

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**KATEDRA ELEKTROMECHANIKY A VÝKONOVÉ
ELEKTRONIKY**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Průmyslové využití ohřevů elektromagnetickou indukcí

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Jakub JUNGWIRTH**
Osobní číslo: **E13B0032P**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**
Název tématu: **Průmyslové využití ohřevů elektromagnetickou indukcí**
Zadávající katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

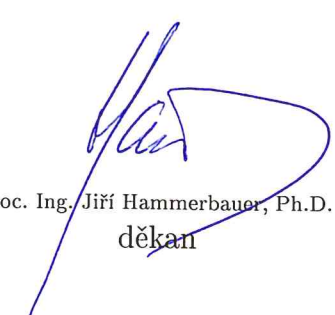
1. Uveďte stručně teoretické základy indukčního ohřevu a vypracujte přehled aplikací a jejich předností.
2. Stanovte podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení.
3. Uveďte příklad(y) neobvyklého využití indukčního ohřevu.
4. Proveďte výpočet geometrických a elektrických parametrů indukční ohříváčky pro ohřev ocelové válcové vsázky o průměru 0,2 m.
5. Stanovte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího
Rozsah kvalifikační práce: 30 - 40 stran
Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

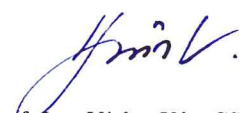
1. Langer - Kožený: Elektrotepelná zařízení indukční - Skriptum VŠSE 1982.
2. Rada a kol.: Elektrotepelná technika, SNTL/ALFA 1985.
3. Informace z internetu a firemní literatury.

Vedoucí bakalářské práce: **Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání bakalářské práce: **14. října 2016**
Termín odevzdání bakalářské práce: **8. června 2017**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2016

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na popis vzniku tepla elektromagnetickou indukcí, s cílem využití tohoto tepla co nejefektivněji v průmyslu. První část práce popisuje vznik tepla v prohřívaném materiálu, následující část pak podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení, včetně používaných pecí. Třetí část obsahuje elektrické a geometrické rozměry ohřívачky pro ohřev oceli. A poslední část popisuje zásady použití elektromagnetického ohřevu v průmyslu.

Klíčová slova

Elektromagnetická indukce, rovinné vlnění, teplo, ohřev, Poyntingův vektor, hloubka vniku, vodivá stěna velké tloušťky, vodivá stěna malé tloušťky, válcové vlnění, prohřívání, tavení, kalení, studený kelímek, indukční pec, vodivý kelímek, nevodivý kelímek, ohřívачka, chlazení, induktor, vsázka, ocel, průmysl.

Abstract

Presented bachelor thesis is focused on the description of heat generation by electromagnetic induction, aiming for the most efficient industrial usage of the produced heat. The first part of the paper describes heat generation in warmed up material, following section then examines conditions for an effective melt down, warm up and quenching, including the furnaces used. The third part contains electrical and geometric proportions for steel furnace and the last fourth part describes basics for electromagnetic heating in heavy industry.

Keywords

Elektromagnetic induction, plane waves, heat, heating, Poynting's vector, depth of intrusion, a conductive wall of great thickness, a conductive wall of small thickness, rolling waves, melting, quenching, cold crucible, induction furnace, a conductive crucible, non-conductivity crucible, heater, cooling, inductor, batch, steel, industry.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....
podpis

V Plzni, dne 6.6.2017

Jakub Jungwirth

Obsah

Úvod	7
Seznam symbolů a značek	8
1. Teoretické základy indukčního ohřevu	9
1.1. Odvození základních vzorců	9
1.2. Poyntingův vektor	12
1.3. Rovinné harmonické elektromagnetické vlnění	14
1.4. Elektricky nevodivé prostředí	16
1.5. Elektricky vodivé prostředí	18
1.6. Stěna teoreticky nekonečné tloušťky	21
1.7. Vzniklé teplo ve vodivé stěně	22
1.8. Válcové elektromagnetické vlnění	23
2. Podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení	25
2.1. Efektivní tavení	25
2.2. Efektivní prohřívání	28
2.3. Efektivní kalení	30
3. Studený kelímek	31
4. Výpočet geometrických a elektrických parametrů	32
Znamé hodnoty	32
4.1. Frekvence a doba ohřevu	32
4.2. Výpočet základních hodnot	34
4.3. Výpočet odporů a indukčností	35
Výsledné hodnoty	39
4.4. Návrh chlazení	39
4.5. Střední permeabilita	43
5. Praktické využití v průmyslu	45
6. Závěr	47
Seznam literatury a informačních zdrojů	48
Přílohy	49
Příloha 1	49
Příloha 2	50

Úvod

Bakalářská práce je zaměřena na princip a využití elektromagnetické indukce v praxi a to především v průmyslu.

Práce je rozdělena do několika částí. První je zaměřena na teoretický popis elektromagnetického pole a vzniku tepla elektromagnetickou indukcí. Popsal jsem chování elektromagnetického vlnění v prostoru vodivém i nevodivém a chování tohoto vlnění ve stěně malé a velké tloušťky (včetně vysvětlení co malá a velká tloušťka stěny znamená). Zároveň se zde zabývám vlněním rovinným a válcovým. Teoretický popis také obsahuje část, kde popisuji vznik tepla ve vsázce při působení elektromagnetického vlnění. V další části popisuji podmínky pro efektivní prohřívání, tavení a kalení. Pro příklad jsem v této části uvedl tři typy tavicích pecí (pec kanálkovou, pec s vodivým kelímkem a pec s nevodivým kelímkem), jejich princip a využití. Třetí část popisuje jeden neobvyklý způsob a využití indukčního ohřevu tzv. Studený kelímkem. Dále pak následuje výpočet geometrických a elektrických rozměrů indukční ohříváčky pro válcovou vsázku z oceli o průměru 0,2m. Pro vinutí ohříváčky jsem navrhnul chlazení pro odvod tepla, které vznikne jak Joulovými ztrátami, tak i prostupem tepla ze vsázky do cívky. Do výpočtů jsem zařadil i výpočet střední relativní permeability, tu lze využít při výpočtech pro ohřev oceli do Curieho teploty. A nakonec jsou uvedeny podmínky pro efektivní provoz v praxi. Práce obsahuje dvě přílohy, ve kterých jsou tabulky, ze kterých byly odečteny hodnoty součinitele α pro výpočet vlastní indukčnosti cívky a součinitel F pro výpočet vzájemné indukčnosti dvou válcových cívek.

Seznam symbolů a značek

Hmagnetická intenzita (A/m)
E elektrická intenzita (V/m)
Φ magnetický tok (Wb)
Bmagnetická indukce (T)
dlelement délky
dselement plochy
Ψmagnetický spřažený tok (Wb)
Delektrická indukce (C/m ²)
Qelektrický náboj (C)
Jproudová hustota (A/m)
tčas (s)
σobjemová hustota náboje (C/m ³)
μ_0permeabilita vakua (H/m)
μ_rrelativní permeabilita
ϵ_0permitivita vakua (F/m)
ϵ_rrelativní permitivita
vrychlost (m/s)
γkonduktivita (S/m)
ωúhlová rychlost (rad/s)
dVelement objemu
W_m, W_emagnetická, elektrická energie (J)
Ielektrický proud (A)
Zimpedance (Ω)
Lvlastní indukčnost (H)
Mvzájemná indukčnost (H)
ahloubka vniku (m)
SPoyntingův vektor (W/m ²)
Pvýkon (W)
αměrný útlum
βfázová konstanta
ΔLaplaceův operátor
divdivergence
rotrotace
$grad$gradient
<i>veličiny psané tučně</i>vektory

1. Teoretické základy indukčního ohřevu

Indukční ohřev využívá principu elektromagnetické indukce, dopadá-li elektromagnetické vlnění na vodivou stěnu. Část vlnění, která pronikne do stěny, (jedna část se odrazí a druhá pronikne) v ní vyvolá indukované (vířivé) proudy. Energie elektromagnetického vlnění se spotřebuje na uvedení do pohybu volných elektronů v materiálu stěny. Elektrony se pohybují ve směru intenzity elektrického pole, nabývají i na krátkých drahách značných rychlostí a tím poměrně značné kinetické energie. Při nárazu elektronů na molekulu předají svoji kinetickou energii molekulám a tím zvýší jejich rozkmit (zvýší se teplota materiálu). Elektromagnetické vlnění se ve stěně utlumí a jeho energie se přemění na energii tepelnou. Zdrojem takového elektromagnetického záření je každý vodič protékaný střídavým proudem. [1]

1.1. Odvození základních vzorců

Rovnice obecného elektromagnetického vlnění v nevodivém a vodivém prostředí se dají odvodit ze základních Maxwellových rovnic, které mají tvar.

$$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = I + \frac{d\psi}{dt} \quad \psi = \int_s \mathbf{D} d\mathbf{S} \quad (1.1.1)$$

1. Maxwellova rovnice (Amperův zákon) vyjadřuje souvislost mezi cirkulací magnetické intenzity \mathbf{H} podél uzavřené orientované křivky a časovou změnou toku elektrické intenzity procházející plochou ohraničenou touto křivkou (posuvný proud) a celkovým proudem procházejícím touto plochou.

$$\oint_c \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = \int_s \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (1.1.2)$$

2. Maxwellova rovnice (Faradayův zákon) vyjadřuje souvislost mezi cirkulací intenzity elektrického pole \mathbf{E} podél orientované křivky a časovou změnou indukčního magnetického toku plochou ohraničenou touto křivkou.

$$\oint_s \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q \quad (1.1.3)$$

3. Maxwellova rovnice (Gaussův zákon pro elektrické pole) vyjadřuje souvislost mezi tokem intenzity elektrického pole \mathbf{E} ($\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$) a celkovým elektrickým nábojem uvnitř této plochy.

$$\oint_S \mathbf{B} dS = 0 \quad (1.1.4)$$

4. Maxwellova rovnice (Gaussův zákon pro magnetické pole) vyjadřuje poznatek, že tok magnetické indukce \mathbf{B} libovolnou uzavřenou plochou je roven nule (tzn. neexistuje magnetický náboj).

Z Maxwellových rovnic v integrálním tvaru jsou odvozeny tvary diferenciální, z kterých můžeme odvodit tzv. vlnové rovnice, kterými popisujeme elektromagnetické pole indukčního ohřevu (pro každé praktické výpočty se lépe pracuje s diferenciálními tvary, integrální tvary slouží spíše pro pochopení, jak elektromagnetické pole vypadá). Na diferenciální tvar se dostaneme pokud aplikujeme na první a druhou Maxwellovu rovnici Stokesovu větu a na třetí a čtvrtou rovnici aplikujeme Gaussovo-Ostrogranského větu. Výsledné tvary pak vypadají následně.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1.5)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1.6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \sigma \quad (1.1.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.8)$$

Pro šíření elektromagnetické vlny v nevodivém prostředí ($\gamma = 0$ a $\sigma = 0$) se nám zjednoduší rovnice (1.1.5) ($\mathbf{J} = \gamma\mathbf{E} = 0$) a (1.1.6), jelikož uvažujeme o prostředí bez vnitřních zdrojů elektřiny ($\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$). Za pomoci takto zjednodušených rovnic odvodíme rovnici vlnění pro \mathbf{E} a \mathbf{H} v nevodivém prostředí.[1]

Derivujeme rovnici (1.1.5) podle času.

$$\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1.9)$$

Vyjádríme z rovnice (1.1.6) derivaci \mathbf{H} podle času a provedeme rotaci.

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{E} \quad (1.1.10)$$

$$\operatorname{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} \quad (1.1.11)$$

Z rovnice (1.1.9) dosadíme do (1.1.11) a dostaneme.

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.1.12)$$

Výraz $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E}$ lze nahradit $\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}$. Což se nám zjednoduší jelikož $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$ ($\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \Delta \mathbf{E} \quad (1.1.13)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] \quad (1.1.14)$$

Analogicky lze odvodit rovnici pro složku magnetickou.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] \quad (1.1.15)$$

Výrazy (1.1.14) a (1.1.15) mají obdobný tvar. Součinitel na pravé straně značí vždy druhou mocninu rychlosti šíření elektromagnetické vlny v nevodivém prostředí. [1]

$$v^2 = \frac{1}{\mu\epsilon} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.1.16)$$

Po rozeptání permitivity a permeability.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.1.17)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_0 c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad (1.1.18)$$

Tímto jsme dostali rychlost elektromagnetického záření v nevodivém prostředí (1.1.18).

V následujících krocích budeme uvažovat prostředí vodivé. Druhý člen pravé strany rovnice (1.1.5) značí hustotu proudu posuvného, je zanedbatelně malý proti členu prvnímu, který značí hustotu vodivého proudu. V následujících krocích proto tento malý proud zanedbáme. Prostředí uvažujeme opět bez vnitřních zdrojů elektřiny, proto i $\text{div } \mathbf{D} = 0$ a zjednoduší se nám rovnice (1.1.7).[1]

Z rovnice (1.1.5) vyjádřím \mathbf{E} a provedeme jeho rotaci.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} \quad (1.1.19)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \text{rot } \mathbf{H} \quad (1.1.20)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{1}{\gamma} \text{rot } \text{rot } \mathbf{H} \quad (1.1.21)$$

Za výraz $\text{rot } \mathbf{E}$ dosadíme z druhé Maxwellovy rovnice (1.1.6).

$$-\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma} \text{rot } \text{rot } \mathbf{H} \quad (1.1.22)$$

Vyjádříme derivaci magnetické intenzity \mathbf{H} podle času a $\text{rot } \text{rot } \mathbf{H}$ nahradíme opět $\text{grad } \text{div } \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H}$.

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma\mu} \Delta \mathbf{H} \quad (1.1.23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma\mu} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} \right] \quad (1.1.24)$$

Budeme-li dále pracovat podobným způsobem pro složku \mathbf{E} , získáme výslednou rovnici ve tvaru.

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \mu} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} \right] \quad (1.1.25)$$

Výrazy (1.1.14), (1.1.15) a (1.1.24),(1.1.25) nám udávají rovnice vlnění obou složek v prostředí vodivém a nevodivém.

Veškeré výpočty a následně i ohřivačka bude pracovat s harmonicky proměnnými veličinami \mathbf{B} , \mathbf{D} (\mathbf{H} , \mathbf{E}) a \mathbf{J} . Proto si je nahradíme následujícím tvarem.[1]

$$\mathbf{E} = E e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = j\omega E e^{i\omega t} = j\omega \mathbf{E}; \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E} \quad (1.1.26)$$

Po matematických úpravách dostaneme rovnice v následujícím tvaru.

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.1.27)$$

$$\Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.1.28)$$

Takto upravené rovnice platí pro harmonické vlnění fázorů \mathbf{H} a \mathbf{E} . Platí jak pro prostředí vodivé tak nevodivé, pro rovinné i válcové vlnění.

Konstanta k charakterizuje elektromagnetické vlnění v daném prostředí při harmonickém průběhu magnetické i elektrické intenzity při úhlové frekvenci ω a nazývá se konstanta šíření. [1]

$$k^2 = -j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon) \quad (1.1.29)$$

Konstanta k^2 je komplexní číslo stejně tak i její odmocnina k . k má tedy reálnou α a imaginární β složku, α se nazývá fázová konstanta a β měrný útlum. Obě složky se pak dají matematicky odvodit na následující vztahy.[1]

$$\beta = \omega \sqrt{\left(\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} \right) \right)} \quad (1.1.30)$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\left(\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(+1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\omega\varepsilon} \right)^2} \right) \right)} \quad (1.1.31)$$

1.2. Poyntingův vektor

Dále budeme potřebovat pro popis dějů při elektromagnetickém ohřevu odvodit vztah pro tzv. Poyntingův zářivý vektor \mathbf{S} (W/cm^2). Udává plošnou hustotu výkonu. Vynásobením časem působení získáme velikost elektromagnetické energie, kterou dané těleso vyzáří (či pohltí). Vycházíme z definice množství elektromagnetické energie v jednotkovém objemu prostoru. Úbytek celkového množství energie v uvažovaném prostoru je hledaný zářivý vektor.

