

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

**Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Paralelní chod třífázových transformátorů**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta elektrotechnická  
Akademický rok: 2016/2017

**ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Lukáš SOBOTKA**  
Osobní číslo: **E13B0083P**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Elektrotechnika a energetika**  
Název tématu: **Paralelní chod třífázových transformátorů**  
Zadávací katedra: **Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Rozeberte podmínky pro paralelní chod třífázových transformátorů.
2. Popište náhradní schéma transformátoru a odvoďte z něho obvodové rovnice.
3. Určete na základě měření parametry náhradního schématu reálného třífázového transformátoru.
4. Vytvořte obvodový model paralelního spojení dvou stejných transformátorů. Při jeho tvorbě vycházejte z parametrů změřeného transformátoru.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího

Rozsah kvalifikační práce: 30 - 40 stran

Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

Student si vhodnou literaturu vyhledá v dostupných pramenech podle doporučení vedoucího práce.


Vedoucí bakalářské práce:

**Ing. Jan Šobra**

Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky

Datum zadání bakalářské práce: **14. října 2016**

Termín odevzdání bakalářské práce: **8. června 2017**

  
Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.  
děkan



  
Prof. Ing. Václav Kůs, CSc.  
vedoucí katedry

V Plzni dne 14. října 2016

## **Abstrakt**

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na problematiku paralelního chodu třífázových transformátorů. Práce obsahuje simulaci paralelního chodu dvou stejných transformátorů. Hodnoty náhradního schématu transformátoru vycházejí z měření reálného transformátoru.

## **Klíčová slova**

Paralelní chod transformátorů, transformátor, impedance nakrátko, měření náhradního schématu transformátoru.

**Abstract**

This bachelor thesis is focused on the issue of the parallel operation of three-phase transformers. The work includes a simulation of the parallel operation of two identical transformers. The values of the equivalent circuit of a transformer are based on measurements of a real transformer.

**Key words**

Parallel operation of transformer, transformer, short circuit impedance, Measurement of equivalent circuit of transformer.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

.....  
podpis

V Plzni dne 2.6.2017

Jméno příjmení

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Janu Šobrovi za cenné rady, připomínky a metodické vedení práce.

# Obsah

<b>OBSAH</b> .....	<b>8</b>
<b>ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK</b> .....	<b>10</b>
<b>1 TRANSFORMÁTOR</b> .....	<b>14</b>
1.1 ÚVOD .....	14
1.2 ROZDĚLENÍ TRANSFORMÁTORŮ .....	14
1.2.1 Třífázový transformátor.....	14
1.3 ZÁKLADNÍ ÚDAJE TRANSFORMÁTORU .....	15
<b>2 MĚŘENÍ NA TRANSFORMÁTORU A VÝPOČET PRVKŮ NÁHRADNÍHO SCHÉMATU</b> .....	<b>16</b>
2.1 NÁHRADNÍ SCHÉMA TRANSFORMÁTORU .....	16
2.2 VÝPOČET PRVKŮ NÁHRADNÍHO SCHÉMATU TRANSFORMÁTORU .....	18
2.2.1 Štítkové hodnoty měřeného transformátoru.....	18
2.2.2 Měření převodu transformátoru .....	18
2.2.3 Měření odporů vinutí.....	19
2.2.4 Měření naprázdno.....	20
2.2.5 Měření nakrátko .....	23
2.2.6 Ověření správnosti výpočtů .....	26
<b>3 PARALELNÍ CHOD TRANSFORMÁTORŮ</b> .....	<b>28</b>
3.1 PODMÍNKY PARALELNÍHO CHODU TRANSFORMÁTORŮ .....	29
3.2 HODINOVÉ ČÍSLO.....	30
3.2.1 Skupiny spojení vinutí.....	31
3.3 ZTRÁTY PŘI PARALELNÍM CHODU .....	31
3.4 VÝPOČET PARALELNÍHO CHODU TRANSFORMÁTORU .....	32
3.5 SIMULACE PARALELNÍHO CHODU TRANSFORMÁTORŮ .....	35
<b>4 ZÁVĚR</b> .....	<b>39</b>
<b>SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ</b> .....	<b>40</b>



## Úvod

Předkládaná práce je zaměřena na paralelní chod třífázových transformátorů.

Bakalářská práce je rozdělena do tří částí. První část je věnována teoretickému rozboru transformátoru. Druhá část se zabývá měřením na transformátoru a získáním parametrů náhradního schématu. Třetí část se zaměřuje na paralelní chod.

Cílem bakalářské práce je výpočet paralelního chodu, který bude následně ověřen simulací v programu LTspiceXVII. Náhradní schéma transformátoru, které bude použito pro výpočet paralelního chodu, je založeno na skutečném transformátoru, který je umístěn v laboratoři FEL ZČU.

Vzhledem k tomu, že pro výpočet náhradní impedance zátěže nebude uvažován úbytek napětí na transformátoru, budou výstupní proudy z transformátoru přepočítány na poměrné jednotky, které můžeme porovnat s poměrnými jednotkami vypočtenými v kapitole 3.4.

## Seznam symbolů a zkratek

$\cos\varphi$	Účinník
$i$	Poměrná jednotka proudu
$I_{\mu}$	Magnetizační proud
$I_0$	Proud naprázdno
$I_1$	Proud primárním vinutím
$I_{1d}$	Proud primárním vinutím v dílcích
$I_2$	Proud sekundárním vinutím
$I_{FE}$	Proud respektující Jouleovy ztráty
$I_k$	Aritmetický průměr proudů nakrátko jednotlivých fází
$I_n$	Jmenovitý proud transformátoru
$k_A$	Převod měřicího transformátoru proudu
$k_{iw}$	Převod měřicího transformátoru proudu u proudové cívky wattmetru
$k_{uw}$	Konstanta změny měřicího rozsahu napět'ové cívky wattmetru
$k_w$	Konstanta wattmetru
$L$	Indukčnost
$n$	Počet transformátorů
$N_1$	Počet závitů na primární straně
$N_2$	Počet závitů na sekundární straně
$p$	Převod transformátoru

---

$P_0$ .....	Celkové ztráty naprázdno
$P_1$ .....	Ztráty naměřené prvním wattmetrem v Aronovo zapojení
$P_{1d}$ .....	Ztráty naměřené prvním wattmetrem v Aronovo zapojení v dílcích
$P_2$ .....	Ztráty naměřené druhým wattmetrem v Aronovo zapojení
$P_d$ .....	Přídavné ztráty
$P_{FE}$ .....	Ztráty v železe
$P_j$ .....	Jouleovy ztráty
$P_{jk}$ .....	Jouleovy ztráty nakrátko
$P_k$ .....	Celkové ztráty nakrátko
$Q_\mu$ .....	Jalový výkon magnetizační reaktance
$Q_0$ .....	Jalový výkon naprázdno
$Q_\sigma$ .....	Jalový výkon rozptylových reaktancí
$R$ .....	Odpor dvou fází
$R'_2$ .....	Přepočítaný odpor sekundární strany na primární
$R_1$ .....	Odpor primární strany
$R_{1f}$ .....	Aritmetický průměr odporů fází primární strany
$R_2$ .....	Odpor sekundární strany
$R_{2f}$ .....	Aritmetický průměr odporů fází sekundární strany
$R_{FE}$ .....	Odpor představující ztráty v železe
$R_s$ .....	Odpor spotřebiče

$S_n$ .....	Jmenovitý zdánlivý výkon transformátoru
$U, V, W$ .....	Index 1. , 2. a 3. fáze primární strany
$u, v, w$ .....	Index 1. , 2. a 3. fáze sekundární strany
$U'_2$ .....	Přepočtené napětí sekundární strany na primární
$U_0$ .....	Napětí naprázdno
$U_1$ .....	Napětí primární strany
$U_2$ .....	Napětí sekundární strany
$U_i$ .....	Indukované napětí
$U_K$ .....	Aritmetický průměr napětí nakrátko
$u_k$ .....	Napětí nakrátko v procentech
$U_{max}$ .....	Maximální napětí
$U_n$ .....	Jmenovité napětí transformátoru
$X'_{2\sigma}$ .....	Přepočtená rozptylová reaktance sekundární strany
$X_\mu$ .....	Magnetizační reaktance
$X_{1\sigma}$ .....	Rozptylová reaktance primární strany
$X_{Ls}$ .....	Indukční reaktance spotřebiče
$X_\sigma$ .....	Rozptylová reaktance
$Y$ .....	Modul celkové vodivosti paralelně spojených transformátorů
$Z_1$ .....	Impedance měřená na primární straně
$Z_{1k}$ .....	Impedance nakrátko prvního transformátoru

$Z_2$  ..... Impedance měřená na sekundární straně

$Z_{2k}$  ..... Impedance nakrátko druhého transformátoru

$Z_k$  ..... Impedance nakrátko

$z_k$  ..... Impedance nakrátko v procentech

$Z_s$  ..... Impedance spotřebiče

$\beta$  ..... Zatížení transformátoru

$\Delta P$  ..... Celkové ztráty na transformátoru

# 1 Transformátor

## 1.1 Úvod

Transformátory se používají pro přenos a rozvod elektrické energie[3]. Transformátor je elektrický netočivý stroj, který pracuje na principu elektromagnetické indukce. Základní elektrické parametry, které transformátor mění, jsou napětí, proud a impedance. Změna jednotlivých elektrických veličin probíhá v poměru, který se označuje jako převod, označovaný písmenem  $p$ . Pro převod platí následující rovnice:

$$p = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \quad (1.1)$$

Princip transformátorů je vždy stejný. Mají uzavřené feromagnetické jádro, které vede magnetický tok a zajišťuje magnetickou vazbu mezi primárním a sekundárním vinutím. Primární vinutí je napájeno ze střídavého zdroje a na sekundární straně je připojena zátěž.[3]

## 1.2 Rozdělení transformátorů

Základní rozdělení transformátorů je podle počtu fází na jednofázové a třífázové. Dále se dělí dle konstrukce magnetického obvodu na plášťové a jádrové, případně na prostorové a rovinné. Dle počtu vinutí dvouvinutíové nebo vícevinutíové.

### 1.2.1 Třífázový transformátor

Transformace třífázové soustavy napětí je možná třemi jednofázovými transformátory nebo jedním transformátorem třífázovým. Použití tří jednofázových transformátorů vede k větší spotřebě materiálu pro určitý výkon, ale výhodou je menší potřebná záloha instalovaného výkonu pro případ poruchy nebo pravidelné revize. [3]

Primární a sekundární vinutí transformátoru lze zapojit do hvězdy, trojúhelníku a případně pro sekundární vinutí lze použít zapojení do lomené hvězdy.

