

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

KATEDRA MECHANIKY

## Bakalářská práce

# Identifikace materiálových parametrů pěny používané v chráničích motocyklistů

Plzeň 2017

Sandra Kaňáková

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně, výhradně s použitím uvedené literatury.

V Přešticích dne 26. 5. 2017

Sandra Kaňáková

## **Poděkování**

Děkuji Ing. Radku Kottnerovi, Ph.D. za pomoc, projevenou ochotu a odborné vedení při vypracovávání bakalářské práce.

## Abstrakt

*Tato práce se zabývá identifikací materiálových parametrů pěny používané v chráničích motocyklistů. V prvním kroku byla provedena experimentální měření tlakových a pádových zkoušek. Následně byl vybrán vhodný materiálový model, jednalo se o kombinaci hyperelastického Moony-Rivlinova modelu a viskoelastického modelu Pronyho řady. Dále byly vytvořeny konečnoprvkové simulace experimentálních měření s tímto materiálovým modelem v parametrickém vyjádření. Modely pro pádovou zkoušku byly optimalizovány programem optiSLang 3.0 a vyhodnocovány na základě cílové funkce. Tato funkce představovala numerické vyjádření odlišnosti materiálového modelu od skutečného materiálu a hlavním cílem optimalizace bylo minimalizovat její velikost. Výsledkem byly materiálové parametry vhodné pro popsání pěny užívané v chráničích motocyklistů. Na základě zjištěných dat je tedy možné simulovat chování těchto pěnových komponentů při rychlých dějích odpovídajících provedeným pádovým zkouškám.*

### Klíčová slova

*Pěna, materiálový model, viskoelasticita, hyperelastická, chránič, optimalizace, pádová zkouška, kompozit.*

## Abstract

*This thesis tackles the material parameters identification of the foam used in motorcyclist protective equipment. The first step consists of performed experimental measurements of compression and impact tests. The suitable material model was chosen afterwards, it was a combination of the hyperelastic Mooney-Rivlin model and the viscoelastic model of Prony series. In addition, finite-element simulations of experimental measurements were conducted with this material model in parametric expression. The models of impact tests were optimized by optiSLang 3.0 and evaluated on the basis of the target function. This function represents the numeric formulation of differences between the material model and real material. The main intention was to minimize its value. The results were material parameters suitable for description of the equipment foam at motorcyclists protection. Based on the final data it is possible to simulate the behaviour of the foam components in rapid action corresponding with the performed impact tests.*

## Keywords

*Foam, material model, viscoelasticity, hyperelasticity, protective equipment, optimization, impact test, composite.*

## Použité značení

Symbol	jednotka	název
$a_a$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	zrychlení změřené akcelerometrem
$a_h$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	zrychlení vypočtené z posunutí
$A$	$\text{m}^2$	kontaktní plocha podstavy vzorku
$b_i$	$\text{m}$	rozměr podstavy vzorku
$C_{ij}$	$\text{Pa}$	parametr zobecněného Mooney-Rivlinova modelu
$D_k$	$\text{Pa}^{-1}$	parametr stlačitelnosti
$f$	-	výsledná optimalizační funkce
$f_i$	-	optimalizační funkce jednotlivých dopadových rychlostí
$F$	$\text{N}$	velikost cílové síly
$F_a$	$\text{N}$	velikost síly vypočtené ze změřeného zrychlení
$F_h$	$\text{N}$	velikost síly vypočtené z 2. derivace posunutí
$F_s$	$\text{N}$	velikost změřené síly
$F_t$	$\text{N}$	velikost srovnávací síly
$F_{\max}^{\text{exp}}$	$\text{N}$	maximální síla z experimentu
$F_{\max}^{\text{opt}}$	$\text{N}$	maximální síla z modelu
$g$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	tíhové zrychlení
$g_i$	-	relaxační součinitel
$g_R$	-	normalizovaný relaxační součinitel
$G_i$	$\text{Pa}$	modul pružnosti ve smyku
$G_\infty$	$\text{Pa}$	rovnovážný modul pružnosti ve smyku
$G(t)$	$\text{Pa}$	relaxační funkce modulu pružnosti ve smyku
$h$	$\text{m}$	posunutí razníku vůči podložce
$h_r$	$\text{m}$	spouštěcí výška razníku nad podložkou
$h_{\max}^{\text{exp}}$	$\text{m}$	maximální posunutí razníku z experimentu
$h_{\min}^{\text{exp}}$	$\text{m}$	minimální posunutí razníku z experimentu
$h_{\max}^{\text{opt}}$	$\text{m}$	maximální posunutí razníku z modelu
$h_{\min}^{\text{opt}}$	$\text{m}$	minimální posunutí razníku z modelu
$J$	-	objemový poměr
$\bar{I}_i$	-	derivace invariantů hlavních deformací
$K_i$	$\text{Pa}$	modul objemové pružnosti
$K(t)$	$\text{Pa}$	relaxační funkce objemového modulu pružnosti

Symbol	jednotka	název
$K_\infty$	Pa	rovnovážný modul objemové pružnosti
$l_0$	m	výška vzorku
$l_{\text{SCL-2}}$	m	délka chrániče SCL-2
$L_i$	m	rozměr nezdeformovaného prvku
$m$	kg	hmotnost vzorku
$m_r$	kg	hmotnost razníku
$m_{\text{SCL-2}}$	kg	hmotnost chrániče SCL-2
$n$	-	počet opakování pádové zkoušky
$r_i$	m	poloměr podstavy vzorku
$r_{ni}$	m	poloměr podstavy vzorku v modelu pádové zkoušky
$t$	s	čas
$t_{\text{SCL-2}}$	m	tloušťka chrániče SCL-2
$v$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	rychlost zatěžování tlakové zkoušky
$v_d$	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	dopadová rychlost razníku
$V_r$	$\text{m}^3$	objem razníku v modelu
$w_{\text{SCL-2}}$	m	šířka chrániče SCL-2
$W$	$\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$	hustota deformační energie
$\alpha_k$	-	materiálový parametr Ogdenova modelu
$\delta$	-	relativní chyba
$\Delta(F_{\text{max}})$	N	absolutní chyba síly modelu
$\Delta(h_{\text{min}})$	m	absolutní chyba minimálního posunutí razníku modelu
$\Delta(h_{\text{max}})$	m	absolutní chyba maximálního posunutí razníku modelu
$\Delta h$	mm	hodnota maximální změny posunutí čelisti
$\Delta t$	s	časový krok pro optimalizační funkci
$\Delta L_i$	m	rozměr zdeformovaného prvku
$\Delta t_{ki}$	s	čas od kontaktu razníku se vzorkem po jeho maximální stlačení
$\epsilon$	-	nominální deformace
$\lambda_i$	-	hlavní protažení
$\mu_k$	-	materiálový parametr Ogdenova modelu
$\nu$	-	Poissonova konstanta
$\rho$	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	hustota pěny
$\rho_r$	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	hustota razníku
$\sigma$	Pa	nominální napětí
$\tau_i^K, \tau_i^G$	s	relaxační čas

## Seznam obrázků

3.1	Detail zkoumané pěny . . . . .	3
3.2	Ramenní chránič SCL-2 . . . . .	3
4.1	Schéma Maxwellova modelu . . . . .	5
4.2	Schéma Pronyho řady . . . . .	6
4.3	Schéma zón tlakové zkoušky . . . . .	7
5.1	Schéma geometrie vzorku tlakové zkoušky . . . . .	8
5.2	Schéma zatěžování 1 . . . . .	9
5.3	Schéma zatěžování 2 . . . . .	9
5.4	Vzorek pěny těsně před zatížením . . . . .	10
5.5	Vzorek pěny při maximálním stlačení . . . . .	10
5.6	Vzorek pěny těsně po odlehčení . . . . .	10
5.7	Srovnání výsledků tlakových zkoušek . . . . .	11
5.8	Schéma padostroje . . . . .	12
5.9	Odlehčený vzorek pěny v padostroji . . . . .	13
5.10	Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	14
5.11	Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	14
5.12	Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	15
5.13	Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	15
5.14	Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	16
5.15	Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . . . . .	16
5.16	Srovnání sil $F$ prvních rázů pádových zkoušek . . . . .	18
5.17	Srovnání posunutí razníku prvních rázů pádových zkoušek . . . . .	18
6.1	Model tlakové zkoušky . . . . .	20
6.2	Sít tlakové zkoušky . . . . .	20
6.3	Model pádové zkoušky . . . . .	22
6.4	Sít modelu pádové zkoušky . . . . .	22
7.1	Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu 1 . . . . .	26
7.2	Srovnání síly pádové zkoušky a modelu 1 . . . . .	26
7.3	Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu 2 . . . . .	27
7.4	Srovnání síly pádové zkoušky a modelu 2 . . . . .	27
7.5	Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu 3 . . . . .	28
7.6	Srovnání síly pádové zkoušky a modelu 3 . . . . .	28
7.7	Srovnání experimentu tlakové zkoušky a modelu . . . . .	29



## Seznam tabulek

3.1	Parametry ramenního chrániče SCL-2 . . . . .	3
5.1	Parametry tlakových zkoušek . . . . .	9
5.2	Parametry pádových zkoušek . . . . .	13
5.3	Hodnoty sil $F_t$ . . . . .	17
5.4	Výsledky pádových zkoušek . . . . .	18
7.1	Výsledky optimalizace . . . . .	25
7.2	Srovnání experimentů a modelů s identifikovanými parametry . . . . .	29

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Pěna jako kompozit</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Zkoumaná pěna</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Materiálové modely</b>	<b>4</b>
4.1	Low density foam . . . . .	4
4.2	Viskoelastický materiál . . . . .	5
4.3	Hyperelastický materiál . . . . .	6
4.4	Kritérium výběru materiálového modelu . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Experimenty</b>	<b>8</b>
5.1	Tlaková zkouška . . . . .	8
5.2	Pádová zkouška . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Numerické simulace</b>	<b>19</b>
6.1	Tlaková zkouška . . . . .	19
6.2	Pádová zkouška . . . . .	21
<b>7</b>	<b>Identifikace materiálových parametrů</b>	<b>23</b>
7.1	Optimalizační funkce . . . . .	23
7.2	Optimalizace . . . . .	25
7.3	Výsledky optimalizace . . . . .	25
<b>8</b>	<b>Závěr</b>	<b>31</b>

# 1 Úvod

S vývojem společnosti lidé postupně zdokonalují své technologické postupy tak, aby docílili zlepšení požadovaných vlastností, ať už jde o přesnější součástky, lehčí sportovní vybavení nebo rychlejší automobily a motocykly. Právě poslední zmíněný příklad úzce souvisí s potřebou zdokonalovat i ochranné vybavení.

Jen za rok 2016 se stalo na českých silnicích 1 609 dopravních nehod, do kterých byl zapojen motocykl. Z celkového počtu nehod bylo 59 pro řidiče motocyklu smrtelných [1]. Není pochyb, že toto číslo by bylo výrazně vyšší, kdyby nebylo dostupné ochranné vybavení. Ovšem nejen dostupnost, ale právě kvalita těchto ochranných prvků mnohdy rozhoduje o životě a smrti. Na chrániče je kladena spousta požadavků, aby neomezovaly v pohybu, byly lehké a především, aby co možná nejvíce tlumily sílu při nárazu. Problémem ovšem zůstává, jak toho docílit. Odpovědí na tuto otázku jsou v dnešní době stále častěji používané tzv. kompozitní materiály.

Před uvedením na trh musejí být tyto chrániče náležitě testovány. Jsou tedy podrobovány normalizovaným zkouškám. Výsledky těchto zkoušek jsou ovlivněny celou řadou faktorů, jako jsou tvar chrániče či použitý materiál. Na první pohled tedy vznikne velké množství variant ochranných prvků, ovšem ne všechny splňují nároky normalizovaných zkoušek.

S přihlédnutím na úsporu času a financí vznikla myšlenka na vytvoření patřičné numerické simulace této zkoušky. Ta by umožňovala označit některé návrhy za nedostačující, bez nutnosti chrániče tvořit a následně opravdu testovat. Simulace ovšem kromě znalosti rozměrů jednotlivých komponent vyžadovala i schopnost popsat mechanické vlastnosti použitého materiálu. Právě schopností nasimulovat jeho chování se zabývá následující práce.

