

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**

**FAKULTA EKONOMICKÁ**

Bakalářská práce

**Řešení konkrétní úlohy v podniku metodami lineárního  
programování**

**Solving specific task in an enterprise with using linear  
programming methods**

Tereza Venturová

Cheb 2017

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
Fakulta ekonomická  
Akademický rok: 2016/2017

**ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**  
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Tereza VENTUROVÁ**  
Osobní číslo: **K13B0530P**  
Studijní program: **B6208 Ekonomika a management**  
Studijní obor: **Podniková ekonomika a management**  
Název tématu: **Řešení konkrétní úlohy v podniku metodami lineárního programování**  
Zadávací katedra: **Katedra podnikové ekonomiky a managementu**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Charakterizujte úlohy lineárního programování.
2. Charakterizujte vybraný podnik a vyberte konkrétní úlohu v podniku.
3. Sestavte matematický model a vyberte metodu pro řešení zvoleného problému.
4. Nalezněte optimální řešení a ekonomicky interpretujte výsledné hodnoty proměnných.
5. Formulujte závěr.

Rozsah grafických prací:

Rozsah kvalifikační práce: **40 - 60 stran**

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

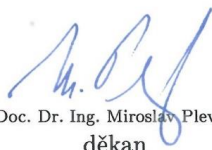
Seznam odborné literatury:

- **DUPAČOVÁ, Jitka.** *Lineární programování.* Bratislava: Alfa, 1990. ISBN 80-05-00679-9.
- **JABLONSKÝ, Josef.** *Operační výzkum - kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování.* 3. vydání. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.
- **PLEVNÝ, Miroslav, ŽIŽKA, Miroslav.** *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování.* 2. vydání. Plzeň: ZČU, 2010. ISBN 978-80-7043-933-3.
- **ŠUBRT, Tomáš.** *Ekonomicko-matematické metody.* Praha: Aleš Čeněk, 1996. ISBN 978-80-7380-345-2.


Vedoucí bakalářské práce: **Doc. Dr. Ing. Miroslav Plevný**  
Fakulta ekonomická

Datum zadání bakalářské práce: **21. října 2016**

Termín odevzdání bakalářské práce: **24. dubna 2017**

  
Doc. Dr. Ing. Miroslav Plevný  
děkan



  
Doc. PaedDr. Dana Egerová, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Chebu dne 21. října 2016

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma

*„Řešení konkrétního úlohy v podniku metodami lineárního programování“*

vypracovala samostatně pod odborným dohledem vedoucího bakalářské práce za použití pramenů uvedených v příložené bibliografii.

Cheb dne .....

.....

podpis autora

## **Poděkování**

Ráda bych zde poděkovala mému vedoucímu práce panu doc. Dr. Ing. Miroslavu Plevnému, který si i ve svém nabitém programu našel vždy čas na odborné konzultace, při kterých mi poskytl cenné rady pro mou bakalářskou práci.

Dále bych chtěla poděkovat panu Šilhavému ze společnosti Granio, který mi poskytl všechna potřebná data a vždy mi ochotně zodpověděl mé dotazy a vysvětlil vše potřebné.

Také zde nesmím a nechci zapomenout na mou rodinu a přátele, kteří mi po celou dobu studia byli oporou, právě díky nim nyní tuto práci mohu psát a jen díky nim jsem mohla dále studovat a plnit si svoje cíle a sny.

# Obsah

Úvod .....	7
1. Operační výzkum .....	8
1.1. Rozhodovací proces.....	8
2. Lineární programování .....	9
2.1. Charakteristika lineárního programování.....	9
2.2. Základní typy úloh lineárního programování .....	11
2.2.1. Úloha plánování výroby.....	11
2.2.2. Dopravní problém.....	11
2.2.3. Přiřazovací problém.....	11
2.2.4. Úloha finančního plánování.....	11
2.2.5. Směšovací problém .....	12
2.2.6. Plánování reklamy .....	12
2.2.7. Nutriční problém .....	12
2.2.8. Úloha o dělení materiálu .....	12
2.3. Metody řešení lineárního programování .....	13
2.3.1. Grafické řešení úloh.....	13
2.3.2. Simplexová metoda .....	16
2.3.3. Řešení úloh LP pomocí výpočetní techniky – MS Excel .....	21
2.3.4. Metoda větví a hranic.....	22
3. Charakteristika podniku a vybraný problém .....	24
3.1. Charakteristika podniku .....	24
3.2. Stručná historie .....	24
3.3. Inovace ve firmě .....	24
3.4. Dlouhodobá podnikatelská koncepce společnosti.....	26
3.5. Projekt společnosti GRANIO .....	28
3.6. Charakteristika výrobků.....	29
3.6.1. Stávající výrobky .....	29
3.6.2. Nové produkty – ušlechtilá kamenická výroba .....	30
4. Výhodnost investice pro zavedení ušlechtilé kamenné výroby .....	32
4.1. Popis problému .....	32
4.2. Poskytnutá data.....	32
4.3. Konstrukce matematického modelu .....	34
4.3.1. Sestavení rezných plánů .....	34
4.3.2. Definice proměnných .....	35
4.3.3. Sestavení účelové funkce .....	35

4.3.4.	Sestavení omezujících podmínek .....	35
4.3.5.	Výsledný model .....	38
4.4.	Řešení v řešiteli.....	39
4.5.	Interpretace výsledků.....	43
4.6.	První alternativní řešení .....	44
4.7.	Druhé alternativní řešení.....	47
Závěr .....		50
Seznam tabulek .....		51
Seznam obrázků .....		52
Seznam použitých zkratk .....		53
Seznam použité literatury .....		54
Abstrakt .....		55
Abstract .....		56

# Úvod

Bakalářská práce je prvním větším dílem studenta při studiu na vysoké škole a má prokázat jeho schopnosti pracovat s odbornou literaturou a jeho nabitě znalosti. Tématem této bakalářské práce je řešení konkrétního problému v podniku pomocí lineárního programování. Toto téma jsem si zvolila z důvodu zájmu o operační výzkum a lineární programování, a také proto, že mě lákala možnost vyzkoušet si řešení reálného problému v podniku. Bakalářská práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou.

Teoretická část je rozdělena na dvě větší kapitoly. V první je představen operační výzkum a lineární programování. Jsou zde přiblíženy základní typy modelů lineárního programování a také metody řešení těchto modelů. Také se zde seznámíme s modulem MS Excel Řešitel, který je jedním z nástrojů, které nám mohou pomoci v řešení matematických modelů. V druhé kapitole teoretické části se zaměříme na společnost Granio s.r.o., její charakteristiku, stručnou historii, výroby a plánované inovace.

Praktická část je zaměřena na konkrétní problém společnosti Granio. Společnost plánuje inovaci v podobě koupě lanové pily a následné zavedení nového odvětví výroby, kterým je ušlechtilá kamenická výroba. Potřebuje tedy zjistit, zda se investice v podobě nového stroje do budoucna vyplatí a ušlechtilá kamenická výroba bude pro podnik dlouhodobě výhodná.

Ušlechtilá kamenická výroba začíná rozřezáním velkých kamenných celků na menší části, které jsou pak opracovány až na výsledný produkt. Z tohoto důvodu pohlížíme na tuto situaci jako na řezný problém a konečný model v této práci řešíme pomocí Řešitele.

## Cíle práce

Hlavním cílem této bakalářské práce je nalézt optimální řešení řezného problému pomocí vybrané metody lineárního programování. S tímto hlavním cílem je spojeno několik dílčích cílů.

Těmi jsou charakteristika jednotlivých úloh lineárního programování, charakteristika podniku a výběr dané úlohy v podniku, sestavení matematického modelu a výběr dané metody. Po nalezení optimálního řešení je nutné výsledky ekonomicky interpretovat a formulovat závěr celé práce.



# 1. Operační výzkum

„Operační výzkum je disciplína používání pokročilých analytických metod pomáhající při činění lepších rozhodnutí.“ (www.prf.osu.cz)

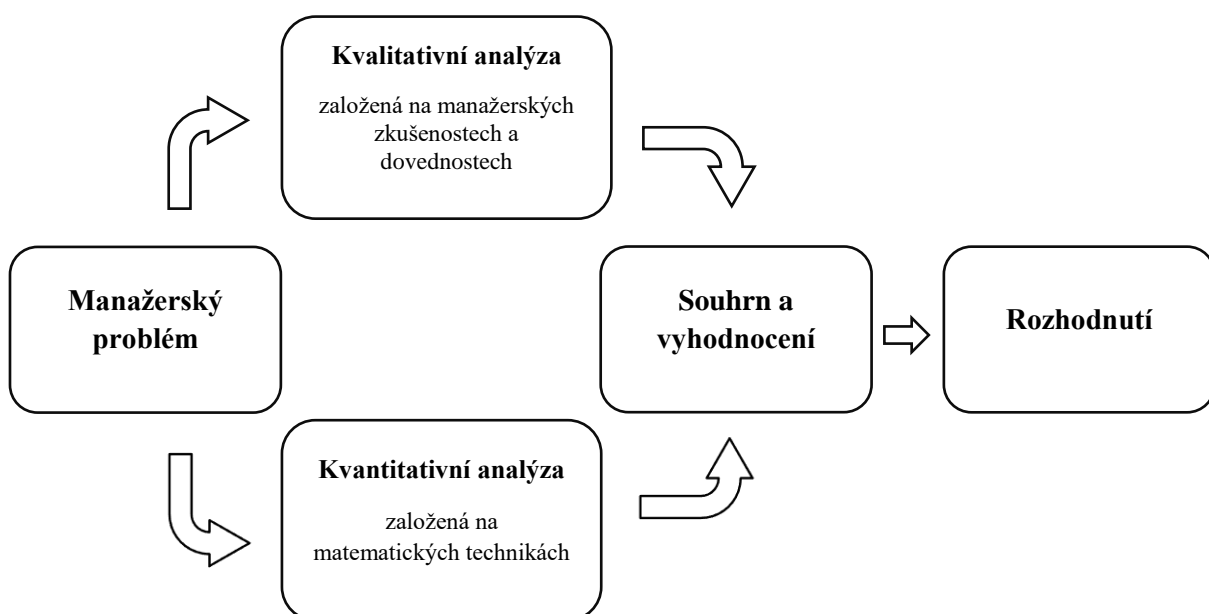
Operační výzkum je soubor vědních disciplín zabývající se analýzou a řešením rozhodovacích problémů. K této analýze využívá matematické metody jako např. lineární algebru, teorii grafů, statistiku, teorii pravděpodobnosti atd. Pomocí operačního výzkumu lze analyzovat a koordinovat činnosti v rámci nějakého systému. Jeho cílem je sestavit takový plán provádění jednotlivých operací a jejich vzájemných vztahů, který zaručí co nejlepší fungování celého systému. Operační výzkum má své uplatnění jak v ekonomii a v podnikovém managementu, tak v logistice či vojenství.

Operační výzkum vznikl z velké části díky praktickým potřebám ve vojenství. Kořeny operačního výzkumu můžeme najít již v období 2. světové války ve Velké Británii, kdy bylo nutné analyzovat složité strategické a taktické problémy. Větší rozvoj nastává v 50. letech, kdy dochází k poválečnému ekonomickému rozvoji. K dalšímu vývoji operačního výzkumu napomohl i rozvoj výpočetní techniky.

## 1.1. Rozhodovací proces

Jak již bylo řečeno, operační výzkum a jeho disciplíny se zabývají analýzou a řešením rozhodovacího problému. Existuje rozhodovací proces, který lze popsat pomocí schématu:

Obr. č. 1: Schéma rozhodovacího procesu



Zdroj: Vlastní zpracování, 2016, podle Plevný, Žižka 2013

Ze schématu lze vyčíst, že k rozhodnutí můžeme využít dvou různých analýz, kvalitativní a kvantitativní. Jak už název napovídá, kvalitativní analýza rozebírá daný problém pomocí kvalit manažera, mezi ně patří zkušenosti a schopnosti manažera. Nevyužívají se zde žádné matematické metody. Oproti tomu kvantitativní analýza využívá kvantitativních dat, což jsou údaje, které můžeme vyjádřit v matematické podobě, zde tedy nachází uplatnění operační výzkum.

## 2. Lineární programování

### 2.1. Charakteristika lineárního programování

Lineární programování je jednou z hlavních disciplín operačního výzkumu. Zabývá se řešením rozhodovacích problémů, se kterými se můžeme setkat i v podnikové sféře. Každý takový problém je spojen s řadou předpokladů a omezení, které limitují jeho řešení.

*„Lineární modely zobrazují systém s určitou mírou nepřesnosti vyplývající z předpokladu linearity zobrazovaných procesů a deterministického charakteru parametrů modelu.“*

Šubrt (2015 str. 11).

Model lineárního programování se využívá zejména při řešení problémů, kdy je možné realizovat větší množství činností v různých kombinacích. Proto je nutné rozhodnout podle určitého kritéria o optimální kombinaci těchto činností.

Pro řešení rozhodovacího problému v lineárním programování je potřeba sestavit lineární matematický model, který je určitým zobrazením reálného systému. Abychom mohli úlohu řešit jako úlohu lineárního programování, je nutné, aby všechny rovnice a nerovnice podmínek byly tvořeny pouze lineárními výrazy.

Každý model obsahuje dva typy vstupů, kterými jsou neřiditelné a řiditelné vstupy. Neřiditelné vstupy jsou ty faktory, které nelze ovlivnit, např. omezené množství materiálu, požadovaná spotřeba, cena produktů apod. Tyto vstupy vystupují v modelu jako konstanty a udávají nám určitá omezení, kterými se musíme v modelu řídit. Řiditelné vstupy jsou ovlivnitelné faktory, jejichž změnou je možné dosáhnout požadovaného výsledku. Může se jednat např. o množství vyrobených produktů či o množství převáženého zboží. V modelu vystupují jako proměnné. Vždy na počátku sestavování samotného modelu je tedy nutné přesně definovat proměnné a určit tak, co přesně reprezentují a co tedy bude výsledkem celého našeho modelu, např. počet vyrobených kusů výrobku.

Matematický model se vždy dělí na dvě části. První částí je účelová (kriteriální) funkce, která nám udává samotný cíl celého modelu neboli cíl našeho rozhodování. Funkční hodnota této funkce je závislá na hodnotách říditelných vstupů. Kombinací říditelných a neříditelných vstupů získáme hodnotu účelové funkce, kterou se snažíme maximalizovat či minimalizovat s ohledem na náš cíl. Může se jednat např. o minimalizaci nákladů či maximalizaci zisku apod.

