

Západočeská univerzita v Plzni  
Fakulta aplikovaných věd  
Katedra matematiky



Diplomová práce

# Didaktické hry ve výuce matematiky na SŠ

Plzeň, 2017

**Bc. Eva Beranová**



# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 13. května 2017

Bc. Eva Beranová



# Poděkování

Ráda bych poděkovala RNDr. Světlaně Tomiczkové, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky a vstřícnost při konzultacích a vypracovávání diplomové práce. Také bych chtěla poděkovat PaedDr. Josefu Kubešovi za připomínky k diplomové práci z pohledu středoškolského učitele, RNDr. Jiřímu Widžovi za postřehy a za možnost si vybrané didaktické hry s jeho žáky během vyučování vyzkoušet a Mgr. Haně Kadavé za pravopisnou kontrolu textů.



# Abstrakt

Tato práce se zabývá didaktickými hrami ve výuce matematiky na středních školách. Provedeným výzkumem jsme zjistili současný stav a možnosti zařazování didaktických her do výuky. Sestavili jsme přehled internetových a mobilních aplikací, které jsou určeny pro tvorbu didaktických her, nebo jako didaktické hry slouží. Hlavním přínosem práce je pak vytvoření nových didaktických her s matematickým obsahem.

# Abstract

This thesis deals with didactic games in mathematics in the high school education. Through the research, we have found out the current state and possibilities of inclusion of didactic games in education. We have compiled an overview of internet and mobile applications designed to create didactic games or as a didactic game serving. The main benefit of this thesis is the creation of new didactic games with mathematical content.

# Kurzfassung

Diese Diplomarbeit befasst sich mit Lernspielen im Mathematikunterricht in Mittelschulen. Wir führten eine Untersuchung, die aktuelle Situation und die Möglichkeiten der Eingliederung von Lernspielen in den Unterricht festgestellt hat. Wir haben eine Liste von Web- und Handy-Applikationen zusammengestellt, die für die Bildung von Lernspielen, oder gerade als Lernspiele dienen. Der wichtigste Beitrag dieser Diplomarbeit ist die Schaffung von neuen Lernspielen mit mathematischem Inhalt.





# Obsah

<b>1</b>	<b>Didaktické hry jako výukové metody</b>	<b>15</b>
1.1	Výukové metody . . . . .	15
1.1.1	Pojem výuková metoda . . . . .	15
1.1.2	Klasifikace výukových metod . . . . .	16
1.2	Didaktická hra . . . . .	19
1.2.1	Pojem didaktická hra . . . . .	19
1.2.2	Klasifikace didaktických her . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Využití didaktických her ve výuce matematiky</b>	<b>23</b>
2.1	Průzkum mezi učiteli středních škol . . . . .	24
2.2	Kde hledat inspiraci . . . . .	31
2.2.1	Knihy . . . . .	31
2.2.2	Internetové a mobilní aplikace . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Soubor matematických her</b>	<b>53</b>
3.1	Didaktické hry obecně . . . . .	53
3.2	Didaktické hry „na klíč“ . . . . .	59
3.2.1	Analytická geometrie . . . . .	60
3.2.2	Rovnice . . . . .	62
3.2.3	Funkce a jejich vlastnosti . . . . .	64
3.2.4	Pravidla pro počítání s logaritmy . . . . .	68
3.2.5	Posloupnosti . . . . .	71
3.2.6	Základní poznatky z logiky a teorie množin . . . . .	73
3.2.7	Počet pravděpodobnosti a statistika . . . . .	75
3.2.8	Obor komplexních čísel . . . . .	78
<b>A</b>	<b>Dotazník</b>	<b>87</b>
<b>B</b>	<b>Hra „Křížovky netradičně“</b>	<b>93</b>
<b>C</b>	<b>Hra „QR počty“</b>	<b>99</b>

D Hra „Najdi funkci“	107
E Hra „Počtářův útěk“	119
F Hra „Slož posloupnost“	125
G Hra „Poznej symbol“	127
H Hra „Matematické kvarteto“	129
I Hra „Rozložená čísla“	133

# Úvod

Přínos her pro osvojování nových znalostí a dovedností je znám od pradávna, proto nemohl uniknout pozornosti pedagogů. Didaktická hra, účelně využívána během výuky, představuje nejen příjemné zpestření vyučovacích hodin pro žáky, ale umožňuje hlubší osvojení učiva. Své uplatnění nacházejí hry především během výuky na základních školách, na středních školách jsou už využívány méně. Obzvláště ve výuce matematiky na SŠ bývá jejich použití poměrně vzácné, proto jsem se rozhodla touto problematikou zabývat v rámci své diplomové práce.

První kapitola se zabývá teoretickou stránkou didaktických her - jejich definováním, klasifikací a zařazením mezi výukové metody.

Ve druhé kapitole je zpracován dotazník, který byl předložen učitelům středních škol a jehož úkolem bylo zjistit, jaké (technické) možnosti učitelé pro zařazení různých inovativních metod mají a jaké jsou jejich zkušenosti s didaktickými hrami v matematice. Kapitola se také zabývá tím, kde hledat inspiraci pro tvorbu her či kde je možné najít různé úlohy rekreační matematiky, kterými lze rovněž zpestřit běžnou výuku. V neposlední řadě je zde uveden seznam internetových a mobilních aplikací. Některé z nich jsou určeny pro tvorbu didaktických her, jiné jsou samy o sobě didaktickými hrami.

Poslední kapitola je kapitolou stěžejní, obsahující hlavní cíl této diplomové práce: soubor didaktických her s matematickým obsahem. Je tvořena dvěma podkapitolami: první nabízí náměty pro hraní a tvorbu her bez ohledu na probíranou látku, bez nutné přípravy i s potřebným delším časem na vytvoření hry. Druhá část obsahuje hry „na klíč“, svázané s určitým výukovým tématem, které jsou doplněny o veškerý potřebný herní materiál (hrací karty, plány apod. k vytištění).

Věřím, že tyto hry mohou být úspěšně zařazovány do výuky, jak již bylo u některých v praxi ověřeno, a usnadní tak učitelům práci s tvorbou didaktických her. Kromě toho doufám, že tato kapitola bude sloužit i jako inspirace pro učitele a podpoří je v tvorbě vlastních didaktických her pro výuku matematiky.

# Kapitola 1

## Didaktické hry jako výukové metody

### 1.1 Výukové metody

#### 1.1.1 Pojem výuková metoda

V literatuře se setkáváme s množstvím definic pojmu výuková metoda, podívejme se tedy na následující výčet několika z nich:

„V didaktice pod pojmem vyučovací metoda chápeme způsoby záměrného uspořádání činností učitele i žáků, které směřují ke stanoveným cílům.“ [3, str. 181]

„Výuková metoda je koordinovaný systém vyučovacích činností učitele a učebních aktivit žáka, který je zaměřen na dosažení stanovených výchovně vzdělávacích cílů. Každá výuková metoda určuje cesty (postupy, prostředky) k naplňování cílů vyučování.“ [4, str. 43]

„Výuková metoda vyznačuje cestu, po níž se ve škole ubírá žák, ostatní činitelé tuto cestu usnadňují.“ [2, str. 22]

„Výukovou metodu lze vymezit jako uspořádaný systém vyučovacích činností učitele a učebních aktivit žáků směřujících k dosažení daných výchovně vzdělávacích cílů.“ [2, str. 23]

Všechny předchozí definice pracují s pojmy jako cesta, směřování k cíli. Jde tedy o to, jakým konkrétním způsobem učitel u žáků dosahuje získání požadovaných kompetencí, jakou vhodnou cestu k požadovanému cíli na-

lezne. Funkcí metody ovšem není jen zprostředkování vědomostí a dovedností. Výběrem vhodné výukové metody můžeme žáky aktivizovat, vzbudit u nich zájem o dané téma nebo obor celkově, naučit je nové postupy a způsoby myšlení. Metoda také ovlivňuje efektivnost pedagogické interakce, verbální i neverbální komunikace mezi účastníky výchovně vzdělávacího procesu.

Při výběru výukové metody by se měl vyučující řídit následujícími kritérii (viz [2]):

1. Zákonitosti výukového procesu
2. Cíle a úkoly výuky
3. Obsah a metody daného oboru
4. Úroveň fyzického a psychického rozvoje žáků
5. Zvláštnosti třídy, skupiny žáků
6. Vnější podmínky výchovně-vzdělávací práce
7. Osobnost učitele

### 1.1.2 Klasifikace výukových metod

Metody můžeme členit podle různých kritérií nebo použít kritérií několik a vytvořit tak komplexní přehled metod. V současnosti existuje celá řada klasifikací, zde je uvedeno jen několik málo z nich.

V [1] je uvedena například následující klasifikace podle Maňáka, dělící metody do skupin podle různých aspektů:

- Metody z hlediska pramene poznání a typu poznatků – *aspekt didaktický*
- Metody z hlediska aktivity a samostatnosti žáků – *aspekt psychologický*
- Charakteristika metod z hlediska myšlenkových operací – *aspekt logický*
- Varianty metod z hlediska fází výchovně vzdělávacího procesu – *aspekt procesuální*
- Varianty metod z hlediska výukových forem a prostředků – *aspekt organizační*

- Aktivizující metody – *aspekt interaktivní*

Podle fází výuky rozdělil výukové metody Mojžíšek, 1988 [1]:

- Metody motivační
- Metody expoziční
- Metody fixační
- Metody diagnostické a klasifikační

V současnosti je hodně využívána komplexní klasifikace Maňáka a Švece, dělící výukové metody do tří hlavních skupin [2]:

- Klasické výukové metody
  - metody slovní
  - metody názorně demonstrační
  - metody dovednostně-praktické
- Aktivizující metody
  - metody diskusní
  - metody heuristické, řešení problémů
  - metody situační
  - metody inscenační
  - didaktické hry
- Komplexní výukové metody
  - frontální výuka
  - skupinová a kooperativní výuka
  - partnerská výuka
  - individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků
  - kritické myšlení
  - brainstorming
  - projektová výuka
  - výuka dramatem

- otevřené učení
- učení v životních situacích
- televizní výuka
- výuka podporovaná počítačem
- sugestopedie a superlearning
- hypnopedie

Zormanová aktivizující a výukové metody řadí do jedné skupiny označované jako metody inovativní. Pojem inovace je označováno zavádění nového prvku do tradiční výuky. Žák je podle Zormanové ve výuce, v níž se používají inovativní výukové metody, aktivním činitelem celého procesu, převážně se učí samostatným objevováním a zjišťováním informací, učí se vyhledávat a zpracovávat informace, aktivně spolupracuje s ostatními žáky, učí se týmové práci, organizaci, kooperaci a komunikaci s lidmi v týmu. [1, str. 55]

Podle předchozí klasifikace budeme tedy didaktické hry řadit mezi aktivizující metody, z hlediska zaměření práce je ovšem zajímavé uvést i následující klasifikaci výukových metod v matematice podle forem myšlení [4]:

- Empirické poznávací a výukové metody
  - pozorování
  - měření
  - experimentování, experiment, pokus
- Teoretické poznávací a výukové metody
  - Základní formy myšlení
    - \* analýza, rozbor
    - \* syntéza, shrnutí
    - \* komparace, srovnávání, srovnání
    - \* abstrakce
    - \* generalizace, zobecnění
    - \* konkretizace, specializace
    - \* specifikace
    - \* analogie
    - \* klasifikace, třídění
    - \* subsumpce, podřazování



- Úsudkové (usuzovací) formy myšlení
  - \* indukce, induktivní postup, induktivní přístup
  - \* dedukce, deduktivní postup, deduktivní přístup, logické usuzování (odvozování)

## 1.2 Didaktická hra

### 1.2.1 Pojem didaktická hra

„Dobrá hra je především zábavná. I kdyby člověku nepřinášela nic víc než trochu radosti a uvolnění, měla by své oprávnění. Většina her však navíc rozvíjí některou stránku lidské osobnosti, cvičí jisté vlastnosti, dovednosti nebo prohlubuje znalosti a vědomosti. V tom tkví jejich hlavní smysl. Příjemná zábava nám bývá přidána.“ [6]

Pojmu hra intuitivně rozumí už malé dítě, definování didaktické hry však není jednotné. Někteří autoři mezi didaktické hry řadí veškeré volnější, alternativní aktivity, které jsou pro žáky zajímavější než tradiční výuka. Např. Skalková v [3] ke hrám řadí i metody simulační a situační, inscenační a dramatizaci.

V [2] je didaktická hra vymezena jako taková seberealizační aktivita jedince nebo skupin, která svobodnou volbu, uplatnění zájmů, spontánnost a uvolnění přizpůsobuje pedagogickým cílům. Nemůže být bez cíle, protože jako veškerý edukační proces vůbec by měla přispívat rozvoji sociálních, kognitivních, kreativních, tělesných, volních a estetických kompetencí žáků.

Podle Poláka jsou didaktické hry záměrně vytvářeny s cílem rozvíjet poznávací procesy, vědomosti a duševní schopnosti žáků. Představují cílevědomě navozené a řízené učení hrou [4].

Podle Zormanové pak můžeme didaktickou hru definovat jako dobrovolně volenou aktivitu, jejímž produktem je osvojení či upevnění učební látky, která aktivizuje žáky a rozvíjí jejich myšlení a poznávací funkce [1].

Hry ve výukovém procesu by tedy měly podle této definice sloužit hlavně k fixaci učební látky. Pokud nesouvisují s probíranou látkou, za didaktické hry je považovat nebudeme. V této práci ovšem budou zmiňovány i nedidaktické matematické hry, hříčky a hlavolamy, protože jsou v praxi některými učiteli využívány a pro žáky mohou být přínosem.

Didaktické hry podporují aktivitu a samostatnost žáků, upevňují získané vědomosti a dovednosti. Propojení hry a učení by mělo být přirozené a přinést žákům i učiteli příjemné zpestření výuky. I přesto, že zařazení didaktických her mezi učitelem používané výukové metody skýtá především z pohledu žáků mnoho pozitiv, není možné už z časového hlediska naplnění školního vzdělávacího plánu zařazovat hry příliš často. Koneckonců: „Kdybychom si vždycky jen hráli, děti by se her za čas přesytily, hry by jim zevšedněly.“ [6]

### 1.2.2 Klasifikace didaktických her

Didaktické hry je možné (podobně jako výukové metody) klasifikovat z několika různých hledisek.

Zormanová využívá klasifikaci M. Meyera, který hry dělí na interakční, simulační a scénické. [1]

- Interakční hry se zakládají na interakci s hračkami či hráči, jde například o hry společenské, učební hry a hry s pravidly.
- V simulačních hrách jsou vytvářeny situace nebo prostředí z reálného světa, patří sem hraní rolí, řešení případů apod.
- Scénické hry navazují na divadelní hry, dochází i k vytváření situací a prostředí, která nemají obraz v reálném světě.

Další možnou klasifikací (viz [2, str. 128]) je rozdělení her podle:

- doby trvání
  - krátkodobé hry
  - dlouhodobé hry
- místa konání
  - třída
  - klubovna

- příroda
- hřiště
- převládající činnosti
  - osvojování vědomostí
  - pohybové dovednosti
- hodnocení
  - kvantita
  - kvalita
  - čas výkonu
  - hodnotitel učitel - žák

Ve vyučovacím procesu se jedná především o krátkodobé hry ve třídě, kde naším primárním cílem je osvojování vědomostí vyučovaného předmětu. Didaktické hry nám ovšem mohou pomoci rozvíjet klíčové kompetence žáků a propojením s dalšími předměty naplňovat průřezová témata stanovená rámcovým vzdělávacím programem. Volba způsobu hodnocení hry může být u žáků velkým motivačním faktorem a důležitou zpětnou vazbou pro učitele.



## Kapitola 2

# Využití didaktických her ve výuce matematiky

Podle [1] patří mezi nejznámější a nejvíce využívané didaktické hry především křížovky, doplňovačky a piškvorky. Tyto hry jsou určené pro opakování pojmů/faktů a jejich využití při výuce matematiky je poměrně omezené. Dále se v [1] zmiňuje i obrázková hra, kdy si studenti losují kartičky s otázkami na zopakování učiva a za správnou odpověď získávají bod. Kartička, která nebyla správně zodpovězena, se vrací mezi kartičky k losování. Publikace [2] zase doporučuje jako univerzálně použitelné didaktické hry rozhodovací hry (hádání s možností odpovědi ANO/NE), kvízy, soutěže, problémové úlohy, hry pro učení sociálním dovednostem, hraní rolí, simulační hry aj. Posledně jmenované hry se ovšem opět do hodin matematiky příliš nehodí, zaměřují se totiž především na sociální a komunikativní dovednosti žáků a je těžké s nimi dosáhnout cílů, které bychom si měli pro výuku matematiky klást.

Velmi oblíbené didaktické hry jsou hry na bázi nejrůznějších vědomostních televizních pořadů, např. Riskuj! (soupeři si vybírají různě ohodnocené otázky z jim známých témat a snaží se maximalizovat svůj bodový zisk, vhodné pro procvičení pojmů, základních matematických pravidel a jednoduchých příkladů), Chcete být milionářem? (hráč/skupina hráčů se snaží ze čtyř možností vybrat správnou odpověď a postoupit k další otázce, vhodné na procvičení i záladnějších otázek a složitějších příkladů), Kolotoč (hádáním jednotlivých písmen se hráči snaží určit celou větu, vhodné na procvičování matematických vět a definic) apod. Pro tvorbu těchto her je možné využít např. prezentační software (Microsoft Office PowerPoint aj.) nebo k tomu speciálně dostupné nástroje pro učitele, viz kapitola 2.2.2. Populární je rovněž využití hry pexeso (hledání dvojic příklad-výsledek, dva příklady se stejnými výsledky, funkce-graf atd.), ať už v elektronické nebo papírové podobě.

Mnoho možností skýtají i deskové hry, kdy je možné klasické herní plány doplnit o matematické otázky a úkoly, problémem ovšem bývá počet hráčů. Aby byla hra přínosná, musí se zapojit všichni žáci, ať už budou hrát sami za sebe nebo v (malých) skupinkách jako tým. Proto např. právě u deskových her potřebujeme několik herních plánů s dostatkem figurek a příprava takové hry tedy není úplně jednoduchá, časově ani materiálně.

Přestože ne všechny didaktické hry, běžně využitelné v jiných předmětech, jsou pro výuku matematiky zcela vhodné, nabízí se i možnosti pro náš předmět specifické. Hodiny můžeme oživit a žáky motivovat využitím rekreační matematiky. Podle [4] „pojmem rekreační (či zábavná) matematika se rozumí vytváření a řešení problémových matematických úloh, které přinášejí řešiteli nejen poučení, ale také zábavu.“ Je tedy možné zařadit nejrůznější matematické hlavolamy a hry, které budou v probíraném tématu poučné a mohou zvýšit zájem žáků o matematiku. Na toto téma bylo napsáno množství knih, některé z nich najdete uvedené v kapitole 2.2.1.

V dnešní době nemůžeme zapomínat ani na možnosti internetových a mobilních aplikací, které jsou pro učitele i žáky snadno dostupné a nabízejí formu zábavného procvičení učiva. Některé jsou uvedeny v kapitole 2.2.2.

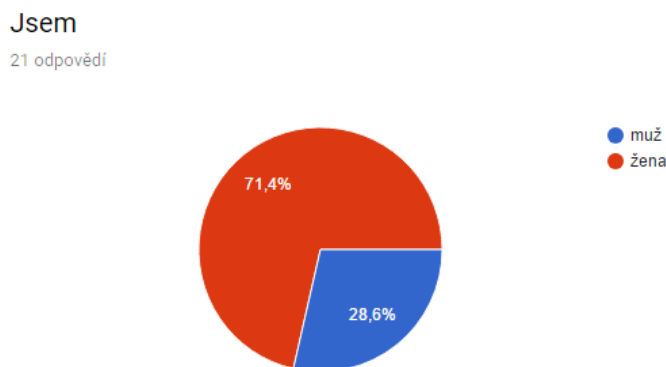
## 2.1 Průzkum mezi učiteli středních škol

Pro vytváření nových didaktických her je vhodné znát současnou situaci, která v souvislosti s nimi panuje na českých středních školách. Proto proběhlo šetření, zda budou mít učitelé zájem a prostředky zde navrhované didaktické hry ve výuce realizovat, jaké jsou jejich postoje k didaktickým hrám a úlohám rekreační matematiky a jak jejich běžná výuka vypadá.

Informace byly sbírány online prostřednictvím formuláře od 31. 10. 2016 do 5. 5. 2017. PDF verze dotazníku viz příloha A. Kromě toho probíhaly s učiteli i osobní rozhovory.

Bohužel byla mezi učiteli i přes osobní oslovování poměrně nízká ochota dotazník vyplnit. Šetření se nakonec zúčastnilo jen dvacet jedna respondentů, šlo ovšem o učitele z různých typů škol a s rozdílnou délkou praxe (viz grafy 2.1, 2.2, 2.3), proto můžeme považovat výsledky za poměrně vypovídající. Konkrétně šlo o patnáct žen a šest mužů z Karlovarského, Plzeňského a Středočeského kraje, jedenáct z nich vyučujících na gymnáziu, devět na

střední odborné škole a jeden na střední a vyšší odborné škole. Jedenáct respondentů mělo v době vyplnění dotazníku pedagogickou praxi delší jedenadvacet let, osm dotazovaných učilo mezi jedenácti a dvaceti lety, jeden mezi šesti až deseti lety a jeden učil méně než šest let.



Obrázek 2.1: Respondenti dle pohlaví

První část dotazníku se týkala výukových metod a vybavení školy.