Lomené hvězdy jsou vinutí jedné fáze rozdělena a navinuta vždy na dvou sousedních jádrech[3]. Značení zapojení je udáváno písmeny Y, D a Z. Velká písmena znamenají primární stranu a malá sekundární stranu. Písmenem Y je značeno vinutí zapojené do hvězdy, D je pro trojúhelník a Z pro lomenou hvězdu. Spojení vinutí na štítku transformátoru se zapisuje například Yy2. Číslo za spojením vinutí je hodinové číslo. Kapitola hodinového čísla bude popsána následně u paralelního chodu.

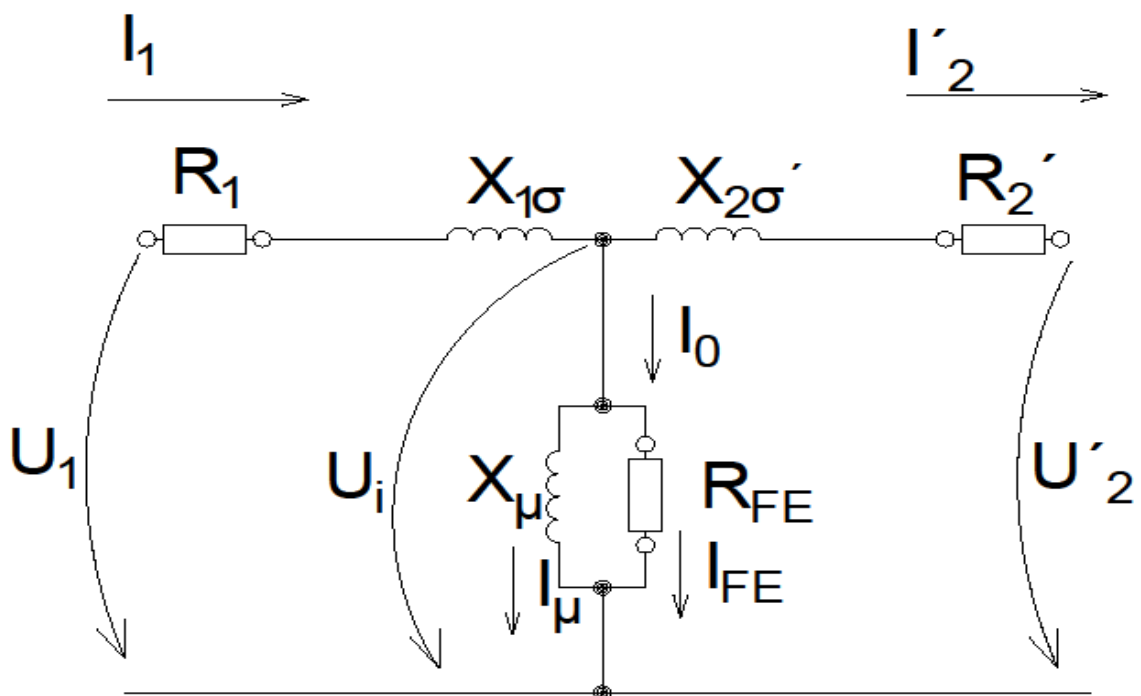
### 1.3 Základní údaje transformátoru

Základní udávané hodnoty na štítku výkonového transformátoru jsou jmenovitý zdánlivý výkon, jmenovité napětí, jmenovitý proud, kmitočet, na který byl transformátor navržen, počet fází, napětí nakrátko udávané v procentech, druh zatížení, typ chlazení, prostředí, ve kterém transformátor může pracovat. Dále na štítku udává výrobce název a sídlo, rok výroby, typ a výrobní číslo transformátoru a údaje nutné pro montáž a provoz[3].

## 2 Měření na transformátoru a výpočet prvků náhradního schématu

### 2.1 Náhradní schéma transformátoru

Náhradní schéma představuje elektrický obvod, kterým lze nahradit jednu fázi transformátoru při ustáleném chodu. V náhradním obvodu představuje odpor  $R_1$  odpor vinutí a  $R_2'$  přepočtený odpor sekundárního vinutí na primární stranu.  $X_{\sigma 1}$   $X_{\sigma 2}'$  nahrazují rozptylové reaktance transformátoru, kde  $X_{\sigma 2}'$  je taktéž přepočtený reaktance,  $R_{FE}$  je odpor, který respektuje činné ztráty v magnetickém obvodu transformátoru, a  $X_{\mu}$  je magnetizační reaktance.



Obr. 1. Náhradní schéma transformátoru

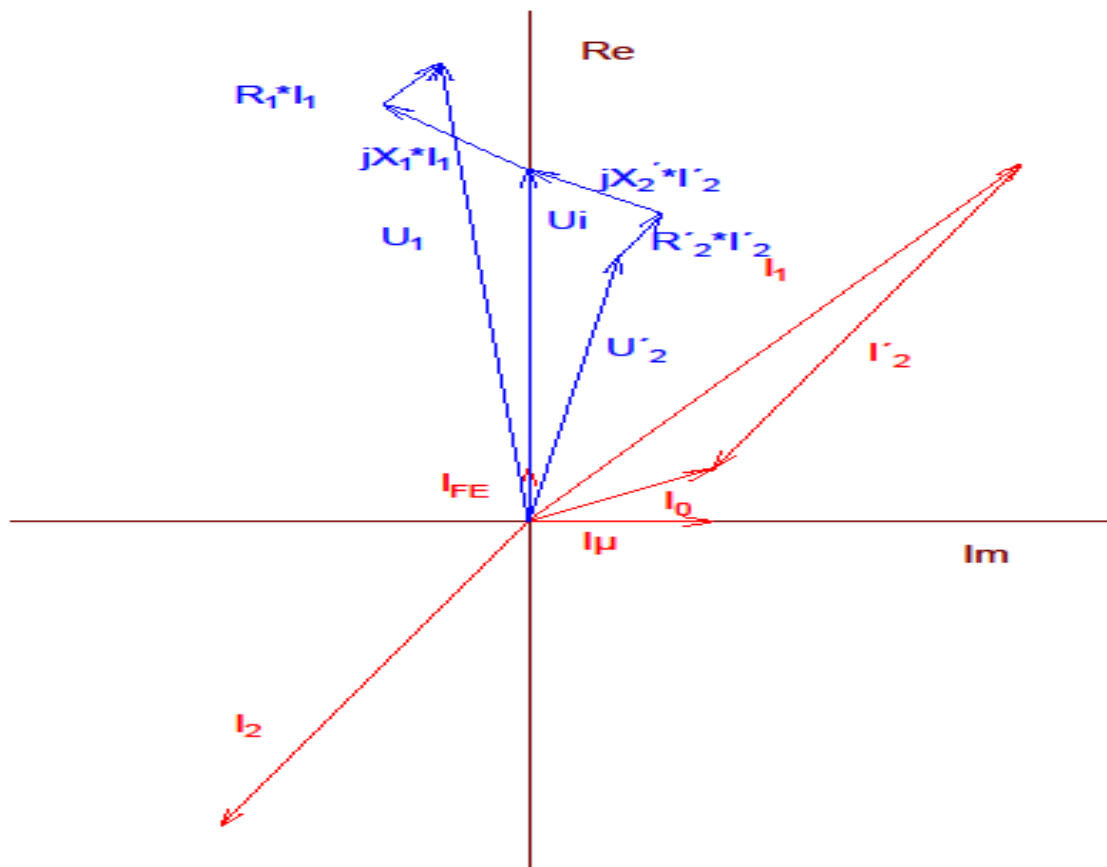


Náhradní schéma popíšeme následujícími rovnicemi, ze kterých lze sestavit fázorový diagram transformátoru.

$$I_0 = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) = (\bar{I}_\mu + \bar{I}_{FE}) \quad (2.1)$$

$$\bar{U}_1 = R_1 * \bar{I}_1 + jX_{1\sigma} * \bar{I}_1 + \bar{U}_i = R_1 * \bar{I}_1 + jX_{1\sigma} * \bar{I}_1 + jX_\mu * (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \quad (2.2)$$

$$\bar{U}_2 = R_2 * \bar{I}_2 + jX_{2\sigma} * \bar{I}_2 + \bar{U}_i = R_2 * \bar{I}_2 + jX_{2\sigma} * \bar{I}_2 + jX_\mu * (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \quad (2.3)$$



Obr. 2. Fázorový diagram transformátoru

## 2.2 Výpočet prvků náhradního schématu transformátoru

### 2.2.1 Štítkové hodnoty měřeného transformátoru

Rozdíl mezi štítkem uvedeným v příloze 3, konkrétně ve jmenovité hodnotě zdánlivého výkonu a napětí, je způsoben změnou zapojení vinutí. Na štítku je uvažováno jmenovité napětí pro zapojení do lomené hvězdy a trojúhelníku, zatímco reálné měření bylo zapojeno do hvězdy.

Tab. 1 Štítkové hodnoty

Počet fází	3	
$S_n(kVA)$	8,66	
$U_n(V)$	289	658
Zapojení vinutí	Y	y
$I_n(A)$	17,3A	13,16

### 2.2.2 Měření převodu transformátoru

Převod transformátoru se měří při sníženém napětí. K zjištění převodu transformátoru je třeba změřit všechna sdružená napětí primární a sekundární strany. Převod je následně dopočten ze vztahu (1.1). Zjištění převodu je důležité pro výpočet náhradních prvků sekundární strany transformátoru. Veškeré změřené prvky sekundární strany je třeba do náhradního schématu přepočíst na primární stranu, případně je možné přepočíst primární stranu na sekundární.