Druhou částí modelu jsou omezující podmínky. Jak již z názvu vyplývá, jedná se o podmínky, které nám udávají nějaká omezení, která musíme při řešení modelu respektovat. V matematickém modelu jsou zapsány pomocí rovnic či nerovnic, kdy na levé straně jsou pomocí kombinací proměnných vyjádřeny matematické vztahy mezi jednotlivými proměnnými, zatímco na pravé straně podmínky se obvykle nachází konstanta, která vyjadřuje daný neříditelný vstup našeho modelu. Může se jednat např. o požadavky zákazníků, kapacitu skladů apod.

Součástí omezujících podmínek jsou také obligátní podmínky, které nám určují definiční obor našich proměnných. Tyto podmínky jsou považovány za samozřejmost, protože každý ví, že není možné vyrábět záporné množství výrobků či vyrobit jen polovinu výrobku, ale vždy je nutné tyto podmínky v modelu uvést, jelikož bez nich by mohlo být výsledné řešení nesmyslné.

Obecný zápis matematického modelu tedy vypadá takto (Plevný, Žižka 2013):

minimalizuj (maximalizuj)

$$z = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

za podmíněk:  $f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

.....

$$f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

kde  $n$  ..... je počet rozhodovacích proměnných,  
 $m$  ..... je počet omezujících podmínek,  
 $x_j$  ..... ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) jsou rozhodovací proměnné,  
 $F(x)$  a  $f_i(x)$  ..... jsou funkce  $n$  rozhodovacích proměnných.

## **2.2. Základní typy úloh lineárního programování**

### **2.2.1. Úloha plánování výroby**

V těchto úlohách jde zejména o to určit výrobní program s respektováním všech omezujících podmínek na straně vstupů i výstupů. Co se týká strany vstupu, nejčastěji se jedná o omezenou kapacitu surovin, strojový čas či spotřebu energie. Na straně výstupu jsou to pak odběratelská omezení, či poměr, ve kterém je nutné výrobky vyrábět. Cílem těchto úloh může být buď maximalizace zisku za vyrobené produkty, nebo minimalizace nákladů výroby. Proměnné zde představují nejčastěji objem produkce jednotlivých výrobků.

### **2.2.2. Dopravní problém**

Dopravní problém patří mezi tzv. distribuční úlohy. Zde se řeší problém optimalizace přepravy produktů od dodavatelů ke spotřebitelům s ohledem na náklady na přepravu. Je tedy zřejmé, že cílem tohoto problému bývá obvykle minimalizace nákladů. Vždy je zde definováno určité množství zdrojů s omezenými kapacitami a určité množství cílových míst (odběratelů) se stanovenými požadavky. Je tedy nutné uspokojit všechny požadavky odběratelů a akceptovat přitom kapacity zdrojů. Mezi každým dodavatelem a odběratelem je dáno ohodnocení nákladů na přepravu jedné jednotky. Proměnné jsou zde definovány jako množství převezených jednotek ze zdroje  $j$  k cílovému místu  $k$ . Co se týká omezujících podmínek, jak již bylo řečeno, jedná se o omezení kapacit zdrojů a dodržení požadavků odběratelů.

### **2.2.3. Přiřazovací problém**

U přiřazovacího problému můžeme říci, že je v podstatě speciálním typem dopravního problému. V tomto problému však máme stejný počet zdrojů jako cílových míst. Jde zde o rozhodnutí, zda z daného zdroje obsloužíme či neobsloužíme dané cílové místo. Musíme tedy k cílovému místu přiřadit daný zdroj tak, aby každý zdroj byl přiřazen právě jednomu cílovému místu a naopak každé cílové místo bylo přiřazeno jedinému zdroji.

### **2.2.4. Úloha finančního plánování**

Úloha finančního plánování jinak známa také jako optimalizace portfolia má za cíl určit objem investic do jednotlivých investičních variant s cílem maximalizovat výnos či minimalizovat riziko investic. Proměnnými v tomto modelu jsou obvykle samotné objemy investic, které mohou být vyjádřeny jak absolutně, jako množství investovaných peněz, tak poměrově v procentech z celkové investice. Omezující podmínky pak zde odpovídají jednotlivým typům investičních strategií, které stanovují limity pro investice do jednotlivých variant.

### **2.2.5. Směšovací problém**

Jak již název napovídá, jedná se o problém vytvoření určité směsi, které náleží dané vlastnosti, a pro její vytvoření máme danou nabídku komponent. Tyto komponenty jsou v úloze zastoupeny pomocí proměnných a hodnoty proměnných představují objem těchto komponent. Cílem tohoto problému je tedy vytvořit odpovídající směs např. s co nejnižšími náklady na vytvoření, možností je však mnoho.

### **2.2.6. Plánování reklamy**

Lineární programování se poměrně často využívá v marketingu. Může se jednat například o alokaci rozpočtu na reklamu do jednotlivých médií. Můžeme zde rozhodovat, do kterých médií můžeme umístit reklamu, a v rámci některých médií je možné rozhodovat o konkrétním čase umístění, to se týká například televize či rozhlasu, nebo výběr konkrétního dne v případě novin. Proměnná v plánování reklamy představuje počet, kolikrát bude reklama použita v kterém mediu, a omezujícími podmínkami může být např. omezený rozpočet na určitá media nebo požadavek na určité hodnoty charakteristik oslovené cílové skupiny. Za kritérium můžeme zvolit např. maximalizaci počtu jedinců z cílové skupiny, kteří se s danou reklamou setkají.

### **2.2.7. Nutriční problém**

Nutriční problém je speciálním typem směšovacích problémů se zaměřením na výživu. Jak již vyplývá z názvu, nutriční problém neboli úloha o výživě, se zaměřuje na návrh denní dávky výživy pro jedince. Do denní dávky patří několik složek, které mají různé složení výživových látek. Řešíme zde tedy, kolikrát bude která složka zahrnuta do denní dávky. Z toho vyplývá, že proměnnými zde budou objemy jednotlivých složek. Omezující podmínky zde budou určeny denními požadavky na jednotlivé výživové látky a kritériem může být např. minimalizace nákladů na tuto denní dávku.

### **2.2.8. Úloha o dělení materiálu**

Jak je uvedeno již v úvodu, v práci se budeme zabývat právě úlohou o dělení materiálu neboli řezným problémem, proto si tento typ představíme podrobněji.

*„V úlohách o dělení materiálu se jedná o problém dělení větších celků na menší části tak, aby byl minimalizován odpad. Přitom je třeba respektovat požadavky na to, v jakém poměru mají vzniklé menší části být, kolik minimálně resp. maximálně jich má vzniknout apod..“*

(Jablonský 2007, str. 27)

Z uvedené citace je zřejmé, že úloha o dělení materiálu se zabývá dělením větších celků na menší části s ohledem na všechny požadavky. Může zde jít o minimalizaci množství odpadu, ale také o maximalizaci zisku, což bude i cílem řešení našeho problému.

Hlavní součástí rezného problému jsou tzv. rezné plány, ve kterých se určují způsoby dělení (řezání) větších celků. Podle rozměrů menších částí si rozvrhneme jednotlivé způsoby, jde zde o to, kolikrát se požadovaná menší část vejde do většího celku, jak lze jednotlivé menší části kombinovat a jaký bude při každé kombinaci odpad, ze kterého již nelze získat žádnou z požadovaných menších částí.

Proměnné v tomto modelu pak odpovídají jednotlivým způsobům řezání a hodnoty nám označují kolikrát je daný způsob v modelu použit. Jak nám také citace říká, limitujícím podmínkami, zde mohou být maximální či minimální požadavky na výrobu, ale také třeba omezené množství větších celků. Obligátní podmínkou je zde celočíselnost.

## **2.3. Metody řešení lineárního programování**

### **2.3.1. Grafické řešení úloh**

Jednou ze základních možností řešení LP je grafické řešení. Tato možnost je použitelná pouze u menších modelů, a to z toho důvodu, že zde využíváme zobrazení v rovině, proto můžeme pracovat nanejvýš se dvěma rozměry. Z toho vyplývá, že pomocí grafického řešení lze řešit modely o maximálně dvou rozhodovacích proměnných.

V případě, že máme pouze dvě rozhodovací proměnné, můžeme využít kartézské souřadnicové soustavy v rovině, což znamená, že na jednu osu budeme nanášet hodnoty jedné proměnné a na druhou osu hodnoty druhé proměnné. Vznikne nám tak tzv. „prostor řešení“.

Aby tento prostor mohl vzniknout, musíme do souřadnicového systému zanést podmínky. V grafickém řešení mají podmínky podobu přímky či poloroviny, záleží, zda je podmínka rovnicí či nerovnicí. Průnikem těchto přímek či polorovin vznikne tzv. množina přípustných řešení.

*„Množina přípustných řešení ( $n$ -rozměrné úlohy LP) je množina všech  $n$ -tic  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$  reálných čísel, které vyhovují všem omezujícím podmínkám dané úlohy.“ (Plevný, Žižka 2013, str. 59)*

*„Množina přípustných řešení úlohy LP je průnikem polorovin, které představují jednotlivé omezující podmínky.“ (Šubrt 2015, str. 18)*

Tato množina nám tedy ukazuje, kde všude můžeme nalézt řešení, které vyhovuje všem podmínkám.

Množina přípustných řešení úlohy lineárního programování má vždy danou jednu vlastnost a tou je konvexnost. Jelikož jsou poloroviny konvexními množinami, jejich průnikem vznikne taktéž konvexní množina.

*„Konvexní množina je množina bodů, pro kterou platí, že s každými jejími dvěma různými body do ní patří také všechny body úsečky určené těmito body.“* (Šubrt 2015, str. 18)

Z uvedené definice vyplývá, že pokud spojíme jakékoliv dva body z MPŘ, všechny body na jejich spojnici musejí být taktéž součástí dané množiny. Konvexní množina může být jak ohraničená tak neohraničená (nekonečná). Pokud ale ke konvexnosti přidáme ještě ohraničenost, můžeme hovořit o tzv. konvexním polyéдру.

*„Konvexní polyédr je množina všech konvexních kombinací konečné neprázdné množiny bodů.“* (Plevný, Žižka 2013, str. 64)

Z toho vyplývá, že konvexní polyédr je ohraničená, uzavřená, konvexní množina s konečným počtem krajních bodů. Jelikož optimální řešení je možné nalézt právě ve výše zmíněných krajních bodech MPŘ, je tedy jasné, že pokud máme MPŘ v podobě konvexního polyéдру, máme zaručenou existenci optimálního řešení.

Abychom však mohli nalézt optimální řešení, musíme v grafickém řešení zobrazit ještě kritériální funkci.

*„Pro konkrétní hodnotu účelové funkce  $z$  je možné všechny body  $[x_1, x_2]$ , pro něž je hodnota účelové funkce rovna tomuto  $z$ , znázornit jako přímku (budeme ji nazývat izoprofitová přímka).“* (Plevný, Žižka 2013, str. 60)

Ta zde má podobu přímky, která je spojnicí všech bodů  $[x_1, x_2]$ , které mají stejnou hodnotu účelové funkce. Z čehož vyplývá, že si zvolíme nějakou hodnotu účelové funkce a zakreslíme ji do souřadnicové soustavy. Poté tento krok opakujeme s jinou HÚF, tak si zjistíme, kterým směrem hodnota účelové funkce klesá (stoupá). Jelikož všechny tyto přímky jsou rovnoběžné, stačí pak jen posouvat izoprofitovou přímku požadovaným směrem až do krajního bodu MPŘ.

*„Krajní bod konvexní množiny je bod z této množiny, který nelze vyjádřit jako konvexní kombinaci jiných dvou bodů z této množiny.“* (Plevný, Žižka 2013, str. 63)

Krajní bod MPŘ je takový bod, v kterém se může nacházet požadovaný extrém (minimum či maximum) a tudíž i optimální řešení dané úlohy. Posledním krokem je již pouze zjištění přesných hodnot dvou souřadnic tohoto bodu, což jsou hledané hodnoty proměnných. To lze jednoduše určit pomocí vyřešení soustavy rovnic o dvou neznámých.

Optimální řešení však nemusí být vždy jednoduše zjistitelné. V grafickém řešení existuje vztah mezi typem množiny přípustných řešení a existencí optimálního řešení. Pokud je MPŘ konvexním polyedrem, je existence optimálního řešení zaručena. Otázkou však zůstává, zda úloha bude mít pouze jedno či více optimálních řešení. Pokud budeme mít optimální řešení v jediném krajním bodě MPŘ, což znamená, že izoprofitová přímka bude protínat právě jeden jediný krajní bod, bude toto optimální řešení právě jedno.

Může ale nastat situace, kdy je přímka kritériální funkce souběžná s hranou MPŘ, v tom případě mají všechny body na této hraně shodnou HÚF, máme tedy optimálních řešení nekonečně mnoho.

Dalším typem je množina prázdná. Pokud se poloroviny či přímky podmínek neprotínají, MPŘ je prázdná, nemáme tak ani přípustné a tudíž ani optimální řešení.

