

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA STROJNÍ

Studijní program: B2301 Strojní inženýrství
Studijní zaměření: Stavba energetických strojů a zařízení

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Modelování mezní vrstvy a vliv na přestup tepla za pomoci CFD

Autor: **Patrik RŮŽIČKA**
Vedoucí práce: **Ing. Roman GÁŠPÁR**
Odborný konzultant: **Ing. Michal DOSTÁL**

Akademický rok 2016/2017

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Patrik RŮŽIČKA**

Osobní číslo: **S13B0245P**

Studijní program: **B2301 Strojní inženýrství**

Studijní obor: **Stavba energetických strojů a zařízení**

Název tématu: **Modelování mezní vrstvy a vliv na přestup tepla za pomoci CFD**

Zadávací katedra: **Katedra energetických strojů a zařízení**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Máte za úkol provést:

1. Teoretický popis mezní vrstvy a děje, které se v mezní vrstvě odehrávají, teoretický popis přestupu tepla při nuceném proudění kapaliny v trubce.
2. Popis modelování mezní vrstvy v CFD systému Fluent, definice možných přístupů.
3. V prostředí CFD systému Fluent na jednoduché geometrii analýza vlivu volby mezní vrstvy na tlakovou ztrátu a přestup tepla.

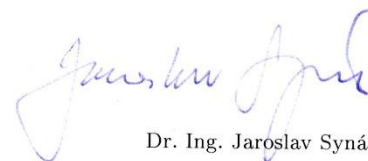
Rozsah grafických prací: **schémata, výkresy**
Rozsah kvalifikační práce: **30 - 40 stran**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**
Seznam odborné literatury:

- Bejan A., Kraus A.: Heat Transfer Handbook, John Wiley & Sons, Inc., 2003
- Michejev M. A.: Základy sdílení tepla, Průmyslové nakladatelství, Praha, 1952
- Schlichting H., Gersten K.: Boundary Layer Theory, 8th ed. Springer-Verlag 2004, ISBN 81-8128-121-7
- WU, Chin: Thermodynamic cycle, Dekker M., Inc., 2004, ISBN 0-8247-4298-2

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Roman Gášpár**
Katedra energetických strojů a zařízení
Konzultant bakalářské práce: **Ing. Michal Dostál**
Škoda JS a.s., Plzeň
Datum zadání bakalářské práce: **17. října 2016**
Termín odevzdání bakalářské práce: **2. června 2017**



Doc. Ing. Milan Edl, Ph.D.
děkan



Dr. Ing. Jaroslav Synáč
vedoucí katedry

V Plzni dne 3. října 2016

Prohlášení o autorství

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě strojní Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

V Plzni dne:

.....
podpis autora

Poděkování

Tímto děkuji panu Ing. Romanu Gášpárovi za vedení práce a připomínky k obsahu práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Michalu Dostálovi za návrhy a ochotu při konzultacích. Firmě Škoda JS a.s. děkuji za možnost zpracování bakalářské práce pro praktické využití.

Presentované výsledky byly podpořeny Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy - projekt LQ1603 Výzkum pro SUSEN. Práce byla realizována na velké infrastruktuře Udržitelná energetika (SUSEN) vybudované v rámci projektu CZ.1.05/2.1.00/03.0108.

ANOTAČNÍ LIST BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

AUTOR	Příjmení Růžička	Jméno Patrik		
STUDIJNÍ OBOR	B2301 „Stavba energetických strojů a zařízení“			
VEDOUCÍ PRÁCE	Příjmení (včetně titulů) Ing. Gášpár	Jméno Roman		
PRACOVISŤE	ZČU - FST - KKE			
DRUH PRÁCE	DIPLOMOVÁ	BAKALÁŘSKÁ	Nehodící se škrtněte	
NÁZEV PRÁCE	Modelování mezní vrstvy a vliv na přestup tepla za pomoci CFD			

FAKULTA	strojní	KATEDRA	KKE	ROK ODEVZD.	2017
----------------	---------	----------------	-----	--------------------	------

POČET STRAN (A4 a ekvivalentů A4)

CELKEM	63	TEXTOVÁ ČÁST	43	GRAFICKÁ ČÁST	20
---------------	----	---------------------	----	----------------------	----

STRUČNÝ POPIS (MAX 10 ŘÁDEK) ZAMĚŘENÍ, TÉMA, CÍL POZNATKY A PŘÍNOSY	<p>Bakalářská práce se zabývá modelováním mezní vrstvy a vlivu mezní vrstvy na přestup tepla. Byla popsána teorie mezní vrstvy, přestupu tepla a numerické simulace v prostředí ANSYS Inc. Na daném potrubí je proveden analytický a numerický výpočet, při různých typech mezní vrstvy, tlakových ztrát a součinitele přestupu tepla. Výsledky byly vzájemně porovnány a ohodnoceny.</p>
KLÍČOVÁ SLOVA ZPRAVIDLA JEDNOSLOVNÉ POJMY, KTERÉ VYSTIHUJÍ PODSTATU PRÁCE	<p>Ansys, CFD, mezní vrstva, přestup tepla, tlakové ztráty, numerická simulace</p>

SUMMARY OF BACHELOR SHEET

AUTHOR	Surname Růžička	Name Patrik	
FIELD OF STUDY	B2301 “ Department of Power System Engineering“		
SUPERVISOR	Surname (Inclusive of Degrees) Ing. Gášpár	Name Roman	
INSTITUTION	ZČU - FST - KKE		
TYPE OF WORK	DIPLOMA	BACHELOR	Delete when not applicable
TITLE OF THE WORK	Modeling of boundary layer and the influence on heat transfer with help of CFD		

FACULTY	Mechanical Engineering	DEPARTMENT	Power System Engineering	SUBMITTED IN	2017
----------------	------------------------	-------------------	--------------------------	---------------------	------

NUMBER OF PAGES (A4 and eq. A4)

TOTALLY	63	TEXT PART	43	GRAPHICAL PART	20
----------------	----	------------------	----	-----------------------	----

BRIEF DESCRIPTION TOPIC, GOAL, RESULTS AND CONTRIBUTIONS	This bachelor thesis deals with the modeling of a boundary layer and the influence of the boundary layers on heat transfer. The theory of boundary layer, heat transfer and numerical solution was described. The analytical and numerical calculations of pressure losses and heat transfer coefficient were performed on the pipeline with different types of boundary layers. The results were compared and rated.
KEY WORDS	Anslys, CFD, boundary layer, heat transfer, pressure drop, numerical simulation

Obsah

Úvod.....	12
1. Tekutina.....	13
2. Proudění kapaliny.....	13
2.1. Rovnice kontinuity [1].....	14
2.2. Pohybová rovnice	14
2.3. Energetická rovnice	15
3. Druhy proudění v kapalině.....	15
3.1. Laminární proudění	15
3.2. Turbulentní proudění	15
3.3. Reynoldsovo číslo.....	16
4. Hydraulické ztráty při proudění kapaliny.....	16
4.2. Ztráty v potrubí kruhového průřezu.....	16
5. Obtékání těles.....	18
5.1. Obtékání ideální kapalinou	18
5.2. Obtékání vazkou kapalinou	18
6. Mezní vrstva.....	19
6.1. Stanovení tloušťky mezní vrstvy	20
7. Přestup tepla při proudění kapaliny potrubím	21
7.1. Vznik proudění	21
7.2. Přestup tepla	21
7.3. Teorie podobnosti	22
7.4. Přestup tepla při laminárním proudění	24
7.5. Přestup tepla při turbulentním proudění	26
7.6. Přestup tepla při laminárně turbulentním proudění	30
8. Vstupní oblast potrubí	30
8.1. Vývoj hydrodynamické mezní vrstvy.....	31
8.2. Vývoj termodynamické mezní vrstvy.....	32
8.3. Vstupní oblast při turbulentním proudění.....	33
9. CFD	33
9.1. Numerické metody	34
9.2. Typy výpočetní sítě	35
9.3. Turbulentní modely	36
9.4. Bezrozměrná vzdálenost stěny y^+	38

9.5. Postup při řešení libovonné úlohy pomocí CFD	38
10. Modelování mezní vrstvy v prostředí ANSYS [19].....	39
11. Vlastní řešení úlohy modelování mezní vrstvy	40
11.1. Definice úlohy.....	40
11.2. Analytický výpočet	41
11.3. Numerický výpočet.....	42
11.4. Porovnání výsledků.....	63
11.5. Analýza výsledků.....	64
Závěr.....	66
Seznam použitých zdrojů	67
Seznam obrázků	68
Seznam tabulek	70

Seznam použitých veličin

Značka veličiny	Jednotka veličiny	Název veličiny
m	[kg]	hmotnost
w	[m · s ⁻¹]	složka rychlosti
t	[s]	čas
F	[N]	složka síly
R	[m · s ⁻²]	vnější setrvačné zrychlení
p	[Pa]	tlak
v	[m ² · s ⁻¹]	kinematická viskozita
η	[Pa · s ⁻¹]	dynamická viskozita
ρ	[kg · m ⁻³]	hustota
V	[m ³]	objem
x, y, z	[–]	souřadnice
l	[m]	charakteristický rozměr
L	[m]	délka
h	[m]	výška, hloubka
e	[J · kg ⁻¹]	měrná energie
λ _z	[–]	součinitel třecích ztrát
d	[m]	průměr
α	[W · m ⁻² · K ⁻¹]	součinitel přestupu tepla
A	[m ²]	plocha
o	[m]	obvod
ε _o	[–]	opravný součinitel
a	[m ² · s]	difúzní tepelný tok
λ	[J · m ⁻¹ · s ⁻¹ · K ⁻¹]	součinitel tepelné vodivosti
Γ	[m ² · s ⁻¹]	cirkulace rychlosti
c	[–]	součinitel odporu
g	[m · s ⁻²]	gravitační zrychlení
γ	[K ⁻¹]	součinitel objemové roztažnosti
qv	[kW · m ⁻³]	objemový zdroj tepla
k	[m ² · s ⁻²]	turbulentní kinetická energie
ω	[s ⁻¹]	specifická rychlost disipace
ε	[m ² · s ⁻³]	rychlost disipace
y+	[–]	bezrozměrná vzdálenost stěny

w_+	$[-]$	bezrozměrná rychlost
w^*	$[m \cdot s^{-1}]$	třecí rychlost
κ	$[-]$	Poissonova konstanta
τ_w	$[Pa]$	smykové tření na stěně

Úvod

Svět je plný přírodních jevů, které by se na první pohled mohly zdát neopodstatněné, či nelogické. Ať už se jedná o proudění vody v řece, nebo o pohyb planet vesmírem.

Již ve starověkém Řecku se rozhodli zákonitosti přírodních jevů zkoumat a dali za vznik nové vědě zvané fyzika. Z počátku spočívala převážně v úvahách a pozorováních okolního světa. Postupem času se samotná věda, jakožto i společnost, rozvíjela a stávala komplexnější, což umožnilo fyzikální jevy nejen pozorovat a uvažovat nad nimi, ale do jisté míry i předpovídat.