Mezi používanými výukovými metodami převažovaly metody klasické, učitelé nejčastěji uváděli výklad a písemná cvičení. Často se ale objevovala i diskuse, výuka podporovaná počítačem a projekce či jiné názorně-demonstrační metody, obvyklá byla rovněž skupinová práce. Z aktivizujících výukových metod pak někteří učitelé zmiňovali používání brainstormingu, řešení problémů a didaktické hry (vždy jeden až dva respondenti).

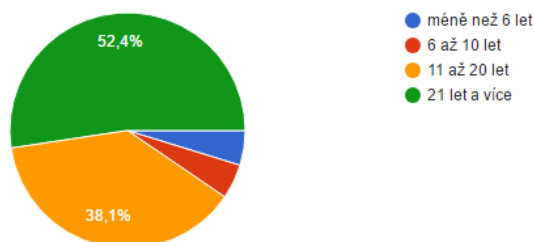
Co se týče materiálního a technického vybavení školy, všech dvacet jedna respondentů (100 %) uvedlo, že třídy, ve kterých učí, jsou vybaveny interaktivními tabulemi nebo dataprojektory. Možnost nechat žáky pracovat o hodinu s tabletem nebo počítačem má deset respondentů (47,6 %), základními názorně-demonstračními pomůckami pro výuku matematiky disponuje respondentů dvanáct (57,1 %). Možnost neomezeného tisku potřebných materiálů pro žáky má osmnáct dotazovaných (85,7 %).

Interaktivní tabule a dataprojektory jsou nejčastěji používány pro zobrazení zadání příkladů a písemných prací, pro prezentace s novou látkou a pro názornou demonstraci u učiva stereometrie a funkcí. Využívaným softwarem bývá GeoGebra, WolframAlpha, Desmos, SketchUp, Derive a Microsoft Excel. Použití tabletů a počítačů přímo žáky je spíše výjimečné, pracují

s nimi většinou z důvodu vyhledávání informací, kontroly výsledků (GeoGebra, Desmos, WolframAlpha) nebo v souvislosti s konkrétní látkou (užití tabulkového kalkulátoru při výuce statistiky).

### Matematiku na SŠ vyučuji

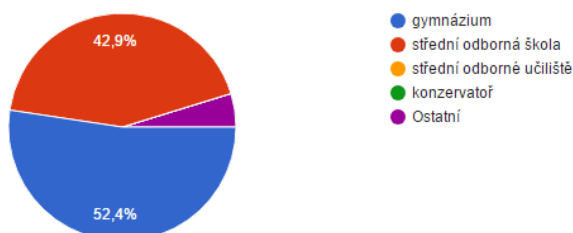
21 odpovědí



Obrázek 2.2: Respondenti dle délky pedagogické praxe

### Typ střední školy, na které vyučuji

21 odpovědí



Obrázek 2.3: Respondenti dle typu školy, na které působí

Učitelé také často používají modely těles, rýsovací potřeby na tabuli a stavebnice (Geomag), pokud je jimi škola vybavena. Žákům tisknou převážně jen zadání písemných prací, někteří navíc i pracovní listy, případně jiné materiály pro výuku (příklady na domácí procvičování, přehledy učiva apod.).

Pokud bychom měli shrnout výsledky šetření v této oblasti, většina učitelů má k dispozici dobré materiální a technické zázemí, ale jeho využívání má spíše doplňkovou funkci a nerozšiřuje příliš možnosti klasické výuky. Didaktické hry vyžadující tisk materiálů či projekci by ovšem nemělo být problémem pro dotazované učitele do výuky zařadit.



Další část šetření se zaměřovala na postoj pedagogů k didaktickým hrám.

Pouze čtyři učitelé (19 %) v dotazníku uvedli, že se s didaktickou hrou z pohledu žáka-hráče nikdy nesetkali, dvanáct učitelů (57,1 %) si ovšem matematickou didaktickou hru už někdy zahrálo. Ostatní (5 respondentů, 23,8 %) se setkali jen s didaktickými hrami v jiných předmětech (viz graf 2.4).

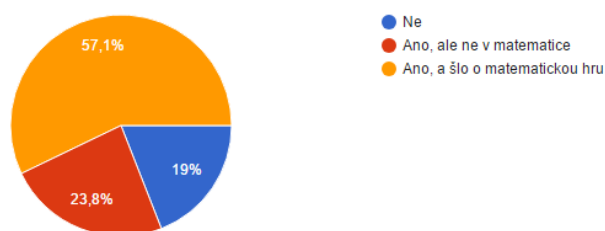
Hlavními pozitivy zařazení didaktické hry do výuky jsou podle učitelů motivace a aktivizace žáků a zvýšení jejich zájmu (jak ovšem někteří dodávají, bohužel jen chvilkové). Někteří vnímají jako velký klad rozvoj logického myšlení a u některých her i kooperace u žáků. Hry podle nich také přinášejí do hodin uvolnění a můžou pozměnit pohled žáků na matematiku a její výuku. V neposlední řadě při nich dochází k procvičování látky.

Několik učitelů ovšem uvedlo, že v současnosti už příliš pozitiv ze zařazení didaktických her do výuky nevidí, či jsou menší, než dříve očekávali. Dle jejich názoru se posunem vstříc žákovi posouvá i hranice, kdy žák výuku vnímá jako potěšení, a některé žáky nedokáže aktivizovat ani hra.

Jako hlavní negativum her pak učitelé uváděli časovou náročnost (přípravy před hodinou i přímo během hodiny), a také problém se zařazením hry při velkém počtu žáků ve třídě. Někteří pedagogové se obávají nekázně a podvodů při hrách. Hry podle nich také často znamenají odklon od ŠVP, kdy je z časových důvodů problém stihnout látku jím předepsanou. Obvykle se snaží jen lepší žáci a není vždy jisté, že si všichni odnesou ze hry vědomosti, které by měli. Objevil se také názor, že hra může zapříčinit nepřiměřenou pozornost jednomu jevu na úkor jiného.

Setkal jste se někdy s didaktickou hrou z pohledu žáka - hráče?

21 odpovědí



Obrázek 2.4: Osobní zkušenosti respondentů s didaktickými hrami v matematice

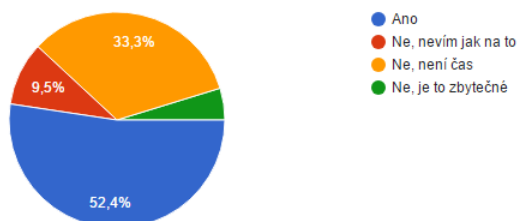
Pokud by měli učitelé možnost používat již hotové didaktické hry, bylo by odstraněno jedno z největších negativ, které v souvislosti s touto problematikou vnímají. Tyto hry by mělo být možné hrát i s větším počtem žáků tak, aby se všichni zapojili a odnesli si potřebné vědomosti. Zároveň by mělo být snadné kontrolovat činnost žáků a správnost jejich práce (ať už učitelem či spoluhráči, kteří nedovolí podvádění).

Poslední část dotazníku se zaměřila na využívání konkrétních prostředků rekreační matematiky a didaktických her v hodinách matematiky.

Jak je vidět z grafů 2.5, 2.6 a 2.7, čím větší odklon od běžného učiva a časové zatížení činnost pro učitele znamená, tím méně je využívána. Příklady rekreační matematiky do výuky zařazuje jedenáct respondentů (52,4 % dotázaných), hry, které přímo nesouvisí s probíranou látkou deset respondentů (47,6 % dotázaných) a didaktické hry osm respondentů (38,1 % dotázaných). Ostatní respondenti většinou uvedli, že hříčky a hry nepoužívají z časových důvodů, případně že neví, jak tyto činnosti do výuky zapojit. Jeden respondent považoval zařazování příkladů rekreační matematiky do výuky za zbytečné, další dva respondenti pak považovali za zbytečné zařazování didaktických her.

Zařazujete do výuky vedle klasických příkladů i hlavolamy a matematické hříčky (např. vlk, koza a zelí apod.)?

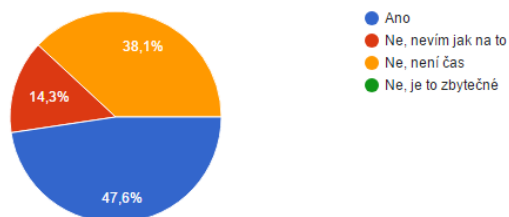
21 odpovědí



Obrázek 2.5: Využívání příkladů rekreační matematiky ve výuce

Zařazujete do výuky matematiky hry, které přímo nesouvisí s probíranou látkou, ale rozvíjejí matematické kompetence a logické myšlení žáků (např. sudoku, matematico apod.)?

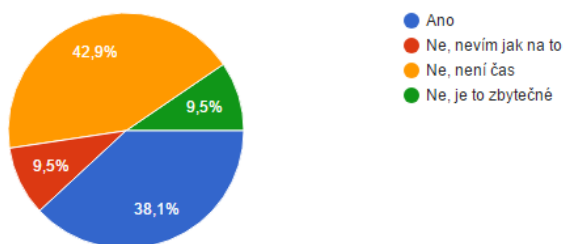
21 odpovědí



Obrázek 2.6: Využívání her (nesouvisejících s probíranou látkou) ve výuce

Zařazujete do výuky matematiky didaktické hry?

21 odpovědí



Obrázek 2.7: Využívání didaktických her ve výuce

„Zábavnější“ příklady rekreační matematiky učitelé obvykle zařazují, pokud přímo souvisí s probíranou látkou, během suplování, o půlených a předprázdninových hodinách, jako úkoly pro rychlejší žáky i jen tak nahodile pro odlehčení výuky. Někteří mají jednou za čas hodiny „zábavné matematiky“, kde tyto příklady s žáky počítají. Jeden z respondentů uvedl, že na škole aktivovali elektronickou nástěnku, kde se každý týden objevuje nová úloha. Žáci tak mohou o problému diskutovat či se zajít zeptat učitele a není odčerpáván čas běžné výuky.

Jeden z respondentů příklady rekreační matematiky používá i jako základ her. Žáci hrají řízené piškvorky, kdy křížek (kolečko) mohou umístit až po správné odpovědi, a hru „formule“, kdy počet správných odpovědí určuje jejich „rychlost“. Můžeme ovšem použít i právě probíranou látku a procvičit ji na principu těchto her.

Hry pro rozvoj matematických kompetencí, především logického myšlení, které přímo nesouvisí s probíranou látkou, učitelé zadávají obvykle během suplování, někteří občas i pro oživení běžné hodiny (třeba jako odměnu po testu či zkoušení, nebo pokud zbude chvilka volného času). Nejčastěji se jedná o hry sudoku, matematico a kakuro, ale také tangram (skládání obrazců) či NIM (odebírání zápalek).

Jeden dotazovaný uvedl, že žáci v těchto hrách soutěžili během projektového dne v rámci matematické dílny. Pokud by učitel dokázal žáky pro tyto hry dostatečně nadchnout a zajistit jim dostatek materiálů pro jejich hraní (vytištěné hlavolamy apod.), mohli by žáci v těchto hrách soutěžit i o přestávkách a rozvíjet tak své logické myšlení potřebné pro řešení matematických úloh. Velmi ovšem záleží na konkrétním učiteli a konkrétní třídě.

Didaktické hry jsou do výuky dotazovaných učitelů zařazovány zcela výjimečně, při velké absenci, případně při půlených či suplovaných hodinách. Někteří hry zařazují na konci pololetí či školního roku, pokud jim zbyl čas. Pokud učí i na nižším stupni gymnázia, zařazují zde didaktické hry častěji.

Obvykle se jedná o hry poznávací (např. při použití matematického softwaru rozpoznávání grafů funkcí na interaktivní tabuli apod.) a otázkové (např. ve stylu deskové hry *Česko* či televizních soutěží *Riskuj!*, *Kufr* (kombinace s poznáváním) a *Chcete být milionářem?*). Objevují se i křížovky a pexesa.

V této části se ovšem ukázalo, že mnoho učitelů má problém rozlišit hru na bázi matematiky a didaktickou hru s matematickým obsahem, přestože byla v dotazníku definována kritéria, která by měla didaktická hra splňovat. Je tedy možné, že didaktické hry využívá méně než 38,1 % dotázaných.

V závěru dotazníku měli respondenti možnost se k tématu vyjádřit, případně uvést své připomínky k dotazníku. Většina z nich projevila zájem o další informace a nápady k problematice. Mnozí učitelé by o hodinách hry zařazovali rádi a i je samotné didaktické hry baví, bohužel sami nemají dostatek nápadů a zkušeností a potýkají se s časem, neboť dle svých slov musí dohánět učivo základních škol.

Pokud bychom měli výsledky šetření shrnout a vyhodnotit vzhledem k zaměření této práce, jen málo učitelů didaktické hry ve výuce matematiky na středních školách využívá, přestože si uvědomují jejich pozitiva. Pokud by ovšem existovaly přístupné připravené didaktické hry, našli by se učitelé, kteří by je do výuky rádi občas zařadili. V zařazení těchto her by jim nemělo bránit technické vybavení školy ani problémy s tiskem většího množství materiálů.

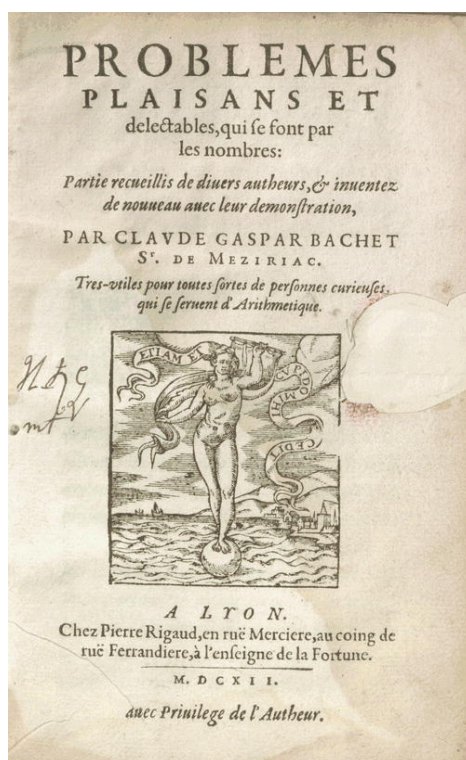
## 2.2 Kde hledat inspiraci

### 2.2.1 Knihy

#### Rekreační matematika

Předními osobnostmi rekreační matematiky minulého století (podle [4]) byli především Henry Ernest Dudeney, Sam Loyd a Martin Gardner. Z jejich knih je možné čerpat množství hlavolamů a zábavných úloh, které lze použít ve výuce přímo, nebo jako část větších didaktických her a školních projektů. Z autorů publikujících v současné době lze doporučit např. Iana Stewarta, který se zabývá popularizací matematiky. Publikace věnující se rekreační matematice už ovšem vycházejí mnohem déle. Například kniha *Zábavné a rozkošné číselné úlohy (velmi vhodné pro zvědavé lidi, kteří používají matematiku)*, jejímž autorem je francouzský matematik Claude Gaspard Bachet, vyšla již roku 1612. Její titulní stránku najdete na obrázku 2.8.

Mnohé úlohy rekreační matematiky je v dnešní době možné najít také na internetu, ať už na stránkách pro učitele, nebo na specializovaných blozích.



Obrázek 2.8: titulní strana knihy Zábavné a rozkošné číselné úlohy z roku 1612, zdroj: web LIBRARY OF CONGRESS, Digital Collections

Seznam knih, které jsou zde uvedeny jako možné zdroje úloh, obsahuje vybraná díla světových i českých autorů:

- *Matematické hlavolamy a hříčky*

Kniha, jejímž autorem je Henry E. Dudeney, obsahuje množství úkolů, kterými lze zpestřit výuku. V sekci Aritmetické a algebraické problémy se nachází množství zajímavých slovních úloh, mezi Geometrickými problémy pak najdeme rozdělovací úlohy a různé geometrické hlavolamy. Pro výuku zajímavé mohou být i kapitoly Hlavolamy s body a přímkami, Kombinatorické hlavolamy, Hlavolamy s přeplováním řeky nebo Záhady magických čtverců. V zadní části knihy se nalézají řešení všech úkolů.

Dudeney, Henry Ernest. *Matematické hlavolamy a hříčky*. 1. vyd. Praha: Olympia, 1995. 139 s. ISBN 80-7033-380-4.

- *Lámejte si hlavu*

Dvanáct kapitol obsahuje úlohy rekreační matematiky: Algebrogramy, Číselné doplňovačky, Úlohy o číslech, Magické obrazce, Domino, Šachovnice, Pentamino, Skládání a dělení obrazců, Pasiáns, Úlohy logické, S rovnicemi i bez nich a Hlavalamy. Samozřejmostí je kapitola s řešeními všech uvedených úloh.

Pěňčík, Jindřich a Pěňčíková, Jarmila. Lámejte si hlavu. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. 382 s. ISBN 80-7196-011-X.

- *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, lamohlavy*

Autor Jiří Loukota zde uvádí nejrůznější hříčky s mincemi, se zápalkami, s rovnicemi, s čísly, logické a geometrické hříčky a číselné rébusy. kromě řešení úloh kniha obsahuje i seznam doporučené literatury zabývající se rekreační matematikou.

Loukota, Jiří. Veselá matematika aneb Kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, lamohlavy. Olomouc: Votobia, 1998. 156 s. ISBN 80-7198-318-7.

- *Matematika pro volné chvíle: Zábavou k vědě*

Kniha obsahuje třicet pět kapitol z různých oblastí matematiky, ve většině se nachází podkapitola Zábavné úlohy s příklady využitelnými ve výuce. Na konci kapitoly vždy naleznete řešení těchto úloh.

Kowal, Stanisław. Matematika pro volné chvíle: Zábavou k vědě. 2., upravené vyd. Praha: SNTL, 1985. 323 s. Polytechnická knihnice. řada 1, Věda a technika populárně; Sv. 114.

- *Matematiko, jsi to ty?: čísla, osobnosti, problémy a zvláštnosti*

Kniha obsahuje kapitoly Čísla, Osobnosti, Pravděpodobnost a odhad, Příklady, Úvahy a zajímavosti, Řešení. Úlohy rekreační matematiky se ovšem vyskytují ve všech kapitolách, spolu s množstvím zajímavostí k tématu kapitoly.

Paenza, Adrián. *Matematiko, jsi to ty?: čísla, osobnosti, problémy a zvláštnosti*. Vyd. 1. Zlín: Kniha Zlín, 2010. 215 s. Téma; sv. 1. ISBN 978-80-87162-42-2.

- *Jak rozkrájet dort a další matematické záhady*

Kniha se skládá z dvaceti kapitol, každá kapitola představuje matematický problém/hádanku s podrobně rozpracovaným a vysvětleným řešením.

Stewart, Ian. *Jak rozkrájet dort a další matematické záhady*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Argo, 2009. 255 s. Aliter; sv. 41. ISBN 978-80-7363-187-1.

- *Kabinet matematických kuriozit profesora Stewarta*

V knize najdete logické, geometrické, aritmetické i pravděpodobnostní hádanky, a dle slov autora „léty prověřené matematické kousky, cvičení a návody“. V zadní části publikace se nacházejí řešení a doplňující informace k hádankám. Kromě příkladů rekreační matematiky zde ovšem naleznete i různé matematické zajímavosti, jako např. Diofantovu metodu hledání pythagorejských trojic, fakta o prvočíslech atd.

Stewart, Ian. *Kabinet matematických kuriozit profesora Stewarta*. 1. vyd. v českém jazyce. Praha: Dokořán, 2013. 315 s. Aliter; sv. 53. ISBN 978-80-7363-292-2.

- *Logické hádanky a jak je řešit*

Kniha obsahuje deset kapitol - „příběhů“, sestavených z jednotlivých hádanek spojených dějovou linkou. Úkoly mají rostoucí obtížnost. Z pohledu středoškolské matematiky jsou vhodné především příběhy pro cvičující počet pravděpodobnosti.

Mandell, Muriel a Mihulka, Stanislav. *Logické hádanky a jak je řešit*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2000. 131 s. ISBN 80-7178-502-4.



- *Kolumbovo vejce a jiné záluďné hřičky*

Sedmdesát devět úloh rekreační matematiky nejrůznějších typů, s řešenými v zadní části knihy.

Hemme, Heinrich. Kolumbovo vejce a jiné záluďné hřičky: matematika pro všechny!. 1. vyd. Praha: Albatros, 2007. 107 s. Albatros In; 17. Klíč. ISBN 978-80-00-01821-8.

- *101 hádanek pro náročné*

Polovinu knížky tvoří úlohy rekreační matematiky, ve druhé polovině naleznete řešení úloh.

Niederman, Derrick. 101 hádanek pro náročné: pro mládež a dospělé. Vyd. 1. Praha: Portál, 2006. 95 s. ISBN 80-7367-065-8.

- *Zábavná matematika*

Dle autorů je tato kniha určena žákům gymnázií a středních odborných škol a slouží k zábavnému vysvětlení a procvičení některých poznatků ze středoškolské matematiky. Obsahuje devět kapitol: Matematická kouzla, Aritmetické hry, Algebra hrou, Táčky u geometrie, Číselné rébusy, Zajímavosti hádankářské, kombinatorické a šachové, Tajné písmo a číselné soustavy, Vtipná geometrie a Zábavně o všeličem. Na konci knihy jsou uvedena řešení jednotlivých úloh.

Novoveský, Štefan. Zábavná matematika. Vyd 1. Praha: SPN, 1975. 325 s.

