Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne

.....

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat v první řadě vedoucímu práce Ing. Martinu Goubejovi, Ph.D., za jeho náměty, trpělivost a cenné rady, díky kterým má práce směřovala vždy správným směrem. Poděkování patří také panu Ing. Milanu Štětinovi za pomoc při praktické části práce. Zvláštní poděkování patří mým rodičům za podporu a pomoc během studia.

Abstrakt

Tato práce se zabývá řízením stejnosměrných elektronicky komutovaných pohonů. Na počátku práce jsou vysvětleny základní vlastnosti konstrukce BLDC motorů a možnosti snímání polohy rotoru. V práci je dále odvozen matematický model BLDC motoru, kterého je dále využíváno k sestavení simulačního modelu v programu Matlab – Simulink. Dále práce obsahuje seznámení s možnostmi regulace proudu, otáček a polohy BLDC motorů. Regulátory těchto veličin jsou následně navrženy a simulačně otestovány v zapojení do kaskádní regulace. Na závěr je simulační model přenesen do reálného prostředí, kde je navržen a otestován algoritmus pro řízení proudu PI regulátorem na reálném BLDC stroji.

Klíčová slova: BLDC motor, bezkartáčový motor, konstrukce, snímače polohy, matematický model, simulace, šestikroková komutace, řízení proudu, řízení otáček, řízení polohy, kaskádní řízení

Abstract

This thesis deals with controling of BLDC motors. At the beginning of the thesis, the basic features of the BLDC motor design and rotor positioning are explained. The mathematical model of the BLDC motor is also used in the thesis. The model is also used to build a simulation model of the motor in the Matlab - Simulink program. In addition, the possibilities of regulation current, speed and position of BLDC motors are presented. Hence the controllers of these variables are designed and simulated in the cascade control. At the end of the thesis, the results of simulation model and a real BLDC motor controller are tested and compared. The algorithm of current control is controlled through PI controller.

Keywords: BLDC motor, brushless motor, design, position sensors, mathematical model, simulation, six-step commutation, current control, speed control, position control, cascade control

Seznam symbolů a zkratek

BLDC	brushless direct current				
PMSM	permanent magnet synchronous motor				
EMF	electromotive force				
Te	elektromagnetický moment				
Kt	momentová konstanta				
I	elektrický proud				
В	magnetická indukce od permanentních magnetů				
1	délka rotoru				
r	vnitřní poloměr rotoru				
Ν	počet závitů jedné făze				
n	otáčky za minutu				
Nm	Newton-metr				
\mathbf{V}_1	indukované napětí do statoru				
V ₂	indukované napětí do statoru				
ω	úhlová rychlost budícího napětí rotoru v rad/sec				
γ	úhel natočení rotoru				
Ua	fázové napětí				
Ub	fázové napětí				
Uc	fázové napětí				
Ra	odpor fázového vinutí				
R _b	odpor fázového vinutí				
Rc	odpor fázového vinutí				
ia	fázový proud				
ib	făzový proud				
ic	fázový proud				
Li	vlastní indukčnost fáze				

M _{i, j}	vzájemná indukčnost fáze i vůči fázi j
ea	zpětné indukované napětí
e _b	zpětné indukované napětí
ec	zpětné indukované napětí
Un	napětí středového uzlu
fa	funkce lichoběžníku
f _b	funkce lichoběžníku
fc	funkce lichoběžníku
θ	poloha rotoru
р	počet pólových dvojjc motoru
J	moment setrvačnosti
В	koeficient tření
Tı	zátěžný moment na hřídeli
A(x)	maticová funkce
MOSFET	Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
PWM	Pulse Width Modulation
М	vzájemná indukčnost vinutí

Obsah

	Úvod		9
1	Stej	nosměrný bezkartáčový motor s elektronickou komutací BLDC	10
	1.1	Rozdělení dle konstrukčního provedení:	10
	1.2	Stator	11
	1.3	Rotor	12
	1.4	Momentová charakteristika	13
	1.5	Porovnání vlastností motorů	14
2	Dete	ekce polohy	16
	2.1	Hallovy sondy	16
	2.2	Optický snímač	17
	2.3	Resolver	17
	2.4	Bezsenzorová detekce polohy	19
3	Mat	tematický model motoru	20
	3.1	Modelování pomocí fázových napětí	20
	3.2	Modelování pomocí svorkového napětí	24
4	Rea	lizace výkonové části	26
	4.1	Výkonový můstek	26
	4.2	Pulsně šířková modulaœ PWM	28
	4.3	Metody spínání můstku při řízení PWM	28
5	Sim	ulace v programu MATLAB – Simulink	29
	5.1	Schéma kaskádní regulace proudu, otáček a polohy	29
	5.2	Schéma řízení proudu hysterezním regulátorem	
	5.3	Modelování fázového napětí – blok embedded matlab function	31
6	Říze	ení bezkartáčového motoru	33
	6.1	Šestikroková komutaœ	33
	6.2	Metody řízení při šestikrokové komutaci	34
	6.2.2	1 Řízení v otevřené smyčce	34
	6.2.2	2 Řízení otáček	35
	6.2.3	3 Řízení proudu / momentu	35
	6.2.4	4 Řízení polohy	35

	6.3 Návrh kaskádní regulace proudu, otáček a polohy				
	6.3.2	Regulátor proudu			
	6.3.2	2 Regulátor otáček	40		
	6.3.3	8 Regulátor polohy	42		
	6.3.4	Hysterezní regulátor proudu	43		
7	Výs	ledky simulačních experimentů			
	7.1	Test zapojení motoru nakrátko	44		
	7.2	Test motoru bez řízení naprázdno	45		
	7.3	Test proudového regulátoru	47		
	7.3.2	Metoda s PI regulátorem pro model svorkových napětí	47		
	7.3.2	2 Metoda s hysterezním regulátorem pro model fázových napětí	48		
	7.4	Test regulátoru otáček	49		
	7.5	Test regulátoru polohy	50		
8	8 Testování reálného motoru				
9	Záv	ěr			

Úvod

Stejnosměrné pohony jsou často aplikovány v průmyslu díky svému jednoduchému řízení. Mezi hlavní výhody dále patří i možnost bezpečného bateriového napájení, jenž umožnuje mobilitu přístrojů. Použití pohonů nám přináší možnost převést elektrickou energii na mechanickou. V posledních letech nás provází značná expanze, při které jsou využívány například k regulaci síly, kroutícího momentu, rychlosti či k polohování. Existují dvě hlavní skupiny těchto pohonů. První z nich jsou již dlouho používané kartáčové stejnosměrné motory, které se za dobu používání stihly hojně rozšířit do všech oborů. Tato práce se však zabývá skupinou druhou a to bezkartáčovými stejnosměrnými motory známými pod anglickou zkratkou BLDC (brushless direct current) nebo PMSM (permanent magnet synchronous motor) v závislosti na použitém řízení.

Bezkartáčové motory právě prožívají největší rozmach. Snaha o nahrazení kartáčových motorů v nízkonapěťových aplikacích byla již v dřívějších dobách, avšak vysoká cena permanentních magnetů a zvýšené nároky na řízení neumožnily proniknutí této technologie do všech sfér průmyslu. Využití tak probíhalo jen v aplikacích, kde je požadována vysoká účinnost, spolehlivosti a odolnost proti elektromagnetickému rušení. Nyní, kdy výrobní cena BLDC motorů a řídících obvodů značně poklesla, začíná prosazování do běžných domácích zařízení, automobilů a průmyslových strojů.

V první části práce je krátce popsána konstrukce BLDC stroje, jeho hlavná výhody a nevýhody, typické vlastnosti a porovnáni těchto vlastností s jinými druhy točivých strojů. Dále jsou popsany možnosti detekce polohy rotoru a hlavní výhody a nevýhody jednotlivých způsobu. Ve třetí kapitole jsou obsazeny rovnice, popisující matematický model stroje. Stroj je matematicky popsán pro dva způsoby modelování. Prvním způsobem je modelováni za pomoci făzových napětí a druhým pak modelování s využitím svorkových napětí stroje. Čtvrtá kapitola se zabývá realizací výkonové části řízení BLDC stroje. Je vysvětlena funkce výkonového můstku a dále je nastíněn princip PWM modulace a metody jejího spínání. Pátá část slouží k popisu modelu, který byl vytvořen v programu MATLAB – Simulink a k popisu funkce nejdůležitějších bloků simulace. V šesté části je vysvětlen princip řízení BLDC stroje pomocí šestikrokové komutace. V této kapitole jsou také uvedeny základní vztahy popisující řízení momentu, otáček a polohy stroje a funkce příslušných regulátorů. V sedmé kapitole jsou shrnuty výsledky získané z jednotlivých simulací BLDC stroje. Tyto výsledky lze porovnat s výsledky získané z experimentálních měření, které jsou popsány v kapitole osm.

Výsledky získané v této práci a zejmána pak matematický model BLDC stroje by měly být nadále využitelné pro odhad chování reálných BLDC strojů. Co nejpřesnější odhad vlastností reálného stroje nám napomáha odhadnout správné požadavky na hardware a software pro řízení v praktických aplikacich.

1 Stejnosměrný bezkartáčový motor s elektronickou komutací BLDC

Stejnosměrný BLDC motor se řadí do skupiny synchronních motorů ([26]). Synchronizaci vyjadřuje stejná frekvence rotace magnetického statorového pole a magnetického pole rotoru. Skluz je tedy roven nule. Zatímco u kartáčových motorů je nutno přivádět napětí na rotující část, zde tento problém odpadá. Rotor tvoří permanentní magnety, na které působí proměnné magnetické pole statorového vinutí. Díky této konstrukci nedochází k opotřebovávání kartáčů. Stator BLDC stroje je napájen stejnosměrným pulsním napětím. K vytvoření tohoto signálu je zapotřebí regulátoru starajícího se o elektronickou komutaci. Pomocí regulátoru je řízeno přepínání budícího signálu na jednotlivé cívky ve správném sledu tak, aby zajišťovaly tvorbu rotujícího magnetického pole.

