 = (666.37, 181.26, 57.68)$ .

Vyobrazené vyloučené body  $E_0$  na Obrázku 19 byly z množin nalezených řešení vybrány na základě nejmenšího odklonu roviny  $xy$  souřadného systému  $E$  od roviny  $xy$  světového souřadného systému, který by měl být nulový, a zároveň odklonu roviny  $xz$  souřadného systému  $E$  od roviny  $xz$  v souřadném systému  $S$ , jehož přibližná hodnota lze vypočítat ze znalosti odklonu roviny měření od svislého směru. Jak se však ukazuje, tento způsob výběru zdánlivě nejlepšího řešení vede i na výběr řešení zcela chybného. Z tohoto důvodu bude nyní provedena analýza prostoru řešení soustavy kvadratických rovnic (3.7) a stanoveny podmínky pro výběr korektního řešení.



Obrázek 19: Poloha vynechaných počátků  $E_0$  pro profily se šumem

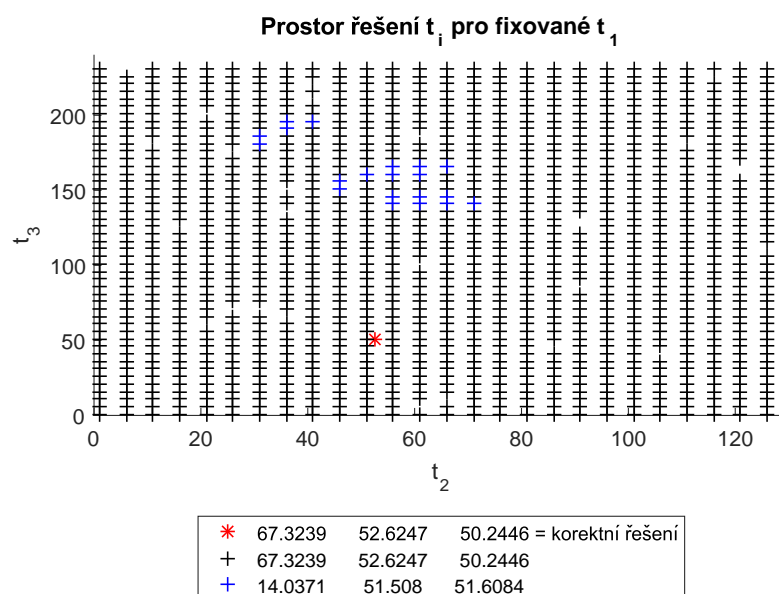
#### 4.1.1 Prostor řešení soustavy kvadratických rovnic

Simulace, jejichž výsledky byly prezentovány v předchozích odstavcích, ukázaly na kritické místo výpočtu polohy souřadného systému  $E$ , kterým je numerické řešení soustavy kvadratických rovnic (3.7), která je sestavena na základě kosinových vět platných pro trojúhelníkové stěny tříbokého jehlanu ilustrovaného Obrázkem 13. Tato soustava rovnic je řešena s využitím algoritmu omezených přírůstků funkcí `fsolve` z numerického toolboxu, který je součástí softwaru MATLAB. Vstupním parametrem tohoto numerického solveru je mimo jiné i počáteční podmínka, z níž má být řešení vyhledáváno. Ukazuje se však, že prostor řešení rovnic (3.7) je relativně komplikovaný a bohatý na lokální minima i na relativně malé oblasti přípustných počátečních podmínek, tj. délek úseček z průsečíků  $P_i$  do počátku souřadného systému  $E$  označovaných jako  $t_i$ .

Předmětem této kapitoly je tedy analýza závislosti řešení vypočteného numerickým algoritmem na zvolené počáteční podmínce. Vzhledem k tomu, že řešením soustavy (3.7) o třech neznámých  $t_i$  je vektor o třech složkách, bylo by znázornění příslušnosti bodů třírozměrného prostoru k jednotlivým řešením značně nepřehledné. Proto byl zvolen přístup, kdy je počáteční podmínka jedné z trojice úseček  $t_i$  fixována na hodnotě odpovídající její skutečné délce, která byla stanovena při výpočtu průsečíků  $P_i$ , a zbývající dvě složky jsou kombinovány z intervalu přípustných délek  $t_i$  s krokem  $d = 5 \text{ mm}$ . Výsledkem je tak řez prostorem přípustných počátečních podmínek v korektní hodnotě jedné ze tří složek  $t_i$ .

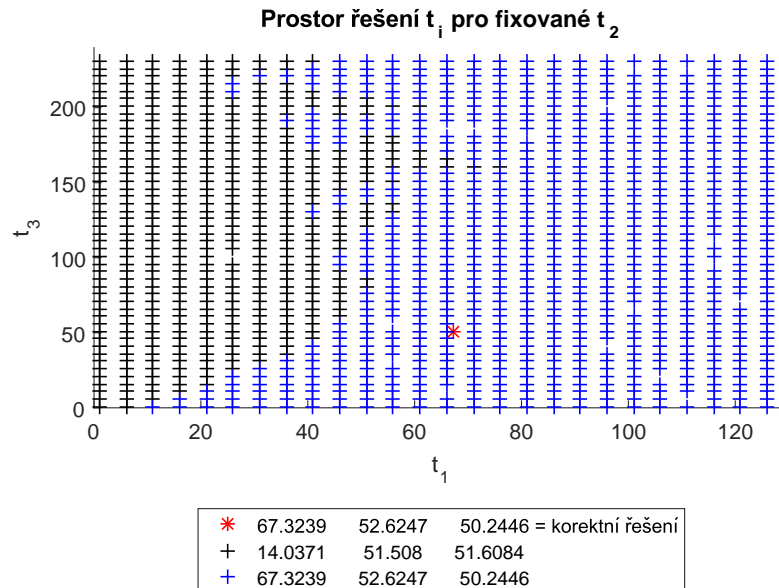
Obrázek 20 ilustruje jednu z možných podob prostoru počátečních podmínek a jejich příslušnosti k jednotlivým řešením. Vidíme, že pro daný profil lze z počátečních podmínek z přípustné oblasti nalézt dvě různá nezáporná řešení, z nichž jedno, označené černou barvou a odpovídající korektnímu řešení, v tomto řezu zaujímá převážnou část prostoru a lze tedy říct, že pro téměř jakoukoli kombinaci počátečních podmínek  $t_2$ ,  $t_3$  a fixní korektní hodnotu  $t_1$  dokonverguje numerický algoritmus ke korektnímu řešení.

Obrázky 21 a 22 pak ukazují řezy prostorem počátečních podmínek při zafixování zbývajících dvou délek úseček  $t_i$  na korektní hodnotě. V obou těchto případech již oblast počátečních podmínek, z níž by numerické řešení konvergovalo k jinému než správnému řešení, zaujímá přibližně třetinovou plochu řezu a nároky na přesný odhad počátečních podmínek se tak zvyšují.



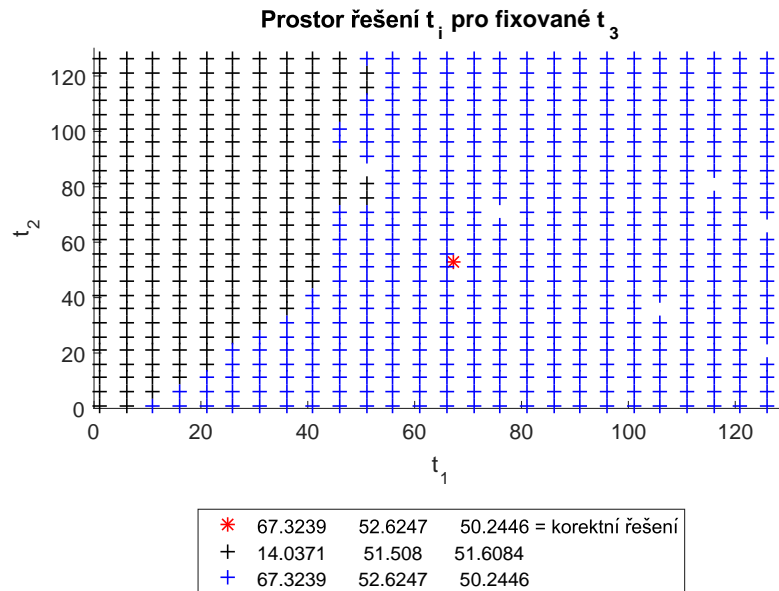
Obrázek 20: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_1$

Určité riziko také představují prázdná místa v mřížkách na Obrázcích 20 až 22. Jedná se o kombinace počátečních podmínek, z nichž algoritmus kladné řešení nenalezl, ať už z důvodu překročení maximálního kroku v poslední iteraci, či z důvodu konvergence k zápornému řešení. Pokud tato možnost nastane při výpočtu polohy souřadného systému  $E$  v průběhu simulace či při reálném použití, je daný profil z dalších výpočtů vyloučen podobně jako v případě nalezení souřadného systému s neodpovídající orientací.



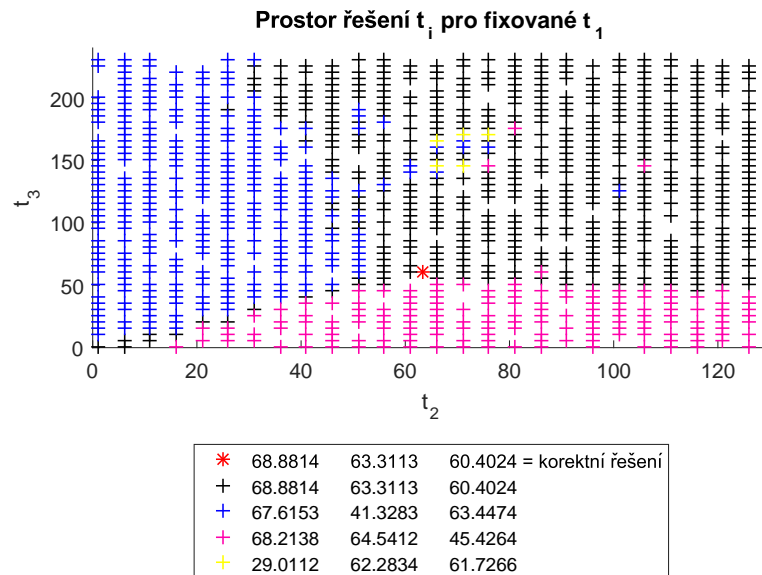
Obrázek 21: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_2$

Z Obrázků 20 až 22 by se mohlo zdát, že prostor počátečních podmínek je poměrně zřetelným způsobem oddělen na dvě části, které konvergují k různým řešením a obsahují pouze dílčí oblasti, z nichž konvergence zaručena není. Následující simulace však ukazují, že se jedná spíše o náhodný výběr „šťastného“ profilu a v obecném případě mohou nastat výrazně komplikovanější situace.



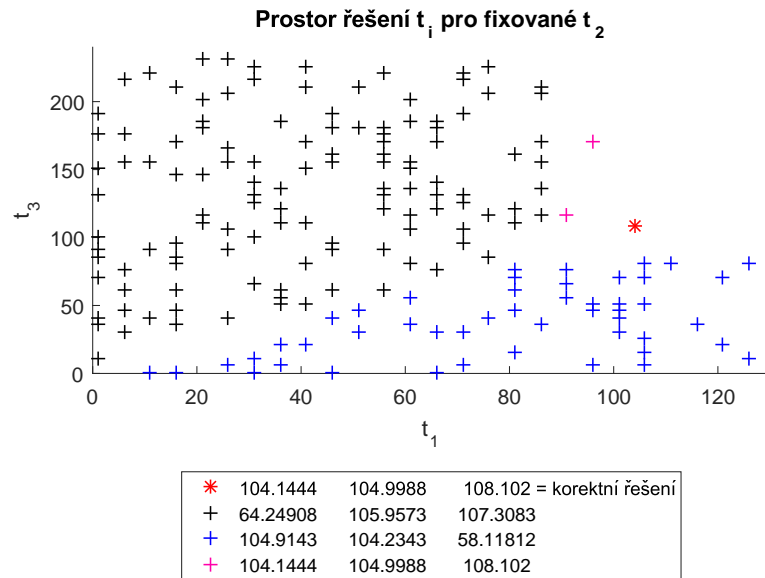
Obrázek 22: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_3$

Obrázek 23 například zobrazuje situaci, kdy existují tři kombinace relativně podobných hodnot délek úseček  $t_i$  a korektní řešení se nachází velmi blízko hranici oblastí konvergence k jednotlivým řešením. V takovém případě je velmi důležité neomezit hledání souřadného systému  $E$  pouze na výpočet s jednou sadou počátečních podmínek, ale provést výpočet z několika počátečních podmínek z okolí apriorního odhadu a následně vybrat řešení nejlépe odpovídající známým skutečnostem.