V určitém objemu V prostoru je množství magnetické a elektrické energie dáno výrazy.

$$W_m = \frac{1}{2} \mu \int_0^V \mathbf{H}^2 dV \quad (1.2.1)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon \int_0^V \mathbf{E}^2 dV \quad (1.2.2)$$

Rychlost ubývání energie, neboli záporný časový vzrůst v daném objemu V , se dá popsat.[1]

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = - \int_0^V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \varepsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) dV \quad (1.2.3)$$

Derivujeme oba členy závorky pravé strany rovnice a získáme.

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = - \int_0^V \left(\varepsilon \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) dV \quad (1.2.4)$$

Upravíme první a druhou Maxwellovu rovnici do následujícího tvaru.

$$\text{rot } \mathbf{H} = [\nabla \mathbf{H}] = \gamma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.2.5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = [\nabla \mathbf{H}] - \gamma \mathbf{E}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = [\nabla \mathbf{E}] = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.2.6)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -[\nabla \mathbf{E}]$$

Takto upravené rovnice (1.2.5) a (1.2.6) dosadíme do rovnice (1.2.4).

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = - \int_0^V \{([\nabla \mathbf{H}] - \gamma \mathbf{E}) \mathbf{E} - ([\nabla \mathbf{E}] \mathbf{H})\} dV \quad (1.2.7)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = - \int_0^V \{\gamma \mathbf{E}^2 + ([\nabla \mathbf{E}] \mathbf{H}) - ([\nabla \mathbf{H}] \mathbf{E})\} dV$$

U skalárního součinu platí zákon kontinuity, můžeme tedy prohodit pořadí součinitelů.

Matematickými úpravami bychom také zjistili že platí.[1]

$$(\mathbf{H}[\nabla \mathbf{E}]) - (\mathbf{E}[\nabla \mathbf{H}]) = (\nabla[\mathbf{E}\mathbf{H}]) = \text{div}[\mathbf{E}\mathbf{H}] \quad (1.2.8)$$

Výraz (1.2.8) dosadíme do (1.2.7) a dostaneme následující tvar.

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = \int_0^V (\gamma \mathbf{E}^2 + \text{div}[\mathbf{E}\mathbf{H}]) dV \quad (1.2.9)$$

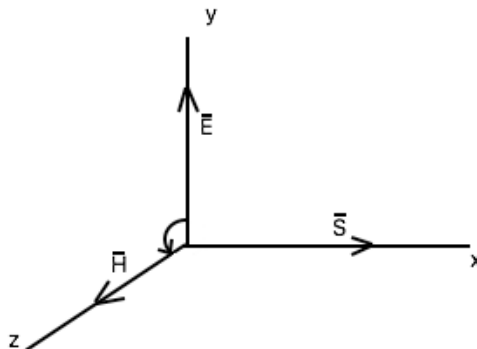
Podle Gaussovy-Ostrogradského věty nahradíme objemový integrál plošným (mluvíme pouze o druhém členu pravé strany rovnice, objemový integrál z divergence) a vyjde.[1]

$$-\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e) = \int_0^V \gamma \mathbf{E}^2 dV + \oint_F [\mathbf{E}\mathbf{H}] dF \quad (1.2.10)$$

První člen na pravé straně rovnice označuje množství elektromagnetické energie, která se přemění v daném objemu za jednu vteřinu na teplo. Druhý člen značí množství elektromagnetické energie, která vystoupí (diverguje) povrchem daného objemu do okolí opět za jednu vteřinu. Množství, které se vyznačuje plochou 1cm^2 , je potom námi hledaný zářivý Poyntingův vektor S . [1]

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}\mathbf{H} \text{ (W/cm}^2\text{; V/cm, A/cm)} \quad (1.2.11)$$

Zářivý vektor \mathbf{S} je obecně určen vektorovým součinem \mathbf{E} a \mathbf{H} v uvažovaném místě. Směr je kolmý k ploše rovnoběžníku, jehož hrany jsou tvořeny vektory \mathbf{E} a \mathbf{H} a jeho smysl je takový, že při pohledu proti smyslu \mathbf{S} se jeví otáčení od \mathbf{E} k \mathbf{H} v kladném smyslu. Což je zobrazeno na obr.1.2.1.

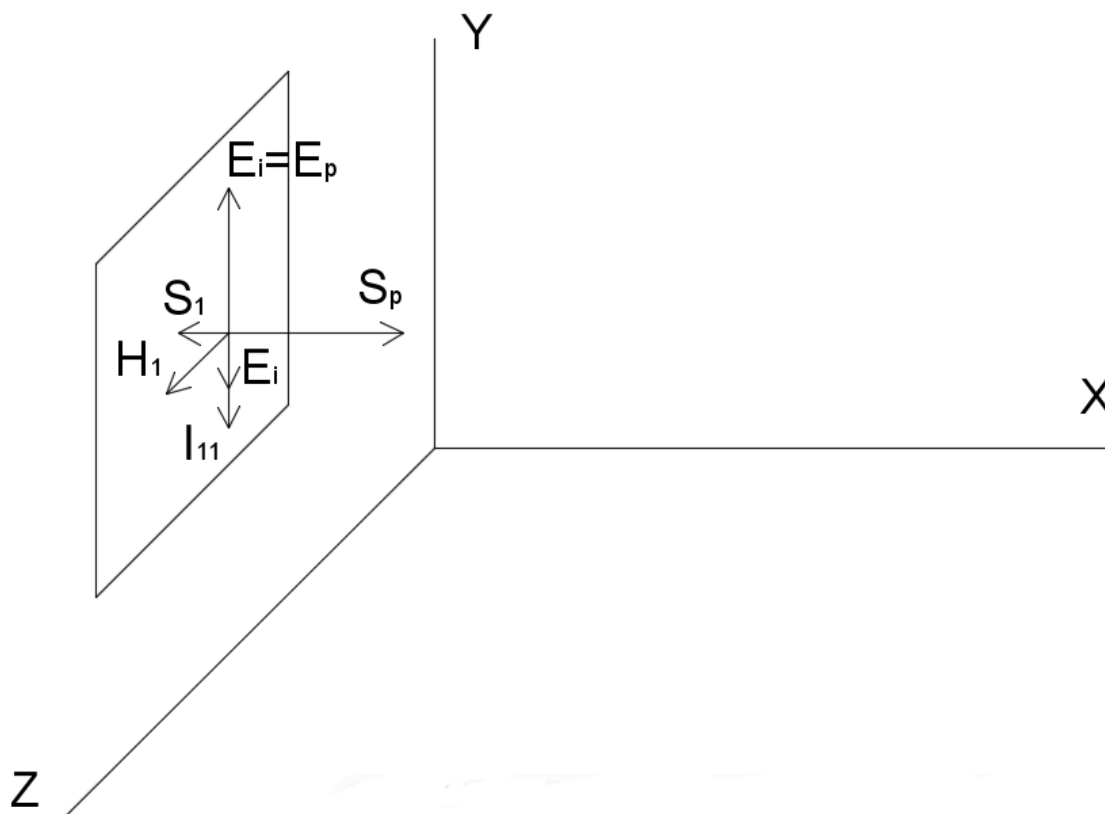


obr.1.2. 1 směr Poyntingova vektoru [autor]

1.3. Rovinné harmonické elektromagnetické vlnění

Abychom pochopili děje, které vznikají při průchodu Poyntingova vektoru prostředím a při nárazu na rozhraní dvou různých prostředí, popíšeme si prvně elektromagnetické vlnění rovinné.

Zdrojem takového vlnění je vodivá stěna, kterou prochází střídavý harmonický proud. Pro co nejjednodušší odvození rovnic umístíme stěnu do pravoúhlé soustavy souřadnic tak, aby vyzařující rovina, tím myslíme rozhraní mezi vodivou stěnou a nevodivým prostředím, procházela osami Y a Z . V teoretických úvahách předpokládejme, že je tato stěna rozprostřena ve všech směrech Y a Z do nekonečna. Dále předpokládejme, že zdroj je schopen napájet celou stěnu synchronně stejným proudem I_{11} a učiníme předpoklad, že rychlost šíření proudové vlny ve směru Y je nekonečně velká. Názorně zobrazené na obr. 1.3.1. [1]



obr.1.3. 1vyzařování energie rovinnou stěnou [autor]

Uvažujme jeden bod roviny (střed vektorů obr. 1.3.1). Proud I_{11} je vyvolán složkou intenzity elektrického pole E_1 , kterou dodává zdroj. Procházející proud vyvolá v rozhraní intenzitu magnetického pole H_1 (její směr je ve směru osy Z). Magnetický tok vybuzený proudem I_{11} vybudí v rozhraní indukované napětí E_i . Má směr osy Y , ale opačný smysl než proud I_{11} . Toto napětí E_i je totožné s fázorem E_p vyzářené elektrické vlny $E_i=E_p$. Z uvedeného případu vyplývá, že intenzita elektrického pole E_p a magnetická intenzita H_1 jsou ve všech bodech vyzařující roviny stejné, nezávisle na souřadnicích Y a Z . Jejich derivace jsou proto rovny nule.[1]

Zářivý vektor složený z vektorů E_1 a H_1 označme jako S_1 . Vyzařuje směrem do vodivé stěny. Tento vektor značí ztráty, které vzniknou ve vodivé stěně při průchodu proudem I_{11} .

Dále můžeme určit druhý zářivý vektor složený z E_p a H_1 . Tento zářivý vektor označíme jako S_p . Směřuje směrem z rozhraní a značí nám hustotu elektromagnetické energie vyzářené uvažovanou vodivou stěnou z bodu, ze kterého vychází. Za našich předpokladů budou vyzařovat všechny body vodivé stěny elektromagnetickou energii o hustotě S_p . Stěna vyzařuje rovinné elektromagnetické vlnění (což nikdy nemůže být splněno u roviny nekonečné velikosti, ve skutečnosti je však rovina velice malá ve srovnání s vlnovou délkou

a díky tomu v každém bodě stěny vyzařuje energie srovnatelně stejně s postačující přesností).[1]

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{H}_1 \quad (1.3.1)$$

$$\mathbf{S}_p = \mathbf{E}_p \mathbf{H}_1 \quad (1.3.2)$$

Obecně odvodíme rovnice pro \mathbf{E} a \mathbf{H} (platí pro prostředí vodivé i nevodivé) při rovinném harmonickém vlnění. Vyjdeme z dříve odvozených rovnic pro obecné harmonické vlnění (1.1.27) a (1.1.28). Vyjádříme-li Laplaceův operátor v soustavě pravoúhlých souřadnic, můžeme zanedbat derivace podle y a z , jelikož jsou rovné nule. Potom se nám dané rovnice zjednoduší na tvar (1.3.3) a (1.3.4).[1]

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.3.4)$$

Po vyřešení těchto homogenních rovnic, dostaneme výsledné tvary (1.3.5) a (1.3.6), kde A_1 a A_2 značí integrační konstanty a \mathbf{Z} značí charakteristickou impedanci prostředí.

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}e^{-jkx} + \mathbf{B}e^{jkx} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_r \quad (1.3.5)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z}[\mathbf{A}e^{-jkx} - \mathbf{B}e^{jkx}] = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_r \quad (1.3.6)$$

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{E}_p}{\mathbf{H}_p} = \frac{\omega\mu}{\sqrt{-j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon)}} = \frac{\omega\mu}{k} \quad (1.3.7)$$

První členy pravé strany rovnice (\mathbf{H}_p a \mathbf{E}_p) značí elektromagnetickou vlnu postupnou, vycházející ze zřídka. Druhé členy (\mathbf{H}_r a \mathbf{E}_r) značí vlnu odraženou od předpokládané rovne vodivé stěny, umístěné kolmo ke směru šíření. Součtem obou složek vlnění získáme výsledné vlnění pro \mathbf{E} a \mathbf{H} obecně ve vodivém i nevodivém prostředí. Charakteristickou impedanci je možno získat poměrem postupné složky elektrické a magnetické a je závislá na daném prostředí (μ, γ, ε). [1]

1.4. Elektricky nevodivé prostředí

Budeme-li uvažovat pouze nevodivé prostředí ($\gamma=0$), charakteristická impedance se nám zjednoduší na tvar (1.4.1) a bude pouze reálná. S tím souvisí i konstanta šíření, která se zjednoduší na tvar $k=\omega/v$. Konstanta tlumení je díky tomu také rovna nule $\beta=0$ (díky $\gamma=0$), vlnění se tedy v nevodivém prostředí neutlumuje. Výraz pro fázovou konstantu pak bude $\alpha=k$.[1]

$$\mathbf{Z} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \quad (1.4.1)$$

Integrační konstanty dostaneme z počátečních podmínek v rozhraní dvou prostředí (hodnoty v rozhraní označíme indexem 2) a v rozhraní označíme počátek souřadnicového

systemu osy x . Tedy v počátku bude $x = 0$, potom se nám výrazy pro \mathbf{H} a \mathbf{E} zjednoduší na následující tvar.[1]

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_2 = \mathbf{A} + \mathbf{B} \quad (1.4.2)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} [\mathbf{A} - \mathbf{B}] \quad (1.4.3)$$

Abychom určili integrační konstanty, potřebujeme ještě jednu rovnici. Ta vznikne poměrem \mathbf{H}_2 a \mathbf{E}_2

$$\frac{\mathbf{H}_2}{\mathbf{E}_2} = \frac{p \cosh(pd)}{\gamma \sinh(pd)} \quad (1.4.4)$$

Zde se nám objevil symbol p který se rovná výrazu (1.4.5) a budeme ho nadále ještě potřebovat.

$$p = \frac{1+j}{a} \quad (1.4.5)$$

Objevil se zde symbol a , značí tzv. hloubka vniku. Vysvětlení tohoto výrazu je dále v kapitole 1.5 *Elektricky nevodivé prostředí*.

Řešením těchto tří lineárních rovnic (1.4.2),(1.4.3) a (1.4.4) zjistíme integrační konstanty.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_2 (1 + k') \quad (1.4.6)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_2 (1 - k') \quad (1.4.7)$$

Druhý člen v závorce u obou konstant je symbol k' . Je to komplexní číslo, jehož velikost je podstatně menší než hodnota jedna. [1]

$$k' = \frac{1}{120\pi\gamma a} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} (1+j) \frac{\cosh(pd)}{\sinh(pd)} \quad (1.4.8)$$

Člen k' tedy zanedbáme a integrační konstanty \mathbf{A} a \mathbf{B} se nám zjednoduší na tvar.