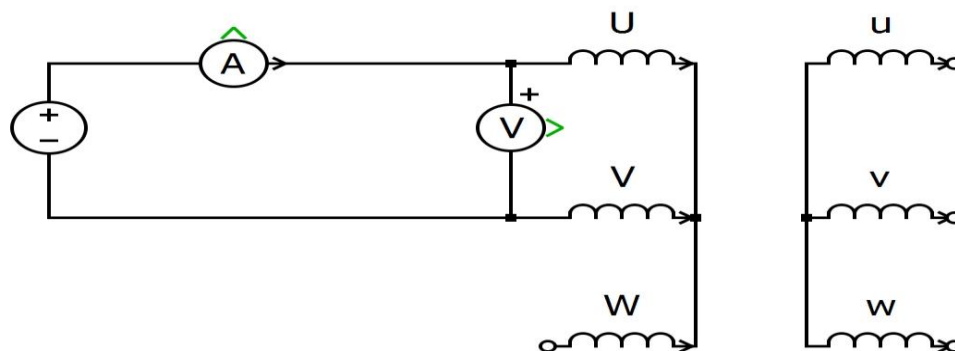
Tab. 2. Naměřené hodnoty napětí primární a sekundární strany z přílohy 2

$U_{UV}(V)$	34,47	$U_{1STŘ}(V)$	34,33	$U_{uv}(V)$	79,2	$U_{2STŘ}(V)$	78,77
$U_{VW}(V)$	34,37			$U_{vw}(V)$	78,8		
$U_{WU}(V)$	34,14			$U_{wu}(V)$	78,3		
$p$				0,4358			

$$U_{1stř} = \frac{U_{UV} + U_{VW} + U_{WU}}{3} = \frac{34,47 + 34,37 + 34,14}{3} = 34,33V \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Měření odporů vinutí

Odpory vinutí se měří pomocí Ohmovy metody pro měření malých odporů. Pro zjištění jednotlivých odporů musí být změřené veškeré kombinace vinutí. Jak je patrné z Obr. 3, při měření transformátoru do hvězdy vždy měříme sériovou kombinaci dvou vinutí, a pokud můžeme předpokládat shodné odpory ve všech fázích, pak odpor jedné fáze můžeme vypočítat jako polovinu z naměřeného odporu.



Obr. 3. Měření odporů vinutí

Tab. 3 Naměřené a dopočítané hodnoty napětí, proudů a odporů vinutí primární strany z přílohy 2

$U_{UV}(V)$	0,17	$R_{UV}(\Omega)$	0,17	$R_U(\Omega)$	0,0850	$R_1(\Omega)$	0,0842
$I_{UV}(A)$	1						
$U_{VW}(V)$	0,18	$R_{VW}(\Omega)$	0,1682	$R_V(\Omega)$	0,0841		
$I_{VW}(A)$	1,07						
$U_{WU}(V)$	0,17	$R_{WU}(\Omega)$	0,1667	$R_W(\Omega)$	0,0834		
$I_{WU}(A)$	1,02						

Tab. 4. Naměřené a dopočítané hodnoty napětí, proudů a odporů vinutí sekundární strany z přílohy 2

$U_{uv}(V)$	0,315	$R_{uv}(\Omega)$	0,29167	$R_u(\Omega)$	0,14584	$R_2(\Omega)$	0,15412
$I_{uv}(A)$	1,08						
$U_{vw}(V)$	0,345	$R_{vw}(\Omega)$	0,31944	$R_v(\Omega)$	0,15972		
$I_{vw}(A)$	1,08						
$U_{wu}(V)$	0,345	$R_{wu}(\Omega)$	0,3136	$R_w(\Omega)$	0,1568		
$I_{wu}(A)$	1,1						

Odpor dvou fází

$$R_{UV} = \frac{U_{UV}}{I_{UV}} = \frac{0,17}{1} = 0,17\Omega \quad (2.5)$$

Odpor jedné fáze

$$R_U = \frac{R_{UV}}{2} = \frac{0,17}{2} = 0,085\Omega \quad (2.6)$$

Průměr odporů fází primární strany

$$R_f = \frac{(R_U + R_V + R_W)}{3} = \frac{(0,085 + 0,0841 + 0,0834)}{3} = 0,0842\Omega \quad (2.7)$$

Odpor sekundární strany

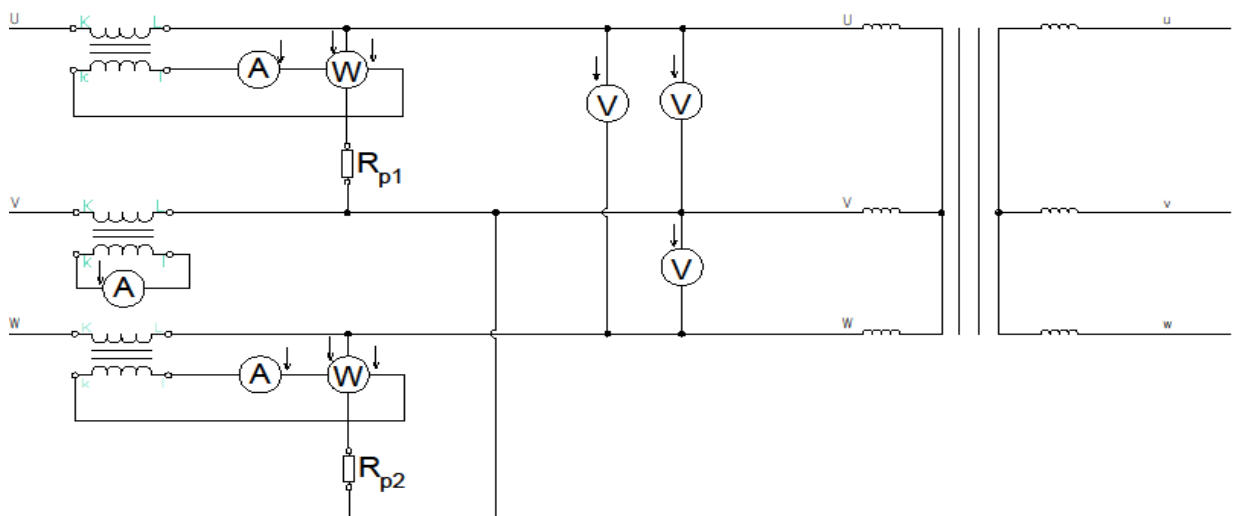
$$R_2 = 0,15412\Omega$$

Přepočtený odpor sekundární strany na primární

$$R'_{2f} = p^2 * R_{2f} = 0,15412 * 0,4358^2 = 0,0293\Omega \quad (2.8)$$

### 2.2.4 Měření naprázdno

Při měření naprázdno je sekundární vinutí transformátoru rozpojeno. Úkolem měření transformátoru naprázdno je stanovit jeho ztráty v magnetickém obvodu a ve vinutí. [2] Transformátor v našem případě byl napájen do hodnoty napětí  $1,1U_n$ .



Obr. 4. Měření naprázdno pomocí Aronova zapojení

Tab. 5. Naměřené hodnoty napětí a proudů při měření naprázdno přílohy 1

$U_{UV}(V)$	$U_{VW}(V)$	$U_{WU}(V)$	$U_0(V)$	$I_1(A)$	$I_2(A)$	$I_3(A)$	$I_0(A)$
28	32,5	27,86	29,45	0,22	0,18	0,23	0,21
55	61	53,8	56,6	0,32	0,25	0,32	0,29
82,7	90,2	80,5	84,47	0,41	0,31	0,4	0,37
119,6	122,8	118,8	120,4	0,45	0,41	0,44	0,43
146,1	150,3	144,5	146,97	0,65	0,48	0,65	0,59
174,1	179,4	172	175,17	0,8	0,51	0,8	0,7
206,9	208,8	205,4	207,03	0,86	0,74	0,86	0,82
240	242	238	240	1,48	1,06	1,48	1,34
262	266	260	262,67	1,86	1,34	1,92	1,71
291	292	288	290,33	2,55	1,85	2,65	2,35
329	331	328	329,33	4,2	3,05	4,25	3,83

Tab. 6. Naměřené hodnoty výkonů a účinníků naprázdno z přílohy 1

$k_{iw}$	$k_{iw}$	$k_w$	$P_1(W)$	$P_2(W)$	$P_0(W)$	$P_j(W)$	$P_{FE}(W)$	$\cos\phi[-]$
2	0,1	0,2	2,5	-0,4	2,1	0,011	2,089	0,1960
2	0,1	0,2	6,8	-0,2	6,6	0,021	6,579	0,2322
2	0,1	0,2	13	0,6	13,6	0,035	13,565	0,2512
2	0,2	0,4	25,6	0	25,6	0,047	25,553	0,2855
4	0,2	0,8	36	-4	32	0,088	31,912	0,2131
4	0,2	0,8	52	-8	44	0,124	43,876	0,2072
4	0,4	1,6	80	-20,8	59,2	0,170	59,030	0,2013
4	0,4	1,6	121,6	-43,2	78,4	0,453	77,947	0,1407
6	0,4	2,4	165,6	-72	93,6	0,738	92,862	0,1203
6	1	6	240	-132	108	1,394	106,606	0,0914
6	1	6	414	-264	150	3,703	146,297	0,0687

Přepočet naměřených hodnot z dílků

$$I_1 = I_{1d} * k_i = 2,17 * 0,1 = 0,217A \quad (2.9)$$

$$P_1 = P_{1d} * k_w = 12,5 * 0,2 = 2,5W \quad (2.10)$$

Aritmetický průměr napětí a proudu

$$U_0 = \frac{U_{UV} + U_{VW} + U_{WU}}{3} = \frac{28 + 32,5 + 27,86}{3} = 29,45V \quad (2.11)$$

$$I_0 = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3} = \frac{0,22 + 0,18 + 0,23}{3} = 0,21A \quad (2.12)$$

Výpočet celkového výkonu

$$P_0 = P_1 + P_2 = 2,5 + (-0,4) = 2,1W \quad (2.13)$$

Výpočet Jouleových ztrát

$$P_j = (R_U + R_V + R_W) * I^2 = (0,0850 + 0,0841 + 0,0834) * 0,21^2 = 0,011W \quad (2.14)$$

Výpočet ztrát v železe:

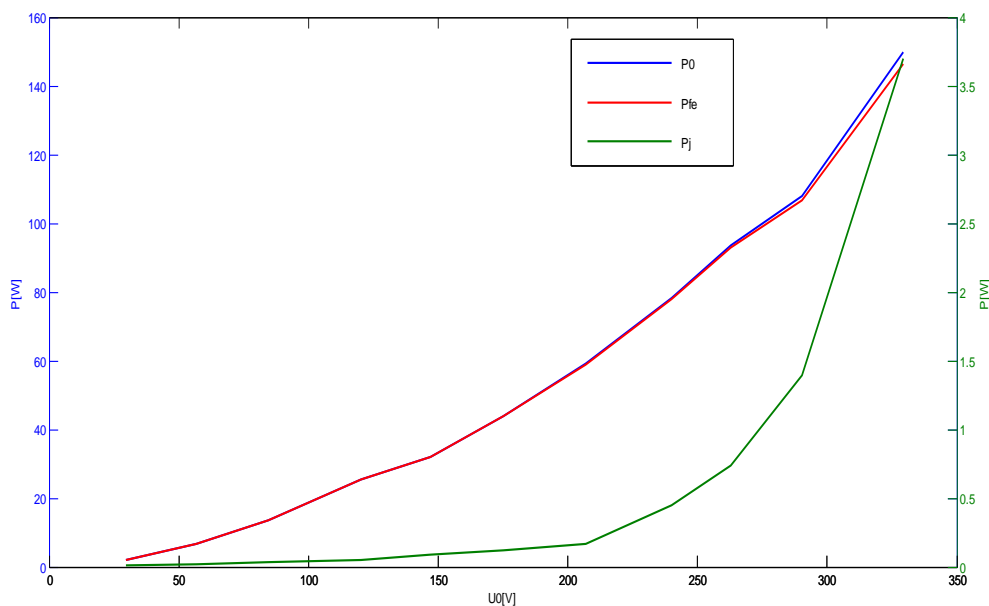
$$P_{FE} = P_0 - P_j = 2,1 - 0,011 = 2,089W \quad (2.15)$$

Výpočet odporu představujícího činné ztráty v magnetickém obvodu

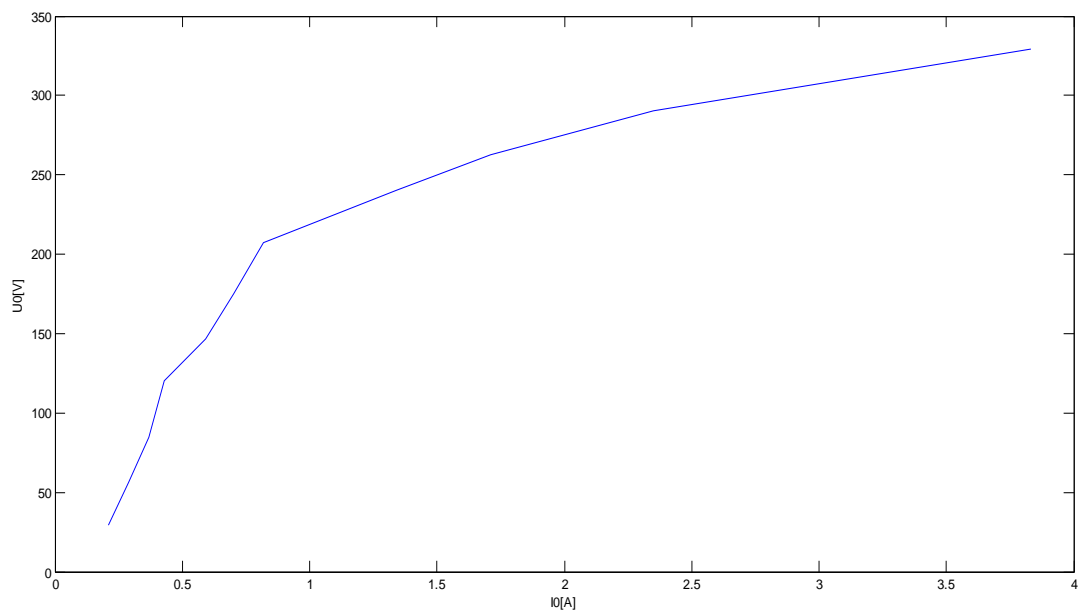
$$R_{FE} = \frac{U^2}{P_{FE}} = \frac{290.33^2}{106.606} = 790,68\Omega \quad (2.16)$$

Výpočet účinníku naprázdno

$$\cos\varphi = \frac{P_0}{\sqrt{3} * U_0 * I_0} = \frac{2,1}{29,45 * 0,21 * \sqrt{3}} = 0,196 \quad (2.17)$$



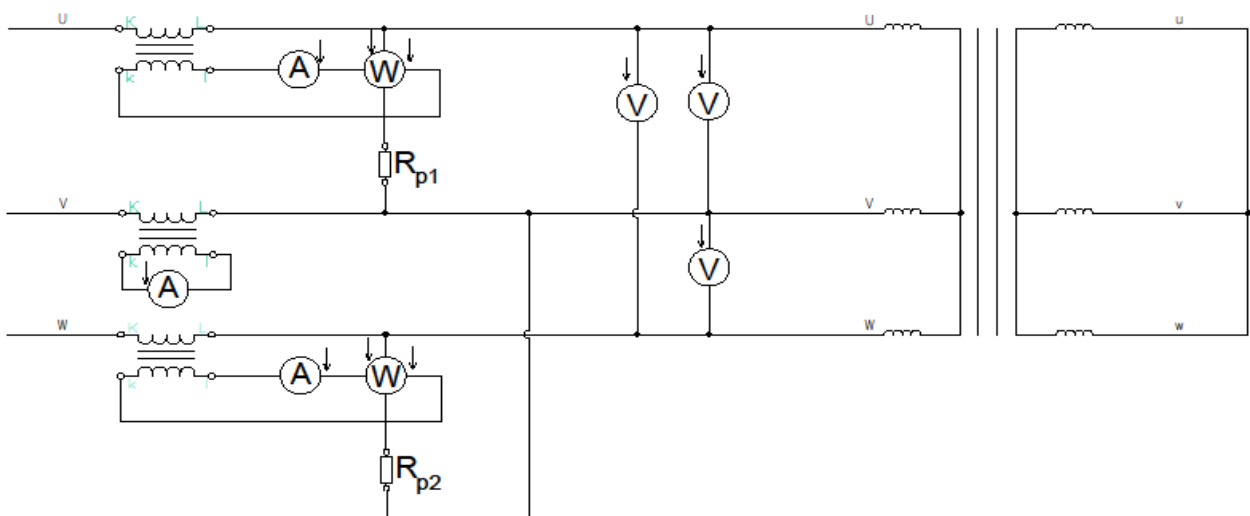
Obr. 5. Ztráty naprázdno



Obr. 6. Charakteristika naprázdno

### 2.2.5 Měření nakrátko

Měření nakrátko se provádí vyzkratováním sekundární strany vinutí a následným napájením primární strany. Hodnota napětí primární strany je omezena jmenovitým proudem transformátoru. Měření nakrátko zjišťujeme ztráty nakrátko, impedanci nakrátko a napětí nakrátko. Poměrné napětí nakrátko nám udává tvrdost transformátoru a impedanci nakrátko. Běžné hodnoty napětí nakrátko jsou 4-12%.



Obr. 7. Měření nakrátko pomocí Aronova zapojení

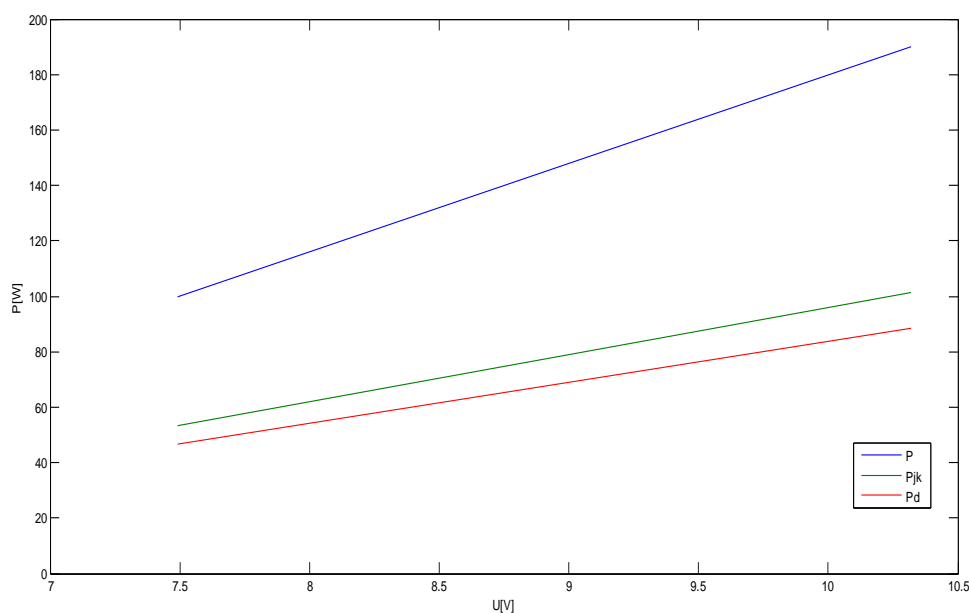
Tab. 7. Naměřené a dopočítané hodnoty z měření nakrátko z přílohy 1

$U_{UV}(V)$	$U_{VW}(V)$	$U_k(V)$	$I_1(A)$	$I_2(A)$	$I_3(A)$	$I_k(A)$	$P_1(W)$	$P_2(W)$	$P_k(W)$	$P_{jk}(W)$	$P_d(W)$	$\cos\phi_k$
7,66	7,32	7,49	12,6	12,2	12,8	12,53	90	10	100	53,45	46,55	0,615
10,54	10,1	10,32	17,4	16,8	17,6	17,27	170	20	190	101,45	88,55	0,616

Přepočítání naměřených hodnot z dílků na skutečnou velikost

$$I_1 = I_{1d} * k_i = 4,35 * 4 = 17,4A \quad (2.18)$$

$$P_1 = P_{1d} * k_W = 17 * 10 = 170W \quad (2.19)$$



Obr. 8. Ztráty nakrátko

Aritmetický průměr napětí nakrátko

$$U_k = \frac{U_{UV} + U_{VW}}{2} = \frac{10,54 + 10,1}{2} = 10,32V \quad (2.20)$$

Aritmetický průměr proudů nakrátko

$$I_k = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3} = \frac{17,4 + 17,6 + 16,8}{3} = 17,27A \quad (2.21)$$



Výpočet ztrát nakrátko

$$P_k = P_1 + P_2 = 20 + 170 = 190W \quad (2.22)$$

Joulový ztráty nakrátko

$$P_{jk} = 3 * (R_1 + R_2') * I^2 = 3 * (0,0842 + 0,0293) * 17,27^2 = 101,45W \quad (2.23)$$

Přídavné ztráty

$$P_d = P_k - P_{jk} = 190 - 101,45 = 88,55W \quad (2.24)$$

Účinnost nakrátko

$$\cos\varphi_k = \frac{P_k}{\sqrt{3} * I_k * U_k} = \frac{190}{10,54 * 17,27 * \sqrt{3}} = 0,616 \quad (2.25)$$