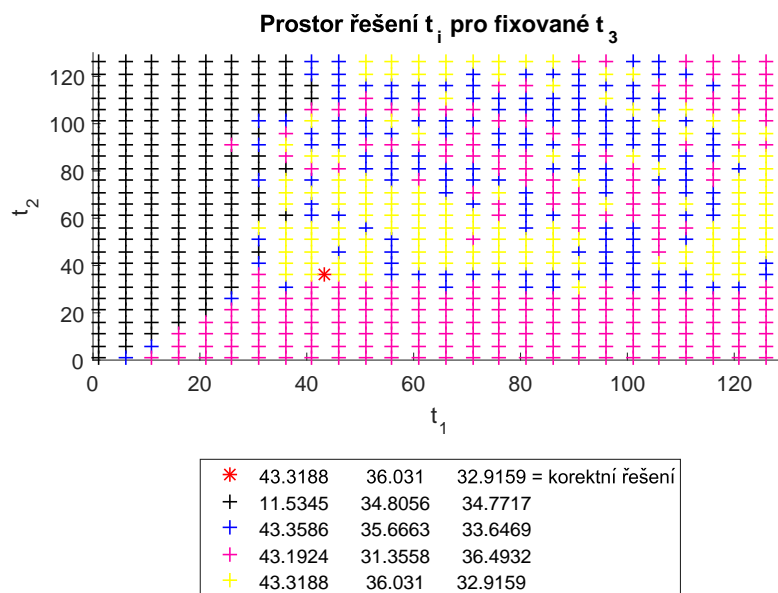
Obrázek 23: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_1$

Obrázek 24 naopak ilustruje profil, pro nějž je prostor počátečních podmínek vedoucích na nalezení kladného řešení velmi řídký a korektní řešení bylo nalezeno pouze při počátku ve dvou bodech relativně vzdálených od skutečného řešení. Jedná se o profil, který produkuje tříboký jehlan s vrcholem v bodě  $E_0$  o téměř stejných délkách hran  $t_i$ , což vede na existenci symetrického řešení v záporné části, které je však algoritmem z logických důvodů vyloučeno. Cennou informací z této simulace je tedy doporučení vyhnout se takto orientovaným měřením při praktickém využití algoritmu k zajištění maximální přijatelnosti změřených profilů.



Obrázek 24: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_2$

Obrázek 25 reprezentuje poslední z rizikových konfigurací laserového profilometru nad kalibračním objektem. Jedná se o natočení osy měření (osy  $z$  souřadného systému  $S$ ) přibližně kolmo k vrchní ploše kalibračního objektu a mírné otočení snímače okolo této osy. Důsledkem této orientace pak nastává existence tří velmi podobných řešení, jejichž oblasti konvergence se výrazně prolínají. Dvě z těchto tří blízkých řešení lze označit za symetrická podle roviny  $yz$  souřadného systému snímače  $S$  (viz Obrázek 12), kdy nesprávné řešení vznikne přibližně záměnou hodnot  $t_2$  a  $t_3$  ze skutečného řešení. Na Obrázku 25 je toto nesprávné řešení označeno růžovou barvou a přes to, že na řezu prostorem počátečních podmínek se jeví jako takřka „všudypřítomné riziko“, lze toto řešení poměrně úspěšně odlišit od korektního na základě apriorní přibližné znalosti natočení roviny měření nad kalibračním objektem. Tato simulace však také ukazuje na existenci nesprávného řešení (na Obrázku 25 označeno modrou barvou), které je od korektního vzdáleno pouze několik desetin milimetru v každé složce  $t_i$  a které již nelze bez apriorní znalosti korektního řešení spolehlivě separovat.



Obrázek 25: Řez prostorem počátečních podmínek v korektní hodnotě  $t_3$



Předchozí odstavce ukazují, že lze sice stanovit některá doporučení, jak polohovat laserový snímač nad kalibračním objektem, avšak je nutné mít na paměti, že veškeré omezování volnosti pohybu snímače jde proti požadavku na maximální bohatost dat pro následné zpracování regresními metodami. Existence dalších lokálních minim v blízkém okolí korektního řešení pak spolu se zcela odlišnou možností, kdy převážná část prostoru počátečních podmínek nekonverguje ke kladnému řešení, pouze zvýrazňuje nutnost provádění výpočtů s dostatečným množstvím profilů. Zpracování velkého množství profilů pak však v kombinaci s hledáním numerického řešení soustavy kvadratických rovnic z mnoha různých počátečních podmínek vznáší značné nároky na výpočetní čas. Vypočtené pozice souřadného systému  $E$  je navíc následně nutné konfrontovat s dostupnými informacemi o přibližné poloze snímače nad kalibračním objektem a neodpovídající výsledky před dalším výpočtem z dat vynechat.

#### 4.1.2 Vliv šumu měření na přesnost výsledků

Cílem této podkapitoly je vyšetřit závislost nepřesností v určování polohy souřadného systému vrcholu kalibračního objektu označovaného písmenem  $E$  na šumu měření laserovým profilometrem.

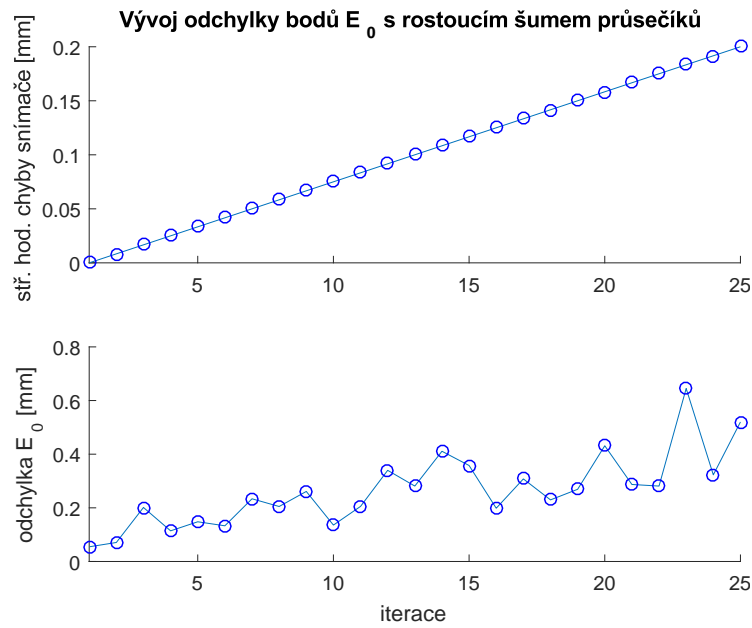
K tomuto účelu byl vytvořen simulátor, který opakovaně provádí výpočty nad zvoleným počtem profilů s postupně rostoucím šumem. Simulace, jejichž výsledky jsou reprezentovány obrázky níže, byly prováděny pro pět set generovaných profilů ve dvacetipěti opakováních, v nichž byla lineárně navyšována střední hodnota a variance chyby senzoru. Na počátku bylo vygenerováno 500 pozic senzoru nad kalibračním objektem, k nimž byl v jednotlivých iteracích přidáván čím dál tím významnější šum. Generátor profilů použitý v tomto simulátoru již zohlednil doporučení na orientaci senzoru uvedená v předchozí podkapitole a numerické řešení bylo vypočítáváno z počátečních podmínek z okolí počátečního odhadu, který byl pro účely simulací určen jako zaokrouhlení skutečné hodnoty  $t_i$ , kterou lze vypočítat ze znalosti skutečné polohy snímače a objektu při generování profilů. Tato přibližná znalost délek úseček  $t_i$  koresponduje s reálnou situací, kdy je poloha snímače a objektu známa rovněž přibližně a je tedy možné provést výpočet odhadu délek  $t_i$ , který lze následně použít jako střed oblasti počátečních podmínek, ze kterých bude spouštěn numerický výpočet.

Obrázky 26 a 27 ilustrují výstup simulace, při níž byla střední hodnota chyby měření lineárně zvyšována od nuly až k hodnotě  $d_{mer} = 0.2 \text{ mm}$  a variance chyby snímače rostla rovněž lineárně v intervalu  $\sigma^2 \in \langle 0, 0.3 \rangle$ . Průběh vývoje odchylky střední hodnoty shluku počátků souřadného systému  $E$  vypočtené dle vztahu (4.3), pro souřadné systémy  $E$ , které splnily všechny podmínky a byly na výstupu algoritmu označeny jako správné, je znázorněn v dolní polovině Obrázku 26.

$$\bar{E}_0(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E_{0,k}(i) \quad (4.2)$$

$$\Delta E_0(i) = |E_{0,real} - \bar{E}_0(i)| \quad (4.3)$$

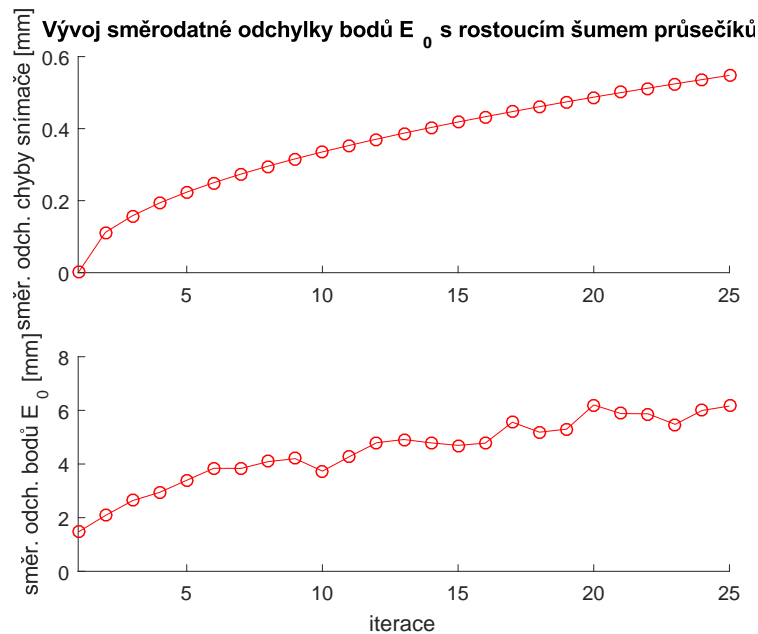
Z průběhu odchylky středů shluků bodů  $E_0$  od skutečné hodnoty  $\Delta E_0(i)$  lze pozorovat nárůst úměrný střední hodnotě chyby snímače. Významnou roli zde však kromě rozptylu chyby měření hraje rovněž možnost existence nesprávného řešení v blízkém okolí korektního řešení rovnic pro délky úseček  $t_i$ . Přítomnost několika takto nalezených a zohledněných řešení pak může vychýlit střední hodnotu shluku počátků  $E_0$  a ovlivnit odchylku od skutečné pozice výrazně více než vlastní šum měření.



Obrázek 26: Závislost odchyly středu shluku bodů  $E_0$  na střední hodnotě šumu měření

Obrázek 27 pak pro tutéž realizaci simulačního algoritmu znázorňuje vývoj směrodatné odchyly středů shluků tvořených počátky  $E_0$  v průběhu iterací v porovnání se směrodatnou odchylnou vlastního měření, která byla vypočtena podle vztahu (4.4). Horní polovina tohoto obrázku představuje průběh směrodatné odchyly, která je odmocninou lineárně rostoucího rozptylu  $\sigma^2 \in \langle 0, 0.3 \rangle$ . Vývoj směrodatné odchyly  $E_0$  zobrazený v dolní polovině pak podobně jako v případě střední hodnoty přibližně kopíruje tento vývoj.