1.1 Rozdělení dle konstrukčního provedení:

- a) podle vykonávaného pohybu
 - rotační
 - lineární
- b) podle počtu fází
- c) podle umístění rotoru (Obrázek 1)
 - uvnitř statoru ("inrunner")
 - obklopující stator ("outrunner")
- d) podle toku ve vzduchové mezeře
 - s harmonickým rozdělením toku
 - s lichoběžníkovým rozdělením toku



Obrázek 1: Umístění rotoru: vlevo uvnitř statoru - "innrunner", vpravo vně statoru - "outrunner" ([1])

1.2 Stator

Podobně jako u indukčních motorů je i zde stator vyroben z vrstvených plechů kvůli minimalizaci ztrát vířivými proudy. Takto vytvořená kostra nese v obou případech umístění rotoru statorové vinutí. V případě nejvyužívanějšího třífázového vinutí je vyráběno uspořádání do hvězdy i trojúhelníka. Při zapojení do hvězdy se získá pro nízké otáčky vyšší točivý moment než v případě trojúhelníku ([2]). Na obrázku 2 lze vidět rozložení statorového vinutí u třífázového zapojení do hvězdy. Propojení statorových vinutí dále určuje průběh elektromotorických sil popisovaných často pod anglickým názvem back-EMF (electromotive force) ([2]). Jejich vznik je způsoben pohybem rotoru. V případě BLDC motorů se jedná o lichoběžníkový průběh.



Obrázek 2: Rozložení statorového vinutí do hvězdy a průběh elektromotorických sil (upraveno z [4])

Plechové tělo statoru může být ve dvou provedeních, a to s homogenním vinutím nebo soustředěným vinutím na pólech motoru (Obrázek 3). Konstrukce s homogenním vinutím poskytuje hladší chod a snižuje pulsaci momentu, která je nežádoucí zvláště v nízkootáčkových (méně než 500 otáček za minutu) aplikacích motoru ([3]). Provedení se soustředěným vinutím disponuje jednoduchostí přizpůsobení vinutí a lepším odvodem tepla. V tomto provedení mohou dosahovat motory vyšších výkonů a jsou schopny přenést vyšší kroutící moment ([3]).



Obrázek 3: Drážková a bezdrážková konstrukce statoru (upraveno z [3])

1.3 Rotor

Rotor běžného elektronicky komutovaného BLDC motoru tvoří permanentní magnety. Počet pólových párů je dán dle využití motoru. Čím více pólových dvojic obsahuje, tím lze dosáhnout vyššího kroutícího momentu motoru, ale zároveň se snižuje dosažitelná maximální rychlost ([2]). Velikost kroutícího momentu dále ovlivňuje materiál permanentního magnetu. Použítím materiálu s vyšší magnetickou indukcí dosahují motory vyššího kroutícího momentu. Jsou to především magnety na bázi vzácných zemin jako neodym, směs samaria a cobaltu nebo směs boru, feritu a neodymu ([2]). Cena neodymových magnetů však značně převyšuje cenu běžného feritového magnetu.



Obrázek 4: Rotory vlevo "outrunner", vpravo "inrunner" (upraveno z [2,5])

1.4 Momentová charakteristika

Křivka představující závislost otáček motoru na vyvozovaném kroutícím momentu se momentová charakteristika. Chování motoru nazývá vyjádřené charakteristikou dodávanou výrobcem odpovídá provozu při konstantním napětí. Z hlediska provozních vlastností jsou nejsledovanějšími parametry křivky rozběhový (maximální) a jmenovitý moment. Rozběhovým momentem se rozumí maximální hodnota momentu, kterou motor může působit při svém rozběhu z nulových otáček a zároveň hodnotu maximálního přípustného zátěžného momentu na hřídeli. Připojíme-li vyšší moment, dojde k zastavení motoru nebo vůbec nedojde k roztočení. Jmenovitého momentu dosahuje motor při jmenovitých otáčkách. Výše zmiňovanou charakteristiku a parametry vyobrazuje Obrázek 5. Část (a) reprezentuje ideální momentovou charakteristiku a část (b) reálný případ. Obě zmiňované křivky zobrazují charakteristiku stejnosměrného elektronicky komutovanému motoru. Pracovní prostor motoru se nachází pod křivkou a dále se dělí na dvě části, které vyjadřují oblasti, v nichž může být motor provozován trvale a kde může pracovat jen krátkodobě. Za krátkodobý provoz je považována například doba nezbytně nutná k rozběhu se zátěží. V takové chvíli nastává momentová špička a tedy i s momentem svázaná špička napěťová, čímž dochází k oteplení motoru. Závislost proudu na momentu motoru udává momentová konstanta, jejíž hodnotu určují výrobní parametry

$$T_e = IK_t = 2IBlrN \tag{1.1.}$$

kde

T_e je elektromagnetický moment
K_t momentová konstanta
I elektrický proud
B magnetická indukce od permanentních magnetů
l délka rotoru
r vnitřní poloměr rotoru
N počet závitů jedné făze



Obrázek 5: Momentová charakteristika (a) ideální, (b) reálná ([6])

1.5 Porovnání vlastností motorů

V porovnání s ostatními pohony vyniká bezkartáčový motor vysokým poměrem výkonu vůči velikosti a hmotnosti. Mezi další přednosti patří konstrukční provedení nevyžadující údržbu díky absenci kartáčů způsobujících jiskření při komutaci. Nevýhodu však přináší nutnost použití regulátoru, jenž zvyšuje cenu a nároky na řídící algoritmus. Náklady na výrobu stroje navyššují také permanentní magnety vyrobené ze vzácných zemin. Přiložené tabulky 1 a 2 shrnují rozdíly vlastností BLDC motoru v porovnání se stejnosměrným asynchronním a kartáčovým motorem.

	Bezkartáčový motor	Kartáčový motor	
Komutace	Elektronická Mechanická (kartáče)		
Údržba	Bezúdržbový	Kartáče vyžadují pravidelné čištění	
Životnost	Dlouhá	Kratší	
Momentová	Plochá – provoz	Méně plochá vlivem tření kartáčů	
charakteristika s jmenovitou zátěží v celém		ve vyšších rychlostech	
	rozsahu rychlosti		
Účinnost	Vysoká – žádné poklesy	Střední	
	napětí na kartáčích		
Poměr	Vysoký – rozměr šasi	Střední/ nízký – teplo produkované	
výkon/	redukován díky výbornému	v kotvě musí procházet přes	
rozmě ry	odvodu tepla z vinutí	vzduchovou mezeru, větší rozměry	
	umístěného na statoru	konstrukce	

Moment	Nízký díky permanentním	Vyšší, horší dynamika	
setrvačnosti	magnetům, dobré dynamické		
rotoru	vlastnosti pohonu		
Rozsah	Vysoký, žádné omezení	Nižší, omezení dané kartáči	
rychlostí	mechanickým komutátorem		
Elektrické Nízké		Vysoké hodnoty elektromagnetické	
rušení		interference vlivem kartáčů	
Náklady na	Vyšší kvůli permanentním	Nízké, jednoduchá konstrukce	
výrobu	magnetům		
Řízení	Složité a nákladné	Jednoduché a levné	
Požadavky na	Nelze provozovat bez	Pro provoz s pevnou rychlostí není	
říze ní	elektronické regulace	třeba regulátor	

Tabulka 1: Srovnání bezkartáčového a kartáčového motoru ([7]))

	Bezkartáčový motor	Asynchronní motor
Momentová	Plochá – provoz s jmenovitou	Nelineární – nižší moment při
charakteristika	zátěží v celém rozsahu rychlosti	nízkých rychlostech
Poměr	Vysoký – rozměr šasi redukován	Střední – rotor zabírá více
výkon/	díky výbornému odvodu tepla	místa
rozmě ry	z vinutí umístěného na statoru	
Moment	Nízký díky permanentním	Vysoký, špatná dynamika
setrvačnosti	magnetům, dobré dynamické	
rotoru	vlastnosti pohonu	
Rozběhový	Není potřeba zvláštní obvod pro	Až sedminásobek jmenovitého
proud	rozběh	proudu, vhodné doplnit
		obvodem pro rozběh
		(přepínání hvěza-trojúhelník)
Požadavky na	Nelze provozovat bez	Pro provoz s pevnou rychlostí
říze ní	elektronické regulace	není potřeba regulátor
Skluz	Žádný skluz, rotor se otáčí	Skluz rostoucí se zátěžným
	synchronně se statorovým polem	momentem

Tabulka 2: Srovnání bezkartáčového a asynchronního motoru ([7])

2 Detekce polohy

K řízení bezkartáčového motoru je nutno znát polohu rotoru, na základě které následně dochází ke generování pulzů do statorových făzí. Hlavní způsoby detekce polohy jsou následující:

- a) Hallovy sondy
- b) optický snímač
- c) resolver
- d) bezsenzorová detekce polohy

2.1 Hallovy sondy

Hallovy sondy jsou vyrobeny z polovodičového materiálu, jehož napěťový výstup závisí na velikosti magnetického pole v okolí senzoru ([4]). Pro využití ve spolupráci s BLDC motorem je však důležitá pouze schopnost detekce polarity magnetického pole a výstupní napětí je proto saturováno. Sondy tak poskytují pouze výstup v podobě "0" nebo "1" pro severní nebo jižní pól. Detekce typicky probíhá za pomoci 3 Hallových sond umístěných po 120° (Obrázek 5). Jejich výstupem je 8 binárních kombinací, z nichž 6 reprezentuje polohu motoru.