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_2 \quad (1.4.9)$$

Po dosazení integračních konstant do rovnic (1.3.5) a (1.3.6) zjistíme, že obě složky magnetické vlny (přicházející i odražená) jsou stejně veliké a téže fáze, takže se sčítají. Elektrická vlna má také obě složky stejně veliké, avšak opačné fáze. Obě složky elektrické vlny se tedy od sebe odečítají (dobře vyhovuje pro prostředí před rozhraním, za ním by však znamenalo, že do stěny nevstupuje žádné elektromagnetické vlnění, což však není úplně pravda. Vstupující elektrická intenzita je sice v porovnání s intenzitou před rozhraním malá, nikoliv ale nulová).[1]

Budeme-li sledovat elektromagnetické vlnění mezi zářičem a vsázkou, bude jejich vzdálenost v praxi podstatně menší ve srovnání s vlnovou délkou elektromagnetického vlnění. Díky tomu se vlnění nerozvine v plné šíři, a tedy nemusíme uvažovat odraženou

vlnu. Z vlnění se uplatní pouze nepatrná část sinusovky, intenzita na povrchu cívky bude srovnatelně velká s intenzitou na vnějším povrchu vsázky. Jinak řečeno v mezeře bude homogenní stojaté magnetické pole. [1]

1.5. Elektricky vodivé prostředí

Nyní uvažujme stěnu z dobře vodivého materiálu ($\gamma \gg \omega \epsilon$), kterou se šíří elektromagnetická energie. Po úpravě konstanty šíření dostaneme tvar pro vodivé prostředí (1.5.1). [1]

$$k = \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \gamma \mu} = \frac{1-j}{a} \quad (1.5.1)$$

Symbol a značí tzv. hloubku vniku. Tato veličina nám dává představu o rozložení vyvinutého tepla v prohřívané vsázce (záleží na tvaru prohřívané vsázky, obecně však platí, že se naindukované teplo utlumí ve vodivé stěně ve 2 – 3 násobku a). [1]

$$a = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}} \quad (1.5.2)$$

Měrný útlum a fázová konstanta bude stejná $\beta = \alpha$ a budou se rovnat převrácené hodnotě hloubky vniku. [1]

$$\alpha = \beta = \frac{1}{a} \quad (1.5.3)$$

Charakteristická impedance Z pro vodivou stěnu bude (1.5.4) [1]

$$Z = \frac{1+j}{a\gamma} = \frac{p}{\gamma} \quad (1.5.4)$$

Dosazením odvozených poznatků do obecné fázorové rovnice elektromagnetického vlnění dostaneme výrazy pro H a E ve vodivé stěně. [1]

$$H = Ae^{-px} + Be^{px} = H_p + H_r \quad (1.5.5)$$

$$E = \frac{p}{\gamma} [Ae^{-px} - Be^{px}] = E_p + E_r \quad (1.5.6)$$

V uvažovaném případě dopadá elektromagnetické vlnění z jedné strany na rovnou vodivou stěnu o tloušťce d , prochází stěnou postupující vlnění, které se na druhé straně stěny odráží a vrací zpět. Je-li tloušťka stěny dostatečně velká a vlna se utlumí dříve, než dojde na zadní rozhraní (odražená vlna má zanedbatelnou hodnotu), mluvíme o stěně velké tloušťky. Dopadá-li vlnění na zadní rozhraní, odráží se zpátky a ve stěně probíhá součet obou vlnění (vznik stojatého vlnění), mluvíme o stěně malé tloušťky. [1]

A a B jsou integrační konstanty, které zjistíme z mezních podmínek. Upřesníme si zde proto několik prostředí a jejich rozhraní, abychom v tom měli pořádek pro následné odvozování výrazů. [1]

I. prostředí je vlevo před vodivou stěnou, což je izolant (vzduch) a mezi ním a vodivou stěnou je rozhraní, které označíme 2.

II. prostředí je vpravo za rozhraním 2, což je vodivá stěna o tloušťce d .

III. prostředí je potom vpravo od vodivé stěny, opět je to izolant (vzduch). Toto prostředí a vodivou stěnu odděluje rozhraní označené 4.[1]

Nejprve využijeme kontinuity na rozhraní 2. Tato vlastnost nám říká, že intenzita elektrická i magnetická bude stejná jak před, tak za rozhraním, jelikož se nemůže měnit skokově. Dosadíme do dříve odvozených výrazů pro \mathbf{E} a \mathbf{H} ($x = 0$).[1]

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_2 = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{H}_{p2} + \mathbf{H}_{r2} \quad (1.5.7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 = \frac{p}{\gamma} [\mathbf{A} - \mathbf{B}] = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} [\mathbf{H}_{p2} - \mathbf{H}_{r2}] \quad (1.5.8)$$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \frac{120\pi\alpha\gamma}{1+j} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} [\mathbf{H}_{p2} - \mathbf{H}_{r2}] \quad (1.5.9)$$

Následujícím sečtením a odečtením výrazů (1.5.7) a (1.5.9) získáme tvary pro \mathbf{A} a \mathbf{B} .

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_{p2} \left[1 + \frac{120\pi\alpha\gamma}{1+j} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \right] + \frac{1}{2} \mathbf{H}_{r2} \left[1 - \frac{120\pi\alpha\gamma}{1+j} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \right] \quad (1.5.10)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_{p2} [1 + k''] + \frac{1}{2} \mathbf{H}_{r2} [1 - k''] \quad (1.5.11)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_{p2} [1 - k''] + \frac{1}{2} \mathbf{H}_{r2} [1 + k''] \quad (1.5.12)$$

$$k'' = \frac{120\pi\alpha\gamma}{1+j} \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \quad (1.5.13)$$

Byl zde vytvořen výraz k'' pro zjednodušení integrálních konstant. Platí, že $k'' \gg 1$. [1]

Ve výrazech (1.5.12) a (1.5.13) však zůstává neznámou \mathbf{H}_{r2} a zároveň \mathbf{A} a \mathbf{B} . Jediné, co je dáno, je \mathbf{H}_{p2} . Potřebujeme tedy získat další rovnici. Tu získáme opět z vlastnosti kontinuity intenzit na rozhraní, tentokrát však na rozhraní 4, mezi vodivou stěnou a prostředím III. Postupujeme podobným způsobem jako v předchozím případě, tentokrát však neuvažujeme vlnu odraženou. Po úpravách se opět dostáváme na výrazy pro \mathbf{A} a \mathbf{B} . [1]

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_4 (1 + k'') e^{pd} \quad (1.5.14)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_4 (1 - k'') e^{pd} \quad (1.5.15)$$

Dáme do rovnosti výrazy (1.5.12) a (1.5.15), (1.5.13) a (1.5.16). Zároveň můžeme zanedbat 1 oproti k'' . Zjednodušené výrazy mají pak po několika úpravách následující tvar. [1]

$$\mathbf{H}_4 e^{pd} = (\mathbf{H}_{p2} - \mathbf{H}_{r2}) \quad (1.5.16)$$

$$\mathbf{H}_4 e^{-pd} = (\mathbf{H}_{p2} + \mathbf{H}_{r2}) \quad (1.5.17)$$

Rovnice (1.5.17) a (1.5.18) mají stejné pravé strany, proto se musí rovnat i levé strany rovnice. Pokud tedy oba výrazy odečteme, zákonitě obdržíme 0.

$$\mathbf{H}_4 (e^{pd} - e^{-pd}) = 0 \quad (1.5.18)$$

Výraz v závorce není roven nule, potom musí platit $\mathbf{H}_4 = 0$. [1]

Tento výsledek znamená, že rozhraním 4 nevnikne žádné elektromagnetické vlnění do III. prostředí. Takováto stěna se potom chová jako dokonalé elektromagnetické stínění. Takovýto výsledek jsme dostali zanedbáním 1 proti $k^{\prime\prime}$, výsledek pak bude přesnější, čím bude nerovnost větší. [1]

Dostáváme se konečně na hledané integrační konstanty \mathbf{A} a \mathbf{B} pro stěnu malé tloušťky.

$$\mathbf{H}_4 = 0 = \mathbf{A}e^{-pd} + \mathbf{B}e^{pd} \Rightarrow \mathbf{B} = -\mathbf{A}e^{-2pd} \quad (1.5.19)$$

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{A}(1 - e^{-2pd}) \quad (1.5.20)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{H}_2}{1 - e^{-2pd}} = \frac{\mathbf{H}_2 e^{pd}}{2 \sinh(pd)} \quad (1.5.21)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{H}_2 e^{-2pd}}{1 - e^{-2pd}} = -\frac{\mathbf{H}_2 e^{-pd}}{2 \sinh(pd)} \quad (1.5.22)$$

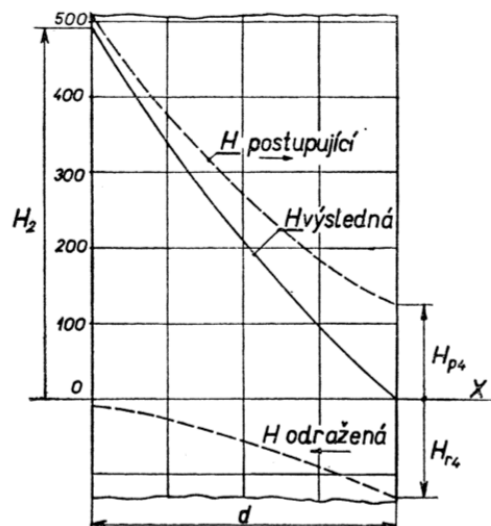
Zjištěné integrační konstanty dosadíme do dříve určených rovnic (1.5.6) a (1.5.7).

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_2 \frac{e^{pd} - e^{-pz}}{2 \sinh(pd)} \quad (1.5.23)$$

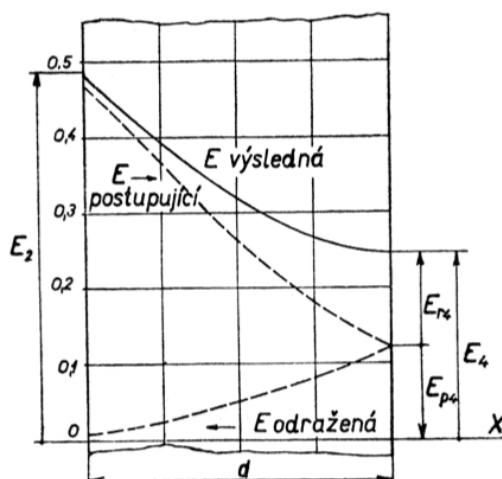
$$\mathbf{E} = \frac{p}{\gamma} \mathbf{H}_2 \frac{\cosh(pz)}{\sinh(pd)} \quad (1.5.24)$$

Čím bude stěna mít větší tloušťku, tím více se elektromagnetická vlna utlumí. A o to menší bude odražená vlna až do chvíle, kdy bude stěna tak tlustá, aby se celá postupná vlna utlumila a žádná neodrazila zpět (potom ji už považujeme za stěnu velké tloušťky). Nebude-li se žádná vlna odrážet, zjednoduší se nám pak i výrazy pro \mathbf{H} a \mathbf{E} ($d \rightarrow \infty$, $\mathbf{B} = 0$). [1]

Vlna magnetická dopadá na zadní rozhraní a vrací se zpět se stejnou velikostí, ale opačnou fází. Výsledek je takový, že na zadním rozhraní je nulová intenzita magnetického pole \mathbf{H} , materiál se chová jako téměř dokonalé stínění, které nepropustí elektromagnetické vlnění obr.1.5.1. Vlna elektrická \mathbf{E} dopadá na zadní rozhraní, odráží se také se stejnou velikostí, ale také se stejnou fází. Výsledná elektrická vlna na zadním rozhraní je dvojnásobná než vlna postupující obr.1.5.2. [1]



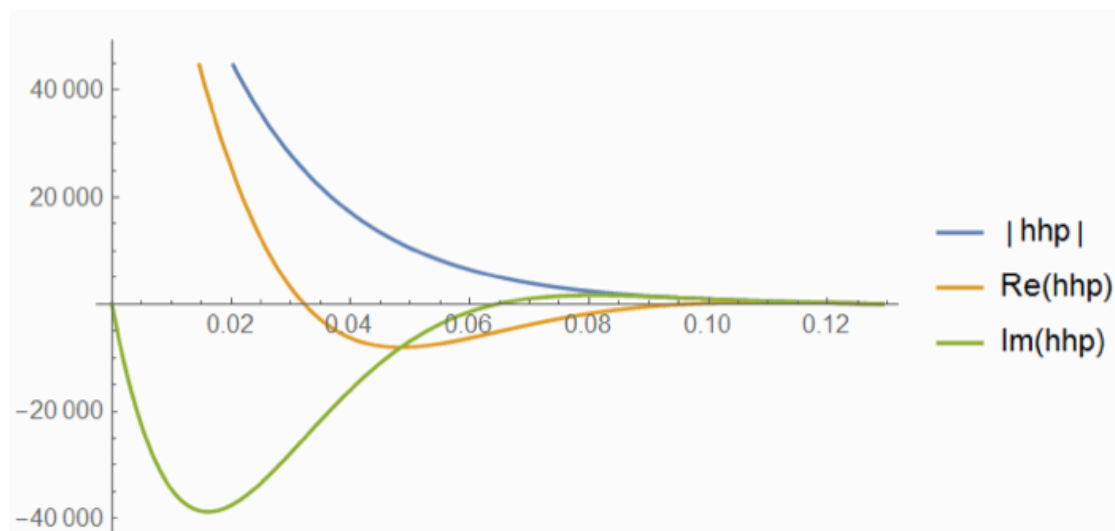
obr.1.5. 1 závislost intenzity magnetického pole na vzdálenosti od rozhraní [1]



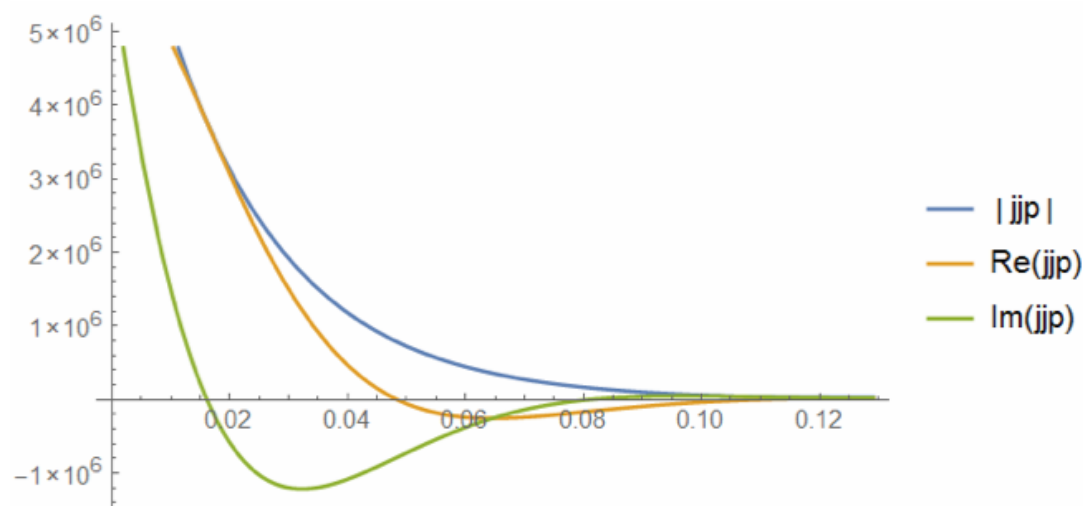
obr.1.5. 2 závislost intenzity elektrického pole na vzdálenosti od rozhraní. [1]

1.6. Stěna teoreticky nekonečné tloušťky

Pokud bychom uvažovali případ, že elektromagnetické vlnění vniká do vodivé stěny, která má nekonečnou tloušťku (nekonečná tloušťka není prakticky možná, stejných hodnot však dosahujeme, pokud je tloušťka stěny d mnohokrát větší než hloubka vniku a), vlna se celá utlumí a nenastává žádný odraz od druhého rozhraní. V takovémto případě si nastíníme, jak vypadají průběhy E a H v závislosti na vzdálenosti od rozhraní. Průběhy jsou vidět na obr.1.6.1 a obr.1.6.2, v obou případech vidíme jaký má průběh reálná a imaginární složka intenzity (H nebo E) a jejich absolutní hodnota.[1]



obr.1.6. 1 Závislost H na vzdálenosti od rozhraní. Absolutní hodnota(modrá), reálná složka(oranžová), imaginární složka(zelená)[8]



obr.1.6. 2 Závislost J (stejně u E) na vzdálenosti od rozhraní. Absolutní hodnota(modrá), reálná složka(oranžová), imaginární složka(zelená) [8]

1.7. Vzniklé teplo ve vodivé stěně

Jelikož se zabýváme ohřevem elektromagnetickou indukcí, tak nás bude především zajímat, kolik tepla nám vznikne ve vsázce.