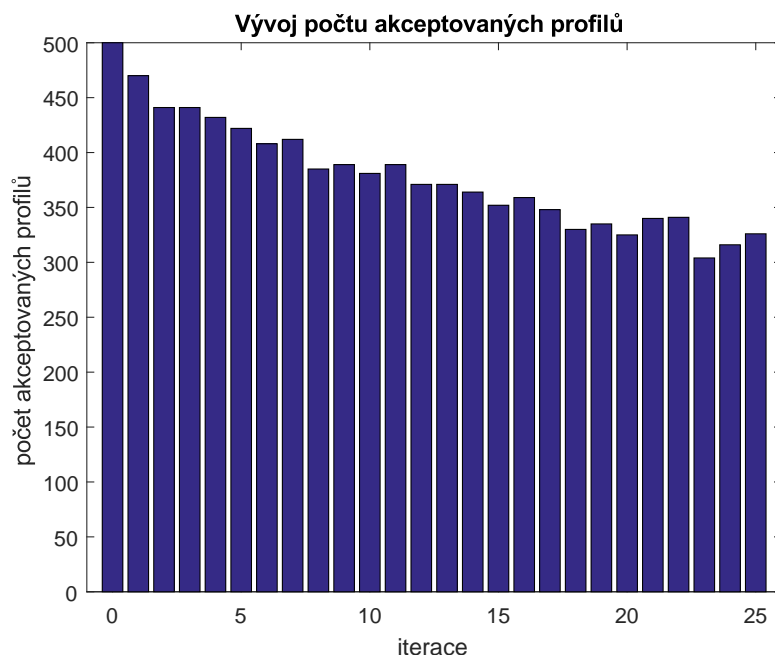
$$\sigma_{E_0}(i) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (E_{0,k}(i) - \bar{E}_0(i))^2} \quad (4.4)$$



Obrázek 27: Závislost odchyly bodů ve shluku  $E_0$  na směrodatné odchylně šumu měření

Pro úplnost znázorňuje Obrázek 28 vývoj počtu profilů akceptovaných interpretační částí algoritmu a označených jako vhodných pro další zpracování. Z tohoto vývoje

je patrné, že se počet vhodně vypočtených středů souřadných systémů a tím pádem i počet akceptovaných profilů s rostoucím šumem snižuje, což lze vzhledem k analýze prostoru řešení soustavy kvadratických rovnic z předchozí podkapitoly označit za očekávané chování. Lze pozorovat, že během posledních iterací simulačního algoritmu, při nichž se střední hodnota chyby snímače blížila dvěma desetinám milimetru a směrodatná odchylka této chyby překročila hodnotu  $0.5\text{ mm}$ , docházelo k vyloučení téměř 40 % vygenerovaných profilů, což je další z indicií poukazujících na nezbytnost využití dostatečného počtu profilů.



Obrázek 28: Vývoj počtu profilů použitelných k výpočtu kalibrační transformace

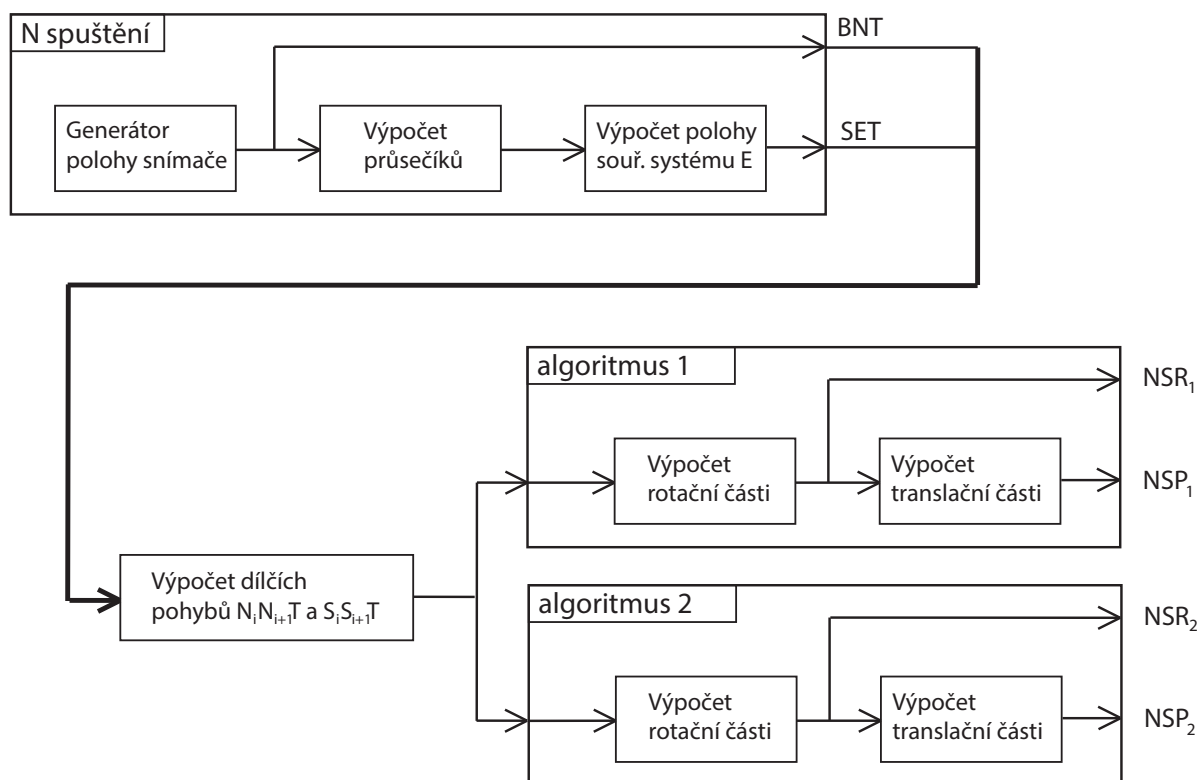
Simulace diskutované v této podkapitole ukázaly, že podobně jako odchylka střední hodnoty shluku vypočtených počátků  $E_0$  od skutečného počátku souřadného systému  $E$ , vykazuje i rozptyl bodů v tomto shluku téměř lineární závislost na rozptylu šumu měření, z něhož byly počátky  $E_0$  vypočteny. Pro dosažení správného výsledku kalibračního algoritmu však bude nutné podrobněji analyzovat množinu vypočtených poloh souřadného systému  $E$  a vyloučením *nejvzdálenějších* počátků  $E_0$  z dalšího výpočtu maximalizovat přesnost celého algoritmu.

## 4.2 Simulace fungování celé aplikace a porovnání algoritmů

Z hlediska funkčnosti je přirozeně nejdůležitější chování kalibrační aplikace jako celku a právě simulací chodu celého balíku algoritmů vedoucích k určení kalibrační transformace se zabývá tato podkapitola.

Schéma simulátoru, který byl použit k provedení simulací diskutovaných v této podkapitole, je na Obrázku 29. Jedná se o rozšíření simulačního algoritmu znázorněného schématem z Obrázku 15, jehož výstupem je množina vygenerovaných profilů, které obsahují kromě informací o poloze snímače a příruby robotu ( $T_S^B$  resp.  $T_N^B$ ) při měření daného profilu i vypočtenou transformaci  $T_E^S$ , tedy polohu souřadného systému kalibračního objektu  $E$  v souřadném systému snímače  $S$ , vypočtenou na základě průsečíků  $P_i$  roviny měření s hranami kalibračního objektu.

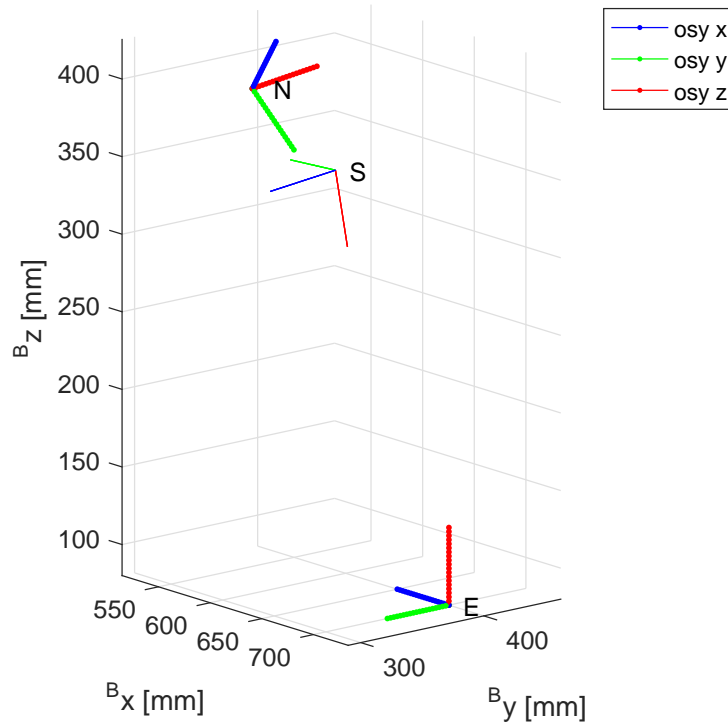
Data ze simulátoru z předchozí podkapitoly jsou dále zpracována s využitím vztahů (3.18) a (3.19) do množiny matic posunů mezi jednotlivými pozicemi příruby  $T_{N_{i+1}}^{N_i}$  a senzoru  $T_{S_{i+1}}^{S_i}$ , které jsou již vstupem kalibračních algoritmů představených v kapitole 3.2. Výstupem kalibračních algoritmů jsou pak již rotační a translační komponenty kalibrační transformace. V rámci těchto simulací byly paralelně otestovány oba představené kalibrační algoritmy z kapitoly 3.2, tedy jak výpočet založený na úpravě obecné osy rotace, tak i výpočet odvozený na základě teorie Eukleidovských grup.



Obrázek 29: Schéma simulátoru celé aplikace s využitím obou algoritmů

Prvotní ověření funkčnosti všech algoritmů bylo provedeno spuštěním simulátoru bez přítomnosti jakéhokoliv šumu. Bylo využito profilů bez šumu vygenerovaných v předchozí kapitole (ilustrováno Obrázkem 16), pro něž byly vypočteny kalibrační transformace oběma implementovanými algoritmy a získané výsledky byly použity k vykreslení Obrázku 30. Tento obrázek ilustruje rozmístění jednotlivých sledovaných souřadných systémů v prostoru bázových (světových) souřadnic. Tučně jsou zobrazeny souřadné systémy, jejichž poloha je přesně známa, tj. pozice příruby robotu  $N$  a pozice souřadného systému kalibračního objektu  $E$ .

### Konfigurace souřadných systémů ve světových souřadnicích



Obrázek 30: Rozmístění souřadných systémů v prostoru

Vzhledem k tomu, že kalibrační transformace  $T_S^N$  byla oběma kalibračními algoritmy vypočtena jako totožná se zvolenou skutečnou kalibrací, splývají všechny souřadné systémy  $S$  opticky v jediný. Tím pádem lze říci, že oba kalibrační algoritmy představené v kapitole 3.2 i ostatní pomocné výpočty vykazují správné chování a pro deterministicky vypočtená vstupní data naleznou zcela přesné výsledky.

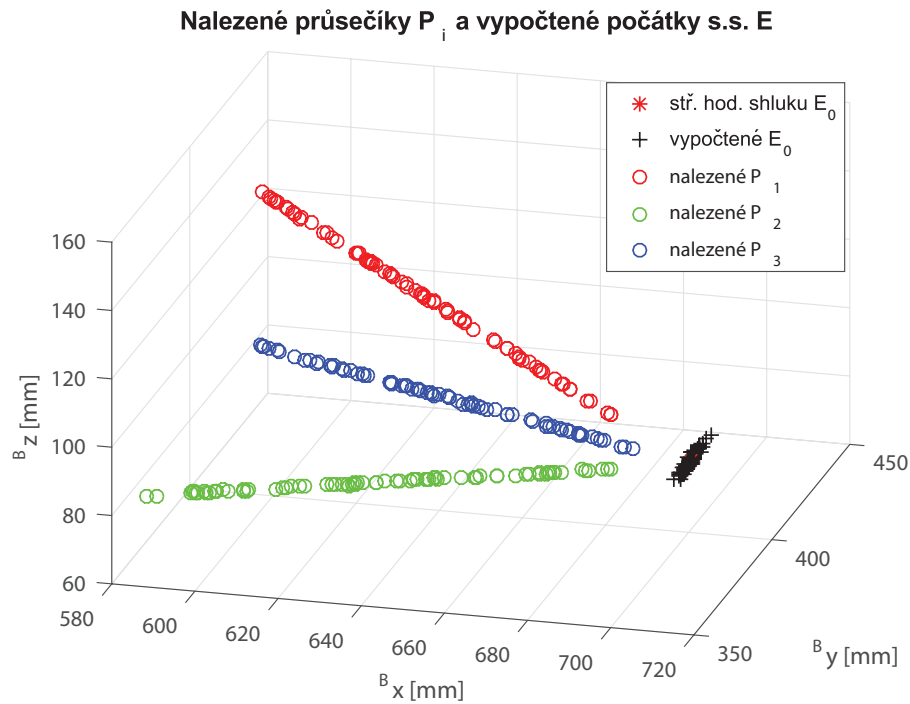
Po úspěšném ověření funkčnosti algoritmů bez přítomnosti šumu měření je dalším logickým krokem otestování náchylnosti algoritmů na šum. Pro účely prezentovaných simulací byl využit šum s parametry odpovídajícími průměrné chybě, kterou vykazovalo reálné měření. Způsob výpočtu těchto parametrů a jejich praktický význam je prezentován v kapitole 5.4.1.