Cílem této práce bylo identifikovat materiálové parametry pěny používané v ramenních chráničích motocyklistů. Aby toho bylo možné docílit, byla provedena experimentální měření. Na jejich základě byly vytvořeny patřičné numerické simulace se zvoleným materiálovým modelem. Následně bylo přistoupeno k identifikaci konkrétních hodnot materiálového modelu. Přesnost jednotlivých návrhů byla vyhodnocována na základě cílové funkce, srovnávající mechanickou odezvu pěny při experimentálních měřeních a při simulacích.

## 2 Pěna jako kompozit

Kompozitní materiál lze obecně definovat jako materiál, který je složený ze dvou či více složek, které mají odlišné chemické a fyzikální vlastnosti a jsou odděleny rozhraním. Nejčastěji o těchto složkách hovoříme jako o matici a výztuži, popřípadě disperzi. Tyto jednotlivé složky jsou speciálně vybrány a zkombinovány tak, aby výsledný materiál měl výrazně lepší požadované vlastnosti. Mluvíme zde o tzv. synergickém efektu, tedy o tom, že nový materiál dosahuje vlastností přesahujících součet těchto vlastností od jednotlivých složek [2], [3].

Kompozity lze dělit dle více kritérií, v praxi se často setkáváme například s dělením podle velikosti výztuže nebo její orientace. Ani jedno z těchto dělení však není vhodné pro pěnu, kterou se zabývá tato práce. Zde je potřeba použít základnějšího dělení, a to dle skupenství výztuže. Pospolitost výsledného materiálu zajišťuje matrice ve spojitě fázi [3].

Dle tohoto dělení se kompozity rozdělují na kompozity prvního, druhého a třetího druhu. Disperze kompozitu prvního druhu je pevného skupenství. Tento druh kompozitů je v technické praxi asi nejdůležitější. Setkáme se s ním například u rámců jízdních kol nebo v letadlech. Právě zde je vhodné dále použít výše zmíněných dělení.

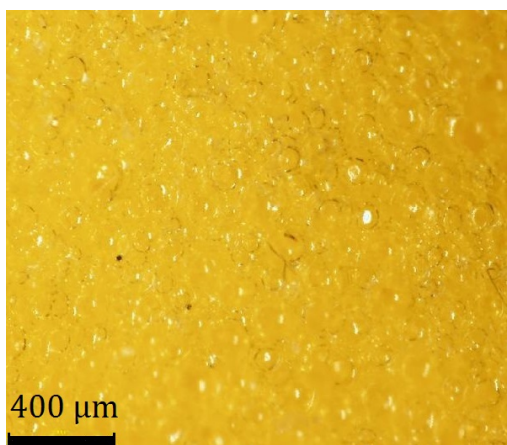
U kompozitů druhého druhu má disperze kapalnou podobu. Jako příklad lze uvést spékaný kov s disperzí oleje, použitý u samomazných ložisek, nebo dřevo, kde mluvíme o systému vláken, kterými protéká míza.

Třetím druhem, do kterého se řadí i zde představená pěna, jsou kompozity s disperzí v plynném skupenství. Jako další příklad lze uvést pěnový polystyren či hliníkovou pěnu.

### 3 Zkoumaná pěna

Viskoelastická pěna SCL, která je předmětem této práce, je výrobkem firmy SAS-TEC a jako takové je její složení předmětem firemního tajemství, proto tato práce neobsahuje bližší informace o chemickém složení matrice. Disperzi představují četné vzduchové dutinky rovnoměrně rozmístěné v objemu (obr. 3.1).

Tato pěna je používána například pro chrániče ramen, loktů či kolen. Za zdroj měřených vzorků byl použit ramenní chránič SCL-2, který je zobrazen na obrázku 3.2. Jeho výrobcem uvedené rozměry délky  $l_{\text{SCL-2}}$ , šířky  $w_{\text{SCL-2}}$ , tloušťky  $t_{\text{SCL-2}}$  a hmotnosti  $m_{\text{SCL-2}}$  jsou uvedeny v tabulce 3.1 [4].



Obr. 3.1: Detail zkoumané pěny



Obr. 3.2: Ramenní chránič SCL-2

Tab. 3.1: Parametry ramenního chrániče SCL-2

$l_{\text{SCL-2}}$ [mm]	240
$w_{\text{SCL-2}}$ [mm]	150
$t_{\text{SCL-2}}$ [mm]	11
$m_{\text{SCL-2}}$ [g]	69

## 4 Materiálové modely

Při tvorbě matematických modelů pěn absorbujících energii se můžeme setkat s velkým počtem materiálových modelů. Tyto modely jsou přiřazovány skutečným materiálům na základě jejich vlastností, jako jsou například tepelná odolnost nebo velikosti elastické deformace. Právě potřeba popsat rozličnost v mechanickém chování pěn má za následek častou kombinaci základních materiálových modelů.

Běžně se setkáváme s materiálovým modelem *Low density foam*. Dále je velmi využívaný viskoelastický nebo hyperelastický materiálový model či jejich kombinace. Otázkou zůstává, jak vybrat vhodný model.

### 4.1 Low density foam

Jedním z materiálových modelů, vhodných pro modelaci pěny absorbující energii, je tzv. *Low density foam*. Tento materiálový model je určen pro modelaci vysoce stlačitelných pěn výrazně citlivých na rychlost deformace. V praxi se jedná především o polyurethanové pěny s otevřenou buněčnou strukturou, využívané například jako ochranný prvek v konstrukcích automobilů [5].

U pěn s otevřenou buněčnou strukturou převažují otevřené buňky, které zde představují schopnost plynu uniknout při stlačení z porézní struktury pěny. Chování tohoto materiálu tedy při velkých deformacích přechází v mechanické chování matrice [5].

Materiál je jednoduše definován množinou diskrétních bodů závislosti napětí na deformaci pro jednoosou tahovou a tlakovou zkoušku pro konstantní rychlost deformace. Z těchto bodů jsou následně extrapolovány křivky závislosti napětí na deformaci. V případě potřeby lze doplnit data o hodnoty odlehčování, které nejsou totožné se zátěžnou křivkou. Závislost materiálu na rychlosti deformace je určena nominální rychlostí deformace [8].

Model využívá pseudoviskoelastické formulace. Jinými slovy viskoelastický materiál je určen z funkce závislosti zatěžování na čase a teplotě získané experimentálně. Ten následně vstupuje do simulace v podobě termoelastického materiálu, zahrnujícího jeho viskoelastickou relaxaci [9].

## 4.2 Viskoelastický materiál

Dovednost materiálu tlumit mechanické účinky souvisí s jeho viskoelasticitou. U dokonale viskoelastických materiálů je při cyklickém zatěžování a odlehčování část vložené energie využita při odlehčování a druhá část je disipována na teplo [11].

Při tvorbě numerických materiálových modelů pěny se nejčastěji setkáváme právě s viskoelastickým materiálovým modelem. Především se jedná o jeho speciální případ - Maxwellův model.

Tento model si lze představit jako sériové zapojení tlumiče a pružiny. Schéma Maxwellova modelu je zobrazeno na obrázku 4.1. Tlumič představuje viskózní část materiálu a pružina představuje elastickou část [6], [10].



Obr. 4.1: Schéma Maxwellova modelu

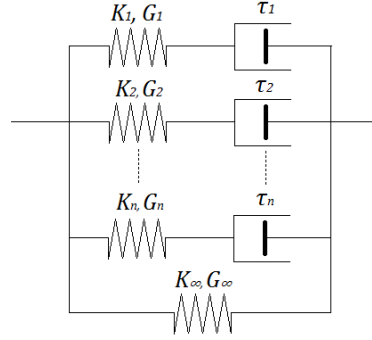
Kombinováním více Maxwellových modelů skládajících se z různých pružin a tlumičů lze vytvořit složitější materiálové modely. Jednou z takovýchto kombinací je právě Pronyho řada paralelně složená z  $n$ -počtu Maxwellových členů a jedné pružiny. Schéma tohoto modelu je zobrazeno na obrázku 4.2.

Matematicky lze popsat Pronyho řadu relaxačními funkcemi pro objemový modul  $K(t)$  a modulem pružnosti ve smyku  $G(t)$ .

$$K(t) = K_{\infty} + \sum_{i=1}^{n^K} K_i \cdot e^{-\frac{t}{\tau_i^K}}, \quad (4.1)$$

$$G(t) = G_{\infty} + \sum_{i=1}^{n^G} G_i \cdot e^{-\frac{t}{\tau_i^G}}, \quad (4.2)$$

kde  $K_{\infty}$  je rovnovážný modul objemové pružnosti,  $G_{\infty}$  je rovnovážný modul pružnosti ve smyku,  $K_i$ ,  $G_i$  jsou objemový modul pružnosti a modul pružnosti ve smyku a  $\tau_i^K$  a  $\tau_i^G$  relaxační časy náležící  $i$ -té větvi Pronyho řady [8], [16].



Obr. 4.2: Schéma Pronyho řady

### 4.3 Hyperelastický materiál

Dalším často užívaným materiálovým modelem, který popisuje nelineární chování, je hyperelastický model. Ten se užívá především u pěn s uzavřenou buněčnou strukturou. Plyn obsažený ve struktuře nemůže uniknout ani při velkých deformacích a stává se tak její nedílnou součástí, která ovlivňuje chování materiálu jako celku. Tyto materiály lze popsat hustotou deformační energie  $W$  [5], [7].

Speciálním případem hyperelastického materiálového modelu je Ogdenův model [13]. Ten lze popsat pomocí hustoty deformační energie vyjádřené vztahem:

$$W = \sum_{k=1}^N \mu_k \left( \frac{\lambda_1^{\alpha_k} + \lambda_2^{\alpha_k} + \lambda_3^{\alpha_k} - 3}{\alpha_k} \right), \quad (4.3)$$

kde  $\mu_k$  a  $\alpha_k$  jsou materiálové parametry a  $\lambda_i$ , kde  $i = 1, 2, 3$ , jsou hlavní protažení definovaná jako:

$$\lambda_i = \frac{L_i + \Delta L_i}{L_i}. \quad (4.4)$$

$L_i$  jsou rozměry nezdeformovaného prvku a  $\Delta L_i$  změna jejich velikostí [14].

Dalším modelem je Mooney-Rivlinův zobecněný model [15], [16]. Jeho hustotu deformační energie v případě uvažování stlačitelnosti vyjádříme vztahem:

$$W = \sum_{i,j=0}^N C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^M \frac{1}{D_k} (J - 1)^{2k}, \quad C_{00} = 0, \quad (4.5)$$

kde  $C_{ij}$  a  $D_k$  jsou materiálové parametry modelu,  $J$  je poměr deformovaného a původního objemu,  $\bar{I}_1$  a  $\bar{I}_2$  jsou dány vztahy:

$$\bar{I}_1 = (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)^{-\frac{2}{3}}, \quad (4.6)$$

$$\bar{I}_2 = (\lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \cdot \lambda_3^2)^{-\frac{4}{3}}, \quad (4.7)$$



Pro malá napětí lze výchozí objemový modul pružnosti  $K_0$  zapsat vztahem:

$$K_0 = \frac{2}{D_1}. \quad (4.8)$$

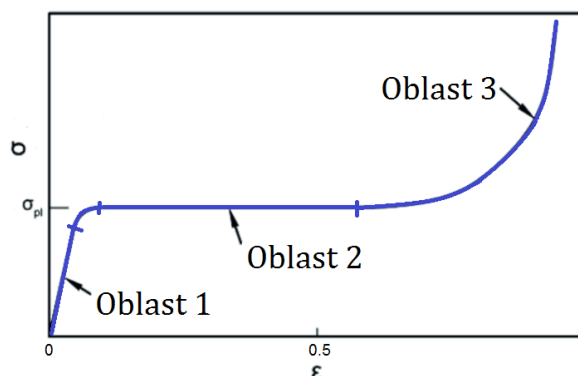
V případě, že parametry vztahu (4.5)  $N = M = 1$ , jedná se o speciální případ, Mooney-Rivlinův model. Hodnota materiálového parametru  $D_1$  je pro případ Mooney-Rivlinova modelu závislá na parametrech  $C_{10}$ ,  $C_{01}$  a  $\nu$  a lze ji vyjádřit vztahem:

$$D_1 = \frac{1 - 2\nu}{C_{10} + C_{01}}. \quad (4.9)$$

Hyperelastický materiálový model se často používá v kombinaci s jinými modely.