Výpočet jmenovitého proudu

$$I_n = \frac{S_n}{3 * U_n} = \frac{15 * 10^3}{3 * 289} = 17,3A \quad (2.26)$$

Výpočet napětí nakrátko při jmenovitém proudu

$$U_k = \frac{I_n}{I_k} * U_k' = \frac{17,3}{17,26} * 10,32 = 10,344V \quad (2.27)$$

Napětí nakrátko vyjádřené v procentech

$$z_k = uk = \frac{U_k}{U_n} * 100 = \frac{10,344}{289} * 100 = 3,58\% \quad (2.28)$$

Impedance nakrátko

$$Z_K = \frac{U_k}{I_k * \sqrt{3}} = \frac{10,32}{17,26 * \sqrt{3}} = 0,345\Omega \quad (2.29)$$

Výpočet rozptylových reaktancí

$$X_{\sigma} = Z_k * \sin\varphi_k = 0,345 * 0,788 = 0,272\Omega \quad (2.30)$$

$$X_{\sigma 1} = \frac{R_1}{R_1+R_2} * X_{\sigma} = \frac{0,08415}{0,08415+0,02927} * 0,272 = 0,2\Omega \quad (2.31)$$

$$X'_{\sigma 2} = \frac{R_2}{R_1+R_2} * X_{\sigma} = \frac{0,02927}{0,08415+0,02927} * 0,272 = 0,0702\Omega \quad (2.32)$$

Výpočet magnetizační reaktance

$$Q_{\sigma} = X_{\sigma 1} * I_0^2 = 0,2 * 2,35^2 = 1,1045VAr \quad (2.33)$$

$$Q_0 = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(\sqrt{3} * 290,33 * 2,35)^2 - (108)^2} = 1176,79VAr \quad (2.34)$$

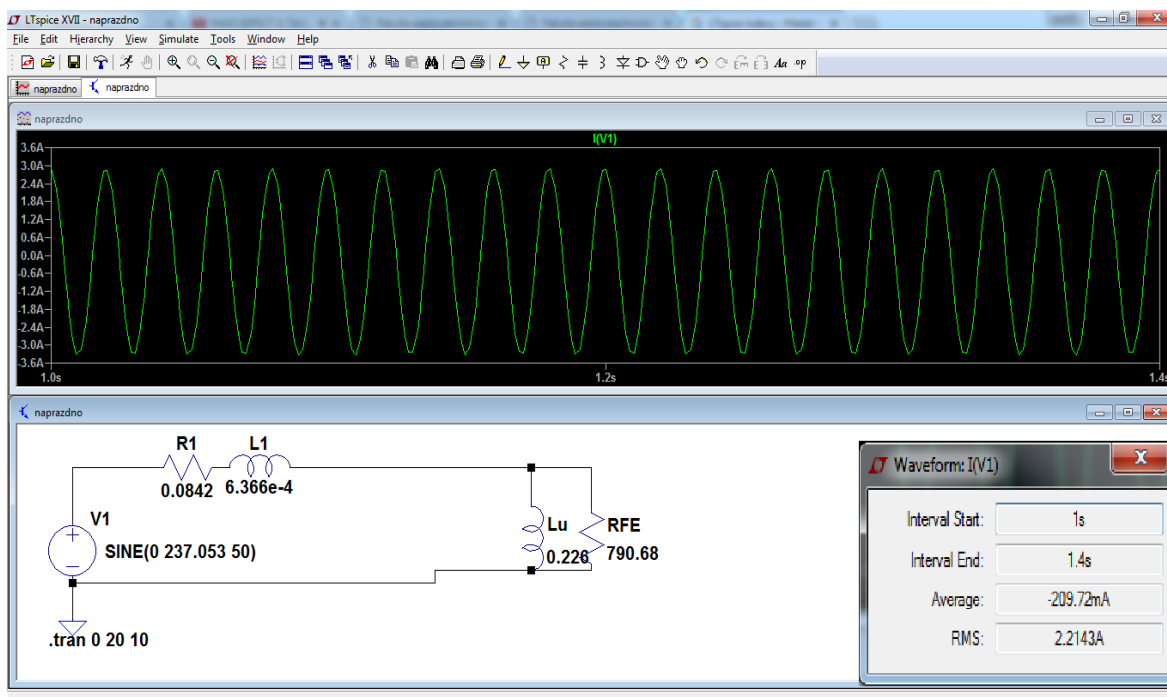
$$Q_{\mu} = Q_0 - 3 * Q_{\sigma} = 673,67 - 3 * 1,1045 = 1173,476VAr \quad (2.35)$$

$$X_{\mu} = \frac{U^2}{Q_{\mu}} = \frac{(290,33)^2}{1173,476} = 71,029\Omega \quad (2.36)$$

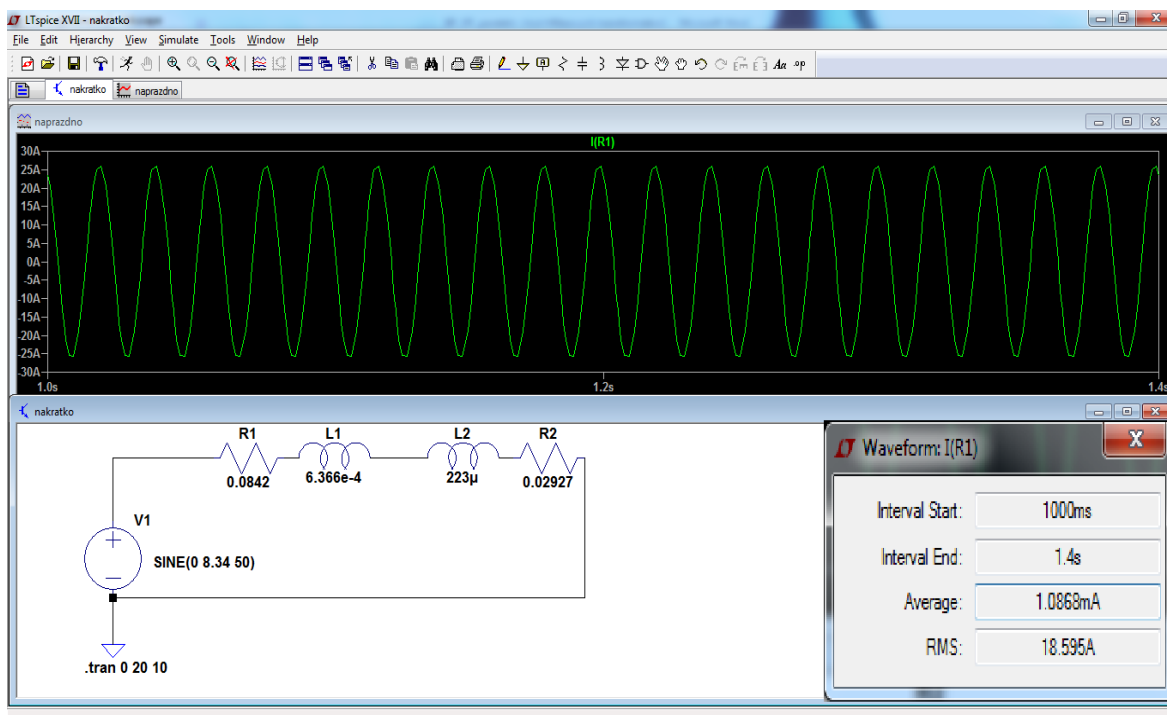
## 2.2.6 Ověření správnosti výpočtů

Správnost výpočtu náhradního schématu byla ověřena pomocí simulace v programu LTspiceXVII.

Ve stejném programu bude následně provedena simulace paralelního chodu třífázových transformátorů. Výsledky simulace nejsou zcela totožné s naměřenými hodnotami. Důvodem je zaokrouhlování během výpočtů náhradního schématu, nepřesnost měřících přístrojů a nepřesnosti, které mohly vzniknout při odečítání ze stupnice analogového měřicího přístroje. Správnost náhradního schématu byla ověřována pro napětí, které je nejbližší jmenovitému napětí, a zároveň pro něj byly změřeny hodnoty proudu.



Obr. 9. Měření naprázdno – simulace



Obr. 10. Měření nakrátko - simulace

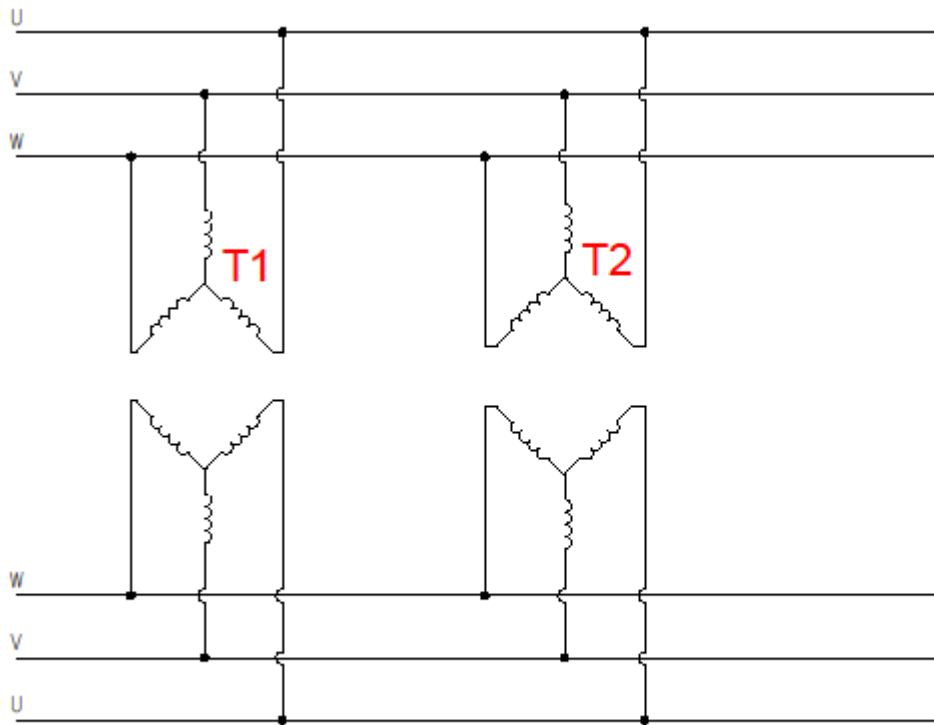
### 3 Paralelní chod transformátorů

Paralelním chodem transformátorů se rozumí paralelní zapojení dvou nebo více transformátorů. Tento chod se například používá v případě, že instalovaný výkon transformátoru přestává stačit k přenosu výkonu. Tato situace může nastávat v případě rozšiřování rozvoden.

