

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra mechaniky

Bakalářská práce

Spolehlivostní a citlivostní analýza komplexní kompozitní struktury

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Akademický rok: 2015/2016

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Lukáš NĚMEC**

Osobní číslo: **A15B0500P**

Studijní program: **B3947 Počítačové modelování v technice**

Studijní obor: **Výpočty a design**

Název tématu: **Spolehlivostní a citlivostní analýza komplexní kompozitní struktury**

Zadávací katedra: **Katedra mechaniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Provedení rešerše v oblasti spolehlivostních a citlivostních analýz struktur z kompozitních materiálů.
2. Provedení citlivostní a spolehlivostní analýzy lávky pro pěší a cyklisty zhotovené z profilů vyrobených ze skelného kompozitu pultruzní technologií.
3. Diskuze výsledků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah kvalifikační práce: **20-30 stran A4 včetně příloh**

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury:

1. Berthelot, J. M.: **Composite Materials**, Springer-Verlag New York, 1999.
2. Bathe, K. J.: **Finite Element Procedures**, Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2006.
3. Rosenberg, J.; Křen, J.: **Mechanika kontinua**, Plzeň, 1998.
4. Arora, J., S.: **Introduction to Optimum Design**, second edition, ISBN 0-12-064155-0, Elsevier Academic Press, 2004.
5. Marek, P.; Brozzetti, J.; Guštar, M.; Tikalsky, P.: **Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation**, background, exercises and software, 2nd edition, TEREKO, 2001.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Tomáš Kroupa, Ph.D.

Katedra mechaniky

Datum zadání bakalářské práce: **7. října 2015**

Termín odevzdání bakalářské práce: **31. května 2016**

Doc. RNDr. Miroslav Lávička, Ph.D.
děkan



Prof. Ing. Vladislav Laš, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 7. října 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů.

V Plzni dne 16. srpna 2016

Lukáš Němec

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Tomáši Kroupovi, Ph.D. za cenné rady, věnovaný čas, věcné připomínky a vstřícnost při konzultacích bakalářské práce.

Abstrakt

Tato práce se zabývá praktickou ukázkou citlivostního a pravděpodobnostního posouzení mezního stavu použitelnosti kompozitní lávky. Tato lávka byla vyrobena v rámci projektu TAČR TA02010501 ve spolupráci firem a institucí 5M s.r.o., VZLÚ a.s., IKP s.r.o. a katedrou mechaniky na ZČU v Plzni. Výsledky tohoto posudku budou využity při následných analýzách v rámci návrhu lávek o větších délkách, šířkách a při snaze o snížení zábradlí.

Abstract

This work deals with the practical demonstration of the sensitivity and the probabilistic assessment of limit state composite pedestrian footbridge. This bridge was constructed under the project TAČR TA02010501 in cooperation of companies and institutions 5M Ltd., Aeronautical Research Inc., IKP Ltd. and the Department of Mechanics at the University of West Bohemia in Pilsen. Results of this assessment will be used in subsequent analyzes in the proposal of design of pedestrian footbridges for greater lengths, widths, and in an effort to reduce the railing height.

Obsah

1	Úvod	1
2	Koncepce lávky	3
3	Výběr parametrů pro analýzy	5
3.1	Materiálové parametry	6
3.2	Zatížení	6
3.3	Geometrické parametry	9
3.4	Shrnutí	10
4	Citlivostní analýza	12
4.1	Citlivostní analýza materiálových parametrů	13
4.2	Citlivostní analýza zatížení	19
4.3	Citlivostní analýza geometrických parametrů	23
4.4	Celková citlivostní analýza	28
5	Spolehlivostní analýza	29
5.1	Spolehlivostní analýza s náhodným zatížením	30
5.2	Spolehlivostní analýza s pevným zatížením	34
6	Zhodnocení výsledků	39

1 Úvod

Posuzování spolehlivosti je ve stavební nebo strojní praxi jedním z nejdůležitějších ukazatelů. V dnešní době, kdy je na stavební konstrukce či strojní součásti vyvíjen tlak na co největší využití materiálu, snižování spotřeby materiálu, zvyšování výkonů strojů apod., se materiál přibližuje svým mezním stavům víc než tomu bylo dříve. Pro faktory, které byly pro nás dříve méně důležité nebo těžce analyzovatelné, vzrůstá v dnešní době jejich důležitost, snaha je o to, co nejlépe tyto faktory popsat a vyčíslit jejich vliv. Nelze si tedy vystačit s deterministickým či polo-stochastickým přístupem, jaký je reprezentován ve strojírenských či stavebních normách.

Jako příklad takovýchto metod je metoda dílčích součinitelů, která se používá ve stavitelství a je polo-stochastická. I když je tato metoda založena na pravděpodobnostním teoretickém modelu, zůstává její interpretace z hlediska uživatele deterministickou. Přihlíží k náhodně proměnnému charakteru vstupních veličin pomocí příslušných dílčích součinitelů a je založena na koncepci mezních stavů, při uvažování náhodného charakteru vstupních veličin. Tato metoda však neposkytuje informaci o míře spolehlivosti navrhované konstrukce, projektant dostává pouze informaci typu vyhověla - nevyhověla. Mezi další problémy této metody se řadí problematika začlenění různých časově proměnných účinků do posudku spolehlivosti a v neposlední řadě je u této metody problém s nesnadnou kalibrací jednotlivých součinitelů [12].

Z důvodů zmíněných v předchozím odstavci je potřeba věnovat pozornost plně pravděpodobnostním metodám. Tyto metody dovolují vyjádření variability všech veličin objevujících se ve výpočtech, stochasticky. Pravděpodobnostní přístup pak vede ke kvalitativně vyšší úrovni posudku spolehlivosti, protože umožňuje vyčíslit míru spolehlivosti dosažení mezního stavu. Nevýhodou plně pravděpodobnostních metod je mj. jejich časová náročnost a složitost získání statistických dat (histogramy zatížení, rozptyl mechanických vlastností, aj.). V této práci však není prostor pro obsáhlou teorii, která se skrývá za touto problematikou (teorii pravděpodobnosti, mezních stavů, definici samotné spolehlivosti, způsoby řešení výpočtu spolehlivosti, numerické metody zabývající se řešením spolehlivosti, apod.).

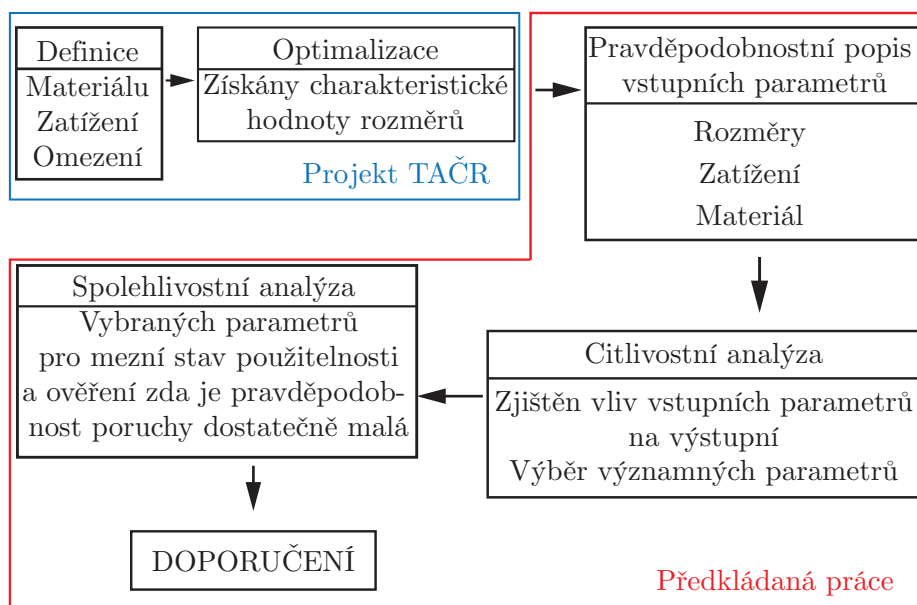
Cílem této práce je pravděpodobnostní posouzení mezního stavu použitelnosti celokompozitní lávky pro pěší a cyklisty. Lávka byla vyrobena v rámci projektu TAČR TA02010501 ve spolupráci firem a institucí 5M s.r.o.,

VZLÚ a.s., IKP s.r.o. a katedrou mechaniky na ZČU v Plzni. Autor tohoto textu se nijak nepodílel na návrhu ani výrobě této lávky a jeho úkolem bylo pouze provedení hlubší citlivostní a spolehlivostní analýzy a následné posouzení mezního stavu. Jedná se o praktickou ukázkou na reálném případě již vyrobené lávky. Výsledky tohoto posudku budou využity při následných analýzách v rámci návrhu lávek o větších délkách, šířkách a při snaze o snížení zábradlí a mají sloužit výrobcí jako zpětná vazba výrobního procesu.

Následující text je rozdělen do dvou hlavních částí:

1. **Citlivostní analýzy** - zde jsou identifikovány dominantní vstupní veličiny, které nejvíce ovlivňují výstupní veličiny jako průhyb, hmotnost, apod. (bude dále vysvětleno)
2. **Spolehlivostní analýzy** - zde je proveden pravděpodobnostní posudek vzhledem k meznímu stavu použitelnosti pomocí vybraných dominantních parametrů.

Smysl zaměření této práce je ukázán na následujícím diagramu, kde jsou úkoly této práce ohraničeny červeným rámečkem:



Obrázek 1.1: Vývojový diagram

2 Koncepce lávky

Ještě před vlastními analýzami budou uvedeny ve zkratce základní informace o konstrukci kompozitní lávky, použitých materiálech, jejich mechanických vlastnostech a parametrech, které byly vybrány k analýze. K tomu slouží následující odstavce.

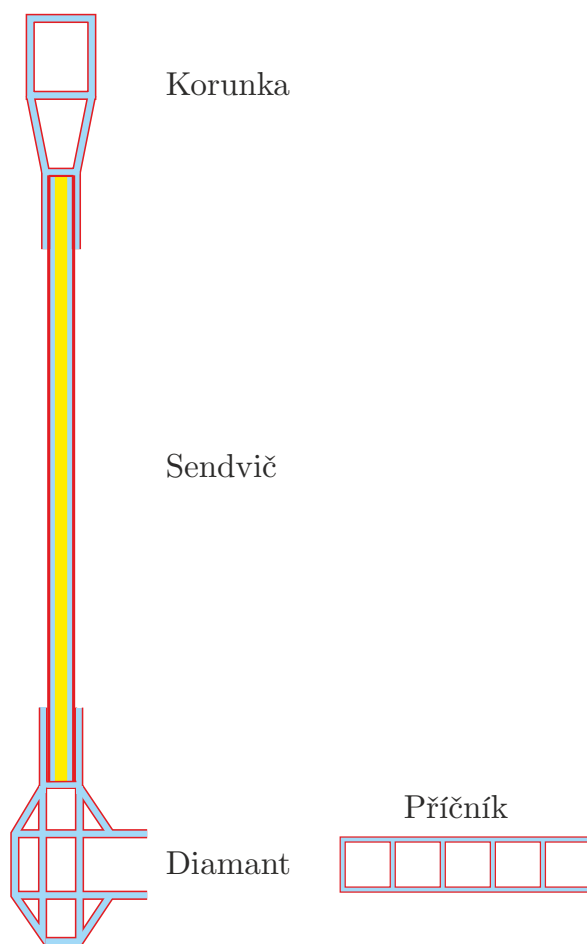
Lávka je vyrobena jako samonosná konstrukce pultruzní technologií z kompozitního materiálu a je sestavena z jednotlivých dílců, které jsou k sobě slepeny. Sestavení z dílců umožňuje její variabilitu. Délka lávky může být až do 18 m, přičemž šíře pochozí plochy nejdelší varianty je 2,2 m a výška od pochozí plochy je 1,6 m (výška zábradlí). Lávky je možné sestavit o různých délkách při použití stejných forem na výrobu, model je zobrazen na obr. 2.2 a vyrobená lávka je na obr. 2.1. Citlivostní a spolehlivostní analýzy v předkládané práci byly provedeny pro verzi lávky dlouhé 18 m a široké 2,2 m (šířka pochozí plochy).