Obrázek 6: Ukázka zapojení Hallových sond v obvodu s BLDC motorem (upraveno z [4])

Zbylé dvě kombinace "111" a "000" slouží k detekci chybného kontaktu, poškození vedení či nefunkčního senzoru ([4]).

2.2 Optický snímač

Princip optického snímače spočívá ve vysílání signálu procházejícího skrz optickou mřížku se zářezy a jeho následném zpracování ([4]). Podle druhu výstupu jsou čidla dělena na dvě skupiny, a to inkrementální snímače a absolutní snímače. Optické mřížky se v závislosti na skupině značně liší (Obrázek 6). Při použití inkrementálního čidla není známá absolutní poloha rotoru, a proto je v případě detekce polohy pro řízení BLDC motoru využíváno absolutního čidla. V závislosti na průchodu světla mřížkou dochází ke generování kódu vyjadřujícího absolutní polohu. Počet bitů výstupního signálu závisí na počtu stop optické mřížky. Nevýhodou výše zmíněné metody je nutnost pevného spojení čidla s hřídelí rotoru a s tím spojené nároky na prostor ([4]).



Obrázek 7: Mřížky optických snímačů (upraveno z [4])

2.3 Resolver

V aplikacích vyžadujících robustnost při snímání polohy se nejčastěji využívá resolveru ([4]). Přestože v těchto aplikacích metoda podává velmi dobré výsledky, kvůli vyšší finanční náročnosti se používá jen zřídka. Pomocí resolveru můžeme získat absolutní úhel motoru, který lze běžně určovat s rozlišovací schopností 12 až 16 bitů, což je 2^{12} až 2^{16} poloh na otáčku motoru ([4]). Rotor resolveru a rotor snímaného objektu musí být pevně spojeny. Rotační část resolveru tvoří cívka buzená napětím V_R o frekvenci 8 až 16 kHz ([4]). Stator se skládá ze dvou vinutí, která jsou vůči sobě kolmá (Obrázek 7). Je-li úhel

 γ nulový, indukované napětí v cívce V₁ je maximální a zároveň napětí V₂ je rovno 0. Při otáčení rotoru po směru hodinových ručiček, dochází k postupnému snižování indukovaného napětí ve vinutí V₁ a růstu napětí indukovaného ve vinutí V₂, ve kterém amplituda dosahuje maxima při úhlu $\gamma = 90^{\circ}$ ([4]). Změna hodnot napětí je ilustrována v pravé části obrázku 7.



Obrázek 8: Resolver a odpovídající průběhy napětí na statorových cívkách ([4])

Napětí na jednotlivých cívkách udávají vzorce

$$V_1 = V_R * \sin(\omega t) * \cos(\gamma)$$

$$V_2 = V_R * \sin(\omega t) * \sin(\gamma)$$
(2.1.)

kde

 V_1 , V_2 jsou indukovaná napětí do statorových cívek ω úhlová rychlost budícího napětí rotoru

 γ úhel natočení rotoru

Pro následné vyhodnocení absolutní polohy rotoru existují integrované obvody poskytující ze statorových napětí informaci s přesností 10 až 12 bitů ([4]).

2.4 Bezsenzorová detekce polohy

V případě bezsenzorového odhadu polohy není instalován žádný přídavný snímač, od kterého by bylo možné získávat informace o poloze. Veškerá vyhodnocení tak probíhají pomocí softwarového zpracování dostupných dat. V případě zkoumaných motorů s lichoběžníkovým rozdělením toku, zpracování polohy probíhá nejčastěji na základě měření velikosti indukovaného napětí na aktuálně neaktivní fázi ([7]). Při nízkých otáčkách však nelze polohu vyhodnotit, a proto se stator budí náhodně pomocí rozběhové rampy, dokud motor nedosáhne 5% nominální rychlosti, od které již lze zpětné indukované napětí měřit ([19]). V závislosti na realizovatelnosti detekce až od vyšších otáček, se objevují i nevýhody metody. Při použití výše zmíněného přístupu může při rozběhu docházet k vysokým momentovým pulsům, což zapříčiňuje nevhodnost použití pro trvalý provoz v nízkých otáčkách, či aplikacích s důrazem na přesnost polohy. Pro bezsenzorové zjištění polohy lze využít i pro BLDC motory méně používané vyhodnocení za pomoci rekonstruktoru stavu. V takovém případě přesnost odhadu polohy přímo ovlivňuje přesnost vypočteného matematického modelu. Ve třetí možnosti dochází k vložení krátkého vysokofrekvenčního signálu do vstupního napětí pohonu. Vložený signál neovlivňuje chování motoru, avšak na základě znalosti umístění testovacího signálu lze následně podle velikosti indukčnosti statoru určit polohu rotoru ([7]). Bezsenzorová detekce polohy může být využívána v kombinaci se všemi typy výše uvedených senzorů, čímž lze odstranit problém s detekcí polohy při rozběhu motoru. Ve vyšších otáčkách je poté využíváno bezsenzorového řízení. Protože není nutná aplikace přídavných senzorů, u kterých může nastat porucha, dosahuje bezsenzorové řízení vysoké spolehlivosti.

3 Matematický model motoru

Na základě principů konstrukce motoru a znalosti uvnitř probíhajících elektromechanických jevů lze odvodit odpovídající matematický model BLDC stroje. Tato skutečnost je důležitá hlavně vzhledem k následujícím počítačovým simulacím a s nimi spojenou možností testování pro různé podmínky aplikace. Možnost simulace a testování přináší úsporu času a nákladů spojených s výrobou správně pracujícího stroje. K úspoře dochází díky odhalení úskalí simulovaného systému pro danou aplikaci ještě před provedením výroby.

3.1 Modelování pomocí fázových napětí

Odvození modelu vychází z náhradního schématu statorové části (Obrázek 9)



Obrázek 9: Náhradní schéma BLDC motoru (upraveno z [8])

Odvozené rovnice statorového vinutí

$$\begin{bmatrix} U_a - U_n \\ U_b - U_n \\ U_c - U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$
(3.1.)

kde U_a, U_b, U_c jsou făzová napětí R_a, R_b, R_c odpor făzového vinutí i_a , i_b , i_c făzové proudy L_i vlastní indukčnost făze $M_{i, j}$ vzájemná indukčnost făze i vůči făzi j e_a , e_b , e_c zpětné indukované napětí U_n napětí středového uzlu (při zapojení do hvězdy) dáno vztahem

$$U_n = \frac{1}{3}(U_a + U_b + U_c) + (e_a + e_b + e_c)$$
(3.2.)

V případě symetrie făzí a předpokladu $i_a + i_b + i_c = 0$ dochází ke stejnoměrnému ovlivňování făzí působením vzájemných indukčností a tím k vynulování napětí proti středovému uzlu a následně k redukci statorových rovnic na tvar

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = R * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L - M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$
(3.3.)



Obrázek 10: Lichoběžníkové průběhy zpětného indukovaného napětí (upraveno z [29])

Zpětná indukovaná napětí závisí na otáčkách motoru, momentové konstantě a mají lichoběžníkový průběh s maximální amplitudou

$$e_{max} = \omega_e * BlrN = \omega_e * \frac{K_t}{2}$$
(3.4.)

Průběhy v jednotlivých fázích jsou od sebe posunuty o 120° (Obrázek 10)

$$e_{a} = f_{a}(\theta) * \omega_{e} * Blr = f_{a}(\theta) * \omega_{e} * \frac{K_{t}}{2}$$

$$e_{b} = f_{b}(\theta - \frac{2\pi}{3}) * \omega_{e} * Blr = f_{b}(\theta - \frac{2\pi}{3}) * \omega_{e} * \frac{K_{t}}{2}$$

$$e_{c} = f_{c}(\theta - \frac{4\pi}{3}) * \omega_{e} * Blr = f_{c}(\theta - \frac{4\pi}{3}) * \omega_{e} * \frac{K_{t}}{2}$$
(3.5.)

kde f_a, f_b, f_c jsou funkce lichoběžníku θ poloha rotoru ω_e elektrické otáčky v rad/sec

Na hodnotách zpětného indukovaného napětí přímo závisí točivý moment motoru

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega_r} \tag{3.6.}$$

kde

 T_e je točivý moment motoru ω_r mechanické otáčky rotoru

$$\omega_e = p * \omega_r \tag{3.7.}$$

p vyjadřuje počet pólových dvojic motoru

Uvedené vztahy dále figurují v rovnici mechanického obvodu vyjadřujícího rovnováhu na hřídeli

$$J\frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r = T_e - T_l \tag{3.8.}$$

kde

J je moment setrvačnosti

B koeficient tření

T1 zátěžný moment na hřídeli

Využitím všech výše zmíněných vztahů lze sestavit model stavové reprezentace systému. Definováním vektoru

$$x = [i_a i_b \ i_c \ \omega \ \theta]^T \tag{3.9.}$$

Pak získáme nelineární model 5.řádu

$$\dot{x} = A(x)x + Bu \tag{3.10.}$$

kde

A (x) je maticová funkce.

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L-M} & 0 & 0 & \frac{K_{t} * f_{a}(\theta)}{L-M} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L-M} & 0 & \frac{K_{t} * f_{b}(\theta)}{L-M} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L-M} & \frac{K_{t} * f_{c}(\theta)}{L-M} & 0 \\ \frac{K_{t} * f_{a}(\theta)}{L-M} & \frac{K_{t} * f_{b}(\theta)}{L-M} & \frac{K_{t} * f_{c}(\theta)}{L-M} & -\frac{B}{J} & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L-M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L-M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L-M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$u = [U_a \ U_b \ U_c \ T_l]^T$$
 (3.11.)