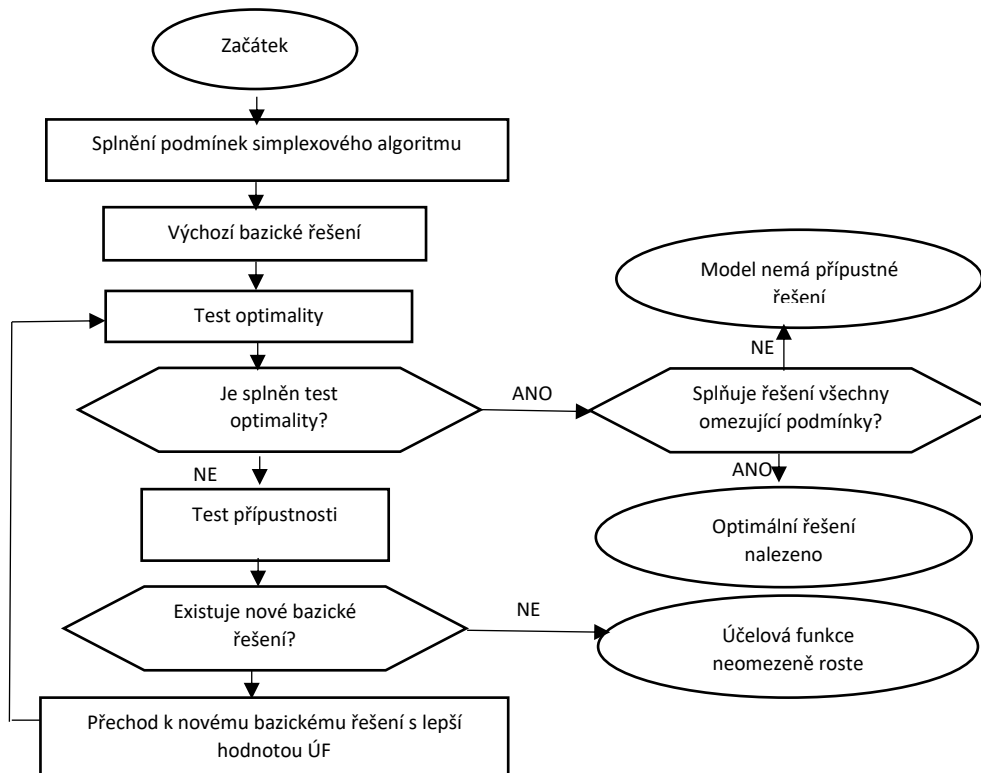
Třetím typem je neprázdná a neomezená množina. Zde může, ale také nemusí existovat optimální řešení. Tento typ MPŘ vypadá tak, že na jedné straně je množina neohraničená, pokud bychom tímto směrem posouvali izoprofitovou přímkou kritériální funkce, mohli bychom se posouvat neustále, tudíž bychom nemohli nalézt optimální řešení. Pokud by ale náš směr posunu izoprofitové přímky kritériální funkce byl opačným směrem a to ke straně omezené, optimální řešení by zde existovalo. Z toho tedy vyplývají tři výsledky. Optimální řešení může být jedno jediné, v krajním bodě MPŘ, optimálních řešení může být nekonečně mnoho při rovnoběžnosti hrany MPŘ a přímky kritériální funkce nebo neexistuje žádné optimální z řešení a to z důvodu neomezenosti množiny přípustných řešení nebo v případě, že MPŘ je prázdná.



### 2.3.2. Simplexová metoda

Další metodou řešení úloh je simplexová metoda. Tuto metodu můžeme v řešení LP považovat za základní metodu, jelikož mnoho dalších speciálních metod právě ze simplexové metody vychází. Samotná simplexová metoda má jasně daný postup, který lze popsat pomocí následujícího diagramu:

Obr. č. 2: Diagram simplexové metody



Zdroj: Vlastní zpracování, 2016, podle Šubrt 2015

Abychom však mohli simplexovou metodu použít, musíme nejdříve model upravit do tzv. kanonického tvaru.

„Soustava podmínek úlohy LP je v kanonickém tvaru, jestliže:

- Všechny podmínky jsou ve tvaru rovnosti,
- všechny hodnoty pravých stran podmínek  $b$  jsou nezáporné,
- v matici koeficientů podmínek  $A$  existuje jednotková submatice s hodnotí  $m$  (tzv. báze).“ (Plevný, Žižka 2013, str. 72)

Z uvedené definice můžeme vyčíst hlavní vlastnosti kanonického tvaru, těch dosáhneme několika jednoduchými kroky. Jako první odstraníme záporné hodnoty na pravé straně vynásobením příslušné podmínky hodnotou  $-1$ . Nyní je nutné upravit i účelovou funkci. Pro naše vysvětlení si zvolíme případ, kdy budeme pracovat s maximalizační úlohou. Pokud tedy

bude účelová funkce ve tvaru minimalizace, vynásobením této funkce hodnotou -1 získáme maximalizační tvar ÚF.

Pro dosažení rovnosti všech podmínek nám poslouží doplňkové neboli přídatné proměnné. V podmínkách ve tvaru větší nebo rovno tuto proměnnou odečteme od levé strany podmínky a naopak u podmínek ve tvaru menší nebo rovno tuto proměnnou přičteme. Tyto proměnné mají v úlohách i praktický význam, jedná se o nespotřebované množství zdroje nebo o překročení čerpání zdroje nad stanovený limit. Samozřejmě tyto proměnné musíme přidat také do účelové funkce modelu. Jelikož tyto proměnné nemají přímý vliv na hodnotu účelové funkce je jejich koeficient v ÚF vždy roven nule.

Posledním požadavkem pro kanonický tvar je vytvoření jednotkové submatice jinak také báze. Zde použijeme umělé neboli pomocné proměnné. Tyto proměnné přidáme do těch podmínek, pro které neexistuje v matici koeficientů jednotkový sloupcový vektor s jedničkou v řádku odpovídající této podmínce. Musíme myslet také na účelovou funkci našeho modelu. Stejně jako přídatné proměnné musí být i doplňkové proměnné oceněny pomocí nějakého koeficientu. Protože tyto proměnné jsou do modelu přidány uměle a nemají žádný ekonomický význam, jedná se o něco, co ve výsledném řešení původního modelu nesmí vystupovat s kladnou hodnotou, jinak by původní model neměl řešení. Z tohoto důvodu tyto proměnné zatížíme v účelové funkci vysokými zápornými hodnotami, které můžeme označit „pokutami“, které nám zaručí, aby ve výsledku byly tyto doplňkové proměnné nulové. Vysokými zápornými hodnotami rozumíme taková čísla, která budou řádově vyšší než ostatní koeficienty použité v ÚF. Po dokončení tohoto kroku vznikne tzv. bazické přípustné řešení, které lze definovat takto:

*„Bazické přípustné řešení úlohy LP je takové přípustné řešení úlohy LP v kanonickém tvaru, kde:*

- *nejvýše  $m$  složek (tj. proměnných) je kladných, kde  $m$  je počet lineárně nezávislých podmínek řešeného modelu;*
- *množina sloupcových vektorů matice  $A$ , které odpovídají těmto proměnným je lineárně nezávislá. „, (Plevný, Žižka 2013, str. 76)*

Jak můžeme vidět v definici, BPR obsahuje vždy jednotkovou submatici, která je tvořena daným počtem jednotkových sloupcových vektorů, a tyto sloupce musí být vždy nezávislé. Počet sloupců označený jako  $m$  se rovná počtu podmínek v daném modelu. Pokud jsou všechny kroky vytvoření kanonického tvaru hotové a máme splněny všechny podmínky, můžeme přejít k samotnému řešení pomocí simplexové metody.

Jak už bylo řečeno u grafického řešení LP, optimální řešení hledáme v krajních bodech MPŘ. Tyto krajní body odpovídají právě bazickým přípustným řešením. Lze tedy říci, že v simplexové metodě budeme místo krajních bodů prozkoumávat jednotlivá bazická přípustná řešení, jelikož účelová funkce nabývá svého extrému právě v krajních bodech či v BPŘ. Toto tvrzení nám vyplývá ze základní věty lineárního programování:

*„Má-li úloha LP optimální řešení, potom je mezi jejími optimálními řešeními i bazické přípustné (tj. základní) řešení soustavy omezujících podmínek.“ (Plevný, Žižka 2013, str. 77)*

Z této věty tedy víme, že pokud má úloha optimální řešení, mezi těmito řešeními musí být i BPŘ. Z tohoto poznatku vychází celá myšlenka simplexové metody. Co se týče samotného řešení, vše je řešeno pomocí tzv. simplexové tabulky.

Tab. č. 1: Simplexová tabulka

		$c_1$	$c_2$	$c_3$	...	$c_n$	
B	$C_B$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$	b
$x_{B1}$	$C_{B1}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	...	$a_{1n}$	$b_1$
$x_{B2}$	$C_{B2}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	...	$a_{2n}$	$b_2$
...	...	...	...	...	...	...	...
$x_{Bm}$	$C_{Bm}$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	$a_{m3}$	...	$a_{mn}$	$b_m$
		$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	$z_3 - c_3$	...	$z_n - c_n$	HÚF

$c$  ... koeficienty účelové funkce

$B$  ... bazické proměnné

$C_B$ ... koeficienty ÚF pro bazické proměnné

$b$ ... sloupec pravých stran

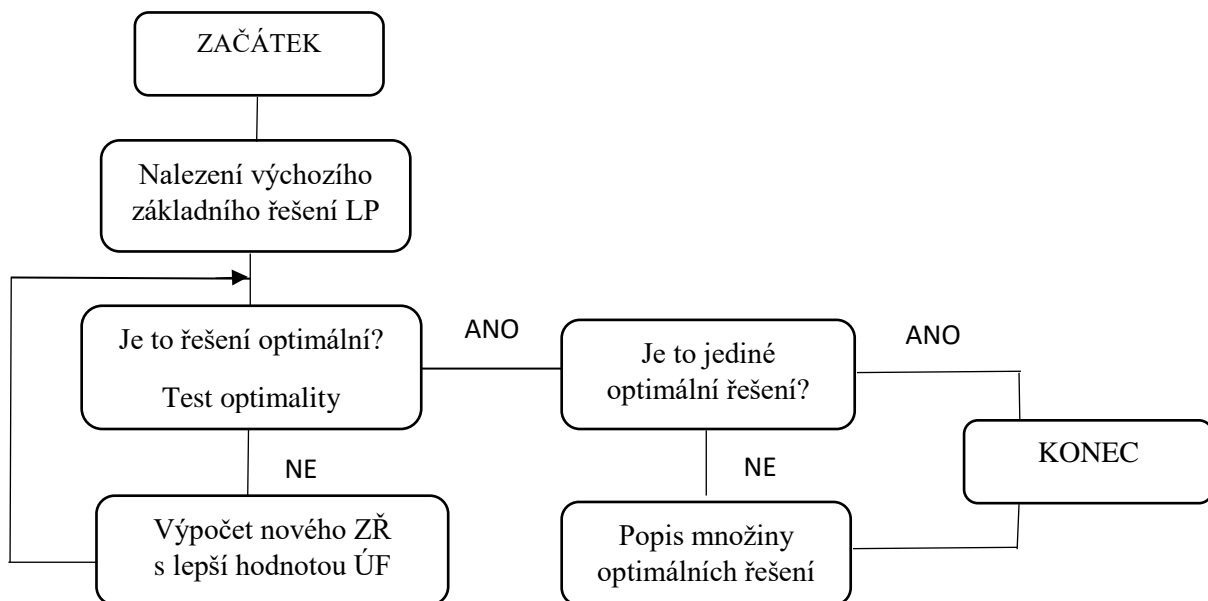
HÚF... hodnota účelové funkce

$z-c$  ... pomocný řádek

Zdroj: Vlastní zpracování, 2016, podle Plevný, Žižka 2013

## Postup simplexové metody

Obr. č. 3: Postup simplexové metody



Zdroj: Vlastní zpracování, 2016, podle Jablonský 2007

Postup simplexové metody má dané tři kroky. Prvním krokem je nalezení již zmíněného výchozího bazického přípustného řešení. Jelikož podmínkou pro řešení úlohy pomocí simplexové metody je kanonický tvar úlohy, který sám o sobě obsahuje BPŘ, je tento krok ihned po vytvoření kanonického tvaru splněn.

Druhým krokem je přechod k jinému BPŘ s vyšší HÚF. Tento krok se realizuje pomocí maticových úprav. Naším cílem v tomto kroku je nahrazení jednoho ze sloupců v matici jiným sloupcem, který není v bázi tak, aby z něj vznikl nový jednotkový vektor. Tím se jedna bazická proměnná nahradí jinou. Pro výběr správného sloupce nám pomohou dvě jednoduchá pravidla, sloupcové a řádkové, a pomocný řádek. Jako první musíme vypočítat hodnoty pomocného řádku, kde jsou vypočtené čisté poklesy HÚF. Jak můžeme vidět na obrázku simplexové tabulky, poklesy jsou zapsány jako  $z_n - c_n$ .  $z_n$  zde vyjadřuje hodnotu poklesu HÚF, pokud do báze zavedeme jednu jednotku odpovídající proměnné. Pokles této hodnoty je pro každou bazickou proměnnou vyjádřen jako  $C_{Bm}a_{mn}$ , celkový pokles HÚF je tedy dán jako suma těchto hodnot. Oproti tomu  $c_n$  vyjadřuje navýšení HÚF právě o hodnotu daného koeficientu  $c$ , jelikož přidáním jedné jednotky proměnné  $x_n$ , se zvýší i daný zisk z této proměnné. Zde nám tedy vznikají dvě hodnoty, čistý nárůst hodnoty účelové funkce, neboli redukované ceny, který nám udává, o kolik přesně nám vzroste HÚF při zavedení nebazické proměnné  $x_n$  do báze s hodnotou 1, a analogicky k této hodnotě vzniká i čistý pokles hodnoty účelové funkce, který je dán právě

rozdílem  $z_n - c_n$ . O této hodnotě platí, že pokud je v pomocném řádku tato hodnota kladná, HÚF nám klesne, zatímco pokud je tato hodnota v pomocném řádku záporná, HÚF vzroste, což je naším cílem při maximalizaci. Nyní přichází na řadu první z výše zmíněných pravidel a to pravidlo sloupcové.

Sloupcové pravidlo nám říká, že do báze zavedeme sloupec s nejnižší zápornou hodnotou v pomocném řádku. Pokud tento sloupec zavedeme do báze, HÚF nám nejvíce vzroste. Nyní je však potřeba určit v daném sloupci ještě příslušný řádek s koeficientem  $a_{mn}$ , který bude změněn na hodnotu 1. K tomu využijeme řádkové pravidlo. Od počátku simplexu je dáno, že pravé strany podmínek musejí být nezáporné, to musí platit i zde. V daném sloupci proto můžeme vybírat pouze z kladných čísel. Pokud bychom zvolili jinak, po transformaci na hodnotu 1 by pravá strana podmínky vyšla jako záporná. To samé musí platit i pro ostatní pravé strany podmínek. Jelikož při transformaci tabulky dochází k maticovým úpravám a jednotlivé řádky se mezi sebou odečítají, je nutné, aby transformovaná hodnota  $b_m/a_{mn}$  byla co nejnižší. To zjistíme jednoduchým krokem, kdy vždy příslušnou pravou stranu vydělíme koeficientem dané proměnné ve vybraném sloupci ( $b/a$ ). Po té vybereme ten řádek, pro který bude tento podíl nejnižší. Poté, co pomocí sloupcového a řádkového pravidla zvolíme, který sloupec bude zaveden do báze a který prvek bude mít hodnotu 1, přetransformujeme celou tabulku pomocí maticových úprav, tak abychom získali nové BPŘ.