Matrice kompozitního materiálu je tvořena z nenasycené polyesterové pryskyřice a výztuž je realizována pomocí skelných vláken - jednosměrové a biaxiální uspořádání. U jednoho dílce je také použita pěna na bázi termoplastu. Následuje stručné popsání dílců lávky viz obr. 2.2:

1. **Korunka** - jedná se o horní díl lávky, který slouží i jako zábradlí. Výztuž je realizována kombinací biaxiální vazby, rovingu, jednosměrového kompozitu a matrice s již zmíněné polyesterové pryskyřice.
2. **Sendvič** - část která tvoří bočnice lávky sloužící pro spojení korunky a diamantu. Jak už název napovídá je to sendvičový profil složený z kombinace biaxiální vazby, rovingu, jednosměru, pěny a polyesterové pryskyřice.
3. **Diamant** - tento profil spojuje sendvič a příčník lávky. Je složen z kombinace biaxiální vazby, rovingu, jednosměrového kompozitu a polyesterové pryskyřice.
4. **Příčník** - vytváří pochozí plochu lávky. Stejně jako u diamantu je výztuž realizována kombinací biaxiální vazby, rovingu a jednosměrového kompozitu a jako matrice je použita polyesterová pryskyřice navíc je pochozí plocha příčníku ještě opatřena posypem proti skluzu.



Obrázek 2.1: Vyrobená lávka



Obrázek 2.2: Profily v řezech (obrázek není v měřítku)

3 Výběr parametrů pro analýzy

Následující odstavce budou věnovány volbě analyzovaných parametrů a jejich pravděpodobnostnímu popisu.

V této části budou vybrány a popsány parametry úlohy. Vybrané - charakteristické hodnoty lávky (tloušťky jednotlivých vrstev, jednotlivá zatížení, hustoty jednotlivých materiálů, apod.) budeme nazývat vstupní parametry¹ (budou popsány podrobněji v kap. 3.1 - 3.3) a zkoumané hodnoty na ně navázané a z nich vyplývající (hmotnosti jednotlivých dílců, první vlastní frekvence, apod.) budeme nazývat výstupními parametry. V tab. 3.1 je uveden seznam všech výstupních parametrů, které se objevují v následných analýzách. V tab. 3.2 je uvedeno omezení pro mezní stav použitelnosti, tato omezení budou dále použita při spolehlivostní analýze.

Hmotnost	Maximální možný posuv	Ostatní
Korunky - m_k	Směr osy x (vybočení) - u_x	První vlastní frekvence - f_1
Sendviče - m_s	Směr osy y (průhyb) - u_y	Koeficient stability - λ_1
Diamantu - m_d	Směr osy z - u_z	
Příčnicku - m_p		

Tabulka 3.1: Výstupní parametry

Podmínky	
Průhyb [mm]	≤ 36
První vlastní frekvence [Hz]	$\geq 5,1$
Koeficient stability [-]	$\geq 2,0$
Vybočení [mm]	≤ 60

Tabulka 3.2: Omezení pro mezní stav použitelnosti lávky délky 18 m

V případě optimalizace v rámci návrhu během projektu TAČR se posuvy braly jako maximální možné posuvy² z celé lávky v daném směru, ale v případě výše zmíněných analýz je uvažován průhyb u_y v polovině lávky pod

¹Pravděpodobnostní popis následujících parametrů je jedním z nejdůležitějších kroků a volba pravděpodobnostních modelů přímo ovlivňuje spolehlivost lávky. Vždy by tedy měla být snaha o to, aby se vybraný pravděpodobnostní model co nejvíce blížil reálné skutečnosti popisované veličiny.

²Výběr maximálních posuvů v celé látce nebylo samoúčelné v rámci optimalizací, ale bylo vybráno z důvodu bezpečnosti a nadimenzování příčníků.

diamantem a vybočení u_x v polovině lávky na vrcholu korunky, což odpovídá i experimentálnímu měření a průběhu certifikace.

3.1 Materiálové parametry

V konečno prvkovém modelu (výpočtu) byly uvažovány lineárně-elastické příčně izotropní modely materiálů (v případě pěny homogenní a izotropní). MKP model je sestaven ze skořepinových prvků.

Pro všechny materiálové parametry bylo dle [14] vybráno normální rozdělení pravděpodobnosti, kde charakteristická hodnota materiálového parametru je rovna střední hodnotě μ a variační koeficient daného parametru je roven 5 %. Tento údaj vyplývá z provedených experimentů na KME³. Výběr normálního rozdělení s danou střední hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ zohledňuje i sklon vláken kompozitního materiálu. Všechny analyzované materiálové parametry společně s jejich hodnotami jsou uvedeny v tab. 3.3.

3.2 Zatížení

Pro popis nahodilého zatížení byl vybrán dle [8] Gumbelův pravděpodobnostní model, kde pro výpočet střední hodnoty μ a směrodatné odchylky σ bylo využito následujících vztahů:

$$\mu = 0,6 Q \quad \sigma = 0,21 Q, \quad (3.1)$$

kde Q vyjadřuje jednotlivé charakteristické hodnoty všech uvažovaných zatížení [16]. V tab. 3.4 jsou uvedena všechna uvažovaná zatížení společně s jejich středními hodnotami a směrodatnými odchylkami. Na obr. 3.1 lze vidět výpočtový model se zobrazeným zatížením.

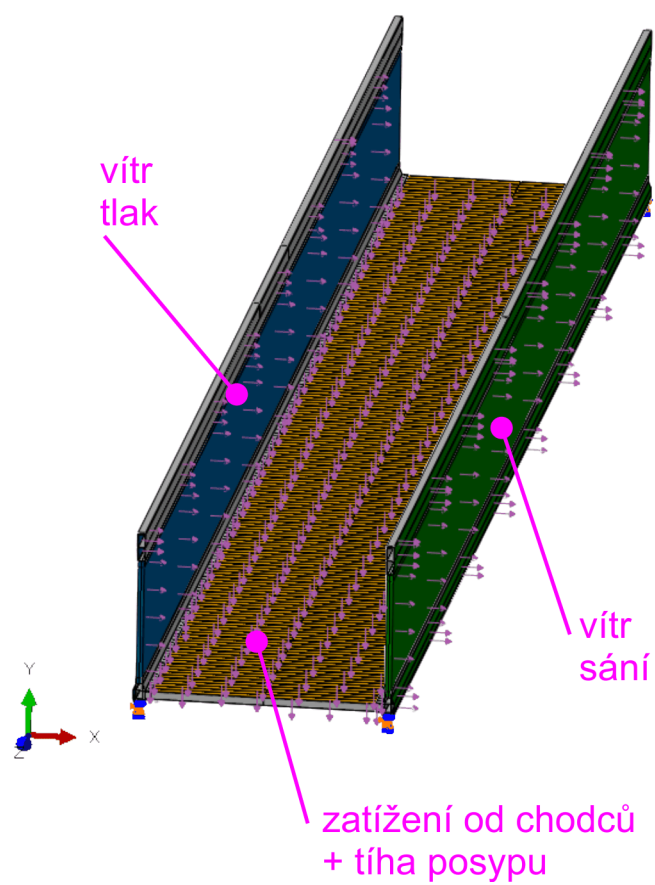
³Byl zde zkoumán podobný a stejný materiál nicméně počet vzorků nebyl vysoký a statisticky průkazný.

Parametr		Střední hodnota μ	Směrodatná odchylka σ	Variační koeficient [%]
Roving	E_1 [GPa]	43,0	2,15	5
	E_2 [GPa]	12,4	0,62	5
	ν_{12} -	0,29	0,015	5
	G_{12} [GPa]	4,1	0,205	5
	G_{13} [GPa]	4,1	0,205	5
	G_{23} [GPa]	4,1	0,205	5
	ρ [kg/m ³]	2090	104,5	5
Jednosměr	E_1 [GPa]	34,7	1,735	5
	E_2 [GPa]	11,3	0,565	5
	ν_{12} [-]	0,29	0,015	5
	G_{12} [GPa]	4,1	0,205	5
	G_{13} [GPa]	4,1	0,205	5
	G_{23} [GPa]	4,1	0,205	5
	ρ [kg/m ³]	1930	96,5	5
Biax	E_1 [GPa]	21,0	1,05	5
	E_2 [GPa]	15,8	0,79	5
	ν_{12} [-]	0,09	0,0045	5
	G_{12} [GPa]	12,6	0,63	5
	G_{13} [GPa]	4,1	0,205	5
	G_{23} [GPa]	4,1	0,205	5
	ρ [kg/m ³]	1800	90	5
Pěna	E [GPa]	65,0	3,25	5
	ν [-]	0,3	0,015	5
	ρ [kg/m ³]	100	5	5

Tabulka 3.3: Vstupní parametry materiálové [16], [14]

Zatížení Q	Charakteristická hodnota	Střední hodnota μ	Směrodatná odchylka σ	Variační koeficient [%]
Chodci [kPa]	5	3,0	1,05	35
Vítr tlak [Pa]	237	142,2	49,77	35
Vítr sání [Pa]	177	106,2	37,17	35
Posyp [Pa]	50	30,0	10,50	35

Tabulka 3.4: Vstupní parametry zatížení [16], [8]



Obrázek 3.1: Výpočetní model se zobrazeným zatížením

3.3 Geometrické parametry

Pro popis geometrických parametrů bylo ve výpočetním modelu viz obr. 3.2 přijato několik předpokladů a místy zjednodušení.

Pro pravděpodobnostní popis bylo vybráno rovnoměrné rozdělení s odchylkou jedné vrstvy $\pm 0,1$ mm. Odchylka jedné vrstvy je zde uvažována zjednodušeně a to tak, že pokud je na sobě např. 10 vrstev z jednoho materiálu, je každé z těchto vrstev přiřazena stejná náhodná hodnota tloušťky.

V tab. 3.5 jsou dále uvedeny všechny stěny, jejichž jednotlivé vrstvy byly uvažovány jako náhodné a v tab. 3.6 jsou uvedeny tloušťky pro jednu vrstvu materiálu, ze kterých jsou složeny jednotlivé stěny. Více o struktuře jednotlivých stěn viz [5]. V kap. 4.3 jsou pak uvedeny výsledky citlivostní analýzy geometrických parametrů, kde u příslušné stěny je i údaj v závorce, ten vyjadřuje o jaký typ materiálu se jedná.

Náhodné stěny						
					h_1	
	h_9				h_{2mt}	
	h_8				h_{2mb}	r_{vr}
Korunka	w_{6l}	Sendvič	w_4	Diamant	w_{2l}	Příčník r_{vm}
	d_{7l}				w_{2r}	r_{hb}
	d_{7r}				d_1	
					d_2	

Tabulka 3.5: Náhodné stěny

Tloušťka jedné vrstvy [mm]	
Roving	0,6
Biax	0,5
Pěna	1,0
Jednosměr	0,45

Tabulka 3.6: Tloušťka jedné vrstvy materiálu

Stěny, které v analýze vystupují jako pevné (nejsou pravděpodobnostně popsány) jsou uvedeny v tab. 3.7. Dále je určitým stěnám přiřazena stejná náhodná tloušťka. Takové stěny jsou uvedeny na následujících řádcích:

$$\begin{aligned}
h_{2mt} &= h_{2lt} = h_{2rt} = h_{2t} \\
h_{2mb} &= h_{2lb} = h_{2rb} = h_{2b} \\
r_{vm1} &= r_{vm2} = r_{vm3} \\
d_1 &= d_4 \\
d_2 &= d_3
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Pevné stěny

	u_{tl}		u_{bl}
Korunka		Diamant	
	u_{tr}		u_{br}

Tabulka 3.7: Pevné stěny v modelu

Také byl zjednodušeně řešen náhodný posuv vnitřních částí formy. Toto řešení bylo realizováno následujícím způsobem. Vnitřní části formy se mohou vlivem gravitace a dalších technologických vlivů náhodně pohybovat, tloušťky jednotlivých stěn se tedy můžou oproti návrhu lišit, avšak je nutné vzít i v úvahu, že suma všech stěn a vnitřních částí formy v jednom směru nemůže překročit rozměr, který je vymezen formou (vnější rozměry formy byly zachovány). Proto je tedy nutné zvolit pro každý profil vždy jednu stěnu, v každém směru, jejíž rozměry budou dopočteny. Ve skriptu, který byl použit pro stavbu lávky v programu Abaqus nebylo možné řešit veškeré nahodilé posuvy formy.