#### 4.4 Kritérium výběru materiálového modelu

Jedním z možných kritérií pro výběr správného modelu je tlaková zkouška, konkrétně její zátěžná část. Dle článku [12] graf závislosti napětí na deformaci lze rozdělit do 3 regionů (obr. 4.3).



Obr. 4.3: Schéma zón tlakové zkoušky

První zóna je oblast lineární pružnosti. Jedná se o oblast platnosti Hookova zákona. Obvykle se tato oblast objevuje u malého napětí. U pěn s otevřenou buněčnou strukturou v této oblasti dochází k ohýbání stěn buněk. U pěn s uzavřenou strukturou dochází k jejich napínání. Dle článku [5] může být tato oblast zanedbatelná, v takovém případě má zátěžná křivka charakter hyperelastického materiálu.

Druhá zóna je oblast s malým nebo žádným přírůstkem napětí v průběhu deformace. Dochází zde k borcení matrice.

Poslední oblast 3 je oblast densifikace. Protěsnější stěny se dotknou. Pěna se začne chovat jako pevný materiál. To má za následek u otevřených buněčných struktur vypuzení plynu z objemu. Objeví se zde viskózní síla. V případě uzavřených buněk se projeví silové účinky od stlačeného plynu [7].

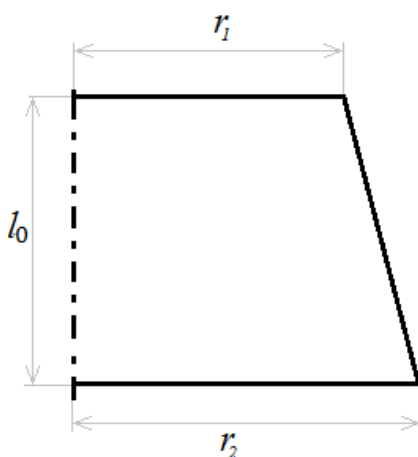
## 5 Experimenty

Pro získání dat, se kterými bylo možné porovnat tvořený materiálový model, byla uskutečněna experimentální měření. Konkrétně se jednalo o tlakovou a pádovou zkoušku. Zkoušky byly prováděny na vzorcích vyříznutých CNC frézou ze středové části chrániče. Bohužel vzhledem k charakteru materiálu nebylo možné zajistit jednotnou velikost vzorků. Jednotlivé rozměry vzorků jsou specifikovány u příslušných měření.

### 5.1 Tlaková zkouška

Tlaková zkouška byla provedena na vzorcích tvaru komolého kuželu zobrazeném na obrázku 5.1, jehož rozměry jsou pro jednotlivá měření uvedeny v tabulce 5.1. Zkouška byla provedena pro dvě různé rychlosti zatěžování  $v$ , a to  $1 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pro rychlou zkoušku a  $1 \cdot 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pro pomalou zkoušku. Zkouška byla provedena na stroji ZWICK/ROELL Z050. Rychlost zatěžování a velikost posunutí byly řízeny příčnickem.

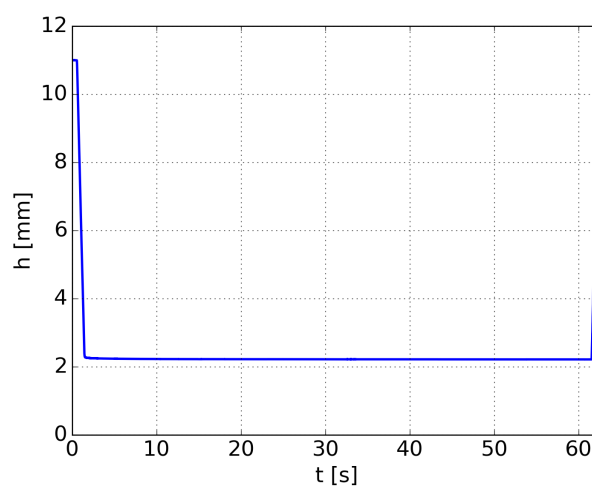
Při zkoušce byl vzorek postupně stlačován až do té doby, než deformace dosáhla hodnoty 0,8. Po dosažení této maximální deformace vzorek 60 sekund relaxoval a následně byl zcela odlehčen (obr. 5.2 a 5.3). Tento postup je zobrazen na obrázcích 5.4 - 5.6. Při měření byla zaznamenána hodnota reakční síly závislé na čase.



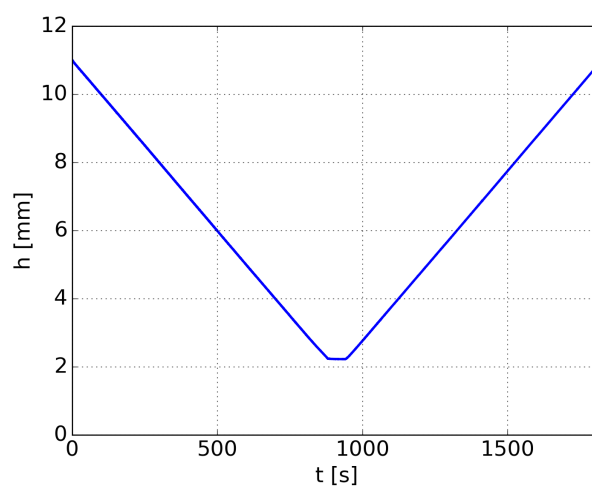
Obr. 5.1: Schéma geometrie vzorku tlakové zkoušky

Tab. 5.1: Parametry tlakových zkoušek

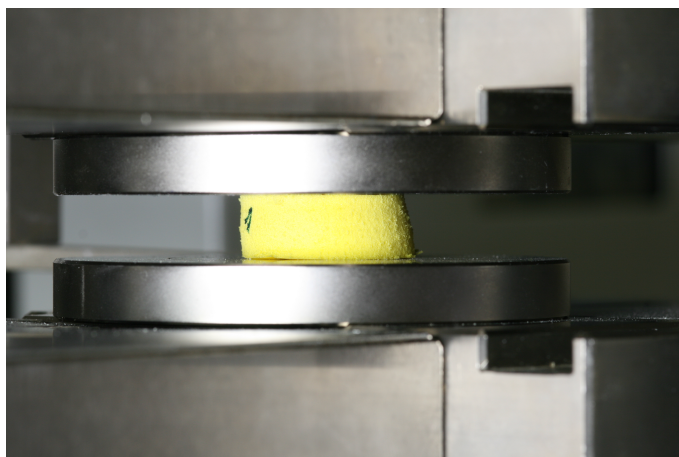
	$v$ [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	
	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-5}$
$r_1$ [mm]	14,5	14,0
$r_2$ [mm]	15,0	15,5
$l_0$ [mm]	11	11
$\Delta h$ [mm]	8,8	8,8



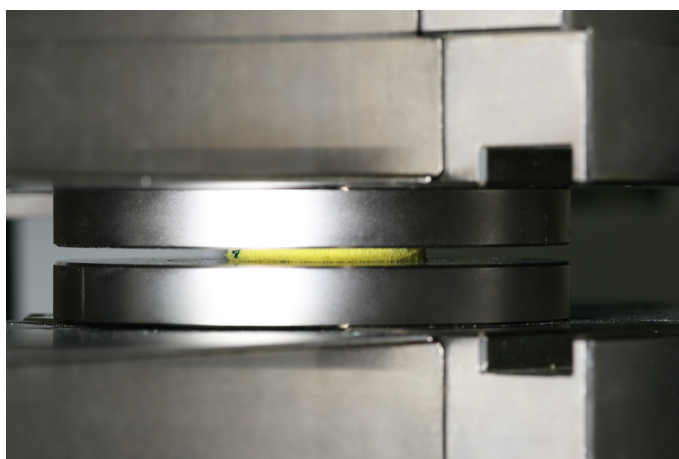
Obr. 5.2: Závislost posunutí čelisti na čase -  $1 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



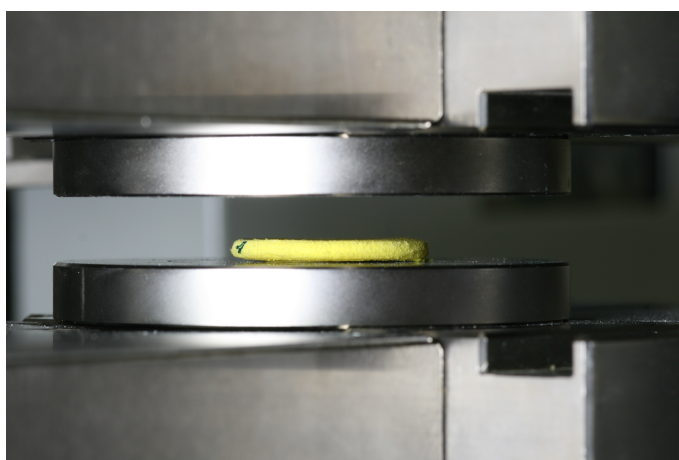
Obr. 5.3: Závislost posunutí čelisti na čase -  $1 \cdot 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



Obr. 5.4: Vzorek pěny těsně před zatížením



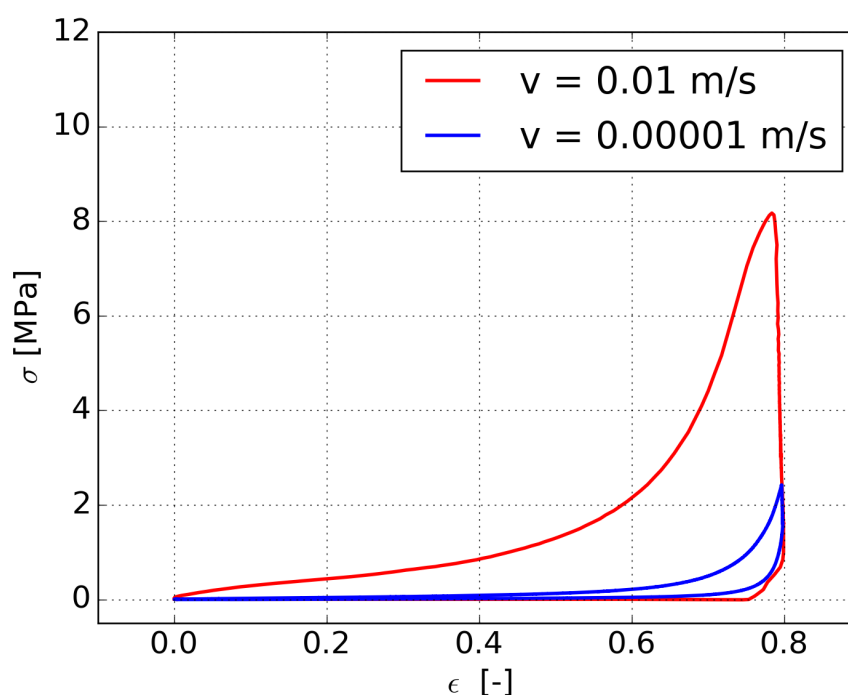
Obr. 5.5: Vzorek pěny při maximálním stlačení



Obr. 5.6: Vzorek pěny těsně po odlehčení

## Výsledky tlakové zkoušky

Na obrázku 5.7 jsou zobrazeny výsledky tlakových zkoušek. Aby bylo možné experimenty porovnat vzhledem k rozdílné geometrii vzorků a měřené době, byly získané hodnoty sil přepočteny na hodnoty nominálního napětí a zobrazeny v závislosti na nominální deformaci.



Obr. 5.7: Srovnání výsledků tlakových zkoušek

Je zřejmé, že rychlost deformace má výrazný vliv na napětí vznikajícím v materiálu.