Třetím krokem simplexové metody je tzv. test optimality. Pokaždé než začneme transformovat celou tabulku pro získání nového BPŘ, je potřeba zjistit, zda současné BPŘ není tím optimálním. To zjistíme velmi jednoduše. Jak bylo již řečeno, v pomocném řádku máme hodnoty poklesu účelové funkce a pokud maximalizujeme, jsou pro nás podstatné záporné hodnoty v tomto řádku. Z toho vyplývá, že pokud se v pomocném řádku nenachází již žádná záporná hodnota, nemůže nám hodnota účelové funkce již více vzrůstat, tudíž to BPŘ, pro které budou všechny hodnoty v pomocném řádku nezáporné, je optimálním řešením. Dokud k tomuto výsledku nedojdeme, neustále opakujeme druhý krok a třetí krok.

Stejně jako u grafické metody mohlo nastat několik situací s optimálním řešením i zde existuje několik možností ukončení simplexové metody. Prvním případem je nalezení optimálního řešení, jak bylo popsáno v třetím kroku postupu simplexové metody. Zde je tedy jednoznačné optimální řešení. Může ale nastat případ, že optimální řešení neexistuje z důvodu neomezenosti množiny přípustných řešení. Tato situace nastává pokud simplexová tabulka neodpovídá testu optimality, ale již není možné použít řádkové pravidlo, jelikož v určeném sloupci jsou pouze

hodnoty, které nejsou kladné. Tudiž v pomocném řádku jsou stále hodnoty nižší než nula, ale nemůžeme určit prvek, podle kterého bychom měli tabulku transformovat.

Při charakteristice pomocných proměnných jsme si uvedli, že tyto proměnné nesmí ve výsledném modelu vystupovat s kladnou hodnotou, jelikož jsou něčím, co je do modelu uměle přidáno. V případě, že tyto pomocné proměnné jsou ve výsledném řešení nenulové, znamená to, že bez těchto pomocných proměnných nemůžeme určit žádné přípustné řešení a tedy optimální řešení našeho původního modelu neexistuje, jelikož neexistuje ani jedno přípustné řešení tohoto modelu.

Další situací je možnost, že optimální řešení nastává ve více krajních bodech. Tato skutečnost se v simplexové tabulce projeví tím, že v pomocném řádku výsledné simplexové tabulky pro optimální řešení má nulovou hodnotu i jiná proměnná než bazická. Při transformaci tabulky bychom získali pouze jiné bazické přípustné řešení, ale hodnota účelové funkce by zůstala stejná.

Speciálním typem ukončení simplexové metody může být tzv. degenerované bazické řešení. To v simplexové tabulce poznáme tak, že se na straně pravých stran bude vyskytovat nula, tudíž v BPŘ bude mít nulovou hodnotu i bazická proměnná.

### **2.3.3. Řešení úloh LP pomocí výpočetní techniky – MS Excel**

Jak už bylo zmíněno na začátku, vývoj operačního výzkumu byl velmi ovlivněn vznikem výpočetní techniky a díky tomu je v dnešní době možné využít speciálních počítačových programů, pomocí kterých si můžeme zjednodušit řešení úloh LP. Jedním z těchto programů je MS Excel, který obsahuje speciální modul nazývaný Řešitel.

Modul Řešitel může být využíván jak pro řešení lineárního programování, tak nelineárního, z toho důvodu je zde implementováno více metod pro řešení. Jedná se o gradientovou metodu, evoluční algoritmus a samozřejmě simplexovou metodu. Samotná práce s tímto modulem je velice jednoduchá. Důležitá je příprava před tím, než použijeme samotný modul. V listu tabulkového procesoru nejprve vytvoříme všechny části modelu. Jako první vytvoříme oblasti buněk obsahující všechny koeficienty (z účelové funkce i podmínek), oblasti proměnných a oblasti pravých stran podmínek. Tyto oblasti dále využijeme k vytvoření účelové funkce a všech levých stran podmínek. V jednotlivých buňkách vytvoříme vzorce pomocí označování daných buněk koeficientů a k nim příslušných proměnných.

Poté, co máme všechny tyto oblasti připravené a přesně rozvrhnuté, přejdeme k samotnému použití Řešitele. Jako první je nutné vymezit oblast proměnných, které má Řešitel měnit. Dále je nutné označit buňku, kde jsme v předchozím kroku vytvořili vzorec pro účelovou funkci, a zvolit, zda se jedná o maximalizační či minimalizační úlohu.

Nyní přejdeme k sestavování celých podmínek modelu. V předchozím kroku jsme si vytvořili oblasti levých a pravých stran, nyní je tedy musíme spojit. Podmínky zanášíme do řešitele postupně. Vždy označíme buňku obsahující levou stranu dané podmínky, vybereme znaménko, které má mezi stranami podmínky být, a jako poslední vybereme příslušnou pravou stranu podmínky. Takto postupujeme u všech podmínek. Nesmíme zapomenout ani na obligátní podmínky, které určují vlastnosti samotných proměnných, co se ale týče nezápornosti, tyto podmínky jsou v Řešiteli již nastaveny a stačí pouze určit, zda je má řešitel do modelu přidat.

Po dokončení všech těchto kroků a vytvoření celého matematického modelu v Řešiteli, můžeme přejít k samotnému spuštění řešícího algoritmu. Vybereme metodu řešení, kterou má Řešitel použít, a v možnostech můžeme určit podrobnější nastavení pro každou metodu. Nakonec jen zbývá spustit řešení. Po ukončení se nám již v samotném listu objeví výsledky. V oblasti proměnných se objeví hodnota každé proměnné a v buňce se vzorcem účelové funkce nalezneme již vypočtenou hodnotu účelové funkce.

Podle popisu můžeme vidět, že použití tohoto programu je velice jednoduché a jeho velkou výhodou je také možnost nastavení češtiny. Každý, kdo ovládá základy sestavování matematických modelů, by měl být schopen tento program bez potíží využívat. Využití výpočetní techniky nám velice usnadní práci s dlouhými výpočty, jelikož to, co my bychom počítali několik hodin na několik kroků, počítačové programy vyřeší během pár vteřin a pokud fungují, jak mají, i bez matematických chyb, kterých se my při delších výpočtech vyvarujeme velmi těžce.

#### **2.3.4. Metoda větví a hranic**

Metoda větví a hranic je nejčastěji používanou metodou pro řešení celočíselných úloh. V některých zdrojích ji můžeme najít i pod názvem metoda větví a mezí. Metoda větví a hranic spadá pod metody kombinatorické, které jsou univerzálními metodami na řešení většiny úloh celočíselného programování. Princip této metody je tak obecný, že po jistých úpravách, ji lze použít na celou řadu typů úloh celočíselného programování.

*„Princip metody větví a hranic spočívá v dělení množiny přípustných řešení úlohy CLP na menší části (tzv. větvení) a následném zkoumání, která z těchto částí bude spíše obsahovat hledané optimální řešení.“ (Plevný, Žižka 2013, str. 157)*

Z citace můžeme vyčíst, že metoda větví a hranic je o dělení množiny přípustných řešení na dvě části. Těmto částím se říká právě větve. V těchto větvích pak zkoumáme horní resp. dolní hranici hodnot účelové funkce a tím je pak možné zjistit větev, která s největší pravděpodobností obsahuje optimální řešení a také ty větve, které již optimální řešení obsahovat nemohou. Vše si vysvětlíme na příkladu maximalizační úlohy o dvou proměnných.

Jako první krok musíme zjistit optimální řešení úlohy při vypuštění podmínky celočíselnosti. To zjistíme například simplexovou metodou. Hodnoty proměnných v tomto řešení pak dosadíme do účelové funkce a zjistíme tak horní hranici hodnoty účelové funkce, jelikož žádné celočíselné řešení úlohy nemůže být lepší než toto zjištěné optimální řešení. Dále je nutné zjistit dolní hranici hodnoty účelové funkce. To nejjednodušeji zjistíme zaokrouhlením hodnot proměnných v neceločíselném optimálním řešení a dosazením těchto zaokrouhlených hodnot do účelové funkce. Po určení dolní a horní hranice přejdeme k samotnému větvení.

Postup větvení není nijak složitý. Vezmeme si první neceločíselnou proměnnou z předchozího řešení a určíme si nejbližší celé číslo směrem nahoru a směrem dolů od této proměnné, např. u čísla 1,4 by to bylo číslo 1 a 2. Pro tuto proměnnou to však neznámá, že bude rovna číslu jedna nebo číslu dva, ale znamená to, že jedna větev bude mít navíc podmínku, že proměnná je větší nebo rovna 1 a druhá větev naopak podmínku, že proměnná je menší nebo rovna 2. Pro tyto větve opět vypočteme řešení a hodnotu účelových funkcí. Jedna z nově vypočtených hodnot účelové funkce nám určí novou horní hranici, samozřejmě to bude ta, která bude vyšší. Dále naši pozornost zaměříme na větev s vyšší nově zjištěnou hodnotou účelové funkce. Stejný postup větvení opakujeme i pro druhou proměnnou.

Tímto způsobem dospějeme k výsledku, kde obě proměnné budou celočíselné a hodnota účelové funkce bude zároveň horní i dolní hranicí celého řešení.



### **3. Charakteristika podniku a vybraný problém**

#### **3.1. Charakteristika podniku**

Společnost GRANIO s.r.o. je těžební a zpracovatelská firma přírodního kamene. Zabývá se především těžbou kamene, hrubou kamenickou výrobou a ušlechtilou kamenickou výrobou, je také výhradním zpracovatelem tzv. tiské žuly, která je velmi unikátní. Firma byla založena v roce 2000 dvěma společníky Jaromírem Šilhavým a společností profit park.cz. Hlavním předmětem podnikání je hornická činnost, zpracování kamene a výroba, obchod a služby neuvedené v příloze č. 1 až 3 živnostenského zákona.

Hlavní oblastí podnikání firmy GRANIO s.r.o. je těžba v kamenolomu Tis u Blatna. Lom provozuje společnost v dlouhodobém pronájmu od roku 2001. Dlouhodobý pronájem je uzavřen na dobu 50 let. Všechna povolení související s těžbou jsou vedena na společnost GRANIO.

#### **3.2. Stručná historie**

Společnost GRANIO byla zapsána do obchodního rejstříku 27. 1. 2000 a zahájila činnost – těžbu a zpracování kamene v lomu Tis u Blatna. V počátečním období byla velmi limitována technologickým vybavením společnosti. Proto bylo původními společníky rozhodnuto o pořízení technologického vybavení na zpracování kamene tzv. hrubé kamenické výroby. Dne 18. 12. 2009 došlo ke změně vlastnické struktury společnosti, kdy právnická osoba profit.park.cz s.r.o. získala majoritní podíl (75%) ve společnosti a minoritní podíl (25%) si ponechal původní společník.

#### **3.3. Inovace ve firmě**

Společnost GRANIO realizovala v roce 2003 inovační projekt zaměřený na zavedení nového zpracování vytěženého kamene – pořízení štípačky kamene s unikátními parametry. Dalším inovačním projektem v roce 2010 bylo zavedení technologie drcení kamene pro výrobu drceného kameniva a zvýšení efektivity výroby a využití vytěženého kamene. Předmětem inovace bylo zavést spolehlivý způsob zpracování tiské žuly formou hrubé kamenické výroby, kde bylo přihlíženo k vlastnostem tiské žuly, zejména pevnosti a houževnatosti materiálu. Cílem projektu bylo zavést výrobní proces, který zaručuje standard a kvalitu ve zpracování a zároveň poskytuje garanci kvantity, s tím, že maximálně omezuje podíl ruční práce a zvyšuje mechanizaci procesů.

V roce 2003 na základě zvýšené poptávky po povodních v roce 2002 byl pořízen soubor štípaček na štípaní kamene, aby firma byla schopna uspokojit zvýšenou poptávku po kameni na vodní stavby a zároveň byla schopna zaručit kvalitu výroby. Dodnes je dle dostupných informací primární štípačka v ČR unikátní, kdy výška štípaného kamene je do 100 cm a šířka do 120 cm, pracovní tlak 550 tun na  $\text{cm}^2$ . Unikátní parametry stroje zaručují možnost štípat téměř jakoukoliv velikost kamene, který je odtěžen. Primární štípačka slouží k výrobě polotovarů pro další stupně štípaní. Pořízením tohoto stroje došlo k odstranění neefektivního ručního zpracování pomocí vrtaček a klínovacích kladiv. Za primární štípačku jsou zařazeny dvě sekundární štípačky, které jsou již i u konkurence obvyklejší. Na těchto štípačkách jsou již vyráběny výrobky, a to: soklový kámen, regulační kámen, hranoly, haklíky a tiská dlažba. Průchodnost kamene je výška 48 cm a šířka do 60-ti cm, pracovní tlak 150/100 tun na  $\text{cm}^2$ . Dále následuje finální štípaní na dlažební kostky, nebo jiné "drobné" výrobky a to zejména klasické dlažební kostky, a to na třech finálních štípačkách. Finální štípačky byly pořízeny v roce 2010, aby mohl být rozšířen sortiment a objem výroby. Celkové náklady na zavedení hrubé kamenné výroby byly včetně leasingového navýšení 18.200 tis Kč, investice byla zcela splacena koncem roku 2010.