Pro popis a předpověď byly definovány základní skupenství. Následně byly sestaveny matematické úvahy a rovnice, které popisují jevy s látkami v různých skupenství. Vzhledem ke složitosti matematických rovnic popisujících proudění kapaliny a přestup tepla, které se objevují v bakalářské práci, byly dřívější řešení zjednodušovány pro analytický výpočet, nebo byl použit experiment k dosažení výsledků. Ke konci dvacátého století s příchodem výpočetní techniky se stále více využívá numerické simulace. Ze všech tří možností je analytický výpočet sice nejrychlejší, avšak přesnějších výsledků v krátkém čase se dosahuje při použití právě numerických simulací. Je vhodné však kombinovat jednotlivé metody pro ověření výsledků.

V posledních letech se zdá být numerická simulace konkrétních jevů velmi přesná až odpovídající skutečnosti v některých případech, stále se však jedná o pouhý popis, či funkce popisující průběh daného jevu.

Cílem práce bylo vyhodnocení numerických simulací v závislosti na způsobu definování mezní vrstvy proudící kapaliny a zvolení matematických rovnic pro výpočet v prostředí ANSYS FLUENT Inc.

Bakalářská práce byla vypracována ve spolupráci s firmou ŠKODA JS a.s. Práce byla rozdělena do dvou hlavních částí.

V první části práce byly popsány základní zákonitosti potřebné pro porozumění teoretické stránky řešeného problému. V jednotlivých kapitolách bylo vysvětleno skupenství tekutiny, následně jevy v tekutině a jejich popis parciálními diferenciálními rovnicemi, které tvoří základ pro numerickou simulaci proudění. Pozornost byla kladena na mezní vrstvu kapaliny, jejíž vliv byl zkoumán v praktické části. Další kapitoly pojednávaly o přestupu tepla při proudění kapaliny potrubím v jednotlivých případech a teorií podobnosti využívané pro analytický výpočet přestupu tepla. Vlivu vývoje proudění ve vstupní části potrubí byla věnována samostatná kapitola. V posledních kapitolách teoretické části byla popsána numerická simulace. Numerická simulace byla v krátkosti popsána, následně i její postup přes numerické metody (kde se nejvíce uplatňuje metoda konečných objemů), typů výpočetní sítě a zvolení turbulentních modelů. Nejpoužívanější turbulentní modely, na bázi $k-\varepsilon$ a $k-\omega$, byly krátce popsány a zmíněny ostatní turbulentní modely.

Samostatnou kapitolu tvoří modelování mezní vrstvy v prostředí ANSYS Inc., způsoby, omezení jednotlivých metod a s tím úzce spjatá hodnota y^+ .

V druhé praktické části byly nejdříve získány hodnoty výpočtu pomocí analytického řešení pro tlakové ztráty a hodnotu součinitele přestupu tepla pomocí teorie podobnosti pro vstupní nevyvinutou část proudění v potrubí i pro vyvinutou část proudění. Následně byly provedeny numerické výpočty pro jednotlivé typy mezní vrstvy a rovnice pro turbulentní proudění ve výpočetním prostředí ANSYS FLUENT Inc. Výsledky numerické simulace byly porovnány s výsledky analytického výpočtu. Na závěr byly zhodnoceny jednotlivé výpočetní modely v daném případě proudění.

1. Tekutina

Tekutina je látka, jejíž částice se pohybují relativně blízko sebe, ale nejsou vázány v pevných polohách a mohou se pohybovat v celém objemu. Na rozdíl od tuhých těles zaujímá tvar nádoby, vytváří volnou hladinu a působením nepatrných sil se nevratně deformuje. To však neplatí pro některé Newtonovské kapaliny. Zjednodušením pro výpočty se uvažuje tekutina jako spojité prostředí. Tekutina je tedy spojitá, stejnorodá látka, nebo prostředí. Pojem stejnorodost vyjadřuje vlastnost tekutiny, která je v celém objemu látky stejná bez závislosti na směru působících sil. Díky tomuto předpokladu je možno použít k řešení úloh mechaniky tekutin na zvoleném, velmi malém obehmu tekutiny a poté aplikovat na celý objem. Jedná se o tzv. diferenciální a integrační počet. Pohyb tekutiny je však příliš složitý a porušuje se tím stejnorodost, která se však znovu obnovuje změnami molekulární struktury. Z tohoto důvodu jsou vnímány jen její střední pohyby. [1]

Dalším zavedeným pojmem je ideální tekutina, což znamená, že tekutina je nestlačitelná a nemá vnitřní tření. Tento zjednodušující předpoklad dovoluje odvodit zjednodušené zákonitosti, ve kterých existuje u tekutiny namáhání pouze tlakem. Ve skutečné tekutině se objevuje i třecí, neboli smyková síla, která se vyskytuje při jejím pohybu. [2]

Tekutiny se dělí na:

- nestlačitelné, neboli takové, které působením tlaku jen nepatrně mění svůj objem, sem patří kapaliny. Kapaliny zaujímají tvar nádoby, vyplňují její spodní část (s ohledem na vektor intenzity silového pole) a vytvářejí volnou hladinu
- stlačitelné a tedy i rozpínavé, které vyplňují vždy celý objem nádoby. Podle jejich stavu, vzdáleností od bodu zkapalnění se jedná o páry, případně plyny. Užívaný název je vzdušiny pro oba druhy.

S ohledem na viskozitu a stlačitelnost tekutiny lze vytvořit čtyři modely, které jsou idealizovány pro různé výpočty a každý z těchto modelů má jiný dopad na výsledky samotných výpočtů. Modely jsou:

- 1) ideální kapalina (nevazká nestlačitelná tekutina)
- 2) ideální plyn (nevazká stlačitelná tekutina)
- 3) vazká kapalina (vazká nestlačitelná tekutina)
- 4) vazký plyn (vazká stlačitelná tekutina)

2. Proudění kapaliny

Pro popis prostorového proudění vazké kapaliny se využívají tři základní rovnice:

- 1) Rovnice kontinuity
- 2) Pohybová rovnice (Navier-Stokesova rovnice)
- 3) Energetická rovnice (Bernoulliova rovnice)

2.1. Rovnice kontinuity [1]

Rovnice vychází ze zákona zachování hmotnosti aplikovaném na uzavřenou kontrolní plochu.

$$m = \int \rho dV \quad 2.1.1.$$

Odvození rovnice v literatuře [1]. Výsledný tvar rovnice kontinuity nestacionárního prostorového proudění stlačitelné tekutiny:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0 \quad 2.1.2.$$

První člen, parciální derivace podle času, při stacionárním proudění stlačitelné tekutiny je nulový. Rovnice nabývá tvaru:

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0 \quad 2.1.3.$$

2.2. Pohybová rovnice

Pohybová rovnice, nebo také označována jako Navier-Stokeova rovnice (po svých nezávislých tvůrcích), vychází ze zákona zachování hybnosti, kdy na levé straně rovnice je změna hybnosti a na pravé straně souhrn sil, jimž je tekutina vystavena.

$$m \frac{d\vec{w}}{dt} = \sum_1^N \vec{F}_i \quad 2.2.1.$$

Rovnice se následně aplikuje na kontrolní objem proudící tekutiny. Odvození v literatuře [3]. Výsledný tvar rovnice:

$$\underbrace{\frac{\partial w_i}{\partial t}}_1 + w_k \underbrace{\frac{\partial w_i}{\partial k}}_2 = \underbrace{R_i}_3 - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial i}}_4 + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial k^2}}_5 + \underbrace{\frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial i} \left(\frac{\partial w_k}{\partial k} \right)}_6 \quad 2.2.2.$$

Členy rovnice:

- 1) **místní (lokální) zrychlení**, které zaznamenáváme při sledování určitého bodu proudového pole v průběhu času
- 2) **vnitřní setrvačné zrychlení**, které zaznamenáváme, když se posuneme do sousedního bodu prostoru, kde je jiná rychlost
- 3) **vnější setrvačné zrychlení**, dané vnějšími účinky na proudové pole (gravitační zrychlení, odstředivé zrychlení, dané rotací kanálů, v němž probíhá proudění, apod.)
- 4) **zrychlení od tlakových sil**, od rozložení tlaku v proudovém poli
- 5) **zrychlení od třecích sil bez ohledu na stlačitelnost proudění**
- 6) **zrychlení od třecích sil s ohledem na stlačitelnost proudění**

První čtyři členy jsou obsaženy v rovnici pro nevazkém proudění. Pátý a šestý člen obsahuje vliv vazkosti. Pátý člen je při vazkém proudění přítomen vždy. Šestý člen je přítomen pouze při stlačitelném proudění, protože jak z rovnice kontinuity při nestlačitelném proudění vyplývá $\partial w_k / \partial k = 0$.

Rovnice platí pro laminární i turbulentní proudění. V případech turbulentního proudění se veličiny jako w, p, ρ rychle nahodile mění, musí být zavedena zjednodušení (ustředit v čas). Veličiny po této úpravě ztrácejí flukтуаční část a zůstávají jen střední hodnoty, které jsou ale dostatečné. [3]

2.3. Energetická rovnice

Energetická rovnice, nebo také označována jako rozšířená Bernoulliova rovnice, vychází ze zákona zachování energie, kdy na levé straně rovnice je změna energie a na pravé straně rovnice příčiny změny. Odvození v literatuře [3].

$$\underbrace{\frac{dh}{dt}}_1 - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt}}_2 = \underbrace{\frac{\tau_{kl}}{\rho} \frac{\partial w_k}{\partial l}}_2 - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial q_k}{\partial k}}_3 + \underbrace{\frac{q_v}{\rho}}_4 \quad 2.3.1.$$

Členy rovnice:

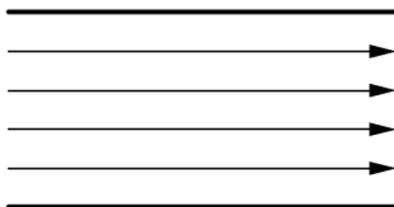
- 1) měrná změna celkové energie
- 2) disipace energie (přeměna kinetické energie na teplo)
- 3) difuze tepla z látky do okolí
- 4) produkce tepla

3. Druhy proudění v kapalině

Proudění v kapalině lze rozdělit podle několika hledisek fyzikálních či kinematických vlastností. U vazkých kapalin se rozlišují dva druhy proudění, které byly předvedeny na pokusu Osborne Reynoldse v 2. polovině 19. století.