## 5.2 Pádová zkouška

Experimentální měření bylo provedeno na sestavě vytvořené zaměstnanci Fakulty aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni, její schéma lze vidět na obrázku 5.8. Pro zkoušku byl použit razník s plochou hlavicí o rozměrech dopadové plochy  $30 \times 30$  mm a výšce 15 mm, měl hmotnost  $m_r = 2,454$  kg. Pro měření posunutí byl použit laserový senzor MICRO-EPSILON optoNDCT 2200-50 s citlivostí  $0,8 \mu\text{m}$  připojený do měřicí karty NI 9215. Pro měření zrychlení byl použit akcelerometr KISTLER 8702B500M1T s citlivostí  $9,59$  mV/g, pro měření síly siloměr KISTLER 9712B5000 s citlivostí  $1,013$  mV/lbf. Oba zmíněné senzory pracující na piezoelektrickém principu byly připojeny do

měřicí karty NI 9234. Obě karty byly zapojeny do sběrné jednotky NI cDAQ-9178. Vzorovací frekvence měření byla 25,6 kHz. Záznam dat byl proveden v programu National Instrument Signal Express.

Hodnoty síly byly pro srovnání stanoveny dle vzorce:

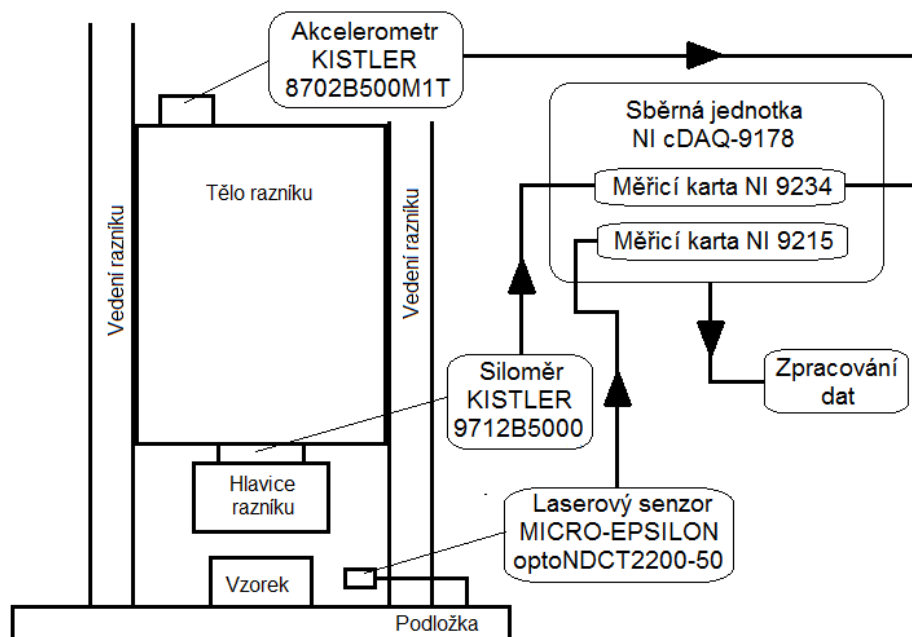
$$F_a = a_a \cdot m_r, \quad (5.1)$$

kde zrychlení  $a_a$  bylo změřeno akcelerometrem.

Pro kontrolu měření byly určeny hodnoty síly ze vztahu

$$F_h = a_h \cdot m_r, \quad (5.2)$$

kde zrychlení  $a_h$  bylo učeno jako druhá časová derivace naměřeného posunutí a dále byly měřeny hodnoty síly  $F_s$ .



Obr. 5.8: Schéma padostroje

Pádová zkouška byla provedena pro 3 dopadové rychlosti. Jednalo se o rychlost 1, 2 a 3  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Pro zajištění těchto rychlostí bylo potřeba vypočítat výšku, ze které se razník pouštěl. Tato výška byla určena vztahem:

$$h_{ri} = \frac{v_{di}^2}{2 \cdot g} + l_{oi}, \quad (5.3)$$

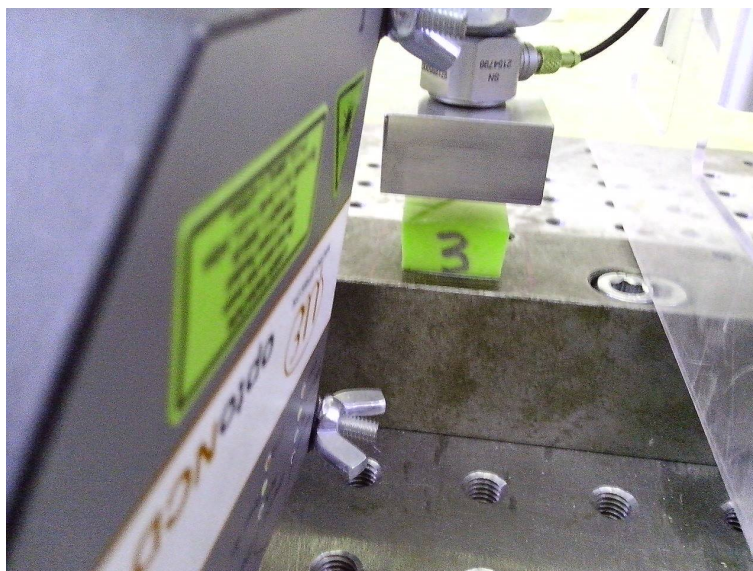
kde  $v_{di}$  byla příslušná dopadová rychlost a  $l_{oi}$  výška měřeného vzorku. Její hodnoty jsou společně s parametry vzorků uvedeny v tabulce 5.2.

Pro rychlosti 1, 2 a 3  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  bylo provedeno 10 opakování. Mezi jednotlivými opakováními byl vzorek na 60 sekund odlehčen (obr. 5.9). Měření pro vyšší dopadovou rychlost nebylo možno uskutečnit s ohledem na konfiguraci a rozsahy měřící techniky.

Tab. 5.2: Parametry pádových zkoušek

$b_1$ ,  $b_2$  jsou rozměry pravoúhelníkových podstav vzorku,  $l_0$  je výška vzorku,  $A$  je plocha vzorku,  $m$  je hmotnost vzorku,  $h_r$  je výška, ze které byl razník spouštěn,  $v_d$  je dopadová rychlost, pro kterou byl vzorek měřen.

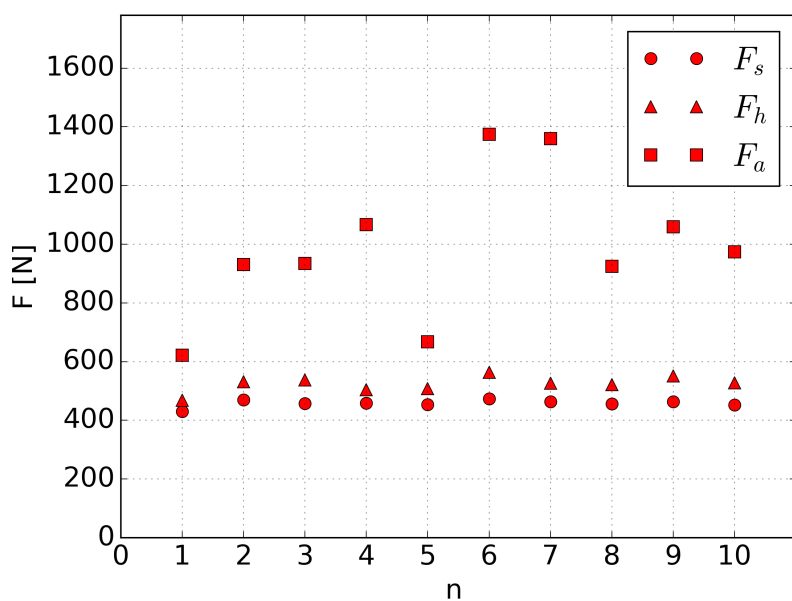
	Číslo vzorku				
	1	2	3	4	5
$b_1$ [mm]	21,0	20,0	21,0	20,0	19,6
$b_2$ [mm]	20	19	20	20	19
$l_0$ [mm]	11	11	11	10	11
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	420	380	420	390	370
$m$ [g]	1,30	1,18	1,27	1,22	1,19
$h_r$ [mm]	61,97	214,87	469,72	-	-
$v_d$ [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]	1	2	3	-	-



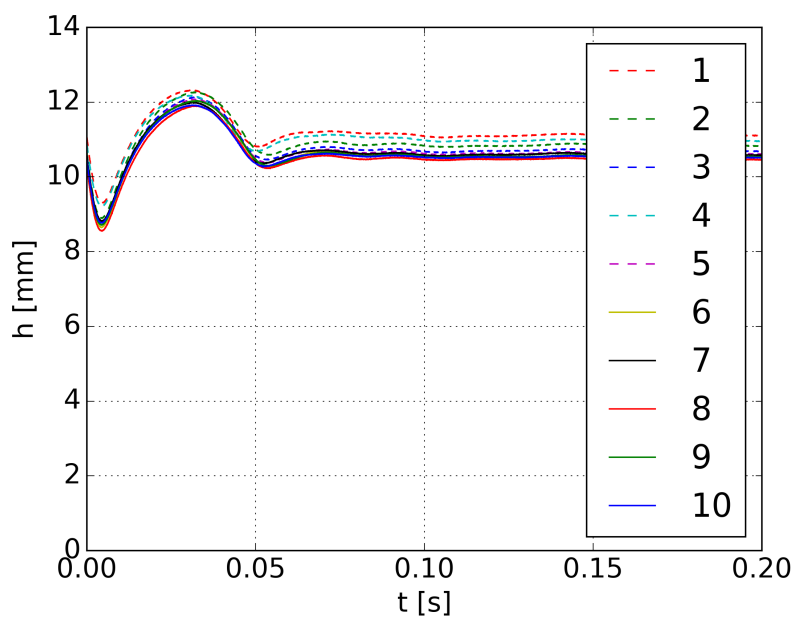
Obr. 5.9: Odlehčený vzorek pěny v padostroji

## Výsledky pádové zkoušky

Výsledky pádových zkoušek pěny SAS-TEC pro rychlost  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 5.10 a 5.11.



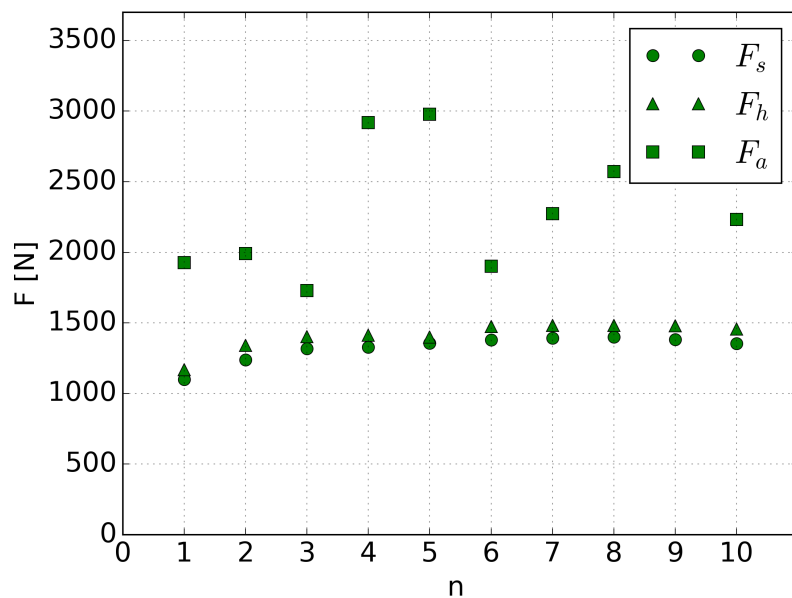
Obr. 5.10: Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



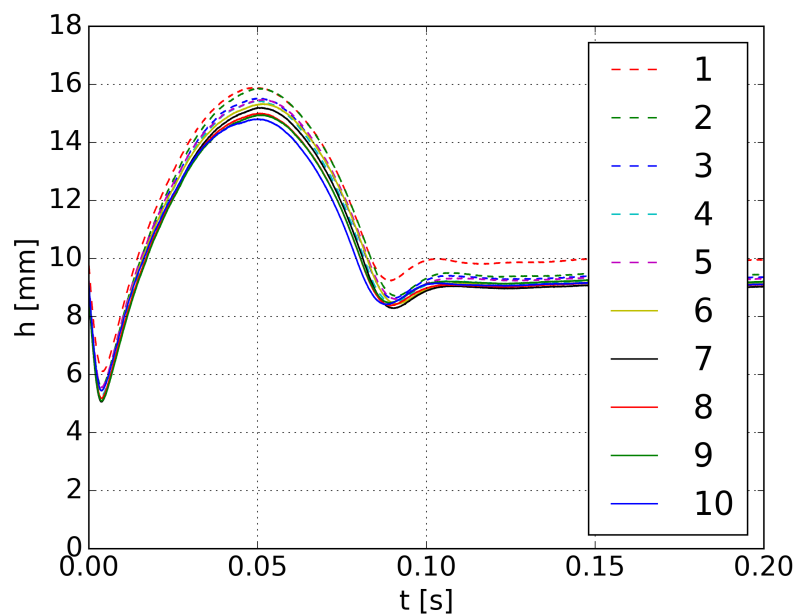
Obr. 5.11: Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



Výsledky pádových zkoušek pěny SAS-TEC pro rychlost  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 5.12 a 5.13.