Dopočítávané stěny

	w_{6r}		w_1	Příčník	r_{ht}	Sendvič	$w_4(4)$
Korunka		Diamant	h_5		r_{vl}		
	h_7						

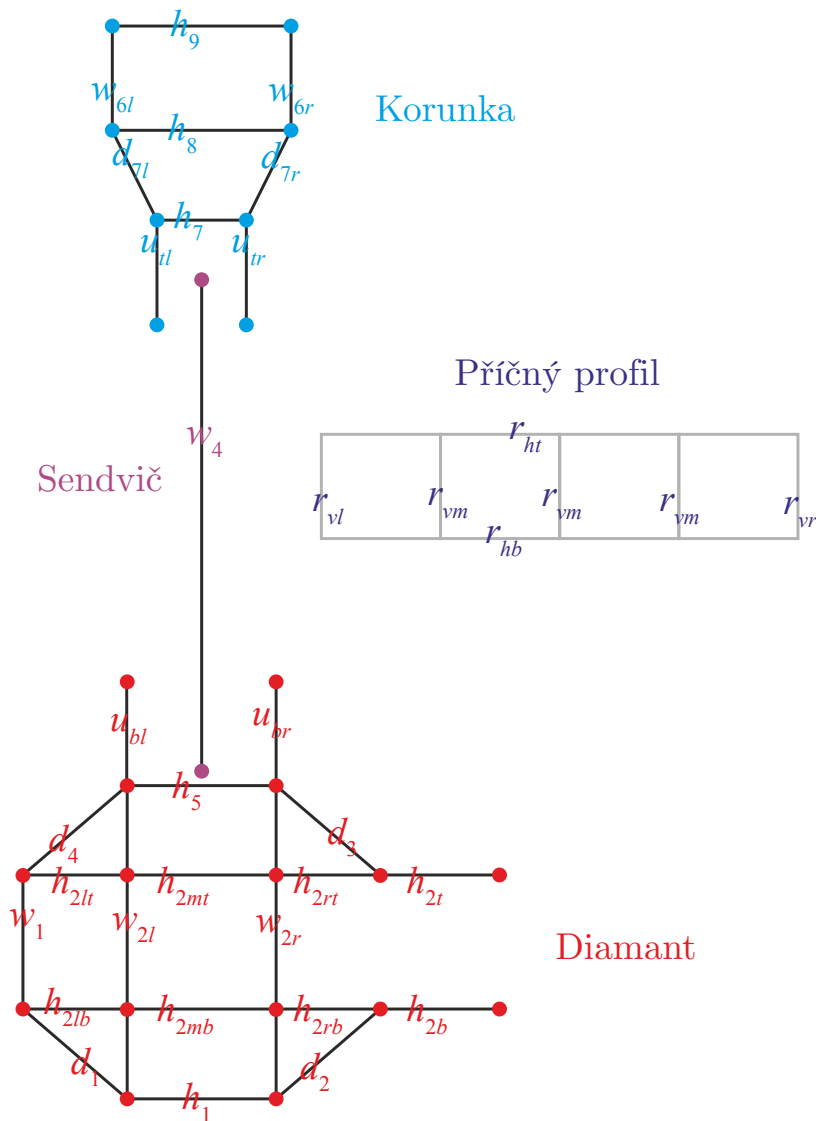
Tabulka 3.8: Stěny použité pro dopočet

V předchozích odstavcích byly popsány veškeré stěny, které vystupují ve výpočetním modelu a způsob jakým je s nimi v analýzách počítáno.

3.4 Shrnutí

U vstupních parametrů by se dalo samozřejmě uvažovat o jiných pravděpodobnostních modelech, ale u většiny parametrů nebyla dostupná statistická

data (histogramy od zatížení, u materiálových parametrů dostatečný počet experimentálních zkoušek). Dle zmíněných publikací byl však každému parametru vybrán nejvhodnější pravděpodobnostní model.



Obrázek 3.2: Schéma profilů s označením stěn

4 Citlivostní analýza

Úkolem citlivostní analýzy bylo zjištění závislosti mezi vstupními parametry (tloušťky jednotlivých vrstev, zatížením, materiálovými charakteristikami) a výstupními parametry viz tab. 3.1. Cílem této analýzy je vybrat takové vstupní parametry¹, které nám význačně ovlivňují výstupní parametry (oproti ostatním parametrům).

Citlivostní analýza je nadále rozdělena na 3 pod analýzy, které se věnují posouzení jednotlivých tlouštěk (65 parametrů), zatížení (4 parametry) a materiálových charakteristik (24 parametrů). Následně je provedena citlivostní analýza se všemi návrhovými parametry dohromady (92 parametrů) z důvodu ověření závislostí, které vyplynuli z jednotlivých analýz.

Veškeré citlivostní analýzy byly simulovány numerickou metodou Latin Hypercube Sampling, dále LHS ve 200 iteracích [15].

Výběr dominantních parametrů se řídil dle jejich vztahu k podmínkám pro mezní stav použitelnosti viz tab. 3.2. Jako dominantní parametry byly tedy voleny takové veličiny, které významně ovlivňovaly průhyb, vlastní frekvenci, koeficient ztráty stability a vybočení².

V následujících analýzách jsou uvedeny pojmy jejichž význam je vysvětlen v následujících odstavcích:

Lineární korelační koeficient měří statistickou závislost lineárního vztahu mezi dvěma veličinami. Lineární korelační koeficient r , může nabývat hodnot z intervalu $< -1, 1 >$. Hodnota korelačního koeficientu $r = -1$ značí nepřímou úměru (antikorelaci, $y = -kx$). Hodnota korelačního koeficientu $r = 1$ značí zcela přesně lineární vztah ($y = kx$). Pokud je korelační koeficient roven $r = 0$ (nekorelovanost), pak mezi veličinami není žádná statisticky zjistitelná lineární závislost³ [7].

¹A s těmito vybranými parametry následně provést spolehlivostní analýzu a určit tak pravděpodobnost překročení mezního stavu použitelnosti.

²Důvodem proč nebyly voleny i takové vstupní veličiny, které mají vliv na hmotnosti jednotlivých dílců je takový, že tyto parametry nijak neovlivňují mezní stav použitelnosti.

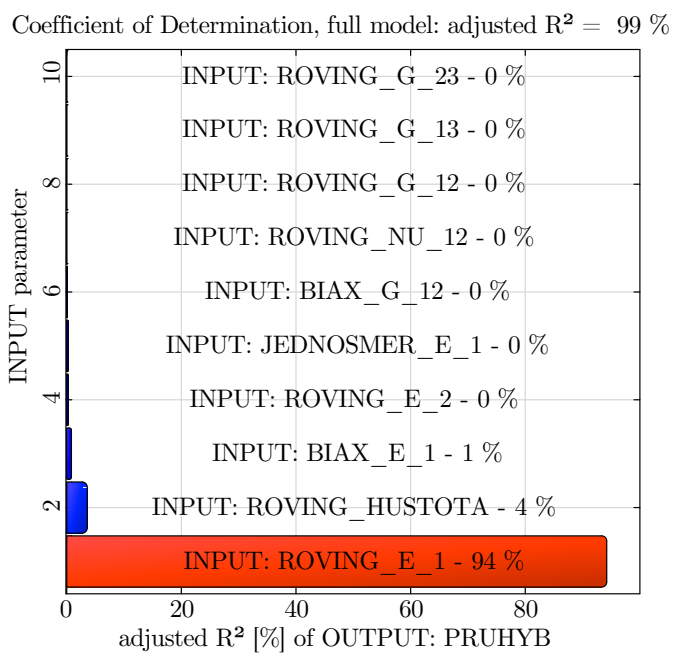
³Lze analyzovat i kvadratický korelační koeficient, který měří statistickou závislost kvadratického vztahu.

Koeficient determinace R^2 , kde $R^2 \in \langle 0, 100\% \rangle$, vyjadřuje závislost výstupní veličiny na lineární kombinaci všech vstupních veličin. Pokud je $R = 100\%$, znamená to, že závislá výstupní proměnná je přesně lineární kombinací vstupních veličin.

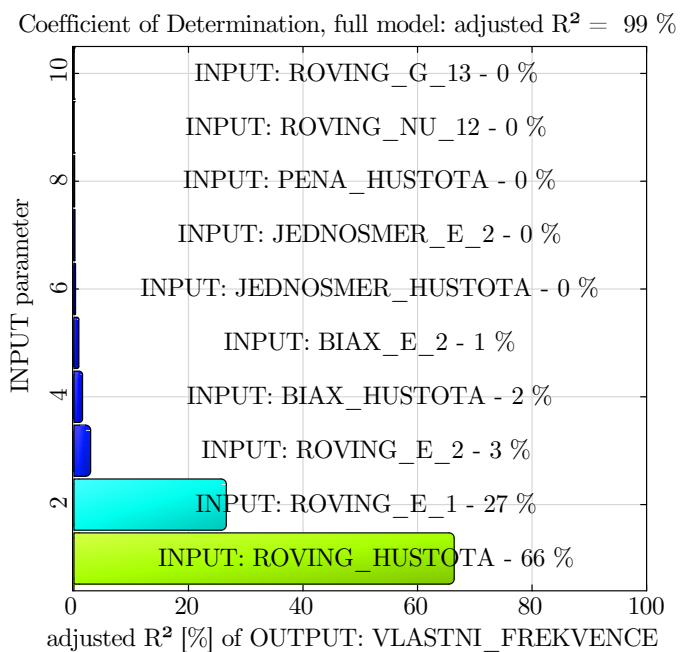
Jinými slovy, tento koeficient reprezentuje procentuální podíl (nebo-li míru) vstupních parametrů působících na danou výstupní veličinu, a který může být vysvětlen lineárním vztahem (at' už přímo nebo nepřímo úměrným). Pokud je suma těchto podílů menší než 100%, zbylý podíl procent vyjadřuje změnu, která je způsobena kvadratickým vztahem či zůstává ne-vysvětlena [7].

4.1 Citlivostní analýza materiálových parametrů

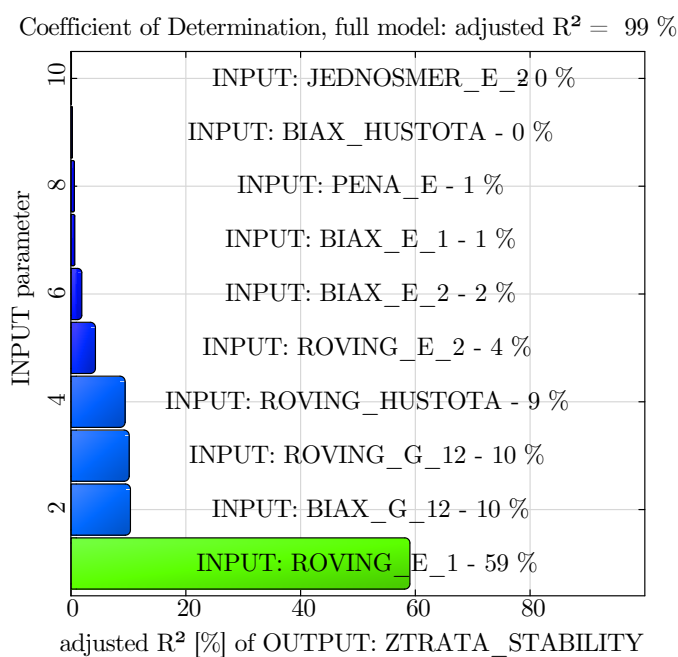
Na následujících grafech na obr. 4.1 až 4.4 je koeficient determinace, pro sledované výstupní parametry postupně: průhyb, první vlastní frekvence, koeficient ztráty stability, vybočení. Na grafech 4.5 až 4.8 jsou velikosti lineárních korelačních koeficientů nejvýznamnějších veličin, které ovlivňují výstupní parametry, postupně: průhyb, první vlastní frekvence, koeficient ztráty stability, vybočení.