3.1. Laminární proudění

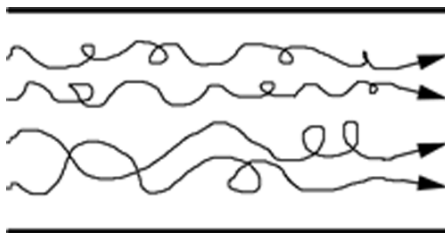
Laminární proudění přísluší malým rychlostem tekutiny. Vazké síly jsou při tomto proudění dominantní a proud je charakterizován ustáleným pohybem. Pohyb tekutiny probíhá v nekonečně tenkých vrstvách. Vrstvy se po sobě posouvají a vzniká třecí síla mezi jednotlivými vrstvami.



obr. 1 Laminární proudění

3.2. Turbulentní proudění

Turbulentní proudění naopak přísluší vyšším rychlostem proudění. Setrvačné síly jsou v tomto případě dominantní, což má za důsledek nahodilý pohyb částic ve všech směrech, případně se pohybují po celém průřezu. To vede k víření a dalším nestabilitám proudění. Při vysokých rychlostech je proudění jen turbulentní, rychlostní profil se mění oproti laminárnímu proudění.



obr. 2 Turbulentní proudění

3.3. Reynoldsovo číslo

Přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním nastává náhle s malou přechodovou oblastí mezi typy proudění. Druh proudění lze stanovit pomocí bezrozměrného Reynoldsova čísla, které vyjadřuje poměr setrvačných a vazkých sil.

$$Re = \frac{wl}{\nu} \quad 3.3.1.$$

4. Hydraulické ztráty při proudění kapaliny

Disipace energie neboli přeměna energie v teplo způsobena vazkostí tekutiny je závislá na řadě parametrů (viskozita tekutiny, geometrie potrubí a jeho drsnost). Hlavní parametr ovlivňující disipaci energie je rychlost samotného proudění. Energetické ztráty se vyjadřují jako násobek kinetické energie proudění. [2]

$$e_z = gh_z = \frac{p_z}{\rho} = \zeta \frac{w^2}{2} \quad 4.1.1.$$

Ztrátový součinitel ζ je závislý na druhu ztrát a jeho hodnota byla pro různé případy zjištěna experimentálně. U krátkých potrubí převažují ztráty způsobené vířením tekutiny v místních ztrátách (ohyby, změny průřezu potrubí), u dlouhých potrubí převažují třecí ztráty. Celková hydraulická ztráta je dána součtem jednotlivých ztrát, které jsou způsobeny každým odporem samostatně. Předpokládá se, že každý odpor se projevuje bez závislosti na účinku ostatních odporů. [2]

$$e_{zcelk} = \sum e_{zi} \quad ; \quad h_{zcelk} = \sum h_{zi} \quad ; \quad p_{zcelk} = \sum p_{zi} \quad 4.1.2.$$

Pro řešení komplexnějších úloh je vhodné přepočítat hodnoty ztrátových součinitelů na referenční hodnotu pro přehlednost pomocí rovnice kontinuity: [2]

$$w_i A_i = w_r A_r \rightarrow w_i = \frac{A_r}{A_i} w_r \quad 4.1.3.$$

$$\zeta = \zeta_i \left(\frac{A_r}{A_i} \right)^2 \quad 4.1.4.$$

4.2. Ztráty v potrubí kruhového průřezu

Třecí ztráty v potrubí kruhového průřezu jsou ovlivňovány vlastnostmi tekutiny (viskozita, hustota), množstvím proudící tekutiny a vlastnostmi potrubí (drsnost stěn, délka, průměr potrubí). Na rozdíl od ideálního případu se tyto veličiny vlivem okolí mění. Drsnost stěn je ovlivněna korozí, průměr potrubí usazeninami přinesenými proudící tekutinou apod. V průběhu let bylo formulováno zhruba tisíc vzorců pro výpočet třecích ztrát v kruhovém potrubí, některé s ohledem na speciální tekutinu, teplotu, rychlost proudění, potrubí atd. V praxi se nejvíce využívá Weisbachův vzorec. [2]

$$e_z = gh_z = \frac{p_z}{\rho} = \lambda_z \frac{l w^2}{d} \quad 4.2.1.$$

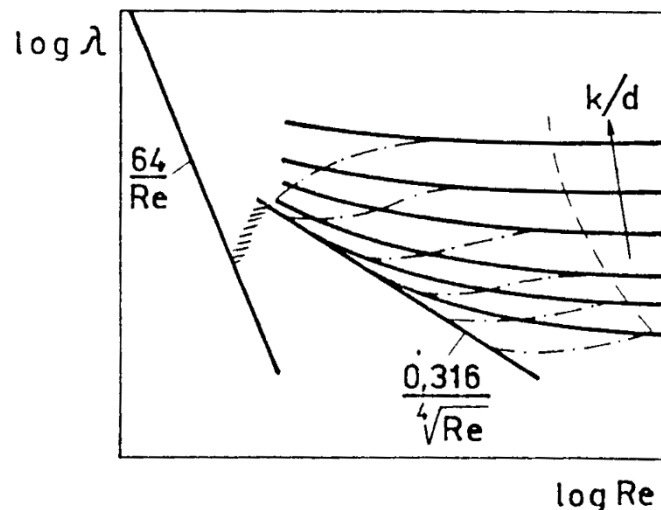
Kde w je střední objemová rychlost, l délka potrubí, d průměr potrubí, λ součinitel třecích ztrát

Za předpokladu známého průměru, délky potrubí a objemového průtoku lze rovnicí zapsat

$$e_z = \lambda_z \frac{16}{\pi^2} \frac{l}{d^5} \frac{\dot{V}^2}{2} \quad 4.2.2.$$

Z rovnice je patrné, že při nesprávném stanovení průměru je chyba stanovení tlakových ztrát 5x větší, než chyba způsobena nesprávným stanovením délky. Z tohoto důvodu je velmi důležité správné stanovení průměru transportního potrubí. Pro přesné stanovení ztrát je důležitý i součinitel třecích ztrát λ , který je funkcí průměru, délky a drsnosti potrubí, střední rychlosti a času. [2]

Součinitel třecích ztrát závisí tedy i na délce potrubí. Závislost platí jen pro dlouhá potrubí $l/d > 60$, kde je závislost lineární. Pomocí teorie podobnosti je možné zredukovat počet nezávisle proměnných zanedbáním změny drsnosti povrchu potrubí a průměru potrubí s časem na pouhé dvě neznámé. Reynoldsovo číslo a relativní drsnost. Teoretické odvození závislosti je však možné pouze v laminárním proudění. Z tohoto důvodu byla provedena systematická měření ve velkém rozsahu Reynoldsových čísel s umělou drsností a později s přirozenou drsností. Výsledky měření byly zkompletovány a závislost je naznačena na obr. 3. [2]



obr. 3 Závislost součinitele třecích ztrát na Re čísle

Závislost součinitele třecích ztrát na Re čísle. Pro umělou drsnost platí čáry čerchované.

Součinitel třecích ztrát závisí jen na Re čísle oblasti laminárního proudění

$$\lambda_z = \frac{64}{Re} \quad 4.2.3.$$

V přechodové oblasti prudce roste (přibližně $Re = 2000$ až 4000) a v turbulentní oblasti je závislé i na poměru absolutní drsnosti a průměru. Pro hladké potrubí lze tento člen zanedbat.

$$\lambda_z = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} \quad 4.2.4.$$

Nejčastěji používaná úprava rovnice pouze pro tlakové ztráty:

$$p_z = \lambda_z \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2} \quad 4.2.5.$$

5. Obtékání těles

Libovolné těleso umístěné v prostoru proudící kapaliny je ovlivňováno silami, které vznikají vlivem působení kapaliny. Tato obtékaná tělesa vytvářejí odpor proudící kapalině. Hlavní dělení teorie obtékání těles se dělí na obtékání tělesa ideální a skutečnou kapalinou.

5.1. Obtékání ideální kapalinou

Při obtékání libovolného tělesa ideální neviskozou kapalinou, jak označení napovídá, neuvažuje vliv viskozity kapaliny, což značně zjednodušuje výpočty. Pro popis je nejvhodnější tzv. Kuttova-Žukovského věta. Věta byla odvozena za předpokladu proudění ideální tekutiny v rovině. Žukovskij vyjádřil sílu působící na těleso umístěné do proudu pomocí komplexního potenciálu, který vyjadřuje potenciál proudění složeného z rovnoběžného proudění, které se vyznačuje homogenním rychlostním polem a potenciálním víru proudu. Odvození výsledné rovnice v literatuře [4].

$$F = \rho \cdot w_f \cdot \Gamma \quad 5.1.1.$$

Kde Γ vyjadřuje cirkulaci rychlosti potenciálního víru

5.2. Obtékání viskozou kapalinou

V případě obtékání libovolného tělesa skutečnou viskozou tekutinou se vytváří tření na povrchu tělesa. To má za důsledek vznik povrchového odporu a tzv. třecí síly, která je složena z tečných napětí na povrchu obtékaného tělesa, což způsobuje změnu proudu i za obtékaným tělesem, kde se v případě neviské tekutiny proud navrátil do stavu před tělesem. Mimo tečné třecí síly na povrchu tělesa se tvoří i normálové třecí síly, které vytvářejí tzv. odporovou sílu, známou také jako tvarový odpor tělesa. Výslednice těchto dvou sil se nazývá odporová síla, která reprezentuje odpor tělesa vůči proudu. V proudu za tělesem vyvolané víření proudění je součástí tvarového odporu. Víření je ovlivněno geometrií obtékaného tělesa. Vysoká míra víření vzniká za tělesy s nevhodným hydrodynamickým (v případě obtékání kapalinou), či aerodynamickým (v případě obtékání plynem) profilem, za tělesy s tzv. tupou zádí. [4]

Odporovou sílu je možno vyjádřit:

$$F = c * A * \rho \frac{w^2}{2} \quad 5.2.1.$$

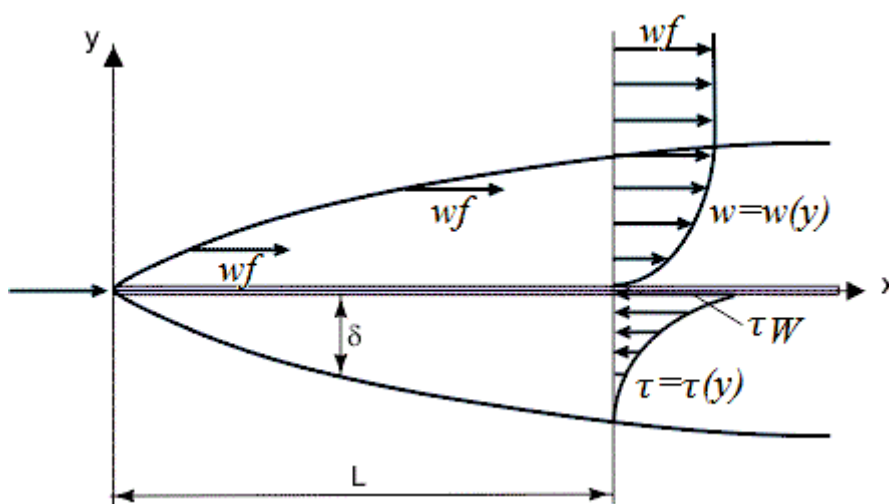
Kde c je součinitel odporu (často určen experimentálně)

Jak bylo řečeno, povrchový odpor má velký význam v obtékání těles skutečnou viskozou tekutinou. Velikost odporu je určena fyzikálními vlastnostmi tekutiny i obtékaného povrchu. Pro řešení problematiky třecí síly a napětí v tekutině byl zaveden pojem mezní vrstva, která má několik podob a ovlivňuje nejenom výsledné síly, ale má vliv i na vířivost proudu a přestup tepla mezi obtékaným tělesem a proudící kapalinou.