## Herní publikace

Pro tvorbu didaktických her je dobré mít přehled o hrách obecně, jejich různých typech a herních principech, na kterých bývají postaveny. K čerpání těchto informací lze doporučit publikace od Miloše Zapletala, např. *Špalíček her* nebo čtyřsvazkovou *Velkou encyklopedii her*. Pro učitele matematiky bude asi nejzajímavější její II. svazek: *Hry v klubovně*, se sbírkou her vhodných do místností. V kapitolách *Hry s psacími potřebami* a *Hry cvičící důvtip* a

*vynalézavost* najdeme i mnoho her a hlavolamů spojených s rekreační matematikou, např. hru *matematico*, zeměměřičské hlavolamy, zápalkové hlavolamy atd.

Existují ovšem i publikace, jež se zabývají pouze hrami, které stojí na matematických základech.

- *Hry v matematice*

Publikace obsahuje seznam v současnosti prodávaných deskových her, karetních her, různé varianty hry NIM (odebírání zápalek), tangramy atd. U hry je vždy uvedena autorova zkušenost s jejím hraním a poznamenané matematické kompetence rozvíjené touto hrou. Spíš než přímé využití těchto her je vhodné je použít pro inspiraci při tvorbě vlastních didaktických her.

Jančařík, Antonín. *Hry v matematice*. V Praze: Univerzita Karlova, 2007. 103 s. ISBN 978-80-7290-339-9.

## Ostatní

Tato podkapitola se zabývá především populárně-naučnými publikacemi, přinášejícími jiný pohled na matematiku, včetně matematiky rekreační.

- *Alexova dobrodružství v zemi čísel*

Populárně naučná kniha o dvanácti kapitolách (kapitoly jsou číslovány od nuly), které se zabývají různými zajímavými oblastmi matematiky, např. statistikou, problematikou nekonečna atd. Z pohledu didaktických her jsou nejzajímavější kapitoly šest a devět. Šestá kapitola (str. 181) se nazývá *Čas her* a zabývá se rekreační matematikou. Obsahuje zajímavosti a historické informace o magických čtvercích, sudoku, kombinatorických problémech, tangramu, galanteristově hlavolamu a významných osobnostech rekreační matematiky. Devátá kapitola s názvem *Štěstí je krásná věc* (str. 261) se zabývá pravděpodobností - sázkami, hrami s kostkami a karetními hrami, automaty a loteriemi a zákonem velkých čísel.

Bellos, Alex. *Alexova dobrodružství v zemi čísel*. První vydání v českém jazyce. Praha: Dokořán, 2015. 383 stran. ISBN 978-80-7363-534-3.

- *Čísel hra kouzelná*

Populárně naučná kniha přibližuje srozumitelnou formou nejrůznější oblasti matematiky a její historie a zajímavá místa, kde matematiku v každodenním životě potkáváme. U vybraných kapitol nalezneme i příklady rekreační matematiky.

Adler, Irving. Čísel hra kouzelná. 1. vyd. Praha: Horizont, 1972. 128 stran.

## 2.2.2 Internetové a mobilní aplikace

Na internetu je v dnešní době k nalezení množství aplikací, které je možné využít ve výuce (především pro úroveň ZŠ), ať už online, nebo po jejich nainstalování do počítače, mobilního telefonu či tabletu. Mezi těmito aplikacemi najdeme i didaktické hry, obvykle v angličtině. Některé z nich jsou pro inspiraci uvedené v následujícím přehledu (v žádném případě se nejedná o přehled úplný), stejně jako aplikace pro tvorbu dalších her.

Kromě využití přímo ve vyučovacích hodinách můžou tyto aplikace sloužit i k domácímu procvičování. Mnohé z nich mají „výsledkové listiny“, které ukazují, jak si hráč vedl. Dosažení určité úrovně tak může být dobrovolným domácím úkolem, jehož splnění může žák díky „listině“ prokázat a vysloužit si pozitivní hodnocení (podle učitelem využívané klasifikace).

### Internetové aplikace pro tvorbu her

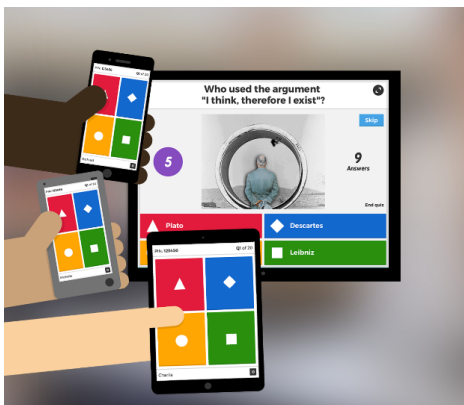
- *Kubbu*  
<http://www.kubbu.com/>

Na těchto stránkách se mohou učitelé zdarma zaregistrovat a následně vytvářet křížovky, kvízy a další hry s libovolnou tematikou. Hry je pak možné vytisknout a využívat v papírové formě, nebo s nimi pracovat online. Kubbu také umožňuje spravovat skupiny studentských účtů, analyzovat pokrok žáků díky databázi výsledků atd.

- *Kahoot!*  
<https://getkahoot.com/>

Nástroj pro tvorbu kvízů, na jejichž otázky žáci společně během vyučovací hodiny odpovídají prostřednictvím svých mobilních telefonů (te-

lefon je tedy využíván jako hlasovací zařízení, viz obrázek 2.9). Na výběr mají několik možných odpovědí, časový limit je omezený. Čím rychleji označí správnou odpověď, tím více bodů získají. Kromě zadání otázek (vyučující promítá kvíz prostřednictvím dataprojektoru) aplikace zobrazuje i počty správných odpovědí, body a průběžné pořadí. Další možností je využití režimů pro tvorbu průzkumů a diskusí. Registrace je zdarma.



Obrázek 2.9: Kahoot! kvíz

- *SuperTeacherTools - Instant Jeopardy Review*  
<http://www.superteachertools.us/jeopardyx/brandnewgame.php>

Nástroj pro vytvoření hry Jeopardy na opakování látky, mohou soutěžit jednotlivé týmy. U nás je známá hra Riskuj!, česká obdoba této televizní hry.

Na stránkách [superteachertools.us](http://www.superteachertools.us) nalezneme dále také nástroj pro vytvoření hry ve stylu Chcete být milionářem? a hry s přiřazováním správných dvojic do párů.

## Rovnice, nerovnice a jejich soustavy

- *Target S. O. E.*  
Dostupné online z:  
<http://www.hoodamath.com/mobile/games/highschool.html>

Úkolem je vybrat správné řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých, a tak zasáhnout terč (viz obr. 2.10).



Obrázek 2.10: hra Target S. O. E.

- *Math Equations*

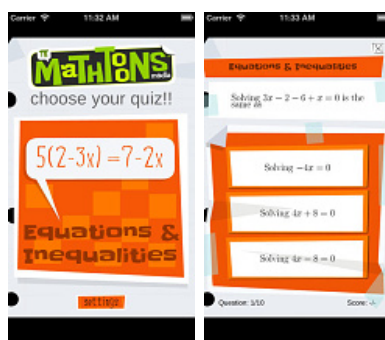
Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/math-equations/id698290670?mt=8>

Hra obsahuje deset kvízů, každý po deseti otázkách. Kvízy mají vzrůstající obtížnost, od jednoduchých rovnic a slovních úloh až po poměrně obtížné příklady (obrázek 2.11). Za dokončený kvíz hráč získá hvězdu v barvě kovu dle jeho úspěšnosti (zlatá, stříbrná...). Vyžaduje pokročilejší znalosti anglického jazyka.

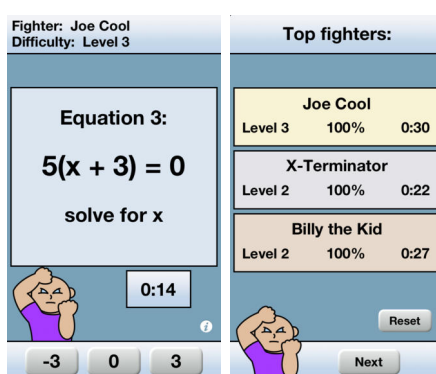
- *Algebra Champ*

Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/algebra-champ/id398873050?mt=8>

Hra na procvičování jednoduchých rovnic. Na výběr je ze čtyř různých obtížností, hráči se zaznamenává procentuální úspěšnost a čas. Vzhledem k možnosti hráče pojmenovat a vybrat mu avatara z nabídky, může na jednom zařízení hrát současně více hráčů a poměřovat si tak síly (viz obrázek 2.12).



Obrázek 2.11: hra Math Equations, zdroj itunes.apple.com



Obrázek 2.12: hra Algebra Champ, zdroj itunes.apple.com

## Posloupnosti a řady

- *Number Cracker Game*

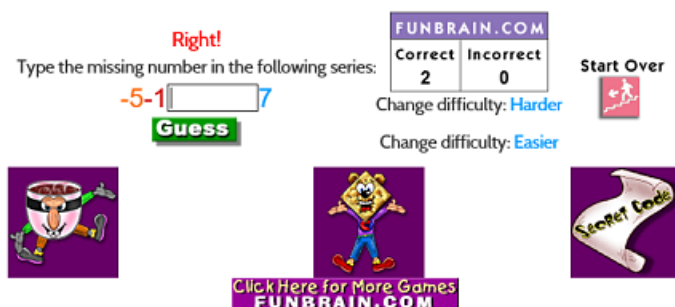
Dostupné online z:

<https://www.funbrain.com/cracker/index.html>

V této hře je možné zvolit si ze čtyř úrovní obtížnosti, cílem je najít chybějící člen posloupnosti (obrázek 2.13). Hra obsahuje především aritmetické, ale i geometrické a jiné posloupnosti.

Na stránkách funbrain.com se nachází více matematických her zaměřených na učivo prvních osmi ročníků amerického vzdělávacího systému (cca naše ZŠ). Hry jsou označeny rozpětím dle vhodných ročníků hráčů, je zde tedy možné najít i hry vhodné např. pro nižší stupeň víceletých gymnázií.

## Number Cracker Game



Obrázek 2.13: hra Number Cracker

### Zobrazení

- *Transformation Golf*

Dostupné online z:

<http://www.hoodamath.com/mobile/games/highschool.html>

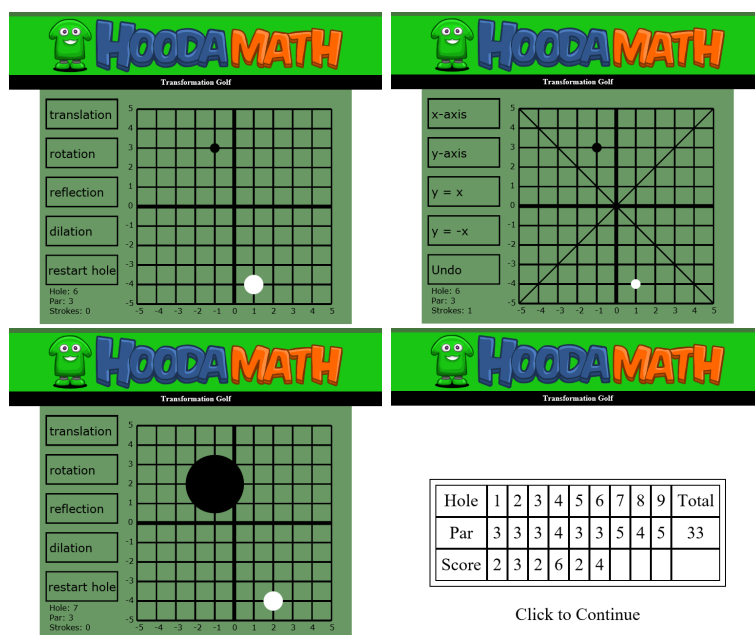
V této hře se snažíte za pomoci posunutí, rotace kolem počátku, osově souměrnosti (podle osy  $x$ , osy  $y$ ,  $y = x$ ,  $y = -x$ ) a úpravy velikosti míčku pomocí stejnolehlosti dostat míček do jamky (viz obr. 2.14). Hra má celkem devět kol, ve kterých se snažíte získat co nejlepší skóre.

- *Pythagorea*

Aplikace pro Android ke stažení ve službě Google Play,

[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil\\_hk.pythagorea](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.pythagorea)

Cílem hry (obr. 2.15) je nalézt řešení geometrických úloh v pravoúhlé síti. Úkoly jsou tematicky rozděleny do 25 sekcí, např. Délka a vzdálenost, Osová souměrnost, Kolmice, Středová souměrnost, Úhly, Rotace atd., kromě zobrazení je tedy množné procvičit i jiné učivo středoškolské geometrie v rovině. Další úkol v sekci se otevře po vyřešení předchozího, pořadí řešení sekcí je libovolné.



Obrázek 2.14: hra Transformation Golf

## Konstrukční úlohy

- *Euclidea*

Dostupné online z: [www.euclidea.xyz](http://www.euclidea.xyz)

Aplikace pro Android ke stažení ve službě Google Play,

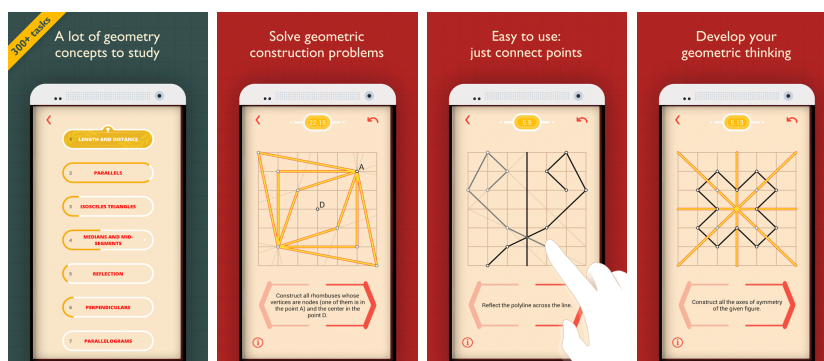
[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil\\_hk.euclidea](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.euclidea)

Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,

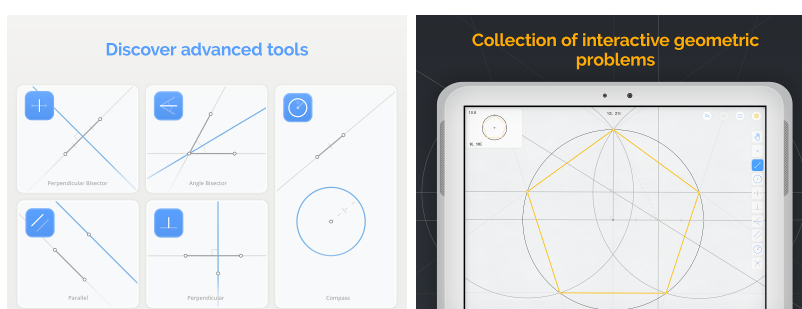
<https://itunes.apple.com/app/id927914361>

Ve hře (viz obr. 2.16) se snažíte najít co nejelegantnější řešení konstrukčních úloh za použití co nejmenšího počtu eukleidovských konstrukcí a za použití co nejmenšího počtu kroků celkově (nemusí nastat současně). Ve hře je celkem 120 úkolů rozdělených do 13 úrovní označených písmeny řecké abecedy. Při hraní hry online stačí k odemknutí další úrovně splnění všech předchozích úkolů, u nainstalované aplikace je od druhé úrovně pro bezplatné odemknutí nutné úkoly splnit s maximálním ohodnocením – ziskem všech možných hvězd.





Obrázek 2.15: hra Pythagorea, zdroj play.google.com



Obrázek 2.16: hra Euclidea, zdroj play.google.com

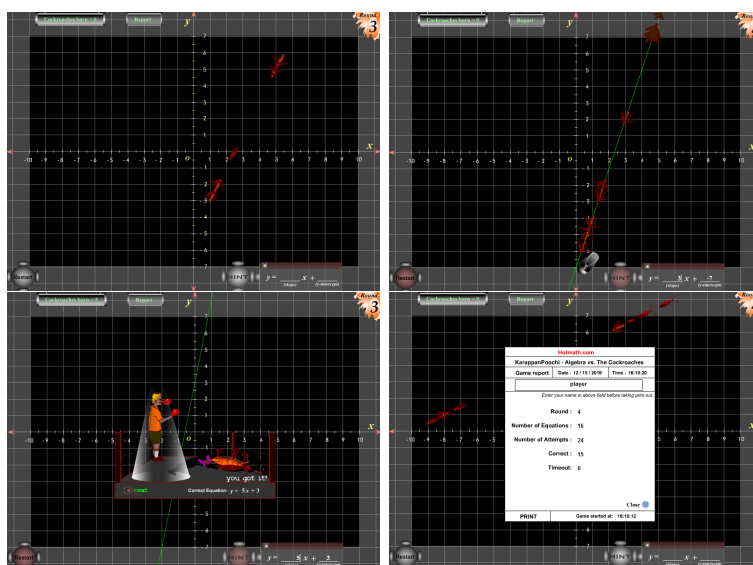
## Lineární funkce - směrnicový tvar rovnice přímky

- *Algebra vs. The Cockroaches*  
Dostupné online z: <http://www.varsitytutors.com/hotmath/games>

V této hře bojujete proti švábům za pomoci matematiky. Švábi běhají po přímkách na podlaze se čtvercovou sítí. Zadáním správné rovnice přímky šváby zlikvidujete (viz obr. 2.17). Čím delší čas vám to bude trvat, tím víc se švábi namnoží. Hra má více úrovní. V první úrovni švábi běhají jen po konstantní funkci, s každou další úrovní se obtížnost zvyšuje.

- *Slope Intercept Surround*  
Dostupné online z:  
<http://www.hoodamath.com/mobile/games/highschool.html>

Vaším úkolem je ohraničit modrou oblast za pomoci dvou přímek, jako na obrázku 2.18.



Obrázek 2.17: hra Algebra vs. The Cockroaches

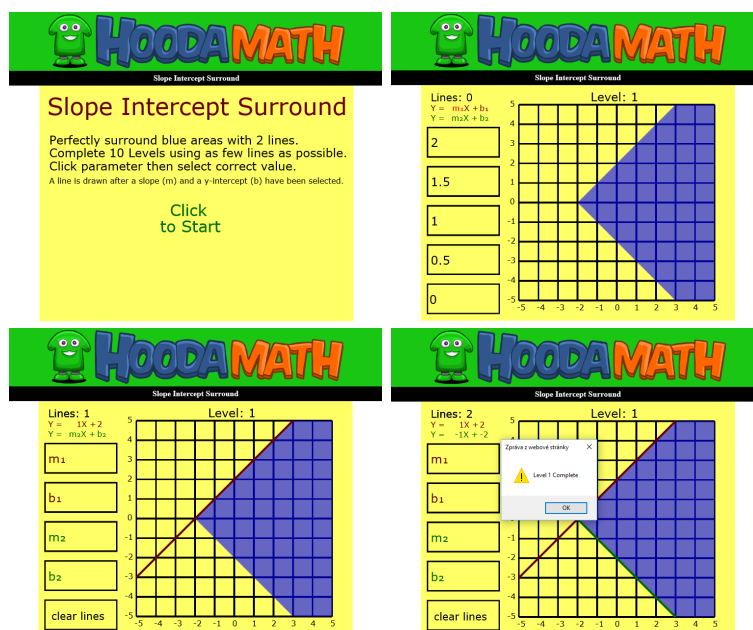
## Planimetrie

- *Find Angles!*

Aplikace pro Android ke stažení ve službě Google Play,  
<https://play.google.com/store/apps/details?id=jp.co.gakkonet.quizqaangles>

Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/find-angles-math-questions-of-plane-geometry/id541532555?mt=8>

Hra slouží především k procvičení stanovení velikosti úhlů v trojúhelníku, úhlů vrcholových, střídavých, souhlasných a přilehlých (viz obrázek 2.19). Kromě toho se zde nacházejí ještě další dva moduly k procvičení posloupností (doplnění chybějícího členu) a obsahu rovinných útvarů (spíše pro úroveň ZŠ). Každý modul má několik úrovní, které se postupně odemykají.



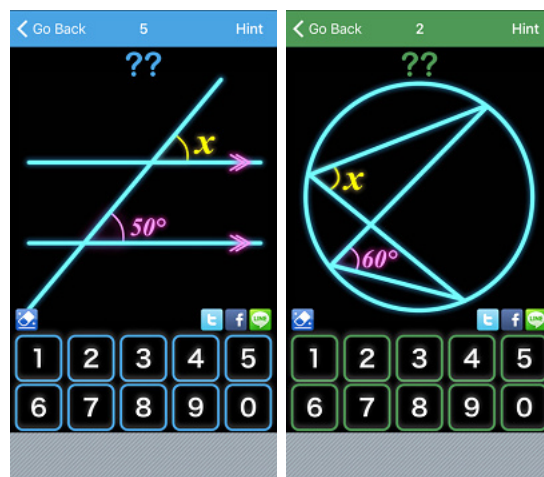
Obrázek 2.18: hra Slope Intercept Surround

- *GeometrIQ*  
 Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/geometriq-geometry-picture-game/id551984696?mt=8>

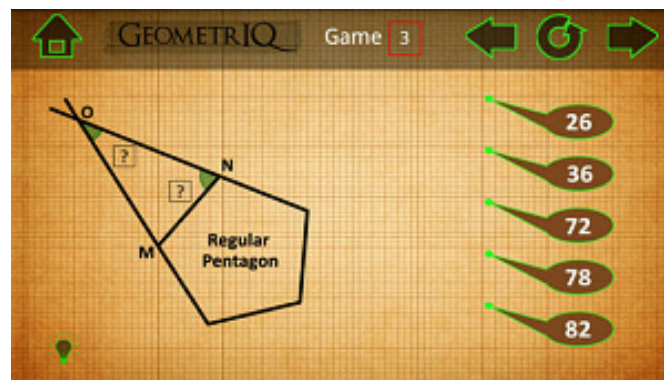
Jedná se o obdobnou hru jako Find Angles!, obsahující logické hádanky na určení velikosti úhlů, vzdáleností a obsahu ploch (viz obrázek 2.20). Bohužel bezplatně je možné otevřít jen prvních 5 úkolů.