Simulace kalibračního algoritmu, jejíž výstupy budou nyní prezentovány, byla spuštěna na množině čítající sto vygenerovaných profilů s následující volbou počátečních konstant, kde první čtyři hodnoty představují střední hodnotu a rozptyl šumu z normálního rozdělení pravděpodobnosti pro generování chyb robotu a snímače a poslední dvě trojice hodnot reprezentují translační a rotační složky zvolené *skutečné* transformace  $T_S^N$ , s níž byla data generována a k níž by se měly blížit výstupy kalibračních algoritmů.

$$\begin{aligned}
 \mu_{robot} &= 0 \text{ mm} \\
 \sigma_{robot}^2 &= 0.08 \text{ mm} \\
 \mu_{senzor} &= 0.13 \text{ mm} \\
 \sigma_{senzor}^2 &= 0.17 \text{ mm} \\
 trans_S^N(x, y, z) &= (2, 74, 16) \text{ mm} \\
 rot_S^N(w, p, r) &= (128^\circ, 89^\circ, 97^\circ)
 \end{aligned}$$

Použitá verze kalibračního algoritmu, který byl v rámci této simulace využit a jehož chování ilustrují Obrázky 31 až 33, provádí eliminaci šumu v množině nalezených počátků  $E_0$  tak, že stanoví vzdálenosti jednotlivých počátků od střední hodnoty shluku všech bodů

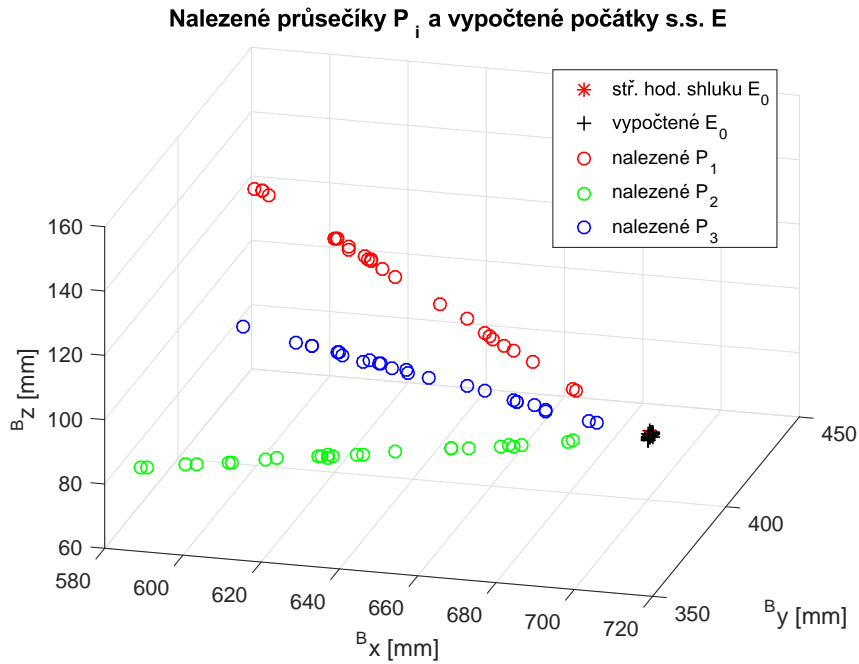
$E_0$  a profily produkující body  $E_0$  vzdálené od středu shluku více, než je stanovená mez, vyloučí z dalšího zpracování. Tato mez byla s ohledem na výsledky testování simulací s výše uvedenými parametry šumu zvolena jako  $\Delta E_{0_{max}} = 1 \text{ mm}$ . V první iteraci je jako nominální hodnota kalibrační transformace zvolena přibližná hodnota ruční kalibrace, zatímco v dalších iteracích je vždy použita transformace vypočtená kalibračním algoritmem v předcházející iteraci. Kalibrační algoritmus je ukončen ve chvíli, kdy počet profilů nadlimitně vzdálených od středu shluku bodů  $E_0$  klesne pod zvolenou mez v řádu jednotek profilů. Pro účely této simulace nad stem vygenerovaných profilů byl tento počet stanoven na pět vyloučených profilů.



Obrázek 31: Rozložení nalezených průsečíků  $P_i$  a vypočtených počátků s.s.  $E$  v prostoru

Obrázek 31 znázorňuje rozmístění nalezených průsečíků v prostoru pro sto vygenerovaných profilů a pro každý z profilů, pro něž se podařilo nalézt akceptovatelné řešení pozice souřadného systému  $E$ , také počátek tohoto souřadného systému, bod  $E_0$ . Na tomto obrázku lze pozorovat, že ačkoliv se průsečíky roviny měření s hranami kalibračního objektu, tedy body  $P_i$ , nacházejí na těchto hranách s minimálními odchylkami, jsou některé body  $E_0$  od středu shluku vypočtených počátků souřadného systému  $E$  vzdáleny i několik milimetrů a jejich zohlednění při výpočtu kalibrační transformace by způsobilo nepřesnosti. Z těchto bodů jsou tedy vybrány pouze body rozmístěné v okolí středu shluku bodů  $E_0$  do vzdálenosti  $\Delta E_{0_{max}} = 1 \text{ mm}$  a s využitím těchto bodů je vypočtena kalibrační transformace oběma představenými algoritmy.

Vypočtené matice  $T_S^N$  jsou posléze využity k transformaci průsečíků uchovaných profilů i počátků souřadného systému  $E$  ve světových souřadnicích a celý algoritmus je opakován. Z vypočtených kalibrací je jako nominální pro další iterační průběh algoritmu vybrána ta transformace, která produkuje kompaktnější shluk bodů  $E_0$  ve smyslu minimální variance. Tato operace je prováděna z toho důvodu, aby byl eliminován vliv potenciálně chybné nominální (v praxi ruční) kalibrace, která ovlivňuje rozmístění změřených bodů v prostoru během první iterace algoritmu. Rozmístění přepočtených průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu i vypočtených počátků souřadného systému  $E$  je znázorněno Obrázkem 32.



Obrázek 32: Rozložení nalezených průsečíků  $P_i$  a vypočtených počátků s.s.  $E$  v prostoru

Po vypočtení druhé iterace kalibračního algoritmu, jejímž vstupem byly profily znázorněné Obrázkem 32, byla splněna ukončovací podmínka, tj. nebyly nalezeny více než čtyři profily, jejichž bod  $E_0$  by byl od středu shluku počátků s. s. dále než  $\Delta E_{0_{max}} = 1 \text{ mm}$  a kalibrační proces byl ukončen. Výstupy jednotlivých algoritmů jsou následující. Číslem jedna je označen algoritmus založený na výpočtu rovnic s obecnou osou rotace a číslem dvě je označen algoritmus odvozený z teorie Eukleidovských grup.

$$\begin{aligned} \text{nom.} \text{trans}_S^N(x, y, z) &= (2, 74, 16) \text{ mm} \\ \text{alg.}^1 \text{trans}_S^N(x, y, z) &= (2.458, 74.965, 16.728) \text{ mm} \\ \text{alg.}^2 \text{trans}_S^N(x, y, z) &= (2.458, 74.965, 16.728) \text{ mm} \end{aligned}$$

---

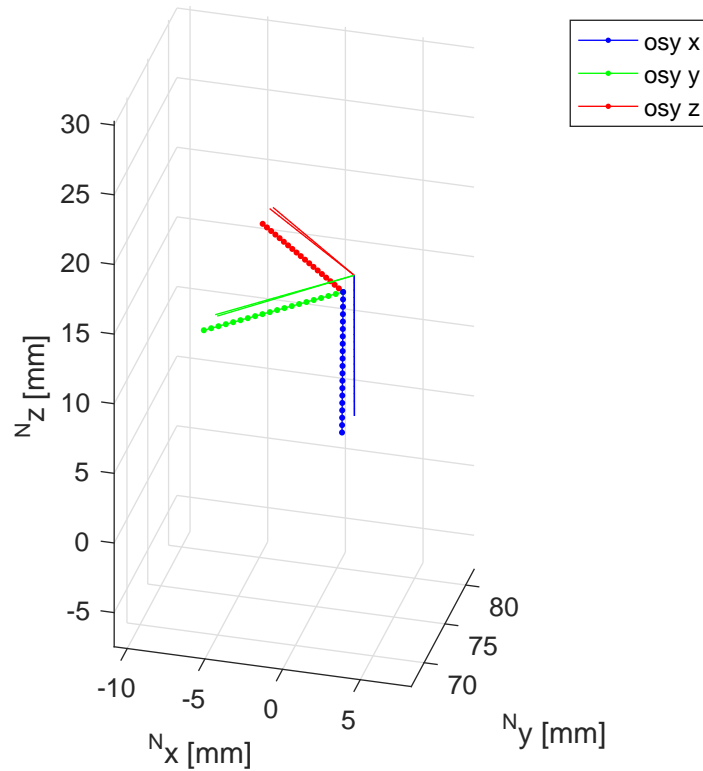

$$\begin{aligned} \text{nom.} \text{rot}_S^N(w, p, r) &= (128^\circ, 89^\circ, 97^\circ) \\ \text{alg.}^1 \text{rot}_S^N(w, p, r) &= (155.257^\circ, 89.078^\circ, -69.61^\circ) \\ \text{alg.}^2 \text{rot}_S^N(w, p, r) &= (151.101^\circ, 88.962^\circ, -72.382^\circ) \end{aligned}$$

Z uvedených hodnot vypočtených kalibračních transformací lze pozorovat určité odchylky od nominálních hodnot, které se v případě translační složky kalibrační transformace pohybují v řádu desetin milimetru a jsou způsobeny přítomností aditivního šumu měření. Další simulace ukazují, že zvyšováním počtu profilů použitých pro kalibraci lze tuto odchylku nadále snižovat. Výrazně větší nominální odchylka se objevuje v hodnotách Eulerových úhlů v rotační části kalibrační transformace, která je však způsobena právě vlastnostmi reprezentace pomocí Eulerových úhlů. Hodnota úhlu  $p$  (resp.  $\beta$ ), tj. úhlu otočení kolem osy  $y$ , je totiž v tomto případě blízko singulární hodnoty, která činí  $90^\circ$  a v jejímž okolí dochází při převodu z rotační matice k velkým rozdílům v úhlech  $w$ ,  $r$  i při malých rozdílech ve fyzické orientaci. Při porovnání vypočtených orientací v jednoznačné reprezentaci, kterou je rotační matice, se ukazuje, že ve skutečnosti jsou jednotlivé osy souřadných systémů odchýleny pouze o desetiny stupňů, což dokládá i detailní pohled na Obrázku 33.

Vzhledem k tomu, že při globálním pohledu na všechny sledované souřadné systémy, který byl vyobrazen na Obrázku 30, dochází rovněž k překrytí souřadných systémů snímače  $S$  při aplikaci nominální i obou vypočtených kalibračních transformací, je pro lepší

znázornění na Obrázku 33 zobrazena relativní poloha souřadného systému senzoru  $S$  v souřadnicích příruby robotu  $N$ . Skutečný souřadný systém  $S$  je zvýrazněn tečkovanými osami, zatímco osy souřadných systémů  $S$  vypočtených pomocí dvou kalibračních algoritmů jsou vyobrazeny jako jednoduché čáry. Z tohoto obrázku je patrné, že oba kalibrační algoritmy dosáhly velmi podobných výsledků a hlavní příčina odchylky výsledku této simulace zřejmě spočívá ve stranně vygenerovaném šumu měření.