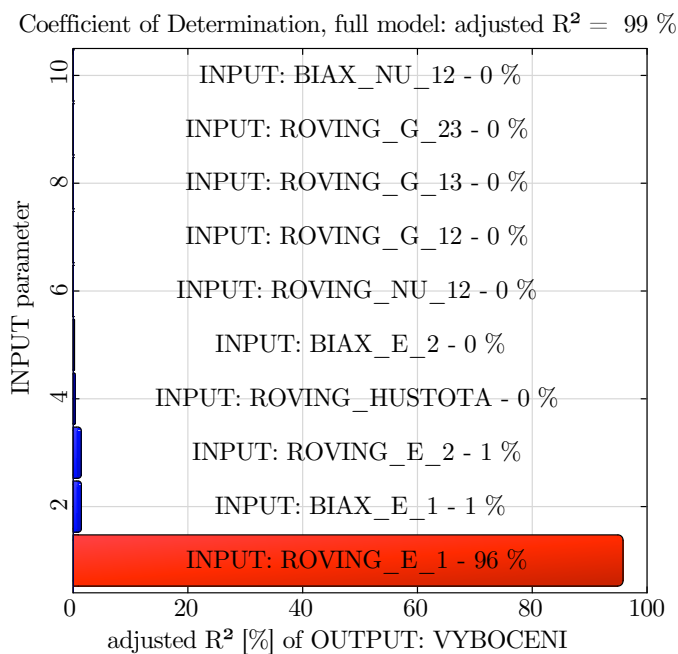
Obrázek 4.1: Koeficient determinace pro průhyb



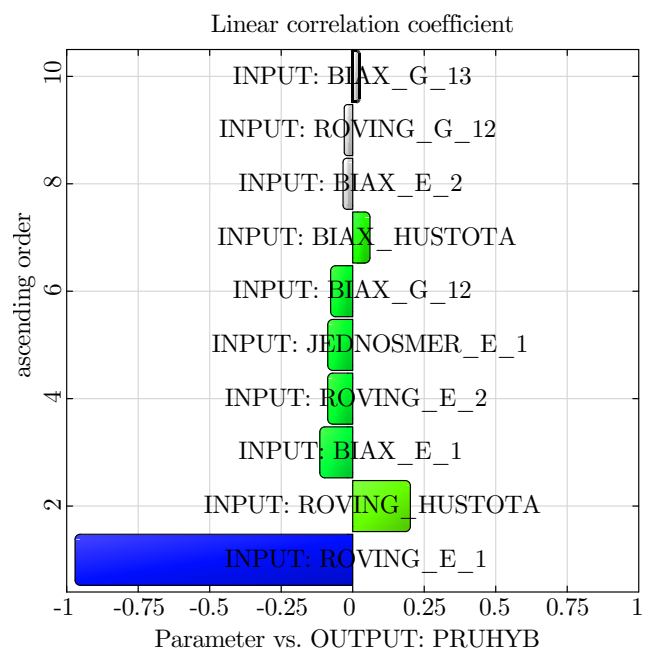
Obrázek 4.2: Koeficient determinace pro vlastní frekvenci



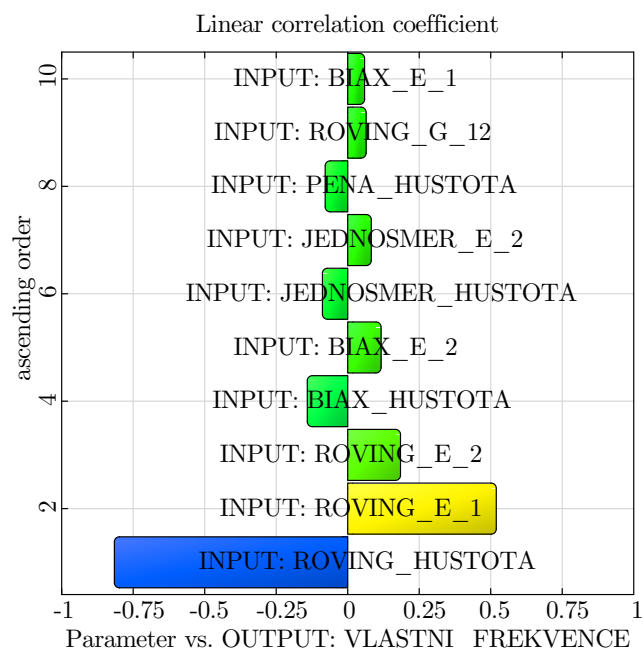
Obrázek 4.3: Koeficient determinace pro koeficient ztráty stability



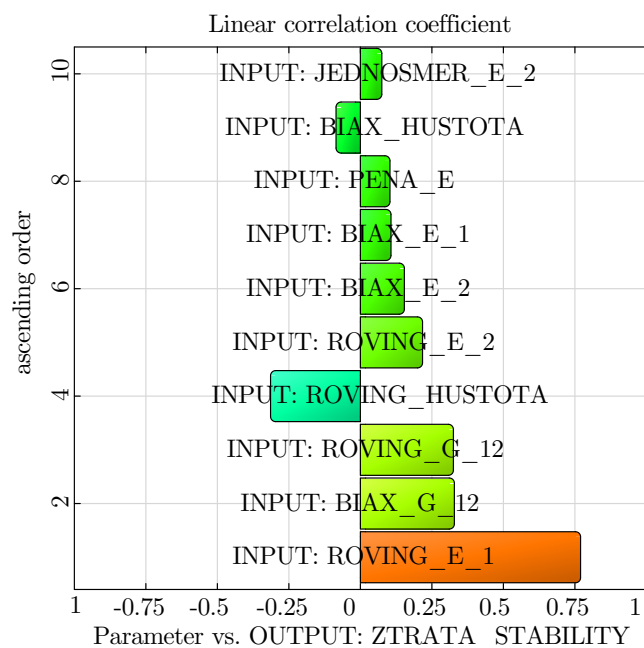
Obrázek 4.4: Koeficient determinace pro vybočení



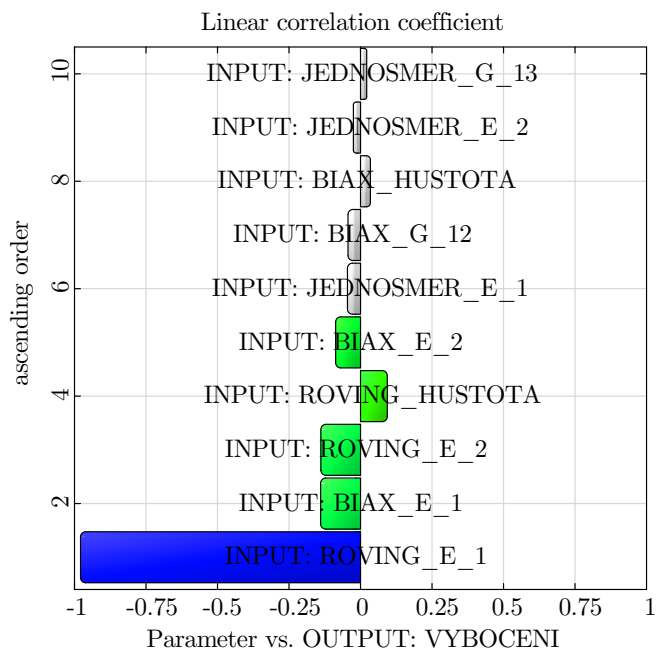
Obrázek 4.5: Lineární korelační koeficienty průhybu



Obrázek 4.6: Lineární korelační koeficienty první vlastní frekvence



Obrázek 4.7: Lineární korelační koeficienty koeficientu ztráty stability



Obrázek 4.8: Lineární korelační koeficienty vybočení

Dle předešlých výsledků byly, pro spolehlivostní analýzy, vybrány takové parametry, které způsobily největší změny průhybu, první vlastní frekvence, koeficientu ztráty stability a vybočení. Koeficient determinace R^2 je u všech sledovaných parametrů roven téměř 100 % a změnu výstupních parametrů lze tedy vysvětlit lineárními vztahy mezi výstupními parametry a vstupními parametry.

V tab. 4.1 jsou uvedeny jaké parametry byly vybrány jako dominantní a budou dále použity pro spolehlivostní analýzu. V tab. 4.2 je uvedena suma procent koeficientu determinace R^2 těchto vybraných parametrů.

Vybrané parametry	
Roving	E_1
	G_{12}
	ρ
Biax	G_{12}

Tabulka 4.1: Vybrané materiálové parametry pro spolehlivostní analýzu

Koeficient determinace R^2	
Průhyb	98 %
První vlastní frekvence	93 %
Koeficient ztráty stability	88 %
Vybočení	96 %

Tabulka 4.2: Koeficient determinace R^2 pro vybrané parametry

Jak je vidět z předchozí tabulky, tak vybrané vstupní parametry uspokojivě vysvětlují změny ve zkoumaných výstupních parametrech. Další poznatky jsou shrnuty v následujícím výčtu:

- Se vzrůstajícím modulem pružnosti rovingu E_1 klesá průhyb a vybočení, ale na druhou stranu roste první vlastní frekvence a koeficient ztráty stability. Tento parametr má značný podíl na všechny zkoumané výstupní parametry a vykazuje silnou linearitu vůči těmto parametrům.
- Hustota rovingu se ukazuje jako zásadní u první vlastní frekvence, se vzrůstající hustotou klesá první vlastní frekvence. U ostatních zkoumaných parametrů nemá zásadního vlivu.
- Roving tvoří většinu lávky a proto jsou jeho základní mechanické vlastnosti zásadní při výrobě jednotlivých dílců lávky.

- Smykové moduly pružnosti G_{12} rovingu a biaxu, mají minoritní podíl na všechny zkoumané veličiny, kromě koeficientu ztráty stability. Kde se zvýšením těchto veličin dochází i k růstu koeficientu ztráty stability.

4.2 Citlivostní analýza zatížení

Na následujících grafech na obr. 4.9 až 4.11 je vidět koeficient determinace, pro sledované výstupní parametry postupně: průhyb, koeficient ztráty stability, vybočení. Na grafech 4.12 až 4.14 jsou velikosti lineárních korelačních koeficientů nejvýznamnějších veličin, které ovlivňují dané výstupní parametry, postupně: průhyb, koeficient ztráty stability, vybočení. Vzhledem k tomu, že zatížení neovlivňuje velikost vlastní frekvence, nejsou výsledky pro tento parametr uvedeny.

Dle výsledků byly vybrány, pro spolehlivostní analýzy, takové parametry, které způsobily největší změny průhybu, koeficientu ztráty stability a vybočení. Koeficient determinace R^2 dosahuje u všech zkoumaných veličin téměř 100 %. U koeficientu ztráty stability je koeficient determinace $R^2 = 88\%$, zbylých 22 % lze přisoudit kvadratickému vztahu mezi zatížením od chodců a tímto koeficientem.

V tab. 4.3 jsou uvedeny parametry, které byly vybrány jako dominantní a budou dále použity pro spolehlivostní analýzu. V tab. 4.4 je uvedena suma procent pro koeficient determinace R^2 těchto vybraných parametrů.

Vybrané parametry	
Zatížení	Chodci
	Vítr tlak
	Vítr sání

Tabulka 4.3: Vybrané parametry pro spolehlivostní analýzu

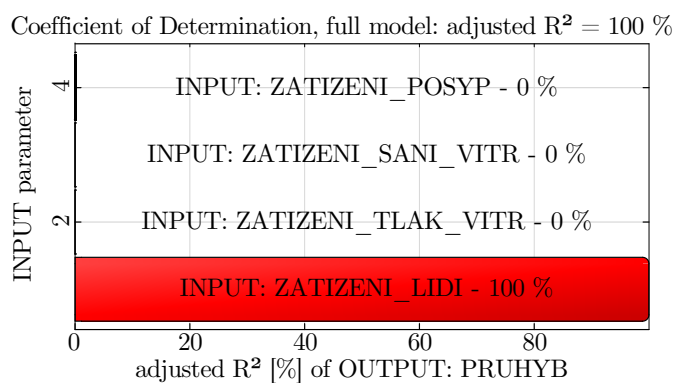
Koefficient determinace R^2	
Průhyb	100 %
Koefficient ztráty stability	100 %
Vybočení	96 %

Tabulka 4.4: Koefficient determinace R^2 pro vybrané parametry

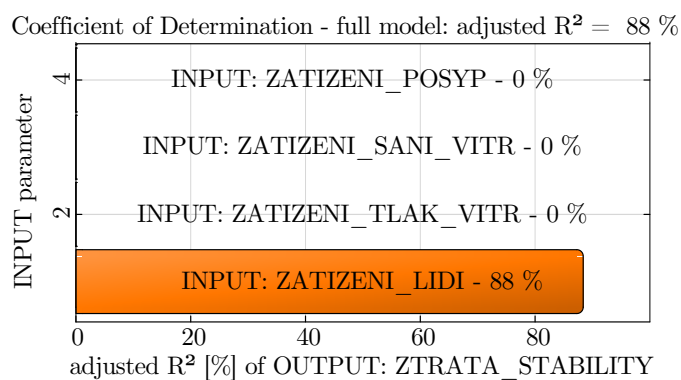
Jak je vidět z předchozí tabulky, tak vybrané vstupní parametry nám opět uspokojivě vysvětlují změny ve zkoumaných výstupních parametrech. Další poznatky jsou shrnuty v následujícím výčtu:

- Se zvyšujícím se zatížením od chodců se zvyšuje průhyb i vybočení, naopak koefficient ztráty stability klesá. Mezi těmito vztahy platí silně lineární vztah.
- Částečný podíl na vybočení má tlak i sání větru, proto byl vybrán i vliv větru pro další analýzu.
- Majoritní vliv na zkoumané parametry má samozřejmě zatížení od chodců ⁴. Minoritní vliv se zde projevuje v podobě náhodného zatížení větru (tlak i sání).