- *Geometry Combat*  
 Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/geometry-combat/id393846966?mt=8>

Ve hře můžete zvolit samostatné procvičování nebo souboj dvou hráčů. Úkolem hráčů je co nejrychleji správně určit plochu rovinného obrazce (obdélník, trojúhelník, lichoběžník...), zaznamenává se čas a procentuální úspěšnost (viz obrázek 2.21). Souboj probíhá ve více kolech.



Obrázek 2.19: hra Find Angles!, zdroj itunes.apple.com

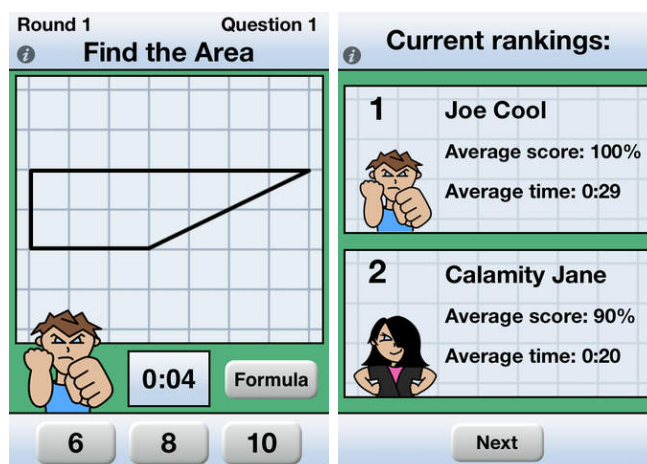


Obrázek 2.20: hra GeometriQ, zdroj itunes.apple.com

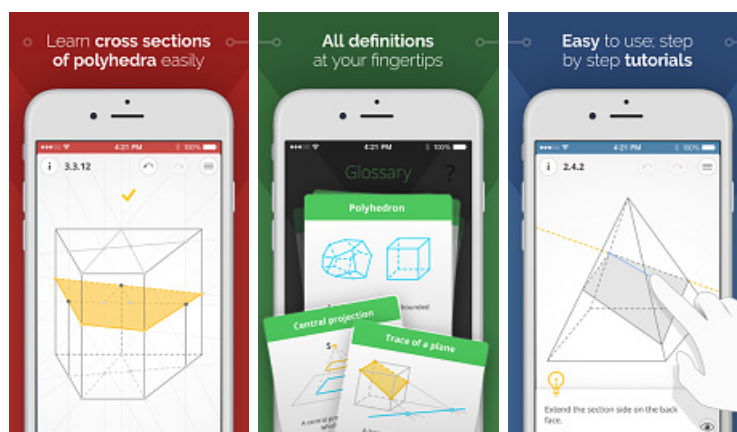
## Stereometrie

- *XSection*  
 Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/app/id1069933287>

Hra obsahuje tři základní moduly s postupným odemykáním úkolů. Zaměřuje se především na řezy tělesa rovinou a projekci bodů (viz obrázek 2.22).



Obrázek 2.21: hra Geometry Combat, zdroj itunes.apple.com

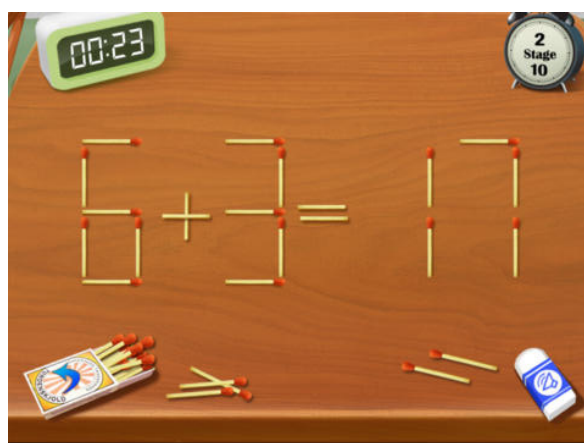


Obrázek 2.22: hra XSection, zdroj itunes.apple.com

## Základní matematické dovednosti a logické myšlení

- *Stick Math HD*  
Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/stick-math-hd/id400182279?mt=8>

Aplikace obsahuje zápalkové hlavolamy, kde úkolem hráče je přesunem jedné zápalky získat správnou rovnici (viz obrázek 2.23). Hráči je měřen čas.



Obrázek 2.23: hra Stick Math HD, zdroj itunes.apple.com

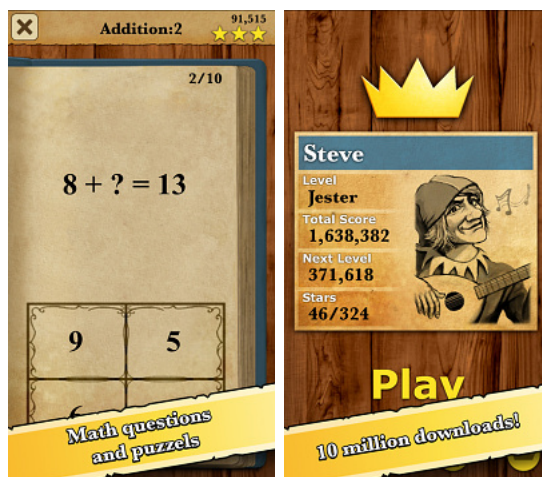
- *King of Math (Oddrobo Software AB)*  
Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/king-of-math/id473904402?mt=8>

Na počátku si můžete zvolit, zda budete hrát za ženského či mužského avatara. Hra obsahuje knihy o devíti kapitolách, v každé kapitole se nachází 10 příkladů (obrázek 2.24). Při jejich řešení je odpočítáván čas, který rozhoduje o zisku bodů, za špatné řešení příkladů ztrácíte hvězdy. Body vaši postavu posouvají stále výš na společenském středověkém žebříčku. Bezplatně jsou k dispozici jen knihy Sčítání a Odčítání, po zakoupení plné verze přibudou i knihy s náročnější látkou: Násobení, Dělení, Aritmetika, Geometrie, Zlomky, Mocniny, Statistika a Rovnice. Byť se jedná jen o jednoduché příklady, snaha o co nejvyšší rychlost při jejich řešení činí i bezplatnou základní verzi této hry prospěšnou pro žáky SŠ.

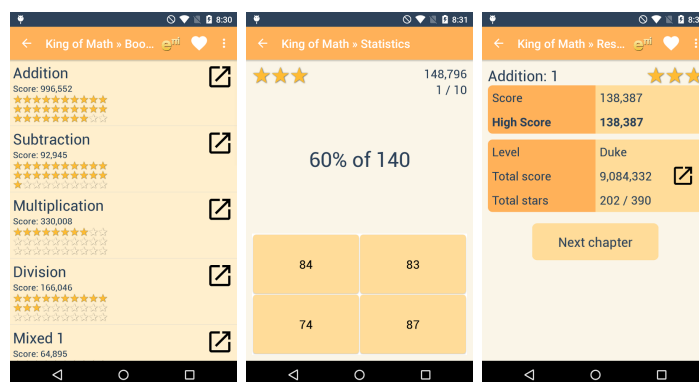
- *King of Math (Troubi Entertainment)*  
Aplikace pro Android ke stažení ve službě Google Play,  
<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.troubi.kingofmath>

Jedná se o hru velmi podobnou stejnojmenné hře od firmy Oddrobo pro iOS. V jednotlivých kapitolách se snažíte co nejrychleji vyřešit zadané příklady pro zisk co nejvyššího počtu bodů (obrázek 2.25). Při zisku dostatečného počtu bodů se další kapitoly samy odemknou, zatímco vy stoupáte vzhůru po středověkém společenském žebříčku. Takto si můžete procvičit příklady na sčítání, odčítání, násobení, dělení, moc-

niny, porovnávání hodnot, základní statistiku (procenta), největší společný dělitel, nejmenší společný násobek, zlomky, průměr a medián a nakonec rovnice.



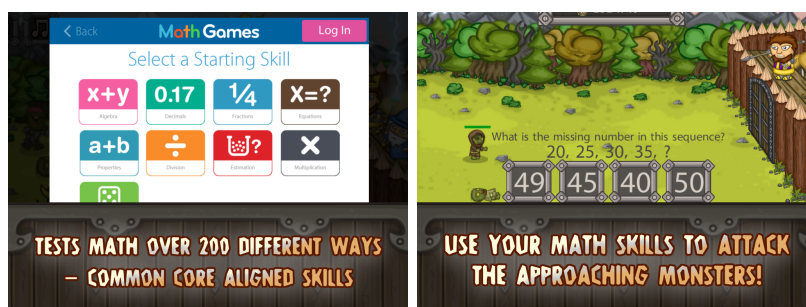
Obrázek 2.24: hra King of Math od Oddrobo Software AB, zdroj itunes.apple.com



Obrázek 2.25: hra King of Math, zdroj play.google.com

- *King of Math Defense*  
 Dostupné online z: <https://www.mathgames.com/play/kingofmath.html>  
 Aplikace pro Android ke stažení ve službě Google Play (placená verze),  
<https://play.google.com/store/apps/details?id=air.com.mathgames.kingofmath>  
 Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/king-of-math-defense/id1023527445>

Počítáním jednoduchých příkladů bráníte svůj hrad před útokem zombie (obrázek 2.26). Na začátku je možné zvolit si látku/obtížnost podle amerického vzdělávacího systému do osmého ročníku (odpovídá cca naší ZŠ, ale např. v učivu pro sedmý ročník najdeme faktoriály apod.), a zde konkrétní učivo, které chceme primárně procvičovat. Nepřítel stále přibývá, za jejich zabíjení hráč získává peníze, díky kterým může vylepšovat svou obranu.



Obrázek 2.26: hra King of Math Defense, zdroj play.google.com

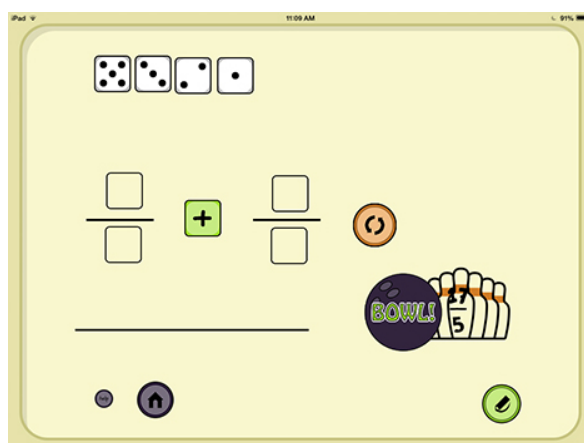
- *4 Dice a Fractions Game*  
Aplikace pro iOS ke stažení ve službě App Store,  
<https://itunes.apple.com/us/app/4-dice-a-fractions-game/id583546023?mt=8>

Ve hře se snažíte zkombinovat čtyři číslice, odpovídající hodu čtyřmi kostkami, do dvou zlomků a vybrat k nim takovou základní operaci (sčítání, odčítání, násobení, dělení), abyste dosáhli požadovaného výsledku (viz obrázek 2.27). Hra tak procvičuje nejen počítání se zlomky, ale především logické myšlení.

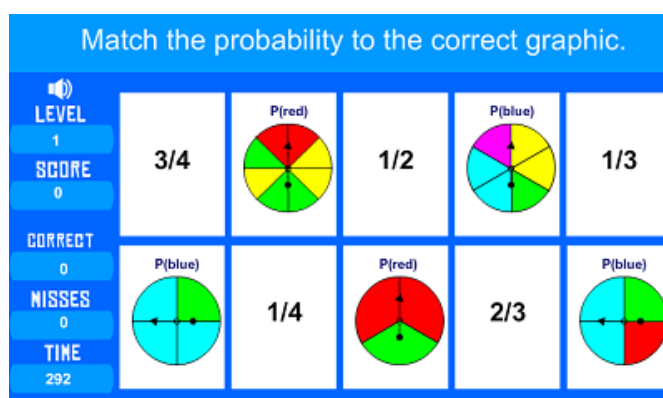
- *Sheppard Software*  
Dostupné online z: <http://sheppardsoftware.com/math.htm#geometry>

Na těchto stránkách se nachází množství jednoduchých her, především pro žáky ZŠ. Hry jsou rozděleny do kategorií: Základní operace, Zlomky, Desetinná čísla, Procenta, Geometrie, Algebra, Pravděpodobnost atd. Právě např. v kategoriích Geometrie a Pravděpodobnost najdeme ale i hry, které mohou být prospěšné pro středoškoláky, především jako zopakování učiva ZŠ před jeho dalším rozšířením (příklad viz obrázek 2.28).





Obrázek 2.27: hra 4 Dicee, zdroj [www.commonsense.org](http://www.commonsense.org)



Obrázek 2.28: příklad hry od Sheppard Software

- *MATH-PLAY.COM*  
Dostupné online z:  
<http://www.math-play.com/Middle-School-Math-Games.html>

Na těchto stránkách se nachází množství matematických her, včetně her se středoškolským učivem. Nejčastěji se jedná o hry ve stylu Jeopardy (českou obdobou je hra Riskuj!) pro jednoho až čtyři hráče/týmy. Bohužel ne všechny hry jsou plně funkční.



# Kapitola 3

## Soubor matematických her

V této kapitole naleznete didaktické hry využitelné ve výuce matematiky.

U her, ve kterých žáci provádí výpočty, se primárně předpokládá, že použití tužky a papíru je povoleno, kalkulačky zakázáno (není-li výslovně uvedeno jinak). Změna je na zvážení učitele.

Záleží na typu, náročnosti a času zařazení hry (konec hodiny, zvláštní hodina před Vánoci atd.), zda se vyučující rozhodne nejlepší hráče odměnit a dále motivovat např. jedničkou či jiným způsobem, nebo bude ponechána jako hlavní odměna radost žáků ze hry. U některých her je možné ocenění hráčů uvedeno.

### 3.1 Didaktické hry obecně

V této části práce jsou popsány některé běžně hrané hry, které můžete najít např. v [6] nebo na webových stránkách [www.hranostaj.cz](http://www.hranostaj.cz), i hry s původním autorským námětem. Všechny hry byly poupraveny tak, aby mohly být využity při výuce matematiky.

#### Kostky jsou vrženy

Čas	optimálně 45 minut
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	vysoká
Pomůcky	hrací kostka pro každou trojici až šestici hráčů, šest nádobek (nápojových kelímků)/pytlíčků s připravenými lístečky pro každou skupinu

Hra na procvičení velkého objemu různorodějšího učiva, za pololetí nebo i za celý ročník. Připravíme si otázky a příklady z probrané látky a roztřídíme je na šest hromádek. Každá hromádka představuje jedno číslo při hodu kostkou, může se jednat např. o šest následujících kategorií:

1. *příklad* - krátký příklad na spočtení
2. *vysvětlí pojem* - slovo, jehož význam hráč musí vysvětlit
3. *řekni pojem* - krátká definice pojmu, který hráč musí uvést
4. *načrtni* - podle probrané látky načrtnutí např. dané funkce, kuželosečky, obrazce atd. na papír
5. *uved' vzorec* - hráč musí uvést vzorec potřebný pro požadovaný typ výpočtu
6. *oprav chybu* - příklad/věta/definice s chybou, kterou musí hráč najít a opravit

Žáci hru hrají v menších skupinkách. Postupně hází kostkou a číslo, které jim padne, určuje, ze které kategorie si mají vylosovat úkol. Pokud hráč úkol správně vyřeší (dohlízejí jeho spoluhráči), dostane bod. Vítězí hráč s nejvyšším počtem bodů. Lístečky můžeme také přehnout na půl, úkol napsat na horní stranu a správnou odpověď vepsat dovnitř.

### Kimovka trochu jinak

Čas	dle množství úkolů cca 20 až 45 minut
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	vysoká
Pomůcky	lístečky s úkoly do kimovky, záznamové archy pro hráče

Klasická Kimova hra spočívá v trénování paměti - na určité trase jsou připraveny různé obrázky či předměty, které si musí hráč při jejím průchodu zapamatovat a po návratu do cíle zapsat na papír (v obtížnější verzi je důležité i správné pořadí). Princip této hry můžeme využít pro zopakování většího množství látky (je vhodná např. na konec školního roku).

Připravíme si cca 15 až 25 lístečků s různými matematickými symboly, grafy, krátkými příklady atd., dle probrané látky. Dále si připravíme záznamové archy s otázkami k jednotlivým lístečkům (např. Faktoriál kterého čísla

jste viděli a jaká je jeho hodnota?, Byla na lístečcích lineární lomená funkce? Pokud ano, jaký byl její funkční předpis a jak by vypadal její graf?, Kterou logickou spojku jste viděli a jak se jmenuje?). Lístečky pak umístíme na určité trase, např. na školní chodbě nebo venku na školním pozemku, a necháme hráče, aby si trasu prošli. Při větším počtu hráčů je rozumné pouštět je na trasu postupně. Pokud si hráči myslí, že si vše na lístečcích zapamatovali, mohou se vrátit na začátek, kde dostanou připravený záznamový arch a pokusí se zodpovědět všechny otázky.

Hru můžeme hodnotit dvěma různými způsoby:

1. Každý úkol v archu je ohodnocen nějakým počtem bodů. Vyučující pak výsledky zkontroluje, případně si je můžou zkontrolovat sami žáci podle vytištěného papíru se správnými řešeními, záznamový arch je obodován, a o výsledném pořadí hráčů rozhoduje celkový počet bodů.
2. O pořadí rozhodne čas. V tomto případě stopujeme hráčům dobu, kterou na trase strávili, čas řešení úkolů se do celkového času nezapočítává (pro vyučujícího je nejjednodušší varianta, kdy si každý hráč sám měří čas pomocí stopek na svém mobilním telefonu). Protože nám jde především o znalosti a cvičení paměti je jen dalším (nikoliv nepodstatným) benefitem hry, můžeme při této variantě nechat hráče, aby se na trasu vrátili. Samozřejmě se připočítává další čas strávený na trati + časová penalizace za nutnost každého dalšího návratu na trasu. Penalizace by měla narůstat. Záleží na vyučujícím, zda hodnoty penalizace budou tvořit členy aritmetické, či geometrické posloupnosti. Hráč může odevzdat až kompletně vyplněný záznamový arch.

### Tak či tak

Čas	nejvýše 10 minut
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	nízká
Pomůcky	žádné

Jedná se o rychlou a nenáročnou hru, vhodnou např. na začátek hodiny pro zopakování vlastností/pojmů. Navíc při ní můžeme žáky rozpohybovat. Vybereme si dvojici (případně i trojici atd.) vlastností, např. sudost a lichost u funkcí, a k těmto vlastnostem přidáme odpovídající pohybové signály (např. zvednutí pravé ruky pro sudou a levé pro lichou funkci, nebo po vystoupení mimo lavice dřep pro sudou a výskok pro lichou funkci atp.).

Vyučující potom rychle jmenuje různé funkce (sinus, konstantní funkce...) a žáci musí stejně rychle pohyby reagovat. Pokud bychom chtěli variantu hry s vítězem, hráči, kteří se zmýlí, vypadávají. Výjimečně můžeme pro větší zábavu při hře jmenovat pojem, který nemá ani jednu z procvičovaných vlastností, nebo má obě, a nechat žáky, aby si s touto svízelností poradili.

### Definice

Čas	libovolný
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	střední
Pomůcky	nastříhané lístečky s pojmy, losovací nádoba

Tuto hru můžeme využít na procvičování pojmů (např. z planimetrie, stereometrie atp.). Připravíme si lístečky, na které napíšeme pojmy, které chceme procvičit. Lístečky umístíme do nějaké nádoby (čistý květináč apod.) a necháme žáky lístečky losovat.

Je několik možností jak hru hrát a hodnotit. Můžeme nechat losujícího žáka daný pojem co nejpřesněji definovat (např. čtyřúhelník, jehož dvě protilehlé strany jsou různoběžné a dvě rovnoběžné), ostatní žáci se snaží uhodnout, o jaký pojem se jedná (lichoběžník). Pokud žák pojem definuje správně, dostane bod, stejně jako žák, který pojem první uhádne. Pokud některý žák řekne pojem špatně (nepočká na dokončení definice a „střelí od boku“), bod ztratí.

Místo snažení o matematické definice můžeme také žáky nechat popisovat pojmy vlastními slovy, ale bez použití částí slov, které jsou v pojmu obsaženy (např. pro pojem trojúhelník nemůžeme říct slovo tři, úhel a slova od nich odvozená). Tato varianta může být mnohdy těžší než varianta předchozí.

Body si žáci mohou zapisovat na kus papíru a na konci hry můžeme odměnit nejzdatnější hadače.

### Otázky

Čas	libovolný
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	bez přípravy
Pomůcky	žádné

Jednoduchá hra na ověřování vědomostí, pro kterou ovšem potřebujeme pohotové hráče. Začíná učitel, který položí libovolnou otázku (může jít i o jednoduchý příklad). Hráč, který ji první správně zodpoví, získává bod a sám pokládá další otázku k danému tématu. Pokud někdo položí otázku, na kterou nikdo nezná správnou odpověď, musí ji zodpovědět sám. Pak dostává za správnou odpověď dva body a pokládá další otázku. Vítězí hráč, který získá nejvyšší počet bodů.