Realizace projektu ověřila možnosti zpracování tiské žuly na klasické kamenické výrobky (hrubou kamenickou výrobu), tak že je dnes firma plně konkurenceschopná jak v oblasti kvantity, tak v oblasti kvality zpracování kamene. Před realizací projektu bylo zcela nemožné docílit v oblasti hrubé kamenické výroby konkurenceschopnou cenu, konkurenceschopný objem výroby a konkurenceschopný sortiment výroby. Dalším efektem projektu bylo snížení hlučnosti výroby prostřednictvím odstranění cca 10-ti kusů ručního pneumatického nářadí, snížení prašnosti, kdy štípaný kámen na rozdíl od vrtaného nepráší. Další inovativní projekt proběhl v roce 2010. Po více jak ročním zkoušení bylo provedeno zkušební drcení kamene. Ve společnosti byla zavedena produkce nového výrobku - drceného kameniva. Důvodem této inovace byl nadbytek vstupní suroviny, která nebyla dále zpracovávána. Těžba v lomu Tis u Blatna podle dochovaných záznamů probíhá od roku 1910 a nikdy nebylo provedeno drcení natěženého nepotřebného materiálu. Těžba se pohybuje po celou dobu ve svrchních partiích lomu, kde je i velká část materiálu, který nelze použít pro běžnou kamenickou výrobu, popř. vznikne v nějakém období „nadbytek“ odtěženého materiálu. Po dobu působení sledované firmy v kamenolomu Tis u Blatna takto vzniká každý rok cca 20.000 tun suroviny, materiálu vhodného k nadrcení. Materiál je deponován na odvalu. Odtěžený kámen postupem času ztrácí přirozenou vlhkost a postupným vysycháním se mění jeho vlastnosti (je tvrdší a křehčí), tzn. je

obtížně zpracovatelný. Proto jediné možné využití je na drcené kamenivo. V současné době je v lomu Tis u Blatna cca 300 tis. tun již odtěženého materiálu určeného k nadrcení a postupem další těžby podle všech dostupných informací a předpokladů firmy vznikne zhruba dalších 700 tis tun. Po zkušebním drcení, které ověřilo výrobní předpoklady, bylo rozhodnuto o zavedení drceného kameniva do stabilní nabídky výrobků pro zákazníky a zefektivnila se tak produkce společnosti. Očekává se, že tento produkt bude doplňkovou záležitostí, jehož hlavním účelem bude postupné zpracování kamene nevhodného pro kamenickou výrobu. Dalším pozitivním efektem je „úklid“ lomu od nepotřebného materiálu a z toho vyplývající nižší zátěž pro životní prostředí (odstranění odvalů tj. obrovských hald nepotřebného kamene).

### **3.4. Dlouhodobá podnikatelská koncepce společnosti**

Dlouhodobá podnikatelská koncepce spočívá zejména v postupném zavedení tří hlavních oborů výroby, přičemž dva druhy výroby jsou již realizovány a třetí je předmětem předkládaného projektu. Jedná se o hrubou kamenickou výrobu, výrobu drceného kameniva a ušlechtilou kamenickou výrobu.

Důvodem zavedení výše uvedených tří druhů výroby je poskytování komplexní služby pro zákazníka. Po realizaci projektu „Zavedení ušlechtilé kamenické výroby v kamenolomu Tis u Blatna“ hodlá společnost GRANIO navázat dalším projektem a to realizace staveb z kamene zejména se zaměřením na drobnější klientelu. V tomto momentu bude idea komplexní služby pro zákazníka naplněna.

Společnost GRANIO má v úmyslu v příštích letech výrazně rozšířit portfolio výrobků, exportovat do zahraničí a významným způsobem zvýšit obrat společnosti.

#### **Základní body podnikatelské koncepce společnosti GRANIO:**

- široké portfolio výrobků z kvalitní tiské žuly
- naplnění požadavků zákazníků
- zpracování kamene ušlechtilou kamenickou výrobou – zvýšení přidané hodnoty produktů
- zvýšení exportu finálních produktů do zahraničí
- kontinuální zavádění inovativních výrobních procesů
- navázání na tradici produkce kvalitní a prestižní tiské žuly

### **Důvody proč zřídit čistou kamenickou výrobu v kamenolomu Tis u Blatna:**

- vstup vyšší přidané hodnoty do zpracovávaného materiálu
- dostatek vlastního (v současné době i přebytečného - nezpracovávaného) materiálu vhodného ke zpracování
- minimální nebo téměř žádné přepravní náklady (na dopravu surových bloků).

Dalším důvodem proč zřídit čistou výrobu v lomu je ten fakt, že tiská žula je velmi kvalitní materiál, který po zpracování zůstává neměnný po velice dlouhou dobu (např. na výrobcích z období první republiky nelze pouhým pohledem poznat jejich stáří). Trvanlivost tiské žuly se pochopitelně projevuje specifickými požadavky při zpracování. Je-li však předem počítáno se specifiky tiské žuly, lze dosáhnout přibližně stejných nákladů na zpracování jako při zpracování jiných, méně kvalitních materiálů, a v tomto momentu se stává trvanlivost, kvalita a výjimečný vzhled významnou konkurenční výhodou. Zaměření na zpracování jednoho druhu materiálu je z pohledu nákladů poměrně zajímavé, protože je možno zvolit správný pracovní nástroj, který bude uzpůsobený tiské žule. Kvalita a trvanlivost materiálu je velice důležitá. Jako příklad lze uvést Komerční banku v Chebu, kde je v hlavních prostorách banky položena tiská žula v kombinaci s libereckou žulou. Rekonstrukce budovy byla dokončena v roce 1999, a již dnes je okamžitě patrný rozdíl v lesku tiské a liberecké žuly. Zatímco tiská žula je nezměněna (lesklá a jakoby „včera“ položená), na liberecké žule je patrné „zmatnění“ (stržení resp. opotřebení lesku), a to hlavně na místech s vyšší frekvencí pohybu. Z pohledu vlastníka budovy bude nutno tuto situaci v dohledné době řešit, a to znamená nutnost výměny nebo nutnost opravy položeného materiálu. Oprava položeného materiálu se však nákladově může přiblížit výměně. Ač dnešní doba nepřeje kvalitě, z pohledu dalších možných nákladů na stavbu či rekonstrukci budov, je kvalita použitých materiálů významná, zejména pokud je nabídnuta obdobná cena.

Investice do ušlechtilé kamenické výroby znamená možnost vyrábět kompletní sortiment kamenických výrobků. Objednává-li investor dlažební kostky obvykle je s touto objednávkou spojena i objednávka obrubníků. Totéž platí i o dlažbě. Dnes je obvyklé kombinovat hrubě štípanou dlažbu s dlažbou řezanou.

Projekt je součástí dlouhodobé podnikatelské koncepce společnosti GRANIO zaměřené na rozšíření nabídky svých produktů, rozšíření tržního segmentu a uspokojení potřeb svých stávajících i nových zákazníků.

### **3.5. Projekt společnosti GRANIO**

Předmětem projektu je inovace produktu a procesu prostřednictvím implementace nové technologie opracování kamene, jejímž výsledkem bude uvedení na trh finálních kamenických výrobků řazených do tzv. ušlechtilé kamenické výroby. Zvýší se tím přidaná hodnota výroby a významným způsobem se rozšíří okruh odběratelů, neboť společnost GRANIO již nebude z pohledu zákazníka vyrábět pouze polotovary určené k dalšímu zpracování, ale hotový výrobek. Jedinečnost postupů bude spočívat v pořízení a zavedení lanové pily do výrobního procesu, tato technologie výrazně zrychlí a zefektivní proces řezání a úpravy kamene, neboť v současné době se většina řezání u konkurence provádí kotoučovými pilami různých velikostí. Technologie řezání lanem je v ČR neobvyklá a mělo by se jednat o první instalaci lanového katru v ČR. Součástí projektu by mělo být i pořízení vícehlavého leštícího automatu, automatického stroje na štípání výrobků, jeřábku a manipulační přísavky. Celkové náklady na inovaci, které zahrnují i inženýrskou činnost, služby poradců a další povinné náležitosti, by se měly rovnat 30 600 000 Kč.

Zavedení inovativních procesů ušlechtilé kamenické výroby v kamenolomu Tis u Blatna bude znamenat zcela nový proces zpracování kamene v rámci firmy. V současné době je společnost schopna vyrobit veškeré výrobky hrubé kamenické výroby, např. dlažební kostky, hranoly, haklíky, kámen pro vodní stavby, hrubě štípané schody, hrubě štípanou dlažbu, hrubě štípané obklady a bloky určené pro další zpracování – UKV. Výrobek z tiské žuly je pouze hrubě štípaný. Dále je společnost díky již v minulosti zavedeným technologiím a procesům schopna vyrobit jakoukoliv frakci drceného kameniva.

Po realizaci projektu tak zůstane původní hrubá kamenická výroba, výroba drceného kameniva a přibude ušlechtilá kamenická výroba spočívající ve schopnosti kámen řezat a následně povrchově upravit broušením, leštit, tryskat, opálit a zbrousit či zkosit hrany. Společnost tak bude schopna vyrobit jakýkoliv výrobek z tiské žuly s jakýkoliv povrchem.

## 3.6. Charakteristika výrobků

### 3.6.1. Stávající výrobky

#### Regulační kámen

Tento výrobek je určený zejména pro stavební firmy na dlažbu koryt toků (břehy a dno), popřípadě též na stavbu opěrných zdí a zídek. Regulační kámen je nepravidelný, obvykle o minimální mocnosti (rozměru) 15-20 cm, váha jednoho kusu 30-50 kg. Nepravidelnost kamene je požadována z důvodu, aby kámen po pokládce „nevázal“ tzn. aby neměl pravidelné spáry.

#### Soklový kámen

Soklový kámen se používá především na stavby, kde je předepsáno řádkové (pravidelné) zdivo, a to jak na toky, tak i opěrné zdi. U toků se využívá zejména ve větších městech. Vyrábí jej ve velmi vysoké kvalitě (lze jej bez problému využít na řádkové zdivo, u konkurentů je nutné na řádkové zdivo obvykle použít kopák nebo hranol), s jedním garantovaným rozměrem (obvykle 25 cm). Obvyklá váha jednoho kusu kamene je 50 kg (při rozměrech 30-40\*25\*20-30 cm).

#### Dlažební kostky

Kostky jsou určené především na zádlažbu větších prostranství, a to zejména v historických centrech měst. Dále je lze použít na autobusové zastávky, kruhové objezdy, příjezdové cesty, parkové cesty, chodníky atp. Vyrábí je nejčastěji ve dvou velikostech 10 cm označení 9/11 a 16 cm označení 15/17 (pozn.: označení vyjadřuje toleranci, která je v každém rozměru + - 1 cm). Dlažební kostku lze vyrobit téměř v jakémkoliv (rozumném) rozměru. Z důvodu středně hrubé až hrubozrnné tiské žuly má firma stanovený minimální velikostní limit u kostky 9/11 cm.

#### Tiská dlažba

Tato dlažba má stejné použití jako dlažební kostky. Je určena na umístění do „starších“ či přírodních lokalit, nebo tam, kde je vhodný „přírodní“ vzhled. Je dále využívána na stavbu plotů (jak podezdívku, tak i sloupky). Při stavbě plotu se obvykle „pracuje“ se dvěma „pohledovými“ stranami, střed (mezi pohledy) je vyplněn betonem. Obvyklá mocnost (tloušťka - šířka) sloupku a podezdívky je 30 cm. Vrchní hrana je obvykle překryta řezanou deskou, která má mírný přesah přes podezdívku nebo sloupek. Při dodržení běžných zásad pro práci s kamenem (spáry, skladba a pod.) jsou docilovány vynikající výsledky. Výrobek má jednotnou „tloušťku“ 10 cm, další rozměry jsou pak různé, jsou v ní i lichoběžníky.

### Mauersteine – kameny pro suché zdění

Jedná se o poměrně zajímavý výrobek, požadovaný z německy mluvících zemí určený na suché zdění. Vyrábí se „klasickou kamenickou technikou“. Obvyklé rozměry „mauersteinů“ 80-120\*40\*40 cm. Pochopitelně jsou požadovány i jiné rozměry například 80-120\*50\*50 cm nebo menší kameny (spíše hranoly) o rozměrech 20-40\*15\*15 cm nebo jiné.

### Kameny pro rovnání

Kameny se nejvíce používají na suché ukládání ve vrchní partii toků. Obvykle tvar kamene není rozhodující, často bývá požadováno, aby ložná plocha kamene byla přibližně rovnoběžná s pohledovou stranou. Obvyklá požadovaná váha jednoho kusu je od 200 do 1.000 kg.

### Bloky

Bloky jsou jedním z hlavních výrobků, jsou určeny pro další kamenické zpracování, zejména na výrobu hrobů. Na bloky je vybírán pouze kvalitní materiál, který dosahuje minimální délky 190 cm, a minimální šířky 100 cm. Na bloky pro ostatní čistou kamenickou výrobu lze použít i bloky jiných rozměrů. Bloky se měří na m<sup>3</sup> (odlišně od dříve uváděných výrobků, které se váží na tuny).

### **3.6.2. Nové produkty – ušlechtilá kamenická výroba**

Investice do ušlechtilé kamenické výroby znamená možnost vyrábět kompletní sortiment kamenických výrobků. Objedná-li investor dlažební kostky obvykle je s touto objednávkou spojena i objednávka obrubníků. Totéž platí i o dlažbě. Dnes je obvyklé kombinovat hrubě štípanou dlažbu s dlažbou řezanou. Jedná se o technicky nové produkty. Vzhledem k unikátnosti tiské žuly a tomu, že společnost GRANIO je jediným producentem tohoto kamene, lze konstatovat, že se jedná o výrobu unikátních produktů.

### Obrubníky a obruby

Jde o klasické výrobky užívané u jakéhokoliv přechodu a zakončení povrchů a to na veřejných i privátních místech, s různou formou konečné úpravy (řezané, tryskané, opalované). Vyrábějí se z výše uvedených bloků.

### Řezanoštípaná dlažba a obklady

Jedná se o poměrně nový kamenický výrobek respektující snadnou pokládku při zachování všech předností přírodního kamene (vzhled, nenasákavost apod.). Snadná pokládka probíhá z důvodu stejné (přesné) výšky výrobku a řezaných styčných hran, přičemž pochůzná strana jsou „přírodně“ štípané. Tento výrobek je taktéž vyráběn z bloků.

## Deskovina

Tento výrobek je určený pro další zpracování kameníky a kamenickými firmami, v případě tiské žuly zejména na hroby (rámy a krycí desky, v ojedinělých případech i nápisové desky). Surová deska se vyrábí z bloků, po nařezání se však musí ještě vyleštit. Deskovina je vždy leštěná.

Dále se investicí do čisté kamenické výroby otevře možnost vyrábět např. tyto výrobky:

- masivní řezané schody a jiné masivní prvky,
- venkovní a vnitřní dlažbu (formát do max. 60\*60 cm),
- obkladové desky,
- parapety,
- krycí desky na ploty apod.
- leštěné venkovní stoly, lavice, pečící (grilovací) desky apod.,
- rámy k hrobům,
- masivní prvky pro vodohospodářské stavby (přelivové hrany jezů apod.)

V první fázi bude možno vyrábět následující povrchovou úpravu:

- leštěný povrch,
- tryskaný,
- opalovaný
- smirkovaný,
- ponechat pouze řezaný.

U veškerých výrobků firma plánuje i export do přilehlých zemí (Německo, Polsko, Rakousko, Maďarsko, Slovensko).