Výhoda tohoto zapojení může být, pokud jsou oba transformátory zatěžovány na méně než 50%, nepřerušeni dodávky při revizi nebo poruše na jednom z transformátorů.

Paralelní chod s sebou nese celou řadu nevýhod. Zásadní nevýhodou z pohledu energetiky je snížení impedance nakrátko, která omezuje zkratové proudy. Vzhledem k tomu, že všechny transformátory z paralelní skupiny mají být shodné, pak výsledná impedance paralelního chodu dvou transformátorů je poloviční, než je tomu u jednoho transformátoru. Při spojení dvou a více paralelně pracujících transformátorů se také sčítají ztráty transformátorů.

Další nevýhodou spojení je zastavěná plocha, která je větší, než by tomu bylo u jednoho transformátoru.



Obr. 11. Paralelní spojení dvou třífázových transformátorů

### 3.1 Podmínky paralelního chodu transformátorů

Paralelní chod má celou řadu podmínek, které musí být dodrženy, aby nedocházelo k přetěžování některého z transformátorů, případně nevznikaly vyrovnávací proudy.

První podmínkou jsou stejná jmenovitá napětí na primární a sekundární straně, z čehož plyne i stejný převod.

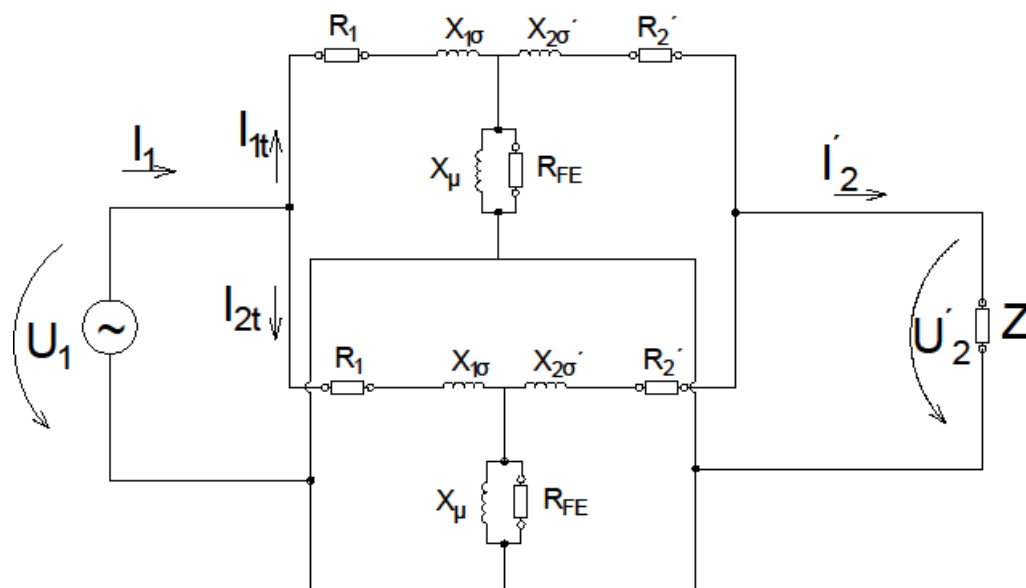
Druhou podmínkou je zachování sledu fází. Při nedodržení vzniknou vyrovnávací proudy. Příčinou vzniku proudů není absolutní velikost napětí, ale jeho fázový posuv, který se při nedodržení liší o  $120^\circ$ .

Třetí podmínkou paralelního chodu transformátoru je stejná hodnota hodinových čísel obou transformátorů, tato problematika bude blíže rozebrána v následující kapitole.

Čtvrtou podmínkou je přibližně stejné napětí nakrátko. Tato podmínka je důležitá s ohledem na zatěžování jednotlivých transformátorů v paralelní skupině.

Platí, že čím větší je rozdíl napětí nakrátko  $u_k$ , tím nižší výkon dokáže transformátor s vyšším  $u_k$  přenášet. Jak bude vidět ze schématu zapojení dvou paralelně spolupracujících transformátorů, proud tekoucí do zátěže je omezován především podélnou impedancí transformátoru, která se shoduje s impedancí nakrátko. Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole  $z_k = u_k$

Pátou a poslední podmínkou je přibližně stejně velký zdánlivý výkon transformátorů. Přípustný rozdíl je do poměru 1:2



Obr. 12. Náhradní schéma paralelního chodu jednofázového transformátoru

### 3.2 Hodinové číslo

Hodinový úhel, nebo také hodinové číslo, je fázový posuv mezi fázory vyššího napětí vůči napětí na nižší straně transformátoru. Elektrický úhel mezi dvěma sousedními hodinami je  $30^\circ$ . Celkem je 11 hodinových úhlů, tedy maximální elektrický úhel mezi stranou vyššího a nižšího napětí je  $330^\circ$ .

### 3.2.1 Skupiny spojení vinutí

Pro bezproblémový paralelní chod třífázového transformátoru je třeba dodržet skupiny spojení, ze kterých vycházejí hodinová čísla.

Základní rozdělení skupin je podle hodinového čísla na sudé a liché skupiny.

Hodinová čísla sudé skupiny nemohou být nikdy spojena s hodinovými čísly liché skupiny. V případě spojení transformátorů s různými hodinovými čísly bude vinutím protékat vyrovnávací proud. Hodinové číslo transformátoru lze změnit přepojením začátků a konců cívek, nově vzniklé číslo je vždy posunuto o 6 hodin. Sudé skupiny spojení vznikají při spojení  $Yy$ ,  $Dd$ ,  $Dz$ . Lichá skupina lze realizovat při zapojení  $Yd$ ,  $Dy$ ,  $Yz$ .

Tab. 8 Skupiny hodinových čísel

Sudé skupiny	0	4	8
	6	10	2
Liché skupiny	11	3	7
	5	9	1

### 3.3 Ztráty při paralelním chodu

Určením celkových ztrát paralelně spolupracujících transformátorů můžeme najít mez zatížení transformátorů, při které je účelné přejít od práce jednoho transformátoru k paralelnímu chodu[3]. Ztráty jednoho transformátoru závislé na zatížení se vypočtou pomocí následujícího vzorce

$$\Delta P = P_0 + \beta^2 * P_k \quad (3.1)$$

Při spojení více transformátorů paralelně můžeme psát obecný vztah pro ztráty

$$\Delta P = n * P_0 + n \left(\frac{\beta}{n}\right)^2 * P_k \quad (3.2)$$

Kde  $n$  je počet paralelně spolupracujících transformátorů. V našem případě  $n=2$ . Aby spolupráce byla efektivní, pak ztráty jednoho transformátoru musejí být větší než ztráty dvou paralelně pracujících transformátorů. Při této úvaze můžeme předchozí rovnice porovnat a dostaneme tak kvadratickou rovnici.

$$\Delta P = P_0 + \beta^2 * P_k = 2 * P_0 + 2 \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 * P_k \quad (3.3)$$

Řešením této rovnice se dostaneme k minimálnímu zatížení, při kterém je hospodárnější, s ohledem na ztráty, provozovat paralelně dva transformátory.

$$\beta^2 = \sqrt{\frac{2 * \Delta P_0}{\Delta P_k}} \quad (3.4)$$

Podobně může být řešen příklad, kdy paralelně spolupracující transformátory mají různé ztráty.[1]

### 3.4 Výpočet paralelního chodu transformátoru

V této kapitole se budu věnovat numerickému výpočtu paralelního chodu třífázových transformátorů. Transformátory budou mít stejné parametry jako změřený transformátor. V paralelním provozu budou spolupracovat dva transformátory do zátěže, která bude odebírat 12kVA a účinník  $\cos\varphi=0,9$ . Tento výpočet je platný pouze pro transformátory se stejným převodem. Při různých převodech je třeba respektovat vznik vyrovnávacích proudů.

$$S_n = \sqrt{3} * U_s * I_f = \sqrt{3} * 289 * 17,3 \cong 8660VA \quad (3.5)$$

$$S_n=8660VA ; u_k=3,58\%$$

Pro náhradní schéma, při zanedbání proudu naprázdno, můžeme napsat rovnice:

$$U_1 = I_1 * Z_{1k} = I_2 * Z_{2k} \quad (3.6)$$

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.7)$$



Z těchto rovnic lze pomocí úprav odvodit následující rovnici :

$$I_1 = \frac{I}{Z_{1k} * Y}; I_2 = \frac{I}{Z_{2k} * Y} \quad (3.8)$$

Kde

$$Y = \frac{1}{Z_{1k}} + \frac{1}{Z_{2k}} \quad (3.9)$$

Z následujícího vyjádření plyne, že proudy se dělí nepřímo úměrně s impedancí nakrátko.

$$I_1 : I_2 = \frac{1}{Z_{1k}} : \frac{1}{Z_{2k}} \quad (3.10)$$

Při zanedbání fázových posunů proudů lze zjednodušit výpočet zatížení jednotlivých transformátorů pomocí impedance nakrátko.

Ze vztahu

$$u_k = \frac{I_n * Z_k * 100}{U_n} \quad (3.11)$$

Vyjádříme

$$Z_k = \frac{u_k * U_n}{100 I_n} \quad (3.12)$$

Modul celkové vodivosti paralelně spojených impedancí nakrátko můžeme pokládat za rovný součtu modulů složek:

$$|Y| \approx \frac{100}{U_n} * \left( \frac{I_1}{u_{1k}} + \frac{I_2}{u_{2k}} \right) = \frac{100}{U_n} * \sum \frac{I_n}{u_k} \quad (3.13)$$

Dosadíme-li odvozený výraz pro modul celkové vodivosti do rovnice a nahradíme-li poměr proudů poměrem výkonů, dostaneme zatížení transformátoru v poměrných jednotkách.

$$\beta_1 = \frac{S}{u_{1k} * \sum \frac{S_n}{u_k}} = \frac{12000}{3,58 * 2 * \frac{8650}{3,58}} \cong 0,69; \beta_2 = \frac{S}{u_{2k} * \sum \frac{S_n}{u_k}} = \frac{12000}{3,58 * \frac{2 * 8650}{3,58}} \cong 0,69 \quad (3.14)$$

Z těchto rovnic vyplývá, že pro poměr zatížení transformátorů platí vztah

$$\beta_1 : \beta_2 = \frac{1}{u_{1k}} : \frac{1}{u_{2k}} \quad (3.15)$$

Skutečné zatížení transformátoru zjistíme pak vynásobením jmenovitého výkonu a zatížení

$$S = S_n * \beta \quad (3.16)$$

$$S_1 = S_{n1} * \beta_1 = 8650 * 0,69 = 6kVA$$

$$S_2 = S_{n2} * \beta_2 = 8650 * 0,69 = 6kVA$$

Výpočet celkového odebíraného proudu

$$I_{nz} = \frac{S}{\sqrt{3} * U_s} = \frac{12000}{289 * \sqrt{3}} = 23,97 \quad (3.17)$$

Pro porovnání se simulací je třeba ještě dopočítat proud v jedné fázi transformátoru a tento proud přepočítat na poměrnou jednotku

$$I_f = \frac{S_1}{\sqrt{3} * U_s} = \frac{6000}{\sqrt{3} * 289} = 11,98A \quad (3.18)$$

$$i = \frac{I_f}{I_n} = \frac{11,986}{23,97} = 0,5 \quad (3.19)$$

### 3.5 Simulace paralelního chodu transformátorů

Pro simulaci bude použita zátěž z předchozího příkladu. Náhradní prvky zátěže budou dopočteny v této kapitole. Pro výpočet náhradní impedance zátěže nebude uvažován úbytek napětí na transformátoru.