Je také možné hru hrát např. do chvíle, kdy někdo dosáhne stanoveného počtu bodů, či omezit čas na hru a ocenit pak každého, kdo v této době stihl získat alespoň stanovený počet bodů (podle času a velikosti skupiny).

Žáky můžeme na hru upozornit i dopředu a nechat je, aby si každý již doma připravil jednu až tři otázky/úlohy pro ostatní hráče.

### Týmové otázky

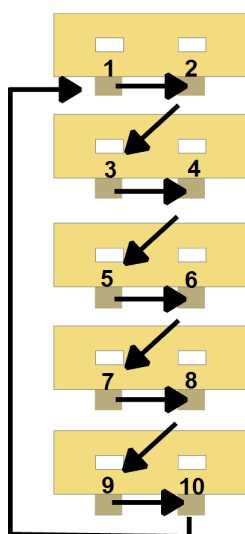
Čas	alespoň 10 minut
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	bez přípravy
Pomůcky	žádné

Hráči se rozdělí na dvě skupiny, každá skupina si během stanoveného času připraví daný počet otázek/krátkých příkladů k danému tématu. Snaží se vymyslet takové úlohy, které budou pro druhou skupinu náročné, ale sami musí znát odpověď. Po vypršení času na přípravu si skupiny střídavě pokládají otázky: bude-li odpověď správně a vyčerpávající, získá skupina 2 body, za částečné zodpovězení otázky 1 bod, za špatnou odpověď pak 0 bodů (můžeme dávat i body minusové). Zvláště v případě, kdy jsou mezi otázkami i příklady, je dobré omezit čas na odpověď. Pro větší napětí při hře můžeme body zapisovat na tabuli, aby mohli hráči sledovat průběžné výsledky. Vítězí skupina s větším ziskem bodů.

### Závod s časem

Čas	5 až 20 minut dle obtížnosti a množství příkladů
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	střední
Pomůcky	vytištěné příklady (3x), záznamové tabulky

Tato hra je vhodná na procvičení nejrůznějších vzorců a drobných příkladů. Nejprve si musíme sepsat požadované úlohy. Máme-li ve třídě tři řady po pěti školních lavicích (tj. deset míst sezení v každé řadě), je vhodné připravit si deset příkladů a vytisknout je třikrát. Příklady pak před začátkem hry umístíme na lavice, jeden příklad na jedno místo k sezení, a žákům rozdáme připravené záznamové archy (stačí jednoduchá tabulka, vždy řádek s číslem příkladu a prostorem pro výsledek).



Obrázek 3.1: schéma možného přesunu žáků k dalším příkladům

Žáci se pak usadí do lavic a snaží se rychle vyřešit příklad na svém místě. Po uplynutí daného časového úseku (nastaveného dle obtížnosti příkladů), dá učitel znamení (např. tleskne) a žáci se rychle přesunou k další úloze (viz obrázek 3.1). Takto se postupně všichni dostanou ke všem příkladům. Žáky, kteří dokázali všechny příklady správně vyřešit (popř. s tolerovaným počtem chyb), můžeme pozitivně klasifikovat.

Další možností je žákům neurčovat čas k přesunu na jiné místo, pouze celkový čas na řešení. I v tomto případě by ovšem měli žáci postupovat od „svého“ příkladu postupně dle čísel, aby nikde nedocházelo k příliš velké tlačeni. Případně můžeme využít volného prostoru v tělocvičně či na školním pozemku a úkoly zde rozmístit na zem do většího kruhu a tím zmatkům při přesunech zabránit.



## BUM

Čas	cca 5 minut
Počet hráčů	až 30 hráčů
Náročnost přípravy	bez přípravy
Pomůcky	žádné

Rychlá a jednoduchá hra na procvičení skupin čísel dané vlastnosti. Na začátku stanovíme skupinu čísel (např. čísla dělitelná třemi, prvočísla, členy dané posloupnosti atd.). Tato čísla nesmějí být řečena nahlas, namísto nich se říká slovo *BUM*. Hráči pak začnou počítat po jedné (od jedné), každý řekne jedno číslo, čísla se odříkávají co nejrychleji za sebou. Hráč, který by měl říci číslo patřící do naší skupiny, musí říci *BUM*, jinak se jedná o chybu - musí se postavit (či naopak stojí všichni ostatní hráči a on si musí sednout - tato varianta je vhodná, pokud chceme nechat hráče vypadávat ze hry), udělat pět dřepů apod., stejně tak je za chybu považována příliš dlouhá časová prodleva v řízení dalšího čísla či slova *BUM* v pořadí.

Stanovíme horní limit pro počítání a ve chvíli, kdy k tomuto číslu dojdeme, začínají hráči počítat znovu od začátku. Tento limit by neměl být dělitelný počtem hráčů. Po libovolném počtu kol hru ukončíme a můžeme stanovit další skupinu čísel, se kterou se bude hrát nyní.

## 3.2 Didaktické hry „na klíč“

V následující kapitole najdete připravené didaktické hry k jednotlivým oblastem středoškolského učiva matematiky. Hry jsou určeny k procvičení látky během vyučovacích hodin, ale také jako inspirace pro vytváření dalších didaktických her. Proto je u hry obvykle popsán i způsob, jakým byla vytvořena.

Pro tisk materiálů ke hrám (hrací plán, hrací karty...) je vhodné použít papír s vyšší gramáží. Hra tak bude mít vyšší životnost, navíc u některých her nesmí tisk prosvítat na druhou stranu, jak by se mohlo u papíru s nižší gramáží stát.

### 3.2.1 Analytická geometrie

#### Hra „Křížovky netradičně“

<b>Cíle</b>	Žáci si uvědomují souvislosti mezi jednotlivými pojmy z analytické geometrie, na základě těchto souvislostí umí doplnit do pojmové mapy chybějící části a vyluštit tajenku.
<b>Počet hráčů</b>	1 až třída
<b>Náročnost - žáci</b>	nízká
<b>Náročnost - učitel</b>	nízká
<b>Časová náročnost</b>	cca 5 min
<b>Pomůcky</b>	vytištěná pojmová mapa pro každého žáka, psací potřeby
<b>Procvičovaná látka</b>	přímka, kružnice
<b>Příloha B</b>	2 pojmové mapy k doplňování, 2 pojmové mapy s vyplněnými řešeními

**Průběh hry a metodické poznámky:** Hra je vhodná k zopakování látky na konci hodiny. Každý žák dostane vytištěnou pojmovou mapu s chybějícími částmi, díky jejichž doplnění sestaví tajenku. Žáky, kteří stihnou vše doplnit ve stanoveném čase, můžeme pozitivně ohodnotit. Vyplněná mapa žákům zůstane a slouží zároveň jako shrnující poznámky k dané oblasti učiva.

Pokud se žáci dosud s pojmovými mapami nesetkali, může jim chvíli trvat, než se v mapě zorientují a pochopí, jak s ní pracovat. To byl i případ testovací třídy, kde byla hra vyzkoušena (obrázek 3.2), přesto většina žáků stihla do pěti minut jednodušší mapu/křížovku správně vyplnit.



Obrázek 3.2: Studentky vyplňující křížovku

**Tvorba hry:** Zde uveřejněné pojmové mapy byly vytvořeny pomocí softwaru CmapTools, který je k dispozici zdarma (ke stažení na stránkách <http://cmap.ihmc.us/>). Jedná se o poměrně intuitivní nástroj lokalizovaný do češtiny, podporující i základní sazbu matematiky. Uživatelsky příjemným může být např. i software VUE (<https://vue.tufts.edu/index.cfm>), rovněž k dispozici zdarma a lokalizovaný do češtiny, jeho nevýhodou je ovšem problém se sazbou matematiky. Na vytváření pojmových map bez matematických vzorců je ovšem velmi vhodný a jeho ovládání je jednoduché.

Při vytváření nové pojmové mapy je nutné rozmyslet si základní pojmy související s tématem a jejich vzájemné vztahy. Výhodou takové mapy je i její hodnota jako přehledného učebního materiálu. Pojmy si můžeme napřed vypsát např. na papír a potom mapu sestavit pomocí vhodného software. Místy pak můžeme vynechat celé pojmy, nebo jejich části, a vytvořit tak zajímavou křížovku. Další možností je vytištěné mapy rozstříhat a nechat žáky tuto „puzzle“ skládat.

### 3.2.2 Rovnice

#### Hra „QR počty“

<b>Cíle</b>	Žáci umí správně vyřešit lineární, kvadratické a iracionální rovnice. Tyto rovnice umí také sami sestavit a řešit tak slovní úlohy.
<b>Počet hráčů</b>	1 až třída
<b>Náročnost - žáci</b>	nízká
<b>Náročnost - učitel</b>	střední
<b>Časová náročnost</b>	30 min
<b>Pomůcky</b>	vytištěné příklady ukryté v QR kódech, mobilní telefon/tablet s čtečkou QR kódů pro každého žáka, papír, psací potřeby, izolepa/připínáčky
<b>Procvičovaná látka</b>	lineární rovnice, kvadratická rovnice, iracionální rovnice, slovní úlohy
<b>Příloha C</b>	příklady v QR kódech, jejich přepis s výsledky

**Průběh hry a metodické poznámky:** Nápad pro hru vychází ze stránek [www.ucimesestabletem.cz](http://www.ucimesestabletem.cz), aktivita Stanoviště s QR kódy. Pomocí QR generátoru jsou do QR kódů zašifrovány různé lineární rovnice, kvadratické rovnice, iracionální rovnice a slovní úlohy. Vytisknuté kódy se rozmístí ve vhodné části školy. Žáci se snaží všechny příklady najít a vyřešit (obrázek 3.3). Součtem všech řešení získají číslo, jehož správnost si ověří u učitele (pokud mají žáci k dispozici wifi připojení, je možné kontrolu výsledku provést např. prostřednictvím vyplnění otázky online kvízu, na který bude odkazovat poslední QR kód). Žáci by si měli zapisovat i jednotlivé výsledky, aby je v případě neúspěchu mohl učitel nasměrovat zpět k špatně vyřešenému příkladu.

Hru je vhodné zařadit na závěr tématu rovnice, nebo jako opakování před maturitou. Pro žáky je atraktivní díky využití moderních technologií a pohybu během obvykle prosezené hodiny. Součástí procvičování ovšem nejsou rovnice s parametrem a s absolutními hodnotami.



Obrázek 3.3: Načítání příkladu při hře „QR počty“

**Tvorba hry:** QR kódy byly vytvořeny pomocí online generátoru QRgenerator.cz. Takto je možné do QR kódu jednoduše ukryt nejen adresu webových stránek, ale i jiný libovolný text. Kromě způsobu použitého v předchozí hře můžeme QR kódy využít také např. pro ukrytí správných řešení na pracovním listě s matematickými hádankami a hlavolamy, nebo jako odkazy na webové stránky, kde se žáci dozvědí zajímavosti a rozšiřující informace k tématu (historické pozadí, osobnosti matematiky atd.).

### 3.2.3 Funkce a jejich vlastnosti

#### Hra „Najdi funkci“

<b>Cíle</b>	Žáci rozumí pojmům definiční obor funkce, funkční předpis a graf funkce. Umí pojmenovat elementární funkce zadané grafem nebo funkčním předpisem a říci, zda je funkce omezená, shora omezená, zdola omezená, ani shora, ani zdola omezená, a určit její další základní vlastnosti. Na základě logického úsudku jsou schopni přijít na možné řešení herního problému a zvolením vhodné strategie herní problém vyřešit.
<b>Počet hráčů</b>	2 až třída
<b>Náročnost - žáci</b>	vysoká (maturanti)
<b>Náročnost - učitel</b>	střední
<b>Časová náročnost</b>	45 min
<b>Pomůcky</b>	sada herních kartiček pro každého hráče/do dvojic, projektor/interaktivní tabule/meotar
<b>Procvičovaná látka</b>	omezenost funkce, graf funkce, rostoucí funkce, klesající funkce, lineární funkce, kvadratická funkce, lineární lomená funkce, mocninné funkce, absolutní hodnota, exponenciální funkce, logaritmická funkce, goniometrické funkce
<b>Příloha D</b>	list s kartičkami k vytištění, sada zadání, seznam popisujících obsah kartiček, seznam otázek k dalším hrám s kartičkami

**Pravidla hry - varianta A:** Na stejném principu funguje společenská hra Mnoho monster autora Marca Teubnera (česká verze vydavatelství Míndok, 2014). Hráč (dvojice hráčů) má sadu patnácti oboustranných kartiček s obrázky grafů funkcí, nebo funkčními předpisy, a uvedenými definičními

obory funkcí. Strana karty může být buď žlutá, nebo modrá. Úkolem hráče je na základě logické úvahy co nejrychleji pootáčet kartičky tak, aby splnil učitelem promítané zadání. Zadání říká, kolik má být na kartičkách omezených funkcí, funkcí shora i zdola neomezených a funkcí, které jsou shora omezené a zdola neomezené, nebo naopak shora neomezené a zdola omezené, v jaké barvě mají kartičky být, popřípadě jaký je logický vztah mezi jednotlivými skupinami. Např. žlutá kartička s omezenou funkcí bude právě jedna a modré kartičky s funkcemi, které jsou neomezené shora i zdola, budou právě tři, což musí být méně než počet modrých kartiček s funkcemi, které jsou buď shora, nebo zdola omezené. Zadání pak vypadá následovně:

$$\text{Omezené funkce} = 1x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 3x$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} > \text{Funkce neomezené shora i zdola}$$

Pokud na barvě kartičky nezáleží, text nebude podbarven. Vždy existuje více správných řešení.

**Průběh hry a metodické poznámky:** Hru je dobré zařadit na závěr tématu funkce nebo při opakování tématu pro maturanty. Vyučující by se měl před použitím hry v hodině dobře seznámit s obsahem kartiček a hru si i případně vyzkoušet. Dopředu by si měl také oboustranně vytisknout a nastříhat požadovaný počet sad herních kartiček pro žáky. Pro úspěch v této hře nestačí jen dobrá znalost funkcí a jejich vlastností, je zapotřebí také rychlé logické uvažování, dobrá paměť a troška štěstí.

Žák, který si myslí, že odhalil správné řešení, se přihlásí. Nejrychlejšího žáka zkontroluje učitel. Při kontrole může využívat seznam popisující obsah kartiček, který nalezne v příloze - pro lepší orientaci jsou kartičky očíslovány, jejich rubová strana je navíc označená hvězdičkou. Pokud měl žák řešení správně, získává bod. Jinak má šanci bod získat druhý nejrychlejší žák atd. Ostatní žáci si kontrolují výsledky navzájem v lavici. V případě, že jsou síly hráčů nevyrovnané, můžeme po nalezení prvního řešení ponechat ještě určitý časový úsek, ve kterém se mohou pokusit získat bod i další hráči a úkol dořešit.

Další variantou hodnocení je udělit bod každému, kdo nalezne správné řešení, nejrychlejší žák získá body tři. V tomto případě spoléháme na to,

že žáci si navzájem řešení zkontrolují správně a body si sami počítají a nepodvádějí. Můžeme také provádět namátkové kontroly a pokud někdo zjevně nesprávně přidal kamarádovi bod (ať už úmyslně či omylem), potrestat jej ztrátou jeho vlastního bodu. Při hodnocení všech hráčů je nutné stanovit časový limit na vyřešení úkolu, po kterém následuje kontrola, a i na ni ponechat dostatek času. Zdatnější žáci by měli být schopní najít řešení do cca pěti minut. Pokud si žáci nejsou jisti správností řešení, měli by se bez obav obrátit na učitele. Na konci hry můžeme odměnit např. jedničkou 5 hráčů s nejvyšším bodovým součtem. Body nemusí pocházet jen z primárně uvedeného způsobu použití kartiček - varianty A. Další body můžeme udělit nejrychlejšímu řešitelům úkolů, které se nacházejí v části B, díky kterým se velmi rozšíří rozsah opakované látky.

**Další způsob využití herních kartiček - varianta B:** Funkce na kartičky jsou vybrány tak, aby zde mezi jednotlivými skupinami kartiček existovaly souvislosti, nebo aby některé kartičky tvořily výjimku z pravidla či byly jinak specifické. Učitel pokládá žákům otázky (návrhy otázek naleznete v příloze) a žák, který najde nejrychleji odpověď nebo kartičku splňující zadání, získává bod.

Příklady otázek:

Jakou společnou vlastnost mají funkce na žlutých (modrých) kartičkách?  
*Jsou klesající (rostoucí).*

Pokud otočíme všechny karty lícovou stranou nahoru (bez hvězdičky), funkční předpisy a grafy funkcí budou tvořit sedm párů. Jedna karta ovšem není součástí žádného páru. Která? *Karta č. 12.*

Tato hra byla vyzkoušena v hodině matematického semináře, který navštěvovali studenti třetího ročníku gymnázia (obrázek 3.4). Na hru bylo ponecháno 45 minut a zúčastnilo se jedenáct hráčů. Prvních cca 8 minut trvalo zapojení techniky, zopakování potřebného učiva (omezenost funkce) a vysvětlení pravidel hry. Protože šlo o žáky různých tříd, vyučovaných různými učiteli, byla rozdílná i úroveň jejich vědomostí. Proto i poté, co první hráč našel řešení, měli ostatní možnost úkol dokončit a nechat si jej zkontrolovat vyučujícím. Pokaždé se někomu podařilo najít některé správné řešení nejpozději do pěti minut, ale vzhledem k času, který zabralo kontrolování všech žáků, již měli pocit, že se blíží správnému řešení, se během vyčleněného času na první část hry (28 minut) stihla vyřešit jen čtyři různá zadání. Zbývající čas byl ponechán na pokládání otázek - variantu hry B.



Žákům byly položeny postupně všechny otázky navržené v příloze, vyřešení těchto sedmi otázek jim trvalo devět minut. Celkově tak mohli hráči získat během této hodiny až jedenáct bodů. Své body si zaznamenávali na podepsané papírky, které na konci hodiny odevzdali, a za každý bod získali i bod do bodového systému, který byl v této třídě využíván namísto běžné klasifikace. Nejlepším výsledkem bylo šest bodů, které se podařilo získat hned několika žákům.



Obrázek 3.4: Hra „Najdi funkci“ během matematického semináře

**Tvorba hry:** Hru tvoří patnáct oboustranných kartiček, celkem tedy třicet obrázků. Výběrem dvou vlastností (A, B) je rozdělíme na dvě poloviny (v našem případě žlutá a modrá barva, resp. klesající a rostoucí funkce). Poté musíme vybrat další tři vlastnosti (1, 2, 3) a v každé polovině vytvořit pět obrázků, které jim odpovídají (nás zajímala omezenost funkce). Budeme tedy mít pět obrázků A1, pět A2, pět A3, pět B1, pět B2 a pět B3. Pak už jen stačí obrázky vhodně seskládat na oboustranné kartičky a vymyslet taková zadání, která budou kombinatoricky možná.

### 3.2.4 Pravidla pro počítání s logaritmy

#### Hra „Počtářův útěk“

<b>Cíle</b>	Žáci znají pravidla pro počítání s logaritmy a aplikují je na základních příkladech, bez kalkulačky dokáží stanovit hodnoty vybraných výrazů s logaritmy.
<b>Počet hráčů</b>	2 až 5
<b>Náročnost - žáci</b>	nízká až střední
<b>Náročnost - učitel</b>	nízká
<b>Časová náročnost</b>	20 a více minut
<b>Pomůcky</b>	vytištěný herní plán, vytištěné a rozstříhané hrací kartičky, šest figurek (žetonů) pro každého hráče
<b>Procvičovaná látka</b>	pravidla pro počítání s logaritmy
<b>Příloha E</b>	herní plán, hrací kartičky

**Průběh hry a metodické poznámky:** Tato hra vznikla na motivy deskové hry Cartagena autora Lea Colovinia (dovozce do ČR Corfix), podle tradiční hry hrané v oblasti Karibiku na památku útěku pirátů z cartagenské pevnosti.

Herní plán se skládá z třiceti šesti polí se šesti druhy značek, v našem případě jde o množinu čísel  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ . Každý hráč obdrží na začátku hry 6 karet. Na kartách jsou jednoduché příklady, jejichž výsledek vždy patří do naší množiny. Kromě toho hráč obdrží 6 figurek/žetonů, které musí dostat ze startovního políčka do cíle (viz obrázek 3.5). Ten, kdo první dosáhne

cíle se všemi svými figurkami, vyhrál. Hraje se po směru hodinových ručiček. Hráč, který je na řadě, má k dispozici tři tahy.

Pohyb po herním plánu probíhá následujícím způsobem: hráč např. vyloží na odhazovací balíček kartu s hodnotou výrazu 1 a tuto hodnotu správně uvede. Pak vezme libovolnou ze svých figurek a provede s ní tah na nejbližší volné políčko (neobsazené figurkou) s touto hodnotou, je-li nějaké. Jinak táhne s figurkou rovnou do cíle. Může se pohybovat s figurkami na cestě i kdykoliv nasadit novou figurku - budou-li tedy na všech políčkách s hodnotou 1 stát nějaké figurky, je možné vzít figurku ze startovního pole a přesunout ji rovnou do cíle. Zmýlí-li se hráč a hodnotu karty vypočítá špatně (kontrolují ostatní spoluhráči), kartu ztrácí a zbylé tahy mu propadají. Pokračuje další hráč.