Můžeme uvažovat dva fyzikální výklady vzniku tepla. Každý z těchto výkladů je odlišný, avšak výsledky jsou shodné. Obecně můžeme definovat Joulovo teplo jako součin činného odporu vodivé stěny a druhou mocninou efektivní hodnoty proudu, který se naindukují působením časově proměnného elektromagnetického pole. Toto je první výklad vzniku tepla. Druhý výklad vychází z utlumení Poyntingova vektoru (elektromagnetické energie) ve stěně, do které proniká. Tlumení znamená, že předává svoji energii vsázce. [1]

V obou případech se dostáváme na následující tvar.

$$P = \frac{1}{2a\gamma} \mathbf{H}_2^2 \quad (1.7.1)$$

Tvar (1.7.1) odpovídá stěně velké tloušťky. Pokud bychom uvažovali stěnu malé tloušťky, objeví se ve vzorci ještě funkce $\varphi\left(\frac{2d}{a}\right)$. [1]

$$\varphi\left(\frac{2d}{a}\right) = \frac{\sinh\left(\frac{2d}{a}\right) + \sin\left(\frac{2d}{a}\right)}{\cosh\left(\frac{2d}{a}\right) - \cos\left(\frac{2d}{a}\right)} \quad (1.7.2)$$

A vyvinuté teplo pak bude.

$$P = \frac{1}{2a\gamma} \mathbf{H}_2^2 \varphi\left(\frac{2d}{a}\right) \quad (1.7.3)$$

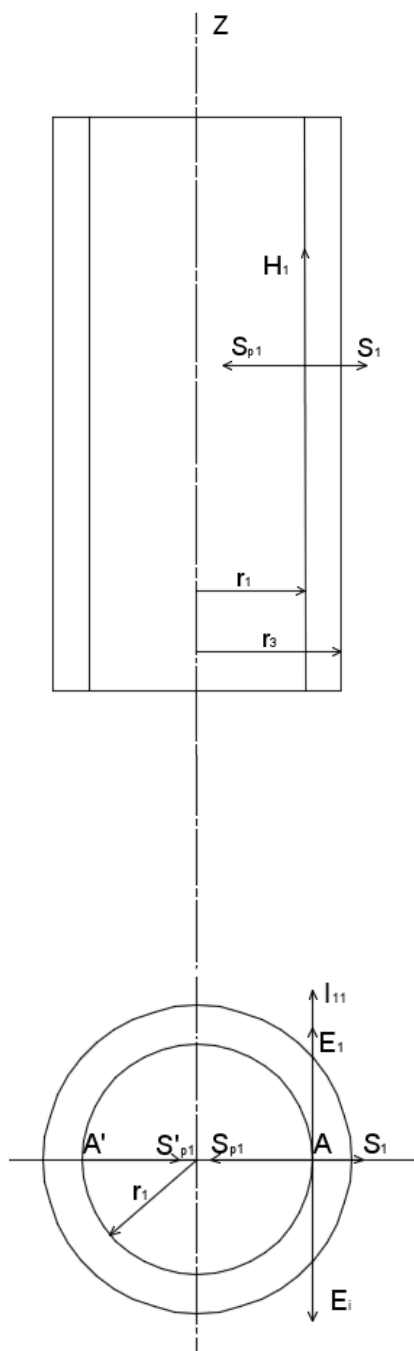
Z výsledné rovnice (1.7.1), ale také (1.7.3) je vidět, že vyvinuté teplo je nepřímo úměrné konduktivitě materiálu. To znamená, že vsázka která bude z dobře vodivého materiálu se bude zahřívat méně než vsázka jejíž vodivost bude menší.

1.8. Válcové elektromagnetické vlnění

Všechny předchozí úvahy byly o rovinném elektromagnetickém vlnění. To nám sloužilo spíše pro pochopení, jak se vlnění chová v určitém prostředí a jak se chová při dopadu na rozhraní dvou prostředí. V praxi se však spíše setkáváme s vlněním válcovým. Zdrojem takového vlnění je potom válcová plocha o určitém poloměru, teoreticky nekonečné délky a protéká jí střídavý elektrický proud tak, že proudová vlákna leží v rovinách kolmých k ose válce. [1]

Přibližně můžeme toto vlnění realizovat tak, že navineme cívku z vodiče obdélníkového průřezu. Budeme předpokládat, že tloušťka izolace mezi závity je nulová (avšak izolace mezi závity je, aby proud neprotékal ve směru osy válce). Dalším předpokladem je, že stoupání závitů je zanedbatelně malé oproti poloměru válce. A posledním zjednodušením bude, že uvažujeme rychlost šíření proudové vlny nekonečně velikou. [1]

Cívku umístíme tak, že její osa bude shodná s osou z souřadného systému. Budeme potom počítat s válcovými souřadnicemi (r, φ, z) . Hodnoty E a H potom budou závislé pouze na poloměru r .



obr.1.8. 1vyzařování energie válcovou stěnou [autor]

Na obr.1.8.1 je vyznačen směr proudu protékající cívkou I_{11} , stejný smysl má i intenzita elektrického pole \mathbf{E}_1 na poloměru r_1 . Vektor intenzity magnetického pole \mathbf{H}_1 na poloměru r_1 směřuje směrem vzhůru (pravidlo pravé ruky, prsty ukazují směr proudu a palec nám ukáže směr intenzity magnetického pole). Provedeme-li vektorový součin $[\mathbf{E}_1\mathbf{H}_1]$, vznikne zářivý vektor \mathbf{S}_1 . Tento vektor vstupuje kolmo do stěny cívky a vyjadřuje velikost ztrát v cívce. Proud protékající cívkou vybudí v dutině cívky proměnlivý magnetický tok, který v závitech

indukuje napětí E_i působící proti proudu, který toto napětí vybudil. To znamená, že bude mít zároveň opačný směr než intenzita E_l . Provedeme-li opět vektorový součin, tentokrát vektorů $[E_i H_l]$, vznikne zářivý vektor, který jsme si označili S_{pl} . Tento vektor je opět kolmý ke stěně cívky, tentokrát však nevstupuje do stěny cívky, ale na druhou stranu do dutiny cívky. Vnitřní povrch cívky tedy vyzařuje elektromagnetickou energii do své dutiny. Vložíme-li tedy vsázku do dutiny cívky, zářivý vektor se uvnitř vsázky bude tlumit a tím předávat svoji energii k ohřevu vsázky.[1]

Na vsázku v tomto případě dopadá elektromagnetické vlnění ze všech stran. V každé protilehlé straně vsázky se bude indukovat proud opačné orientace. Bude-li tloušťka vsázky příliš malá v poměru s hloubkou vniku, může nastat situace, že se proudy budou navzájem tlumit, a tedy bude docházet k jevu elektromagnetické průzařnosti a tím k neefektivnímu prohřívání. Vždy se musí počítat s konkrétními rozměry prohřívajícího materiálu a podle toho volit správnou frekvenci. [1]

2. Podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení

2.1. Efektivní tavení

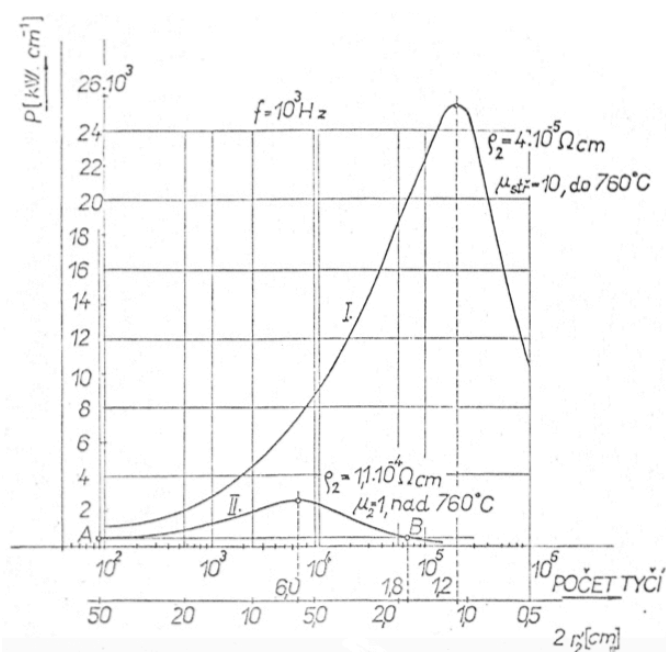
Tavení je proces, při kterém se změní skupenství materiálu (v našem případě nejčastěji ocelí) z pevného na kapalné. Využívá se toho především ve slévárnách k tavení ocelí a v hutnictví při výrobě nejjakostnějších druhů ocelí a speciálních slitin. Tavení probíhá v nevodivém kelímku, kolem kterého je navinuta cívka. Hlavní výhodou tohoto tavení je, že teplo vzniká přímo ve vsázce a zároveň se zde vytvoří intenzivní víření roztavené vsázky v kelímku, výsledkem pak je homogenita celé vsázky. [3]

První problém je, že se magnetické pole uzavírá vně cívky, jelikož jsou v okolí pece většinou různé kovové konstrukce. Magnetický tok by se uzavíral přes ně, konstrukce by se zahřívaly a vznikaly by nežádoucí ztráty. Omezení těchto ztrát docílíme dvěma možnými způsoby stínění. První možnost je opatřit pec válcovým pláštěm, souosým s cívkou, z dobře vodivého materiálu. Druhý způsob je opatřit pec svazky z transformátorových plechů.[3]

Cívka je vinutá z měděné trubky obdélníkového profilu, jednotlivé závity jsou od sebe izolovány páskou z důvodu napěťového namáhání. Jelikož je cívka zahřívána vlastním průchodem proudu a zároveň ohřívána od roztavené vsázky, je třeba cívku chladit. Toho se docílí vodou proudící dutinou cívky (respektive trubkou napevno připojenou k cívce, zhotovenou ze stejného materiálu jako cívka). Důležité je, aby voda proudila cívkou

turbulentně. Tím docílíme efektivního přenosu tepla z cívky do vody. Voda musí proudit dostatečnou rychlostí, aby se nepřehřívala (vznikala by pára a hrozilo by zničení cívky).[2]

Pro efektivní tavení musíme určit optimální velikost šrotu k dané frekvenci. Jelikož šrot má každý kus jiný tvar, nahrazujeme pro naše úvahy šrot tyčemi o stejném průřezu. Při velkém rozměru tyčí není prostor pece dostatečně vyplněn, naopak při velmi malém průměru se stávají tyče pro daný kmitočet „průzařnými“. Musíme proto volit správnou napájecí frekvenci s ohledem na velikost šrotu. Déle je potřeba, aby jednotlivé kusy šrotu byly přibližně stejně velké. Pokud by byly rozměry šrotu příliš rozdílné, každý kus by s prohříváním jinak a docházelo by opět k neefektivnímu prohřívání.[2]

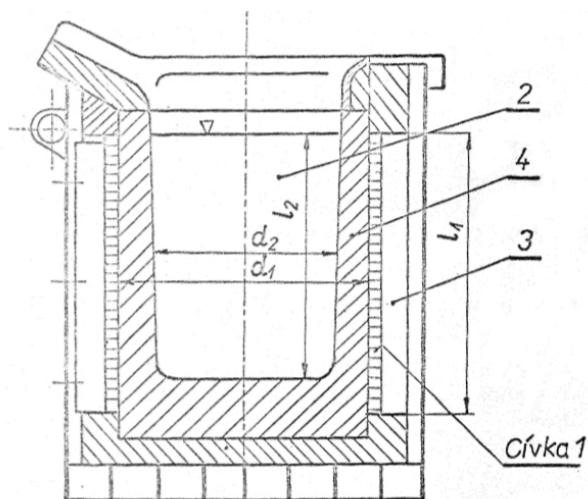


obr.2.1. 1 závislost množství tepelné energie na velikosti šrotu, popřípadě počtu náhradních tyčí pro kmitočet 1000Hz.[2]

Dalším problémem je, že vsázka prochází třemi rozdílnými stavy. První stav v rozmezí 20°C – 760°C (bod magnetické přeměny), vsázka je tuhá a magnetická. Druhý stav nastává, když se teplota pohybuje mezi 760°C – 1400°C, vsázka je stále tuhá, ale nemagnetická (permeabilita pokles k $\mu_r = 1$). V tomto stavu se znatelně sníží velikost vytvořeného tepla uvnitř vsázky (při stejném kmitočtu a stejné velikosti šrotu). Třetí stav je teplota nad 1400°C až asi do 1600°C, vsázka je v tomto stavu tekutá a samozřejmě stále nemagnetická. Pro každý stav vzniká opět křivka závislosti tepelné energie vytvořené ve vsázce na velikosti vsázky (velikost jednotlivých částí šrotu, pro výpočet nahrazených tyčemi o stejném průměru). Při určování optimálního kmitočtu ku velikosti šrotu uvažujeme druhý stav, kdy se vsázka stává nemagnetickou a teplo vytvořené uvnitř se oproti prvnímu stavu zmenší.[2]

Podle typu konstrukce rozdělujeme pece tavicí na pece kelímkové a kanálkové. Popřípadě se v dnešní době využívá k tavení tzv. studený kelímek (podrobný popis v kapitole 3. *Studený kelímek*).

Kelímková pec obsahuje keramický kelímek, nejčastěji dusaný z křemičitého písku (SiO_2), cívku vinutou kolem tohoto kelímku, skládané svazky z transformátorových plechů (z důvodu stínění, aby se magnetický tok neuzavíral přes pláště a kryty pece), tepelnou izolaci a nálevku pro odlévání oceli. Taková pec potřebuje mít cívku chlazenou vodou, aby nedocházelo k jejímu přehřívání. Napájení takovéto pece je buď středofrekvenční 500Hz – 10kHz, nebo nízkofrekvenční 50Hz – 150Hz. Pec zvládne i přerušovaný provoz (pokud vsázka uvnitř zatvrdne, lze ji opět znovu roztavit).[3]

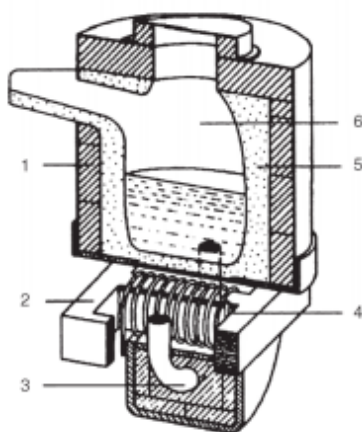


obr.2.1. 2 indukční kelímková pec. 1.cívka,2.vsázka,3.stínění,4.nevodivý kelímek.[2]

Pec s nevodivým kelímkem má však nízkou elektrickou účinnost při tavení materiálů s vysokou vodivostí (což je dáno principem tavení elektromagnetickou indukcí, nikoliv však nevodivým kelímkem). V takovémto případě bude lepší řešení použít kelímku vodivého. Pro nižší teploty se využívá kelímek vyrobený z ocelolitiny, pro vyšší teploty pak kelímek grafitový (vodivý kelímek je elektricky a tepelně izolován od cívky keramickou vložkou, aby nedocházelo ke kontaktu mezi cívkou a kelímkem a zároveň nedocházelo k příliš velkému přenosu tepla z kelímku na cívku). Princip ohřevu je pak takový, že se v kelímku indukují vířivé proudy, které kelímek ohřívají a teplo se pak přenáší do vsázky vedením. Navíc pak kelímek vyzařuje také elektromagnetické záření do svého vnitř a tím ohřívá indukovanými vířivými proudy samotnou vsázku.[3]

Druhým typem pece je pec kanálková. Takováto pec obsahuje vanu na roztavenou ocel. Vana je propojena s kanálkem, kolem kterého je navinut induktor a vsázka se neohřívá přímo

ve vaně, ale v kanálku pod ním. Elektromagnetické pole, které vzniká kolem kanálku a které je vybuzeno proudem v kanálku, způsobuje tlak na kov a ten je odtlačován od stěn kanálku. Stěnami kanálku tedy natéká nový kov a středem vytéká starý, již roztavený na požadovanou teplotu, zpět do vany. Tímto se kov promíchává a je díky tomu homogenní. Výhodou takovéto pece je, že se napájí přímo sítíovou frekvencí 50Hz a cívka nepotřebuje vodní chlazení, pro provoz jí stačí ofukování vzduchem. Nevýhoda takovéto pece je pak taková, že se do ní musí vlévat již roztavený kov a nelze tavit z pevného skupenství. Pec se tedy hodí spíš pro udržování roztavené oceli. Nehodí se pro přerušovaný provoz. Při přerušení je nutné odlít roztavený kov z prostoru vany. Pokud by uvnitř ztvrdl, těžce by se opět roztavil (kanálek tvoří závit nakrátko, pokud uvnitř kov zatvrdne, není problém ho znovu roztavit). Energetická účinnost této pece je obecně vyšší než u pece kelímkové.[3]