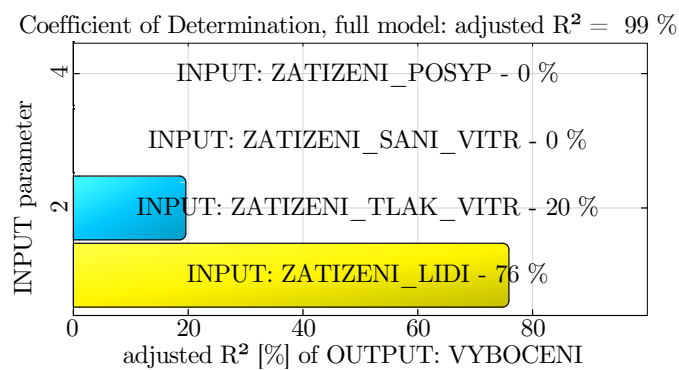
⁴Na překročení podmínek pro mezní stav použitelnosti se podílelo zatížení od chodců (podmínka pro průhyb) toto zatížení bude tedy významně ovlivňovat spolehlivost lávky.



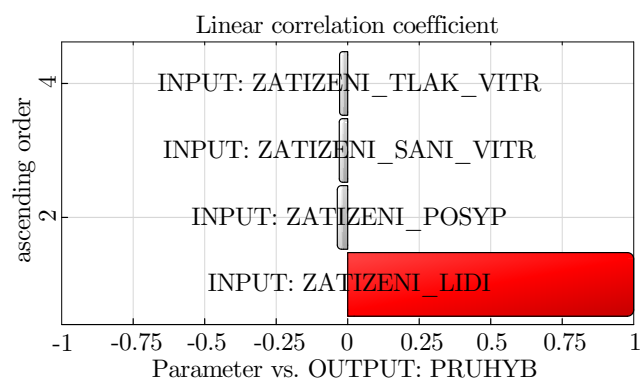
Obrázek 4.9: Koeficient determinace pro průhyb



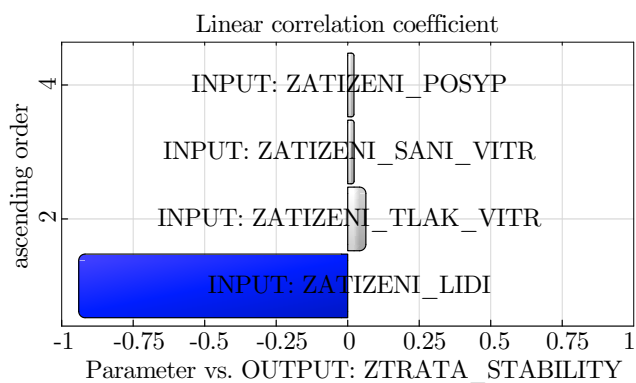
Obrázek 4.10: Koeficient determinace pro koeficient ztráty stability



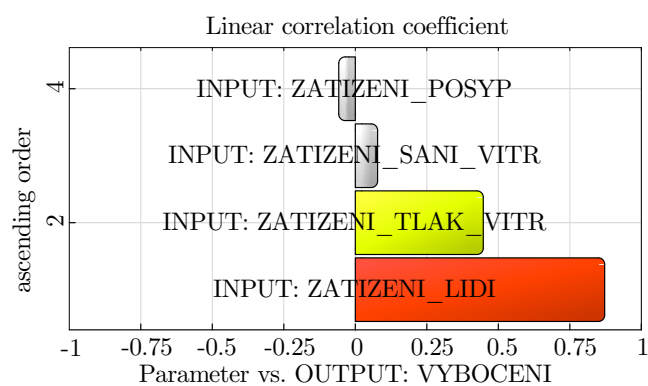
Obrázek 4.11: Koeficient determinace pro vybočení



Obrázek 4.12: Lineární korelační koeficienty průhybu



Obrázek 4.13: Lineární korelační koeficienty koeficientu ztráty stability



Obrázek 4.14: Lineární korelační koeficienty vybočení

4.3 Citlivostní analýza geometrických parametrů

Na následujících grafech na obr. 4.15 až 4.18 je vidět koeficient determinace, pro sledované výstupních parametry postupně: průhyb, první vlastní frekvence, koeficient ztráty stability, vybočení. Na grafech 4.19 až 4.22 jsou velikosti lineárních korelačních koeficientů nejvýznamnějších veličin, které ovlivňují dané výstupní parametry, postupně: průhyb, první vlastní frekvence, koeficient ztráty stability, vybočení.

Dle výsledků byly vybrány, pro spolehlivostní analýzy, takové parametry, které způsobily největší změny průhybu, koeficientu ztráty stability a vybočení. Koeficient determinace R^2 , u všech zkoumaných parametrů, dosahuje v součtu téměř 100 %.

V tab. 4.5 jsou popsány jaké parametry byly vybrány jako dominantní a budou dále použity pro spolehlivostní analýzu. V tab. 4.6 je uvedena suma procent pro koeficient determinace R^2 těchto vybraných parametrů.

Vybrané parametry	
Korunka	$h_9(rovina)$
	$d_{7r}(rovina)$
	$d_{7l}(rovina)$
	$w_{6l}(rovina)$
Sendvič	$w_4(biax)$
	$w_4(rovina)$
Diamant	$h_1(rovina)$

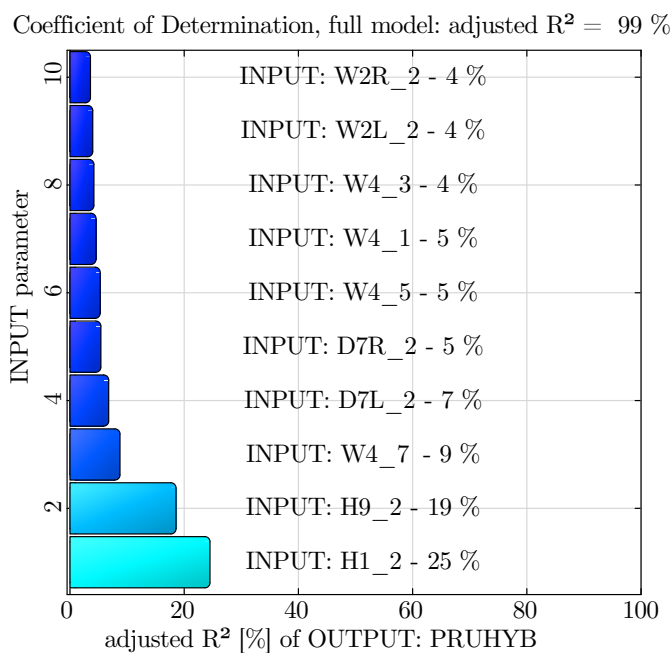
Tabulka 4.5: Vybrané parametry pro spolehlivostní analýzu

Koeficient determinace R^2	
Průhyb	79 %
První vlastní frekvence	73 %
Koeficient ztráty stability	85 %
Vybočení	72 %

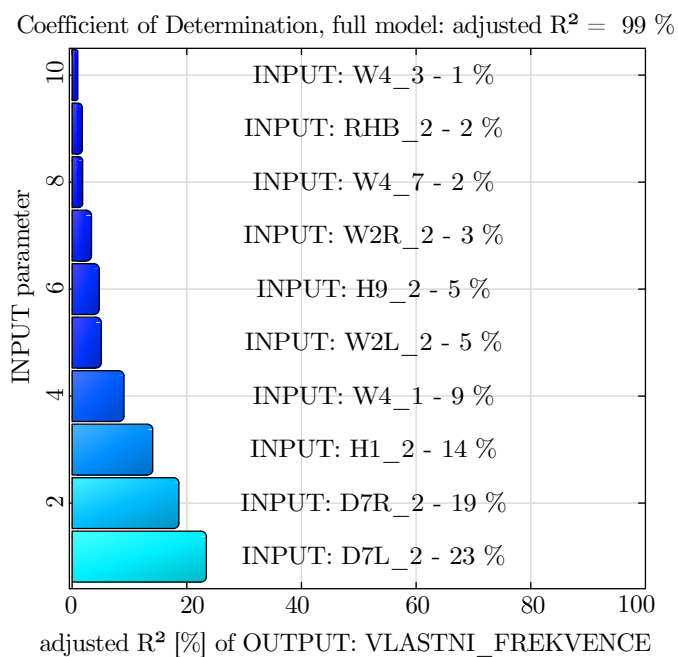
Tabulka 4.6: Koeficient determinace R^2 pro vybrané parametry

Jak je vidět z předchozí tabulky, tak vybrané parametry dostatečně vysvětlují změny ve zkoumaných parametrech, ačkoliv ne na 100 %. Další poznatky jsou shrnuty v následujícím výčtu:

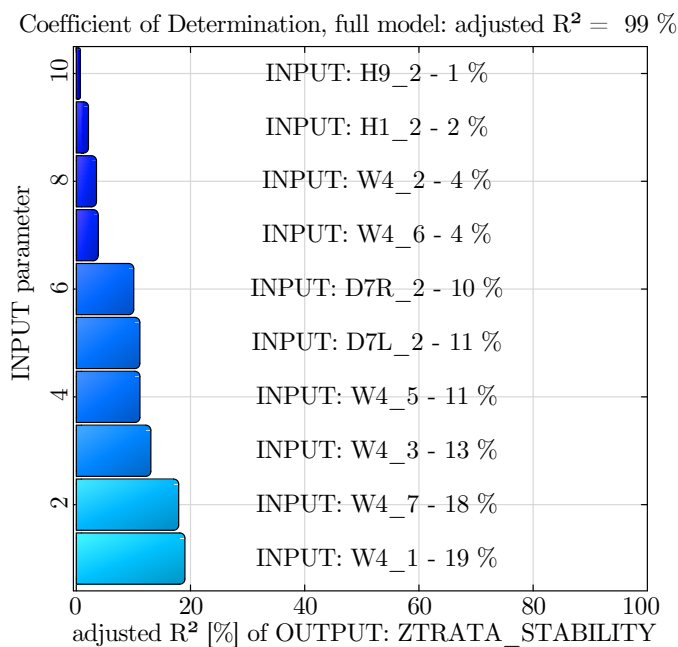
- Se zvyšující se tloušťkou $h_9(rovina)$ a $h_1(rovina)$ klesá průhyb.
- Se zvyšující se tloušťkou $d_{7r}(rovina)$ a $d_{7l}(rovina)$ klesá průhyb a vlastní frekvence avšak roste koeficient ztráty stability.
- Tloušťka $w_{6l}(rovina)$ má částečný vliv na vybočení, se zvyšující se tloušťkou klesá vybočení.
- Se zvyšující se tloušťkou parametru $w_4(rovina)$ a $w_4(biax)$ klesá průhyb a vybočení a roste první vlastní frekvence a koeficient ztráty stability.