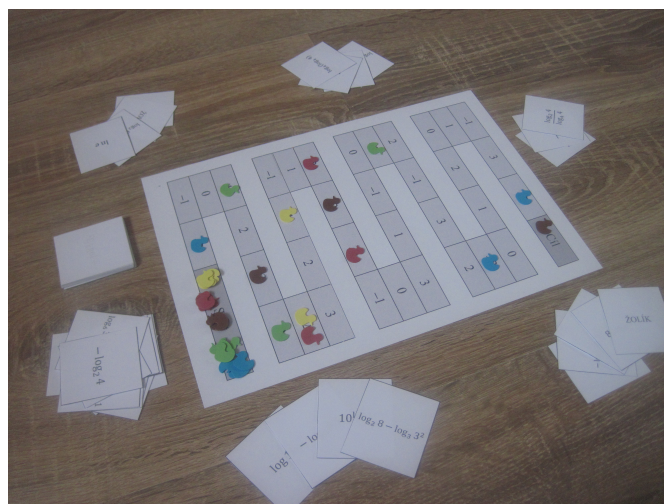
Karty se při této hře nedobírají z balíčku, jako jsme zvyklí u jiných her. Kromě pohybu vpřed vyložením karty má hráč možnost využít tah na získání karet a to tak, že s libovolnou figurkou zacouvá na nejbližší políčko obsazené jednou či dvěma dalšími figurkami. Podle počtu figurek, které již předtím na tomto políčku stály, si pak dobere jednu, nebo dvě karty. Není možné, aby na jednom políčku stály víc než tři figurky (tj. pokud na nejbližším obsazeném poli za mou figurkou stojí už tři jiné figurky, nemohu tuto figurku využít k pohybu vzad a dobrání karty, dokud některá z figurek pole neopustí, nebo mezi mou figurkou a touto skupinou figurek nevznikne další obsazené pole s méně než třemi figurkami). Své tři tahy, které hráč na řadě má, může využít libovolnou kombinací pohybu vpřed za pomoci karet a pohybů dozadu k dobrání karet, případně může tah vynechat.

Při hře se nesmí používat kalkulačka, hráč nemusí své karty nikomu ukazovat. Dojde-li dobírací balíček, zamíchají se karty z odhazovacího balíčku a použijí se k dobírání.

Obměnou hry je hra s otevřenými kartami, kdy mají všichni hráči své karty vyložené na stole, stejně tak jsou vyložené vrchní karty z dobíracího balíčku (šest karet). Je tedy možné více taktizovat a zároveň dochází k intenzivnějšímu procvičení učiva. Hra pak trvá o trochu déle a je důležité dbát na to, aby si hráč dobíral ty karty, které jsou na řadě.

**Tvorba hry:** Vytvoříme herní plán, na kterém se bude vyskytovat každá značka z šestiprvkové množiny šestkrát, nezáleží na přesném pořadí. Plán může představovat jednoduchá tabulka. V dalším kroku vytvoříme hrací

karty, každá karta musí být spárována s jednou značkou. Optimální je počet dvanáct karet pro každou značku (v případě naší hry bylo přidáno i několik žolíků na úkor karet s výsledkem nula), ale můžeme jich vytvořit i více. Ve hře Cartagena, ze které naše hra vychází, je každý druh karty zastoupen sedmáctkrát.



Obrázek 3.5: Hra „Počtářův útěk“

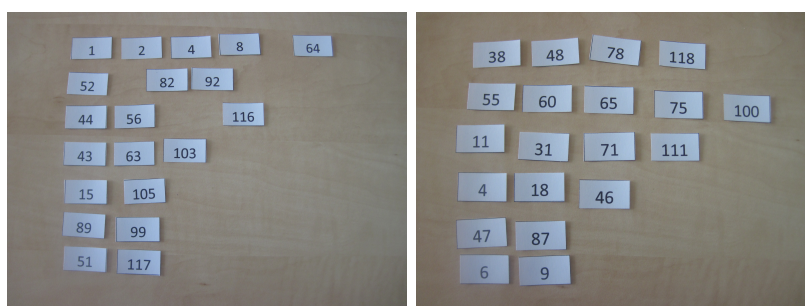
Při této úspornější verzi jsme si vystačili s jedním papírem na herní plán a čtyřmi papíry na tisk hracích karet, tedy pět archů papíru na pět hráčů. Pokud ovšem chceme hrát hru s celou třídou (třicet žáků), kromě tisku třiceti papírů musíme sehnat i celkem 180 figurek v pěti barvách. Kromě klasických figurek z jiných deskových her je možné využít např. kolečka či jiné tvary z tvrdších papírů různých barev, vyražené větší děrovačkou. Vytvoření těchto žetonů sice zabere chvíli času, ale je možné je využít i pro jiné hry a materiál pro jejich tvorbu je snadno dostupný.

Na principu této hry by šlo například procvičit výpočet limit funkcí, kombinační čísla, stanovení hodnoty goniometrických funkcí atd., případně by bylo možné vytvořit jednu hru procvičující více látky, např. za školní pololetí.

### 3.2.5 Posloupnosti

#### Hra „Slož posloupnost“

<b>Cíle</b>	Žáci rozumí pojmům diference, kvocient, aritmetická posloupnost a geometrická posloupnost, dokáží najít souvislosti mezi čísly a spolupracovat ve skupinách.
<b>Počet hráčů</b>	skupinky po dvou až čtyřech hráčích
<b>Náročnost - žáci</b>	střední
<b>Náročnost - učitel</b>	nízká
<b>Časová náročnost</b>	10 a více minut
<b>Pomůcky</b>	kartičky s čísly/dataprojektor
<b>Procvičovaná látka</b>	aritmetická posloupnost, geometrická posloupnost
<b>Příloha F</b>	kartičky s čísly



Obrázek 3.6: Hra „Slož posloupnost“ - řešení herní situace hráči

**Průběh hry a metodické poznámky:** Jedná se o kooperativní hru, kde žáci spolupracují v malých skupinkách. Vylosují si z karet dvacet čísel a tato čísla se snaží poskládat do aritmetických nebo geometrických posloupností (viz obrázek 3.6). Diference i kvocient musí být různé od jedné. V případě aritmetických posloupností by měla být diference dva využita nejvýše jednou (aby žákům nestačilo rozdělit čísla na sudá a lichá), případně může být zcela zakázána. Členy posloupností mohou chybět, samostatně ponechaná karta s číslem se také počítá jako jedna posloupnost (tedy např. čísla 2, 8, 17, 92 můžeme prohlásit za členy jedné aritmetické posloupnosti s diferencí 3 a prvním členem 2). Vítězí skupina hráčů, která dokáže čísla poskládat tak, aby výsledných posloupností bylo co možná nejméně.

Další možností je využít generátor náhodných čísel, např. na stránkách *ITnetwork* (URL: <http://www.itnetwork.cz/javascript-online-generator-nahodnych-random-cisel-se-zvolitelnym-rozsahem>) nebo na *intemodino* (URL: <http://randomnumbergenerator.intemodino.com/cz/generator-nahodnych-cisel.html>), či jiný online generátor. Tyto stránky nabízejí možnost nechat vygenerovat libovolný počet čísel ve zvoleném rozsahu, která můžeme promítnou pomocí dataprojektoru. Čísla se mohou i nemusí opakovat. Žáci si pak vygenerovaná čísla napíší na papír a snaží se o totéž, jako s čísly na lístečcích. Tentokrát ovšem mají všechny skupiny stejná čísla a mohou tak mezi sebou soutěžit o nalezení nejlepšího řešení.

Hru můžeme v každém kole obměnit přidáním dalšího požadavku na výsledné posloupnosti:

- posloupnosti smí být pouze aritmetické
- posloupnosti smí být pouze geometrické
- každá posloupnost musí mít nejméně  $n$  členů
- každá posloupnost musí mít právě  $n$  členů (a kdo dokáže těchto posloupností sestavit nejvíce)
- nejdelší posloupnost (a kdo ji dokáže sestavit, bez ohledu na počet dalších posloupností)
- libovolná kombinace výše uvedených i jiných požadavků

### 3.2.6 Základní poznatky z logiky a teorie množin

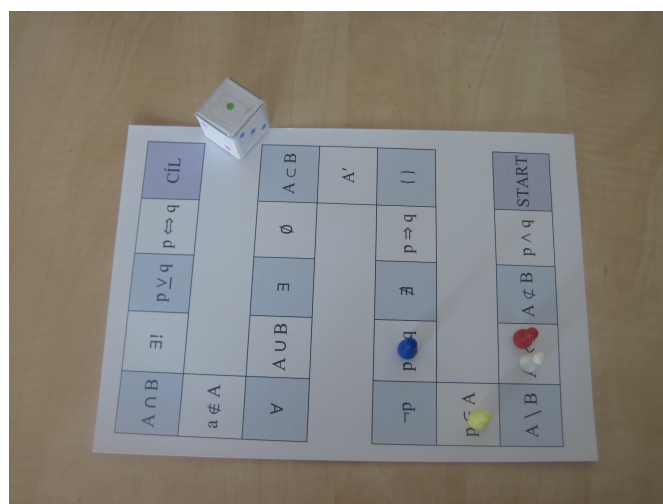
#### Hra „Poznej symbol“

<b>Cíle</b>	Žáci umí pojmenovat logické spojky a základní symboly z teorie množin a chápou jejich význam.
<b>Počet hráčů</b>	skupinky po dvou až pěti hráčích
<b>Náročnost - žáci</b>	střední
<b>Náročnost - učitel</b>	nízká
<b>Časová náročnost</b>	10 a více minut
<b>Pomůcky</b>	herní plán, upravená hrací kostka (čísla 4, 5 a 6 nahrazena čísly 1, 2 a 3), figurka pro každého hráče
<b>Procvičovaná látka</b>	logické spojky, kvantifikátory, množinové vztahy, množinové operace
<b>Příloha G</b>	herní plán

**Průběh hry a metodické poznámky:** Každý hráč se snaží dostat svou figurku po plánu co nejrychleji do cíle. Pole plánu obsahují různé symboly (viz obrázek 3.7). Hráč, který je na řadě, hodí kostkou: počet ok na kostce určuje, o kolik polí by se na plánu mohl posunout vpřed - musí ovšem umět symbol na příslušném políčku správně pojmenovat a popsat jeho význam. Neví-li, o jaký symbol se jedná, zůstává stát na místě a pokračuje další hráč (po směru hodinových ručiček). Vítězí první hráč v cíli.

Podobný jednoduchý herní plán můžeme vytvořit i s jinými symboly či s písmeny řecké abecedy, aby si je žáci procvičili.

Pro hru používáme kostku se sníženým počtem ok, aby nedošlo k přeskokování většího množství pojmů. Kostky můžeme nechat vyrobit žáky během výuky stereometrie ze čtvrtky, přelepit oka na klasické kostce, nebo se jen s žáky domluvit, aby od čísel 4, 5 a 6 vždy odečetli číslo tři.



Obrázek 3.7: Hra „Poznej symbol“



### 3.2.7 Počet pravděpodobnosti a statistika

#### Hra „Matematické kvarteto“

<b>Cíle</b>	Žáci umí pojmenovat $k$ -členné skupiny utvořené z $n$ prvků podle toho, zda záleží na pořadí prvků, zda se opakují a kolik je jich využito, znají pro všechny tyto případy vzorce, které mohou použít pro výpočet příkladů a umí je rovněž použít a příklady řešit.
<b>Počet hráčů</b>	skupinky po třech až čtyřech hráčích
<b>Náročnost - žáci</b>	střední
<b>Náročnost - učitel</b>	nízká
<b>Časová náročnost</b>	10 a více minut
<b>Pomůcky</b>	sada hracích karet pro každou skupinu
<b>Procvičovaná látka</b>	variace, variace s opakováním, permutace, permutace s opakováním, kombinace, kombinace s opakováním
<b>Příloha H</b>	hrací karty

**Průběh hry a metodické poznámky:** Hru tvoří šest čtveřic, tj. celkem dvacet čtyři karet. Každá čtveřice se skládá z těchto karet: název skupiny (variace, permutace s opakováním, ...), definice, vzorec a typový početní příklad (příklady převzaty z [5]). Karty jsou v horním levém rohu označeny karetními symboly ( $\clubsuit$ ,  $\diamondsuit$ ,  $\heartsuit$ ,  $\spadesuit$ ) pro usnadnění kontroly výsledku (správně seskládaná čtveřice musí obsahovat karty označené všemi druhy symbolů).

Karty se zamíchají a rovnoměrně rozdají mezi hráče. Úkolem hráčů je získat kompletní čtveřici karet, při jejímž vyložení musí potvrdit své znalosti řečením správného výsledku u příkladu v dané skupině (viz obrázek 3.8).

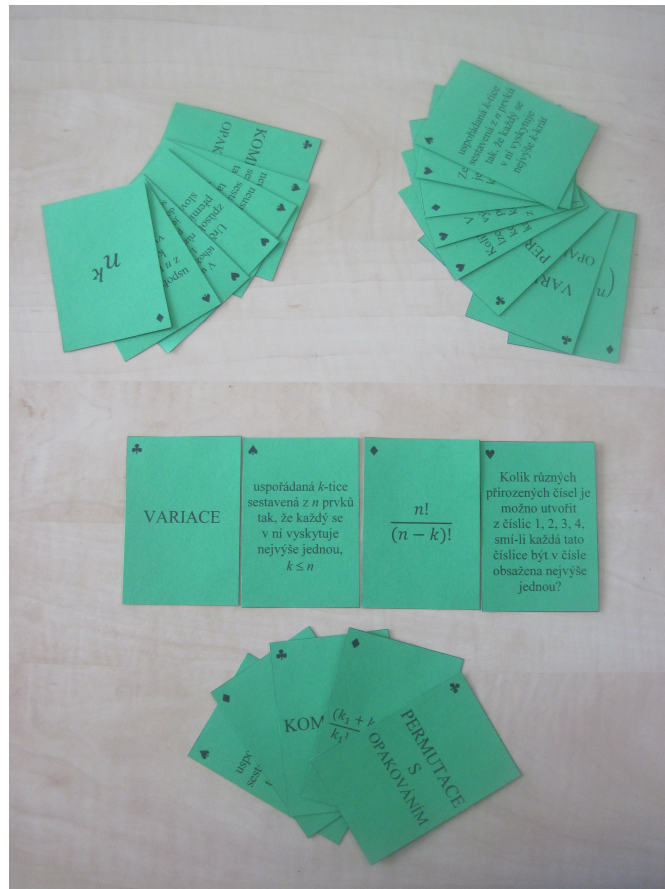
Hru můžeme hrát jako klasické kvarteto, jehož pravidla bude většina žáků dobře znát.

Hráč se pokusí odhadnout, který z jeho protihráčů může mít u sebe kartu, kterou potřebuje, a o tuto kartu požádá (např. „Petře, dej mi prosím srdcovou kartu s příkladem na kombinace“). Pokud protihráč tuto kartu má, musí ji odevzdat (pokračuje hráč na tahu). Pokud protihráč tuto kartu nemá, je nyní na řadě on a ptá se libovolného dalšího hráče na potřebnou kartu. Pokud by se později ukázalo, že hráč požadovanou kartu měl a neodevzdal ji, automaticky prohrává a jeho karty jsou zamíchány a rozdány mezi ostatní hráče. V případě karet s jiným obsahem, než je příklad, může protihráč požadovat, aby byl obsah karty přesně popsán (např. „Na kartě, kterou chci, je vzorec  $n!$ “).

Vítězem se stane hráč, který získá nejvíc čtveřic.

**Tvorba hry:** Příprava této hry je poměrně jednoduchá a nepříliš náročná na materiál. Stačí vymyslet libovolný počet čtveřic (může se jednat i o trojice či pětičky), jejichž obsah spolu logicky souvisí, vytvořit tabulku karet, karty vytisknout a rozstříhat. Hru je možné vytvořit např. pro geometrické objekty, pojmy ze statistiky atd.

Není-li na první pohled jasná souvislost mezi kartami (resp. není-li pevně určené, jaké karty skupinu tvoří [definice, vzorec...]), je možné hru hrát s alternativními pravidly. Hráči pouze říkají, se kterým hráčem si chtějí vyměnit kartu, požadavek na obsah karty neuvádějí. Směna probíhá 1:1. Pokud si někdo myslí, že našel skupinu k sobě patřících karet, může je vyložit a ostatní hráči posoudí správnost. Rozhodčím v případě sporu je učitel. Ke klasickým pravidlům se přistoupí až ve chvíli, kdy má alespoň jeden z hráčů menší počet karet, než jaký je zapotřebí k vytvoření celé skupiny. Pak stačí přibližné určení karty (např. v případě geometrického kvarteta - hledám konvexní čtyřúhelník, sháním nějaký typ jehlanu apod.)



Obrázek 3.8: Rozehraná hra „Matematické kvarteto“

### 3.2.8 Obor komplexních čísel

#### Hra „Rozložená čísla“

<b>Cíle</b>	Žáci rozumí pojmu algebraický tvar komplexního čísla a za pomoci logických úvah a základních matematických operací dokáží sestavit jednoduchý příklad, jehož výsledkem je hledané komplexní číslo a umí příklady s komplexními čísly správně vypočítat.
<b>Počet hráčů</b>	až 30 hráčů
<b>Náročnost - žáci</b>	nízká až střední
<b>Náročnost - učitel</b>	střední
<b>Časová náročnost</b>	libovolná (5 a více minut)
<b>Pomůcky</b>	hrací karty
<b>Procvičovaná látka</b>	imaginární jednotka, algebraický tvar komplexního čísla, rovnost komplexních čísel (goniometrický tvar komplexního čísla, absolutní hodnota komplexního čísla, součin a podíl komplexních čísel atd.)
<b>Příloha I</b>	hrací karty a jejich rozšíření

**Průběh hry a metodické poznámky:** Následující hru je možné hrát s velkým počtem obměn a rozličnou obtížností a širí procvičované látky z oboru komplexních čísel. Základním principem všech variant hry je sestavit z čísel (1 až 9,  $i$ ) a matematických symbolů (operace sčítání, odčítání, násobení, dělení, druhá mocnina, druhá odmocnina a závorky) na kartičkách příklad, jehož výsledek odpovídá zadání.

Zadáno může být komplexní číslo v libovolném tvaru či v absolutní hodnotě, součet, rozdíl, podíl či součin komplexních čísel, racionální číslo, nebo i číslo iracionální (bez imaginární části, v tomto případě nejde o to sestavit z karet příklad se stejným výsledkem, ale požadované hodnotě se co nejvíce přiblížit). Je dobré střídat čísla/příklady s a bez imaginární části (aby kartičky s imaginární jednotkou mezi hráči dostatečně kolovaly). Hledané číslo/příklad napíšeme na tabuli. Můžeme stanovit maximální (minimální) počet karet, ze kterých musí být příklad sestaven (případně povinné použití všech karet s matematickými symboly, které má hráč u sebe).

1. Při kooperativní variantě rozmístíme karty s čísly a symboly na nějakém území. Hráči spolupracují v malých skupinkách, pro každou skupinku omezíme počet karet, které může mít u sebe najednou. Každý hráč smí karty z území k místu, kde skupina příklad sestavuje, nosit pouze po jedné. Pokud nějakou kartu hráči nechtějí, musí ji odnést zpět na území. Kolo vždy vyhraje skupinka, která nejrychleji sestaví příklad, jehož výsledek odpovídá zadanému číslu/výsledku zadaného příkladu.
2. U varianty pro jednotlivce můžeme karty rozdat přímo hráčům. V základní sadě je celkem sto padesát karet, z toho devadesát čísel a šedesát symbolů. Hraje-li tedy třicet hráčů, vychází na každého pět karet: tři s čísly a dvě se symboly. Karty můžeme při tisku odlišit použitím barevných papírů a jednoduše tak zajistit, aby měl každý hráč u sebe karty v tomto poměru. Pokud chceme zadávat i komplikovanější příklady nebo umožnit žákům větší míru kreativity a logického uvažování při sestavování výrazů, můžeme základní sadu vytisknout dvakrát, aby hráči měli více karet.

Hráči si pak karty mezi sebou vyměňují, dokud někdo nedokáže sestavit příklad s požadovaným výsledkem. Každý hráč musí na výměnu karet se soupeřem přistoupit, ale sám se může rozhodnout, kterou ze svých karet mu dá. Karty se mohou vyměňovat obecně, nebo můžeme stanovit pravidlo směny číslo za číslo, symbol za symbol.

- Hru můžeme rozšířit vytištěním dalších karet. V rozšiřující variantě se na kartách s čísly nacházejí i nuly - nepovažujeme tedy tyto karty za karty s čísly, ale s číslicemi (tj. číslo 10 teď můžeme sestavit jako  $6+4$ ,  $2 \times 5$  nebo položením číslic 1 a 0 vedle sebe). S těmito kartami na každého hráče vychází čtyři karty s číslicemi a tři karty se symboly.

- Hru můžeme využít i jako dlouhodobou motivační aktivitu pro žáky. Další sadu karet můžeme vytisknout na jinak barevný papír, abychom ji odlišili od základní verze. Tyto karty mohou žáci průběžně dostávat za odměnu - když půjdou dobrovolně k tabuli, dopočítají sami doma příklad atd. Získávají tak své vlastní karty, které jsou v jejich vlastnictví a kterými si rozšiřují základní počet karet, které rozdává na začátku hry učitel. Pilní žáci tak mají více karet a větší naději na výhru. Hru pak zařazujeme častěji, např. pokud nám zbude chvilka času na konci hodiny.