## **4. Výhodnost investice pro zavedení ušlechtilé kamenné výroby**

### **4.1. Popis problému**

V praktické části této práce se budeme zabývat řešením konkrétního problému v daném podniku. Využiji zde data, která mi byla poskytnuta v podniku. Jak již bylo zmíněno, společnost Granio se chce v budoucnu zaměřit na ušlechtilou kamennou výrobu. Tato výroba spočívá v rozřezání větších kamenných celků na menší díly, které jsou opracovány na finální výrobky. Těmito výrobky jsou obrubníky, deskovina a dlažební kostky. Jelikož pro zavedení ušlechtilé výroby je potřeba pořídit lanovou pilu, která umožní rozřezat kamenné bloky na menší celky, zaměřím se proto na maximalizaci zisku z ušlechtilé výroby, abych zjistila, zda se celá investice podniku vyplatí.

### **4.2. Poskytnutá data**

Protože budu zjišťovat celkový zisk celé výroby, je pro mě důležité znát zisky za jednotlivé výrobky. Pomocí kalkulací si podnik vypočetl čistý zisk na jednotku finálního výrobku. Tento zisk je 442 Kč/ks obrubníku, 143 Kč/ks deskoviny a 2,51 Kč/ks kostky. Firma si také určila hranice požadované výroby, které by chtěli v případě spuštění ušlechtilé výroby splnit. Tyto hranice jsou 10 125 kusů obrubníků, 24 000 kusů deskoviny a 1 215 000 kusů kostek. Společnosti si také určila i maximální výrobu, ta určuje množství, které by bylo podle firmy již neprodejná, a tudíž by vznikaly přebytkové zásoby. Maximální výroba je 15 000 ks obrubníků a 40 000 ks deskoviny. Pro kostky tato hranice určená není z toho důvodu, že odběr těchto kostek je vždy veliký, jelikož pro vydláždění nějaké plochy, je vždy potřeba poměrně velké množství kostek, proto firma nepředpokládá, že by poptávka po těchto kostkách byla nízká.

Všechny výrobky se vyrábějí z kamenných bloků o velikosti  $2\text{m}^3$ . Firma je schopná vyrobit pouze 2 000 kusů těchto bloků za rok. Je však možné bloky dokupovat za 8 000 Kč/ks. Je nutné zjistit, zda by toto dokupování nebylo na úkor výsledného zisku. Touto otázkou se také budeme dále zabývat.

Důležité jsou také rozměry samotných výsledných výrobků. Obrubník se vyrábí o rozměrech 100x20x20 cm, deskovina 200x100x5 cm a kostky mají rozměry 10x10x6 cm. Pro sestavení řezných plánů je také důležitá informace, že s každým řezem pilou je ztráta cca 1 cm materiálu.

Jak bylo výše zmíněno, u ušlechtilé výroby jde v první řadě o rozřezání větších celků na menší (jak bylo již uvedeno v teoretické části této práce), tuto situaci je možné formulovat jako lineární matematický model v podobě tzv. Řezného problému. Bude tedy nutné sestavit řezné

plány, poté sestavit model a vyřešit jej a zjistit tak optimální řešení celého modelu. Pro lepší orientaci zde nyní uvedeme všechna zadaná data.

Čistý zisk za jeden výrobek:

- Obrubníky 442 Kč/ks
- Deskovina 143 Kč/ks
- Kostky 2,51 Kč/ks

Rozměry výrobků:

- Obrubníky 100x20x20 cm
- Deskovina 200x100x5 cm
- Kostky 10x10x6 cm
- Bloky 200x100x100 cm

Ztráta řezem

- 1 řez = 1 cm

Plánovaná požadovaná výroba

- Obrubníky 10 125 ks
- Deskovina 24 000 ks
- Kostky 1 215 000 ks

Maximální vyrobené množství

- Obrubníky 15 000 ks
- Deskovina 40 000 ks

Omezený počet vlastních bloků - 2 000 ks

Možnost dokoupení bloků - 8 000 Kč/ks

### 4.3. Konstrukce matematického modelu

#### 4.3.1. Sestavení řezných plánů

Jako první je nutné sestavit řezné plány, v kterých si určím způsoby, jakými je možné velké bloky řezat. Firma zde uvedla požadavek, že si nepřejí kombinaci obrubníků a deskoviny na jednom bloku z důvodu nemožnosti dalšího zpracování na jiných strojích. Je tedy možné kombinovat pouze obrubníky s kostkami či deskovinu s kostkami. Na základě uvedených požadavků byly sestaveny následující reálně použitelné řezné plány:

Tab. č. 2: Řezné plány – část první

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	X <sub>11</sub>	X <sub>12</sub>	X <sub>13</sub>
Obrubníky (ks)	45	0	0	0	5	10	15	20	25	30	35	40	0
Deskovina (ks)	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Kostky (ks)	100	0	2800	2800	2500	2300	1900	1600	1300	1000	700	400	2600
Odpad (cm)	4	4	2	4	4	0	4	4	4	4	4	4	3

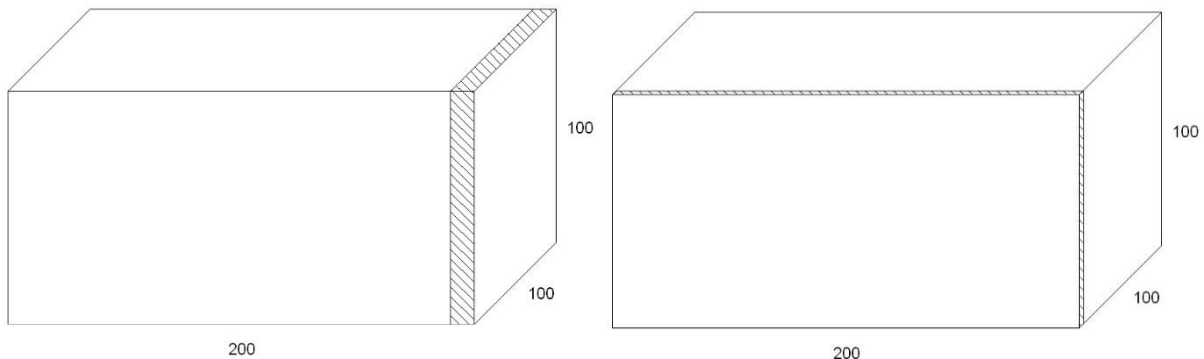
Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Tab. č. 3: Řezné plány – část druhá

	X <sub>14</sub>	X <sub>15</sub>	X <sub>16</sub>	X <sub>17</sub>	X <sub>18</sub>	X <sub>19</sub>	X <sub>20</sub>	X <sub>21</sub>	X <sub>22</sub>	X <sub>23</sub>	X <sub>24</sub>	X <sub>25</sub>	X <sub>26</sub>	X <sub>27</sub>
Obrubníky (ks)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Deskovina (ks)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Kostky (ks)	2400	2200	2200	2000	1800	1600	1400	1200	1200	1000	800	600	400	200
Odpad (cm)	4	5	0	0	1	1	3	5	0	0	0	1	2	4

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Obr. č. 4: Nákresy řezů lanovou pilou



Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Z řezných plánů získám poslední potřebná data k vytvoření matematických modelů pro řešení problému. Z výše uvedených dat tak sestavím matematický model.

### 4.3.2. Definice proměnných

Prvním krokem je pojmenování proměnných. V našem modelu budou vystupovat tři typy proměnných. Proměnné  $x_i$  představují počet realizací  $i$ -tého způsobu řezání bloku. Proměnná  $y$  představuje počet použitých vlastních bloků a nakonec proměnná  $z$ , která představuje počet dokoupených cizích bloků.

Definování proměnných

$x_i$  .... počet použití  $i$ -tého způsobu řezání  $i=1, 2, 3, \dots, 27$

$y$  .... počet bloků z vlastního zdroje

$z$  .... počet dokoupených bloků

### 4.3.3. Sestavení účelové funkce

Dalším krokem je sestavení účelové funkce. Chci se zaměřit na maximalizaci zisku z ušlechtilé výroby. Z toho vyplývá, že zde budou figurovat poskytnutá data o čistém zisku za jednotku výrobku a také náklady na pořízení cizích kamenných bloků v případně dokupování. Celou funkci sestavím jednodušími kroky. Je nutné postupovat po jednotlivých řádcích rezných plánů, kde se dozvím, kolik jednotek každého výrobku bude vyrobeno daným způsobem řezání. Je potřeba si dát pozor na správné přiřazení proměnné, počtu výrobků a čistého zisku za jednotku výrobku. Výsledná účelová funkce by pak měla vypadat takto:

Účelová funkce

$$\begin{aligned} \text{Max } g = & 442 * (45x_1 + 5x_5 + 10x_6 + 15x_7 + 20x_8 + 25x_9 + 30x_{10} + 35x_{11} + 40x_{12}) + 143 * (16x_2 \\ & + x_{13} + 2x_{14} + 3x_{15} + 4x_{16} + 5x_{17} + 6x_{18} + 7x_{19} + 8x_{20} + 9x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 12x_{24} + 13x_{25} + \\ & + 14x_{26} + 15x_{27}) + 2,51 * (100x_1 + 2800x_3 + 2800x_4 + 2500x_5 + 2300x_6 + 1900x_7 + 1600x_8 + \\ & + 1300x_9 + 1000x_{10} + 700x_{11} + 400x_{12} + 2600x_{13} + 2400x_{14} + 2200x_{15} + 2200x_{16} + 2000x_{17} + \\ & + 1800x_{18} + 1600x_{19} + 1400x_{20} + 1200x_{21} + 1200x_{22} + 1000x_{23} + 800x_{24} + 600x_{25} + 400x_{26} + \\ & + 200x_{27}) - 8000z \end{aligned}$$

### 4.3.4. Sestavení omezujících podmínek

Nyní již přejdu k omezujícím podmínkám modelu. Zde opět uplatním poskytnutá data od podniku. Zaměřím se na minimální požadovanou výrobu, maximální výrobu, omezený počet vlastních bloků a také je zde potřeba vyjádřit, že zde vždy rozřezávám větší kamenné bloky. Omezující podmínky v tomto modelu budou mít podobu nerovnic a na jejich pravých stranách budou právě poskytnutá data.

Začnu požadovanou vlastní výrobou. Pro každý výrobek máme toto omezení určené, tudíž musíme mít pro každý výrobek jednu podmínku. Jelikož máme tři různé výrobky, budeme tedy mít tři podmínky. Pro vytvoření levých stran podmínek opět využiji řezných plánů. Každý řádek tabulky řezného plánu bude představovat jednu podmínku. Poté každé takto vytvořené levé straně přiřadím příslušnou pravou stranu, v tomto případě příslušnou hodnotu minimální požadované výroby. Protože se jedná o minimální požadavek, musím tedy dosáhnout alespoň tohoto požadavku nebo více, proto jako znaménko nerovnosti zvolím větší nebo rovno. Podmínky tedy budou vypadat takto:

#### Minimální objem požadované výroby

- Obrubníky:  $45x_1 + 10x_5 \geq 10125$
- Deskovina:  $16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \geq 24000$
- Kostky:  $100x_1 + 2800x_3 + 2300x_4 + 2600x_5 + 2200x_6 + 2000x_7 + 1800x_8 + 1600x_9 + 1400x_{10} + 1200x_{11} + 1000x_{12} + 800x_{13} + 600x_{15} + 400x_{15} \geq 1215000$

Jako další omezení je třeba respektovat maximální objem výroby. Toto omezení je pouze u dvou výrobků a to obrubníků a deskoviny, z tohoto důvodu budou zde pouze dvě omezující podmínky. Sestavení těchto podmínek bude mnohem jednodušší, jelikož levá strana podmínek bude stejná jako u předchozích podmínek. Pravá strana podmínek musí být rovna poskytnutým datům a již zbývá pouze znaménko nerovnosti. Jelikož zde jde o maximální požadavek, jedná se o něco, co nesmím překročit, tudíž toho může být méně či stejně, zvolím tedy menší nebo rovno. Podmínky pro maximální výrobu budou vypadat takto:

#### Maximální výroba

- Obrubníky:  $45x_1 + 10x_5 \leq 12000$
- Deskovina:  $16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \leq 40000$

Dalším omezením je počet vlastních bloků. Tato podmínka bude naprosto jednoduchá, jde pouze o to, že proměnná, která představuje počet těchto bloků, v mém případě  $y$ , nesmí překročit množství 2000, které firma uvedla. Výsledná podmínka vypadá takto:

Omezení spotřeby vlastních bloků

$$y \leq 2000$$

Nyní již poslední omezující podmínka. Tou je potřeba vyjádřit, že celá výroba bude pouze z vlastních či dokoupených kamenných bloků, tudíž počet rozřezaných bloků musí být maximálně stejný jako počet vlastních a dokoupených bloků. Zbývá tedy otázka jak vyjádřit levou stran podmínky, tedy počet rozřezaných bloků. Odpověď je velice jednoduchá, jelikož mám již sestavené řezné plány, vím, že mám 27 způsobů, jak je možné blok rozřezat. Pro každý řezný plán je definována jedna proměnná  $x_i$ , která vyjadřuje počet bloků rozřezaných podle tohoto plánu. Celkový počet rozřezaných bloků je tedy dán součtem všech proměnných  $x_i$ . Proto tato podmínka bude vypadat takto

#### Limit zpracovaných kamenných bloků

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq y + z$$

Po sestavení všech omezujících podmínek zbývají pouze obligátní podmínky. Tyto podmínky nám určují, v jakém definičním oboru se mohou hodnoty proměnných vyskytovat. V tomto případě se jedná o nezápornost a celočíselnost. Výsledné podmínky jsou tedy následující:

#### Obligátní podmínky

$$x_i \geq 0, \text{ celočíselné} \quad i=1, 2, 3, \dots, 27$$

$$y \geq 0, \text{ celočíselné}$$

$$z \geq 0, \text{ celočíselné}$$

### 4.3.5. Výsledný model

Definování proměnných

$x_i$  .... kolikrát bude použit  $i$ -tý způsob řezání  $i=1, 2, 3, \dots, 27$

$y$  .... počet bloků z vlastního zdroje

$z$  .... počet dokoupených bloků

$$\begin{aligned} \text{Max } g = & 442 * (45x_1 + 5x_5 + 10x_6 + 15x_7 + 20x_8 + 25x_9 + 30x_{10} + 35x_{11} + 40x_{12}) + 143 * (16x_2 + \\ & + x_{13} + 2x_{14} + 3x_{15} + 4x_{16} + 5x_{17} + 6x_{18} + 7x_{19} + 8x_{20} + 9x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 12x_{24} + 13x_{25} + \\ & + 14x_{26} + 15x_{27}) + 2,51 * (100x_1 + 2800x_3 + 2800x_4 + 2500x_5 + 2300x_6 + 1900x_7 + 1600x_8 + \\ & + 1300x_9 + 1000x_{10} + 700x_{11} + 400x_{12} + 2600x_{13} + 2400x_{14} + 2200x_{15} + 2200x_{16} + 2000x_{17} + \\ & + 1800x_{18} + 1600x_{19} + 1400x_{20} + 1200x_{21} + 1200x_{22} + 1000x_{23} + 800x_{24} + 600x_{25} + 400x_{26} + \\ & + 200x_{27}) - 8000z \end{aligned}$$

Za podmínek

$$45x_1 + 10x_5 \geq 10125$$

$$16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \geq 24000$$

$$100x_1 + 2800x_3 + 2300x_4 + 2600x_5 + 2200x_6 + 2000x_7 + 1800x_8 + 1600x_9 + 1400x_{10} + 1200x_{11} + \\ + 1000x_{12} + 800x_{13} + 600x_{15} + 400x_{15} \geq 1215000$$

$$45x_1 + 10x_5 \leq 15000$$

$$16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \leq 40000$$

$$y \leq 2000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq y + z$$

$$x_i \geq 0, \text{ celočíselné} \quad i=1, 2, 3, \dots, 27$$

$$y \geq 0, \text{ celočíselné}$$

$$z \geq 0, \text{ celočíselné}$$

#### 4.4. Řešení v řešiteli

Po sestavení modelu je již možné přejít k samotnému řešení. K tomu použijeme analytický doplněk MS Excel, který se jmenuje Řešitel. O řešiteli jsme se zmiňovali i v teoretické části celé práce, nyní si ale ukážeme, jak funguje v praxi.