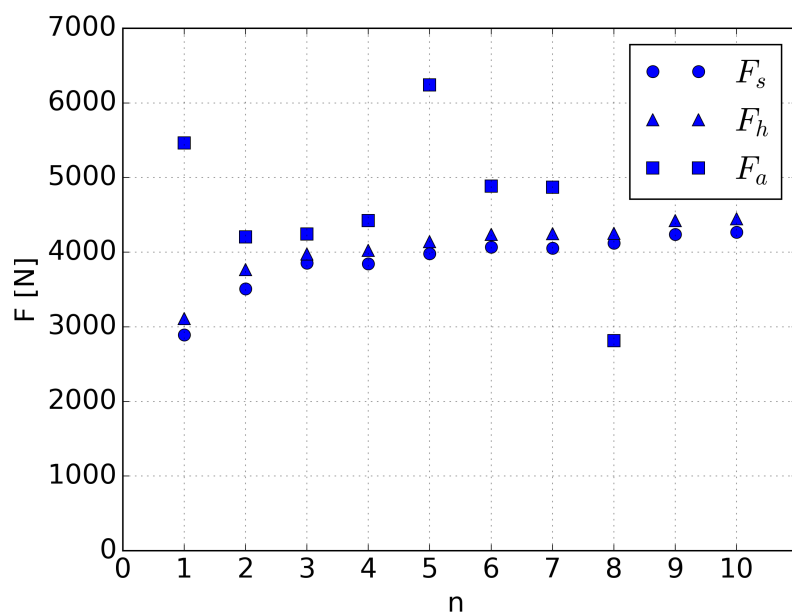


Obr. 5.12: Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

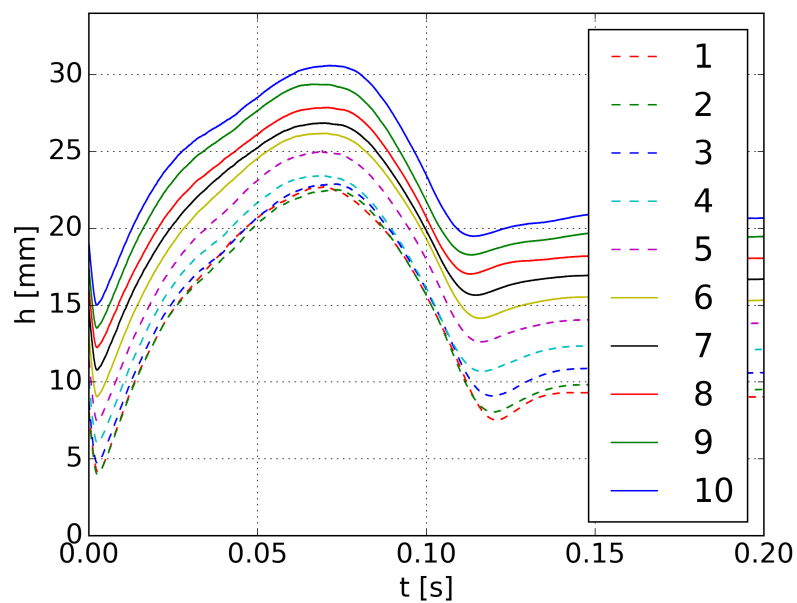


Obr. 5.13: Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Výsledky pádových zkoušek pěny SAS-TEC pro rychlost  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 5.14 a 5.15.



Obr. 5.14: Srovnání sil pádových zkoušek pro rychlost  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



Obr. 5.15: Srovnání posunutí razníku pádových zkoušek pro rychlost  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

U obrázku 5.15 si lze povšimnout stoupající tendence křivek závislostí posunutí na čase, tento fakt byl způsoben uchycením laserového snímače. Rameno držící senzor nebylo dostatečně odizolováno od soustavy a při vyšších dopadových rychlostech nezvládlo udržet senzor v původní poloze.

Pro srovnání byla dle vztahu (5.4) vypočtena síla  $F_t$ , která představovala maximální přenesenou sílu za ideálních podmínek, tedy nebylo uvažováno tření a byl předpokládán rovnoměrně zpomalený pohyb při dopadu razníku na vzorek.

$$F_{ti} = m_r \cdot \frac{v_{di}}{\Delta t_{ki}}, \quad (5.4)$$

hodnota  $\Delta t_{ki}$  představovala dobu od kontaktu razníku s povrchem vzorku po maximální stlačení pěny. Tyto teoretické hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5.3.

Tab. 5.3: Hodnoty sil  $F_t$

	$v_d$ [ m·s <sup>-1</sup> ]		
	1	2	3
$F_t$ [N]	567	1057	1927

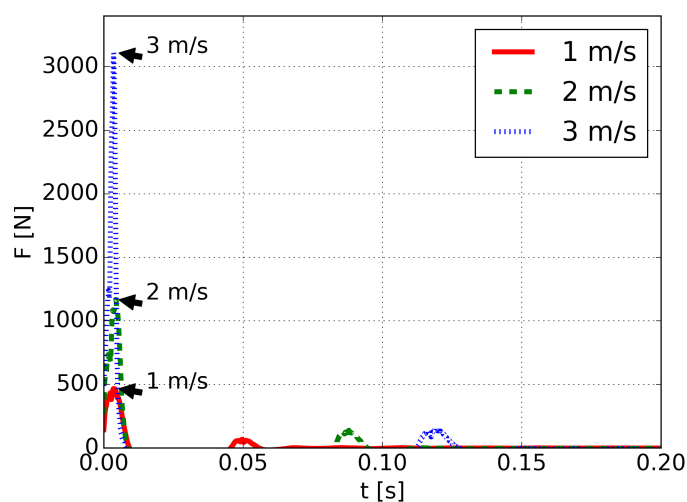
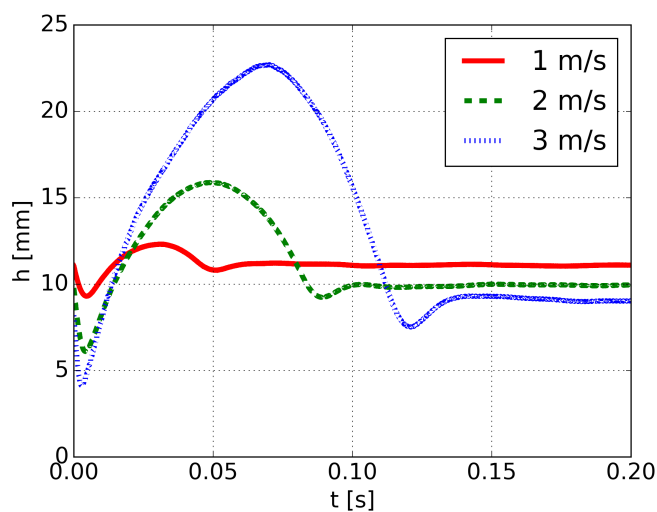
Po srovnání vypočtených sil  $F_h$ ,  $F_a$  a měřené síly  $F_s$  náležících k jednotlivým měřeným rychlostem byla pro další práci vyřazena data určená pomocí naměřeného zrychlení  $F_a$ . Akcelerometr pro zvolený experiment se ukázal jako nevhodný snímač, jelikož hodnoty  $F_a$  výrazně převyšovaly teoretické hodnoty síly  $F_t$  i hodnoty sil  $F_h$  a  $F_s$ , se zvyšující se dopadovou rychlostí se však těmito silám začaly více blížit.

S přihlédnutím na vyšší bezpečnost byla za klíčovou sílu  $F$  považována síla  $F_h$ , jejíž hodnoty byly vyšší než hodnoty síly  $F_s$ .

Z výsledků je zřejmé, že doba 60 s, kdy byl vzorek odlehčen, nebyla pro relaxaci dostačující. Pěna zůstávala stlačená a tedy se zmenšovala její schopnost tlumit náraz. Z tohoto důvodu byly za klíčové považovány hodnoty prvních rázů uvedené v tabulce 5.4. Srovnání sil  $F$  prvních pádů jednotlivých rychlostí je zobrazeno na obrázcích 5.16 a 5.17.

Tab. 5.4: Výsledky pádových zkoušek

	$v_d$ [ m·s <sup>-1</sup> ]		
	1	2	3
$F_{\max}^{\text{exp}}$ [N]	468	1168	3110
$h_{\max}^{\text{exp}}$ [mm]	12,32	15,88	22,71
$h_{\min}^{\text{exp}}$ [mm]	9,30	6,11	4,14


 Obr. 5.16: Srovnání sil  $F$  prvních rázů pádových zkoušek


Obr. 5.17: Srovnání posunutí razníku prvních rázů pádových zkoušek

## 6 Numerické simulace

Aby bylo možné identifikovat materiálové parametry pěny používané v chráničích pro motocyklisty, bylo potřeba vytvořit počítačové simulace provedených měření. Konkrétně se jednalo o tlakovou a pádovou zkoušku. Stěžejní byla zejména pádová zkouška pro nejvyšší měřenou rychlost. Tato zkouška byly považována za klíčovou vzhledem k předpokládanému následujícímu použití tohoto modelu a tedy i materiálu samotného. V první řadě se jedná o vytváření matematických simulací standardních zkoušek pro komponenty motorářského vybavení, které jsou právě z této pěny. Tyto modely byly vytvořeny parametricky v jazyce Python pro software Abaqus CAE, konkrétně se jednalo o studentskou verzi 6.14. Právě fakt, že modely využívají parametrizace v oblasti geometrie vzorků, předepsaného zatěžování a především materiálových konstant, byl ústřední pro jejich následnou optimalizaci.

Při tvorbě modelů bylo využito geometrické symetrie vzorků. Tato zjednodušení jsou blíže specifikována u jednotlivých typů zkoušek.