6. Mezní vrstva

Pojem mezní vrstva byl zaveden pro tenkou vrstvu viskózní kapaliny v blízkosti povrchu obtékaného tělesa. Uvnitř mezní vrstvy (jejíž tloušťka se označuje δ) proudící kapaliny se rychlost samotného proudění pohybuje od nuly u povrchu obtékaného tělesa, kde kapalina ulpívá na stěně vlivem viskozity, do rychlosti na hraně mezní vrstvy odpovídající rychlosti neovlivněného proudu kapaliny. Hodnota tloušťky δ mezní vrstvy je různá v závislosti na třecím napětí τ , vyjadřující vzájemné působení molekul mezi kapalinou a obtékaným tělesem, snižující se směrem od povrchu tělesa a nabývající nulové hodnoty v nekonečné vzdálenosti.

Základní myšlenku mezní vrstvy zavedl Ludwig Prandtl (1904). Ta hovoří o mezní vrstvě jako o vrstvě vytvářející se v proudu, která má relativně nízkou viskozitu v porovnání s vnitřními silami. Tento jev lze pozorovat, když je těleso obtékané vysokou rychlostí vzduchu, nebo velká tělesa obtékaná mírným proudem vzduchu. V tomto případě, v relativně tenké mezní vrstvě třecí napětí nabývá vysokých hodnot, konkrétně u povrchu tělesa, kde $w = 0$ a $\tau = [\partial w / \partial y]_w$, ačkoliv viskozita může být menší (obr. 4).



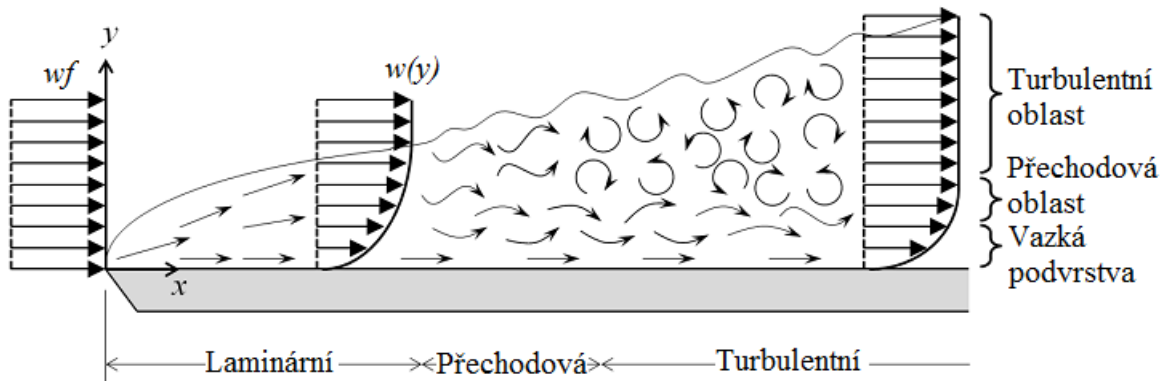
obr. 4 Mezní vrstva [5]

V případě zanedbání třecích sil mimo oblast mezní vrstvy a na základě Prandtlova konceptu je možné určit dvě oblasti proudění. Mezní vrstvu s významným třecím efektem a téměř nevazký proud.

Experimentálně bylo zjištěno, že za náběhovou hranou obtékaného tělesa vykazuje mezní vrstva laminární charakter. To je možno si představit jako proudění v jednotlivých vrstvách, které se nepromíchávají. Vrstvy se po sobě posouvají bez vnitřních změn a částice tekutiny se nepohybují do okolního proudu. Rychlost uvnitř každé jednotlivé laminární vrstvy je konstantní a vrstvy směrem od stěny mají vyšší rychlost. Tření v tekutině zcela závisí na viskozitě a rychlostních gradientech.

Dále ve směru proudění kapaliny se laminární proudění stává nestabilní v důsledku několika faktorů (rychlost, tlak, apod.) a částice kapaliny se začínají pohybovat jak ve směru kolmo k povrchu obtékaného tělesa tak ve směru rovnoběžném k povrchu. Z tohoto důvodu se dříve přímý proud začíná promíchávat a částice tekutiny se začínají pohybovat mezi jednotlivými sousedními vrstvami. Vzhledem k tomuto nahodilému pohybu částic se proud nazývá turbulentním a tím pádem i mezní vrstva je označována jako turbulentní. V turbulentní mezní vrstvě se její tloušťka δ zvětšuje rychlejším tempem v důsledku většího promíchávání v hlavním toku kapaliny. Příčné míšení kapaliny a výměny kinetické energie mezi jednotlivými vrstvami kapaliny vyvolává další třecí síly, což vede ke zvýšení turbulence mezní vrstvy. Avšak náhodná nepravidelnost a promíchávání kapaliny v turbulentní mezní

vrstvě nemůže nastat v těsné blízkosti u povrchu obtékaného tělesa. Proto součástí každé turbulentní mezní vrstvy je vazká podvrstva, v které probíhá laminární proudění. (obr. 5)



obr. 5 Typy mezní vrstvy

Experimentálně byla určena kritická hodnota Re čísla, při kterém přechází laminární mezní vrstva v turbulentní. Hodnota přechodové mezní vrstvy byla určena pro $Re = 2000 - 4000$. Jedním z hlavních faktorů přechodu laminární mezní vrstvy v turbulentní je rychlost neovlivněného proudu kapaliny. Čím větší je rychlost proudění kapaliny, tím kratší úsek od náběhové hrany kapalina urazí, než se vytvoří turbulentní mezní vrstva. [4]

6.1. Stanovení tloušťky mezní vrstvy

Jak bylo řečeno, tloušťka mezní vrstvy je definována jako vzdálenost od stěny obtékaného tělesa, na které proud dosahuje 99% rychlosti neovlivněného proudu. Třecí síly mohou být zanedbány, kterým náleží nízká hodnota s ohledem na setrvačné síly mimo oblast mezní vrstvy, které jsou stejného řádu jako uvnitř mezní vrstvy. Setrvačné síly vztažené na jednotku plochy odpovídají $\rho \cdot w \cdot \partial w / \partial x$. Na úseku vzdálenosti l gradient $\partial w / \partial x$ je úměrný $\partial w_f / \partial x$, kde w_f je neovlivněný proud mimo oblast mezní vrstvy. Dle daného jsou setrvačné síly řádu $\rho \cdot w_f^2 / l$. Zároveň třecí síly vyjádřené na jednotku plochy je možné zapsat $\partial \tau / \partial y$, které v laminárním případě se rovnají $\eta \partial^2 w / \partial y^2$. Rychlostní gradient $\partial w / \partial y$ v kolmém směru k povrchu obtékaného tělesa je řádu w / δ , což vede k závěru, že třecí síly vztažené na jednotku plochy jsou $\partial \tau / \partial y \sim \eta w / \delta^2$. Vztah podobnosti třecí síly a setrvačné síly vede k následujícímu vzorci. [6]

$$\eta \frac{w}{\delta^2} \sim \frac{\rho w^2}{l} \quad 6.1.1.$$

Z kterého můžeme vyjádřit.

$$\delta \sim l \cdot \sqrt{\frac{\eta l}{\rho w}} = l \cdot Re^{\frac{1}{2}} \quad 6.1.2.$$

Dalšími užitečnými tloušťkami mezní vrstvy vhodné pro výpočty.

- 1) **Posunující tloušťka** δ^* převzatá z literatury [4].

Kde při proudění kapaliny a jeho stejném průtoku při zanedbání viskozity je možno posunout stěnu směrem do proudu, aniž by se změnilo průtočné množství.

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{w}{w_f}\right) dy \quad 6.1.3.$$

- 2) **Impulsní tloušťka** δ^{**} převzatá z literatury [4].

Kde impulsní tloušťka má od vstupu po sledovaný řez stejnou změnu toku hybnosti jako skutečná mezní vrstva, přičemž na vstupu má charakter vnějšího nezměněného proudu a ve sledovaném průřezu rychlost nulovou.

$$\text{pro laminární proudění } \delta = 3\delta^* = \frac{315}{37} \delta^{**}$$

$$\text{pro turbulentní proudění } \delta = 8\delta^* = \frac{72}{7} \delta^{**}$$

7. Přestup tepla při proudění kapaliny potrubím

7.1. Vznik proudění

Jak bylo řečeno v kapitole 3 z hlediska pohybu jednotlivých částic kapaliny, existují dva druhy proudění a to laminární a turbulentní. Proudění (konvekce) je možno také dělit na volné (přirozené) proudění, nebo na nucené proudění. Obě proudění se od sebe liší právě svým vznikem.

- 1) **Volné (přirozené) proudění** vzniká v případě nerovnoměrně prohřáté tekutiny. Právě rozdílnou teplotou částic a tím i rozdílnou hustotou jednotlivých molekul dochází v důsledku působení gravitačních sil proudění v kapalině. Intenzita tohoto proudění je dána několika faktory jako míra nerovnoměrnosti prohřátí kapaliny (rozdíl teplot jednotlivých částic) a velikost a geometrie prostoru, ve kterém tento děj probíhá.
- 2) **Nucené proudění** vzniká působením vnějších sil, jako větrem, čerpadlem, ventilátorem. Vznik nuceného proudění závisí na typu a vlastnostech přepravované tekutiny, či látky obecně. Velký vliv při nuceném proudění má i geometrie prostoru, ve kterém k proudění dochází.

Volné a nucené proudění ve většině případů probíhá společně. Podíl jednotlivých typů proudění závisí především na rychlosti proudění a také na rozložení teploty v kapalině. Volné proudění převažuje při malých rychlostech a velkých teplotních rozdílech v kapalině. Nucené proudění převažuje při velkých rychlostech kapaliny. V takových případech je vliv volné konvence takřka nulový. [7]

7.2. Přestup tepla

Ke sdílení tepla dochází vlivem rozdílných teplot (kinetické energii částic) kapaliny a při proudění dochází k výměně tepla s okolními látkami, ať už se jedná o tuhé těleso, či kapalinu. Množství sdíleného tepla s jinou látkou stanoví Biot-Fourierův zákon.

$$q = -\lambda \text{grad } T \quad 7.2.1.$$

V případě na určitou plochu nabývá vzorec tvar.

$$Q = -\lambda \int \text{grad } T \, dA \quad 7.2.2.$$

Pro praktický výpočet za použití Biot-Fourierova zákona je nutno předem znát rozložení teploty a tudíž hodnotu teplotního gradientu na celé ploše A. To však před výpočtem není známo. Při analytických výpočtech se z tohoto důvodu množství tepla vyjadřuje pomocí Newtonova zákona.

$$Q = \alpha(T_w - T_f) \cdot A \cdot t \quad 7.2.3.$$

Pro výpočet součinitele přestupu tepla α obsaženém v Newtonově zákoně se používá kombinace obou vzorců (Biot-Fourierova a Newtonova).

$$\alpha = \frac{\lambda}{T_w - T_f} \cdot \text{grad } T \quad 7.2.4.$$

Hodnota součinitele přestupu tepla udává množství tepla, které projde jednotkovou plochou za jednotku času při teplotním spádu 1°C . Jinými slovy určuje výměnu tepla mezi povrchem stěny a kapalinou, nebo obecně mezi dvěma látkami. Při vysokých hodnotách přestupu tepla nabývá součinitel přestupu tepla také vyšších hodnot, tyto veličiny se vůči sobě mění přímo úměrně. Použití obou vzorců k vyjádření součinitele přestupu tepla sice nevede k zjednodušení celé problematiky, pouze se při výpočtu soustředí na jedinou veličinu.