Odebíraný celkový výkon je 12kVA s účinníkem  $\cos\varphi=0,9$ .

Z proudu lze dopočítat odpovídající impedanci zátěže.

$$Z_s = \frac{U_f}{I_{nz}} = \frac{\frac{289}{\sqrt{3}}}{23,97} = 6,96\Omega \quad (3.20)$$

Při účinníku  $\cos\varphi=0,9$  a induktivním charakteru zátěže lze pak psát.

$$R_s = Z * \cos\varphi = 6,96 * 0,9 = 6,264\Omega \quad (3.21)$$

Pomocí Pythagorovy věty pak dopočítáme indukční reaktanci.

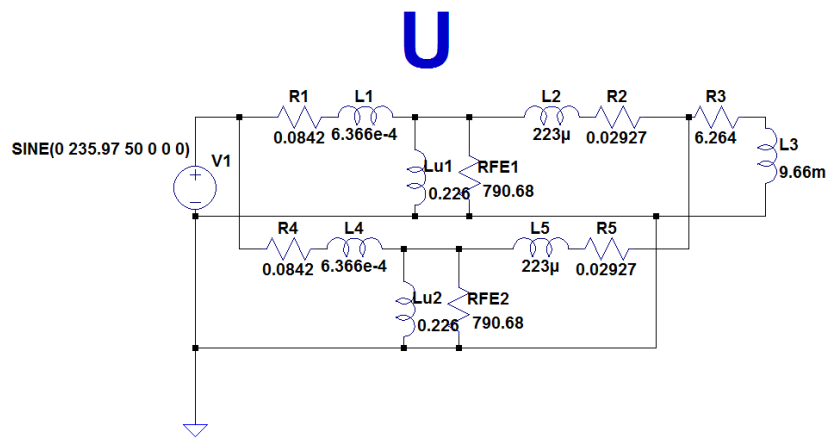
$$X_{Ls} = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{6,96^2 - 6,264^2} = 3,034\Omega \quad (3.22)$$

Vzhledem k tomu, že program LTspice pracuje pouze s hodnotou indukčnosti, je třeba přepočítat reaktanci na indukčnost.

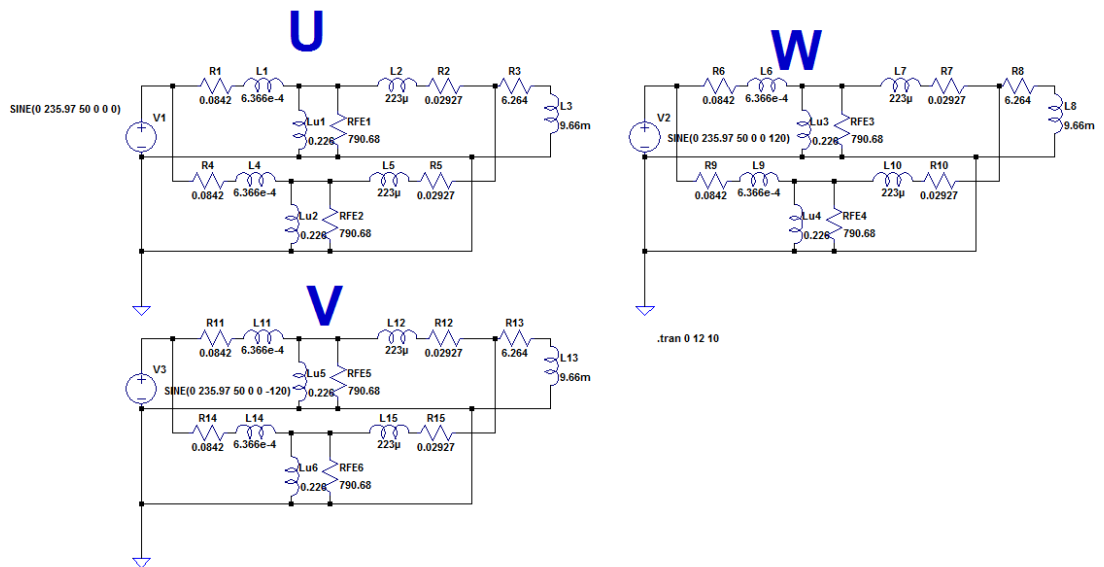
$$L = \frac{X_L}{2 * f * \pi} = \frac{2,741}{2 * 50 * \pi} = 9,66mH \quad (3.23)$$

Program dále nepracuje s efektivní hodnotou napětí, ale s maximální hodnotou napětí. Proto je třeba pro náš případ přepočítat efektivní hodnotu sdruženého napětí na maximální hodnotu fázového napětí.

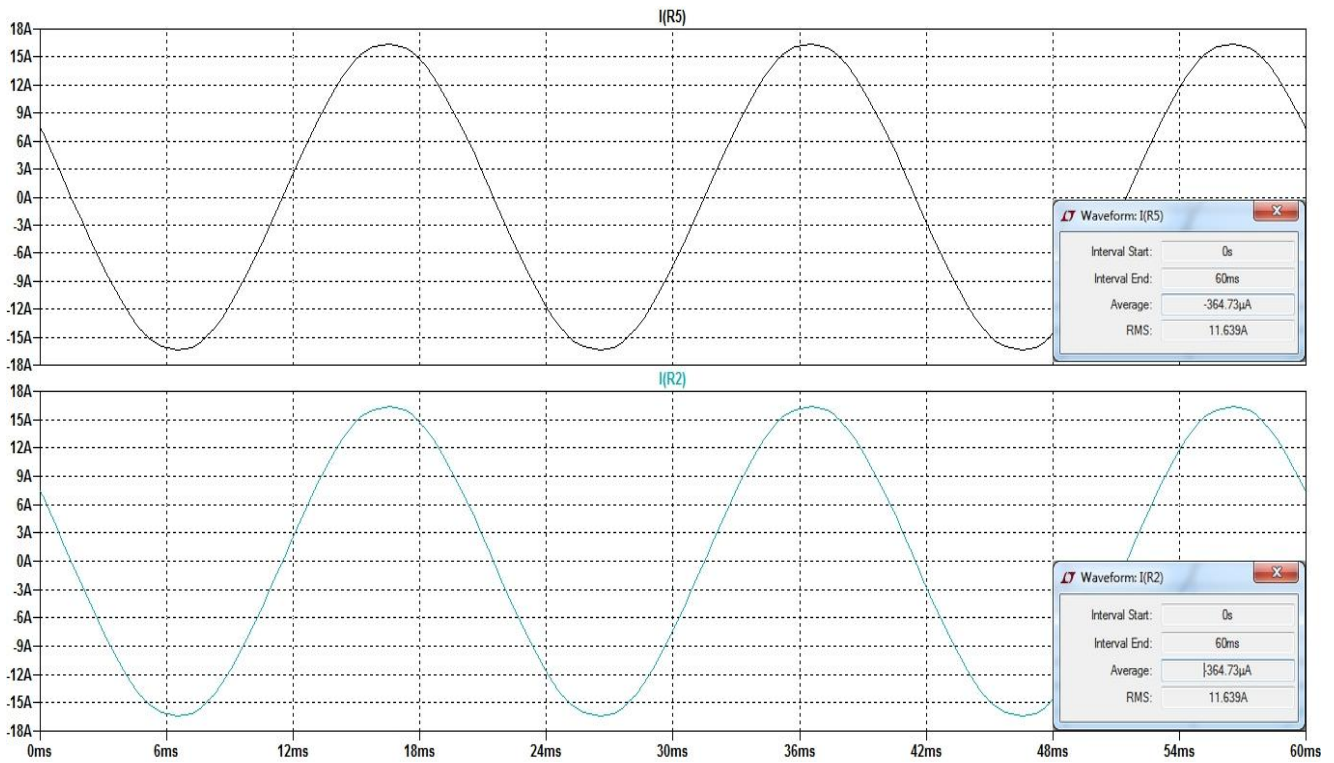
$$U_{max} = \frac{\sqrt{2} * U_{UV}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} * 289}{\sqrt{3}} = 235,97V \quad (3.24)$$