### Porovnání kalibračních transformací $T_S^N$ v souřadnicích příruby



Obrázek 33: Porovnání vypočtených transformací se skutečnou



## 5 Praktické ověření algoritmů a použitá technologie

Cílem této kapitoly je představit technické prostředky, které byly použity k ověření funkčnosti představených kalibračních algoritmů v praxi a zejména pak prezentovat výsledky dosažené v reálném provozu.

### 5.1 Průmyslový robot FANUC

Společnost FANUC Corporation je předním světovým producentem strojů a zařízení pro automatizovaný průmysl. Byla založena v roce 1958 v Japonsku a k dnešnímu dni představuje s bezmála dvaceti miliony instalovaných zařízení po celém světě nejvýznamnějšího dodavatele automatizovaných technologií s tržním podílem 65% [11]. Mezi produkty této společnosti patří univerzální CNC stroje, specializované frézy, vstřikovací a řezací stroje, avšak hlavní kategorii v sortimentu představují průmyslové roboty.

V nabídce společnosti FANUC se nachází více než 100 různých typů robotů, které se dělí do devíti modelových řad standardních šestiosých sériových manipulátorů, vedle nichž lze nalézt i paralelní delta roboty či specializované manipulátory určené například k obloukovému svařování nebo lakování. Jednotlivé modely robotů se liší nejen velikostí, ale i efektivní nosností, rychlostí pohybu jednotlivých kloubů a rozsahem pracovního prostoru. Nejmenší nabízený robot je určen pro manipulaci zátěže o maximální hmotnosti menší než jeden kilogram, zatímco největší model zvládne zátěž o hmotnosti až 2.3 tuny.

Pro účely testování kalibračních algoritmů představených v rámci této práce byl použit model M-20iA/20M, který se vyznačuje pracovním dosahem bezmála 182 cm se zátěží až 20 kg. Vzhled tohoto robotu je ilustrován Obrázkem 34.



Obrázek 34: Průmyslový robot FANUC M-20iA/20M

Nedílnou a velmi důležitou součástí průmyslového manipulátoru je pochopitelně jeho řídicí jednotka. Jedná se o skříň, v níž jsou umístěny všechny komponenty nezbytné k vlastnímu fungování průmyslového robotu i ke komunikaci s dalšími systémy. Řídicí jednotka FANUC R-30iB, která je zobrazena na Obrázku 35 a kterou je řízen použitý robot, obsahuje kromě zdroje elektrické energie, který moduluje elektřinu ze sítě do formy potřebné k provozu jednotlivých komponent, také výpočetní jednotku, která zajišťuje řízení pohybu robotu a komunikaci s přídatnými i nadřazenými systémy a v neposlední řadě také řadič servomotorů, který na základě příkazů z řídicího systému ovládá motory v kloubech robotu.



Obrázek 35: Řídicí jednotka FANUC R-30iB

Čelní panel řídicí jednotky je osazen několika stavovými diodami a z ovládacích prvků je zde přítomen pouze vypínač, volič pracovních režimů a tlačítko nouzového vypnutí. Veškeré další ovládání, diagnostika a základní programování se provádí pomocí dálkového ovladače, který se nazývá *TeachPendant* a na Obrázku 35 je zavěšen přímo na čelním panelu řídicí jednotky. Jedná se o integrovaný ovládací prvek, který kromě bezpečnostních tlačítek a voliče pracovních režimů disponuje LCD displejem a klávesnicí, která umožňuje provádět diagnostiku, měnit nastavení robotu, ručně ovládat pohyb robotu i psát základní programy. Uvedené informace byly čerpány z webových stránek společnosti [11].

## 5.2 Laserový snímač MetraLight

Společnost Metralight Inc. se sídlem ve Spojených státech amerických se zaměřuje na výrobu různých optických senzorů, z nichž převážnou část tvoří jednak laserové mikrometry a také reflexní laserové snímače s funkcí triangulace, mezi které patří i model TLE1, který byl použit pro praktické ověření algoritmů v rámci této práce.

Laserový profilometr Metralight TLE1, který je ilustrován Obrázkem 36, je kompaktní průmyslový snímač, v jehož pouzdře o rozměrech  $100 \times 70 \times 25$  mm je kromě ethernetového modulu sloužícího pro odesílání měřených dat umístěna i laserová dioda, jejíž paprsek je soustavou čoček rozložen a jeho složka odražená od cílového objektu je následně detekována na CMOS čipu o rozlišení  $1280 \times 1024$  pixelů. Ze známé vzájemné polohy laserové diody a detekujícího čipu je následně vypočtena vzdálenost jednotlivých bodů změřeného profilu. Na rozdíl od standardní verze tohoto snímače, která má rozsah měření přibližně 50 až 125 milimetrů a šířku profilu 32 mm, byla výrobcem pro potřeby společnosti LaserTherm upravena optická soustava za účelem rozšíření měřicího rozsahu na 100 až 300

milimetrů s šířkou profilu až  $100\text{ mm}$ . Společnost Metralight uvádí rozlišení v ose  $x$  s hodnotou  $3\ \mu\text{m}$ , rozlišení v ose  $z$  (tj. vzdálenosti bodů) s hodnotou  $40\ \mu\text{m}$  a maximální nelinearitu měření ve výši  $25\ \mu\text{m}$ . Laserový profilometr Metralight TLE1 je schopen provádět kompletní měření s periodou  $33.34\text{ ms}$ , což představuje frekvenci třiceti profilů za vteřinu. Uvedené údaje a ilustrační obrázek byly získány z webových stránek společnosti [15].

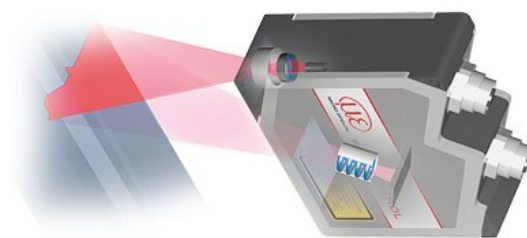


Obrázek 36: Laserový profilometr Metralight TLE1

### 5.3 Laserový snímač Micro-Epsilon

Druhý testovaný laserový profilometr vyrobila firma Micro-Epsilon, která vznikla v Německu v roce 1968. Webová prezentace firmy [13] uvádí, že se jedná o středně velkou rodinnou firmu zaměřenou na vývoj a produkci optických senzorů pro širokou škálu aplikací. Mezi produkty společnosti patří snímače pro měření vzdálenosti, polohy a profilu, infračervené teploměry a kamery pro bezdotykové měření povrchové teploty, snímače pro detekci barev, průmyslové endoskopy, stejně jako systémy pro měření rozměrů a zjištění vad.

Senzorem, který byl testován v rámci této práce, je laserový profilometr scanControl 2600-100. Struktura senzoru a princip měření je stejný jako u výše popsaného produktu společnosti Metralight, avšak rozsah měření i šířka profilu jsou větší. Tento snímač je schopen měřit profil povrchu ve vzdálenosti  $190$  až  $290$  milimetrů se šířkou profilu  $100\text{ mm}$  ve středu pracovního rozsahu. Rozlišení v ose  $z$  činí  $12\ \mu\text{m}$ , v ose  $x$  je snímáno  $640$  bodů a snímač je ve standardním režimu schopen poskytovat měření s frekvencí až  $300$  profilů za vteřinu. Komunikace se snímače může probíhat prostřednictvím Ethernetu nebo FireWire. Uvedené údaje, stejně jako ilustrační obrázek, byly získány z webových stránek společnosti [13].



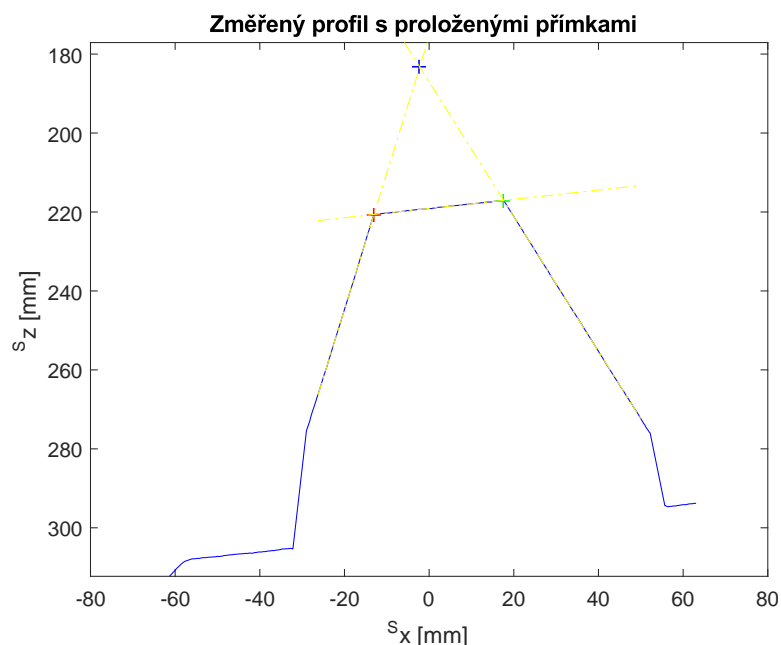
Obrázek 37: Laserový profilometr scanControl 2600-100

## 5.4 Výsledky použití algoritmů na reálném zařízení

Předmětem této podkapitoly je prezentace výsledků dosažených při použití kalibračního algoritmu nad reálnými daty. Prezentovaná měření byla prováděna s využitím robotu FANUC M-20iA/20M, na němž byl umístěn laserový profilometr Micro-Epsilon scanControl 2600-100.

### 5.4.1 Měření a interpretace dat

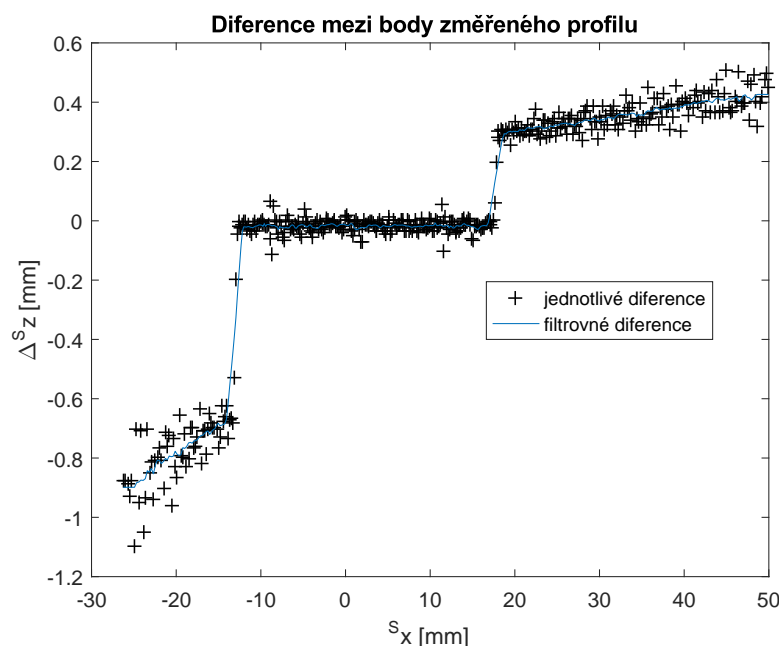
Úkolem první části kalibračního algoritmu je výpočet průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu. Výstup měření laserového profilometru obsahuje kromě vlastního profilu kalibračního objektu i sken povrchu pracovního prostoru robotu v okolí kalibračního objektu. Tuto část dat je nutné před dalším zpracováním z profilu vyříznout tak, aby zůstaly pouze tři rovné segmenty získané měřením tří svrchních stěn kalibračního objektu. Výstup této části algoritmu je ilustrován Obrázkem 38, na němž je zobrazen celý výstup laserového snímače, který je reprezentován modrou křivkou, části přímek získaných lineární interpolací segmentů změřeného profilu označené žlutou barvou a tři hledané průsečíky těchto přímek, které jsou potřebným výstupem této části algoritmu.