Jako první je nutné zanést do Excelu oblast, která bude obsahovat řezné plány. Jednoduše vytvoříme tabulku, kde každý sloupec bude představovat jeden způsob řezání a každý řádek bude uvádět počet jednotlivých výrobků vyrobených z jedné realizace tohoto řezného plánu.

Dalším krokem je vymežit pole, kde budou proměnné. Pro mou lepší orientaci si všechny proměnné zde vypíši, při pozdějším sestavování podmínek to může velice pomoci.

Obr. č. 5: Proměnné v Excelu

Proměnné	
$x_1$	y
$x_2$	
$x_3$	z
$x_4$	
$x_5$	
$x_6$	
$x_7$	
$x_8$	
$x_9$	
$x_{10}$	
$x_{11}$	
$x_{12}$	
$x_{13}$	
$x_{14}$	
$x_{15}$	
$x_{16}$	
$x_{17}$	
$x_{18}$	
$x_{19}$	
$x_{20}$	
$x_{21}$	
$x_{22}$	
$x_{23}$	
$x_{24}$	
$x_{25}$	
$x_{26}$	
$x_{27}$	

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017



Dále je potřeba do Excelu zanést i všechna data, která v modelu vystupují jako pravé strany podmínek nebo jako koeficienty v účelové funkci. Tato data jednoduše zapíšeme kamkoliv do buněk a opatříme je názvem.

Obr. č. 6: Pravé strany podmínek v Excelu

Předpokládaná výroba		Čisté zisky Kč/ks	
10 125,00		obrubníky	442,00
24 000,00		deskovina	143,00
1 215 000,00		kostky	2,51
Max. výroba		náklady na bloky	
15 000,00		cizí	8 000,00
40 000,00			
		Výroba z bloků	
			0,00
Počet bloků			
2 000,00			

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Nyní zbývá sestavit Účelovou funkci a levé strany podmínek. Tento krok je časově náročnější, ale pokud si každý dá pozor, není nijak složitý. Jde o klasické sestavování vzorců v Excelu. Vyberu si buňku, v které funkci či podmínku chci, začnu vždy pomocí znaménka rovnosti a dále již jen označováním buněk s daty a proměnnými a vpisováním příslušných znamének (+, - nebo \*) vytvářím vzorce stejně tak jako je mám sestavené v modelu.

Obr. č. 7: Kompletní model sestavený v Excelu

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$
Obrubníky (ks)	45,00	0,00	0,00	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	0,00	0,00	0,00
Deskovina (ks)	0,00	16,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	2,00	2,00
Kostky (ks)	100,00	0,00	2 800,00	2 800,00	2 500,00	2 300,00	1 900,00	1 600,00	1 300,00	1 000,00	700,00	400,00	2 600,00	2 400,00	2 400,00
Odpad (cm)	4,00	4,00	2,00	4,00	4,00	0,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	3,00	4,00	4,00
Proměnné															
$x_1$		y			Předpokládaná výroba			Čisté zisky Kč/ks				HÚF	0,00		
$x_2$					10 125,00			obrubníky	442,00						
$x_3$		z			24 000,00			deskovina	143,00						
$x_4$					1 215 000,00			kostky	2,51			Omezující podmínky			
$x_5$						Max. výroba		náklady na bloky				Předpokládaná výroba	=C3*B9+G3*E	0,00	
$x_6$					15 000,00			cizí	8 000,00				Předpokládaná výroba	0,00	
$x_7$					40 000,00									0,00	
$x_8$								Výroba z bloků					Maximální výroba	0,00	
$x_9$										0,00				0,00	
$x_{10}$						Počet bloků									
$x_{11}$					2 000,00										
$x_{12}$													Výroba z bloků	0,00	
$x_{13}$															
$x_{14}$															
...															

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Po splnění všech těchto kroků je možné přejít na samotné řešení pomocí Řešitele. V tabulce pro Řešitele musíme označit buňku obsahující účelovou funkci, oblast proměnných a také sestavit všechny podmínky. Vše probíhá pouze označováním příslušných buněk, které jsme si v předchozích krocích vytvořili. Nesmíme zapomenout na obligátní podmínky, které sice nemáme v Excelu nikde vepsané, ale Řešitel je sám umí vytvořit, je pouze nutné označit, které proměnné mají být celočíselné. Podmínka nezápornosti se vytvářet nemusí, jelikož tato funkce je již přednastavena a každý pouze zvolí, zda chce či nechce tuto podmínku ve svém řešení uplatnit.

Obr. č. 8: Parametry Řešitele

Parametry Řešitele

Účelová funkce:

Hledat:  Max  Min  Hodnota:

Proměnné modelu:

Omezující podmínky:

- \$B\$9:\$B\$35 = celé\_číslo
- \$D\$11 = celé\_číslo
- \$D\$9 <= \$G\$19
- \$D\$9 = celé\_číslo
- \$P\$12 >= \$G\$9
- \$P\$13 >= \$G\$10
- \$P\$14 >= \$G\$11
- \$P\$16 <= \$G\$14
- \$P\$17 <= \$G\$15
- \$P\$20 <= \$K\$17

Nastavit podmínky nezápornosti

Vyberte metodu řešení:  Možnosti

Metoda řešení  
Simplexovou metodu zvolte pro lineární optimalizační problémy, Gradientní metodu pro hladké nelineární problémy a Evoluční algoritmus pro nehladké nelineární problémy.

Nágověda **Řešit** Zavřít

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Po nastavení všech potřebných věcí stačí pouze kliknout na ikonu Řešit a Řešitel již vše provede za nás. Po dokončení se v poli proměnných objeví hodnoty každé z nich a buňkách s vytvořenými vzorci podmínek a účelové funkce uvidíme výsledky.

Obr. č. 9: Vyřešený model v Excelu

Proměnné		Předpokládaná výroba (ks)	Čisté zisky Kč/ks
x <sub>1</sub>	0	Obrubníky	442
x <sub>2</sub>	0	Deskovina	143
x <sub>3</sub>	0	Kostky	2,51
x <sub>4</sub>	0		
x <sub>5</sub>	0	Maximální výroba (ks)	
x <sub>6</sub>	0	Obrubníky	8 000
x <sub>7</sub>	0	Deskovina	
x <sub>8</sub>	750	Počet bloků	3 150
x <sub>9</sub>	0	Hodnota ÚF	16 075 300
x <sub>10</sub>	0		
x <sub>11</sub>	0	<b>Omezující podmínky</b>	
x <sub>12</sub>	0	Předpokládaná výroba (ks)	
x <sub>13</sub>	0	Obrubníky	15 000
x <sub>14</sub>	0	Deskovina	24 000
x <sub>15</sub>	0	Kostky	4 080 000
x <sub>16</sub>	0		
x <sub>17</sub>	0	Maximální výroba (ks)	
x <sub>18</sub>	0	Obrubníky	15 000
x <sub>19</sub>	0	Deskovina	24 000
x <sub>20</sub>	0		
x <sub>21</sub>	0	Výroba z bloků	3 150
x <sub>22</sub>	2 400		
x <sub>23</sub>	0		
x <sub>24</sub>	0		
x <sub>25</sub>	0		
x <sub>26</sub>	0		
x <sub>27</sub>	0		

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

## 4.5. Interpretace výsledků

Jak můžeme vidět při splnění všech těchto podmínek je výsledek tedy čistý zisk podniku 16 075 300 Kč. Dále zde můžeme vyčíst, že výroba se zaměřila primárně na kostky a poté obrubníky. Kostek má být vyrobeno 4 080 000 ks. Obrubníků má být vyrobeno požadované maximum a to 15 000 ks. Deskovina je však na hranici požadované minimální výroby. To je způsobeno tím, že výroba deskoviny je poměrně velice nákladná, tudíž její čistý zisk pro podnik je ve výsledku nejnižší.

Celkový počet použitých bloků bude 3150, což znamená, že 1150 kusů bloků bude nutné dokoupit. Tyto bloky budou rozřezány pouze dvěma způsoby a to způsobem číslo 8 a 22, které jsou kombinace 20 obrubníků a 1600 kostek a druhá kombinace 9 ks deskoviny a 1200 kostek.

Je nutné si uvědomit, že uvedené výsledky jsou pouze orientační, jelikož jsem pro řešení neměla dostatečné množství vstupních dat. V praxi výrobu ovlivní pracovní doba a časová náročnost jednotlivých kroků výroby atd.

Zisky výroby se v praxi také mohou lišit. Bohužel mi nebylo umožněno nahlédnout do podnikových kalkulací čistého zisku, tudíž nevím, jakým způsobem tyto částky byly zjištěny a co všechno v sobě zahrnují. Myslím, že by bylo v praxi vhodné zamyslet se i nad náklady na výrobu vlastních velkých kamenných bloků. Zda by se například nevyplatilo tyto bloky pouze prodávat za zmíněnou tržní cenu 8000 Kč/ks, než z nich vyrábět další produkty za vlastní náklady.

Dále by také bylo o diskuzi, zda by nebylo vhodné omezit výrobu tak nákladné deskoviny, které, jak je z modelu čitelné, je lepší vyrábět, co nejméně. Samotné omezení v podobě minimální požadované výroby si podnik sestavil jakýmsi odhadem pomocí poptávky na trhu, je však otázkou, zda v realitě tato výroba opravdu bude odpovídat poptávce. Také by bylo dobré zhodnotit situaci, zda by nebylo výhodnější ohledně zisku nastavit výrobu tak, aby nebylo potřeba dokupovat žádné cizí bloky.

## 4.6. První alternativní řešení

Jak jsme si uvedli v interpretaci výsledků, bylo by dobré zvážit více možností řešení. Zde si tedy vymodelujeme alternativní řešení, abychom mohli firmě poskytnout více pohledů na celý problém. Jako první zvolíme situaci, že nebudeme používat cizí kamenné bloky a budeme ignorovat minimální požadovanou výrobu.

Jelikož data i hodnoty zůstávají stejné, modely se nebudou příliš lišit. Pouze musíme odstranit podmínky týkající se minimální požadované výroby a odstraníme cizí bloky jak z podmínky, tak z účelové funkce.

### Sestavený model

Definování proměnných

$x_i$  .... kolikrát bude použit  $i$ -tý způsob řezání  $i=1, 2, 3, \dots, 27$

$y$  .... počet bloků z vlastního zdroje

Účelová funkce

$$\text{Max } g = 442 * (45x_1 + 5x_5 + 10x_6 + 15x_7 + 20x_8 + 25x_9 + 30x_{10} + 35x_{11} + 40x_{12}) + 143 * (16x_2 + x_{13} + 2x_{14} + 3x_{15} + 4x_{16} + 5x_{17} + 6x_{18} + 7x_{19} + 8x_{20} + 9x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 12x_{24} + 13x_{25} + 14x_{26} + 15x_{27}) + 2,51 * (100x_1 + 2800x_3 + 2800x_4 + 2500x_5 + 2300x_6 + 1900x_7 + 1600x_8 + 1300x_9 + 1000x_{10} + 700x_{11} + 400x_{12} + 2600x_{13} + 2400x_{14} + 2200x_{15} + 2200x_{16} + 2000x_{17} + 1800x_{18} + 1600x_{19} + 1400x_{20} + 1200x_{21} + 1200x_{22} + 1000x_{23} + 800x_{24} + 600x_{25} + 400x_{26} + 200x_{27})$$

Omezující podmínky

Maximální výroba

$$45x_1 + 10x_5 \leq 15000$$

$$16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \leq 40000$$

Omezení vlastních bloků

$$y \leq 2000$$

Výroba z kamenných bloků

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq y$$

Obligátní podmínky

$$x_i \geq 0, \text{ celočíselné} \quad i=1, 2, 3, \dots, 15$$

$$y \geq 0, \text{ celočíselné}$$

$$z \geq 0, \text{ celočíselné}$$

Tyto změny je nutné provést i v připraveném Excelu pro Řešitele.

Nyní již stačí pouze znovu sestavit vše potřebné v parametrech Řešitele a vše spustit.

Obr. č. 10: Parametry Řešitele – 1. Alternativní řešení

Parametry Řešitele

Účelová funkce: SMS10

Hledat:  Max  Min  Hodnota: 0

Proměnné modelu: \$B\$9:\$B\$35;\$D\$9

Omezující podmínky:

- \$B\$9:\$B\$35 = celé\_číslo
- \$D\$9 <= \$F\$20
- \$D\$9 = celé\_číslo
- \$N\$13 <= \$F\$11
- \$N\$14 <= \$F\$12
- \$N\$17 <= \$D\$9

Nastavit podmínky nezápornosti

Vyberte metodu řešení: Simplexová metoda

Možnosti

Metoda řešení

Simplexovou metodu zvolte pro lineární optimalizační problémy, Gradientní metodu pro hladké nelineární problémy a Evoluční algoritmus pro nehladké nelineární problémy.