Pro určení této veličiny se používá experimentů ke stanovení hodnoty v závislosti na ostatních, okolních faktorech. Z počátku se součinitel přestupu tepla vztahoval pouze k teplotnímu spádu a rychlosti proudící kapaliny. Po sérii experimentů však bylo zjištěno, že hodnota je komplexnější a závisí na mnoha faktorech celého děje jako rychlost proudění kapaliny w , teplota proudící kapaliny T_f , teplota stěny T_w , součinitel tepelné vodivosti λ , měrné tepelné kapacity c , dynamické viskozitě kapaliny η , kinematické viskozitě ν a dalších faktorech, které ovlivňují množství přecházejícího tepla. Není tedy možné stanovit rovnici obecně pro všechny případy sdílení tepla. Z toho důvodu se provedla řada experimentů, na jejichž základě se stanovila kritéria podobnosti a následně kritériální rovnice pomocí teorie podobnosti ve sdílení tepla.

7.3. Teorie podobnosti

Teorie podobnosti je základem při sdílení tepla. Prvně pojem podobnosti byl zaveden v geometrii při podobnosti geometrických útvarů (jejich úhlů a vzdáleností jednotlivých bodů). Princip podobnosti daných útvarů lze aplikovat na podobnost jakýchkoliv fyzikálních veličin. Hlavní myšlenka podobnosti ve sdílení tepla je určit vlastnosti a veličiny na modelu a následně použít získané výsledky k vypočítání fyzikálních veličin reálného díla, či podobných případů. Z toho důvodu se při měření postupuje na následovně. [8]

- 1) Definice modelu, na kterém bude prováděno měření
- 2) Stanovení veličin, které budou sledovány
- 3) Způsob vyhodnocení měření
- 4) Následně zobecnění daného měření

Základním instrumentem teorie podobnosti a zobecnění výsledků měření je tzv. kritérium podobnosti. Kritériem podobnosti se rozumí zlomek, který obsahuje geometrické, fyzikální, či kinematické veličiny. Jedná se o bezrozměrné číslo. Příkladem bezrozměrného čísla je již zmiňované Re číslo. Tato bezrozměrná čísla mají tu vlastnost, že ve všech existujících systémech mají stejnou číselnou velikost. Z toho plyne, že výsledky měření v jiných než metrických soustavách mohou být pomocí bezrozměrných čísel použity bez přepočítávání. [8]

Obvykle pro daný jev existuje více kritérií. U podobných jevů můžeme stanovit podobná kritéria. Mezi jednotlivými kritérii existuje vazba, kterou je možno vyjádřit implicitní funkcí,

$$f(K_1, K_2, \dots, K_5) = 0 \quad 7.3.1.$$

Kde K jsou jednotlivá kritéria podobnosti

nebo naopak jednotlivá kritéria je možno vyjádřit explicitně, kde na levé straně rovnice bude stát vyjadřované kritérium a na pravé určující kritéria

$$K_1 = f(K_2, \dots, K_5) \quad 7.3.2.$$

U podobných případů jsou právě tyto kritériální rovnice stejné. Např. případy jsou si geometricky podobné, pokud mají podobné okrajové podmínky (určující kritéria jsou číselně totožná) a to včetně zaoblení hran, drsnost stěn apod.

Určení kritérií (bezrozměrných čísel) lze dosáhnout dvěma způsoby. Pomocí parciálních diferenciálních rovnic, kde se vychází z obecných rovnic popisujících proudění kapaliny, ze kterých se zavedením poměrových veličin dostanou jednotlivá kritéria podobnosti. Odvození v literatuře [8]. Nebo pomocí dimenzionální analýzy. Obecná kritériální rovnice pro sdílení tepla při proudění kapaliny:

$$Nu = f(Re, Gr, Pr, Fo, Po, \xi_x, \xi_y, \xi_z) \quad 7.3.3.$$

Re (Reynoldsovo) kritérium v kapitole 3.3.

Nu (Nusseltovo) kritérium vyjadřuje poměr toku tepla ze stěny do mezní vrstvy kapaliny k toku tepla těsně u stěny, nebo také sdílení tepla přestupem. [7]

$$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} \quad 7.3.4.$$

Gr (Grashoffovo) kritérium vyjadřuje volné proudění skutečné (vazké) tekutiny. [7]

$$Gr = \frac{g \cdot \gamma \cdot \Delta T \cdot l^3}{\nu^2} \quad 7.3.5.$$

Pr (Prandtlovo) kritérium vyjadřuje poměr rychlostního a teplotního pole, nebo také sdílení tepla v tekutinách. [7]

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad 7.3.6.$$

Fo (Fouriérov) kritérium vyjadřuje poměr difúzního tepelného toku a lokálního tepelného toku, nebo také rychlost šíření tepla uvnitř tělesa. [7]

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{l^2} \quad 7.3.7.$$

Po (Pomerancevovo) kritérium vyjadřuje teplotní pole s vnitřním objemovým zdrojem. [7]

$$Po = \frac{q_V \cdot l^2}{\lambda \cdot \Delta} \quad 7.3.8.$$

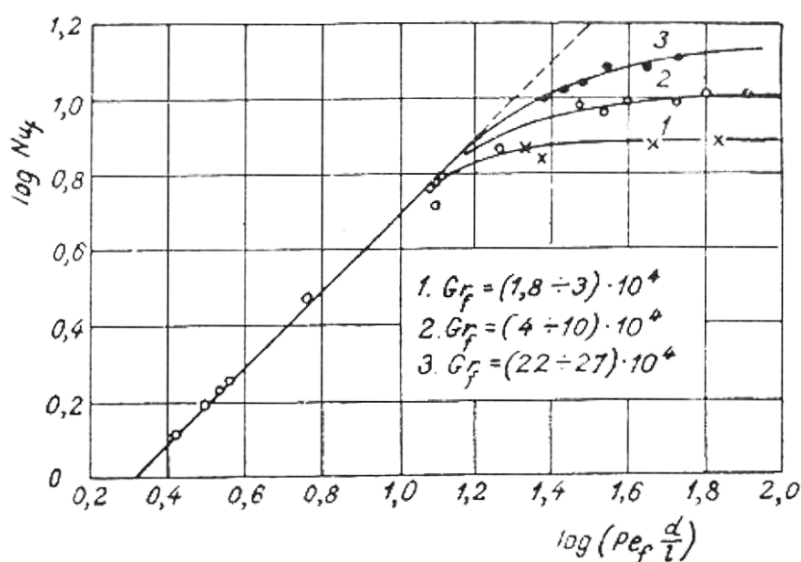
ζ vyjadřují bezrozměrné poměrné souřadnice.

V závislosti na typu děje se obecná kritériální rovnice dále zjednodušuje. Na základě kritériálních rovnic lze říci, že součinitel přestupu tepla se mění přímo úměrně s hodnotou *Re* čísla pro přechodové a turbulentní proudění, nikoliv však pro proudění laminárního typu. Součinitel přestupu tepla však nelze určit v proudění jako celku. Hodnoty se určují zvlášť v laminární oblasti a oblastech přechodového a turbulentního proudění. Při turbulentním proudění hodnota *Re* má hlavní význam. Při malé turbulenci, vyskytující se hlavně při malých rychlostech kapaliny, se pro výpočet používá *Gr* číslo místo čísla *Re*. *Gr* číslo určuje vliv volného proudění kapaliny a jeho hodnota se s intenzitou vlivu mění přímo úměrně. V případě dalších kritérií *Pr* číslo obsahuje pouze fyzikální veličiny proudící kapaliny.

7.4. Přestup tepla při laminárním proudění

Přestup tepla při laminárním proudění lze vyřešit matematicky pouze za zjednodušujících předpokladů, které mají za následek určitou chybovost výpočtů. Řešení v tomto případě je jen přibližné a dosažené výsledky se mohou v některých případech lišit od skutečnosti o více než 100%. Jedním z nejčastěji zanedbávaných faktorů je přirozená konvence, která je ve většině případů způsobená účinky gravitačního pole na tekutinu nestejně prohřátou v celém svém objemu. Přirozená konvence však mění nejen způsob výměny tepla, ale i rychlostní profil proudící kapaliny. Při absenci přirozeného proudění při laminárním proudění kapaliny dochází k přestupu tepla pouze vedením a to v radiálním směru, kolmým na směr proudění. V reálném případě volné proudění způsobí vířivost v kapalině a tepelná výměna vzroste. [9]

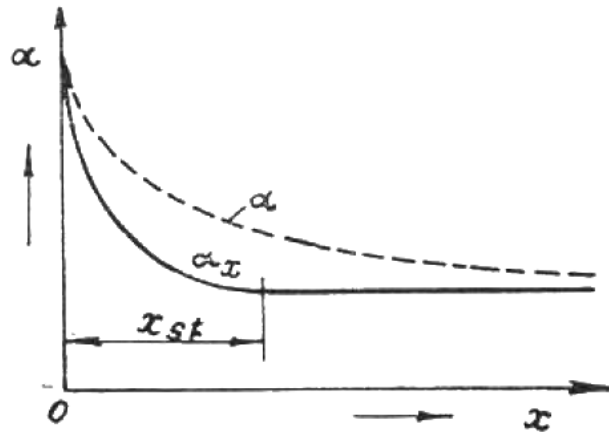
Případ maximálního dopadu rozvíření a zvýšení tepelné výměny nastává u vertikálního potrubí při protiproudu volného a nuceného proudění. Zvýšení vířivosti proudu dochází na stykových plochách proudů. V případě stejného proudění volného a nuceného proudění je vířivost menší. To má dopad na šíření tepla. Teplo se šíří pomocí konvence v důsledku nehomogenní viskozity změnou rychlosti pohybujících se částic. [9]



obr. 6 Dopad volného proudění kapaliny na šíření tepla při laminárním proudění v horizontální trubce

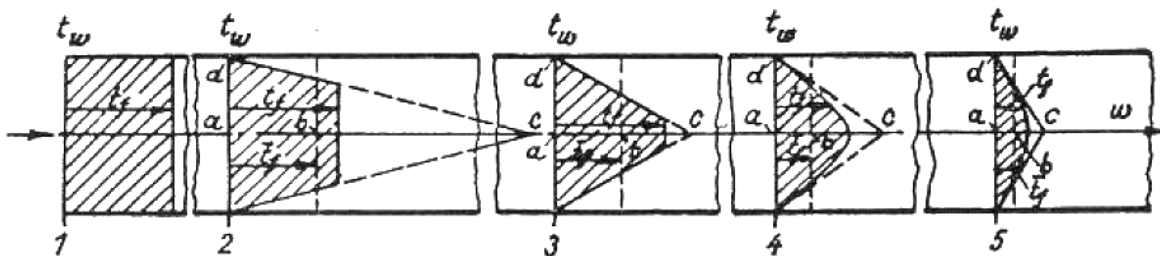
Jak bylo řečeno, vliv na přestup tepla má nejen nucené, ale i volné proudění. Podle velikosti teplotního rozdílu stěny a tekutiny se přímo úměrně mění vliv volného proudění na vířivost. To bylo dokázáno sérií měření Pětuchina. Výsledky měření Pětuchovo zkoušek, které se prováděly při ochlazování vody v horizontálním potrubí, jsou uvedeny na obr. 6. Jak je z grafu patrné při hodnotách vyšších $d/l \cdot Pe > 13$ závisí Nu číslo na součinu čísel Gr a Pr . Jejich součin je přímo úměrný hodnotě Nu čísla a tím i součinitele přestupu tepla. [9]