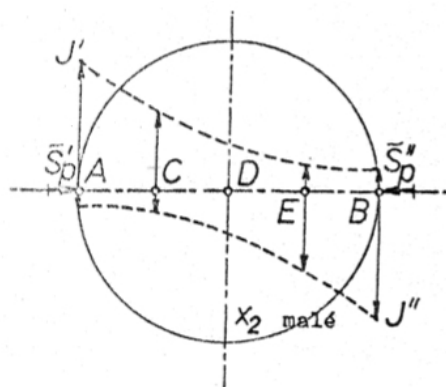


obr.2.1. 3 tavicí pec kanálková. 1. Tepelná izolace, 2. Jádro transformátoru, 3. Kanálek, 4. Induktor, 5. Ohnivzdorná vyzdívka, 6. Prostor vany[12]

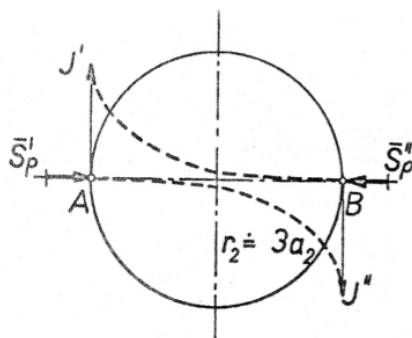
2.2. Efektivní prohřívání

Prohřívání je proces, kdy zahříváme vsázku na tvářecí teplotu (v našem případě nás nejvíce zajímají oceli, pro které je kovací teplota 1150°C – 1250°C) v celém řezu.[2]

Důležité u indukčního prohřívání je zvolit správnou napájecí frekvenci proudu induktoru vzhledem k velikosti vsázky. Bude-li hloubka vniku a mnohokrát menší než poloměr vsázky r ($a \ll r$), teplo se vyvine pouze v tenké vrstvě vsázky na povrchu a do zbytku materiálu se dostává vedením. V takovémto případě se povrch značně přehřívá, což je nežádoucí jev. Bude-li naopak hloubka vniku a srovnatelná s poloměrem r nebo naopak větší, materiál bude pro dané elektromagnetické vlnění průzařný obr.2.2.1. Pro optimální prohřívání materiálu volíme poloměr vsázky $r = (2,5 \div 3)a$ obr.2.2.2. Po úpravě vztahu nám vyjde požadovaný vztah mezi rozměrem vsázky a frekvencí.[2]



obr.2.2. 1 závislost proudové hustoty na vzdálenosti od rozhraní, při nevhodně zvolené prohřivací frekvenci.[2]



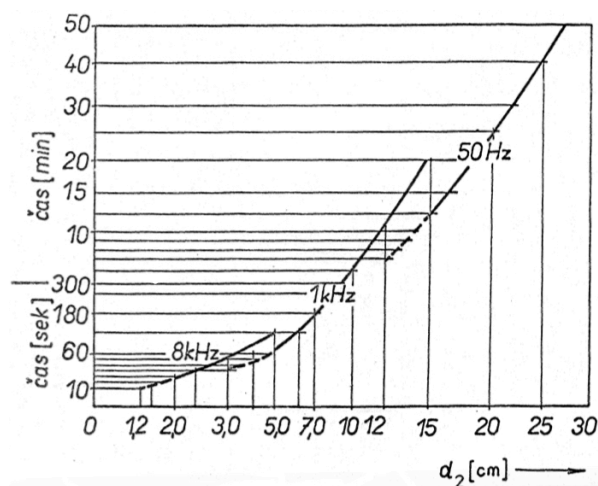
obr.2.2. 2 závislost proudové hustoty na vzdálenosti od rozhraní, při vhodně zvolené prohřivací frekvenci.[2]

$$r_2 = 2,75 \cdot \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_0 \mu_r}} \quad (2.2.1)$$

Výraz (2.2.1) nám popisuje ideální poloměr vsázky v závislosti na hloubce vniku (respektive na frekvenci, konduktivitě a permeabilitě materiálu). Pro příklad uvedu vhodný průměr pro frekvenci 50Hz a materiál ocel ($\rho_2=1,2 \cdot 10^{-6}$) ohřátou na teplotu 1000°C ($\mu_r=1$), hloubka vniku $a=7,797\text{cm}$, z toho vyplývá střední průměr vsázky na 42,88cm ($d_{min}=23,8\text{cm}$ $d_{max}=77,1\text{cm}$).[2]

Důležitým faktorem při prohřívání je doba prohřívání, aby teplo bylo rovnoměrně rozložené v celé vsázce. Tím rozumíme, že rozdíl teplot na povrchu a uvnitř vsázky je maximálně 50°-100°C (během další manipulace vsázkou se teplota vyrovná). Pro určení doby prohřívání byly vytvořeny diagramy, ze kterých je možné rovnou odečíst dobu prohřívání k velikosti vsázky pro různé frekvence obr.2.2.3.[2]

Uplatnění prohřivacího zařízení se nachází v průmyslové výrobě pro ohřev vývalků, přířezů, ústříhů, dále pro průběžný ohřev tyčového materiálu nebo ohřev konců tyčového materiálu. [10]



obr.2.2. 3 závislost doby prohřívání na velikosti vsázky, závislost pro tři různé frekvence.[2]

2.3. Efektivní kalení

Kalení je proces, kdy zahříváme pouze tenkou vrstvu materiálu na povrchu na kalící teplotu, aby vnitřek zůstal relativně studený a následně provedeme prudké ochlazení. Tímto procesem docílíme vysokou tvrdost povrchu a zároveň houževnatost vnitřku materiálu (pokud bychom prohřáli celou ocel rovnoměrně na kalící teplotu a následně prudce zchladili celá vsázka by sice byla tvrdá, ale zato velice křehká). Kalení se používá při mnoha výrobních postupech, například při výrobě ozubených kol (pokud bychom ozubená kola nekalili, povrch by byl měkký a životnost by se značně snížila). Dalším příkladem může být kalení povrchu různých nástrojů ze stejných důvodů (šroubováky, klíče, vrtáky apod.).[7]

Výhodou indukčního kalení je, že si nejenom dobou kalení, ale také volbou kmitočtu můžeme regulovat tloušťku prokalené vrstvy materiálu. Důležitým činitelem při povrchovém kalení je poměrně vysoký měrný příkon, zahřátí musí proběhnout velmi rychle, aby teplo neunikalo vedením do vnitřních vrstev materiálu.[2]

Je důležité volit správný kmitočet k hloubce prokalení. Pokud bychom zvolili příliš velký kmitočet, ve chvíli kdy by v maximální hloubce prokalení byla požadovaná teplota, povrch už by byl příliš přehřátý, což z hlediska jakosti materiálu není přípustné. Pro jednotlivé výrobní postupy se tolerance přehřátí povrchu bude lišit.[2]

V praxi má indukční kalící zařízení cívku vybavenou průchody pro vodu a otvory, kterými začne voda okamžitě stříkat a chladit vsázku po dosažení kalící teploty, po vypnutí vysokofrekvenčního příkonu. V praxi se kalící teploty dosahuje okolo 1s.[2]

3. Studený kelímek

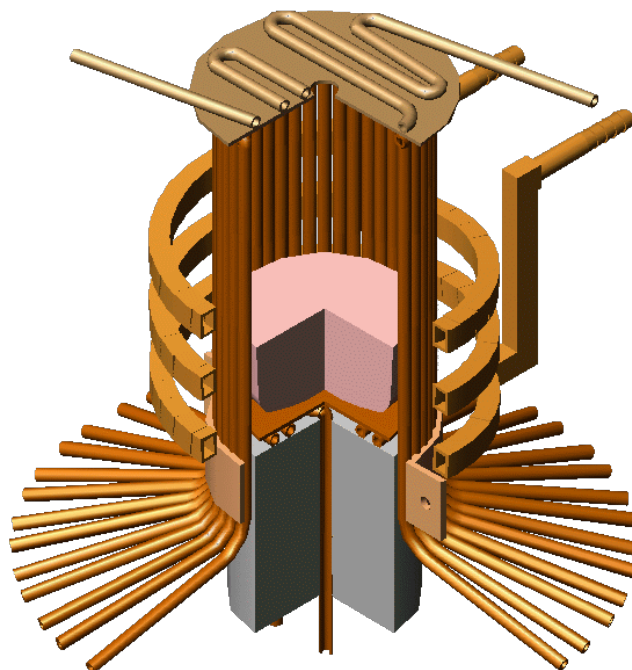
Jeden z neobvyklých indukčních ohřevů, který se ve velkém rozvíjí v posledních letech, je takzvaný studený kelímek (cold crucible). Jeho výhodou je možnost roztavení materiálů s velmi vysokou tavicí teplotou (až 3000°C) za využití indukčního ohřevu. Výhodou tohoto ohřevu, jako každého jiného indukčního ohřevu, je vznik tepla přímo v materiálu a navíc při tavení začne docházet k vlastnímu míchání taveniny vlivem elektrodynamických sil.

Problém při ohřevu na takto vysoké teploty je, že by se nám začalo tavit i vinutí budícího induktoru. Tomu se dá zabránit silným chlazením a v tom spočívá princip studeného kelímku, kdy tavený materiál dosahuje vysokých teplot (až zmiňovaných 3000°C), ale kelímek a vinutí se udržují pomocí vodního chlazení na teplotách okolo 50°C a tím nemůže dojít k roztavení vinutí.[5]

Obecně rozlišujeme dva typy studených kelímků. První typ kelímku je tvořen přímo vinutím induktoru. Vlivem magnetických sil se prohříváný materiál drží uprostřed cívky a nedochází ke kontaktu vsázky a cívky. Po vypnutí materiál propadne cívkou dolů do připravené nádoby. Při tomto prohřívání je nutno velice silně chladit vinutí induktoru (vinutí je duté, aby mohla proudit chladící kapalina). Druhý typ kelímku je tvořen z dutých, dobře vodivých segmentů (většinou z mědi), které jsou vzájemně od sebe izolované. Okolo tohoto kelímku je navinuta cívka, která bude budit elektromagnetické pole. A uvnitř kelímku se nachází buď nevodivý kelímek (ve kterém se pak nachází tavený materiál) nebo přímo vsázka. V tomto případě chladiivo prochází nejen cívkou, ale i dutými segmenty, které jsou složeny do tvaru kelímku (ze spodu uzavřený, také dobře chlazeným dnem). Princip spočívá v tom, že elektromagnetické vlnění jednak prochází mezerami mezi segmenty (díky čemuž může vstupovat do prohříváného materiálu) a navíc se v jednotlivých segmentech tvoří vlastní elektromagnetické pole, které dále působí na vsázku jako sekundární induktor (to je zaručeno správnou polohou segmentů). Pokud tavíme bez vnitřního nevodivého kelímku, dochází díky chlazení kelímku k tomu, že se vytvoří na povrchu taveného materiálu tenká tvrdá vrstva (tzv. skull), která prakticky vytvoří kelímek, díky kterému nebude docházet ke kontaktu mezi kelímkem ze segmentů (nebo přímo mezi cívkou a vsázkou při použití studeného kelímku bez segmentového kelímku). Zároveň tato vrstva tvoří nejen elektrickou, ale zároveň i tepelnou izolaci (má nižší tepelnou vodivost než roztavená vsázka).[5]

Studeným kelímkem se dají s velice dobrou účinností tavit materiály s nízkou elektrickou vodivostí. Nevodivé materiály lze tavit, pokud zavedeme tzv. startovací proces tavení. To může být zajištěno jednak přidáním malého množství kovu, který se dokáže za určitých

podmínek vznítit. Druhým způsobem je vložení vodivého kroužku do vsázky a ten je ohříván. Startovací proces je ukončen ve chvíli, kdy systém přestane reagovat na kroužek. V tu chvíli lze kroužek vytáhnout.[16] Horší účinnost pak dosahuje tato metoda tavení pro materiály dobře vodivé (to však nevyvrací možnost je roztavit za vysokých teplot, na které bychom se jinými typy ohřevu nedostali). [5]



obr.3. 1 Studený kelímek složený ze segmentů[6]

4. Výpočet geometrických a elektrických parametrů

Známé hodnoty

Průměr vsázky 20cm

Délka vsázky 1m

Ohřev na teplotu 1200°C

Střední měrný odpor vsázky $\rho_2 = 1,10 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$

Napětí 400V

4.1. Frekvence a doba ohřevu

Pro ideální prohřívání volím závislost mezi poloměrem vsázky r_2 a hloubkou vniku a_2 (bližší vysvětlení v kapitole podmínky efektivního prohřívání).

$$r_2 = (2,5 \div 3)a_2 \quad (4.1.1)$$

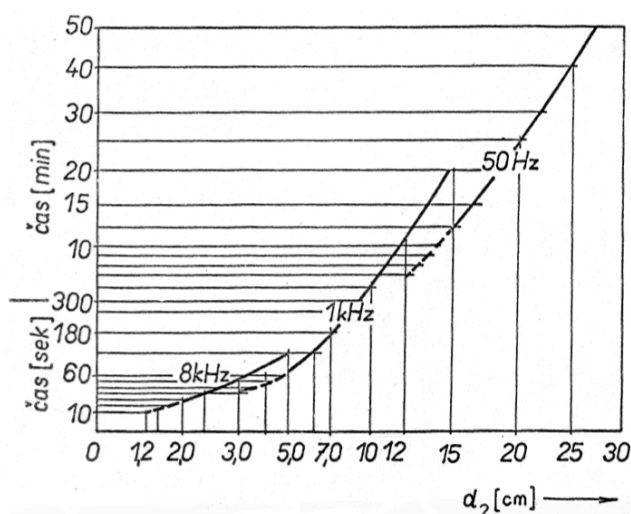
(pro teplotu oceli 1000°C, $\rho=1,2 \cdot 10^{-6}\Omega\text{m}$, $\mu_r=1$).

$$r_2 = 2,75 \cdot \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu_0 \mu_r}} \quad (4.1.2)$$

$$f = \frac{\rho}{\mu_0 \mu_r \pi} \left(\frac{2,75}{r_2}\right)^2 = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{4\pi 10^{-7} \pi} \left(\frac{2,75}{0,1}\right)^2 \doteq 230 \text{ Hz}$$

Frekvence pro prohřívání vyšla 230Hz. [2]

Dobu ohřevu stanovím z obr.4.1 na 25 minut. V diagramu není hodnota pro 230Hz, hodnotu odečtu pro frekvenci 50Hz (při použití frekvence 50Hz, hloubka vniku by byla příliš velká, vlnění dopadající z obou stran by se vzájemně tlumilo, lze tedy předpokládat, že při stejné době prohřívání a použití naší vypočtené frekvence 230Hz, dojde též k rovnoměrnému prohřátí vsázky).[2]



obr.4. 1 závislosti doby ohřevu na průměru vsázky, pro tři frekvence 50Hz, 1kHz, 8kHz[2]

Pro příklad si zde uvedu obě hloubky vniku jak pro 50Hz, tak pro 230Hz.

$$a_{50\text{Hz}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{2\pi 50 \cdot 4\pi 10^{-7}}} = 7,47 \text{ cm} \quad (4.1.3)$$

$$2,75a_{50\text{Hz}} = 2,75 \cdot 7,47 = 20,54 \text{ cm} > 10 \text{ cm}$$

$$a_{230\text{Hz}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{2\pi 230 \cdot 4\pi 10^{-7}}} = 3,48 \text{ cm} \quad (4.1.4)$$

$$2,75a_{230\text{Hz}} = 2,75 \cdot 3,48 = 9,57 \text{ cm} \approx 10 \text{ cm}$$

Pokud uvažuji, že se vlnění utlumí za 2,75 hloubky vniku, pro kmitočet 50Hz tato vzdálenost bude přes 20cm a bude docházet k neefektivnímu prohřívání viz obr. 2.2.1.