Model založený na velikosti fázových napětí bude později využíván pro simulaci hysterezního regulátoru proudu.

3.2 Modelování pomocí svorkového napětí

Modelace pomocí svorkového napětí má z praktického hlediska větší význam. U reálného modelu není možné zjistit napětí nulového bodu hvězdy, které však nyní nebude využíváno. Svorková napětí vyjadřují napětí mezi dvojící přívodních vodičů. Základní myšlenka je tak následující

$$u_{ab} \triangleq u_a - u_b$$

$$u_{bc} \triangleq u_b - u_c$$

$$u_{ca} \triangleq u_c - u_a$$

(3.12.)

dále pak pro zpětná indukovaná napětí

$$e_{ab} \triangleq e_a - e_b$$

$$e_{bc} \triangleq e_b - e_c$$

$$e_{ca} \triangleq e_c - e_a$$
(3.13.)

Vzniká tím model v nových vstupech

$$u_{ab} = R * (i_{a} - i_{b}) + (L - M) * \frac{d}{dt}(i_{a} - i_{b}) + e_{ab}$$

$$u_{bc} = R * (i_{b} - i_{c}) + (L - M) * \frac{d}{dt}(i_{b} - i_{c}) + e_{bc}$$

$$u_{ca} = R * (i_{c} - i_{a}) + (L - M) * \frac{d}{dt}(i_{c} - i_{a}) + e_{ca}$$
(3.14.)

Z důvodu platnosti Kirchoffových zákonů $u_a + u_b + u_c = 0$ a zároveň $i_a + i_b + i_c = 0$ lze za pomoci substituce $i_a + i_b = -i_c$ vyloučit proměnné u_a , u_b . Model pak popisují rovnice

$$u_{ab} = R * (i_a - i_b) + (L - M) * \frac{d}{dt}(i_a - i_b) + e_{ab}$$
(3.15.)

Řízení stejnosměrných elektronicky komutovaných pohonů

$$u_{bc} = R * (2i_b - i_a) + (L - M) * \frac{d}{dt}(2i_b - i_a) + e_{bc}$$

Kombinací rovnic 3.12 vznik ne popis modelu ve stavových proměnných

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_{a}\\i_{b}\\\omega_{m}\\\theta_{m}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0\\0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0\\0 & 0 & -\frac{B}{J} & 0\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}i_{a}\\i_{b}\\\omega_{m}\\\theta_{m}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{2}{3L-M} & \frac{1}{3L-M} & 0\\-\frac{1}{3L-M} & \frac{1}{3L-M} & 0\\0 & 0 & \frac{1}{J}\\0 & 0 & 0\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}u_{ab} - e_{ab}\\u_{ab} - e_{ab}\\T_{e} - T_{l}\end{bmatrix}$$
(3.16.)

Model využívající svorková napětí bude později využíván pro modelování kaskádové regulace proudu, otáček a polohy.

4 Realizace výkonové části

4.1 Výkonový můstek

Řízení motoru vyžaduje přechod z řídících signálů k výkonovým. K tomu účelu je v řídící smyčce zapojen třífazový výkonový můstek připínající vstupní napětí na odpovídající faze dle řídících impulsů od regulátoru (Obrázek 11). Elektronický regulátor vysílá impulsy na základě referenčních hodnot a zpracované zpětné vazbě o poloze rotoru (Tabulka 3). Spínané vstupní napětí má hodnotu nominálního napětí určeného výrobcem motoru a může být dále upraveno pomocí pulsně šířkové modulace. V případech napájení obvodu střídavým napětím dochází k přidání předřadného diodového usměrňovače.

Spínací interval	In	formace senzor	e ze ů	Sepnuté tranzistory		Fá	izový pro	oud
	H1	H2	H3		-	F1	F2	F3
0° - 60°	1	0	0	T1	T4	+	-	vyp
60° - 120°	1	1	0	T1	T6	+	vyp	-
120° - 180°	0	1	0	T3	T6	vyp	+	-
180° - 240°	0	1	1	T3	T2	-	+	vyp
240° - 300°	0	0	1	T5	T2	-	vyp	+
300° - 360°	1	0	1	T5	T4	vyp	-	+

Tabulka 3: Komutační tabulka (upraveno z [11])

Výkonový můstek se skládá z šesti tranzistorů. Jednu făzi pak obsluhují vždy dva tranzistory, kdy jeden slouží k připojení na zem a druhý ke kladnému pólu napájení. Tranzistory pro jednu făzi se mohou nacházet ve stavu jednoho sepnutého nebo obou nesepnutých. Došlo-li by k sepnutí obou tranzistorů, nastal by tvrdý zkrat a následovalo by zničení součástek.



Obrázek 11:Schéma zapojení komponent BLDC motoru (upraveno z ([12])

V obvodu výkonového můstku tranzistory spínají s vysokou rychlostí a vyžadují tak krátkou přepínací dobu. Z tohoto důvodu jsou nejčastěji využívány tranzistory typu MOSFET nebo IGBT v závislosti na aplikaci. Vhodnost použití typu ilustruje obrázek 12. Unipolární MOSFET pracuje na principu elektrického pole a spínaný proud se pohybuje od stovek miliampér do desítek ampér ([13]). Bipolární IGBT lze taktéž využít ve velkém rozsahu spínaných proudů, jejich výhodou je však vyšší pracovní napětí ([30]).



Obrázek 12: Graf vhodnosti použití MOSFET a IGBT tranzistoru (upraveno z [30])

I přes vysokou rychlost reakce tranzistoru je nutné zanést do programového vybavení regulátoru čas nutný k přechodu ze sepnutého do vypnutého stavu a zabránit tak vzniku zkratu. Doba nezbytně nutná k přechodu (tzv. "dead time") závisí na použitém typu tranzistoru. Můstek dále doplňují diody zapojené antiparalelně k tranzistorům. Významu nabývají v případě rozepnutí či v generátorovém chodu. V případě rozepnutí nastává proudová špička, která se jimi uzavírá a tím dochází k ochraně spínacích součástek.

4.2 Pulsně šířková modulace PWM

Motory často pro svůj pohon využívají různé průběhy napětí. Jinak tomu není ani u bezkartáčového motoru, kde změnou făzového napětí dochází k regulaci proudu, otáček a polohy. K modelování proměnného făzového napětí ze stejnosměrného vstupního napětí slouží pulsně šířková modulace neboli PWM (Puls Width Modulation). Tato technika je založena na proměnném času sepnutí a rozepnutí tranzistorů výkonového můstku ([4]). Výsledná hodnota napětí pak závisí na poměru sepnutí a vypnutí (Obrázek 13).



Obrázek 13: Ukázka funkce pulsně šířkové modulace (upraveno z [4])

4.3 Metody spínání můstku při řízení PWM

Existují dvě metody implementace pulsně šířkové modulace do řízení motoru. První z nich se nazývá *hard chopping*. V případě zmíněného přístupu dochází k zapínání a vypínání tranzistoru spínajícího kladné napětí a zároveň se stejnou frekvencí tranzistoru pro záporné napětí. S ohledem na řízení je tento přístup jednodušší pro návrh a zároveň levnější, protože řízení probíhá za pomoci tří signálů. Jako vedlejší efekt spínání obou tranzistorů dochází k zvýšení proudové pulsace ([15]). Druhá technika se nazývá *soft chopping*. Na rozdíl od přístupu hard chopping, dochází ke spínání a rozepínání pouze tranzistoru spínajícího kladné napětí a tranzistor záporného tak zůstává sepnutý po celou dobu komutace. To přináší minimalizaci kmitání za cenu nutnosti ovládání pomocí šesti signálů ([15]). V případě metody soft chopping dochází k menší ztrátám při přepnutí ([26]).

5 Simulace v programu MATLAB – Simulink

K simulaci odvozeného matematického modelu bylo využito programu Matlab a jeho grafické modelovací prostředí Simulink. V rozšiřovací knihovně SimPowerSystems se v nabídce nachází blok reprezentující BLDC motor. Z důvodu složitosti, výpočetních nároků a snaze o pochopení principů tohoto bloku však k sestavení modelu došlo z elementárních bloků nadstavby Simulink.

5.1 Schéma kaskádní regulace proudu, otáček a polohy

Obrázek 14 zobrazuje kompletní schéma simulace BLDC motoru pomocí svorkových napětí. Model se skládá z několika subsystémů reprezentujících jednotlivé oblasti výpočtů.



Obrázek 14: Schéma modelu BLDC motoru s kaskádní regulací v programu Simulink

Blok *Hallovy sondy* zpracovává informaci o poloze rotoru a generuje odpovídající impulsy. Následně dojde k vyhodnocení pomocí rozhodovací logiky a sepnutí řídících tranzistorů, k čemuž slouží subsystém pojmenovaný jako *výkonový můstek*. Uvnitř *Embedded MATLAB Function* se nachází script vypočítávající hodnotu vstupních napětí

(vysvětleno v samostatném oddílu 5.3) do obvodu. *Obvod statoru* simuluje făzová vinutí a jako výstup poskytuje făzové proudy. Na základě proudu je dále za pomocí momentové konstanty určen moment, jenž slouží jako vstupní hodnota *mechanického obvodu*. Zde se na základě rovnováhy na hřídeli generují otáčky rotoru a s nimi související poloha rotoru. Se znalostí otáček pracuje blok *generátor Back-EMF*, ve kterém dochází k výpočtu zpětných indukovaných napětí. Dále se ve schématu nachází *PWM* generátor sloužící k modelaci napětí na základě informací z regulátorů. Simulace se může nacházet ve čtyřech stavech. Bez řízení, regulace proudu / momentu, regulace otáček, regulace polohy. Pro tyto účely slouží zbylé bloky regulátorů.