Součinitel přestupu tepla nenabývá konstantních hodnot po celé délce potrubí v případě nuceného proudění. Ve vtokové oblasti trubky hodnota součinitele přestupu tepla, jak je známo při největších teplotních spádech, nabývá nevyšších hodnot. Následně dále od vtokové oblasti jeho hodnota klesá s teplotním spádem, až se nakonec ustálí na jedné hodnotě, která se dále nemění. Dochází zde k tepelné stabilizaci součinitele přestupu tepla. Tato stabilizace je ovlivněna tepelnou vodivostí. V případech vysoké hodnoty tepelné vodivosti tekutiny k tepelné stabilizaci nedochází. Stejnou charakteristiku vykazuje střední součinitel přestupu tepla, jen k tepelné stabilizaci dochází na delším úseku trubky obr. 7. [9]



obr. 7 Závislost součinitele přestupu tepla na vzdálenosti od vstupu do trubky

Zmíněný případ je znázorněn na obr. 8 a teplotní profil je reprezentován pomocí lichoběžníku.



obr. 8 Teplotní profil při ochlazování kapaliny v trubce

Kde úsečka \overline{ab} značí hodnotu teplotního spádu a úsečka \overline{ac} hodnotu teplotního gradientu. Jak je patrné, hodnoty se mění nepřímo úměrně s délkou trubky. V prvních třech úsecích se součinitel přestupu tepla mění nejvýrazněji. Je to důsledek největších rozdílů teploty proudící tekutiny a teploty stěny potrubí a rychlejším úbytku teplotního gradientu, než úbytku onoho teplotního spádu. V následujících úsecích se teplotní gradient mění stejně rychle s teplotním spádem a součinitel tepla se proto nemění. Reálný teplotní profil je časově náročný na výpočet, proto se používá počítačové simulace pro přesnější představu teplotního profilu. [9]

Vzdálenost od vtokové oblasti, ve které dojde k tepelné stabilizaci je závislý na několika faktorech. To na již zmiňované tepelné vodivosti kapaliny, volném proudění kapaliny, orientaci potrubí v prostoru (horizontální, vertikální) a průměru potrubí. Množství ovlivňujících faktorů má za důsledek, že v současné době nelze s stanovit kvantitativní závislost mezi součinitelem přestupu tepla a volného proudění. Matematické úvahy vedly k výsledkům pro neizotermické proudění, jejichž hodnoty však mohou posloužit k posouzení dopadu jednotlivých faktorů na výsledky zkoušek. Podle zkoušek Aladjevova dochází k tepelné stabilizaci ve vzdálenosti $l = 50d$. Vzorec pro výpočet Nu čísla v literatuře [9]

$$Nu = 0,74 \cdot Re^{0,2} \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,1} \cdot Pr^{0,2} \quad 7.4.1.$$

Podle tohoto vzorce Nu čísla je možné vypočítat hodnotu součinitele přestupu tepla pro libovolné tekutiny včetně volného proudění a tepelného proudění. Používá se pro délky potrubí s hodnotami větší než $50d$, kde Aladjev stanovil tepelnou stabilizaci proudění. Do vzorce je dosazována střední teplota, která je průměrem teploty stěny a teploty neovlivněného proudění kapaliny. [9]

Vzorec je možno použít i pro vertikální trubky, trubky libovolného průřezu a souproudu, či protiproudu přirozeného a nuceného proudění. V případě souproudého přirozeného a nuceného proudění kapaliny, bylo zjištěno dle experimentů, že hodnota součinitele přestupu tepla je o 15% menší. Pro případ protiproudého přirozeného a nuceného proudění je hodnota o stejnou část větší.

Pro trubky libovolného průřezu byl zaveden tzv. ekvivalentní průměr trubky. [9]

$$d_{ek} = \frac{4A}{o} \quad 7.4.2.$$

Po úpravě vzorce pro Nu číslo získáme vzorec pro výpočet součinitele přestupu tepla.

$$\alpha = B \frac{(\rho w)^{0,2}}{d^{0,5}} \Delta t^{0,1} \quad 7.4.3.$$

Součinitel B pro laminární proudění lze matematicky vyjádřit pro libovolnou tekutinu. Hodnoty pro vzduch a vodu jsou uvedeny v tab. 1 a tab. 2.

$t [^{\circ}C]$	0	50	100	200	300	500	1000
B_1	0,77	0,84	0,90	1,01	1,10	1,26	1,55

tab. 1 Hodnoty B laminárního proudění pro vzduch

$t [^{\circ}C]$	20	40	60	80	100	150	200
B_1	5,30	6,85	7,95	8,68	9,25	9,75	11,2

tab. 2 Hodnoty B laminárního proudění pro vodu

Pro započítání vlivu souproudu a protiproudu se výsledné hodnoty součinitele přestupu tepla přezásobí opravným součinitelem ε_o pro potrubí nesplňující podmínku tepelné stabilizace.

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_o	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

tab. 3 Hodnoty opravného součinitele pro laminární proudění

7.5. Přestup tepla při turbulentním proudění

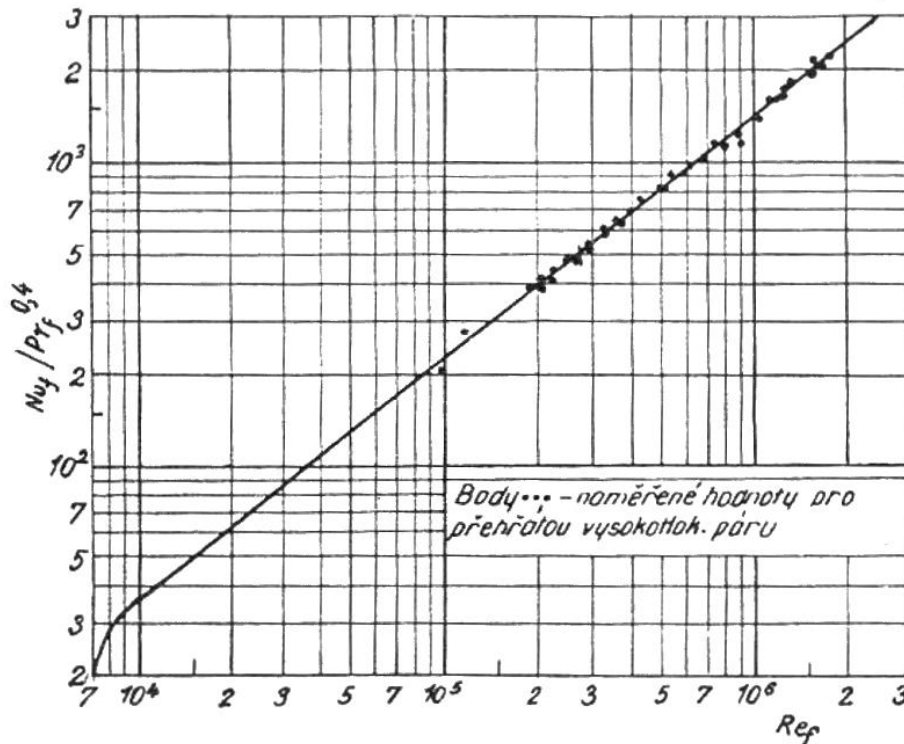
Turbulentní proudění, jak bylo již zmíněno, vzniká za vysokých rychlostí. Kapalina se při vysoké turbulenci promíchává a tím se šíří teplo uvnitř kapaliny. Při turbulencích s hodnotou Re čísla větším jak 10^4 (někdy se udává 10^5) je promíchávání natolik intenzivní, že teplotní profil proudící kapaliny je uvnitř proudu stejný. Výrazná změna nastává pouze u stěn trubky, v mezní vrstvě kapaliny, kde je teplotní spád velký. Vysoká turbulence nedává možnost vzniku přirozeného proudění, což má za důsledek závislost přechodu tepla jen na typu proudění kapaliny. [9]

Problematikou přestupu tepla při turbulentním proudění se zabýval Nusselt. Provedl sérii zkoušek a měření a jako první použil teorii podobnosti ve sdílení tepla, z důvodu množství možných případů geometrií trubky, typů proudící kapaliny, teplotních podmínek apod. Z výsledků zkoušek s různými typy tekutin za různých podmínek sestavil závislost, která je vystižena vzorcem pro Nu číslo ve tvaru. [9]

$$Nu_f = 0,23 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,4} \quad 7.5.1.$$

Pro vyřešení je potřeba znát teplotu a rozměr. V případě horizontálních trubek při turbulentním proudění kapaliny se používá střední teplota tekutiny a případně charakteristického průřezu průměr trubky. Aby byl vzorec platný, musí platit předpoklad vysoké turbulence ($Re > 10^4$) a hodnoty Pr čísla v mezích 0,7 – 2500. Zároveň teplota stěny nesmí přesáhnout teplotu varu tekutiny, z důvodu vypařování tekutiny v mezní vrstvě kapaliny a vzniku tepelného odporu. [9]

Po další sérii měření s přítomností přehřáté páry jako proudícího média podle Lelčukových zkoušek za vysokých tlaků ($p \approx 9,8 \cdot 10^7 [Pa]$) a značné turbulence ($Re \approx 2 \cdot 10^6$) je vzorec platný. Výsledky Lelčukových zkoušek na obr. 9. [9]



obr. 9 Přestup tepla při turbulentním proudění

Vzorec pro určení součinitele tepla po úpravě má tvar:

$$\alpha = 0,023 \cdot \frac{\lambda}{d} \left(\frac{w \cdot d}{\nu} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)^{0,4} = B_2 \cdot \frac{(\rho \cdot w)^{0,8}}{d^{0,2}} \quad 7.5.2.$$

Součinitel B pro turbulentní proudění lze matematicky vyjádřit pro libovolnou tekutinu. Hodnoty pro vzduch a vodu jsou uvedeny v tab. 4 a tab. 5.

$t [^{\circ}C]$	0	50	100	200	300	500	1000
B_2	2,68	2,80	2,88	3,02	3,15	3,34	3,73

tab. 4 Hodnoty B turbulentního proudění pro vzduch

$t [^{\circ}C]$	0	20	40	60	80	100	150	200
B_2	4,91	6,45	7,98	9,30	10,5	11,1	14,0	15,8

tab. 5 Hodnoty B turbulentního proudění pro vodu

Součinitel přestupu tepla při turbulentním proudění kapaliny v trubce však závisí na dalších faktorech.

Faktory ovlivňující součinitel přestupu tepla při turbulentním proudění

- 1) směr tepelného proudu (zda se kapalina ochlazuje, či ohřívá od stěny)
- 2) průřez trubky
- 3) délka trubky
- 4) přímot (zakřivení) trubky
- 5) Drsnost (hladkost) stěny trubky

Byly provedeny zkoušky pro jednotlivé vlivy různých faktorů na proudění tepla.