Obrázek 4.15: Koeficient determinace pro průhyb

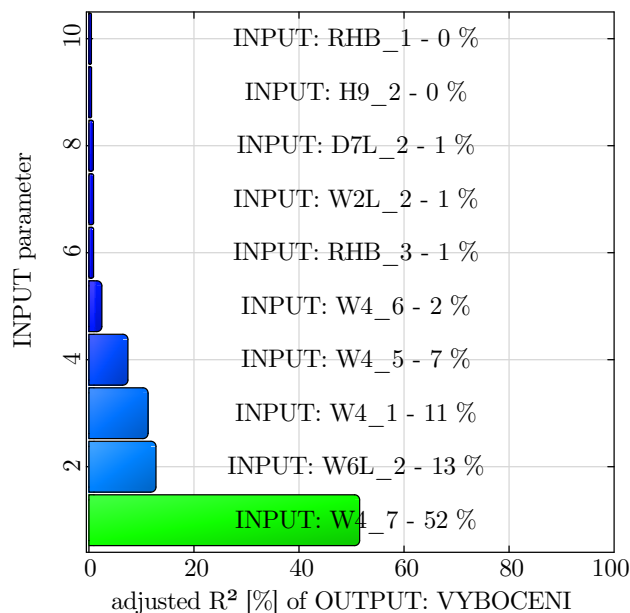


Obrázek 4.16: Koeficient determinace pro vlastní frekvenci

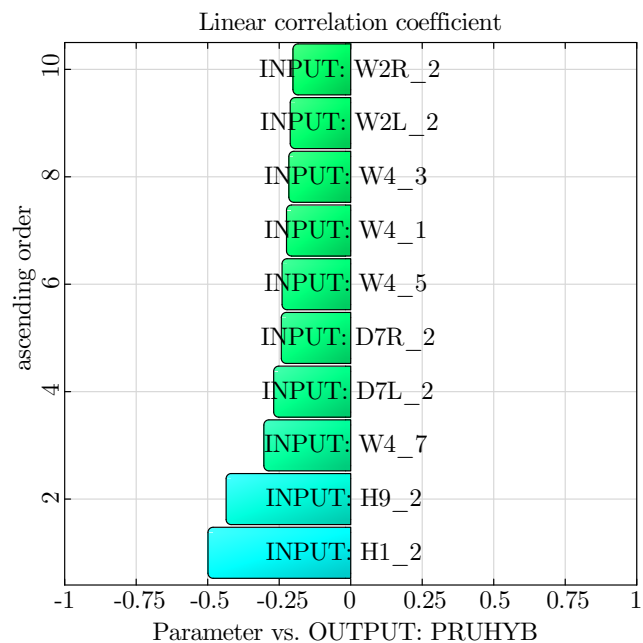


Obrázek 4.17: Koeficient determinace pro koeficient ztráty stability

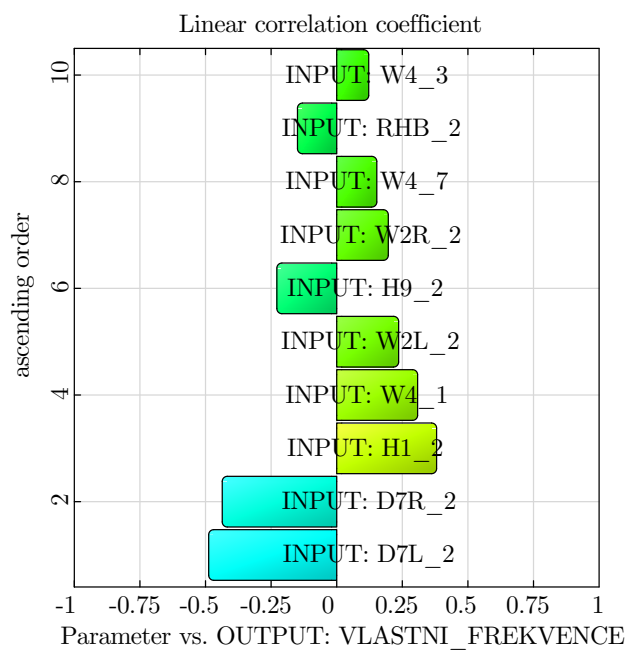
Coefficient of Determination, full model: adjusted $R^2 = 97\%$



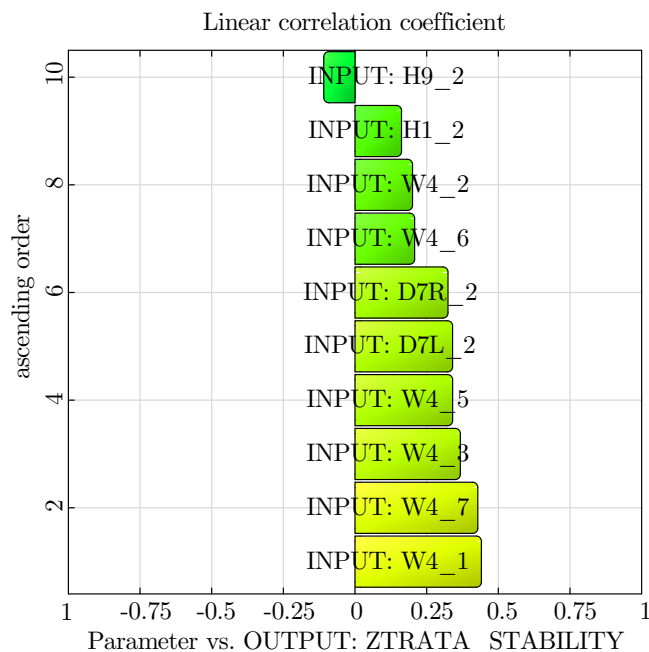
Obrázek 4.18: Koeficient determinace pro vybočení



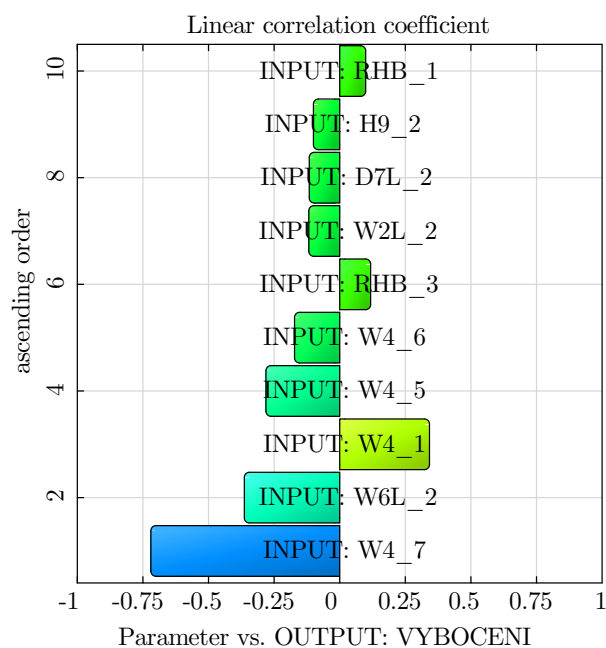
Obrázek 4.19: Lineární korelační koeficienty průhybu



Obrázek 4.20: Lineární korelační koeficienty první vlastní frekvence



Obrázek 4.21: Lineární korelační koeficienty koeficientu ztráty stability



Obrázek 4.22: Lineární korelační koeficienty vybočení

4.4 Celková citlivostní analýza

Výsledky celkové citlivostní analýzy potvrzují výsledky dílčích analýz a potvrzují tak výběr předešlých parametrů. Pro zobrazení těchto výsledků není v této práci prostor. Jen dodejme, že nejdominantnější parametry jsou zatížení, následně materiálové parametry a geometrické parametry, které mají nejmenší vliv na výstupní parametry (v porovnání s ostatními). Vyjma zatížení od chodců, jsou nejzásadnějšími veličinami vybrané materiálové parametry viz kap. 4.1.

5 Spolehlivostní analýza

Vzhledem k tomu, že dle výsledků citlivostní analýzy bylo zjištěno, že zatížení od chodců je kritickým parametrem, bylo rozhodnuto o provedení dvou spolehlivostních analýz. První analýza s uvažováním pravděpodobnostně popsaného zatížení a druhá s pevně stanoveným zatížením dle [16].

Dále je potřeba určit návrhovou pravděpodobnost p_d . Pro mezní stav použitelnosti ¹ byla dle [13] vybrána třída následků\spolehlivosti CC2\RC2 s $p_d = 0,067$, což je ekvivalentní s indexem spolehlivosti $\beta = 1,89$. Spolehlivostní podmínka pro výpočet má tvar

$$p_f \leq p_d, \quad (5.1)$$

kde p_f je vypočtená pravděpodobnost poruchy, pro kterou platí

$$p_f = \frac{N_f}{N}, \quad (5.2)$$

kde N_f je počet vzorků (výpočtů) které selhaly, tj. které překonaly jednu nebo více podmínek pro mezní stav použitelnost viz tab. 3.2 a N vyjadřuje počet všech zkoumaných vzorků. Při simulaci numerickou metodou LHS platí pro výpočet počtu vzorků [11]

$$N = \frac{0,1}{v_{p_f}^2 \times p_d} = \frac{0,1}{0,1^2 \times 0,067} = 149, \quad (5.3)$$

kde $v_{p_f}^2$ je variační koeficient pravděpodobnosti poruchy p_f . Následují výsledky pro jednotlivé analýzy.

¹Pro mezní stav únosnosti u stejné třídy následků\spolehlivosti je hodnota návrhové pravděpodobnosti $p_d = 7,2 \cdot 10^{-5}$, což je ekvivalentem indexu spolehlivosti $\beta = 3,8$. Dle třídy spolehlivosti může být však až $p_d = 10^{-6}$. Pro $p_d = 7,2 \cdot 10^{-5}$ je počet výpočtů $N = 13\,888$ metodou LHS a metodou Monte Carlo (MC) je $N = 138\,888$.

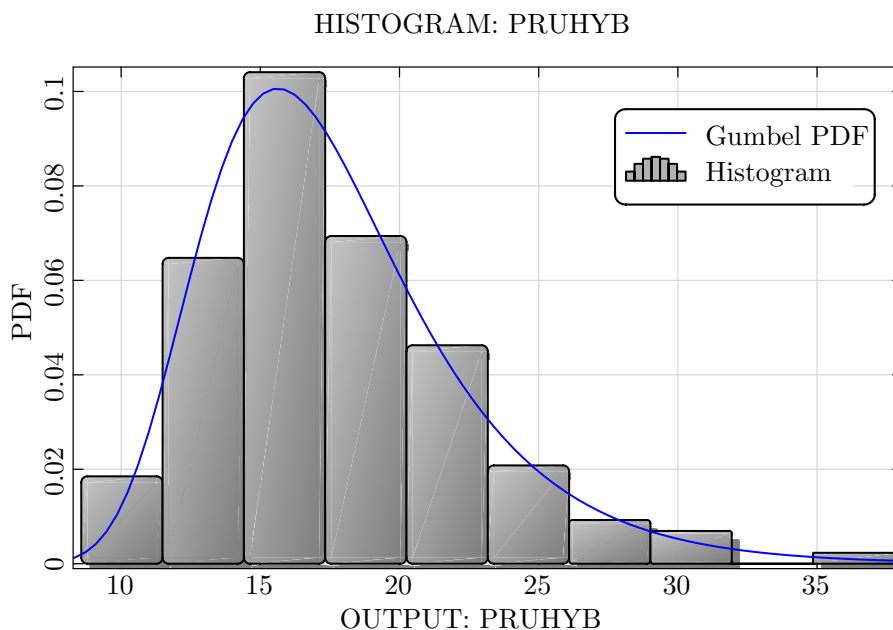
5.1 Spolehlivostní analýza s náhodným zatížením

Pro spolehlivostní analýzu s uvažováním zatížení byla vypočtená pravděpodobnost poruchy

$$p_f = 0,006757 \leq p_d = 0,067, \quad (5.4)$$

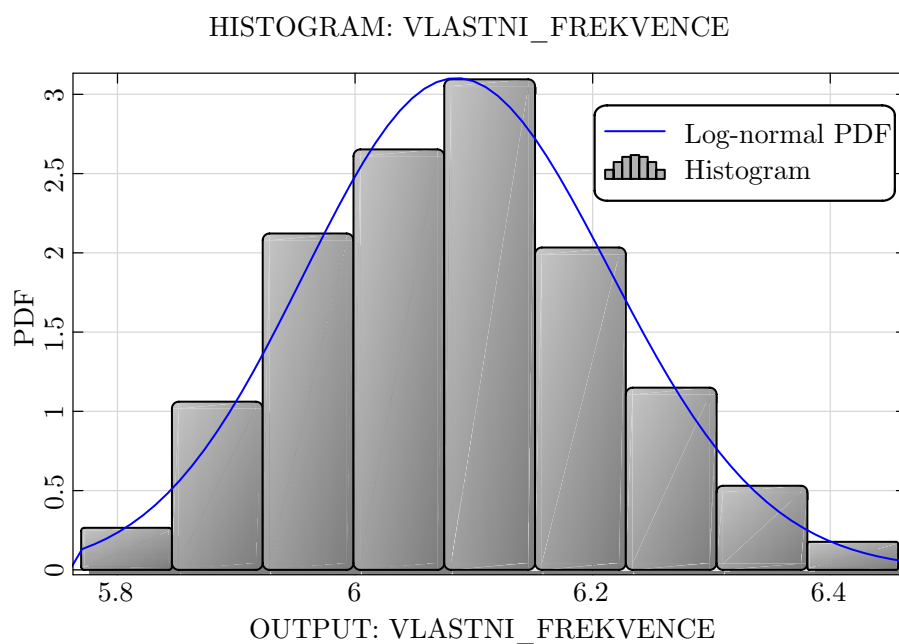
to znamená že látka vůči meznímu stavu použitelnosti vyhověla a to s dostatečnou rezervou². Dodejme že pro vypočtenou p_f je ekvivalentní index spolehlivosti $\beta = 2,47$ [13].