5.2 Schéma řízení proudu hysterezním regulátorem

Simulační schéma na obrázku 15 zobrazuje model v případě využití hysterezního regulátoru proudu (více v sekci 6.3.4), kde rozhodovací vložený Matlab skript nahrazují relé s hysterezí a k zakomponování zpětných indukovaných napětí dochází až v bloku obvodu statoru. Schéma vychází z matematického modelu využívajícího făzová napětí. Hysterezní regulátor lze rovněž zařadit do kaskádové regulace pro řízení otáček a polohy.



Obrázek 15: Schéma BLDC motoru řízeného hysterezním regulátorem

Vnitřní schémata jednotlivých subsystémů lze nalézt na CD přiloženém k této práci. Provedené simulace jsou zjednodušené oproti realitě. Všechny využité principy a součástky byly považovány za ideální. Pro cíle této práce však tento přístup postačuje a poskytuje odpovídající výsledky.

5.3 Modelování fázového napětí – blok embedded matlab function

Pro první zmiňované schéma v sekci simulace musí být modelováno napětí vstupující do obvodu statoru. K tomu dochází v bloku *embedded matlab function*. Důvodem modelování je snaha o napodobení dějů reálně probíhajících ve výkonovém můstku společně s obvodem statoru. Napětí totiž neovlivňuje pouze poloha rotoru a zdroj napětí, ale i zpětná indukovaná napětí a hodnoty proudu. Obrázek 16 zobrazuje ukázku obvodů uzavírající se v systému podle polohy rotoru pro oba směry otáčení.



Obrázek 16: Ukázka konfigurací obvodu a) otáčení vpravo b) otáčení vlevo (upraveno z [11])

Výpočet napětí ve vložené funkci pak probíhá podle tabulky 4 v příloze. Zmíněný výpočet slouží pro vypnuté PWM.

V případě zapnuté pulsně šířkové modulace dochází ke změně výpočetní logiky (Tabulka 5 v příloze). V této práci byl pro simulaci zvolen přístup *soft chopping*, pro který je zobrazena ukázka konfigurací obvodu na obrázku 17.



Obrázek 17: Ukázka konfigurací obvodu při metodě soft chopping pomocí PWM a) otáčení vpravo b) otáčení vlevo (upraveno z [11])

6 Řízení bezkartáčového motoru

6.1 Šestikroková komutace

Jak již název nejpoužívanější metody řízení BLDC motoru napovídá, pro řízení v režimu šestikrokové komutace se využívá 6 různých stavů ([16]). Změna mezi stavy probíhá po 60° a za jeden komutační cyklus tak provede motor jednu elektrickou otáčku. V jednom kroku je vždy pro jednu z fází sepnut tranzistor s kladným napětím, pro druhou s napětím záporným a pro třetí jsou oba tranzistory rozepnuty (Tabulka 3). Pro rozlišení polohy rotoru a následné rozhodnutí o odpovídajícím kroku jsou využívány Hallovy sondy.



Obrázek 18: Průběh momentu a fázových proudů při šestikrokové komutaci ([7])

Na obrázku 18 lze vidět signály Hallových sond (A, B, C) v kombinaci s odpovídajícím momentem a făzovými proudy. V zobrazeném případě dochází ke dvěma komutačním cyklům na jednu mechanickou otáčku, z čehož plyne, že se jedná o čtyřpólový motor. Protože dochází při řízení šetikrokovou komutací ke změně skokově a nikoliv spojitě, projevují se tyto změny pulsací momentu.

Přepínací sekvence pro třífázový motor zapojený do hvězdy přibližuje obrázek 19. Na počátku intervalu odpovídá rozdíl statorového a rotorového pole 120 stupňům a při dosažení rozdílu o 60° dochází k přepnutí. Při kolmosti polí dosahuje motor nejvyššího momentu ([11]).



Obrázek 19: Sekvence komutace pro třífázový motor v zapojení do hvězdy ([11])

6.2 Metody řízení při šestikrokové komutaci

V praktických aplikacích vznikají různé požadavky na chování motoru jako například udržování konstantního proudu / momentu, otáček nebo dosažení zadané polohy. Z tohoto důvodu dochází k řízení vstupního napětí motoru za pomoci pulsně šířkové modulace.

6.2.1 Řízení v otevřené smyčce

Při využití zmíněného přístupu nedochází k zapojení zpětné vazby a řízení tak probíhá na základě manuálního nastavení střídy generátoru PWM. Řízení rychlosti při konstantním zátěžném momentu je lineárně vázáno na vstupní napětí motoru. K regulaci pak slouží například potenciometr. Tohoto principu se využívá zejména v jednoduchých aplikacích ([7]).

6.2.2 Řízení otáček

Otáčky BLDC motoru přímo závisí na amplitudě napětí, kterou určuje pulsně šířková modulace. K řízení otáček proto lze využít běžný PI regulátor, kterému jako vstup poslouží rozdíl mezi požadovanou a aktuální hodnotou napětí a jeho výstupem bude hodnota určující střídu PWM ([20]). Určení aktuální rychlosti probíhá na základě znalosti polohy rotoru, z níž lze určit otáčky. Přesnost proto závisí na použité metodě pro získání polohy.

Rychlost může být řízena také pomocí kaskádní regulace, kde dochází k uzavření vnitřní proudové smyčky a vnější rychlostní smyčky. Z důvodu rychlého řízení a odstranění zpoždění je nejpoužívanější metodou zařazení dvou PI regulátorů ([21]). Regulátor otáček pak generuje hodnotu referenčního proudu pro proudovou smyčku.

6.2.3 Řízení proudu / momentu

Při řízení proudu dochází k uzavření zpětné vazby od proudu tekoucího motorem. Hodnotu proudu lze díky zapojení pouze dvou făzí získat měřením ve stejnosměrném meziobvodu ještě před vstupem můstku ([7]). Měření probíhá za využití Hallova jevu pomocí specializovaného převodníku nebo levnějším způsobem pomocí měření napětí na odporovém bočníku ([7]). Regulace proudu /momentu v této práci byla provedena s použitím PI regulátoru a hysterezního regulátoru.

6.2.4 Řízení polohy

V průmyslu má řízení polohy velmi zásadní význam. Systémy využívají momentu generovaného motorem k pohybu obrobků, nástrojů nebo částí strojů. Výrobní proces obsahuje několik úkonů spojených s pohybem, a proto rychlé řízení přináší úsporu výrobního času. Vysoká rychlost však může negativně ovlivňovat přesnost polohování, a proto dochází k určitému kompromisu. Ve většině případů probíhá řízení polohy tak, aby nedocházelo k překmitu, jenž by mohl způsobit kolizi ([22]).

6.3 Návrh kaskádní regulace proudu, otáček a polohy

Regulátory proudu a otáček vychází ze znalosti přenosové funkce, kterou lze odvodit na základě dynamických rovnic motoru z kapitoly 3 matematického modelu. Výsledný systém bude pracovat v režimu šestikrokové komutace. Pro řízení bude využita struktura kaskádní regulace (Obrázek 20). Tento přístup umožňuje rozdělením na několik regulačních smyček rychlejší reakci na poruchu v systému. Správná funkce kaskádní regulace nastává, pokud je malé zpoždění vnitřní smyčky, ve které by měla působit hlavní porucha ([28]).



Obrázek 20: Schéma zapojení kaskádní regulace (upraveno z [27])

6.3.1 Regulátor proudu

Díky provozu systému při šestikrokové komutaci lze model zjednodušit na rovnice popisující pouze chování dvou făzí v sérii ([7]). Vstupní hodnota PI regulátoru je celkový proud motoru a výstupem hodnota pracovního cyklu PWM v rozmezí 0 až 1. V návrhu se vychází z

$$u = 2Ri + 2(L - M)\frac{di}{dt} + 2e_{max} = R_{2f}i + L_{2f}\frac{di}{dt} + E_{2f}$$
(6.1.)

kde

R je odpor vinutí *L* vlastní indukčnost vinutí *M* vzájemná indukčnost vinutí *e_{max}* indukované elektromotorické napětí *u* stejnosměrné napětí modulované měničem
Parametry s indexem 2*f* označují hodnotu pro 2 fáze

Protože při šestikrokové komutaci dochází k řízení elektromotorického napětí a proudu tak, aby měli stejnou fázi (Obrázek 21), platí vztah $e_{max} = \omega_e * \frac{K_t}{2}$ ([7]).



Obrázek 21: Průběh proudu a indukovaného napětí při šestikrokové komutaci

Řízení stejnosměrných elektronicky komutovaných pohonů

Za pomoci Laplaceovy transformace rovnice 6.1 vznik ne

$$U(s) = (R_{2f} + L_{2f}s)I(s) + E_{2f}(s)$$
(6.2.)

Protože v simulačním modelu dochází k odečtení indukovaných napětí až za navrhovaným regulátorem ve vložené matlab funkci, lze $E_{2f}(s)$ vypustit. Přenos systému pro regulaci proudu tak bude následující

$$F(s) = \frac{1}{L_{2f}s + R_{2f}}$$
(6.3.)