- 1) Směr tepelného proudu závisí nejen na jednotlivých teplotách proudící kapaliny a stěny potrubí (tekutina se ochlazuje, nebo otepluje), ale i na charakteru proudící tekutiny z hlediska vazkosti a na tloušťce mezní vrstvy u stěny potrubí. Podle Pr čísla, které představuje poměr rychlostního a teplotního pole, lze vliv vyčíslit jako poměr Pr čísla pro tekutinu, které je vztažené k teplotě tekutiny a Pr čísla pro stěnu, které je vztažené k teplotě stěny potrubí. [9]
- 2) Zkoušky, které měly za následek vytvoření rovnice pro součinitel přestupu tepla, byly prováděny s kruhovým průřezem trubky. Aby vzorec měl smysl pro ostatní případy, zavedl se tzv. ekvivalentní průměr. Následné porovnání hodnot matematických výpočtů a zkoušek však ukázalo, že vzorec má smysl nejen pro proudění uvnitř potrubí, ale i vně podél svazku potrubí a při proudění tekutiny v mezikruží, kde však teplo musí procházet větším průměrem, jinak se vyskytne chyba výpočtu o více než 100%. Vzorec pro poslední uvedený případ má tvar. [9]

$$Nu_f = 0,023 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^{0,45} \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,4} \quad 7.5.3.$$

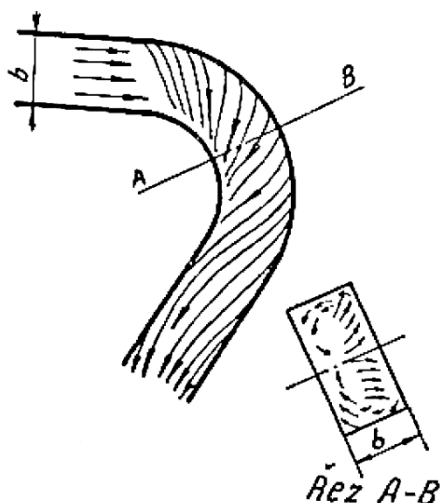
Kde d_2 je větší průměr a platí pro poměr $d_1/d_2 = 0,1 - 1$.

- 3) Délka potrubí při turbulentním proudění kapaliny má podobný vliv jako tomu bylo při laminárním proudění kapaliny. Střední hodnota součinitele přestupu tepla i v tomto případě není konstantní po celé délce. Pro krátké trubice s poměrem $l/d > 50$ je součinitel přestupu tepla menší, než pro trubice dlouhé. V případě dlouhých potrubí je rozdíl hodnot nepatrný a dá se považovat za správný. V krátkých je třeba výslednou hodnotu součinitele přestupu tepla přezásobit opravným součinitelem. Hodnoty opravného součinitele v závislosti poměru l/d a hodnoty Re čísla pro tekutinu udává tab. 6. [9]

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
Re_f									
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	10,2	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

tab. 6 Hodnoty opravného součinitele při turbulentním proudění

- 4) Přímost, či spíše zakřivení potrubí, má vliv na hydraulické ztráty v důsledku změny směru proudění a vzniku odstředivé síly. To má vliv i při sdílení tepla. Vlivem odstředivé síly se proud tlačí ke vzdálenější stěně od středu poloměru zakřivení, což má za následek zvýšení tlaku v dané místě a tím vznik druhotného proudění v potrubí podle obr. 10. Tento úkaz nastává jen při dostatečném zakřivení. V případě, kdy poloměr zakřivení se blíží k nekonečnu (trubka je přímá) tento jev nevzniká, jakožto ani odstředivá síla v kapalině. Odstředivá síla působí jen v zakřivení, avšak vliv na cirkulaci proudění pokračuje dále v potrubí. Samotná turbulence umocněna druhotnou cirkulací má za následek zvyšování hodnoty přestupu tepla. [9]



obr. 10 Proudění kapaliny zakřivením

Speciálním případem v praxi velmi využívaným jsou spirálovité trubky, kde se tento jev projevuje po celé délce spirály. Podle zkoušek je nutno součinitel přestupu tepla přenásobit vypočítaným opravným součinitelem.

$$\alpha_{spirála} = \varepsilon \alpha_{přímé} \quad 7.5.4.$$

Opravný součinitel pro spirály dle měření a následných výpočtů:

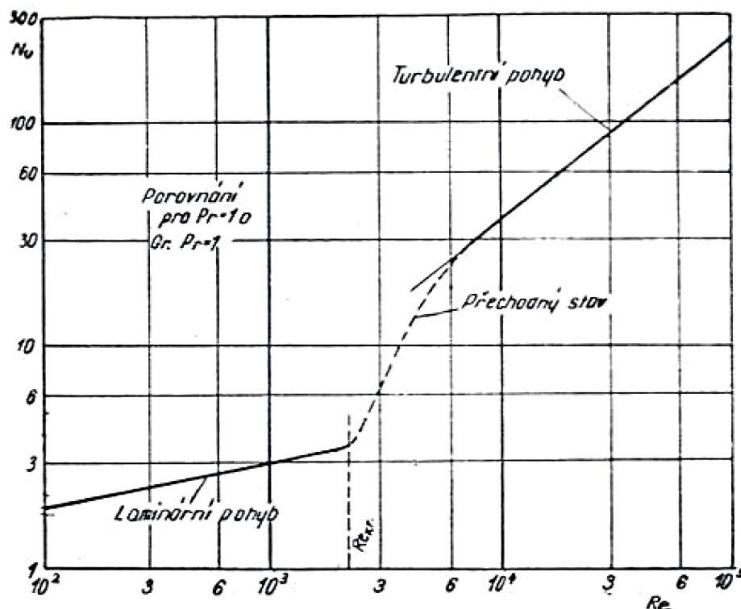
$$\varepsilon = 1 + 1,77 \cdot \frac{d}{r} \quad 7.5.5.$$

Kde r je poloměr spirály

- 5) Drsnost stěn, jak bylo řečeno, má vliv na hydraulické ztráty, což má dopad i na součinitel přestupu tepla. V případě hydraulicky hladkých potrubí má vzorec smysl. Problém nastává při vysoké míře drsnosti stěny. S drsností se mění i typ proudění kapaliny v potrubí a tím i mezní vrstva. V případě krátkých trubek, kde $l/d > 50$ má na součinitel přestupu tepla výrazný vliv i profil vtokové oblasti, konkrétně hran potrubí. V případě zaoblení těchto hran proud přiléhá ke stěnám. V případě ostrosti hran se proud zužuje a zrychluje v oblasti osy trubky a proud směrem ke stěně se výrazně zpomaluje. Ke stejnému problému použití vzorce pro Nu číslo nastává při náhlých změnách průřezu, nebo překážek v podobě clony, nebo jiné porézní vrstvy. V takovém případě je nutno provést zkoušky a analytické výsledky brát jen jako orientační. [9]

7.6. Přestup tepla při laminárně turbulentním proudění

Jak bylo zmíněno, mezi laminárním a turbulentním prouděním existuje přechodová oblast smíšeného, či laminárně turbulentního proudění. Dosavadní uvedené vzorce však řešily vždy jen jeden typ proudění. Přechodový typ proudění nastává při $Re = 2000 - 5000$. Pro tuto oblast tedy uvedené vzorce nemají smysl. Součinitel přestupu tepla v přechodové oblasti je velmi obtížné stanovit, proto hodnoty vycházejí z hodnot v laminární a turbulentní oblasti podle obr. 11. [9]



obr. 11 Přestup tepla v přechodové oblasti

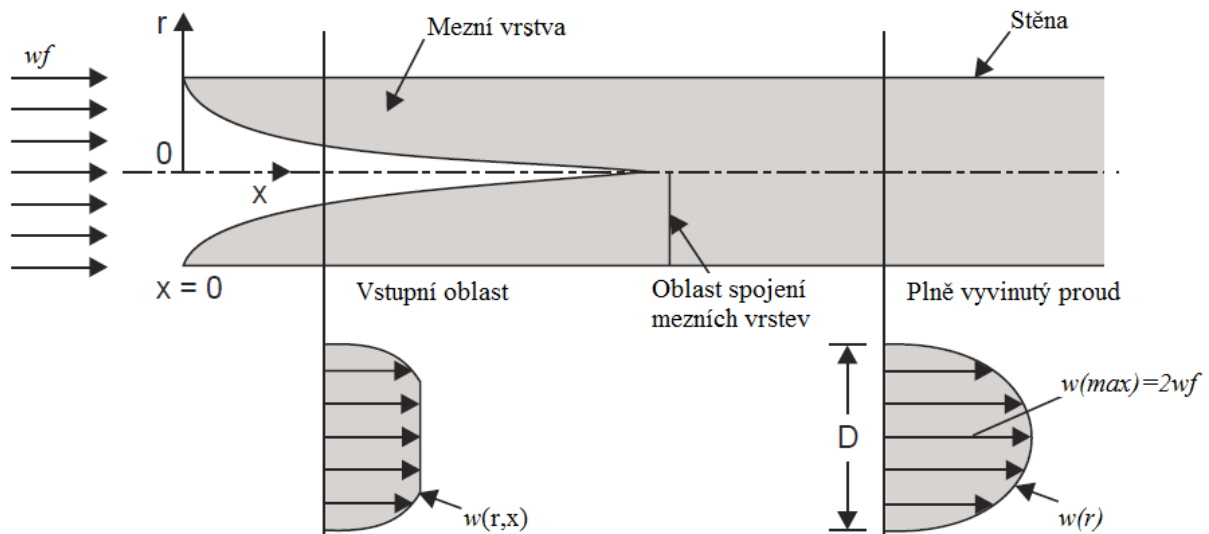
Přesnější určení stavů v přechodové oblasti je možno dosáhnout experimentálně. Zkoušky za účelem přesnějšího určení součinitele přestupu tepla provedl Iljin pro případ výměníků tepla, kde kapalina prochází úzkými mezerami. Výsledkem zkoušek v přechodové oblasti byl odhalen velký vliv geometrie potrubí (v tomto případě mezer) na hledaný součinitel přestupu tepla. Hodnota součinitele se mění přímo úměrně k poměru šířky a výšky potrubí, nebo mezery, v které tekutina proudí. Velký rozdíl výsledků od kruhového potrubí je dán faktem, že v úzkých mezerách je výskyt volného proudění značně ztížen a omezen. Přesto se pro výpočet součinitele přestupu tepla v přechodové oblasti používá, jak bylo řečeno, odečtení hodnot z grafu. [9]

8. Vstupní oblast potrubí

Kritériální rovnice platí pro oblasti vyvinutého proudu. V případě proudění v trubce, je tekutina omezena geometrií a mezní vrstva se po určitém úseku nemůže vyvíjet dále. Tato oblast je nazývána vstupní oblast. Oblast dále po ose trubky je nazývána oblast s plně vyvinutým prouděním. Dalším důležitým rozdílem mezi oblastmi je, že v oblasti vyvinutého proudění se proud nepřeměňuje a vykazuje laminární, nebo turbulentní charakter (v závislosti na Re číslu) již od svého začátku.