Obrázek 38: Ukázka změřeného profilu s proloženými přímkami a vypočtenými průsečíky

Prvotní odhad pozice průsečíků  $P_2$  a  $P_3$ , tj. průsečíků s fyzickými hranami při horní stěně kalibračního objektu, je učiněn na základě změny diferencí mezi sousedními body profilu, jejichž průběh je znázorněn Obrázkem 39. Vypočtené rozdíly mezi sousedními hodnotami naměřených vzdáleností je k zajištění spolehlivého fungování algoritmu nezbytné filtrovat, aby se vyloučil vliv případných nerovností na povrchu kalibračního objektu či jiných rušivých elementů ovlivňujících přesnost měření laserovým profilometrem. Tato filtrace je provedena výpočtem klouzavého průměru několika okolních hodnot diferencí v každém bodě.

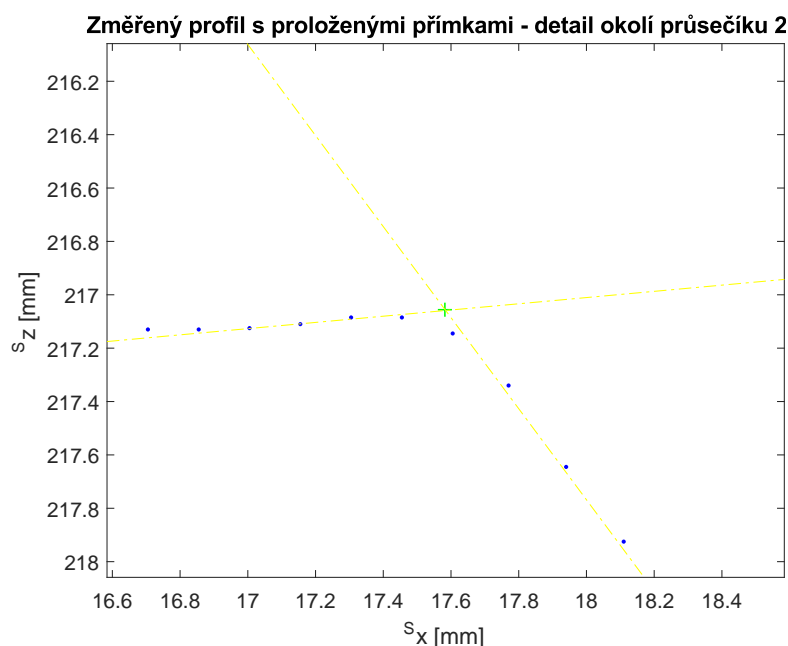
Jak je patrné z Obrázku 39, z filtrovaného průběhu diferencí je již možné přibližně odhadnout polohu průsečíků  $P_2$  a  $P_3$  v ose  $x$ . Data jsou tím pádem rozdělena na tři části, z nichž každá reprezentuje jednu úsečku představující průnik roviny měření s jednou ze tří svrchních stěn kalibračního objektu. Takto získané úsečky jsou dále zkráceny o několik krajních bodů pro vyloučení vlivu případných odrazů laserového paprsku na hranách



Obrázek 39: Diference mezi body změřeného profilu

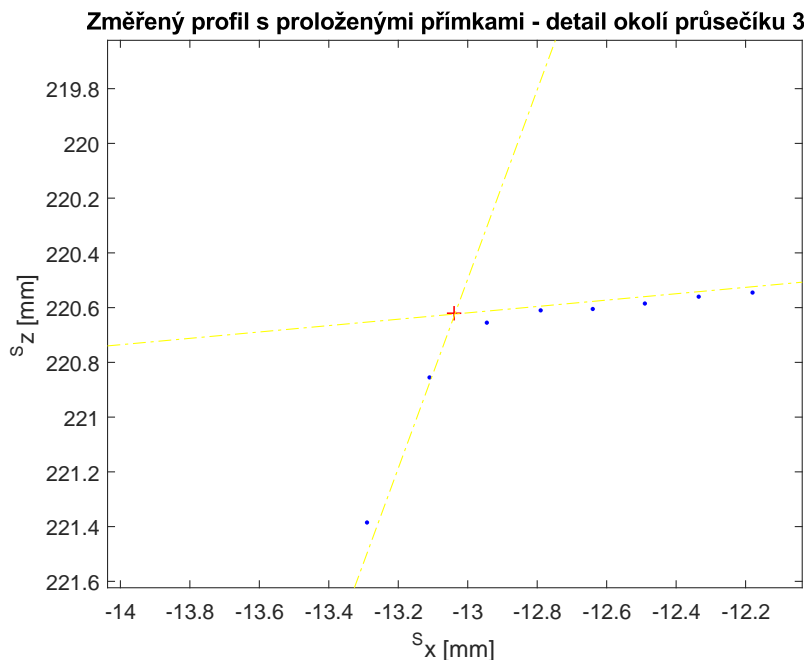
kalibračního objektu a jsou jimi lineární interpolací proloženy přímky, jejichž části jsou na Obrázku 38 označeny žlutou barvou. Výpočtem průsečíků takto získaných přímek jsou pak určeny souřadnice všech tří bodů  $P_i$  v souřadném systému snímače  $S$ .

Přes to, že při pohledu na Obrázek 38 se zdá, že průsečíky  $P_i$  jsou umístěny přesně na předpokládaných pozicích, je na místě se na jejich umístění podívat detailněji a ověřit, zda deklarovaná rozlišení a maximální odchylky senzoru odpovídají reálně naměřeným datům. Nejen průběh diferencí na Obrázku 39, ale i Obrázek 40, který zobrazuje blízké okolí vypočteného průsečíku  $P_2$  napovídá, že určitý šum v měření je přítomen, a to jak vlastní šum měření způsobený například nečistotami či nerovnostmi povrchu kalibračního objektu, tak i strukturální nepřesnosti způsobené konstrukčními vlastnostmi použitého senzoru.



Obrázek 40: Detail okolí průsečíku  $P_2$

Lze jen těžko s jistotou říct, zda je zaoblení na hraně změřeného profilu způsobeno nedokonalostí kalibračního objektu nebo nepřesnostmi měření laserovým profilometrem, avšak Obrázky 40 a 41 naznačují, že nejen tato odchylka je v měřeném profilu přítomna, ale i některé body změřené na teoreticky rovných stěnách se nacházejí mimo vypočtenou interpolační přímku. Jedním z parametrů, kterými lze ovlivnit chování tohoto laserového profilometru, je parametr *Exposure time*, který představuje dobu, po níž snímací čip snímá odražený svazek paprsků. Hodnota tohoto parametru má značný vliv na průběh změřeného profilu v okolí hrany i na šum měření.



Obrázek 41: Detail okolí průsečíku  $P_3$

Hodnotu parametru *Exposure time* lze volit libovolně z intervalu od  $0.01\text{ ms}$  do  $40\text{ ms}$  a manuál laserového snímače v souvislosti s ručním nastavením fixní hodnoty tohoto parametru hovoří pouze o souvislosti s možným počtem profilů za vteřinu (která je pochopitelně  $N_{max} = \frac{1}{Exposure\ time}$ ) a nabízí možnost automatického nastavení tohoto parametru v závislosti na povaze měřeného objektu. Experimenty ukázaly, že čím je hodnota parametru *Exposure time* menší, tím větší detail je snímač schopen zachytit, avšak za cenu větší náchylnosti k šumu a chybám způsobeným například prolétnutím prachové částičky v dráze laserových paprsků. Při použití delší doby expozice pak dochází k průměrování odrazů dopadajících na čip po delší časový úsek a šum měření je tak přirozeným způsobem filtrován, avšak za cenu menší detailnosti výstupu.

V kontextu měření profilů navrženého kalibračního objektu tak při zvyšování parametru *Exposure time* docházelo k většímu zaoblování změřeného profilu v okolí hrany zatímco při použití příliš nízké hodnoty obsahovaly profily mnohé chybně změřené body. Jako nejvhodnější hodnota parametru *Exposure time* byla na základě experimentů zvolena doba  $0.2\text{ ms}$ , se kterou byl snímán i profil ilustrovaný Obrázky 38 až 41.

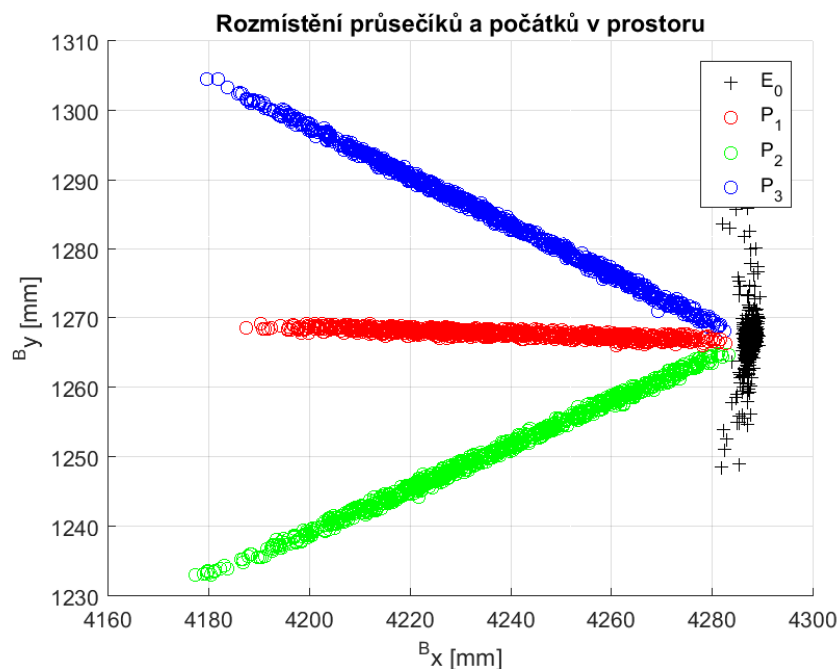
Z hlediska navrženého kalibračního algoritmu je zásadní přesnost nalezení průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu. Vzhledem k výše zmíněným aspektům měření laserovým profilometrem je proto na místě provést výpočet parametrů odchylky vypočtených průsečíků od změřeného profilu. Nad balíkem všech profilů změřených během vývoje a testování kalibračních algoritmů, který čítal přibližně dva tisíce profilů, bylo provedeno vyhodnocení vzdálenosti vypočtených průsečíků  $P_2$  a  $P_3$  od nejbližšího bodu změřeného profilu. Výpočet ukázal, že střední hodnota vzdálenosti průsečíků při svrchní

stěně kalibračního objektu, tedy bodů  $P_2$  a  $P_3$ , činí  $\bar{d}_{P_{2,3}} = 0.1297 \text{ mm}$  a její rozptyl má hodnotu  $\sigma_{P_{2,3}}^2 = 0.1741 \text{ mm}$ . Tyto hodnoty lze víceméně označit za očekávané, neboť vzhledem k rozlišení předmětného laserového snímače může odchylka ve středu měřícího rozsahu v ose  $x$  sama o sobě činit až  $\frac{0.156}{2} = 0.078 \text{ mm}$  a zaoblení profilu v okolí hran a případné nepřesnosti kalibračního objektu jsou zdrojem zbývajících několika desetin milimetru do zjištěné střední hodnoty odchylky  $\bar{d}_{P_{2,3}} = 0.1297 \text{ mm}$ . Zjištěné hodnoty byly posléze využity pro generování šumu v simulacích popsanych v kapitole 4.2. Je však důležité podotknout, že se nejedná o hodnotu chyby měření v pravém slova smyslu, ale jde naopak spíše o korekci zkresleného měření v okolí hrany s využitím přímkové interpolace bodů profilu ležících na stěně kalibračního objektu, které by měly být zatíženy minimální chybou.

#### 5.4.2 Použití celé kalibrační aplikace

Tato podkapitola je věnována prezentaci výsledků dosažených při použití celé kalibrační aplikace představené v této práci na sadu dat obsahující tisíc změřených profilů kalibračního objektu. Pro účely měření byl vyvinut generátor vhodných pozic robotu jako součást aplikace pro řízení robotu a sběr dat z laserového profilometru.