Nápověda **Řešit** Zavřít

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

## Interpretace výsledků

Obr. č. 11: Vyřešený model – 1. Alternativní řešení

Proměnné			
x <sub>1</sub>	0	y	2 000
x <sub>2</sub>	0		
x <sub>3</sub>	1 250	Maximální výroba	
x <sub>4</sub>	0	Obrubníky	15 000
x <sub>5</sub>	0	Deskovina	40 000
x <sub>6</sub>	0		
x <sub>7</sub>	0	Počet bloků	2 000
x <sub>8</sub>	750	Hodnota ÚF	23 399 500
x <sub>9</sub>	0		
x <sub>10</sub>	0	Čisté zisky Kč/ks	
x <sub>11</sub>	0	obrubníky	442
x <sub>12</sub>	0	deskovina	143
x <sub>13</sub>	0	kostky	2,51
x <sub>14</sub>	0		
x <sub>15</sub>	0	<b>Omezující podmínky</b>	
x <sub>16</sub>	0	Maximální výroba	
x <sub>17</sub>	0	Obrubníky	15 000
x <sub>18</sub>	0	Deskovina	0
x <sub>19</sub>	0		
x <sub>20</sub>	0	Výroba z bloků	
x <sub>21</sub>	0		2 000
x <sub>22</sub>	0		
x <sub>23</sub>	0	Vyrobené množství	
x <sub>24</sub>	0	Kostky	4 700 000
x <sub>25</sub>	0		
x <sub>26</sub>	0		
x <sub>27</sub>	0		

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Jak můžeme z výsledků vidět, zisk se nám významně zvýšil. Z původních 16 mil Kč, jsme nyní na 23 399 500 Kč a to při použití menšího množství bloků, tudíž menšího množství odvedené práce. Jak jsme mohli předpokládat, výroba deskoviny byla v tomto případě naprosto zrušena a celý proces se zaměřil pouze na obrubníky a kostky. Množství obrubníků je opět maximální možné a to 15 000 ks, kostek je pak o 620 tis více tedy 4 700 000ks. Opět se celé řešení zaměřilo na dva způsoby řezání, kterými jsou 3 a 8. Tedy samostatná výroba 2800 kostek a kombinace 20 obrubníků a 1600 kostek.

Stálo by teda za úvahu, zda podnik opravdu stojí o výrobu deskoviny, která, jak je vidět, potáhne zisky dolů. Také by podle mě stálo za úvahu, zda jsou hranice maximální výroby správně nastavené, protože jak můžeme vidět, obrubníky jsou opět vyráběny na maximum.

#### **4.7. Druhé alternativní řešení**

Jako poslední situaci si vymodelujeme situaci, kdy se alespoň sníží výroba deskoviny tak, aby bylo možné vyrábět pouze z vlastních bloků. Snížení výroby deskoviny zvolíme proto, že je její výroba nejnákladnější a tudíž nejméně výnosná. Na její výrobu se také spotřebuje největší množství kamene. Proto stojí za úvahu, zda by nebylo vhodné snížit její výrobu a tím i ušetřit za dokupování cizích bloků a vyrábět pouze z vlastních vytěžených bloků.

Použijeme Excel, který jsme vytvořili pro původní model. Zde odstraníme buňky týkající se cizích dokupovaných bloků a odstraníme je i ze všech vzorců. Nyní je nutné stanovit minimální množství



## Sestavený model

Definování proměnných

$x_i$  .... kolikrát bude použit  $i$ -tý způsob řezání  $i=1, 2, 3, \dots, 27$

$y$  .... počet bloků z vlastního zdroje

$z$  .... počet dokoupených bloků

Účelová funkce

$$\text{Max } g = 442 * (45x_1 + 5x_5 + 10x_6 + 15x_7 + 20x_8 + 25x_9 + 30x_{10} + 35x_{11} + 40x_{12}) + 143 * (16x_2 + x_{13} + 2x_{14} + 3x_{15} + 4x_{16} + 5x_{17} + 6x_{18} + 7x_{19} + 8x_{20} + 9x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 12x_{24} + 13x_{25} + 14x_{26} + 15x_{27}) + 2,51 * (100x_1 + 2800x_3 + 2800x_4 + 2500x_5 + 2300x_6 + 1900x_7 + 1600x_8 + 1300x_9 + 1000x_{10} + 700x_{11} + 400x_{12} + 2600x_{13} + 2400x_{14} + 2200x_{15} + 2200x_{16} + 2000x_{17} + 1800x_{18} + 1600x_{19} + 1400x_{20} + 1200x_{21} + 1200x_{22} + 1000x_{23} + 800x_{24} + 600x_{25} + 400x_{26} + 200x_{27})$$

Omezující podmínky

Minimální požadavky

$$45x_1 + 10x_5 \geq 10125$$

$$16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \geq 21700$$

$$100x_1 + 2800x_3 + 2300x_4 + 2600x_5 + 2200x_6 + 2000x_7 + 1800x_8 + 1600x_9 + 1400x_{10} + 1200x_{11} + 1000x_{12} + 800x_{13} + 600x_{15} + 400x_{15} \geq 1215000$$

Maximální výroba

$$45x_1 + 10x_5 \leq 12000$$

$$16x_2 + x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 + 7x_9 + 8x_{10} + 10x_{11} + 11x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 14x_{15} \leq 40000$$

Omezení vlastníků bloků

$$y \leq 2000$$

Výroba z kamenných bloků

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leq y$$

Obligátní podmínky

$$x_i \geq 0, \text{ celočíselné} \quad i=1, 2, 3, \dots, 27$$

$$y \geq 0, \text{ celočíselné}$$

$$z \geq 0, \text{ celočíselné}$$

Obr. č. 12: Vyřešený model - 2. Alternativní řešení

Proměnné			
x <sub>1</sub>	0	y	2000
x <sub>2</sub>	1163		
x <sub>3</sub>	0		
x <sub>4</sub>	0		
x <sub>5</sub>	0		
x <sub>6</sub>	0		
x <sub>7</sub>	0		
x <sub>8</sub>	528		
x <sub>9</sub>	0		
x <sub>10</sub>	0		
x <sub>11</sub>	0		
x <sub>12</sub>	0		
x <sub>13</sub>	0		
x <sub>14</sub>	0		
x <sub>15</sub>	0		
x <sub>16</sub>	0		
x <sub>17</sub>	0		
x <sub>18</sub>	0		
x <sub>19</sub>	0		
x <sub>20</sub>	0		
x <sub>21</sub>	0		
x <sub>22</sub>	308		
x <sub>23</sub>	0		
x <sub>24</sub>	1		
x <sub>25</sub>	0		
x <sub>26</sub>	0		
x <sub>27</sub>	0		

Předpokládaná výroba	
Obrubníky	10125
Deskovina	21700
Kostky	1215000
Maximální výroba	
Obrubníky	15000
Deskovina	40000
Čisté zisky Kč/ks	
Obrubníky	442
Deskovina	143
Kostky	2,51
Počet bloků	2000
Hodnota ÚF	14321412
Omezující podmínky	
Předpokládaná výroba	
Obrubníky	10560
Deskovina	21700
Kostky	1215200
Maximální výroba	
Obrubníky	10560
Deskovina	21700
Výroba z bloků	2000

Zdroj: Vlastní zpracování, 2017

Jelikož je nutné zjistit předpokládanou minimální výrobu pro deskovinu, využila jsem připraveného Excelu, kde jsem pouze odstranila zmíněné cizí bloky a změnila jsem pouze hodnotu předpokládanou výrobu deskoviny. Tímto postupem jsem se dostala na číslo 21 700 ks. Při této výrobě je zisk nejnižší a to na 14 321 412 Kč. Zde je výroba deskoviny na úkor obrubníků a kostek. Obrubníků se v tomto případě vyrobí 10 560 ks a kostek 1 215 200 ks. Tyto hodnoty jsou oproti dvěma předchozím modelům velice blízko k minimálním hranicím pro výrobu.

## Závěr

V teoretické části práce jsme si vysvětlili, co je operační výzkum a čím se zabývá, dále jsme se zaměřili na lineární programování. Popsali jsme si neznámější typy úloh a metody, kterými je lze řešit. Tyto informace, jsme dále využili v praktické části celé práce.

Dále jsme se seznámili s podnikem Granio, s.r.o., která byla subjektem našeho zkoumání. Uvedli jsme si nejzákladnější informace o společnosti, jako jsou charakteristika, historie a výroby podniku.

V praktické části jsme využili poskytnutá data firmy, řešili jsme problém nové investice pro zavedení ušlechtilé kamenické výroby. Celý problém jsme řešili jako řeznou úlohu. Sestavili jsme lineární matematický model a vyřešili jej pomocí Řešitele v MS Excel.

Pro získání více pohledů na celý problém, jsme sestavili ještě dvě další alternativní řešení problému. Získali jsme tak tři různé pohledy, které mohou v budoucnu firmě velmi pomoci při rozhodování o realizaci celé investice.

Z uvedených výsledků je vidět, že s každým přidaným kusem deskoviny nám klesá zisk. Z tohoto důvodu by zaměření na tento produkt mělo být pouze minimální a mnohem výnosnější bude zaměřit výrobu převážně na dlažební kostky, kterých se podle podniku prodá opravdu velké množství. Bohužel nevíme, zda jsou zmíněné kalkulace podniku zcela správné. Je tedy možné, že v praxi by byly zjištěné hodnoty jiné.

Celkově však lze říci, že celá investice v hodnotě 30 mil Kč, by se podniku měla během dvou let vrátit, tudíž z dlouhodobého hlediska je tato investice pro podnik výhodná a zavedení ušlechtilé kamenické výroby by bylo pro podnik přínosné.

Uvedené výsledky byly firmě předány firmě, ale jejich konečné rozhodnutí ohledně zkoumané investice zatím není známé.

## Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Simplexová tabulka	str. 18
Tabulka č. 2: Řezné plány – část první	str. 34
Tabulka č. 3: Řezné plány – část druhá	str. 34

## Seznam obrázků

Obrázek č. 1	Schéma rozhodovacího procesu	str. 8
Obrázek č. 2	Diagram simplexové metody	str. 16
Obrázek č. 3	Postup simplexové metody	str. 19
Obrázek č. 4	Nákresy řezů lanovou pilou	str. 34
Obrázek č. 5	Proměnné v Excelu	str. 39
Obrázek č. 6	Pravé strany podmínek v Excelu	str. 40
Obrázek č. 7	Kompletní model sestavený v Excelu	str. 40
Obrázek č. 8	Parametry Řešitele	str. 41
Obrázek č. 9	Vyřešený model v Excelu	str. 42
Obrázek č. 10	Parametry Řešitel – 1. Alternativní řešení	str. 45
Obrázek č. 11	Vyřešený model – 1. Alternativní řešení	str. 46
Obrázek č. 12	Vyřešený model – 2. Alternativní řešení	str. 49

## Seznam použitých zkratk

<b>LP</b>	Lineární programování
<b>MPŘ</b>	Množina přípustných řešení
<b>HÚF</b>	Hodnota účelové funkce
<b>ÚF</b>	Účelová funkce
<b>BPŘ</b>	Bazické přípustné řešení
<b>UKV</b>	Ušlechtilá kamenická výroba

## Seznam použité literatury

### Monografické publikace

DUPÁČOVÁ, Jitka. *Lineární programování*. Bratislava: Alfa, 1990. ISBN 80-05-00679-9.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum – kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vydání. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.

PLEVNÝ, Miroslav, ŽIŽKA, Miroslav. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. 2. vydání - dotisk. Plzeň: ZČU, 2013. ISBN 978-80-7043-933-3.

ŠUBRT, Tomáš et al. *Ekonomicko-matematické metody*. 2. upravené vydání. Praha: Aleš Čeněk, 2015. ISBN 978-80-7380-563-0.

### Internetové zdroje

OSTRAVSKÁ UNIVERZITA. Co je aplikovaná matematika a operační výzkum?. *Ostravská univerzita. Přírodovědecká fakulta* [online]. Ostrava: Ostravská univerzita, © 2016 [cit. 18.04.2017]. Dostupný z: <http://prf.osu.cz/kma/7930/co-je-aplikovana-matematika-a-operacni-vyzkum/>

## Abstrakt

VENTUROVÁ, Tereza. *Řešení konkrétní úlohy v podniku metodami lineárního programování*.  
Cheb, 2017. 54 s. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta ekonomická.

**Klíčová slova:** Lineární programování, lineární matematický model, řezný problém, Řešitel, řezné plány

Předložená práce je zaměřena na řešení konkrétní úlohy v podniku metodami lineárního programování. Je zde vysvětleno lineární programování, co znamená, čím se zabývá. Popisují se zde základní typy úloh lineárního programování a také základní metody pro řešení těchto úloh. Konkrétní úlohou v této práci je rozhodnutí o výhodnosti investice pro zavedení ušlechtilé kamenické výroby ve společnosti Granio, s.r.o. Společnost poskytla k tomuto účelu interní data, z kterých byl sestaven lineární matematický model. Celá úloha je v práci řešena v podobě řezného problému. K řešení byl využit modul v MS Excel, který se jmenuje Řešitel. Pro větší náhled na celý problém jsou v práci rozebrány dvě další alternativní řešení. Celkovým výsledkem je rozhodnutí, že investice je podle zadaných interních dat výhodná a zavedení ušlechtilé kamenické výroby bude pro společnost do budoucna výnosné.



## Abstract

VENTUROVÁ, Tereza. *Solving specific task in an enterprise with using linear programming methods*. Cheb, 2017. 54 s. Bachelor Thesis. University of West Bohemia. Faculty of Economics.

**Key words:** Linear programming, linear mathematical model, cutting stock problem, Solver, cutting stock plans

The presented thesis is focused on solving specific tasks in an enterprise using linear programming methods. It explains linear programming, what it means, what it does. This thesis describes the basic types of linear programming problems and basic methods for solving these problems. The specific task in this thesis is the decision of the benefits of investments into installation of stonework production in Granio, s.r.o. The company provided internal data for this purpose, which was used to compile a linear mathematical model. The whole task is solved in this thesis in the form of cutting stock problem. The MS Excel module Solver was used for the solution. For more insight into the problem, it was took by two another alternative solutions. The overall result is a decision that the investment is convenient regarding to given internal data and installation of stonework production will be profitable for the company in the future.