Diskretizace přenosu

$$F(s) = \frac{1}{L_{2f}s + R_{2f}} = \frac{1}{R_{2f}} \frac{1}{\frac{L_{2f}}{R_{2f}}s + 1} = K \frac{1}{Ts + 1}$$
(6.4.)

kde je definováno

$$K \triangleq \frac{1}{R_{2f}}$$
$$T \triangleq \frac{L_{2f}}{R_{2f}}$$

Převody základních přenosů do diskrétní formy pomocí Z-transformace s tvarovačem nultého řádu jsou tabelovány. Pro přenos systému 1.řádu platí

$$\frac{1}{1+Ts} = \frac{(1-e^{-\frac{T_{\nu z}}{T}})z^{-1}}{1+(-e^{-\frac{T_{\nu z}}{T}})z^{-1}}$$
(6.5.)

kde T_{vz} je vzorkovací perioda Dosazením do výše uvedeného vztahu vzniká

$$F(z) = \frac{1}{1.03} \frac{\left(1 - e^{-\frac{0.00003}{0.000572}}\right)z^{-1}}{1 + \left(-e^{-\frac{0.0003}{0.000572}}\right)z^{-1}} = \frac{0.0511z^{-1}}{1 - 0.9474z^{-1}}$$
(6.6.)

Regulátor bude navržen na základě metody požadovaného umístění pólů uzavřené regulační smyčky.

Uvažovaná struktura systému s přenosem

$$F_{s}(z) = \frac{b_{o}}{z + a_{0}}$$
(6.7.)

Struktura navrhovaného PI regulátoru 1.řádu

$$F_R(z) = \frac{d_1 z + d_o}{z - 1} \tag{6.8.}$$

Přenos uzavřené smyčky s 1DOF regulátorem

$$F_{y,w}(s) = \frac{F_S(s)F_R(s)}{1+F_S(s)F_R(s)} = \frac{b_0(d_1z+d_o)}{(z+a_0)(z-1)+b_0(d_1z+d_o)}$$
(6.9.)

kde

 $F_{y,w}$ je přenos uzavřené regulační smyčky F_S přenos systému F_R přenos regulátoru b_0, a_0 konstanty přenosu systému d_0, d_1 hledané parametry regulátor Charakteristický polynom uzavřené smyčky

$$(z + a_0)(z - 1) + b_0(d_1z + d_o)$$

(z - 0.9474)(z - 1) + 0.0511(d_1z + d_o) (6.10.)
$$z^2 + (0.0511d_1 - 1.9474)z + (0.9474 + 0.0511d_o)$$

Póły systému jsou přiřazeny na základě požadované frekvence vypočtené z doby regulace T_{reg} a kmitavosti ξ ([17])

$$\omega = \frac{4.6}{\xi * T_{reg}} = \frac{4.6}{0.9 * 0.001} = 5111$$

$$p_{1,2} = -\xi \omega \pm j \omega \sqrt{1 - \xi^2} = -0.9 * 5111 \pm j * 5111 * \sqrt{1 - 0.9^2} \qquad (6.11.)$$

$$p_{1,2} = -4599 \pm 2228j$$

Za pomoci transformačního vztahu $z = e^{pt}$ lze vypočítat póly pro diskrétní systém

$$z_{1,2} = e^{pt} = e^{-4599 * 0.00003} * e^{\pm 2228 * 0.00003 j}$$
$$z_{1,2} = 0.8588 \pm 0.0575 j \tag{6.12.}$$

Požadovaný charakteristický polynom

$$(z - 0.8588 + 0.0575j) * (z - 0.8588 - 0.0575j)$$
$$z^{2} - 1.7176z + 0.7408$$
(6.13.)

Porovnání polynomu uzavřené smyčky a požadovaného polynomu přinese hledané parametry regulátoru d_0, d_1 jenž odpovídají zesílení K, K_I

$$z^{2}: 1 = 1$$

$$z^{1}: -1.7176 = 0.0511d_{1} - 1.9474$$

$$z^{0}: 0.7408 = 0.9474 + 0.0511d_{o}$$

Řízení stejnosměrných elektronicky komutovaných pohonů

Tomáš Blohmann 2017

$$d_{1} = \frac{-1.7176 + 1.9474}{0.0511} \cong 4.5$$

$$d_{0} = \frac{0.7408 - 0.9474}{0.0511} \cong -4.04$$
(6.14.)

Výsledný regulátor proudu

$$F_R(z) = \frac{d_1 z - d_0}{z - 1} = \frac{Kz + (K_I - K)}{z - 1}$$

$$K = d_1 = 4.5$$

$$K_i = d_0 + d_1 = 0.46$$
(6.15.)

6.3.2 Regulátor otáček

Výpočet PI regulátoru otáček probíhá analogicky k regulátoru proudu. Jako vstup slouží hodnota požadovaných otáček v rad/s a výstupem je hodnota momentu. Protože rychlost regulační smyčky proudu značně převyšuje rychlost regulační smyčky otáček, dojde k jejímu zanedbání a výpočet regulátoru proběhne podle rovnice mechanického obvodu

$$(Js + B)\omega_r(s) = T_e(s) - T_l(s)$$
 (6.16.)

Přenos systému bez zátěžného momentu

$$F(s) = \frac{T_{max}}{Js+B}$$
(6.17.)

kde Imax je maximální hodnota proudu J moment setrvačnosti B třecí moment

Diskretizace přenosu

$$F(s) = \frac{T_{max}}{Js+B} = \frac{T_{max}}{B} \frac{1}{\frac{J}{B}s+1} = K \frac{1}{Ts+1}$$
(6.18.)

$$F(z) = \frac{0.780}{0.0000073} \frac{\left(1 - e^{-\frac{0.00003}{0.0000135}}\right)z^{-1}}{1 + \left(-e^{-\frac{0.00003}{0.0000135}}\right)z^{-1}} = \frac{1.73z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Charakteristický polynom uzavřené smyčky

$$(z + a_0)(z - 1) + b_0(d_1z + d_o)$$

(z - 1)(z - 1) + 1.73(d_1z + d_o)
$$z^2 + (1.73d_1 - 2)z + (1 + 1.73d_o)$$
 (6.19.)

Přiřazení pólů

$$\omega = \frac{4.6}{\xi * T_{reg}} = \frac{4.6}{0.9 * 0.01} = 511$$

$$p_{1,2} = -\xi \omega \pm j \omega \sqrt{1 - \xi^2} = -0.9 * 511 \pm j * 511 * \sqrt{1 - 0.9^2} \qquad (6.20.)$$

$$p_{1,2} = -459.9 \pm 222.8j$$

Transformace pomocí vztahu $z = e^{pt}$

$$z_{1,2} = e^{pt} = e^{-459.9 * 0.00003} * e^{\pm 222.8 * 0.00003j}$$
$$z_{1,2} = 0.9851 \pm 0.0066j$$
(6.21.)

Požadovaný charakteristický polynom

$$(z - 0.9851 + 0.0066j)(z - 0.9851 - 0.0066j)$$
$$z^{2} - 1.9702z + 0.97047$$
(6.22.)

Porovnání polynomů

$$z^2$$
: 1 = 1
 z^1 : -1.9702 = 1.73 d_1 - 2
 z^0 : 0.9705 = 1 + 1.73 d_o

$$d_{1} = \frac{-1.9702 + 2}{1.73} = 0.017225$$
$$d_{0} = \frac{0.97047 - 1}{1.73} = -0.01707$$
(6.23.)

Výsledný regulátor otáček

$$F_{R}(z) = \frac{d_{1}z - d_{0}}{z - 1} = \frac{Kz + (K_{I} - K)}{z - 1} = \frac{0.017225z - 0.01707}{z - 1}$$

$$K = d_{1} = 0.017225$$

$$K_{i} = d_{0} + d_{1} = 0.017225 - 0.01707 = 0.000155$$
(6.24.)

Při výpočtu s přesností na čtyři desetinná místa dochází vynulování I složky a zbyde tak jen P regulátor.

6.3.3 Regulátor polohy

Zařazený polohový P regulátor využívá jako vstup polohu stroje ve stupních a výstupem jsou otáčky motoru. K nastavení regulátoru došlo na základě výsledků simulace experimentální metodou. Nastavení proběhlo na základě minimalizace doby regulace s prioritou na nulový překmit.

Výpočty regulátorů byly provedeny pro motor maxon 251601 později využívaný v simulaci a praktické části práce. Katalogové údaje jsou k nalezení v příloze (Obrázek 43)

6.3.4 Hysterezní regulátor proudu

Jednou z nejjednodušších regulací v uzavřené smyčce je hysterezní regulace, snažící se o udržení regulované veličiny v předem stanoveném pásmu. Přesáhne-li hodnota horní hranici, dojde k odpojení napětí přiváděného na můstek. Naopak při poklesu pod danou mez dojde k sepnutí a tím přivedení napětí na výkonový můstek ([11]). Návrh probíhá na základě nastavení požadovaného hysterezního pásma. Zde vznikají určité nevýhody metody. Při zvolení úzkého pásma hystereze dochází k přepínání s vysokou frekvencí, naopak pro široké pásmo dochází k velké amplitudě kmitu řízené veličiny. Hysterezní regulátor lze využít pro metodu spínání hard chopping i soft chopping ([26]).



Obrázek 22: Schéma realizace hysterezního regulátoru proudu / momentu ([26])

7 Výsledky simulačních experimentů

7.1 Test zapojení motoru nakrátko

Při zmíněném zapojení dochází k simulaci stavu, kdy je motor spuštěn se zaaretovaným rotorem. V modelu tak dochází k odpojení vyvozovaného momentu vstupujícího do bloku mechanického obvodu a následně lze sledovat katalogové hodnoty proudu nakrátko (i = 23.3A) a momentu nakrátko (T = 0.78Nm).