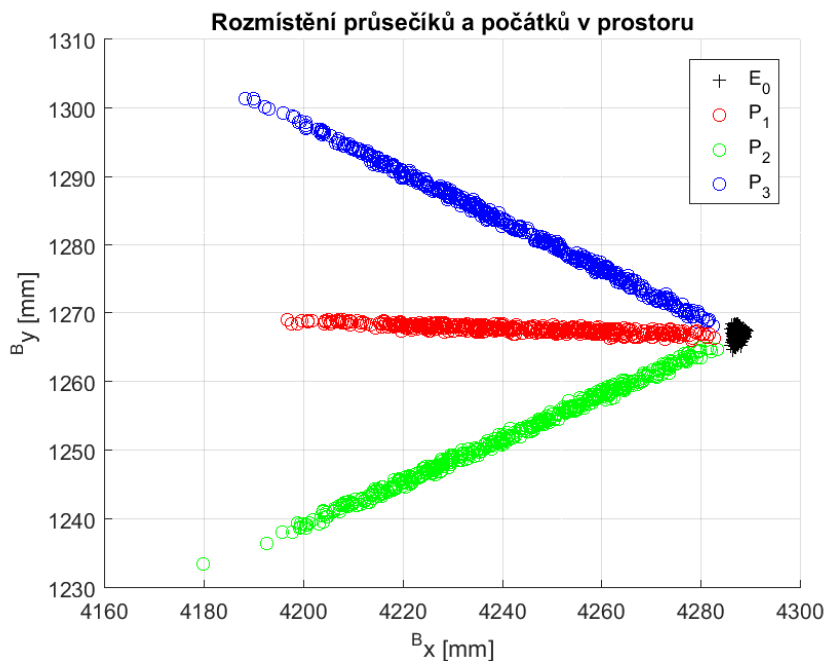
Finální verze kalibračního algoritmu se skládá z několika částí, které na sebe navazují a z nichž každá ovlivňuje části následující. Z kalibračních algoritmů prezentovaných v kapitole 3.2 byl jako nejvhodnější vybrán algoritmus založený na teorii Eukleidovských grup, který vykazoval menší náchylnost na šum. Prvním krokem, který navazuje na výpočet průsečíků roviny měření s hranami kalibračního objektu diskutovaný v předchozí podkapitole, je výpočet vzájemné polohy laserového snímače a kalibračního objektu reprezentované polohou souřadného systému  $E$  v souřadnicích senzoru  $S$ . Kritickou částí tohoto výpočtu je řešení soustavy nelineárních rovnic, jehož aspekty byly popsány v kapitole 4.1.1 a které může být důvodem pro vyloučení některých profilů z dalšího výpočtu, pokud pro ně není nalezeno odpovídající řešení a tím pádem i pozice souřadného systému  $E$ . Z množiny obsahující tisíc změřených profilů bylo při tomto experimentu z tohoto důvodu vyloučeno 45 profilů. Zbýlých 955 profilů je ilustrováno Obrázkem 42.



Obrázek 42: Změřené profily na začátku kalibračního algoritmu

Tento i další obrázky ilustrující rozmístění bodů v prostoru v této podkapitole jsou pro maximální přehlednost zobrazovány z vrchní perspektivy. Obrázek 42 odhaluje kromě určitých nepřesností v rozmístění průsečíků  $P_i$  na hrany kalibračního objektu, které jsou částečně způsobeny šumem měření a ne zcela přesnou ruční kalibrací, také přítomnost nezanedbatelného počtu bodů  $E_0$  umístěných podstatným způsobem mimo očekávanou pozici. Tato chyba u některých profilů byla patrně způsobena nešťastnou kombinací šumu měření a orientace laserového profilometru vůči kalibračnímu objektu a je nezbytné také tyto profily z dalšího měření vyloučit.

Pro identifikaci profilů s výrazně chybně vypočtenými počátky souřadného systému  $E$  bylo navrženo několik přístupů, které jsou založeny na přibližné znalosti skutečné polohy bodu  $E_0$  ve světových souřadnicích. Jednou z možností, jak zjistit polohu bodu  $E_0$  ve světových souřadnicích, je navést do příslušného bodu nějaký další, „lépe kalibrovatelný“, nástroj do příslušného bodu a využít polohu koncového efektoru deklarovanou řídicím systémem robotu. Takovým nástrojem může být například hrot upevněný ke svařovací hlavě, který lze relativně přesně zkalibrovat konvenční metodou polohování do jednoho bodu v prostoru s různou orientací. Podmínkou tohoto přístupu je však přítomnost takového kalibrovatelného nástroje na svařovací hlavě, která však není zpravidla z důvodu kompaktnosti a minimalizace zátěže robotu splněna. Z tohoto důvodu byly navrženy další postupy, které již žádný přídavný hardware nevyžadují a ke své korektní funkčnosti vyžadují pouze přibližnou znalost kalibrační transformace (s odchylkou v řádu několika milimetrů), kterou lze standardním způsobem získat.



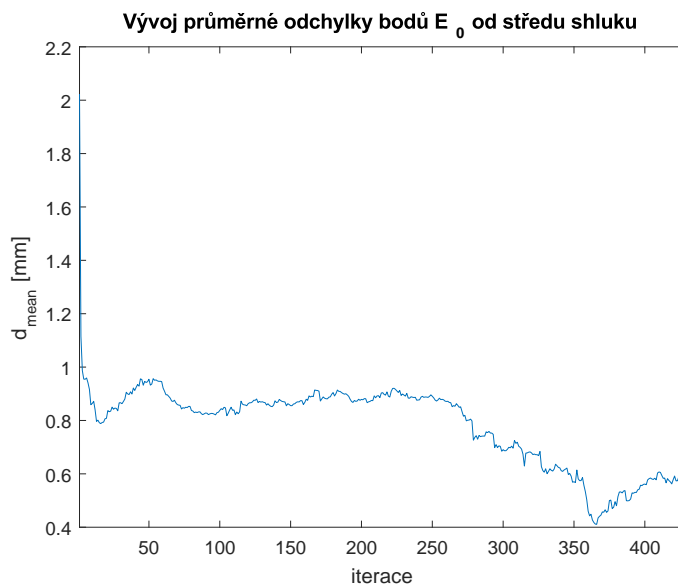
Obrázek 43: Změřené profily po eliminaci chybných profilů

Za předpokladu přibližně korektní kalibrační transformace lze usuzovat, že vypočtené počátky souřadného systému  $E$  budou situovány do jednoho místa. Proto je jednou z možností vyloučit body  $E_0$ , které jsou vzdáleny od vypočtené střední hodnoty shluku vypočtených bodů více, než je předpokládaná nepřesnost ruční kalibrace. Nevýhodou tohoto přístupu je však náchylnost na zkreslení střední hodnoty několika body významněji vzdálenými od fyzického středu shluku. Alternativou k tomuto přístupu je interpolace nalezených průsečíků  $P_i$  ve světových souřadnicích přímkami  $p_i$  a hledání jejich průsečíku, respektive bodu, kde jsou si tyto přímky nejbližší. Tento způsob výpočtu není náchylný



na přítomnost nekorektních řešení soustavy nelineárních rovnic a při použití přibližně přesné ruční kalibrace vykazují velmi dobré výsledky. Tohoto přístupu bylo také využito v prezentovaném algoritmu a Obrázek 43 ilustruje rozmístění průsečíků a počátků s. s.  $E$  po oříznutí profilů, jejichž body  $E_0$  byly od odhadovaného počátku souřadného systému  $E$  vzdáleny více než  $d_{E_{max}} = 1.5 \text{ mm}$ . Při porovnání tohoto obrázku s Obrázkem 42 lze pozorovat, že došlo k vyloučení zejména profilů, které byly pořízeny ve větší vzdálenosti od počátku souřadného systému  $E$ , tj. blíže k čtvercové podstavě kalibračního objektu (viz Obrázek 10). Tento fakt lze označit za pochopitelný, a to hned ze dvou důvodů. Jedním z nich je výrazně menší počet změřených bodů profilu na šikmých stěnách hranolu, což zvýrazňuje vliv zaoblení profilu při hraně kalibračního objektu a zvyšuje náchylnost na chybu měření na šikmé stěně kalibračního objektu. Druhým aspektem takové konfigurace je relativně velká vzdálenost od bodu  $E_0$  a tím pádem i velké hodnoty vypočtených délek úseček  $t_i$ , které i při malé nepřesnosti ve výpočtu řešení soustavy rovnic či vlastnímu výpočtu průsečíků způsobí znatelný posun ve vypočtené poloze souřadného systému  $E$ .

Po oříznutí profilů, které produkovaly zřetelně nekorektní souřadné systémy  $E$ , by již bylo možné provést výpočet kalibrační transformace s velkou mírou přesnosti, avšak pro nalezení optimálního řešení byl implementován postup, jehož cílem je minimalizovat průměrnou vzdálenost mezi body  $E_0$  a tím zaručit co možná nejpřesnější výpočet kalibrační transformace. Proto provádí použitý algoritmus výpočet kalibrace opakovaně, přičemž v každé iteraci je z množiny profilů vyloučen profil, který produkuje souřadný systém  $E$ , jehož počátek je nejvíce vzdálen od středu shluku všech bodů  $E_0$  v dané iteraci. Ze zbylých profilů je pak vypočtena kalibrační transformace, jejímž prostřednictvím je přepočtena poloha snímače a souřadného systému  $E$  u všech zbývajících profilů a celý postup je opakován až do dosažení stanoveného minimálního počtu profilů.

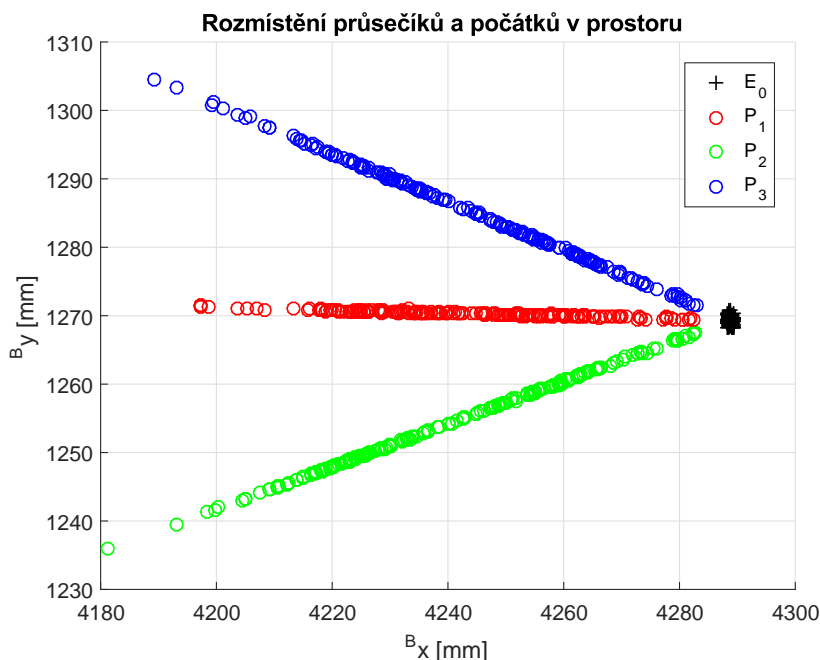


Obrázek 44: Vývoj průměrné vzdálenosti bodů  $E_0$  od středu shluku

Obrázek 44 pak ilustruje vývoj průměrné odchyly jednotlivých počátků souřadného systému  $E$  od středu shluku těchto bodů. Z průběhu této odchyly je patrné, že již po prvotním odříznutí profilů se zřetelně nekorektními pozicemi souřadného systému  $E$  je shluk bodů  $E_0$  relativně kompaktní se střední hodnotou odchyly bodů od středu s hluku menší než  $1 \text{ mm}$ . Tato odchyly lze nadále snižovat postupným odřezáváním „nejvzdálenějších“ profilů až k hodnotě  $0.4 \text{ mm}$ , po níž začne opět docházet k jejímu pozvolnému nárůstu z důvodu snižujícího se počtu profilů a tudíž horší podmíněnosti matic regresorů ve výpočtu kalibrační transformace metodou nejmenších čtverců. Jako

nejlepší kalibrační transformace je tedy vybrána kalibrace příslušící iteraci, při níž byla vypočtena minimální průměrná střední hodnota odchylky počátků souřadného systému  $E$ , která má v tomto případě index 366.

Vybraná optimální kalibrační transformace je ilustrována Obrázkem 45, který znázorňuje rozmístění průsečíků a vypočtených počátků souřadného systému v množině profilů v příslušné iteraci přepočtenou do světových souřadnic s použitím nalezené kalibrační transformace.



