

# Oponentní posudek diplomové práce

Bc. Kláry Vitákové

zpracované na téma

## Modelování proudění kapalin

K posouzení byla předložena po obsahové stránce kvalitně zpracovaná diplomová práce zabývající se náročnou problematikou matematického modelování proudění nestlačitelných newtonských a neneutronských kapalin. Pro numerické řešení byla zvolena metoda konečných prvků.

V první části práce je uveden matematický model používaný pro popis stacionárního laminárního izotermického proudění homogenní nestlačitelné newtonské kapaliny včetně formulace použitých okrajových a počátečních podmínek. Dále je provedena slabá formulace úlohy a podrobně popsána její numerická realizace pomocí metody konečných prvků. Vzniklá soustava nelineárních algebraických rovnic je numericky řešena pomocí Newtonovy-Raphsonovy metody. V této části práce diplomantka zřejmě hodně vychází ze své bakalářské práce, na kterou se odkazuje. Ze způsobu zpracování této části práce je vidět, že diplomantka dané problematice velice dobře rozumí a má tedy implementaci metody konečných prvků pro řešení problémů proudění nestlačitelných kapalin zažitou. Domnívám se, že to bylo i jedním z cílů této práce. Rovněž se mi líbilo, že diplomantka ve své práci popisuje odvození kovariantního tvaru výchozích rovnic pro proudění nestlačitelných kapalin platného pro libovolné ortogonální křivočaré souřadnice. Z něho pak vyvodí rovnici kontinuity a Navierovu-Stokesovu rovnici v cylindrických souřadnicích. I přesto, že výchozí rovnice proudění tekutin formulované např. v cylindrických souřadnicích lze najít v běžně dostupné literatuře (přirozeně je nikdo neodvozuje z důvodu pracnosti), nepovažuji rozhodně tento krok za nadbytečný, neboť i tímto diplomantka prokázala, že se v dané problematice dobře orientuje. I pro tento matematický model formulovaný v cylindrických souřadnicích uvádí postup numerického řešení pomocí metody konečných prvků. Využívá zde osově symetrického proudění a tudíž řešení 3D problému proudění převádí na rovinnou úlohu. Pomocí vlastního vyvinutého softwaru provedla numerické řešení stacionárního laminárního izotermického proudění nestlačitelné newtonské kapaliny v geometricky jednoduchých výpočtových oblastech – ve svislé trubici a dále v zakřivené trubici, jejíž střednice má tvar polokružnice. Řešení realizovala v bezrozměrném tvaru a získané výsledné proudové pole (tlakové i rychlostní) vyhodnotila také v bezrozměrném tvaru. Očekával jsem ale hlubší analýzu dosažených výsledků, jejich porovnání vůči analytickému řešení, které alespoň pro ustálené laminární proudění nestlačitelné newtonské kapaliny v přímé trubici existuje, a dále zdůvodnění ne zcela zanedbatelných odchylek v tlaku u vstupní a výstupní části svislé trubice při použití cylindrických souřadnic. Překvapuje mě, proč je na vstupu do trubice jiná hodnota tlaku než ta, kterou diplomantka předepisuje jako okrajovou podmínku. K uvedeným numerickým výsledkům mám několik otázek do diskuze v rámci obhajoby.

Druhá část diplomové práce je věnována numerickému řešení neneutronských kapalin opět s využitím metody konečných prvků. Tuto část práce považuji alespoň po teoretické stránce za hlavní přínos diplomantky. Jednak proto, že modelování proudění neneutronských kapalin patří v současné době k aktuálním problémům v oblasti výpočtové dynamiky tekutin (CFD) a dále pak proto, že proudění neneutronských kapalin nachází široké uplatnění nejen v technické praxi, ale i v kardiovaskulární biomechanice, např. při proudění krve v cévách. Diplomantka se zde zabývá numerickým řešením čistě viskózní časově nezávislé (tzv.