Pokud bychom chtěli hru hrát i ve vyšších ročnících a využít tak její potenciál na rozvoj logického myšlení a procvičení jednoduchých příkladů, můžeme karty rozšířit např. o faktoriál čísla a obsáhnout tak širší látku.

Herní situace pak může vypadat např. takto:

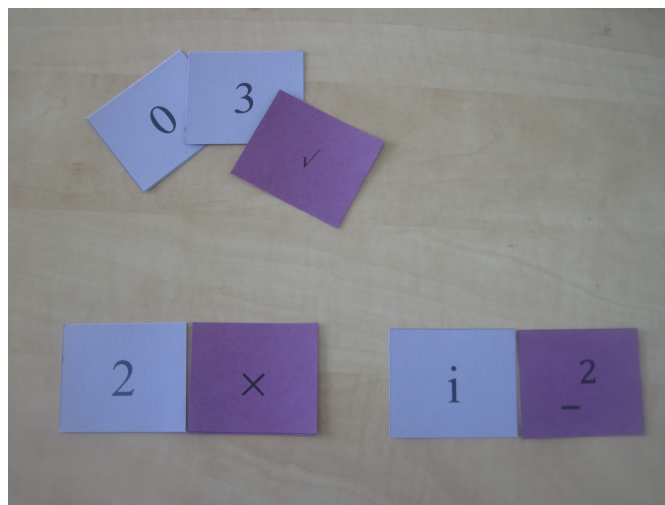
Žáci mají k dispozici sedm karet z rozšíření, tj. čtyři karty s číslicemi, včetně nuly, a tři karty matematických symbolů. Hru hraje třicet hráčů. Učitel zadal na tabuli příklad

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{-2} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2,$$

jehož výsledkem je číslo (-2). Hráči se snaží rychle příklad vypočítat na papír a pokud si myslí, že dospěli ke správnému řešení, začnou si mezi sebou vyměňovat karty, aby mohly sestavit příklad s totožným výsledkem. Na směnu karty musí přistoupit i hráči, kteří ještě nemají dopočteno. Číslo (-2) lze z karet sestavit např. následujícími způsoby (v praxi na obrázku 3.9):

$$-2, \quad 2 \times i^2, \quad 5 - 7, \quad -6 \div 3$$

Řešení je mnohem víc, není ovšem dostatek karet na to, aby je mohli sestavit všichni hráči. Ve hře je tedy důležitá rychlost, schopnost využít karty, které má hráč k dispozici, a umět se adaptovat na použití jiného řešení v případě, že směnou získám karty, které mi je umožňují. Ve chvíli, kdy má hráč svůj příklad hotov, přestává se účastnit výměny karet. Kolo hry je dobré ukončit ve chvíli, kdy už správné řešení našlo deset hráčů, nebo žádný úspěšný řešitel dlouho nepřibyl. V dalším kole učitel zadá pro změnu příklad, jehož výsledkem bude celé kladné číslo, nebo komplexní číslo s kladnou reálnou nebo imaginární částí, aby nebyli opět zvýhodněni hráči, kteří u sebe momentálně mají kartu se symbolem mínus.



Obrázek 3.9: Hra „Rozložená čísla“ - sestavení příkladu s požadovaným výsledkem (-2)





# Závěr

V úvodu práce jsme se zabývali definováním pojmů výuková metoda a didaktická hra a klasifikací výukových metod a didaktických her. Přestože úlohy rekreační matematiky podle našich definic obecně mezi didaktické hry nepatří, rozhodli jsme se kvůli jejich pozitivům i těmito hříčkami a hlavolamy dále zabývat a zahrnovat je do obsahu dalších kapitol.

V rámci práce vznikl soupis knih, jejichž obsah může být učiteli využit pro motivaci žáků a oživení výuky, stejně tak jako pro tvorbu didaktických her. Převažují zde knihy obsahující úlohy rekreační matematiky.

Pro potřeby zjištění současné situace na středních školách (zařazování didaktických her a úloh rekreační matematiky do výuky, možnosti využití výpočetní techniky, postoje učitelů k didaktickým hrám) byl vytvořen dotazník pro středoškolské učitele matematiky s tematikou didaktických her. Přestože mnoho učitelů nebylo ochotných dotazník vyplnit, podařilo se získat základní data ke zpracování. Tato data odpovídala předpokladům, že didaktické hry, především z časových důvodů, ale také kvůli nedostatku zkušeností učitelů, příliš do výuky zařazovány nejsou. Materiální podmínky pro tvorbu a hraní her (dataprojektory, možnosti tisku..) jsou ovšem na školách většinou dobré. Kromě toho některé odpovědi v dotazníku přinesly zajímavé nápady pro výuku i využití didaktických her a úloh rekreační matematiky mimo běžné vyučovací hodiny.

Podařilo se také sestavit seznam didaktických her v podobě internetových a mobilních aplikací vhodných pro středoškolské žáky. Takovéto aplikace se poměrně obtížně shánějí, neboť většina takovýchto her je cílena na mladší děti a lokalizována pouze do angličtiny. Bylo tedy zapotřebí vybrat jen ty aplikace, které nevyžadují příliš velkou jazykovou vybavenost a odpovídají středoškolskému učivu.

Bylo nalezeno i několik internetových aplikací umožňujících tvorbu vlastních didaktických her.

Hlavním cílem práce pak bylo vytvoření nových didaktických her pro výuku matematiky. Tento cíl se dle mého názoru podařilo naplnit a vznikl katalog her různých typů umožňujících procvičit naprostou většinu středoškolského učiva matematiky. Část her byla vytvořena takzvaně „na klíč“, včetně veškerého herního příslušenství, a učitelům tak stačí přiložené materiály pouze vytisknout a dle potřeby nastříhat a seznámit se s pravidly hry. Hru si pak mohou zahrát se svými žáky během výuky. Část her byla také s žáky během výuky vyzkoušena v rámci pedagogické praxe.

Některé výsledky této práce byly prezentovány a konzultovány v rámci semináře pro učitele středních a vysokých škol *Brána matematikou otevřená VI*, který se uskutečnil v termínu 6. - 7. dubna 2017 v Plzni. Účastníci semináře měli mimo jiné možnost si jednu z vytvořených her zahrát a vyzkoušet si ji tak z pohledu žáků-hráčů.

Doufám, že tato práce se stane užitečným nástrojem pro mnohé středoškolské učitele matematiky a že některé ze zde uvedených her tyto učitelé vyzkouší a začnou je pravidelně zařazovat do své výuky.

# Literatura

- [1] ZORMANOVÁ, Lucie: *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2012.
- [2] MAŇÁK, Josef a ŠVEC, Vlastimil: *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003.
- [3] SKALKOVÁ, Jarmila: *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování. 2., rozš. a aktualiz. vyd.* Vyd. 1. Praha: Grada, 2007. Pedagogika.
- [4] POLÁK, Josef: *Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně, II. část Obecná didaktika matematiky*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2016.
- [5] POLÁK, Josef a ŠÁNA, Milan: *Přehled středoškolské matematiky. 9., přeprac. vyd.* Praha: Prometheus, 2008.
- [6] ZAPLETAL, Miloš: *Velká encyklopedie her. II. svazek, Hry v klubovně*. 1. vyd. Praha: Olympia, 1986.



**Příloha A**

**Dotazník**

# Didaktické hry ve výuce matematiky na SŠ

Tento formulář je určen středoškolským učitelům matematiky. Zaměřuje se na využívání aktivizujících výukových metod, a to především didaktických her. Výsledky šetření budou použity jako podklad pro diplomovou práci, která se didaktickými hrami ve výuce matematiky na SŠ zabývá. Děkuji všem za čas strávený vyplňováním a za další šíření dotazníku.

**\*Povinné pole**

## 1. Jsem \*

*Označte jen jednu elipsu.*

muž

žena

## 2. Matematiku na SŠ vyučuji \*

*Označte jen jednu elipsu.*

méně než 6 let

6 až 10 let

11 až 20 let

21 let a více

## 3. Typ střední školy, na které vyučuji \*

*Označte jen jednu elipsu.*

gymnázium

střední odborná škola

střední odborné učiliště

konzervatoř

Jiné:

## Výukové metody

Výuková metoda vyznačuje cestu, po níž se ve škole ubírá žák. Mezi klasické metody řadíme např. výklad, přednášku, popis, rozhovor, písemná cvičení, metody práce s učebnicí, projekci a pozorování předmětů a jevů. Příkladem aktivizujících výukových metod jsou diskuse, didaktické hry a metody řešení problémů. Mezi komplexní výukové metody pak řadíme např. skupinovou a kooperativní výuku, projektovou výuku, brainstorming, výuku podporovanou počítačem a další.

## 4. Jaké konkrétní výukové metody využíváte? Vypište, prosím, alespoň tři nejčastější: \*

.....

.....

.....

**5. Jaké je technické a materiální vybavení školy, na které působíte? \****Zaškrtněte všechny platné možnosti.*

- Třídy jsou vybavené interaktivními tabulemi nebo projektory
- Žáci mohou o hodině pracovat s tabletem nebo počítačem
- Mám všechny základní názorně-demonstrační matematické pomůcky
- Můžu kdykoliv vytisknout potřebné materiály pro žáky

**6. Prosím, napište, co z technického a materiálního vybavení školy využíváte a jakým způsobem:**

.....

.....

.....

.....

## Didaktická hra I

Pod pojmem didaktická hra chápeme hru, která souvisí s probíranou látkou.

**7. Setkal jste se někdy s didaktickou hrou z pohledu žáka - hráče? \****Označte jen jednu elipsu.*

- Ne
- Ano, ale ne v matematice
- Ano, a šlo o matematickou hru

**8. Jaká jsou podle Vás pozitiva zařazení didaktické hry do výuky?**

.....

**9. Jaká jsou podle Vás negativa zařazení didaktické hry do výuky?**

## Didaktická hra II

**10. Zařazujete do výuky vedle klasických příkladů i hlavolamy a matematické hříčky (např. vlk, koza a zelí apod.)? \****Označte jen jednu elipsu.*

- Ano
- Ne, nevím jak na to
- Ne, není čas
- Ne, je to zbytečné

11. Pokud byla Vaše odpověď ano, rozepište se, prosím, více, kdy a za jakých okolností tyto hříčky zařazujete a o jaké hříčky se jedná:

.....

.....

.....

.....

12. Zařazujete do výuky matematiky hry, které přímo nesouvisí s probíranou látkou, ale rozvíjejí matematické kompetence a logické myšlení žáků (např. sudoku, matematico apod.)? \*

*Označte jen jednu elipsu.*

- Ano
- Ne, nevím jak na to
- Ne, není čas
- Ne, je to zbytečné

13. Pokud byla Vaše odpověď ano, rozepište se, prosím, více, kdy a za jakých okolností tyto hry zařazujete a o jaké hry se jedná:

.....

.....

.....

.....

14. Zařazujete do výuky matematiky didaktické hry? \*

*Označte jen jednu elipsu.*

- Ano
- Ne, nevím jak na to
- Ne, není čas
- Ne, je to zbytečné

15. Pokud byla Vaše odpověď ano, rozepište se, prosím, více, kdy a za jakých okolností tyto hry zařazujete a o jaké hry se jedná:

.....

.....

.....

.....

## Závěrem

Děkuji za vyplnění dotazníku. Zde můžete napsat jakékoli připomínky a postřehy k tématu, které Vás napadly, budu za ně velmi vděčná. Pokud jsou Vaše poznámky rozsáhlejšího charakteru, či máte jiné dotazy, můžete mě kontaktovat na [ofeila@students.zcu.cz](mailto:ofeila@students.zcu.cz).



## 16. Prostor pro připomínky

.....

.....

.....

.....

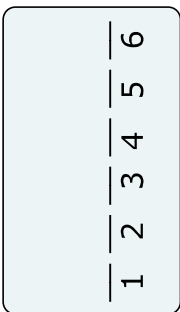
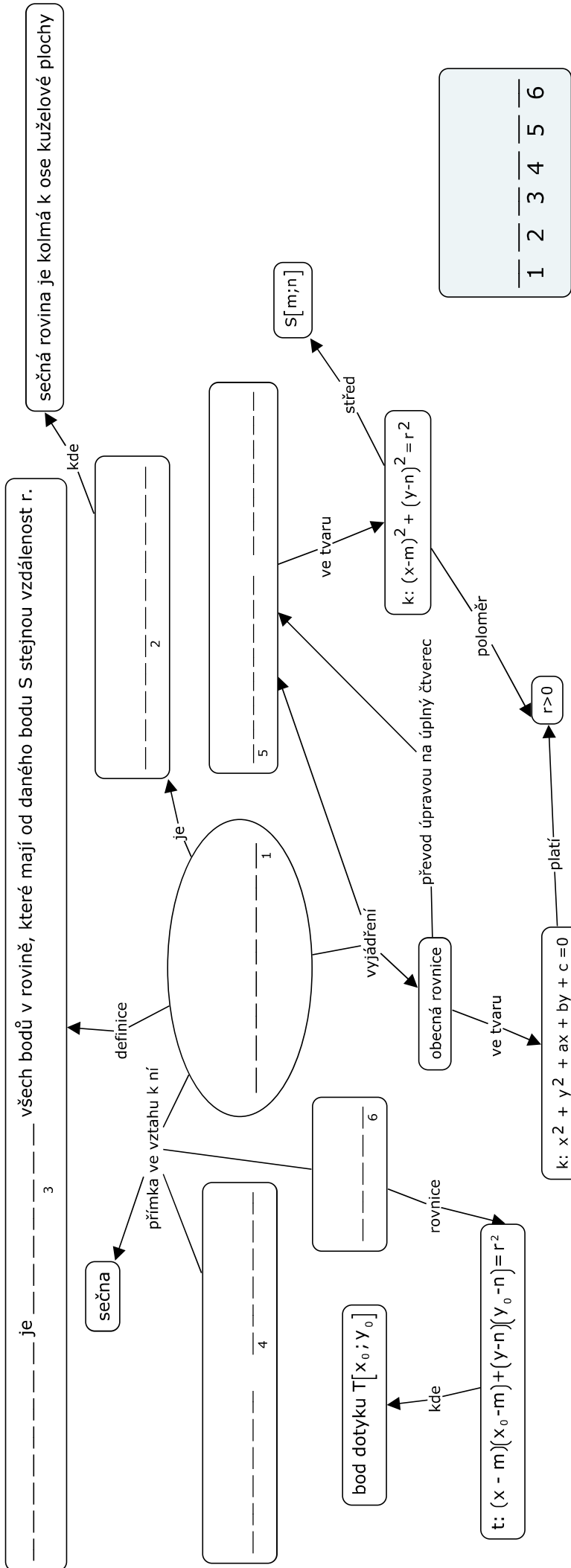
---

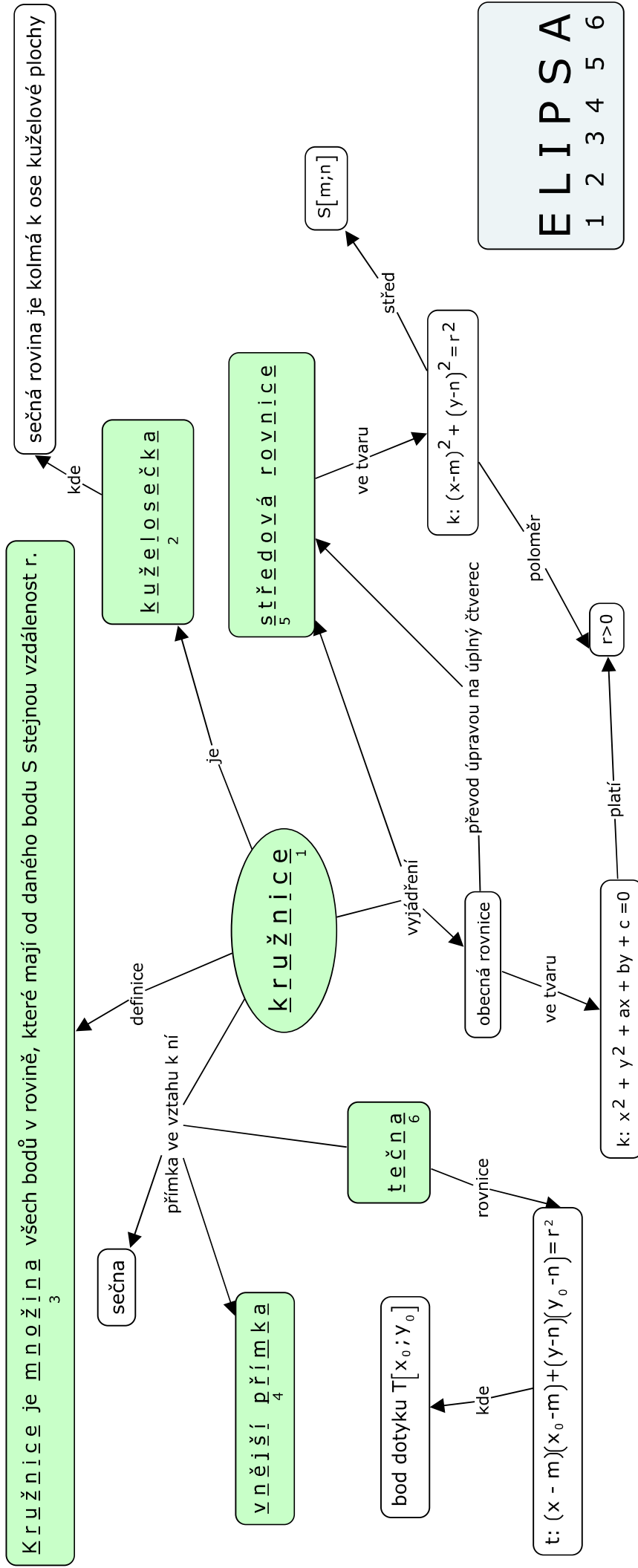
Používá technologii  
 Google Forms

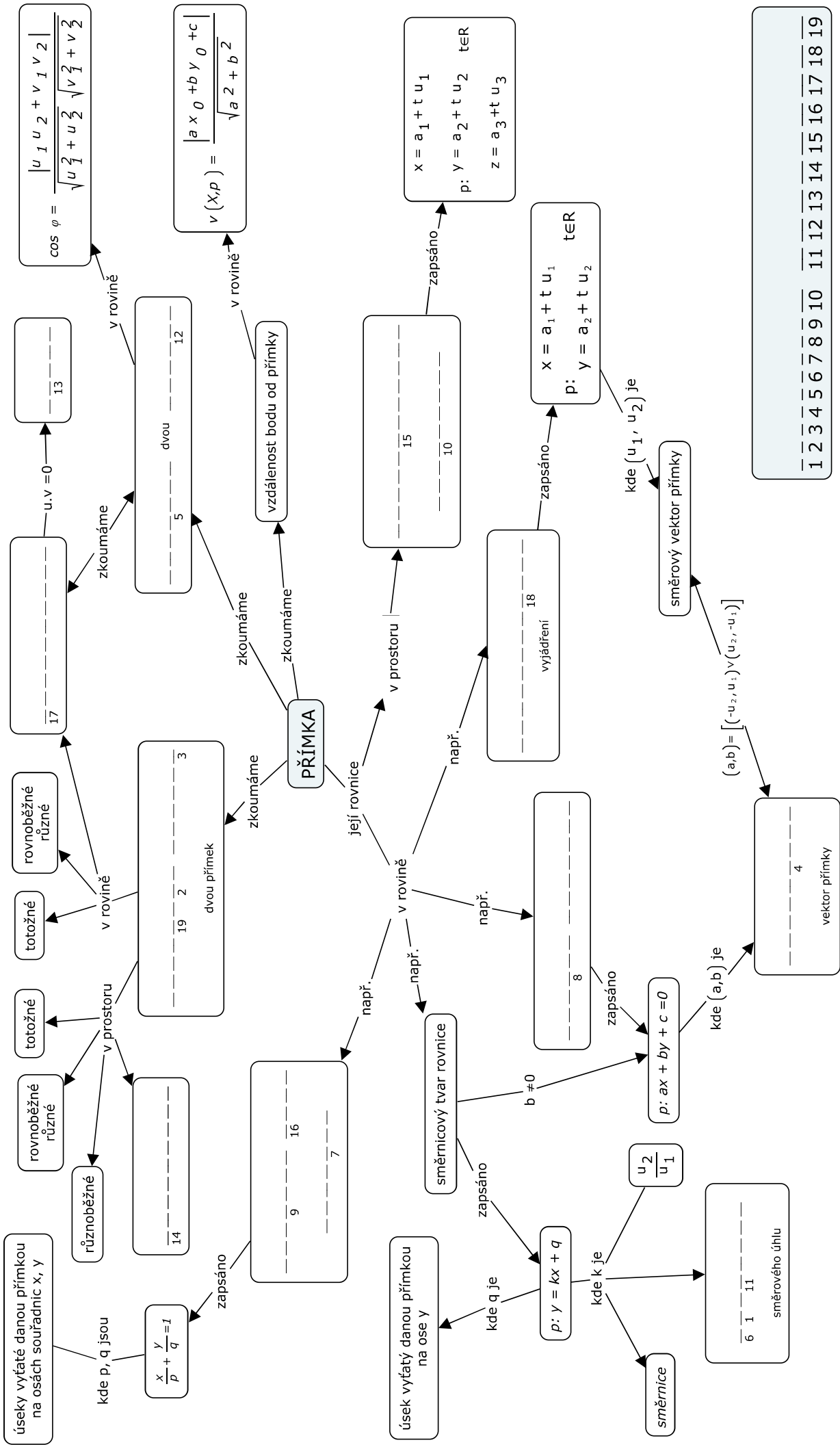


## **Příloha B**

### **Hra „Křížovky netradičně“**













## Příloha C

### Hra „QR počty“

1.