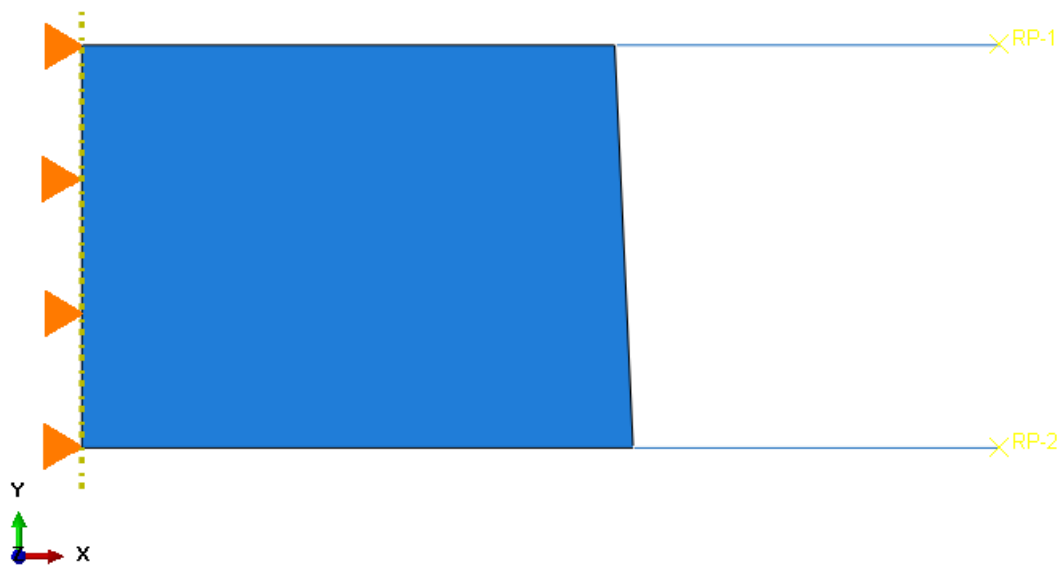
Jedním ze vstupních parametrů modelu byla hustota pěny, která byla vypočtena z dat uvedených v tabulce 5.2 dle vorce:

$$\rho = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \frac{m_i}{l_{0i} \cdot b_{1i} \cdot b_{2i}}. \quad (6.1)$$

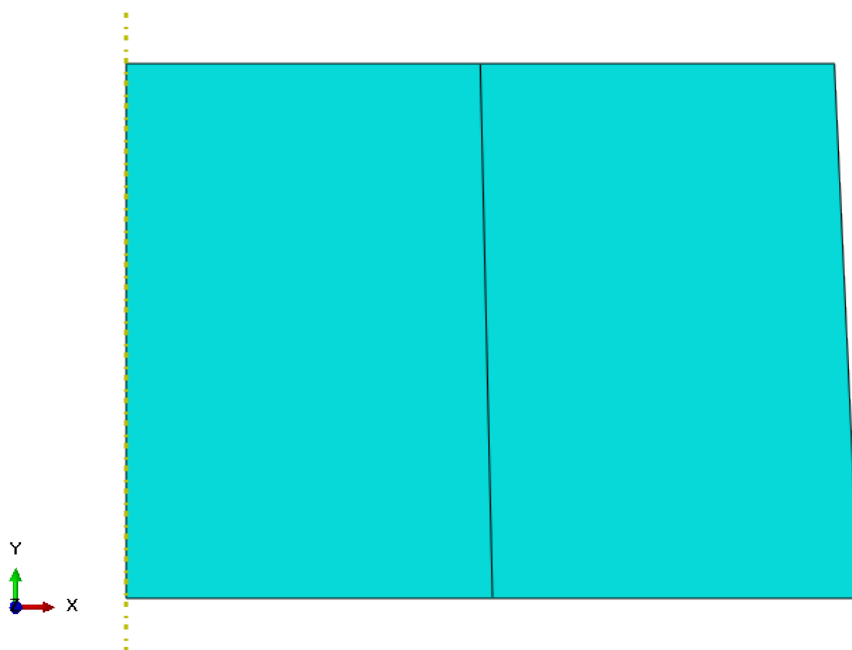
Výsledná hodnota hustoty byla po vyčíslení  $287 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

### 6.1 Tlaková zkouška

Při simulaci této zkoušky byl použit axisymetrický model. Vzorek pěny, který měl ve skutečnosti tvar komolého kuželu, se tedy modeloval jako pravoúhlý lichoběžník. Toto zjednodušení značně snížilo náročnost výpočtu. Dále bylo potřeba namodelovat dvě čelisti, pohyblivou horní a pevně umístěnou spodní. Obě čelisti byly nedeformovatelné. Pro popis kontaktu mezi čelistmi a vzorkem byla nastavena hodnota součinitele tření na 0,3. Výsledný model je zobrazen na obrázcích 6.1 a 6.2. Pohyb horní čelisti byl nastaven dle experimentu detailně popsaném v článku 5.1. této práce, tedy pěnový vzorek byl stlačován příslušnou rychlostí do požadované deformace, kde následně 60 sekund relaxoval a pak byl odlehčen. Výstupem modelu byla data síly závislé na čase.



Obr. 6.1: Model tlakové zkoušky s okrajovými podmínkami



Obr. 6.2: Síť modelu tlakové zkoušky

## 6.2 Pádová zkouška

Před tvorbou tohoto modelu bylo důležité rozmyslet si jeho možná zjednodušení, která neovlivní výsledky optimalizace. Jak bylo uvedeno při popisu měření pádových zkoušek, použité vzorky měly tvar kvádrů. Tento tvar v kombinaci s upevněním vzorku by naznačoval možné zjednodušení modelu dle symetrie na jednu čtvrtinu. Vzhledem k faktu, že výstupem měření byly hodnoty posunutí razníku a síly, která byla rovněž odečítána z razníku, a nebyly blíže sledovány geometrické parametry vzorku, vznikl zde prostor k výraznějšímu zjednodušení.

Důležité bylo zachovat výšku vzorku a obsah  $A$  kontaktní plochy vzorku. Tedy místo modelování jedné čtvrtiny razníku a vzorku, který vyplývá ze symetrie, bylo použito axisymetrického vyjádření. Tudíž bylo potřeba určit nový poloměr dle vzorce:

$$r_{ni} = \sqrt{\frac{A_i}{\pi}}, \quad (6.2)$$

kde  $A_i$  byly hodnoty obsahu kontaktní plochy vzorku a razníku určené v tabulce 5.2.

Pro tvorbu tohoto modelu bylo využito geometrie tlakové zkoušky, kde byly pouze sjednoceny průměry horní a dolní podstavy. Další změnou bylo nastavení kontaktu s podložkou, nebo-li spodní čelisti se vzorkem tak, aby zamezoval posunutí. Ve skutečnosti toto nastavení reprezentuje upevnění vzorku k podložce oboustrannou lepicí páskou.

Markantnější změny však proběhly u geometrie horní čelisti, která u pádové zkoušky představuje razník. Pro případ pádové zkoušky byla horní čelist tvořená nedeformovatelným prutem nahrazena deformovatelnou skořepinou. Tato úprava měla za účel možnost připsat čelisti odpovídající hmotnost a zároveň použít její geometrii pro odečítání posunutí razníku. Této skořepině byla později připsána vlastnost nedeformovatelnosti. Razníku byla dále nepřímo přiřazena hmotnost. Toto přiřazení spočívalo ve vypočtení hustoty  $\rho_r$  materiálu hlavice razníku, jejíž následná kombinace s geometrií modelu razníku dala za výsledek celkovou hmotnost razníku. Její hodnota byla určena ze vztahu hmotnosti razníku  $m_r$  a objemu  $V_r$ , určeného dle jeho zvolené geometrie následujícím vztahem:

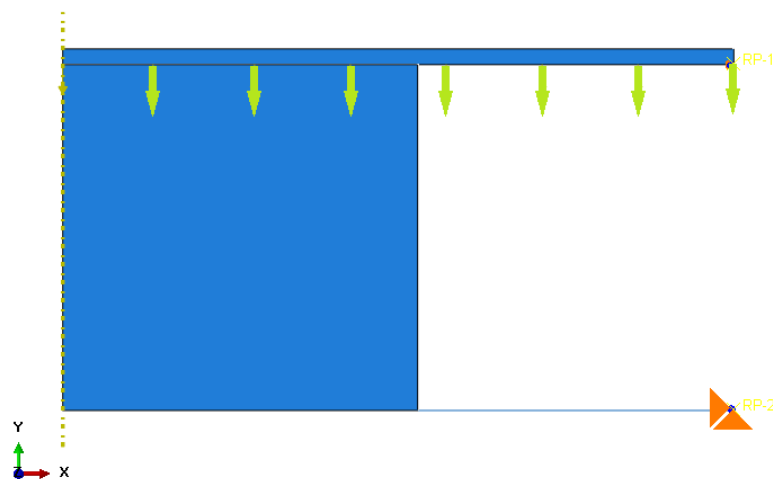
$$\rho_r = \frac{m_r}{V_r}. \quad (6.3)$$

V rámci úspory doby výpočtu byl razník umístěn těsně nad pěnový vzorek a byla přidána počáteční podmínka dopadové rychlosti v okamžiku spuštění výpočtu. Dále na model působila pouze gravitační síla. Schéma modelu je zobrazeno na obrázku 6.3.

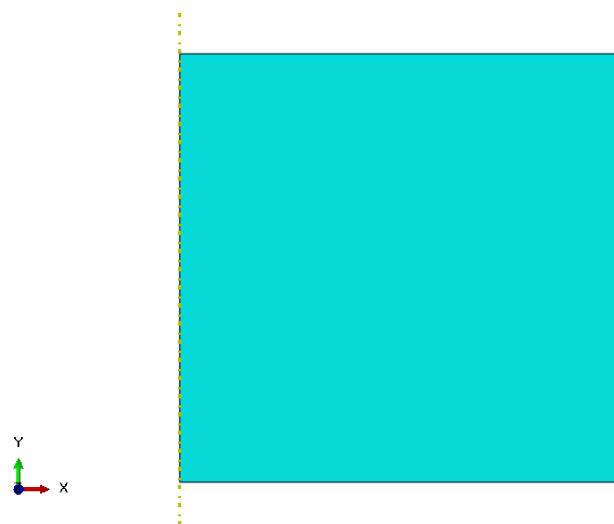
Pro optimalizaci byla síť modelu tvořena jediným elementem (obr. 6.4). Tato síť byla zvolena z důvodu velké nestability řešení, kdy při použití menších elementů docházelo

k jejich borcení. Simulovaná doba byla určena na  $t = 0,2$  s. Tato hodnota byla stanovena s přihlédnutím na úsporu doby výpočtu a na experimenty, kdy po jejím překonání se nevyskytují výraznější silové účinky nebo posunutí.

Výstupem modelu bylo posunutí razníku vzhledem k podložce závislé na čase a síla závislá na čase.



Obr. 6.3: Model pádové zkoušky s okrajovými podmínkami



Obr. 6.4: Síť modelu pádové zkoušky



## 7 Identifikace materiálových parametrů

Po získání experimentálních dat z tlakových a pádových zkoušek a vytvoření jim odpovídajících matematických modelů bylo možné přistoupit k samotné identifikaci materiálových parametrů.

Identifikace spočívala v porovnávání výsledků modelů jednotlivých zkoušek s výsledky, které byly fakticky naměřeny. U modelů byly v průběhu numerické optimalizace měněny jednotlivé materiálové parametry. Po simulaci pádové zkoušky byla získaná data vyhodnocena dle cílové funkce.

Optimalizace byla provedena softwarem optiSLang 3.0. Pro optimalizaci byl zvolen viskoelastický materiálový model v kombinaci s hyperelastickým. Hyperelastická část modelu byla zvolena z důvodu, že výsledná zátěžná křivka tahové zkoušky nejeví na začátku deformace výraznější lineárně elastický charakter. Viskoelastická část byla zvolena za účelem zachytit schopnost relaxace materiálu.

Viskoelastická část je reprezentována Pronyho řadou 5. stupně a hyperelastická modelem Mooney-Rivlin.

Toto propojení materiálů je reprezentováno aplikací relaxačních koeficientů Pronyho řady určených vztahem (7.1) na konstanty energetické funkce hyperelastického materiálu ze vztahu (4.5) [8].

$$g_R(t) = 1 - \sum_{i=1}^N \bar{g}_i^P (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i^G}}), \quad (7.1)$$

kde  $\bar{g}_i^P$  a  $\tau_i^G$  jsou materiálové parametry viskoelastického modelu.

Kombinace materiálových modelů je dána vztahem:

$$C_{ij}^R(t) = C_{ij} \cdot g_R(t). \quad (7.2)$$

Hledanými parametry byly:  $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, C_{10}, C_{01}, \nu$ .

### 7.1 Optimalizační funkce

Aby bylo možné vyhodnocovat kvalitu optimalizované množiny parametrů, bylo nejprve potřeba určit cílovou funkci. Hlavním smyslem této funkce bylo porovnat výsledky změřené při experimentech s výsledky nasimulovanými pro konkrétní design materiálového modelu. Tato funkce spočívala v numerickém vyjádření odlišnosti simulace a reality.

Důležitým faktorem, ovlivňujícím konkrétní podobu této funkce, byla ovšem složitost získaných křivek vyjadřujících závislost síly na čase a posunutí na čase, ať už získaných

z experimentu nebo numericky nasimulovaných. S přihlédnutím na komplikovanost těchto křivek nebylo vhodné je vyjadřovat jako aproximaci polynomu  $n$ -tého stupně. Proto byl pro cílovou funkci určen konečný počet kontrolních bodů.