zobecněné Newtonovy kapaliny), kdy pro zdánlivou viskozitu používá mocninový model a konkrétní numerické řešení provádí jak pro smykově řídnoucí (pseudoplastickou), tak pro smykově houstnoucí (dilatantní) nestlačitelnou kapalinu. Dále popisuje celou řadu konstitutivních vztahů pro viskoelastické kapaliny. Vlastní numerické řešení provádí konkrétně pro viskoelastický Oldroydův B model kapaliny se slabou pamětí. Opět pomocí vlastního vyvinutého softwaru provedla numerické řešení stacionárního laminárního izotermického proudění nestlačitelné neneutonské (čistě viskózní časově nezávislé) kapaliny v geometricky stejných výpočtových oblastech (ve svislé trubici a dále v zakřivené trubici, jejíž střednice má tvar polokružnice) a při stejných okrajových podmínkách, které použila i pro případ numerického řešení newtonské kapaliny. Z tohoto důvodu jsem očekával, že diplomantka provede výpočet nejen pro hodnoty indexu toku  $n = 0,95$  a  $n = 1,05$  vystupujícího v mocninovém modelu viskozity, ale i pro hodnotu  $n = 1$ , která odpovídá newtonské kapalině, a provede tak porovnání s předchozími řešenými případy a tím i validaci implementovaného modelu viskozity. Bohužel toto řešení diplomantka ve své práci neuvádí. A konečně pomocí vlastního vyvinutého softwaru provedla numerické řešení stacionárního laminárního izotermického proudění nestlačitelné neneutonské kapaliny (konkrétně pro viskoelastický Oldroydův B model kapaliny se slabou pamětí) ve svislém 2D kanálu. K uvedeným numerickým výsledkům mám opět několik otázek do diskuze v rámci obhajoby.

Celkově k obsahové stránce práce mám jen připomínku týkající se úvodu. Je zde sice popsána historie metody konečných prvků, ale očekával bych zde rovněž provedenou rešerši cílenou na téma diplomové práce, tedy rešerši věnující se použití a implementaci metody konečných prvků ve výpočtové dynamice tekutin. Po formální stránce je diplomová práce na velice dobré úrovni. Má logickou strukturu, je napsána přehledně a relativně dobrou češtinou. V práci se vyskytuje několik překlepů a gramatických chyb z nepozornosti. Upozorňuji diplomantku rovněž na nesprávný tvar rovnice (4.55), na zdvojené značení  $F_1$ ,  $F_2$  a  $F_3$  v rovnici (4.19) s jiným významem, na chybný odkaz na rovnici (3.2.3) na str. 32 a na nevýstižný popis k obr. 3.1. Formulace typu „...zobrazení konečného prvku dort a brick ...“ (viz popis k obr. 3.2) zní zvláště stejně tak, jako „...je řešeno modelování stacionárního proudění...“ (viz str. 66).

K diplomantce bych měl v rámci obhajoby následující dotazy:

- Mohla by diplomantka ukázat, jak vypadala použitá výpočetní síť v obou typech trubic? Z jakého důvodu volila pro výpočet relativně hrubou síť a proč neprovedla zahuštění sítě v oblasti mezní vrstvy, tedy u stěny? Nemůže mít takto zvolená síť vliv na dosažené výsledky? Provedla si diplomantka numerické testy, zda-li použité sítě jsou dostatečně kvalitní?
- S ohledem na to, že diplomantka numericky řeší vazké proudění, je nutné uvést referenční (charakteristické) veličiny, pomocí nichž lze dopočítat skutečné rozměry nejen výpočtové oblasti, ale i proudových veličin a materiálových veličin charakterizujících danou tekutinu. V případě vazkého proudění záleží na rozměrech, resp. velikosti Reynoldsova čísla a nestačí uvést jen bezrozměrné hodnoty. Mohla by diplomantka v rámci obhajoby ukázat tento přepočít?
- Je opravdu možné zanedbat vliv tíhové síly kapaliny na proudění ve svislé trubici?
- Bylo by možné porovnat numerický výpočet stacionárního laminárního proudění nestlačitelné newtonské kapaliny ve svislé trubici s analytickým řešením?
- Příliš nerozumím hodnotám souřadnic  $z$  a  $x$  v tabulce 3.3 s ohledem na obr. 3.9. Na obr. 3.10 nebude zřejmě rozložení tlaku v rovině  $yz$ .

- Nerozumím větě v závěru práce, cituji: „Nepřesné hodnoty na vstupu a výstupu jsou způsobeny fyzikálně nepřesnou Neumannovou okrajovou podmínkou.“ Mohla by se diplomantka k tomu vyjádřit?
- Jak je to se splněním Babuškovy-Breziho podmínky ve Vámi řešených případech?
- Mohla by diplomantka uvést některé praktické příklady neneutonských kapalin, které vyhovují viskoelastickému Oldroydovu B modelu kapaliny se slabou pamětí?

**Závěr:**

**Mohu konstatovat, že všechny cíle formulované v zadání diplomové práce byly splněny. Předložená diplomová práce naplňuje všechny požadavky kladené na kvalifikační práce tohoto druhu. Výše uvedené připomínky nesnižují nijak kvalitu této práce, a proto ji hodnotím známkou „výborně“ a jednoznačně ji doporučuji k obhajobě před komisí SZZ na Katedře mechaniky Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.**

V Plzni dne 22. června 2017



doc. Ing. Jan Vimmr, Ph.D.

Katedra mechaniky,  
Fakulta aplikovaných věd,  
ZČU v Plzni,  
Technická 8, 306 14 Plzeň