Obrázek 45: Změřené profily po aplikaci nalezené kalibrační transformace

Z Obrázku 45 je patrné, že vypočtená kalibrační transformace zajišťuje velmi přesné rozmístění průsečíků  $P_i$ , které správně leží na přímkách představujících hrany kalibračního objektu a iterativní výběr profilů zapříčinil výběr takových profilů, pro něž byly korektně vypočteny pozice souřadného systému  $E$  a shluk bodů  $E_0$  je tudíž velmi kompaktní.

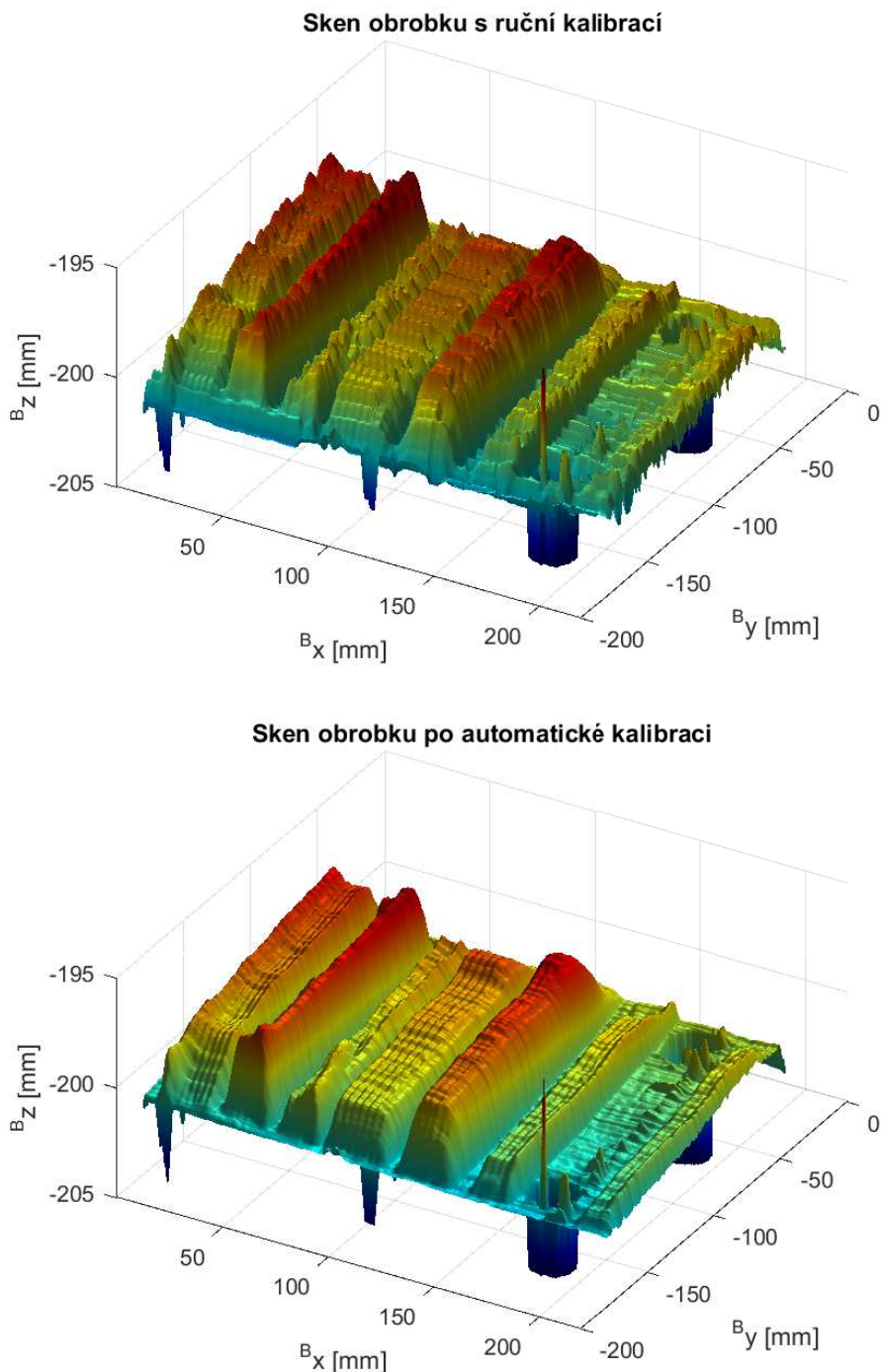
## 5.5 Přínos kalibračních algoritmů

Tato podkapitola je věnována krátké prezentaci dosažených výsledků ve smyslu zkvalitnění výstupu algoritmů, které pracují s měřením kalibrovaným laserovým profilometrem. Budou prezentovány výsledky úlohy skenování ocelové desky, na níž bylo naneseno několik řad testovacích svarů. Fotografie skenovaného objektu je na Obrázku 46.



Obrázek 46: Skenovaný obrobek s testovacími svary

Skenování bylo prováděno posouváním profilometru vodorovně po přímkách rovnoběžných se svary přítomnými na skenovaném objektu vždy zprava doleva a následně zpět s odlišným sklonem osy měření, aby byly co možná nejvíce redukovány nežádoucí odrazy laserového paprsku. Po složení takto naměřených profilů a filtraci byly získány modely povrchu obrobku, jejichž porovnání je ilustrováno Obrázkem 47.



Obrázek 47: Porovnání skenu objektu před a po použití kalibračního algoritmu

V horní části Obrázku 47 lze snadno odhalit nepřesnost v použité ruční kalibraci, která způsobila, že získaný profil obrobku je značně zvrásněný, ačkoliv ve skutečnosti je tento povrch takřka dokonale rovný. Po přepočtení dat s využitím kalibrační transformace nalezené představeným kalibračním algoritmem došlo ke zjevnému vyhlazení a sken již odpovídá skutečnosti.

## 6 Závěr

Předmětem této práce byla analýza dostupných metod určených ke kalibraci optických snímacích prvků průmyslových robotů, jejich porovnání a následný návrh a implementace nejvhodnější techniky pro kalibraci laserového profilometru v úloze robotického svařování laserem.

První část této práce byla věnována představení matematických nástrojů používaných k reprezentaci polohy v robotice, jejich předností i nevýhod a způsobů přepočtu mezi nimi. Dále bylo v této kapitole naznačeno odvození geometrických modelů nezbytných k řízení pohybu sériového robotu v prostoru.

Další část již byla zaměřena na vlastní metody kalibrace laserového profilometru. Byl představen kalibrační objekt, jehož snímáním ve dvou dimenzích je možno získat data postačující k výpočtu vzájemné polohy kalibračního objektu a laserového snímače. V návaznosti na představený kalibrační objekt byly vytvořeny metody zajišťující správnou interpretaci měřených dat, výpočet významných bodů v prostoru a následné určení vzájemné polohy laserového snímače a kalibračního objektu. Známá poloha příruby robotu a vypočtená vzájemná poloha senzoru a kalibračního objektu byla následně použita k hledání kalibrační transformace s použitím regresních metod nad větším množstvím měřených dat. K řešení této úlohy, která bývá v literatuře označována jako *hand-eye kalibrace*, byly představeny dva algoritmy.

Třetí část této práce byla zaměřena na simulační ověření navržených algoritmů. Nejprve byly otestovány dílčí kroky zajišťující interpretaci dat a byl analyzován jeden z hlavních problémů hledání kalibrační transformace, kterým je výpočet polohy kalibračního objektu v souřadném systému laserového senzoru na základě měření ve dvou dimenzích, který vyžaduje řešení soustavy nelineárních rovnic. Posléze byla ověřena funkčnost kompletních algoritmů jak v teoretickém případě nepřítomnosti jakýchkoli nepřesností, tak i při zahrnutí nepřesností polohování robotu a šumu měření laserovým snímačem. Byla rovněž vyšetřena i závislost odchylky výstupu obou kalibračních algoritmů od správné kalibrační transformace v závislosti na velikosti přítomného šumu měření a nepřesností polohování robotu. Provedené simulace byly ilustrovány četnými grafy.

Závěrečná část práce pak byla věnována stručnému popisu použitých zařízení a zejména popisu fungování a výstupu finální verze kalibračního algoritmu nad reálnými daty. Přínos použití kalibrační transformace byl na závěr ilustrován porovnáním skenu povrchu objektu s použitím hrubé, ruční, a přesnější, navrženým algoritmem vypočtené, kalibrační transformace.

Další práce by měla být zaměřena na integraci navržených algoritmů do komplexního systému pro řízení svařovacího robotu, který je vyvíjen ve spolupráci se společností LaserTherm, a současně na detailnější testování za účelem optimalizace algoritmů ve smyslu zrychlení výpočtu i zpřesnění výsledné kalibrace.

## Použitá literatura

- [1] Regaard, B., Kaierle, S., Poprawe, R., (2009). Seam-tracking for high precision laser welding applications — Methods, restrictions and enhanced concepts
- [2] Švejda, M., (2014). Přednášky z předmětu Úvod do robotiky a mechatroniky
- [3] Shiu, Y. C., Ahmad, S. (1989). Calibration of wrist-mounted robotic sensors by solving homogenous transform equations of the form  $AX=XB$
- [4] Tsai, R. Y., Lenz, R. L., (1989). New technique for fully autonomous and efficient 3D robotics Hand/Eye calibration
- [5] Park, C., Martin, B. J., (1994). Robot Sensor Calibration: Solving  $AX = XB$  on the Euclidean Group
- [6] Huissoon, J. P., (2002). Robotic Laser Welding: Seam Sensor and Laser Focal Frame Registration
- [7] de Graaf, M. W., (2007). Sensor-guided robotic laser welding
- [8] Nádas, A., (1978). Least squares and maximum likelihood estimation of rigid motion
- [9] Gantmacher, F. R., (1960). Matrix Theory
- [10] Wagner, M., Heß, P., Reitelshöfer, S., Franke, J., (2015). Self-calibration method for a robotic based 3D scanning system
- [11] Webové stránky FANUC CZECH, (2017). <http://www.fanuc.eu/cz/cs/kdo-jsme>
- [12] FANUC Corporation, (2017). Datasheet robotu M-20iA/20M
- [13] Webové stránky Micro-Epsilon GmbH, (2017). <http://www.micro-epsilon.cz/company/about/>
- [14] Micro-Epsilon GmbH, (2017). Datasheet ScanControl 26x0
- [15] Webové stránky Metralight Inc., (2017). <http://metralight.com/index.php/about-us/>

# Příloha 1

## Obsah příloženého CD

Předmětem této přílohy je popis struktury a stručný komentář k souborům přiloženým k této práci na disku CD.

Kromě digitální podoby této diplomové práce, kterou obsahuje soubor `diplomka.pdf`, lze na přiloženém kompaktním disku nalézt následující adresáře, které obsahují představené algoritmy implementované v prostředí MATLAB.

- 1 **Simulace vlivu šumu průsečíků na výpočet  $E_0$**  - zdrojové kódy popsané v kapitole 4.1, spustitelné skripty `dispZavislostiSumu.m` pro provedení simulace a `loadAndPlot_EOPi.m` pro vykreslení obrázků
- 2 **Prostor řešení  $t_i$**  - zdrojové kódy diskutované v kapitole 4.1.1, spustitelný skript `dispTiSolutions.m`
- 3 **Finální algoritmus - generovaná data** - zdrojové kódy pro simulaci celého systému prezentované v kapitole 4.2, spustitelný skript `simAndPlot.m` pro spuštění simulace a vykreslení grafů
- 4 **Finální algoritmus - reálná data** - zdrojové kódy finální podoby kalibračního algoritmu s reálně naměřenými daty prezentované v kapitole 5.4.2, spustitelný skript `calibrate_all_extended.m` pro kalibraci a `odhadSumuPruseciku.m` pro výpočet parametrů šumu průsečíků z kapitoly 5.4.1
- 5 **Porovnání kalibrací** - změřená data diskutovaná v kapitole 5.5 a spustitelný skript `loadAndPlot.m` pro jejich načtení a vykreslení

Jednotlivé adresáře obsahují kromě uvedených spustitelných skriptů i množství dalších komponent, které jsou nezbytné k fungování celého algoritmu. Jedná se například o funkce pro přepočítání orientace mezi jednotlivými reprezentacemi, funkce pro načtení dat, vyhledávání průsečíků, interpolaci a další. Vlastní zdrojové kódy jsou opatřeny četnými komentáři.