Při použití frekvence 230Hz se bude 2,75 hloubky vniku téměř rovnat poloměru vsázky viz obr. 2.2.2.

4.2. Výpočet základních hodnot

Na začátek si zvolím elektrickou účinnost přenosu energie z cívky do vsázky $\eta_e=0,75$ (hodnota pro menší průměry). Tepelnou účinnost, zahrnující ztráty vyzařováním povrchu uvažuji $\eta_t=0,88$. Skutečná spotřeba středofrekvenční energie W_s je potom.[2]

$$W_s = \frac{0,228}{\eta_e \eta_t} = \frac{0,228}{0,75 \cdot 0,88} = 0,345 \text{ kWh/kg} \quad (4.2.1)$$

Hmotnost ocelové vsázky, kterou potřebuji prohřát, bude (V je objem a s je měrná hmotnost oceli $s = 7,75 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$).[2]

$$G_t = V \cdot s = l \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot s = 1 \cdot \pi \cdot 0,1^2 \cdot 7,75 \cdot 10^3 = 243,47 \text{ kg} \quad (4.2.2)$$

Indexem 2 označuji rozměry vsázky, indexem 1 rozměry cívky. Hmotnost G_t musí být prohřáta za stanovený čas 25 minut. Vypočtu tedy hmotnost vsázky prohřáté za jednu hodinu.[2]

$$G = \frac{G_t \cdot 60}{t} = \frac{243,47 \cdot 60}{25} = 584,33 \text{ kg} \quad (4.2.3)$$

Díky znalosti hmotnosti oceli prohřáté za hodinu a účinnosti ohřevu můžu spočítat potřebný výkon středofrekvenčního generátoru.

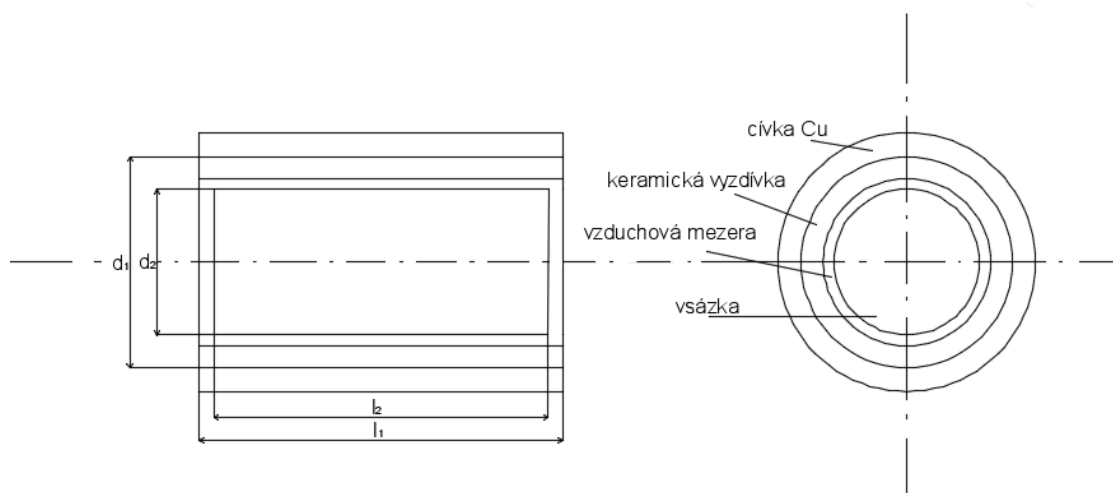
$$P_g = G \cdot W_s = 584,33 \cdot 0,345 = 201,59 \text{ kW} \quad (4.2.4)$$

Když znám všechny rozměry vsázky, můžu dopočítat i velikost cívky. Průměr cívky d_1 by neměl být o moc větší než průměr vsázky, aby se nezhoršila elektrická vazba a tím i účinnost ohřevu. Zároveň nesmí žhavé kusy sálat přímo na cívku, která by se přehřívala. Mezi cívku a vsázku proto vkládáme keramickou izolační vrstvu o tloušťce $t_i = 1 \div 2 \text{ cm}$ (pro náš průměr volím tu větší hodnotu). Vývalky zároveň potřebují vůli pro průchod pecí, ten se volí v rozmezí $t_v=0,5 \div 1 \text{ cm}$ (opět volím větší hodnotu). Průměr cívky potom bude.[2]

$$d_1 = d_2 + 2t_i + 2t_v = 20 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 26 \text{ cm} \quad (4.2.5)$$

Délka cívky se volí podle vztahu.[2]

$$l_1 = l_2 + 3 \cdot \frac{d_1 - d_2}{2} = 1 + 3 \cdot \frac{0,26 - 0,2}{2} = 1,078 \text{ m} \quad (4.2.6)$$



obr.4.2. 1. Náskres indukčního prohřívacího zařízení[autor]

4.3. Výpočet odporů a indukčnosti

Pro výpočet obě části sousého obvodu s prostorovým rozložením proudu nahradím náhradními válci nulové tloušťky. Jejich rozměry budou.[2]

$$d_c = d_1 + a_1 = 26 + 0,469 = 26,469\text{cm} \quad (4.3.1)$$

Hloubku vniku a_1 vypočítám jako.

$$a_1 = \sqrt{\frac{2\rho_1}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 230 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 0,469\text{cm} \quad (4.3.2)$$

Dále vypočteme náhradní poloměr válcové vsázky ($Q(x_2)$ je ve výrazu (4.3.7), x_2 v (4.3.4) a $Y(x_2)$ ve výrazu (4.3.8)).

$$r_n = r_2 \sqrt{1 - \frac{2}{x_2} Q(x_2) \cdot Y(x_2)} \quad (4.3.3)$$

$$r_n = 0,1 \sqrt{1 - \frac{2}{4,063} 0,71408 \cdot 1,0939} = 0,08809\text{m} = 8,809\text{cm}$$

Kde musím nejdříve určit argument x_2 .

$$x_2 = \frac{r_2 \sqrt{2}}{a_2} = \frac{10\sqrt{2}}{3,481} = 4,063 \quad (4.3.4)$$

$$a_2 = \sqrt{\frac{2\rho_2}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 230 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3,481\text{cm} \quad (4.3.5)$$

Funkce $Q(x_2)$ a $P(x_2)$ odečtu z tabulky 1 v příloze literatury [2] strana 169.

$$P(x_2) = P(4) = 0,58418 \quad (4.3.6)$$

$$Q(x_2) = Q(4) = 0,71408 \quad (4.3.7)$$

Funkce $Y(x_2)$ je definována výrazem.

$$Y(x_2) = \sqrt{1 + \left[\frac{2P(x_2)}{x_2 - 2Q(x_2)}\right]^2} = \sqrt{1 + \left[\frac{2 \cdot 0,58418}{4,063 - 2 \cdot 0,71408}\right]^2} = 1,0939 \quad (4.3.8)$$

Pokud znám náhradní poloměr r_n , můžu vypočítat vlastní indukčnost L_n náhradního válce (Funkce $\alpha_2=0,965$)[2].

$$L_n = \mu_0 \pi (r_n)^2 \frac{\alpha_2}{l_2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \pi (0,08809)^2 \frac{0,965}{1} = 2,9562 \cdot 10^{-8} H \quad (4.3.9)$$

$$\omega L_n = 2\pi \cdot 230 \cdot 2,9562 \cdot 10^{-8} = 4,2721 \cdot 10^{-5} \Omega \quad (4.3.10)$$

Odpor náhradního válce bude. [2]

$$R_n = \frac{\rho_2 2\pi x_2 P(x_2) Y^2(x_2)}{l_1} \quad (4.3.11)$$

$$R_n = \frac{1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi 4,063}{1} 0,58418 \cdot 1,0939^2 = 1,963 \cdot 10^{-5} \Omega$$

Na to, abychom vypočítali indukčnost a vlastní činný odpor cívky, musím nejdříve určit počet závitů N_1 . K tomu nejprve budu potřebovat zjistit hodnotu funkce $F(d_c/l_1; d_v/l_2; l_1/l_2)$, tu lze odečíst z tabulky v příloze 2.[2]

$$F\left(\frac{d_c}{l_1}; \frac{d_v}{l_2}; \frac{l_1}{l_2}\right) = F\left(\frac{0,26469}{1,078}; \frac{0,2}{1}; \frac{1,078}{1}\right) \quad (4.3.12)$$

$$F\left(\frac{0,26469}{1,078}; \frac{0,2}{1}; \frac{1,078}{1}\right) \doteq F(0,3; 0,2; 1,1) = 0,83013$$

Dále budu potřebovat konstanty k_1 a k_2 .

$$k_1 = \omega \pi \mu_0 \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_1} - \left(\frac{F}{Y(x_2)\alpha_2}\right)^2 \omega L_n \quad (4.3.13)$$

$$k_1 = 2\pi 230 \pi 4\pi 10^{-7} \left(\frac{0,26469}{2}\right)^2 \frac{0,9016}{1,078} - \left(\frac{0,83013}{1,0939 \cdot 0,965}\right)^2 2\pi 230 \cdot 2,9562 \cdot 10^{-8}$$

$$k_1 = 5,716 \cdot 10^{-5}$$

$$k_2 = \frac{\rho_1 \pi d_c}{a_1 (l_1 - \frac{U_g}{15000})} + \left(\frac{F}{Y(x_2)\alpha_2}\right)^2 R_n \quad (4.3.14)$$

$$k_2 = \frac{2 \cdot 10^{-8} \pi 0,26469}{0,9016 (1,078 - \frac{400}{15000})} + \left(\frac{0,83013}{1,0939 \cdot 0,965}\right)^2 1,963 \cdot 10^{-5}$$

$$k_2 = 1,216 \cdot 10^{-5}$$

Součinitel α_1 odečtu z tabulky v příloze 1.

$$\alpha_1 = f\left(\frac{d_c}{l_1}\right) = f\left(\frac{0,26469}{1,078}\right) = f(0,25) = 0,9016 \quad (4.3.15)$$

Součinitel dielektrických ztrát a ztrát ve vedení odhadnu u prohřívacích zařízení na 3% z výkonu generátoru P_g , takže do cívky přivádíme příkon P_c . [2]

$$P_c = 0,97P_g = 0,97 \cdot 201,59 = 195,54 \text{ kW} \quad (4.3.16)$$

V praxi bych pak volil generátor o příkonu 250 kW.

Nyní můžeme vypočítat počet závitů N_1 .

$$N_1^2 = \frac{k_2}{k_1^2 + k_2^2} \cdot \frac{U_g^2}{P_c} \quad (4.3.17)$$

$$N_1^2 = \frac{1,216 \cdot 10^{-5}}{(5,716 \cdot 10^{-5})^2 + (1,216 \cdot 10^{-5})^2} \cdot \frac{400^2}{195,54 \cdot 10^3} = 2913,5$$

$$N_1 = 53,98 \doteq 54 \text{ závitů} \quad (4.3.18)$$

Pro následný výpočet budu potřebovat proud cívku I_l .

$$I_1 = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}{k_2} \cdot \frac{P_c}{U_g} \quad (4.3.19)$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{(5,716 \cdot 10^{-5})^2 + (1,216 \cdot 10^{-5})^2}}{1,216 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{195,54 \cdot 10^3}{400} = 2353 \text{ A}$$

Indukčnost cívky L_l a odpor R_l bude.

$$L_1 = \mu_0 \pi \left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \frac{\alpha_1}{l_1} N_1^2 \quad (4.3.20)$$

$$L_1 = 4\pi 10^{-7} \pi \left(\frac{0,26469}{2}\right)^2 \frac{0,9016}{1,078} 54^2 = 1,686 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$R_1 = \rho_1 \frac{\pi d_c N_1^2}{a_1 \left(l_1 - \frac{U_g}{15000}\right)} \quad (4.3.21)$$

$$R_1 = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\pi 0,26469 \cdot 54^2}{0,00469 \left(1,078 - \frac{400}{15000}\right)} = 9,84 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Dalším postupem musím převést hodnoty vsázky R_n a L_n do cívky (na hodnoty R'_l a L_l).

To provedu převodním poměrem p . [2]

$$p = \frac{F}{Y(x_2)\alpha_2} N_1 = \frac{0,83013}{1,0939 \cdot 0,965} 54 = 42,47 \quad (4.3.22)$$

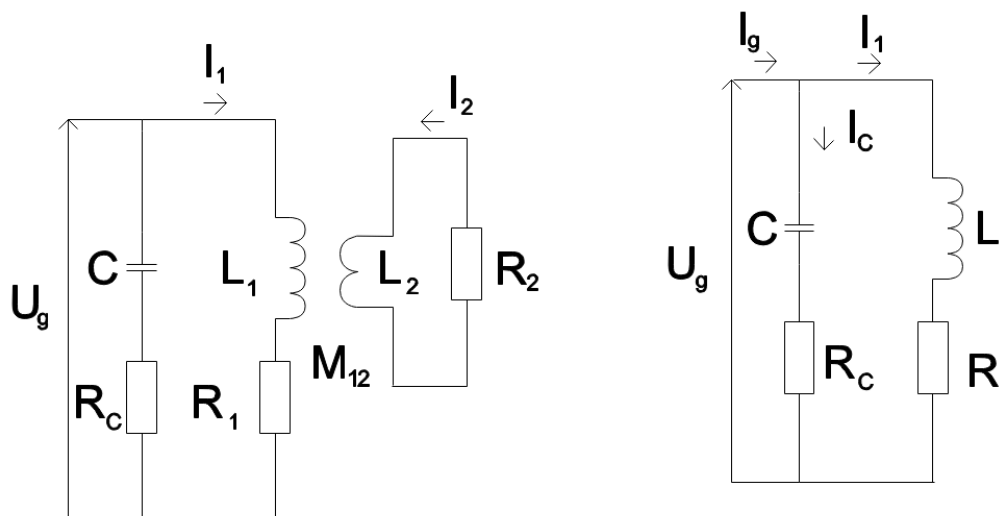
$$R'_l = R_1 + p^2 R_n \quad (4.3.23)$$

$$R'_l = 9,84 \cdot 10^{-3} + 42,47^2 \cdot 1,963 \cdot 10^{-5} = 4,52 \cdot 10^{-2} \Omega$$

$$L_l = L_1 - p^2 L_n \quad (4.3.24)$$

$$L_l = 1,686 \cdot 10^{-4} - 42,47^2 \cdot 2,9562 \cdot 10^{-8} = 1,15 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$R_I = \frac{R'_I}{0,97} = \frac{4,52 \cdot 10^{-2}}{0,97} = 4,66 \cdot 10^{-2} \Omega \quad (4.3.25)$$



obr.4.3. 1Elektrické schéma obvodů (vpravo po přepočtení zátěže do prvního obvodu, vlevo před přepočtením)[autor]

Elektrická účinnost pecního obvodu bude.

$$\eta = \frac{p^2 R_n}{R_I} = \frac{42,47^2 \cdot 1,963 \cdot 10^{-5}}{4,66 \cdot 10^{-2}} = 0,76 \quad (4.3.26)$$

V obvodu se dále nachází kapacita pro vyladění obvodu (kapacita s indukčností tvoří vyladěný oscilační obvod). Kapacita představuje jak kapacitní charakter C (X_C) ale zároveň klade činný odpor R_C , se kterým je také nutno počítat.[2]

$$C = \frac{L_I}{R_I^2 + (\omega L_I)^2} \quad (4.3.27)$$

$$C = \frac{1,15 \cdot 10^{-4}}{(4,66 \cdot 10^{-2})^2 + (2\pi 230 \cdot 1,15 \cdot 10^{-4})^2} = 3,86 \cdot 10^{-3} F$$

Zatěžovací odpor R_Z .

$$R_Z = \frac{L_I}{C R_I} = \frac{1,15 \cdot 10^{-4}}{3,86 \cdot 10^{-3} \cdot 4,66 \cdot 10^{-2}} = 0,64 \Omega \quad (4.3.28)$$

Jakost oscilačního obvodu Q_I .

$$Q_I = \frac{\omega L_I}{R_I} = \frac{2\pi 230 \cdot 1,15 \cdot 10^{-4}}{4,66 \cdot 10^{-2}} = 3,57 \quad (4.3.29)$$

Proud z generátoru I_g .

$$I_g = \frac{I_1}{\sqrt{1 + Q_I^2}} = \frac{2353}{\sqrt{1 + 3,57^2}} = 634,67A \quad (4.3.30)$$

Proud procházející kondenzátorovou baterií I_C .

$$I_C = I_1 \frac{Q_I}{\sqrt{1 + Q_I^2}} = 2353 \frac{3,57}{\sqrt{1 + 3,57^2}} = 2265,79A \quad (4.3.31)$$

Ztráty vlivem kapacity označíme jako P_C . Ztráty ve spojovacím vedení P_V mezi cívkou a kapacitou stanovím u prohřívacích zařízení na 30% dielektrických ztrát P_K ($P_C = P_K + P_V$).