Jedním z klíčových hledisek při vytváření konkrétní podoby cílové funkce byla potřeba vyhodnocovat dohromady jak silovou odezvu materiálu, tak posunutí razníku. Získaná odchylka tedy musela mít bezrozměrnou podobu.

Pro tvorbu finální podoby vyhodnocovací funkce bylo třeba přihlédnout na primární vlastnost materiálu. Vzhledem k jeho praktickému využití, kdy je hlavním účelem utlumit sílu při prvotním nárazu, byla odchylce u síly přiřazena vyšší váha. Rovněž maximálnímu stlačení a odskočení byla přiřazena vyšší váha než u dalších posunutí. Pro jednotlivé zkoušky získala tedy optimalizační funkce  $f_i$  následující podobu:

$$\begin{aligned}
 f_i = & 5 \cdot \frac{\sqrt{|(F_{\max}^{\text{exp}})^2 - (F_{\max}^{\text{opt}})^2|}}{F_{\max}^{\text{exp}}} + 2 \cdot \frac{\sqrt{|(h_{\max}^{\text{exp}})^2 - (h_{\max}^{\text{opt}})^2|}}{h_{\max}^{\text{exp}}} + \\
 & + 2 \cdot \frac{\sqrt{|(h_{\min}^{\text{exp}})^2 - (h_{\min}^{\text{opt}})^2|}}{h_{\min}^{\text{exp}}} + 1 \cdot \sum_{j=1}^{10} \frac{\sqrt{|(h^{\text{exp}}(\Delta t \cdot j))^2 - (h^{\text{opt}}(\Delta t \cdot j))^2|}}{h^{\text{exp}}(\Delta t \cdot j)}, \quad (7.3) \\
 & \Delta t = 0,02, \\
 & i = \{1, 2, 3\},
 \end{aligned}$$

kde  $F_{\max}^{\text{exp}}$  představovala hodnotu maximální síly změřené z experimentu,  $F_{\max}^{\text{opt}}$  hodnotu maximální síly optimalizovaného modelu,  $h_{\max}^{\text{exp}}$  maximální odskočení razníku změřené při experimentu,  $h_{\max}^{\text{opt}}$  maximální odskočení razníku modelu,  $h_{\min}^{\text{exp}}$  minimální posunutí razníku změřené při experimentu,  $h_{\min}^{\text{opt}}$  minimální posunutí razníku u modelu,  $\Delta t$  byla velikost pevného časového kroku  $h^{\text{exp}}(\Delta t \cdot j)$  hodnoty posunutí razníku změřené z experimentu v příslušném čase a  $h^{\text{opt}}(\Delta t \cdot j)$  hodnoty posunutí razníku modelu v příslušném čase a  $i$  odpovídá příslušné pádové rychlosti.

Pro zajištění správnosti řešení byla optimalizace prováděna současně pro všechny tři případy pádových zkoušek. Tento fakt zvýšil šanci najít vhodné materiálové parametry, které budou schopny popsat chování materiálu při různých rychlostech zatěžování. Jinými slovy snížil pravděpodobnost, že optimalizace sklouzne k lokálnímu minimu, které by vyhovovalo jedné rychlosti. Rovněž zde byla potřeba zohlednit důležitost jednotlivých experimentů. Chybě určené u jednotlivých měření byla tedy přiřazena rozdílná váha. Vyšší rychlost byla považována za podstatnější.

Cílová funkce  $f$  tedy získala tuto podobu:

$$f = 1 \cdot f_1 + 1,5 \cdot f_2 + 2 \cdot f_3 \quad (7.4)$$

## 7.2 Optimalizace

Optimalizace byla prováděna programem optiSLang 3.0. Tento program umožňuje měnit hodnoty parametricky vyjádřených proměnných v nastavených rozmezech. Zároveň umožňuje definovat podmínky, které mají optimalizované hodnoty splnit.

Pro optimalizaci byl použit evoluční algoritmus, u kterého byla nastavena rodičovská generace. Vyhodnocovací metoda byla lineární, metoda selekce byla použita turnajová. Maximální počet generací byl 500. Optimalizace měla být zastavena při stagnaci dvaceti generací.

Jelikož optimalizace probíhala v několika krocích a jednotlivé velikosti rodičovských generací bylo potřeba přizpůsobit s ohledem na aplikaci omezovacích podmínek, jejich velikost se pohybovala v rozmezí 500 - 5 000.

Hledané hodnoty  $g_i$  byly optimalizovány v rozsahu (0,0 - 0,8), hodnoty  $\tau_i$  v rozsahu ( $1 - 1 \cdot 10^{-5}$ ) s, parametry  $C_{01}$  a  $C_{10}$  (-1, 1) MPa, Poissonova konstanta  $\nu$  (0,05 - 0,30).

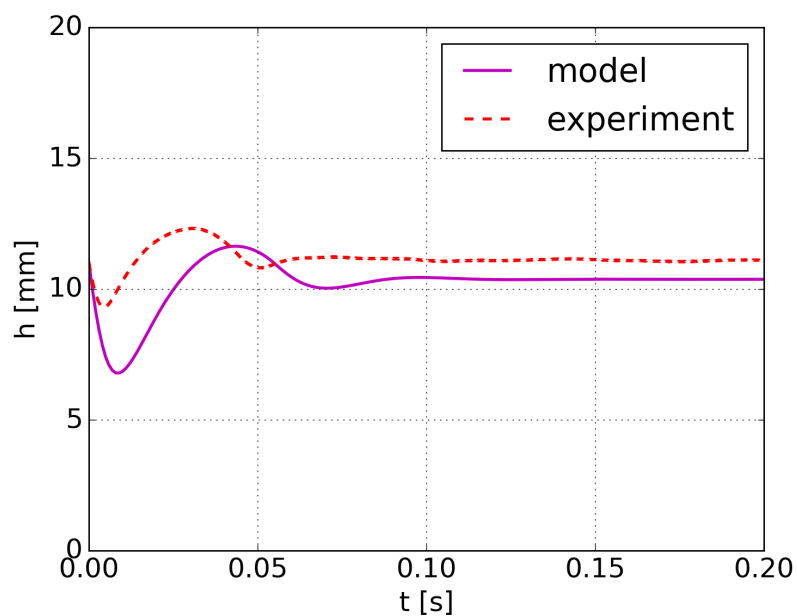
## 7.3 Výsledky optimalizace

Výsledky optimalizace jsou uvedeny v tabulce 7.1.

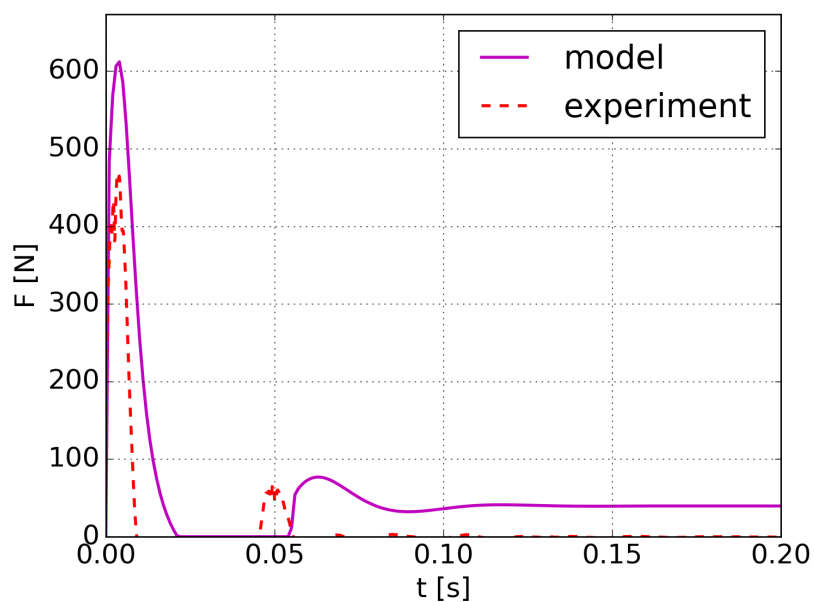
Tab. 7.1: Výsledky optimalizace

Parametr	Identifikovaná hodnota
$g_1$ [-]	0,473
$g_2$ [-]	0,047
$g_3$ [-]	0,420
$g_4$ [-]	0,050
$g_5$ [-]	0,000
$\tau_1$ [s]	0,00011
$\tau_2$ [s]	0,00029
$\tau_3$ [s]	0,00024
$\tau_4$ [s]	0,00070
$\tau_5$ [s]	0,01232
$C_{10}$ [kPa]	400
$C_{01}$ [kPa]	-100
$\nu$ [-]	0,13

Porovnání výsledků optimalizace ve srovnání s měřením pádové zkoušky s dopadovou rychlostí  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 7.1 a 7.2 a uvedeny v tabulce 7.2.

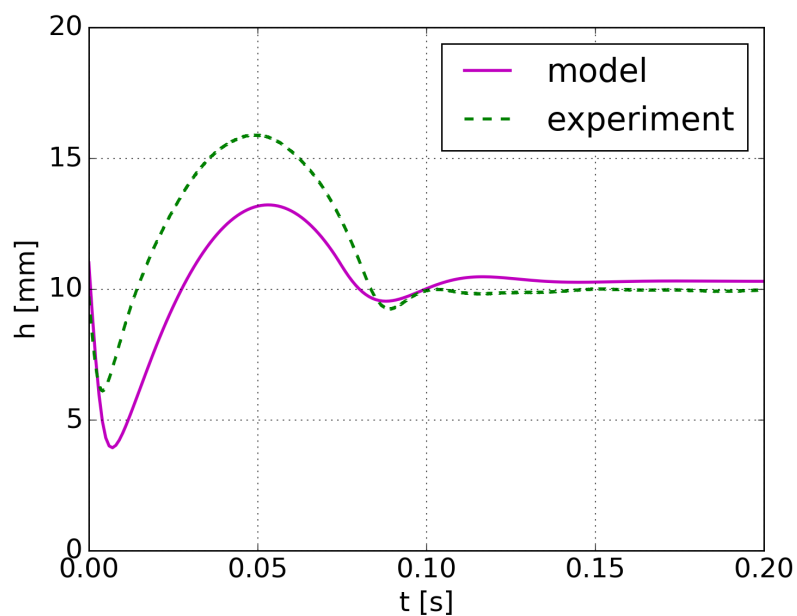


Obr. 7.1: Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu -  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

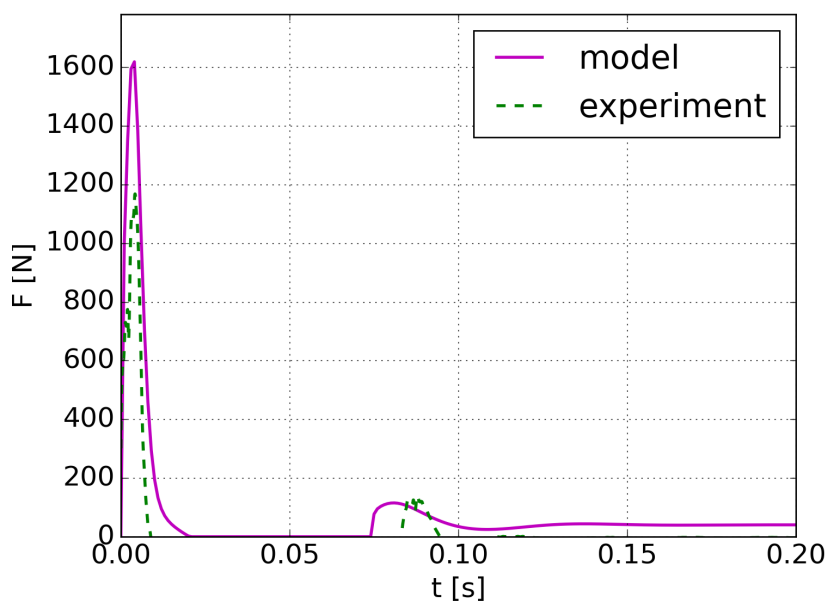


Obr. 7.2: Srovnání síly pádové zkoušky a modelu -  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Porovnání výsledků optimalizace ve srovnání s měřením pádové zkoušky s dopadovou rychlostí  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 7.3 a 7.4 a uvedeny v tabulce 7.2.