Mezní stav použitelnosti byl překročen pouze jednou v případě, které způsobilo zatížení od chodců. Na obr. 5.1 až 5.4 následují grafy výstupních parametrů s histogramy a na ně naitovanými pravděpodobnostními funkcemi. V tab. 5.1 až 5.4 jsou statistické parametry, které popisují tyto grafy.



Obrázek 5.1: Histogram průhybu s naitovanou pravděpodobnostní funkcí

²Pomocí MC bylo spočteno $p_f = 0,005036$ ($\beta = 2,74$) při $N = 2979$.



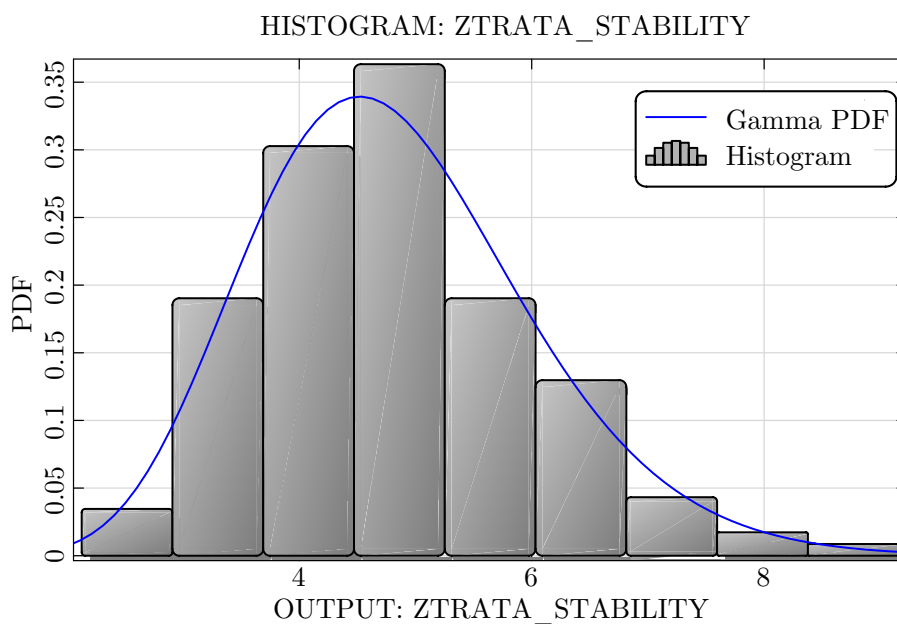
Obrázek 5.2: Histogram vlastní frekvence s naitovanou pravděpodobnostní funkcí

Průhyb [mm]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Gumbelovo
Střední hodnota	17.73
Směrodatná odchylka	4.689
Minimum	8.567
Maximum	37.78

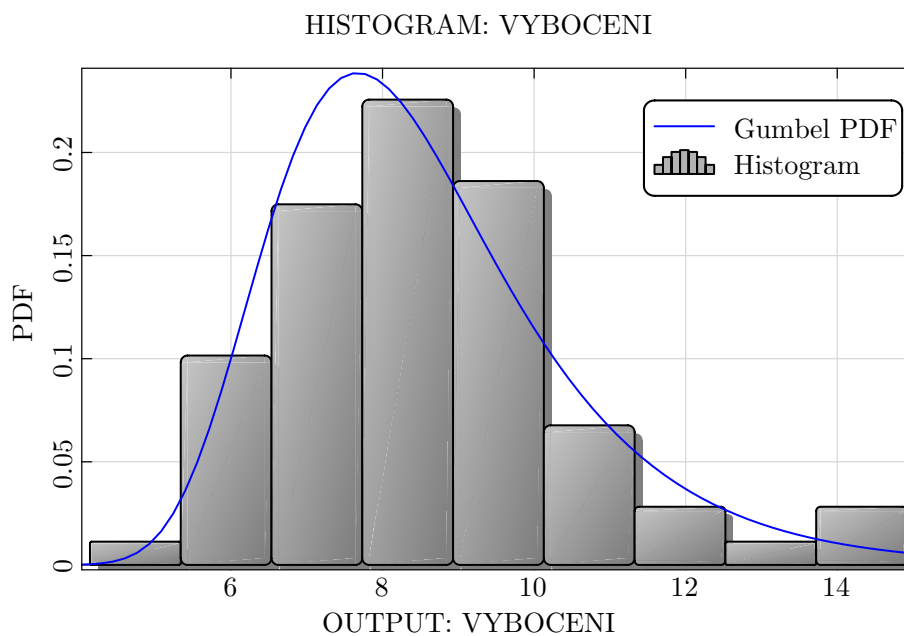
Tabulka 5.1: Statistická data průhybu

První vlastní frekvence [Hz]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Log-normální
Střední hodnota	6.089
Směrodatná odchylka	0.1287
Minimum	5.769
Maximum	6.457

Tabulka 5.2: Statistická data první vlastní frekvence



Obrázek 5.3: Histogram koeficientu ztráty stability s naitovanou pravděpodobnostní funkcí



Obrázek 5.4: Histogram vybočení s naitovanou pravděpodobnostní funkcí

Koeficient ztráty stability [-]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Gamma
Střední hodnota	4.823
Směrodatná odchylka	1.207
Minimum	2.128
Maximum	9.158

Tabulka 5.3: Statistická data koeficientu ztráty stability

Vybočení [mm]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Gumbelovo
Střední hodnota	8.559
Směrodatná odchylka	1.978
Minimum	4.14
Maximum	14.92

Tabulka 5.4: Statistická data vybočení

5.2 Spolehlivostní analýza s pevným zatížením

Pro spolehlivostní analýzu s uvažováním pevného zatížení [16] byla vypočtená pravděpodobnost poruchy

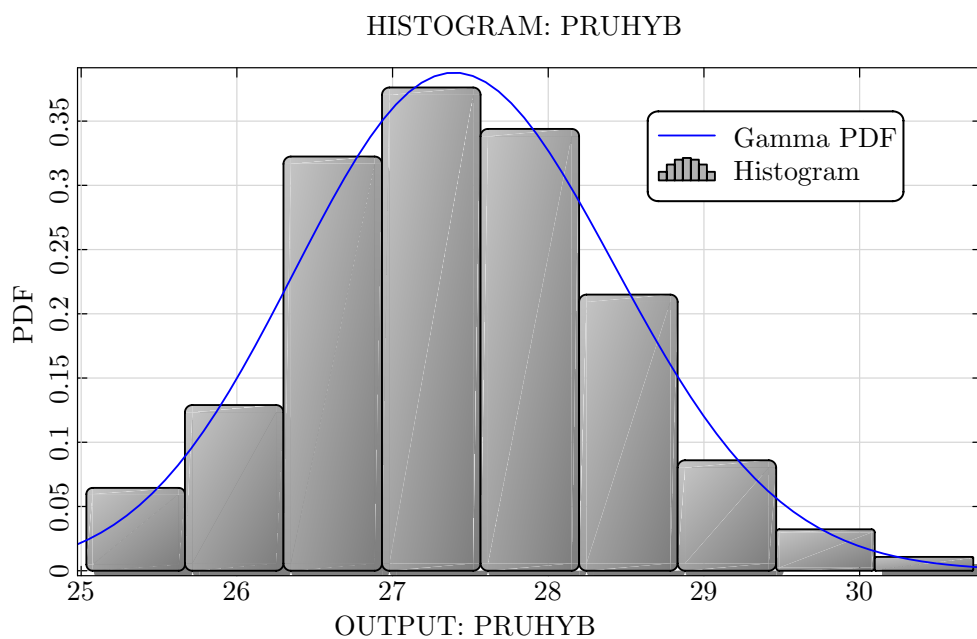
$$p_f = 0 \quad , \quad (5.5)$$

to znamená, že látka v žádném případě nepřekročila svůj mezní stav použitelnosti³. Dodejme že pro vypočtenou p_f je ekvivalentní index spolehlivosti $\beta = 10$ [13].

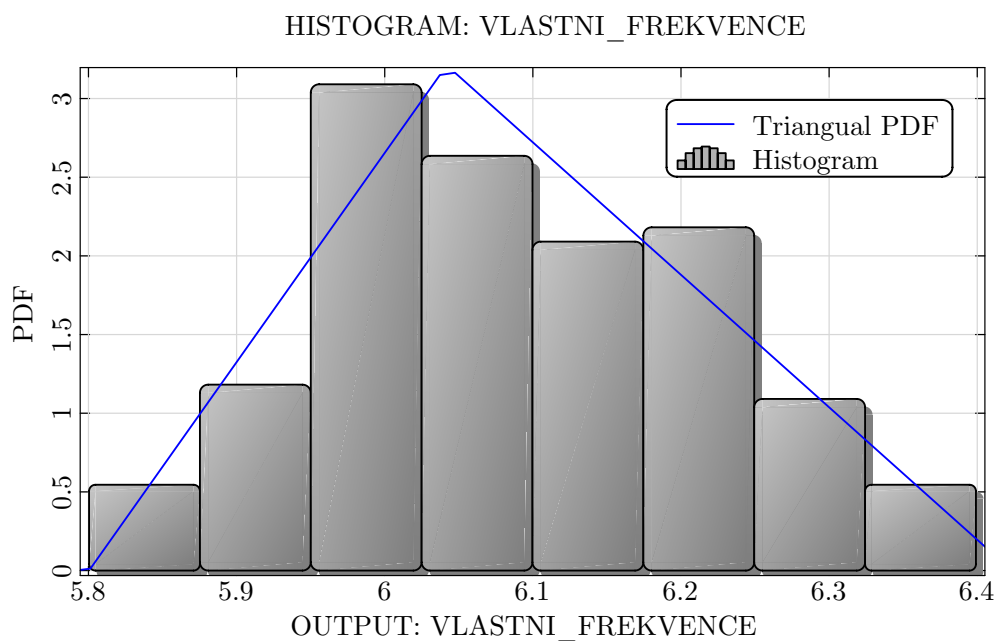
Na obr. 5.5 až 5.9 následují grafy výstupních parametrů s histogramy a na ně naitovanými pravděpodobnostními funkcemi, na obr. 5.9 je uveden i histogram celkové hmotnosti lávky⁴. V tab. 5.5 až 5.9 jsou statistické parametry, které popisují tyto grafy.

³Pomocí MC také nepřekročila svůj mezní stav.

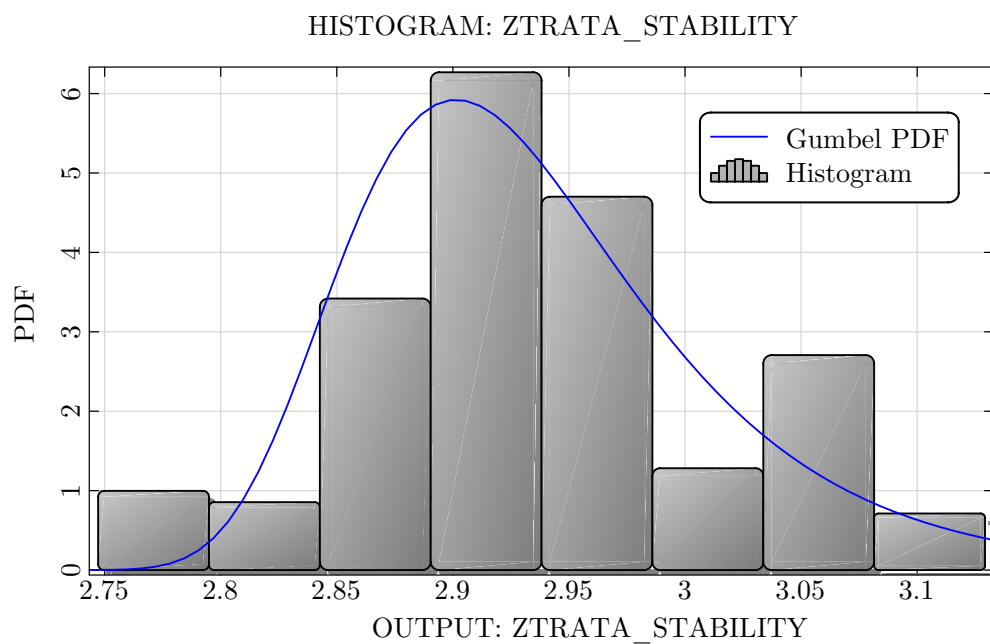
⁴Střední hodnota hmotnosti se blíží hmotnosti která byla vypočtena v rámci [5], je u ní však velký rozptyl hodnot znamenající, že se celková hmotnost lávky může lišit až o 326 kg.