Odpor R_C potom bude. (Ztrátový úhel dielektrika $tg\delta=3,5 \cdot 10^{-3}$).[2]

$$R_C = R_K + R_V = 1,3R_K = 1,3 \frac{tg\delta}{\omega C} \quad (4.3.32)$$

$$R_C = 1,3 \frac{3,5 \cdot 10^{-3}}{2\pi 230 \cdot 3,86 \cdot 10^{-3}} = 0,82 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Součet dielektrických ztrát a ztrát na vedení P_C^X .

$$P_C^X = R_C I_C^2 = 0,82 \cdot 10^{-3} \cdot 2265,79^2 = 4,2kW \quad (4.3.33)$$

Tyto ztráty byly odhadnuty na 3% z P_g (tomu odpovídá přibližně 5,87kW).

Výsledné hodnoty

Frekvence $f = 230\text{Hz}$

Délka cívky $l_1 = 1,078\text{m}$

Průměr cívky $d_1 = 26\text{cm}$

Potřebný výkon $P_g = 201\text{kW}$

Počet závitů $N_1 = 54$

Odpor cívky $R_1 = 9,84 \cdot 10^{-3} \Omega$

Indukčnosti cívky $L_1 = 1,686 \cdot 10^{-4} \text{H}$

Kapacita $C = 3,86 \cdot 10^{-3} \text{F}$

Odpor vyjadřující činné ztráty kapacitou $R_C = 0,793 \cdot 10^{-3} \Omega$

Proud cívkou $I_1 = 2353\text{A}$

4.4. Návrh chlazení

Aby se přestupem tepla cívka nepřehřála, je nutné počítat s chlazením cívky. V tomto případě volím vodní chlazení. Voda bude proudit dutinou vinutí cívky. Aby odvod tepla byl účinný je nutné zajistit v dutině turbulentní proudění vody.

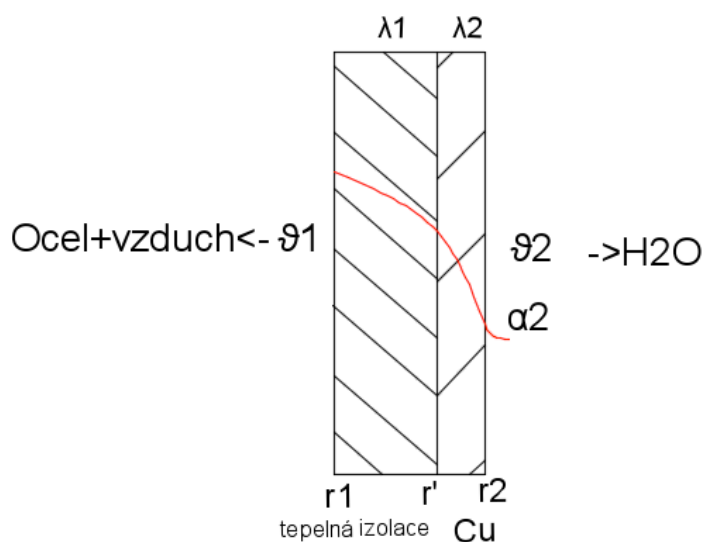
Při odvodu ztrát je nutno započítat jednak Joulovo teplo které vznikne průchodem proudu vinutím a zároveň teplo, které pronikne ze vsázky keramickou vložkou do cívky. Joulovy ztráty budou.

$$P_j = RI^2 = 9,84 \cdot 10^{-3} \cdot 2353^2 = 54,48kW \quad (4.4.1)$$

Následně spočtu teplo, které projde z rozehráté vsázky.[9]

$$Q_i = \frac{\pi(\vartheta_2 - \vartheta_1)l}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d'}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_2}{d'} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} \quad (4.4.2)$$

$$Q_i = \frac{\pi(1200 - 50)1,078}{\frac{1}{2 \cdot 0,2} \ln \frac{0,23}{0,21} + \frac{1}{2 \cdot 384} \ln \frac{0,23737}{0,23} + \frac{1}{1163 \cdot 0,23737}} = 16,85kW$$



obr.4.4. 1.prostup tepla [autor]

Uvažuji teplotu $\vartheta_1 = 1200^\circ C$ na okraji keramické izolace. λ_1 je tepelná vodivost pro keramickou izolaci, hodnota $0,2W/m K$ [10], λ_2 je tepelná vodivost pro měď $384W/m K$ [14] a $\alpha_2=1163W/m^2$ [2]. d_1 a d' jsou vnitřní a vnější průměr keramické izolace (vzduchová mezera $1cm$, keramické vložky je $2cm$), d_2 průměr cívky (bez chlazení), tloušťka mědi byla vypočítána.

$$x_{cu} = \frac{\pi}{2} a = 7,73mm \quad (4.4.3)$$

Součet výkonu, který je zapotřebí odvést, aby se cívka nepřehřála.

$$Q_{celk} = Q_i + P_j = 16,85 + 54,48 = 71,3kW \quad (4.4.4)$$

Nyní určím množství chladicí vody.

$$m = \frac{Q_{celk}}{c_p(\vartheta_{H_2O_{vystup}} - \vartheta_{H_2O_{vstup}})} = \frac{71300}{4182(50 - 20)} = 0,568 \left(\frac{kg}{s}\right) \quad (4.4.5)$$

$$m = 0,568 kg/s = 2044,8 kg/h = 2,044 m^3/s$$

Aby bylo chlazení účinné, musí voda proudit vinutím turbulentně. Takováto situace nastane, pokud bude platit, že Reynoldsovo číslo bude větší než 2320, takovéto číslo je popsáno následujícím výrazem.[10]

$$Re = \frac{vds}{\eta g} > 2320 \quad (4.4.6)$$

Kde $g = 9,81 m/s$ a značí tíhové zrychlení, $s = 998 kg/m^3$ měrná hustota vody, $\eta = 0,547 \cdot 10^{-3} Ns/m^2$ viskozita vody při $50^\circ C$, rychlost vody by se měla pohybovat mezi 1,5 – 2 m/s. Volím větší hodnotu a dopočítáme průměr trubky, pro kterou bude rychlost odpovídat.[10]

$$v = \frac{m}{3600} \cdot \frac{1}{\pi r^2} \quad (4.4.7)$$

$$r = \sqrt{\frac{m}{v\pi 3600}} = \sqrt{\frac{2,044}{2\pi 3600}} = 0,0095m \quad (4.4.8)$$

$$d = 2r = 2 \cdot 0,0095 = 0,019m \quad (4.4.9)$$

Dosadíme do výrazu (4.4.6), abychom zjistili, zda je náš odhad správný a bude docházet k turbulentnímu proudění.

$$\frac{vds}{\eta g} = \frac{2 \cdot 0,019 \cdot 998}{0,547 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81} > 2320 \quad (4.4.10)$$

$$7067 > 2320$$

Lze vidět, že výsledná hodnota Reynoldsova čísla je větší než 2320, bude tedy docházet k turbulentnímu proudění a tedy k efektivnímu chlazení cívky. Průměr trubky vyšel 1,9cm, v tomto návrhu však volím obdélníkový profil. Přepočítám tedy kruhovou trubku na obdélníkovou.

$$S_{kruh} = \pi r^2 = \pi \cdot 0,0095 = 0,0002835m^2 \quad (4.4.11)$$

$$S_{obdelnik} = S_{kruh} \quad (4.4.12)$$

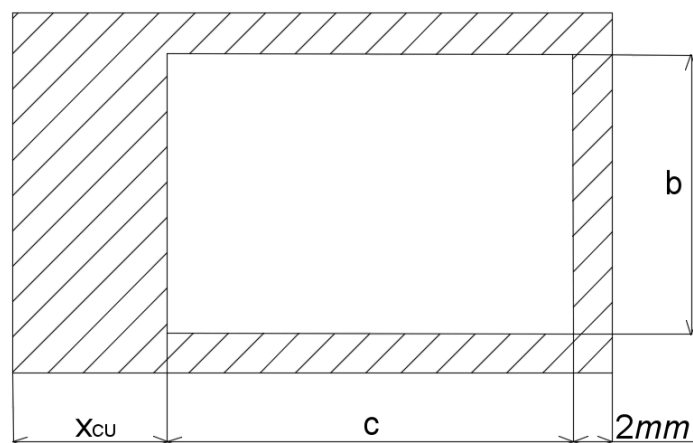
Aby se chlazení vešlo do cívky, odhadnu rozměr obdélníku b na 13,96mm. Díky tomu mohu dopočítat druhý rozměr pro otvor c .

$$S_{obdelnik} = a \cdot b \quad (4.4.13)$$

$$c = \frac{S_{\text{obdelnik}}}{b} = \frac{S_{\text{kruh}}}{b} = \frac{0,0002835}{0,01396} = 0,0203m = 20,3mm$$

Dutina cívky cívky pak bude mít rozměry $13,96mm \times 20,33mm$ obr.4.4.2. Tloušťka mědi okolo otvoru pro vodu je $2mm$. Tloušťka závitů potom bude $17,96mm$. Na mezeru mezi závity zbývá $2mm$. V takovém to případě vyjde 54 závitů na $1,078m$ délky cívky.

V praxi bych pak zvolil rozměr který bude nabízet výrobce a který se bude rozměry blížit nejvíce k vypočteným rozměrům. Pokud by vyráběný vodič nebylo možné z technických důvodů navinout, musela by se délka induktoru zvětšit.



obr.4.2. 2. Chlazení induktoru[autor]

Jednoduchým výpočtem ověřím zda se ocelová vsázka ohřeje na požadovanou teplotu za určený čas s danými ztrátami. Nejprve vypočtu energii potřebnou dodat vsázce k ohřevu na teplotu $1200^{\circ}C$.

$$Q_1 = mc_p \Delta t = 243 \cdot 0,46 \cdot 1180 = 131900kJ = 131900kWs \quad (4.4.14)$$

m je hmotnost prohřívané vsázky, c_p je tepelná kapacita oceli ($0,46kJ/kgK$ [15]), Δt rozdíl teplot ($1200^{\circ}C - 20^{\circ}C$).

Nyní vypočítám energii dodanou do ohříváčky za $t=25min$. Výkon dodávaný do systému $P_g=197kW$ ($201kW$ vypočtený výkon, $4kW$ dielektrické ztrát a ztráty na vedení).

$$Q_2 = P_g \cdot t \cdot 60 = 197 \cdot 25 \cdot 60 = 295500kWs \quad (4.4.15)$$

Nakonec vypočítám energii odvedenou chlazením. Ztráty byly vypočteny na $71,3kW$ ve výpočtech chlazení.

$$Q_3 = P_{ztráty} \cdot t \cdot 60 = 71,3 \cdot 25 \cdot 60 = 106950kWs \quad (4.4.16)$$

Nyní vypočítám rozdíl mezi Q_2 a Q_3 a porovná s Q_1 .

$$Q_2 - Q_3 \stackrel{?}{>} Q_1 \quad (4.4.17)$$

$$295500 - 106950 > 131900$$

$$188550 > 131900$$

Je vidět že s danými ztrátami, bude dodaná energie dostačovat na prohřátí vsázky za stanovený čas.

4.5. Střední permeabilita

Při prohřívání připravujeme materiál na tvářecí procesy. Budeme-li následně chtít snížit pnutí, snížit tvrdost, či zvýšit tažnost materiálu po tváření, je nutno provést tzv. žihání. To je proces, kdy pozvolna zahřejeme materiál na žhací teplotu a následně necháme pomalu zchladnout. V případě ohřevu ocelí už nebudeme zahřívat nad Currieho teplotu, tedy $\mu_r > 1$. [3]

Jelikož je relativní permeabilita závislá na velikosti magnetické intenzity $\mu_r = f(H)$, je nutné určit tzv. střední permeabilitu μ_{rs} . S tou pak počítáme jako s konstantní hodnotou. Zde je příklad výpočtu střední relativní permeability pro ohřev oceli o průměru 0,2m. Stoupání teploty musí být pozvolné, volíme tedy intenzitu magnetického pole na povrchu $H=100\text{A/cm}$. Frekvenci volíme 230Hz, na takovou frekvenci je navržena ohřívačka.[2]

Postup je takový, že si na začátek zvolím vlastní střední relativní permeabilitu. Dopočítám si díky tomu výslednou permeabilitu a pokud se budou shodovat, je odhad správný, pokud ne, je nutno zvolit střední permeabilitu jinou a výpočet opakovat. V tomto případě volím střední relativní permeabilitu $\mu_{rs} = 180$. Díky tomu můžu dopočítat hloubku vniku a . [2]

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \mu_0 \mu_{rs}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2\pi 230 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} 180}} \doteq 0,35\text{mm} \quad (4.5.1)$$

Následně mohu určit hodnoty intenzit od povrchu, jelikož se intenzita utlumí, nemusím počítat intenzity v celém objemu. Hodnoty intenzity určujeme v tenkých vrstvách až do vzdálenosti $6a$. Jelikož má intenzita exponenciální funkci (v závislosti na vzdálenosti od rozhraní), volíme u povrchu jemnější krok vrstev. Hodnoty intenzit budou následující (x vzdálenost od rozhraní, a hloubka vniku, H_2 intenzita na povrchu/rozhraní).[2]

$$H = H_2 e^{-\frac{x}{a}} \quad (4.5.2)$$

Závislost relativní permeability na magnetické intenzitě je dána Tab.4.5.1 (křivku prokládám přímkami, abych se dostal na požadované hodnoty).

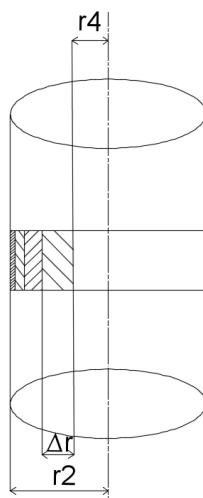
H [A.cm-1]	μ_r	H [A.cm-1]	μ_r	H [A.cm-1]	μ_r
2,2	1000	400	46	1400	13,9
6,3	760	480	39	1600	12,3
18	440	600	31	1800	11
36	225	680	27,5	2000	10
50	160	800	23,5	2200	9,2
70	125	900	21	2400	8,5
100	85	1000	19	2600	7,95
200	65	1200	16		

Tab.4.5. 1[2]

Výsledné poloměry, intenzity a relativní permeability lze najít v Tab.4.5.1. [2]

x (m)	H (A/cm)	μ_r
0,19995	75,136	118,169
0,19985	56,454	148,705
0,19987	31,871	274,379
0,1995	17,993	440,088
0,19925	7,632	723,689
0,19895	3,237	939,275

Tab.4.5. 2[autor]



obr.4.5. 1prohříváný válec, znázornění zvětšení jednotlivých vrstev od povrchu r_2 maximální poloměr odpovídá jemu H_2 , r_4 minimální poloměr, do kterého se vyplatí počítat, odpovídá jemu H_4 [autor]

Pro určení střední permeability vycházím z předpokladu, že energie $W_{m1} = W_{m2}$.