Obrázek 24: Výsledný průběh proudu nakrátko

7.2 Test motoru bez řízení naprázdno

Z bloku pulsně šířkové modulace vychází konstantní hodnota = 1, zajištující stále sepnutí odpovídajících tranzistorů ve výkonovém můstku. Sledovanými hodnotami jsou otáčky (n = 6710 ot/min = 702.67 rad/s) a proud (I = 0.185A) bez zatížení uváděné v katalogovém listu.



Obrázek 25: Průběh otáček bez zatížení na maximální výkon



Obrázek 26: Průběh proudu bez zatížení na maximální výkon

Přiblížení průběhu proudů v jednotlivých fázích:



Obrázek 27: Přiblížení průběhu fázových proudů



Obrázek 28: Ukázka průběhu svorkových a zpětných indukovaných napětí

7.3 Test proudového regulátoru

Simulování proudové regulace proběhlo dvěma metodami. Sledovaným parametrem je přesnost ustálení na požadované hodnotě a rychlost regulace. Jako referenční hodnota proudu byl využit obdélníkový signál s amplitudou 5 A a frekvencí 100 Hz.

7.3.1 Metodas PI regulátorem pro model svorkových napětí







Obrázek 30: Ukázka doby regulace pomocí PI regulátoru

Při návrhu regulátoru byla zadána maximální doba regulace $T_{reg} = 0.001s$. Z obrázku 29 lze vyčíst, že tento návrhový požadavek regulátoru byl splněn.

7.3.2 Metodas hysterezním regulátorem pro model fázových napětí Hysterezní pásmo bylo zvoleno ± 0.2 A



Obrázek 31: Řízení proudu pomocí hysterezního regulátoru

t [s]



ukázka doby regulace pomocí hysterezního regulátoru

Obrázek 32 Ukázka doby regulace pomocí hysterezního regulátoru

7.4 Test regulátoru otáček

Nastavena byla referenční hodnota 100 rad/s a následně provedeny změny o +2 rad/s. U regulátoru otáček je hlavní sledovacím aspektem přesnost regulace.



Obrázek 33: Řízení otáček motoru v kaskádní regulaci s řízením proudu



ukázka průběhu proudu při řízení otáček



7.5 Test regulátoru polohy

Referenční hodnota byla nastavena na 1000°, což odpovídá dvěma otáčkám a následnému ustálení na 280°





8 Testování reálného motoru

Součástí této práce bylo testování reálného motoru maxon 251601 a implementace navrženého algoritmu. Testovací model (Obrázek 38) se skládal z již zmíněného BLDC motoru maxon 251601 se zabudovanými Hallovými sondami, jednotky pro řízení motorů AMC 250, stejnosměrného 24V zdroje, počítače a jednotky Atmel AVR JTAGICE3 pro zajištění komunikace mikrokontroléru s PC.



Obrázek 38: BLDC motor v reálném zapojení

Grafy průběhů při reálném testování řízení proudu jsou zobrazeny na obrázcích. Pro ukázku funkce byly zvoleny změny proudu ve stejném směru otáčení o 1 A a dále změny při kterých dochází k otočení směru rotace motoru. Z chování proudu lze vidět, že kvůli navrhnutí regulátoru s malou dobou regulace T_{reg} dochází k vyššímu kmitání regulovaného proudu. Návrh regulátoru by tak ovlivňoval druh aplikace motoru.



Obrázek 39: Reálná aplikace - skok proudu z - 0.5 A na -1.5 A



Obrázek 40: Reálná aplikace - skok proudu z 0.5 A na 1.5 A

Na následujících grafech průběhů se projevuje návrh rychlého regulátoru tím, že dochází k vysokému přeregulování.



Obrázek 41: Reálná aplikace - skok proudu z -0.5A na 0.5 A



Obrázek 42: Reálná aplikace - skok proudu z 0.5 A na -0.5 A

9 Závěr

Cílem předložené práce bylo pochopení principů řízení stejnosměrných elektronicky komutovaných pohonů a jejich konstrukce. V první kapitole byly popsány konstrukční prvky BLDC motorů a porovnány vlastnosti s asynchronním a kartáčovým motorem. Část druhá seznamovala s možnostmi snímání polohy rotoru, jejich výhodami a nevýhodami. Následně byl odvozen matematický model všech částí motoru včetně 3-fázového výkonového můstku. Pro elektrický obvod byly uvažovány metody modelování pomocí fázových napětí a pomocí svorkových napětí. Z odvozených rovnic došlo k sestavení simulačního modelu v programu Matlab s nástavbou Simulink. Modelováním s přístupem uvažujícím fázová napětí byl otestován hysterezní proudový regulátor. Vysvětlena byla problematika šestikrokové komutace využívající svorková napětí motoru. Byla popsána kaskádní regulace proudu, otáček a polohy, na jejímž princimu byla založena regulace pro simulovaný model BLDC motoru. Pro výpočet parametrů regulátorů bylo využito principu umístění pólů uzavřené regulační smyčky.

Hlavním bodem práce bylo pochopení realizace řízení BLDC motoru. K tomu bylo mimo jiné v modelu využíváno principu pulsně šířkové modulace sloužící k řízení napětí a metody spínání můstku soft chopping a hard chopping. K realizaci řízení proudu bylo využito PI regulátoru s omezením unášením sumační složky a hysterezního regulátoru. První zmiňovaný dosahoval lepších výsledků, avšak jeho realizace vyžaduje nákladný řídící mikroprocesor pro implementaci řídícího softwaru. Výhodou druhé zmiňované metody byla možnost jednoduché realizace pomocí hardwarových spínacích prvků. Pro řízení otáček byl navržen taktéž PI regulátor s omezením unášení sumační složky. Regulační smyčka polohy byla uzavřena přes P regulátor. Veškeré modelování bylo uvažováno v diskrétním čase a proto je integrační složka nahrazena sumací.

Závěrečná kapitola se zabývá implementací navrženého algoritmu řízení proudu na reálném elektronicky komutovaném pohonu. V experimentálním modelu bylo využito jednotky pro řízení AMC 250, řídící motor Maxon 251601. Pro zajištění komunikace s PC bylo dále využito jednotky Atmel AVR JTAGICE3. V jazyce C byla navržena struktura diskrétního PID regulátoru a otestováno řízení proudu. Dalším pokračováním práce by mohlo být rozšíření regulátorů. Zajímavé by bylo také porovnání získaných výsledků s výsledky komplikovanějších algoritmů řízení.

Literatura:

- [1] The basics of electric power: Brushless motors RCLab.info. *RCLab.info* [online]. Dostupné z: <u>http://www.rclab.info/2014/01/the-basics-of-electric-power-brushless.html</u>
- [2] Brushless DC Motors Part I: Construction and Operating Principles EDN. EDN [online]. Dostupné z:http://www.edn.com/design/sensors/4406682/Brushless-DC-Motors---Part-I--Construction-and-Operating-Principles
- [3] Reasons for Turning to Slotless Motor Technology | Servo2Go®. High Performance Automation and Motion Control Components & Systems Servo2Go® [online]. Copyright © 2017 Servo2Go [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: https://www.servo2go.com/information.php?menu=TS&page=10032
- [4] Analog, Embedded Processing, Semiconductor Company, Texas Instruments -TI.com [online]. Copyright © [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: <u>http://www.ti.com/lit/sg/sprb176ad/sprb176ad.pdf</u>
- [5]
 Gympie Model Flyers. Gympie Model Flyers / Gympie Remote Controlled Flying

 Model
 Club
 [online].
 Dostupné

 z:
 https://gympiemodelflyers.wordpress.com/articles/brushless-motors/
 Brushless

 motors
- [6] GIERAS, Jacek F.; WANG, Rong-Jie; KAMPER, Maarten J. Axial flux permanent magnet brushless machines. Springer Science & Business Media, 2008.
- [7] Goubej, M., Diplomová práce Řízení s klouzavým režimem. Západočeská univerzita v Plzni,
- [8] Vamsee Kiran, Dr.T., Nagaraju, A.Siva, Particle Swarm Optimization Based Direct Torque Control of Brushless DC Motor, IJAREEIE, 2014
- [10] Rai, D., Brushless DC Motor Simulator, National Institute of Technology Karnataka,India
- [11] Baldursson, S., BLDC Motor Modelling and Control, Chalmers university of technology,2005
- [12] Brushless DC Motor Controller | Electrical & Electronics Concepts | Pinterest Motory. *Pinterest* • *Celosvětový katalog nápadů* [online]. Dostupné z: <u>https://cz.pinterest.com/pin/414401603189636381/</u>