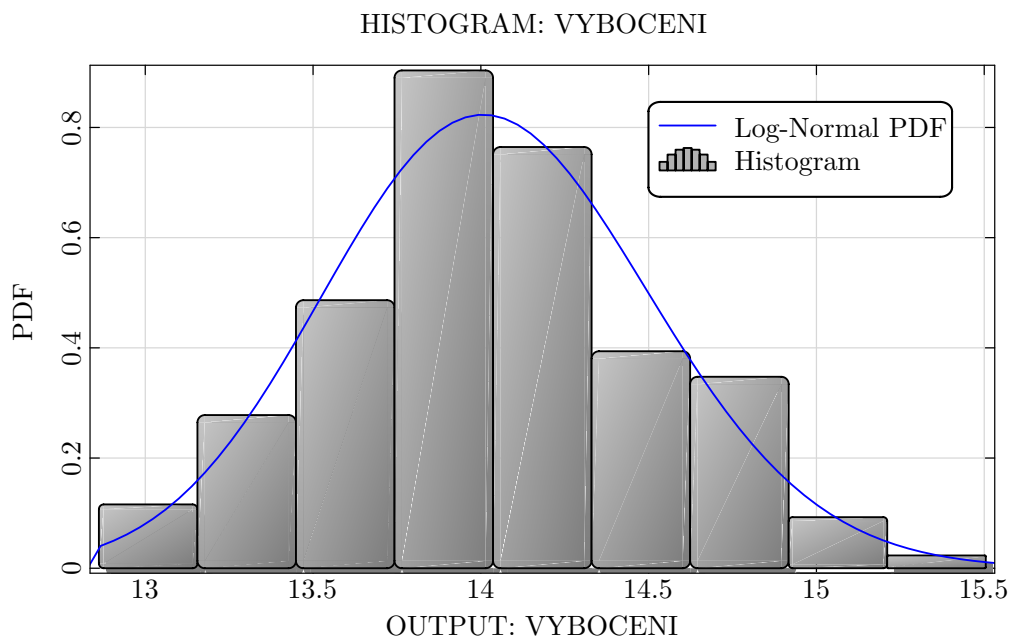
Obrázek 5.5: Histogram průhybu s naitovanou pravděpodobnostní funkcí



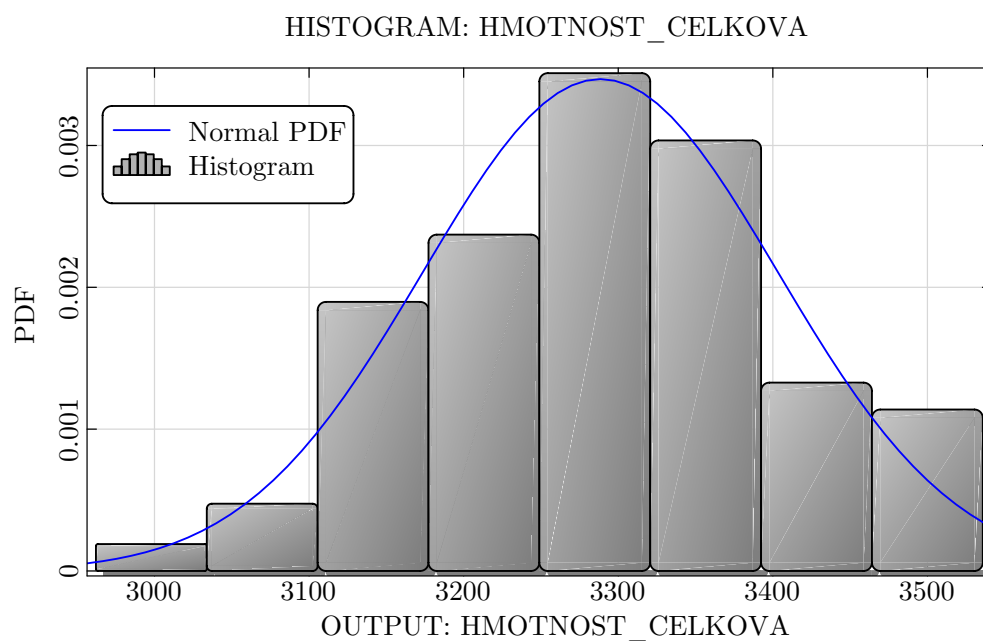
Obrázek 5.6: Histogram první vlastní frekvence s naitovanou pravděpodobnostní funkcí



Obrázek 5.7: Histogram koeficientu ztráty stability s naitovanou pravděpodobnostní funkcí



Obrázek 5.8: Histogram vybočení s naitovanou pravděpodobnostní funkcí



Obrázek 5.9: Histogram hmotnosti s naitovanou pravděpodobnostní funkcí

Průhyb [mm]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Gamma
Střední hodnota	27.43
Směrodatná odchylka	1.029
Minimum	25.03
Maximum	30.73

Tabulka 5.5: Statistická data průhybu

První vlastní frekvence [Hz]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Trojúhelníkové
Střední hodnota	6.088
Směrodatná odchylka	0.1282
Minimum	5.8
Maximum	6.399

Tabulka 5.6: Statistická data první vlastní frekvence

Koefficient ztráty stability [-]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Gumbelovo
Střední hodnota	2.937
Směrodatná odchylka	0.07967
Minimum	2.747
Maximum	3.129

Tabulka 5.7: Statistická data koeficientu ztráty stability

Vybočení [mm]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Log-normální
Střední hodnota	14.03
Směrodatná odchylka	0.4853
Minimum	12.86
Maximum	15.5

Tabulka 5.8: Statistická data vybočení

Hmotnost [kg]	
Rozdělení pravděpodobnosti	Normální
Střední hodnota	3288
Směrodatná odchylka	115
Minimum	2962
Maximum	3536

Tabulka 5.9: Statistická data hmotnosti

6 Zhodnocení výsledků

Před zhodnocením konkrétních výsledků je vhodné okomentovat dva hlavní problémy, které souvisejí s danou problematikou. Prvním problémem je neznalost statistických dat popisovaných veličin, což může dramaticky ovlivnit vypočtenou spolehlivost. Materiálové parametry je možnost vyhodnotit a popsat z výsledků experimentálního měření (tahových a tlakových zkoušek, atd.). Je však nutné si uvědomit, že minimální počet vzorků pro přibližný popis jedné veličiny je 70 (např. tahové zkoušky pro určení E_1), pro přesnější popis to mohou být už stovky. Geometrické parametry lze ověřit a popsat pomocí rozměrové analýzy výrobků ze stejných materiálů. Bohužel u zatížení je nutné se plně spolehnout na naměřené histogramy z podobných konstrukcí, či provést dlouhodobé měření na dané konstrukci. Druhým problémem je praktické vyhodnocování únosnosti, u kterého je potřeba provést mnoho analýz a v případě analyzování lávky je téměř nutné toto provádět dlouhodobě v řádech let. Oba dva problémy souvisejí s prostředky a časem, který má výrobce a konstruktér k dispozici.

Vzhledem k výše zmíněnému byly v předložené práci provedeny analýzy ve vztahu pouze k použitelnosti za pomoci dat získaných z literatury. V předložených citlivostních analýzách byly nalezeny dominantní materiálové a geometrické parametry a zatížení, které nejvíce ovlivňují mezní podmínky. Tyto výsledky mohou pomoci při následných optimalizacích lávky o jiných rozměrech, kdy pomohou zejména eliminovat počet optimalizovaných parametrů.

Bylo ověřeno vyhovění meznímu stavu použitelnosti. Poznamenejme, že pokud by byl posuzován mezní stav únosnosti, konstrukce by už nemusela vyhovět.

Kritickým pro porušení mezního stavu použitelnosti se ukázalo zatížení od chodců, jehož pravděpodobnostní popis je do budoucna vhodné kvantifikovat přesněji, v ideálním případě pomocí dat naměřených na reálné struktuře v provozních podmínkách. V případě návrhu lávek o větších délkách, šířkách, apod., by toto mělo být jedním z hlavních parametrů, kterým by měla být věnována pozornost.

Nelze opomenout ani význam materiálových a geometrických parametrů. Pokud bylo uvažováno konstantní zatížení, tak mezní hodnoty nebyly překročeny ani v jediné analýze. Což je důležitým výsledkem, potvrzujícím

kvalitu stávajícího konstrukčního řešení. Nicméně pro jiné konfigurace lávek toto nemusí platit a vždy by měla být snaha u takovýchto projektů provést alespoň citlivostní analýzu (ať už se statisticky či deterministicky popsanými parametry).

Pozornost byla věnována i hmotnosti konstrukce lávky, která se vlivem změn hustoty a rozměrů lišila až o cca 300 kg. Je důležité si uvědomit, že pokud by vstupní parametry byly popsány jiným pravděpodobnostním rozdělením, mělo by to vliv i na rozptyl hmotnosti.

Spolehlivostní analýzy byly ověřovány i numerickou metodou Monte Carlo, která potvrdila výše zmíněné výsledky.

Při návrhu lávek o větších délkách, šířkách, apod., bude muset být snaha o kritické dodržení technologických postupů s cílem přesného dodržení tloušťek vrstev materiálů a stěn profilů a hodnot zkoumaných materiálových parametrů, zejména rovingu, který v podstatě tvoří většinu lávky.

Literatura

- [1] ARORA, Jasbir S.: *Introduction to Optimum Design, second edition*. Elsevier Academic Press, 2004. ISBN 978-0-12-064155-0.
- [2] BATHE, Klaus-Jürgen: *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2006. ISBN 978-0-9790049-0-2.
- [3] BERTHELOT, Jean-Marie: *Composite Materials*. Springer-Verlag New York, 1999. ISBN 978-1-4612-6803-1.
- [4] LONG, M. W., NARCISO J. D.: *Probabilistic Design Methodology for Composite Aircraft Structures*. Springfield, Virginia, 1999. Dostupné z WWW: <<https://books.google.cz/books?id=5Yp6PwAACAAJ>>.
- [5] LAŠ, Vladislav, KROUPA Tomáš, KOTTNER Radek: *Výzkumná zpráva - Posouzení použitelnosti lávek 12m, 15m a 18m a únosnosti lávky o délce 18m se zapracovanými požadavky technologů*. Plzeň, 2014. TAČR TA02010501.
- [6] MAREK, Pavel, BROZZETTI Jacques a GUŠTAR Milan (eds.): *Probabilistic assessment of structures using Monte Carlo simulation: background, exercises and software*. Prague: Institut of Theoretical and Applied Mechanics Academy of Sciences of the Czech Republic, 2001. TeReCo. ISBN 80-86246-08-6.
- [7] MELOUN, MILITKÝ Milan a Jiří: *Kompendium statistického zpracování dat: metody a řešení úlohy včetně CD*. Praha: Karolinum, 2012. ISBN 978-80-246-2196-8.
- [8] HOLICKÝ, M. a MARKOVÁ J.: *Vliv alternativních postupů v EN 1990 na spolehlivost konstrukcí*. Stavební obzor, Praha: ČVUT, 2002, ISSN 1210-4027.

-
- [9] HOLICKÝ, Milan a MARKOVÁ Jana: *Zásady navrhování stavebních konstrukcí: příručka k ČSN EN 1990*. Praha: Pro Českou komoru autorizovaných inženýrů a techniků činných ve výstavbě (ČKAIT) vydalo Informační centrum ČKAIT, 2007. Technická knižnice autorizovaného inženýra a technika. ISBN 978-80-87093-27-6.
- [10] ROSSENBERG, Jan a KŘEN Jiří: *Mechanika kontinua*. Plzeň: Západočeská univerzita, 1998. ISBN 80-7082-908-7.
- [11] TEPLÝ, Břetislav a NOVÁK Drahomír: *Spolehlivost stavebních konstrukcí: teorie, numerické metody, navrhování, software: skriptum FAST VUT*. Vyd. 2. opr. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2577-6.
- [12] VLK, Miloš: *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno: Vysoké učení technické, 1991.
- [13] *EN 1990 Eurocode: Basis of Structural Design*, 2002.
- [14] *JCSS Probabilistic Model Code, Part 1, Basis of design.*, JCSS Zurich, 2001. ISBN 978-3-909386-79-6.
- [15] *OptiSlang - The optimizing structural language*. Dynamic Software and Engineering GmbH, Germany 2011.
- [16] *Zpráva z projektu KOMOKO zatížení lávek*. zpracováno IKP 2015. TAČR TA02010501.