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \int_0^V \mu_r H^2 dV \quad (4.5.3)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \int_{r1}^{r6a} \mu_r H^2 2\pi x dr$$

Protože neznám analytický vztah mezi H a μ_r použiji ve výpočtu sumu místo integrace. Pro výpočet W_{m1} použiji μ_{rs} , které je závislé na velikosti H . Pro výpočet W_{m2} dosadím $\mu_{rstř}$, které bylo na začátku výpočtu odhadnuto.[2]

$$W_{m1} = \frac{1}{2} \mu_0 \sum_{x=r1}^{x=6a} \mu_{rs} H^2 2\pi x \Delta r \quad (4.5.4)$$

$$W_{m2} = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_{rstř} \sum_{x=r1}^{x=6a} H^2 2\pi x \Delta r \quad (4.5.5)$$

Jak bylo řečeno, oba výrazy se musí rovnat, pokud je tedy podělím dostanu 1. Z podílu si vyjádříme $\mu_{rstř}$. Pokud se bude shodovat s odhadnutou permeabilitou na začátku, odhadnutá permeabilita byla správná a je to hledaná střední permeabilita, se kterou mohu počítat při žíhání. Pokud by se vypočtená hodnota lišila od hodnoty odhadnuté, je třeba odhadnout hodnotu jinou a výpočet opakovat.[2]

$$\mu_{rstř} = \frac{\sum_{x=r1}^{x=6a} \mu_{rs} H^2 2\pi x \Delta x}{\sum_{x=r1}^{x=6a} H^2 2\pi x \Delta x} \quad (4.5.6)$$

Pro upřesnění, x je vzdálenost od středu, Δx je krok, H intenzita v jednotlivých krocích a μ_{rs} je odečtená relativní permeabilita pro jednotlivou intenzitu.

Výsledkem je pak hodnota 179,81. Odhadnutá hodnota na začátku byla 180, rozdíl mezi hodnotami je 0,19. Lze tedy prohlásit, že odhadnutá střední permeabilita je správná.

5. Praktické využití v průmyslu

Aby byl indukční ohřev co nejvíce efektivně využit, je nutné volit správnou frekvenci napájení s ohledem na požadovaný technologický proces viz. *2.podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení*.

Kromě volby frekvence je nutné konstruovat pec, s co nejmenšími tepelnými a elektrickými ztrátami. Toho lze docílit správným návrhem tepelné izolace, především mezi vsázkou a induktorem a potom elektromagnetického stínění. To může být buď tvořeno ze skládaných plechů, či vodivým pláštěm.

Kromě tavení, prohřívání a kalení, lze pomocí indukčního ohřevu také žíhat, což je proces, kdy vsázkou pomalu ohřejeme na žíhací teplotu (500°C-1200°C), výdrž na téže

teplotě a následné chladnutí. Žihací teplota může být u ocelí i pod bodem magnetické přeměny (musí se tedy počítat se střední relativní permeabilitou). Dalším využitím může být indukční popouštění, to probíhá pomalým ohřevem tentokrát na nižší teplotu než u žihání (150°C-700°C), výdrž na popouštěcí teplotě a následné zchlazení. Výdrž na popouštěcí teplotě musí být po dostatečnou dobu, díky tomu se potom zajistí maximální houževnatosti (schopnost materiálu zůstat při deformování a nárazech bez tvorby trhlin). Při nasazování hřídele na kotvu nakrátko u malých motorů se využívá indukčního lepení. Prvním krokem je nanesení lepidla na kovovou součástku, následným indukčním zahřátím součástky dojde k roztavení lepidla a jeho vytvrzení. Indukční lepení lze aplikovat i na plastové části, v tomto případě se využije lepidla které je tvořeno emulzí které obsahují kovové částice. Indukčním působením se částice zahřejí a tím se aktivuje lepidlo.[10]

I když bude pec napájena konstantním kmitočtem, vlastní kmitočet obvodu se však mění, protože stoupá teplota vsázky a pokud je vsázkou ocel, mění se i permeabilita. Ladění vnitřního obvodu se provádí přidáváním nebo ubíráním částí kondenzátorové baterie. V dnešní době je řízeno automaticky, tzv. fázoměr, zapojený do přívodu z generátoru, dává příkazy k zařezání či odebrání některých částí kondenzátorové baterie. [2]

Jelikož jeden z hlavních parametrů při využívání indukčního ohřevu je frekvence, je důležitá volba napájecího zdroje. Většina indukčních pecí pracuje s frekvencí vyšší než 50Hz, proto není možné připojit pec přímo k síti. Dřív se k napájení využívalo rotačních měničů kmitočtu. Šlo o motor napájený ze sítě 50Hz pohánějící alternátor, který byl konstruován tak, aby na jeho výstupu bylo možno odebírat vyšší frekvence. Nevýhodou takovýchto měničů byla malá účinnost, potřeba budiče alternátoru, hluk, velké rozměry. S rozvojem výkonové elektroniky se přešlo k elektronickým měničům kmitočtu. Z počátku bylo využito tyristorových měničů kmitočtu (využití vypínatelných tyristorů např. GTO 200Hz - 500Hz, nebo IGCT do 10kHz). Ty v dnešní době nahrazují modernější měniče, složené z IGBT tranzistorů. Tyto tranzistory mají podobnou zatížitelnost jako tyristory, s možností spínání s vyšší frekvencí (do 100kHz). Další možností je využití tranzistoru MOSFET, ten už nedosahuje tak vysokých výkonů, ale dokáže spínat s nejvyšší frekvencí (kolem 1MHz). Výhodou takových měničů jsou malé rozměry, menší ztráty a tedy větší účinnost (bez mechanických ztrát), možnost plynulé regulace kmitočtu. Hluk mohou vydávat, ale podstatně méně intenzivně než točivém měniče.[13]

6. Závěr

V první části práce jsem se zaměřil na teoretický popis indukčního ohřevu. Důležitým poznatkem z této části je, že vnitřní strana cívky, procházené střídavým elektrickým proudem, vyzařuje energii do osy cívky ve formě elektromagnetického vlnění. Energie dopadá na stěnu vsázky vloženou do osy cívky, vniká dovnitř, vlnění se tlumí, předává svoji energii vsázce, a ta se tím ohřívá. Vlnění se tlumí v takové hloubce od povrchu, která je závislá na vodivosti materiálu, jeho permeabilitě a frekvenci vlnění. Čím tyto hodnoty budou větší tím se vlnění utlumí dřív. Funkce, která to popisuje, se nazývá hloubka vniku. Obecně platí, že se teplo vytvoří ve 2 - 3 násobku hloubky vniku (do zbylé části materiálu se dostane vedením). Dalším důležitým poznatkem je, že teplo vyvinuté ve vsázce je nepřímo úměrné vodivosti materiálu.

V druhé části popisují podmínky pro efektivní tavení, prohřívání a kalení. Nejdůležitějším faktorem je volba správné frekvence napájení induktoru k požadovanému technickému procesu. Při tavení volíme frekvenci v závislosti na velikosti šrotu, při prohřívání musí být frekvence taková aby se vlnění utlumilo rovnoměrně v celém prohřívaném materiálu a při kalení musí být frekvence vysoká, aby se prohřála jen tenká vrstva materiálu a za krátký čas (aby teplo nepronikalo do hlubších vrstev). Jako neobvyklý indukční ohřev jsem zde uvedl studený kelímek, je to relativně nová technologie oproti klasickým indukčním tavicím pecím. Jednou z výhod je možnost roztavení kovů s vysokou teplotou tavení, či roztavení běžných kovů, ale opět na vysoké teploty.

V další části jsem provedl výpočet indukční ohříváčky, pro ohřev oceli o průměru 0,2m a délce 1m. Ohřev probíhá na teplotu 1200°C a bude probíhat 25min. Napájecí frekvence vyšla 230Hz a potřebný výkon 201kW (pro teoretický výpočet, v praxi pak volba 250kW generátor). Cívka z mědi pak bude mít 54 závitů, k tomu jsem navrhl chlazení vodou, proudící dutinou vodiče. Voda bude proudit turbulentně 2m/s. Dutina pro proudící vodu bude mít rozměry 17,96mm x 30,33mm. Pro indukční ohřívání oceli na teplotu před Currieho bodem jsem stanovil střední relativní permeabilitu. Tato hodnota vyšla $\mu_{rstř} = 180$. Takovéto permeability lze využít při výpočtu indukčního zařízení například pro žihání. Na konec jsem shrnul předpoklady potřebné pro využití indukčního ohřevu v průmyslu.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] LANGER, Emil, *Teorie indukčního a dielektrického tepla*, vyd. Academie, nakladatelství československé akademie věd Praha 1979, 320 s.
- [2] LANGER, E., KOŽENÝ, J., *Elektrotepelná zařízení indukční, Základy teorie, výpočty a konstrukce*, vyd. VŠSE v Plzni 1982, 185 s
- [3] RADA, Josef, kol., *Elektrotepelná technika*, vyd. SNTL Praha 1985, 352 s.
- [4] Proces žihání <http://www.tumlikovo.cz/proces-zihani/>
- [5] Studený kelímek Přednáška Doc. Pozňak
- [6] Obrázek studeného kelímku <http://susen2020.cz/vyzkum/program-jpc/va2-vyzkumna-zarizeni-pro-zpracovavani-a-upravu-radioaktivnich-odpadu-laborator-pro-nakladani-s-odpady/>
- [7] Kalení <https://cs.wikipedia.org/wiki/kaleni>
- [8] Přednáška *Základy elektrotepelných procesů* téma indukční ohřev, Ing. David Rot, PhD.
- [9] Přednáška *Základy elektrotepelných procesů* téma vedení, proudění, sálání, Ing. David Rot, PhD.
- [10] Diplomová práce *Průmyslové využití ohřevů elektromagnetickou indukcí*, Bc. Marek Kunc 2014
- [11] LANGER, Emil, *Elektrotepelná technika, část V., Teorie a výpočty indukčních a dielektrických zařízení*, vyd. VŠSE v Plzni 1975, 177 s
- [12] Obrázek kanálkové pece
<http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/indukcni-ohrev-3--14655>
- [13] Bakalářská práce *Napájecí zdroje indukčního ohřevu*, Jan Ondráček 2013
- [14] Tepelná vodivost mědi https://vscht.cz/uchi/e_tabulky/tepvods.html
- [15] Tepelná kapacita oceli <http://www.tzb-info.cz/tabulky-a-vypocty/37-hodnoty-fyzikalnich-velicin-vybranych-kovu>
- [16] Bakalářská práce *Studený kelímek jako aktuální metoda tavení materiálů elektromagnetickou indukcí*, Marek Měkuta 2013

Přílohy

Příloha 1.

Součinitel α pro výpočet vlastní indukčnosti cívky, v závislosti na poměru průměru a délky cívky [11]

$\frac{\text{průměr}}{\text{délka}}$	α	$\frac{\text{průměr}}{\text{délka}}$	α	$\frac{\text{průměr}}{\text{délka}}$	α
0,00	1,0000	1,90	0,5379	6,20	0,2795
0,05	0,9791	1,95	0,5316	6,40	0,2739
0,10	0,9588	2,00	0,5255	6,60	0,2685
0,15	0,9391	2,10	0,5137	6,80	0,2633
0,20	0,9201	2,20	0,5025	7,00	0,2584
0,25	0,9016	2,30	0,4918	7,20	0,2537
0,30	0,8838	2,40	0,4816	7,40	0,2491
0,35	0,8665	2,50	0,4719	7,60	0,2448
0,40	0,8499	2,60	0,4626	7,80	0,2406
0,45	0,8337	2,70	0,4537	8,00	0,2366
0,50	0,8181	2,80	0,4452	8,50	0,2272
0,55	0,8031	2,90	0,4370	9,00	0,2185
0,60	0,7885	3,00	0,4292	9,50	0,2106
0,65	0,7745	3,10	0,4217	10,00	0,2033
0,70	0,7609	3,20	0,4145	11,00	0,1903
0,75	0,7478	3,30	0,4075	12,00	0,1790
0,80	0,7351	3,40	0,4008	13,00	0,1695
0,85	0,7228	3,50	0,3944	14,00	0,1605
0,90	0,7110	3,60	0,3882	15,00	0,1527
0,95	0,6995	3,70	0,3822	16,00	0,1457
1,00	0,6884	3,80	0,3764	17,00	0,1394
1,05	0,6777	3,90	0,3708	18,00	0,1336
1,10	0,6673	4,00	0,3654	19,00	0,1284
1,15	0,6573	4,10	0,3602	20,00	0,1236
1,20	0,6475	4,20	0,3551	22,00	0,1151
1,25	0,6381	4,30	0,3502	24,00	0,1079
1,30	0,6290	4,40	0,3455	26,00	0,1015
1,35	0,6201	4,50	0,3409	28,00	0,0959
1,40	0,6115	4,60	0,3364	30,00	0,0910
1,45	0,6031	4,70	0,3321	35,00	0,0808
1,50	0,5950	4,80	0,3279	40,00	0,0722
1,55	0,5871	4,90	0,3238	45,00	0,0664
1,60	0,5795	5,00	0,3198	50,00	0,0611
1,65	0,5721	5,20	0,3122	60,00	0,0528
1,70	0,5649	5,40	0,3050	70,00	0,0467
1,75	0,5579	5,60	0,2971	80,00	0,0419
1,80	0,5511	5,80	0,2916	90,00	0,0381
1,85	0,5444	6,00	0,2854	100,00	0,0350

Příloha 2

Součinitel F pro výpočet vzájemné indukčnosti dvou válcových cívek jako funkce poměrů: d_c/l_1 , d_v/l_2 , l_1/l_2 [11]

průměr ----- délka	α	průměr ----- délka	α	průměr ----- délka	
0,00	1,0000	1,90	0,5379	6,20	0,2795
0,05	0,9791	1,95	0,5316	6,40	0,2739
0,10	0,9588	2,00	0,5255	6,60	0,2685
0,15	0,9391	2,10	0,5137	6,80	0,2633
0,20	0,9201	2,20	0,5025	7,00	0,2584
0,25	0,9016	2,30	0,4918	7,20	0,2537
0,30	0,8838	2,40	0,4816	7,40	0,2491
0,35	0,8665	2,50	0,4719	7,60	0,2448
0,40	0,8499	2,60	0,4626	7,80	0,2406
0,45	0,8337	2,70	0,4537	8,00	0,2366
0,50	0,8181	2,80	0,4452	8,50	0,2272
0,55	0,8031	2,90	0,4370	9,00	0,2185
0,60	0,7885	3,00	0,4292	9,50	0,2106
0,65	0,7745	3,10	0,4217	10,00	0,2033
0,70	0,7609	3,20	0,4145	11,00	0,1903
0,75	0,7478	3,30	0,4075	12,00	0,1790
0,80	0,7351	3,40	0,4008	13,00	0,1695
0,85	0,7228	3,50	0,3944	14,00	0,1605
0,90	0,7110	3,60	0,3882	15,00	0,1527
0,95	0,6995	3,70	0,3822	16,00	0,1457
1,00	0,6884	3,80	0,3764	17,00	0,1394
1,05	0,6777	3,90	0,3708	18,00	0,1336
1,10	0,6673	4,00	0,3654	19,00	0,1284
1,15	0,6573	4,10	0,3602	20,00	0,1236
1,20	0,6475	4,20	0,3551	22,00	0,1151
1,25	0,6381	4,30	0,3502	24,00	0,1079
1,30	0,6290	4,40	0,3455	26,00	0,1015
1,35	0,6201	4,50	0,3409	28,00	0,0959
1,40	0,6115	4,60	0,3364	30,00	0,0910
1,45	0,6031	4,70	0,3321	35,00	0,0808
1,50	0,5950	4,80	0,3279	40,00	0,0722
1,55	0,5871	4,90	0,3238	45,00	0,0664
1,60	0,5795	5,00	0,3198	50,00	0,0611
1,65	0,5721	5,20	0,3122	60,00	0,0528
1,70	0,5649	5,40	0,3050	70,00	0,0467
1,75	0,5579	5,60	0,2971	80,00	0,0419
1,80	0,5511	5,80	0,2916	90,00	0,0381
1,85	0,5444	6,00	0,2854	100,00	0,0350