- [13] Basics of MOSFETs and IGBTs for Motor Control [online]. Dostupné z: http://cz.mouser.com/applications/industrial-motor-control-mosfets/
- [14] NXP Semiconductors / Automotive, Security, IoT [online]. Copyright © [cit. 18.05.2017]. Dostupné
 z: <u>http://www.nxp.com/assets/documents/data/en/application-notes/AN4058.pdf</u>
- [15] Analog, Embedded Processing, Semiconductor Company, Texas Instruments -TI.com [online]. Copyright © [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: <u>http://www.ti.com/lit/an/sprabq6/sprabq6.pdf</u>
- [16] Zvyšování účinnosti motorů pomocí algoritmů 21/12/2009 Control Engineering Česko. *Hlavní strana - Control Engineering Česko* [online]. Copyright © 2007 [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: <u>http://www.controlengcesko.com/hlavni-</u>menu/artykuly/artykul/article/zvysovani-ucinnosti-motoru-pomoci-algoritmu/
- [17] MELICHAR, Jiří. *LINEÁRNÍ SYSTÉMY 2: Učební text* [online]. In: . KKY ZČU Plzeň, 2010, s. 1-117 [cit. 2017-05-18].
- [18] Sensorless Field Oriented Control of Multiple Permanent Magnet Motors [online]. Dostupné z: <u>http://ftp://ftp.ti.com/pub/dml/DMLrequest/Christy_FTP-10-30-12/controlSUITE/development_kits/LVMultiAxis+PfcKit_v1.4/2xPM_Sensorlessv20FOC%20of%202xPM.pdf</u>
- [19] NXP Semiconductors / Automotive, Security, IoT [online]. Copyright © [cit. 18.05.2017]. Dostupné
 z: <u>http://www.nxp.com/assets/documents/data/en/brochures/BBMTRCNTRLAR</u> <u>T.pdf</u>
- [20] Brejl M., Princ M., Sustek P. BLDC Motor with Hall Sensors and Speed Closed Loop, Driven by eTPU on MPC5554. 2006.
- [21] Single Parametric Control of Cascade Brushless DC Motor Drive (PDF Download Available). ResearchGate Share and discover research [online]. Copyright © 2012 [cit. 18.05.2017]. Dostupné
 z: <u>https://www.researchgate.net/publication/288154624_Single_Parametric_Control_of_Cascade_Brushless_DC_Motor_Drive</u>
- [22] Vukosavic S., Digital control of electrical drive, The University of Belgrade, Springer, 2007
- [23] Singh C. P., Kulkarni SS, Rana S.C. a Deo KAPIL. State-Space Based Simulink Modeling of BLDC Motor and its Speed Control using Fuzzy PID Controller, Avionics Group, ARDE, Pune (DRDO), India

- [24] Yves Briere. Commande des syst emes par calculateur. ISAE ENSICA, (Control of Discrete Systems) 2007 Dostupné z: http://personnel.isae.fr/sites/personnel/IMG/pdf/SlidesControlOfDiscreteSystem s.pdf
- [25] Dostupné z: <u>http://www.maxonmotor.com</u>
- [26] Universiti Teknikal Malaysia Melaka Repository Universiti Teknikal Malaysia Melaka Repository [online]. Copyright © [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: <u>http://eprints.utem.edu.my/9361/1/2012_Paper_TORQUE_HYSTERESIS_C</u> ONTROLLER_FOR_BRUSHLESS_DC_MOTOR_DRIVES.pdf
- كنترل موتور های الكتریكیكنترل موتو ر های | DC موتور های PI نحوه تنظیم كنترل كننده [27]

كنترل موتور هاى Matlab لكتريكى. كنترل موتور هاى الكتريكى | برنامه نويسى و شبيه سازى با Matlab [online]. Dostupné z: <u>http://motodrive.ir/%D9%86%D8%AD%D9%88%D9%87-</u> <u>%D8%AA%D9%86%D8%B8%DB%8C%D9%85-</u> <u>%DA%A9%D9%86%D8%AA%D8%B1%D9%84-</u> <u>%DA%A9%D9%86%D9%86%D8%AF%D9%87-pi-</u> <u>%D9%85%D9%88%D8%AA%D9%88%D8%B1%D9%87%D8%A7%DB%8C</u>-dc

- [28] Čech, M., Návrh řídících systémů, učební text FAV-ZČU, Katedra kybernetiky, 2017
- [29] Toliyat H.A., Campbell S., DSP-Based electromechanical motion control, Texas A&M University Department of Electrical Engineering College Station, Texas, 2004
- [30] MOSFET vs. IGBT: vědomá volba | Vývoj.HW.cz. Vývoj.HW.cz | Vše o elektronice a programování [online]. Copyright © 1997 [cit. 18.05.2017]. Dostupné z: <u>http://vyvoj.hw.cz/vykonove-obvody/mosfet-vs-igbt-vedoma-volba.html</u>

Přílohy

Softwarové položky příloh uloženy na přiloženém CD

Komutační tabulka pro vypnuté PWM

Elektrický úhel	Proud diodou	u _{ab} - e _{ab}	$u_{bc} - e_{bc}$
	$i_c = 0$	$U_s - e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(-U_{s}+e_{a}-e_{b})$
0° - 60°	$i_c > 0$	$U_s - e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_c < 0$	$U_s - e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$
600 1000	$\mathbf{i}_{\mathrm{b}}=0$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{\mathrm{s}}-\mathbf{e}_{\mathrm{a}}+\mathbf{e}_{\mathrm{c}})$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{\mathrm{s}} - \mathbf{e}_{\mathrm{a}} + \mathbf{e}_{\mathrm{c}})$
60° - 120°	$i_b > 0$	$U_s - e_a + e_b$	- $e_b + e_c$
	$i_b < 0$	$-e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$\mathbf{i}_{a}=0$	$\frac{1}{2}(-U_{\rm s}+e_{\rm b}-e_{\rm c})$	$U_s - e_b + e_c$
120° - 180°	$i_a > 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$i_a < 0$	$-e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$i_c = 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{s}+\mathbf{e}_{a}-\mathbf{e}_{b})$
180° - 240°	$i_c > 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$i_c < 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$\mathbf{i}_{b} = 0$	$\frac{1}{2}(-U_{\rm s}-e_{\rm a}+e_{\rm c})$	$\frac{1}{2}(-U_{\rm s}-e_{\rm a}+e_{\rm c})$
240° - 300°	$i_b > 0$	$-e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$
	$i_b < 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
2000 2000	$i_a = 0$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{\mathrm{s}}+\mathbf{e}_{\mathrm{b}}-\mathbf{e}_{\mathrm{c}})$	$-U_s - e_b + e_c$
300° - 360°	$i_a > 0$	$-e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$
	$i_a < 0$	$U_s - e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$

Tabulka 4: Napěťová tabulka pro vypnuté PWM (upraveno z [11])

Komutační tabulka pro zapnuté PWM

Elektrický úhel	Proud diodou	u _{ab} - e _{ab}	$u_{bc} - e_{bc}$	
	$i_a = 0, i_c = 0$	0	0	
	$i_a = 0, i_c > 0$	$\frac{1}{2}(e_b - e_c)$	$-e_b+e_c$	
0° - 60°	$i_a > 0, i_c = 0$	- e _a + e _b	$\frac{1}{2}(e_a - e_b)$	
	$i_a > 0, i_c > 0$	$-e_a + e_b$	$-e_b+e_c$	
	$i_a = 0, i_c < 0$	$\frac{1}{2}\left(U_{s}+e_{b}-e_{c}\right)$	$-U_s - e_b + e_c$	

	$i_a > 0, i_c \ < 0$	$-e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$
	$i_a = 0, i_b = 0$	0	0
	$i_a = 0, i_b < 0$	$\frac{1}{2}(-U_s+e_b-e_c)$	$U_s - e_b + e_c$
60° - 120°	$i_a > 0, i_b = 0$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$
	$i_a > 0, i_b < 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$i_a = 0, i_b > 0$	$\frac{1}{2}(e_b - e_c)$	$-e_b+e_c$
	$i_a > 0, i_b > 0$	$-e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_a = 0, i_b = 0$	0	0
	$i_a > 0, i_b = 0$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$
120° - 180°	$i_a = 0, i_b > 0$	$\frac{1}{2}(e_b - e_c)$	$-e_b+e_c$
120 100	$i_a > 0, i_b > 0$	$-e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_a < 0, i_b = 0$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{\mathrm{s}}-\mathbf{e}_{\mathrm{a}}+\mathbf{e}_{\mathrm{c}})$	$\frac{1}{2}(\mathbf{U}_{\mathrm{s}} - \mathbf{e}_{\mathrm{a}} + \mathbf{e}_{\mathrm{c}})$
	$i_a\ <0,\ i_b\ >0$	$U_s - e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_{b} = 0, i_{c} = 0$	0	0
	$i_b = 0, i_c < 0$	$\frac{1}{2}(-U_{s}-e_{a}+e_{c})$	$\frac{1}{2}(-U_{s}-e_{a}+e_{c})$
180° - 240°	$i_b > 0, i_c = 0$	$-e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(e_a - e_b)$
	$i_b > 0, i_c < 0$	$-e_a + e_b$	$-U_s - e_b + e_c$
	$i_b = 0, i_c > 0$	$\frac{1}{2}(-e_{a}+e_{c})$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$
	$i_b > 0, i_c > 0$	$-e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_b = 0, i_c = 0$	0	0
	$i_b > 0, i_c = 0$	$-e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(e_{a} - e_{b})$
240° - 300°	$i_b = 0, i_c > 0$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$	$\frac{1}{2}(-e_a+e_c)$
	$i_b > 0, i_c > 0$	- $e_a + e_b$	$-e_b+e_c$
	$i_b < 0, i_c = 0$	$-U_s - e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(-U_{s}-e_{a}+e_{b})$
	$i_b\ <0,\ i_c\ >0$	$-U_s - e_a + e_b$	$U_s - e_b + e_c$
	$i_a\ =0,\ i_c\ =0$	0	0
	$i_a < 0, i_c = 0$	U_s - $e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(-U_{s}+e_{a}-e_{b})$
300° - 360°	$i_a = 0, i_c > 0$	$\frac{1}{2}(e_b - e_c)$	$-e_b+e_c$
	$i_a \ < 0, \ \overline{i_c} \ > 0$	$U_s - e_a + e_b$	$-e_b + e_c$
	$i_a > 0, \overline{i_c} = 0$	$-e_a + e_b$	$\frac{1}{2}(e_a - e_b)$
	$i_a > 0, i_c > 0$	$-e_a + e_b$	$-e_b+e_c$

Tabulka 5: Napěťová tabulka pro zapnuté PWM (upraveno z [11])

Katalogový list využívaného motoru Maxon 251601

EC 45 flat Ø42.8 mm, brushless, 50 Watt



Obrázek 43: Katalogový list motoru maxon 251601 ([25])