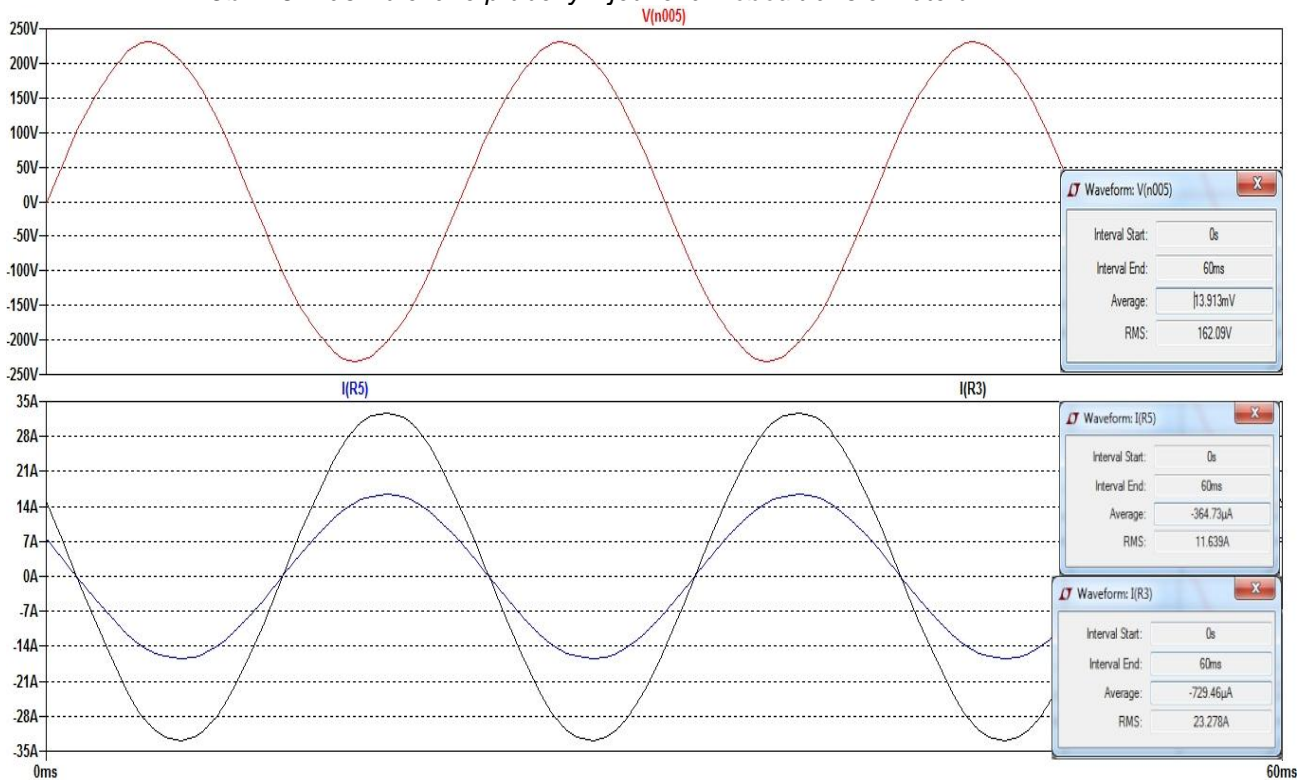
Obr. 13. Schéma simulace paralelního chodu - 1/3 transformátoru



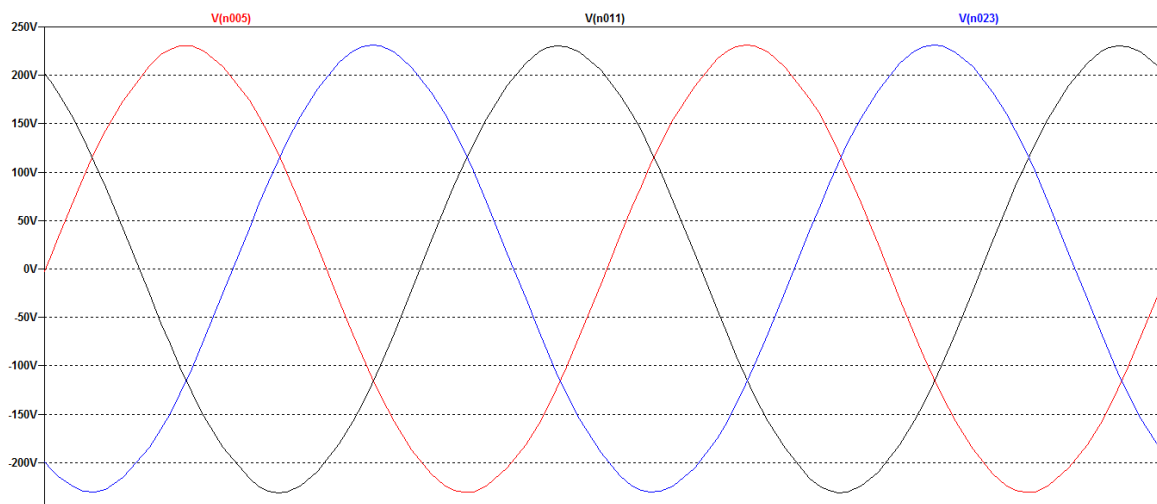
Obr. 14. Simulace - náhradní schéma celé



Obr. 15. Nasimulované průběhy v jedné fázi obou transformátorů



Obr. 16. Nasimulovaný průběh napětí a porovnání proudu v jedné fázi transformátoru s celkovým odebíraným proudem v jedné fázi spotřebiče



Obr. 17. Napětí na zátěži

Poměrná hodnota proudu z nasimulovaných hodnot.

$$i = \frac{11,639}{23,278} = 0,5$$

## 4 Závěr

Jak bylo diskutováno v kapitole 2.2.6, naměřené hodnoty náhradního schématu se nepatrně liší od skutečných hodnot transformátoru. Výsledné hodnoty náhradního schématu jsou  $R_1=0,0842\Omega$ ,  $R_2=0,02927\Omega$ ,  $R_{FE}=790,68\Omega$ ,  $X_{\sigma 1}=0,2\Omega$ ,  $X_{\sigma 2}=0,0702\Omega$  a  $X_{\mu}=71,029\Omega$ . S těmito nahradními prvky schématu vyšla simulace nakrátko při změřeném napětí nakrátko 18,595A oproti změřenému proudu 17,27A. Proud při simulaci naprázdno při jmenovitém napětí byl 2,2143A, naměřený proud byl 2,35A.

Při porovnání hodnot poměrných proudů z výpočtu a ze simulace paralelního chodu nám vychází, že teoretické předpoklady byly splněny a při spojení dvou identických transformátorů se výkon, potažmo proud, dělí v poměru 1:1. V případě různých transformátorů s různým napětí nakrátko se pak zatížení jednotlivých transformátorů dělí v poměru, který je dán vztahem 3.15. Tento vztah je však platný pouze pro transformátory se stejným převodem.

## Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] PETROV, Georgij N. *Elektrické stroje 1: úvod-transformátory*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1980. 388 s.
- [2] BARTOŠ, Václav a SKALA, Bohumil. *Měření na elektrických strojích*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. 110 s. ISBN 80-7043-447-3.
- [3] BARTOŠ, Václav. *Elektrické stroje*. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2006. 140 s. ISBN 80-7043-444-9.
- [4] LTspice. Pánek David, Kotlan Václav a Karban Pavel [online]. Poslední změna 20.10.2011. [Cit. 19.5.2017]. Dostupné z: [http://home.zcu.cz/~lsroubov/TE1/LTspice\\_navod.pdf](http://home.zcu.cz/~lsroubov/TE1/LTspice_navod.pdf)
- [5] LTSpice Guide. [online].[Cit. 19.5.2017]. Dostupné z: <http://eecs.oregonstate.edu/education/docs/tutorials/LTSpiceIntro.pdf>



Příloha 1. Naměřené hodnoty nakrátko a naprázdno

Měření naprázdno (30 - 330)  $U_n = 289$

$U_s$

$U_1$ (V)	$U_2$ (V)	$U_0$ (V)	$I_1$ (A)	$I_2$ (A)	$I_3$ (A)	kA	$I_0$ (A)	kuw	kiw	kw	$P_1$ (d)	$P_2$ (d)
2786	325		2,17	1,75	2,25			2	0,1	0,2	1,15	-2
538	6,1		3,15	3,15	3,15			2	0,1	0,2	3,4	-1
805	9,08		4,05	3,1	4			2	0,1	0,2	6,5	3
1121	12,8		2,25	2,05	2,2			4,2	0,2	0,4	6,4	0
1445	15,3		3,25	2,4	3,25			4	0,2	0,8	4,5	-5
177	17,94		4	2,38	4			4	0,2	0,8	6,5	-10
206,4	20,81		2,05	1,85	2,05			4	0,4	1,6	5,0	-23
238	24,7		3,7	2,65	3,7			4	0,4	1,6	7,6	-27
260	26,6		4,15	3,25	4,15			6	0,4	1,4	6,9	-30
289	29,2		2,15	1,85	2,15			6	1	0	4,0	-32
318	33,1		4,12	3,05	4,25			6	1	6	6,9	-44

Měření nakrátko

$U_1$ (V)	$U_2$ (V)	$I_1$ (A)	$I_2$ (A)	$I_3$ (A)	$I_k$ (A)	kuw	kiw	kw	$P_1$ (W)	$P_2$ (W)
1533	4,15	4,3	4,3	4,3	4,3	10	4	10	10	2
1017	4,35	4,12	4,12	4,12	4,12	10	4	10	10	2
235	3,15	3,15	3,15	3,15	3,15	10	4	10	10	1

**Příloha 2. Naměřené hodnoty převodu a odporů**

*Měření Bc. příce*

Měření odporů (20% I<sub>n</sub>)  
 $U_{UV} = 0,172V$      $U_{RN} = 315mV$   
 $I_{UV} = 2A$          $I_{RN} = 1,08A$   
 $U_{VW} = 0,180V$      $U_{MN} = 345mV$   
 $I_{VW} = 1,07A$          $I_{MN} = 1,08A$   
 $U_{WU} = 0,170V$      $U_{NW} = 345mV$   
 $I_{WU} = 1,02A$          $I_{NW} = 1,1A$

Měření napětí  
 $U_m =$              $U_{2m} =$              $U_{3m} =$              $k_u =$   
 $I_{\phi} =$              $I_{2\phi} =$              $I_{3\phi} =$   
 $\Delta P_0 =$              $P_T =$              $P_2 =$

Měření nakrátko  
 $I_K =$              $P_{K1} =$              $P_{K2} =$   
 $U_K =$   
 $\Delta P_K =$

$k_w =$  } tabulka

~~Měření hodnoty čísla~~

~~$U_A =$              $U_{AB} =$              $U_{AB} =$              $U_{cb} =$   
 $U_B =$              $U_{BC} =$              $U_{BC} =$              $U_{ca} =$   
 $U_C =$              $U_{CA} =$              $U_{CA} =$   
 $U_a =$              $U_{ab} =$              $U_{ab} =$   
 $U_b =$              $U_{bc} =$              $U_{bc} =$   
 $U_c =$              $U_{ca} =$              $U_{ca} =$~~

Převod

$U_{UV} = 34,47V$      $U_{RN} = 79,2V$   
 $U_{VW} = 35,37V$      $U_{MN} = 78,8V$   
 $U_{WU} = 34,74V$      $U_{NW} = 78,3V$

Příloha 3. Štítek transformátoru



Příloha 4. Aronovo zapojení