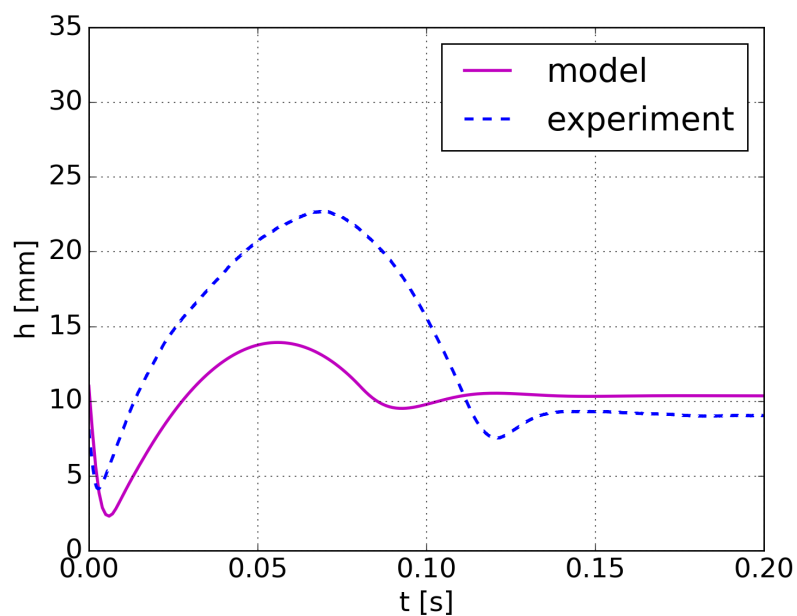


Obr. 7.3: Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu -  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

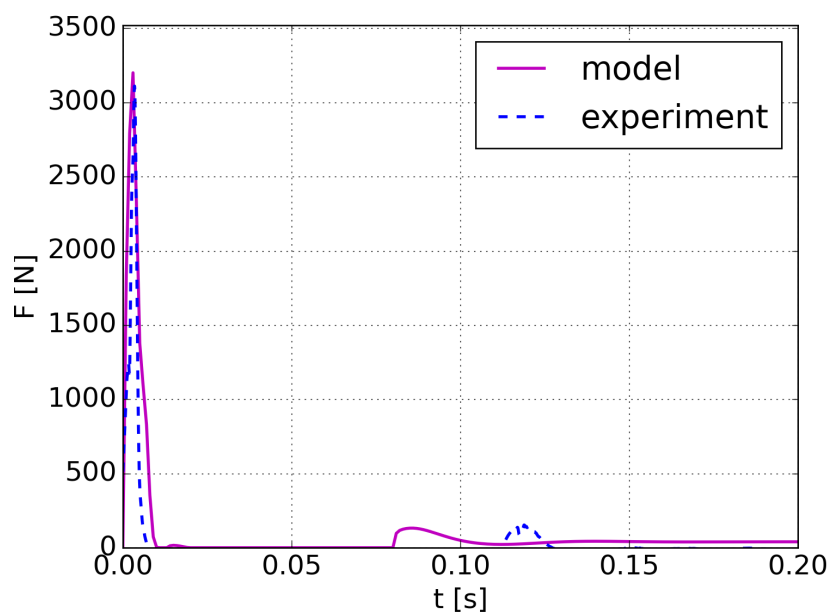


Obr. 7.4: Srovnání síly pádové zkoušky a modelu -  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Porovnání výsledků optimalizace ve srovnání s měřením pádové zkoušky s dopadovou rychlostí  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  jsou zobrazeny na obrázcích 7.5 a 7.6 a uvedeny v tabulce 7.2.



Obr. 7.5: Srovnání posunutí razníku pádové zkoušky a modelu -  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

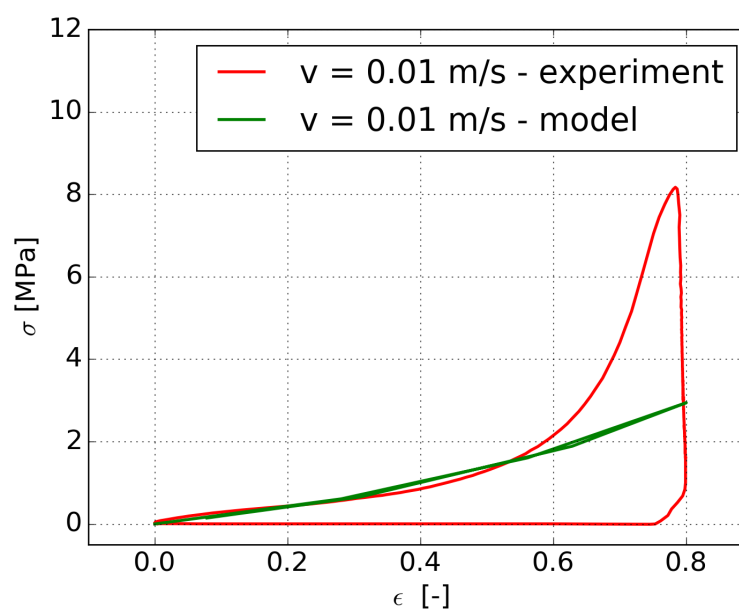


Obr. 7.6: Srovnání síly pádové zkoušky a modelu -  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Tab. 7.2: Srovnání experimentů a modelů s identifikovanými parametry  
 $\Delta$  je absolutní chyba modelu,  $\delta$  je relativní chyba modelu.

		Srovnávaná veličina		
		$F_{\max}$ [N]	$h_{\max}$ [mm]	$h_{\min}$ [mm]
$1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	exp	468	12,32	9,30
	opt	612	11,63	6,79
	$\Delta$	144	0,69	2,51
	$\delta$ [-]	0,31	0,06	0,27
$2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	exp	1168	15,88	6,11
	opt	1618	13,21	3,93
	$\Delta$	450	2,67	2,18
	$\delta$ [-]	0,39	0,17	0,35
$3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	exp	3110	22,71	4,14
	opt	3200	13,92	2,30
	$\Delta$	90	8,79	1,84
	$\delta$ [-]	0,03	0,39	0,44

Srovnání modelu tlakové zkoušky a experimentu je zobrazeno na obrázku 7.7.



Obr. 7.7: Srovnání závislosti nominálního napětí na nominální deformaci experimentu tlakové zkoušky a modelu pro zatěžovací rychlost  $1 \cdot 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Dle váhy přiřazené optimalizační funkci nastala nejlepší shoda pro případ pádové rychlosti  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . U všech modelů došlo k většímu stlačení pěny než u experimentů. Rozdílnost výsledků modelů od experimentů byla zřejmě zapříčiněna citlivostí viskoelastické pěny na zatěžovací rychlost.

Zbytkové hodnoty síly, která setrvává v optimalizovaném modelu, byly zapříčiněny způsobem jejich měření. V numerickém modelu byla pěna i po ustálení zatížena vahou razníku na rozdíl od experimentálního řešení, kdy byly stanoveny hodnoty síly  $F_h$  dle vztahu (5.2). Jelikož byl razník již v daném časovém okamžiku v klidu, zrychlení  $a_h = 0$  a tedy i síla  $F_h = 0$ .

Výsledný model se pro samotnou tlakovou zkoušku ukázal jako nevhodný. Relaxační časy, které byly výsledkem optimalizace pro pádovou zkoušku, se zde ukázaly jako nedostačující. Materiálový model pro rychlost zatěžování náležící tlakové zkoušce nevykazuje téměř žádné tlumení.

Pro tlakovou zkoušku se zátěžnou rychlostí  $1 \cdot 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  se model ukázal jako nestabilní.



## 8 Závěr

V práci byly identifikovány materiálové konstanty viskoelastického modelu. Jednalo se o kombinaci viskoelastického modelu Pronyho řady s Moony-Rivlinovým hyperelastickým modelem. Získané konstanty se ukázaly vhodné pro modely testovacích pádových zkoušek. Schopnost tlumit náraz byla u modelu nižší než u reálného materiálu, tedy z něj získaná data sil lze považovat za horní hranici přenesené síly. Návrh chrániče pomocí tohoto modelu bude tudíž na straně vyšší bezpečnosti.

Identifikace probíhala na základě provedených experimentů, za klíčové byly považovány pádové zkoušky, ze kterých vyplývá, že při opakovaných nárazech si pěna zachovává svoji funkčnost, ale v závislosti na době relaxace se zvětšuje velikost přenesené síly. V daném případě nebyla umožněna dostatečně dlouhá doba relaxace, proto maxima sil jednotlivých rázů vykazují vzestupný charakter.

Model s identifikovanými parametry není vhodný pro popis pomalých zkoušek. V jejich případě dostatečně nepostihuje schopnost relaxace pěny.

Při měření pádových zkoušek se pro určení hodnot přenesené síly nejvíce osvědčil nepřímý způsob měření, kdy bylo měřeno posunutí razníku a následně vypočtena jeho druhá časová derivace. Bylo tak určeno zrychlení, ze kterého pak byla pomocí hmotnosti razníku vypočtena síla. S vyššími dopadovými rychlostmi se začaly těmto hodnotám blížit i síly změřené siloměrem. Naopak určení síly výpočtem ze změřeného zrychlení se ukázalo jako nevhodný způsob, protože její hodnoty se výrazně lišily od hodnot získaných ostatními způsoby.

Pro nalezení univerzálnějšího materiálového modelu, který by popsal chování materiálu pro všechny rychlosti zatížení, by bylo vhodné práci rozšířit o další pádové zkoušky různých rychlostí a zahrnout do optimalizace i tlakovou zkoušku.

## Literatura

- [1] *Automotoklub České republiky* [online]. 21. 1. 2017
- [2] Laš, Vladislav. *Mechanika kompozitních materiálů*. Plzeň, Západočeská univerzita, 2008.
- [3] Dadourek, Karel. *Kompozitní materiály - definice a rozdělení* [online]. c2008.
- [4] *SAS-TEC body protection system* [online]. c2017.
- [5] Lobo, H., Croop, B. *Selecting Material Models for the Simulation of Foams in LS-DYNA*. 7<sup>th</sup> LS-DYNA Conference. 2009.
- [6] Brinson, H.F., Brinson, L.C. *Polymer Engineering Science and viskoelasticity: An introduction*. 1.vyd. 2008. ISBN 978-0-387-73860-4.
- [7] de Vries, D.V.W.M. *Characterization of polymeric foams* [online]. 2009.
- [8] *Abaqus 6.14 Documentation* [online]. c2014.
- [9] Raghavan, S., Okereke, R. I., Sitaraman, S. K. *An Efficient Implementation of Polymer Viscoelastic Behavior Through a Pseudo Viscoelastic Model*. Journal of Microelectronics and Electronic Packaging, April 2011, vol. 8, no. 2, s. 83-87.
- [10] Nový, Ctirad. *Viskoelasticita* [online].
- [11] Vašina, M. *Úvod do předmětu enviromentální fyzika* [online].
- [12] Goga, V., Hučko, B. *Phenomenological material model of foams solids*. Journal of MECHANICAL ENGINEERING. DOI:10.1515/scjme-2016-0001.
- [13] *Nápověda pro Solidworks*. c2016.
- [14] Vacík, Josef. *Integrace pasivních tlumicích prvků do kompozitních struktur*. Plzeň, 2013. 133 s. Disertační práce na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni. Vedoucí diplomové práce Doc. Ing. Václava Lašová, Ph.D.

- [15] Kumar, N., Venkateswara Rao, V. *Hyperelastic Mooney-Rivlin Model: Determination and Physical Interpretation of Material Constants*. MIT International Journal of Mechanical Engineering, January 2016, vol. 6, s. 43-46.
- [16] Kocáb, Jiří. *Material parameters identification of rheological model of rubber matrix composite*. Plzeň, 2016. 74 s. Disertační práce na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni. Vedoucí diplomové práce Ing. Radek Kottner, Ph.D.