2.



3.



4.



5.



6.



7.



8.



9.



10.



## Příklady ke hře „QR počty“ s výsledky

1.

$$(4-x)/2 - [(2+7x)/8 - (8-x)/6] + (x+2)/4 - (8-x)/3 + x - 1 = 0$$

$$x = 2$$

2.

$$-3x + 5 = -7x + 13$$

$$x = 2$$

3.

Posadí-li se do každé lavice kromě poslední 7 žáků, zbude pro poslední lavici jen jeden žák. Jestliže se do každé lavice posadí 6 žáků, nezbude pro jednoho žáka místo. Kolik je všech žáků?

$$43$$

4.

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = 1/2$$

5.

$$\sqrt{2x + 4} = 3$$

$$x = 5/2$$

6.

$$\sqrt{2x - 4} = 1 + \sqrt{x + 5}$$

$$x = 20$$

7.

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

**8.**

3 dělníci vykonali určitou práci za 10 dní. Za kolik dní by ji vykonalo 5 dělníků? (Předpokládá se, že všichni dělníci pracovali se stejnými výkony.)

6

**9.**

Ve třídě 1.K se psala čtvrtletní písemka z matematiky. Desetina studentů dostala jedničku, třetina dostala dvojku. Trojku dostaly čtyři patnáctiny všech studentů a čtyřku pětina. Kolik studentů psalo čtvrtletku, když pětku dostali tři z nich?

30

**10.**

Najdi dvojciferné číslo, pro které platí: Číslice na místě jednotek je o 1 větší než číslice na místě desítek. Součin čísla a jeho ciferného součtu je 405.

45

Celkový součet všech výsledků: 150



## Příloha D

### Hra „Najdi funkci“

„Najdi funkci“ – seznam funkcí na kartičkách

	funkce f, D(f)	způsob zadání	omezenost
1	$y = \sin x$	předpis	omezená
	$\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$		
2	$y = e^x$	předpis	zdola omezená
	$\mathbf{R}$		
3	$y = \operatorname{tg} x$	graf	shora omezená
	$(-\frac{\pi}{2}; 0)$		
4	$y = x^3$	předpis	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
5	$y = e^x$	graf	zdola omezená
	$\mathbf{R}$		
6	$y = \operatorname{cotg} x$	graf	neomezená shora i zdola
	$(0; \pi)$		
7	$y = \sin x$	graf	omezená
	$\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$		
8	$y =  x $	předpis	zdola omezená
	$(-\infty; 0)$		
9	$y = -x^2$	graf	omezená
	$\langle 0; 2 \rangle$		
10	$y = \operatorname{tg} x$	předpis	shora omezená
	$(-\frac{\pi}{2}; 0)$		
11	$y =  x $	graf	zdola omezená
	$(-\infty; 0)$		
12	$-x + 3$	předpis	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
13	$y = x^3$	graf	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
14	$y = -x^2$	předpis	omezená
	$\langle 0; 2 \rangle$		
15	$y = \operatorname{cotg} x$	předpis	neomezená shora i zdola
	$(0; \pi)$		

	funkce f, D(f)	způsob zadání	omezenost
1*	$y = x^7$	graf	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
2*	$y = \ln x$	předpis	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
3*	$y = 2x + 4$	předpis	omezená
	$\langle -2; 2 \rangle$		
4*	$y = \cos x$	graf	omezená
	$(0; \pi)$		
5*	$y = \cos x$	předpis	omezená
	$(2\pi; 3\pi)$		
6*	$y = -\operatorname{cotg} x$	předpis	neomezená shora i zdola
	$(0; \pi)$		
7*	$y = -6x + 1$	předpis	omezená
	$(-6; 1)$		
8*	$y = -x + \frac{1}{2}$	graf	neomezená shora i zdola
	$\mathbf{R}$		
9*	$y = x^2$	předpis	zdola omezená
	$(-\infty; 0)$		
10*	$y = -2^x$	předpis	shora omezená
	$\mathbf{R}$		
11*	$y = (x + 6)^2$	předpis	omezená
	$\langle -3; 6 \rangle$		
12*	$y = \frac{1}{x^2}$	předpis	zdola omezená
	$(-\infty; 0)$		
13*	$y = \frac{1}{x}$	předpis	shora omezená
	$(-\infty; 0)$		
14*	$y = -\operatorname{tg} x$	předpis	neomezená shora i zdola
	$(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$		
15*	$y = \sqrt{2x - 3}$	předpis	omezená
	$\langle 2; 6 \rangle$		

$$f: y = \sin x$$

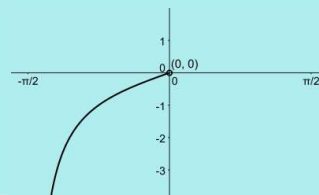
$$D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

1

$$f: y = e^x$$

$$D(f) = \mathbf{R}$$

2



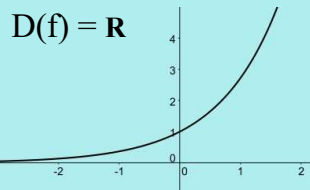
$$D(f) = \left( -\frac{\pi}{2}; 0 \right)$$

3

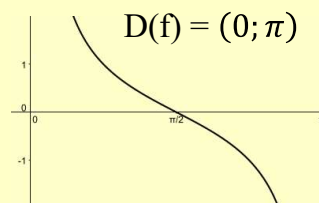
$$f: y = x^3$$

$$D(f) = \mathbf{R}$$

4

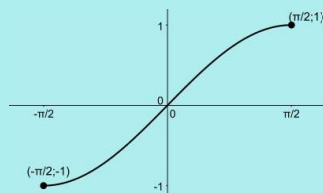


5



$$D(f) = (0; \pi)$$

6



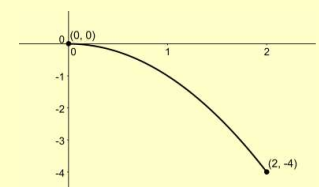
$$D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

7

$$f: y = |x|$$

$$D(f) = (-\infty; 0)$$

8



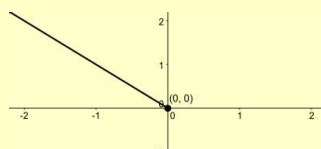
$$D(f) = \langle 0; 2 \rangle$$

9

$$f: y = \operatorname{tg} x$$

$$D(f) = \left( -\frac{\pi}{2}; 0 \right)$$

10



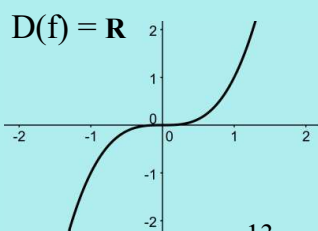
$$D(f) = (-\infty; 0)$$

11

$$f: y = -x + 3$$

$$D(f) = \mathbf{R}$$

12



$$D(f) = \mathbf{R}$$

13

$$f: y = -x^2$$

$$D(f) = \langle 0; 2 \rangle$$

14

$$f: y = \operatorname{cotg} x$$

$$D(f) = (0; \pi)$$

15

$$f: y = 2x + 4$$

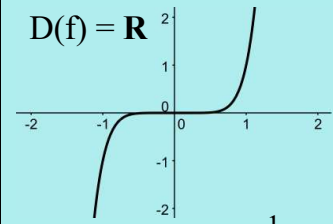
$$D(f) = \langle -2; 2 \rangle$$

3  
\*

$$f: y = \ln x$$

$$D(f) = \mathbf{R}$$

2  
\*



1  
\*

$$f: y = -\cotg x$$

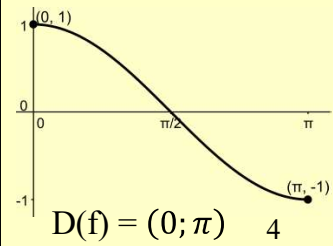
$$D(f) = (0; \pi)$$

6  
\*

$$f: y = \cos x$$

$$D(f) = (2\pi; 3\pi)$$

5  
\*

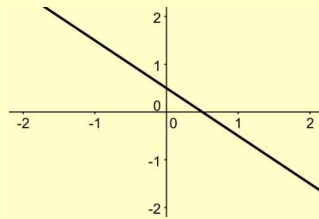


4  
\*

$$f: y = x^2$$

$$D(f) = (-\infty; 0)$$

9  
\*



$$D(f) = \mathbf{R}$$

8  
\*

$$f: y = -6x + 1$$

$$D(f) = (-6; 1)$$

7  
\*

$$f: y = \frac{1}{x^2}$$

$$D(f) = (-\infty; 0)$$

12  
\*

$$f: y = (x + 6)^2$$

$$D(f) = \langle -3; 6 \rangle$$

11  
\*

$$f: y = -2^x$$

$$D(f) = \mathbf{R}$$

10  
\*

$$f: y = |2x - 3|$$

$$D(f) = \langle 2; 6 \rangle$$

15  
\*

$$f: y = -\tg x$$

$$D(f) = \left( \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$$

14  
\*

$$f: y = \frac{1}{x}$$

$$D(f) = (-\infty; 0)$$

13  
\*

„Najdi funkci“ – Varianta B

Návrhy otázek

Otázka	Odpověď
Jakou společnou vlastnost mají funkce na žlutých (modrých) kartičkách?	Jsou klesající (rostoucí).
Jaký vztah je mezi funkcemi na kartě 6?	$f: y = -\cotg x$ , $f: y = \cotg x$
Najděte kartu, na které se nacházejí funkce k sobě navzájem inverzní. Co by na této kartě mělo být jinak?	Karta 2 ( $f: y = \ln x$ , $f: y = e^x$ ) – definiční obor přirozeného logaritmu (interval $(0; \infty)$ namísto $\mathbb{R}$ )
Na kartách 13 (lícová strana) a 1* (rubová strana) se nacházejí grafy mocninných funkcí. Ve kterém případě je mocnina vyšší?	Na kartě 1* ( $f: y = x^7$ , zatímco na kartě 13 je funkce $f: y = x^3$ )
Při následujících úkolech mějme všechny karty otočené lícovou stranou nahoru (bez hvězdičky).	
Funkční předpisy a grafy funkcí tvoří sedm párů. Jedna karta ovšem není součástí žádného páru. Která?	Karta č. 12 $\rightarrow f: y = -x + 3$
Kolik funkcí je zde lichých?	2x2 funkce [pár 1 + 7 ( $f: y = \sin x$ ) a 4 + 13 ( $f: y = x^3$ )]
Pokud bychom rozšířili u všech funkcí zadaných funkčním předpisem jejich definiční obor na maximální možný, u kolika z nich by se změnila omezenost funkce?	U dvou párů (karty č. 10+3 a 14+9)

Otočte kartičky takovým způsobem, abyste splnili zadání.  
Podbarvený text se týká jen karet dané barvy.

$$\text{Počet modrých kartiček} = 8$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 2x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 4x$$

$$\text{Omezené funkce} = 1x$$

$$\text{Počet žlutých kartiček} = 7$$

$$\text{Omezené funkce} = 4x$$

$$\text{Omezené funkce} = 0x$$

$$\begin{aligned} & \text{Funkce neomezené shora i zdola} = \\ & \text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = \text{Omezené funkce} \end{aligned}$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 3x$$

$$\text{Omezené funkce} = 1x$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 5x$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 5x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 5x$$

$$\text{Omezené funkce} = 5x$$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené = Funkce neomezené shora i zdola

Funkce neomezené shora i zdola = 3x

Omezené funkce = 3x

Omezené funkce = 3x

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené > Funkce neomezené shora i zdola

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené > Funkce neomezené shora i zdola

Funkce neomezené shora i zdola =

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené = Omezené funkce = Funkce shora omezené

a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené

Funkce neomezené shora i zdola = 1x

Omezené funkce = 2x

Počet žlutých kartiček > Počet modrých kartiček

Omezené funkce > Funkce neomezené shora i zdola

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené = 1x

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

a zdola omezené = 1x

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 5x$$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

$$\text{a zdola omezené} = 1x$$

$$\text{Omezené funkce} = 0x$$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

$$\text{a zdola omezené} = \text{Omezené funkce} = \text{Funkce neomezené shora i zdola}$$

$$\begin{aligned} \text{Funkce neomezené shora i zdola} &= \text{Omezené funkce} = \\ \text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce} &= \\ \text{shora neomezené a zdola omezené} &= \end{aligned}$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 4x$$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené

$$\text{a zdola omezené} = 3x$$

$$\text{Omezené funkce} = 5x$$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené = 9x

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 3x$$

$$\text{Omezené funkce} = 3x$$

$$\text{Počet modrých kartiček} > \text{Počet žlutých kartiček}$$

Funkce neomezené shora i zdola > Funkce shora omezené a zdola  
neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené > Omezené funkce



$$\text{Omezené funkce} = 7x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} > \text{Funkce neomezené shora i zdola}$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} > \text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené}$$

$$\text{Počet žlutých kartiček} = 7$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} > \text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené}$$

$$\text{Omezené funkce} = 4x$$

$$\text{Omezené funkce} = 2x$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 3x$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 1x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 4x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 3x$$

$$\text{Omezené funkce} = 3x$$

$$\text{Omezené funkce} = 1x$$

$$\text{Počet modrých kartiček} = 7$$

$$\text{Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené a zdola omezené} = 3x$$

$$\text{Funkce neomezené shora i zdola} = 2x$$

$$\text{Omezené funkce} = 3x$$

Funkce neomezené shora i zdola =  $5x$

Omezené funkce =  $3x$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $4x$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $3x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $7x$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $3x$

Omezené funkce =  $5x$

Počet žlutých kartiček > Počet modrých kartiček

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $5x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $5x$

Omezené funkce =  $5x$

Počet žlutých kartiček =  $8$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $2x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $2x$

Omezené funkce =  $3x$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $4x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $3x$

Omezené funkce =  $8x$

Omezené funkce =  $1x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $3x$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce  
shora neomezené a zdola omezené > Funkce neomezené shora i zdola

Počet žlutých kartiček =  $6$

Funkce shora omezené a zdola neomezené, nebo funkce shora neomezené  
a zdola omezené =  $4x$

Funkce neomezené shora i zdola =  $1x$

Omezené funkce =  $4x$



## Příloha E

### Hra „Počtářův útěk“

-1	3	-2	Cíl
1			
0	2	1	0
			-2
2	-1	3	2
-2			
0	-1	1	3
			0
2	-2	3	-1
1			
-1	1	2	3
			-2
1	2	3	0
0			
-1	-2	Start	

$\log 0,01$	$-\log_2 4$	$-5^{\log_5 2}$	$-0,1^{\log_{0,1} 2}$
$\log 0,01 + \log 1$	$-\log_2 2 - \log_2 2$	$-8 \log_9 \sqrt{3}$	$\log_{0,1} \frac{20}{0,2}$
$-\log_3 3^2$	$-4 \log \sqrt{10}$	$-\frac{\log 4}{\log 2}$	$-\log_5 50 + \log_5 2$
$\log_2 0,5$	$\log_4 16^{-0,5}$	$-\log 10$	$\log_6 36 - \log_6 2$
$\log_8 1 - \log_8 8$	$\log 0,01 + \log 10$	$-\log_6 2 - \log_6 3$	$\log_3 9^{-0,5}$

$-10^{\log 1}$	$\log_3 3^2 - \log_2 8$	$\log_4 \frac{1}{4}$	$\log_{0,5} 2$
$\log_4(\log_4 4)$	$\log_7 49 + \log 0,01$	$\log_8 1$	$\log_7 \frac{1}{4} - \log_7 0,25$
$\log_5(\log 10)$	$\log_2 1$	$\log_2 0,5 + 2^{\log_2 1}$	$\log_8(\ln e)$
ŽOLÍK	ŽOLÍK	ŽOLÍK	ŽOLÍK
$\log_8 8$	$\log 10$	$\ln e$	$6^{\log_6 1}$



$10^{\log 1}$	$\log_2 8 - \log_3 3^2$	$-\log_2 0,5$	$\log_2 8 - \log_2 4$
$\log_1 7 + \log_1 \frac{1}{7}$	$\log_6 2 + \log_6 3$	$\log_3 9^{0,5}$	$3^{\log_3 1}$
$\log_2 4$	$\log_7 49$	$\log_2 (\log_3 81)$	$\log 1500 - \log 15$
$\log_2 6 + \log_2 \frac{4}{6}$	$\log_5 50 - \log_5 2$	$\log_3 3^2$	$4 \log_{10} \sqrt{10}$
$-\log 0,01$	$\frac{\log_2 4}{\log_4 4}$	$3^{\log_3 2}$	$8 \log_9 \sqrt{3}$

$\log_2 8$	$\log_6 216$	$\log 20 + \log 50$	$\log_4 16^{\frac{3}{2}}$
$\log 10 - \log 0,01$	$\log_2 4 + \log_4 4$	$\log_2 16 + \log_2 0,5$	$7^{\log_7 3}$
$\frac{\ln 8}{\ln 2}$	$\log_2(\log_3 9^4)$	$\log_6 3 + \log_6 72$	$\log_3 27$

## Příloha F

### Hra „Slož posloupnost“

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91
92	93	94	95	96	97	98
99	100	101	102	103	104	105
106	107	108	109	110	111	112
113	114	115	116	117	118	119

## Příloha G

### Hra „Poznej symbol“

$A \cap B$	$\exists!$	$p \underline{\vee} q$	$p \Leftrightarrow q$	CÍL
$a \notin A$				
$\forall$	$A \cup B$	$\exists$	$\emptyset$	$A \subset B$
				$A'$
$\neg p$	$p \vee q$	$\nexists$	$p \Rightarrow q$	$\{\}$
$p \in A$				
$A \setminus B$	$A \times B$	$A \not\subset B$	$p \wedge q$	START

## Příloha H

### Hra „Matematické kvarteto“

<p>♣</p> <p>VARIACE</p>	<p>♦</p> $\frac{n!}{(n - k)!}$	<p>♠</p> <p>uspořádaná <math>k</math>-tice sestavená z <math>n</math> prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou, <math>k \leq n</math></p>
<p>♣</p> <p>VARIACE S OPAKOVÁNÍM</p>	<p>♦</p> $n^k$	<p>♠</p> <p>uspořádaná <math>k</math>-tice sestavená z <math>n</math> prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše <math>k</math>-krát</p>
<p>♣</p> <p>PERMUTACE</p>	<p>♦</p> $n!$	<p>♠</p> <p>uspořádaná <math>k</math>-tice z <math>n</math> prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou</p>



<p>♣</p> <p>PERMUTACE S OPAKOVÁNÍM</p>	<p>♦</p> $\frac{(k_1 + k_2 + \dots + k_n)!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!}$	<p>♠</p> <p>uspořádaná <math>k</math>-tice sestavená z <math>n</math> prvků tak, že každý se v ní vyskytuje alespoň jednou</p>
<p>♣</p> <p>KOMBINACE</p>	<p>♦</p> $\binom{n}{k}$	<p>♠</p> <p>neuspořádaná <math>k</math>-tice sestavená z <math>n</math> prvků tak, že každý prvek se v ní vyskytuje nejvýše jednou, <math>k \leq n</math></p>
<p>♣</p> <p>KOMBINACE S OPAKOVÁNÍM</p>	<p>♦</p> $\binom{n + k - 1}{k}$	<p>♠</p> <p>neuspořádaná <math>k</math>-tice sestavená z <math>n</math> prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše <math>k</math>-krát</p>

<p>♥</p> <p>Kolik různých přirozených čísel je možno utvořit z číslic 1, 2, 3, 4, smí-li každá tato číslice být v čísle obsažena nejvýše jednou?</p>	<p>♥</p> <p>Kolik různých hodů lze provést dvěma kostkami, je-li na každé ze šesti stěn 1 až 6 teček?</p>	<p>♥</p> <p>V urně je šest lístků téhož tvaru očíslovaných 1, 2, ... , 6. Kolika různými způsoby je lze postupně vytáhnout, jestliže se tažený lístek do urny nevrací a přihlíží se k pořadí, v jakém byly lístky vytaženy?</p>
<p>♥</p> <p>Určete počet způsobů, jimiž lze přemístit písmena slova PRAHA.</p>	<p>♥</p> <p>Ze šesti kandidátů je třeba vybrat do komise tři. Kolika způsoby je to možné?</p>	<p>♥</p> <p>V prodejně mají výběr 12 různých pohledů. Určete, kolika způsoby si z nich lze koupit 15 pohledů.</p>

# Příloha I

## Hra „Rozložená čísla“

1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i

1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i

1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i

1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i

1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i



1

2

3

4

5

6.

7

8

9.

i

i

i

i

i

i

$\div$  $\div$  $\div$  $\div$  $\div$  $\div$  $+$  $+$  $+$  $+$  $+$  $+$  $+$  $+$  $+$

×	×	×
×	×	×
×	×	×
√	√	√
√	√	√

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

2  
—

—

—

—

—

—

—

—

—

—

÷

÷

÷

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

( )

Následují rozšiřující karty, včetně číslice 0.

1	2	3
4	5	6.
7	8	9.
0	0	0
0	0	0

1	2	3
4	5	6.
7	8	9.
0	0	0
0	0	0



$+$	$+$	$+$
$+$	$+$	$+$
$-$	$-$	$-$
$-$	$-$	$-$
$\div$	$\div$	$\div$

$\div$  $\div$  $\div$  $\times$  $\times$  $\times$  $\times$  $\times$  $\times$  $( )$  $( )$  $( )$  $( )$  $( )$  $( )$