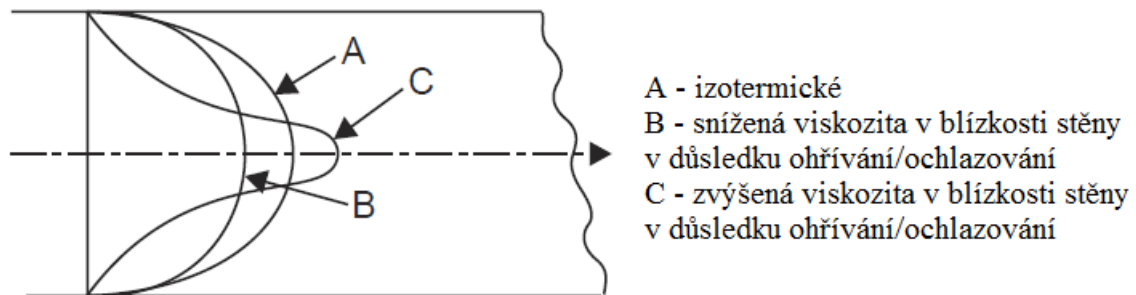
8.1. Vývoj hydrodynamické mezní vrstvy

Vývoj hydrodynamické mezní vrstvy v trubce, společně s rozdělením rychlosti na různé sekce pro laminární a turbulentní proudění jsou na obr. 12.



obr. 12 Vstupní oblast a plně vyvinutá oblast proudu [10]

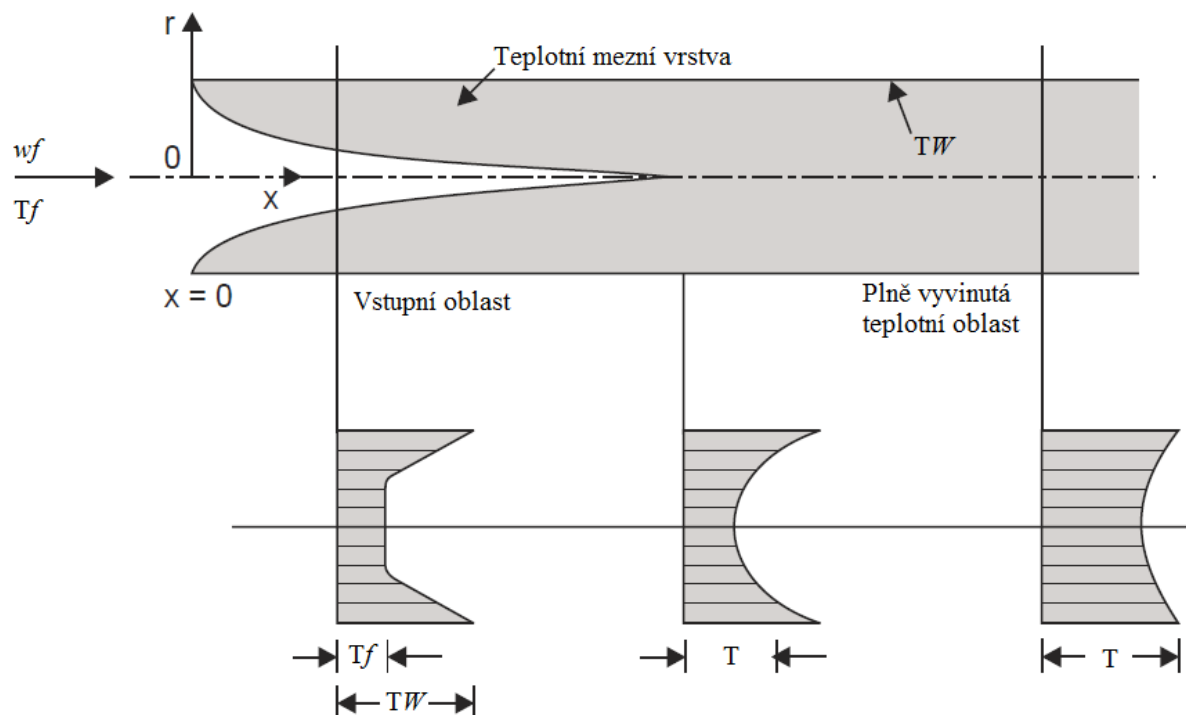
Rozložení rychlosti za vstupní oblastí zůstává neměnné. Skutečné rozložení rychlosti je ovlivněno fyzikálními vlastnostmi tekutiny při ohřívání, nebo ochlazování. V případě snížení viskozity blízko u stěny vlivem ohřívání, či ochlazování se rychlostní profil napřímí v porovnání s izotermickým prouděním. V případě zvýšení viskozity bude rychlost proudění u stěny snížena. V rychlostním profilu se vytvoří „vrchol“ s vyšší rychlostí v ose trubky v porovnání s izotermickým prouděním. Rychlostní profily na obr. 13



obr. 13 Rychlostní profily v případě ohřívání/ochlazování

8.2. Vývoj termodynamické mezní vrstvy

Vývoj tepelné mezní vrstvy je dosti podobný vývoji rychlostní mezní vrstvy, jak je vidět na obr. 14.



obr. 14 Tepelná vstupní oblast a plně vyvinutá oblast proudu [10]

Rozdíly jsou následující:

- 1) Teplota plynule vzrůstá v závislosti na vzdálenosti od vtokové oblasti. Konstantní teplotní profil v oblasti plně vyvinutého proudu zobrazuje bezrozměrná teplota, která vyjadřuje poměr rozdílu teploty stěny a teploty v hledaném místě k teplotě stěny a teplotě proudu: $T_w - T / T_w - T_f$.
- 2) Délka vstupní oblasti se bude lišit v porovnání s rychlostním vývojem mezní vrstvy
- 3) Okrajové podmínky jsou tvořeny teplotou stěny a teplotním tokem místo rychlostí proudu.
- 4) Vývoj obou vrstev začne buď u vstupu do trubky, nebo až v části s rozdílnou teplotou, kde rychlostní mezní vrstva může být již plně vyvinuta.

V případě proudění uvnitř trubky existují pro rychlostní mezní vrstvu čtyři oblasti. Laminární vstupní oblast, laminární plně vyvinutá oblast, turbulentní vstupní oblast a turbulentní plně vyvinutá oblast.

V případě tepelné mezní vrstvy jsou však pouze dvě oblasti, které se mohou vyskytovat v kterékoliv oblasti rychlostní mezní vrstvy. Možných kombinací mezi rychlostní a tepelní mezní vrstvou vyplývá z uvedeného šestnáct.

Dalším sěžujícím faktorem je případ, kdy se rychlostní a teplotní mezní vrstva vyvíjí společně, nebo se teplotní mezní vrstva začne vyvíjet až v oblasti plně vyvinuté rychlostní mezní vrstvy. Vzájemný vztah se mění za různých podmínek. To přináší značné množství kombinací. Dalším faktorem jsou fyzikální vlastnosti kapaliny a jejich změny s ohledem na teplotu. To vše mělo vliv na vytvoření mnoho výpočtových modelů.

8.3. Vstupní oblast při turbulentním proudění

Vývoj mezní vrstvy nelze přímo určit. Uvádí se délka vstupní oblasti mezi hodnotami 10 až 60 krát průměr trubky. Součinitel přestupu tepla má v případě turbulentního proudění vyšší hodnoty v porovnání s laminárním typem proudění. Pro případ vstupní oblasti byl odvozen vztah pro průměrnou hodnotu Nu čísla (převzato z literatury [10]).

$$\overline{Nu} = 0,036 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0,055} \quad 8.3.1.$$

Vztah pro plně vyvinutý proud (v kapitole 7.5) byl upraven Colburnem

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n \quad 8.3.2.$$

Kde rozlišil hodnoty exponentu n u Pr čísla na 0,3 pro ochlazování a 0,4 pro ohřívání kapaliny.

9. CFD

Computational Fluid Dynamics, známé pod zkratkou CFD představuje výpočet dynamických toků pomocí počítače. Poprvé se pojem CFD objevil v akademickém výzkumu. Praktické využití našel z počátku v astronautice a následně se rozšířil na řešení komplexních problémů v inženýrské praxi obecně. Jak bylo již zmíněno, proudění je možno popsat parciálními diferenciálními rovnicemi, které nemohou být vyřešeny analyticky s výjimkou zjednodušujících předpokladů. Pro získání výsledků početně, je potřeba použití diskretizačních metod, které upřesňují diferenciální rovnice pomocí systému algebraických rovnic, jež následně lze vyřešit pomocí počítače. Upřesnění, nebo ustředění je aplikováno na malé oblasti v prostoru a čase. Výsledné hodnoty, podobně jako při experimentech, závisí na kvalitě použitých nástrojů, tak při numerických výpočtech závisí na kvalitě použité diskretizace.

V širokém poli CFD jsou obsaženy nástroje pro výpočet pokrývající oblast od automatizace dobře postavených inženýrských metod až k detailnímu řešení Navier-Stokesových rovnic jako podpora při experimentálním výzkumu v oblasti proudění. Na konci může být program pro řešení potrubních systémů, které vyřeší daný případ v řádech minut na osobních počítačích, nebo také výpočet může zabrat stovky hodin na nejvýkonnějších počítačích. To závisí na oblasti výpočtu. V CFD je prakticky nemožné celý systém vyřešit najednou. Z toho důvodu se používá nejčastěji pro dílčí výpočty problematických částí.

Metody používané pro popis proudění ve dvou a více dimenzích jsou ty metody používané v nestandardních případech, kterými jsou myšleny případy nepopsané v knihách, či příručkách. Nejčastěji se metody používají pro geometricky složité oblasti, nebo v důležitých oblastech z hlediska koncentrace nečistot atd. V současné době si CFD nachází cestu i do dalších oblastí jako chemické, civilní, či environmentální inženýrství. Optimalizace v těchto oblastech, právě pomocí CFD, může ušetřit mnoho vybavení a energie, ale i zredukovat odpady a tím dopad na životní prostředí, což v dnešní době je vše jmenované téměř podmínkou pro fungování nejen díla, ale i celé společnosti. [11] [12]

9.1. Numerické metody

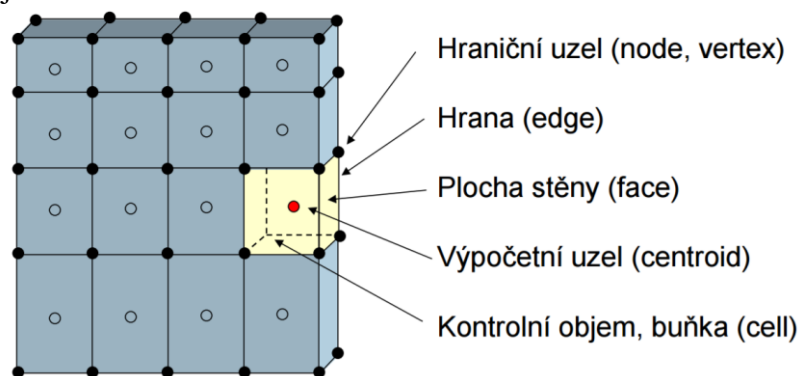
Důležitým nástrojem CFD jsou numerické diskretizační metody, které umožňují řešení parciálních diferenciálních rovnic. Diskretizace je náhrada parciálních diferenciálních rovnic algebraickými rovnicemi. Metody jsou:

1) **Metoda konečných diferencí** (metoda sítí)

Je jednou z nejstarších metod řešení parciálních diferenciálních rovnic. K výpočtu používá diferenciální tvar rovnic. V každém uzlovém bodě sítě je diferenciální rovnice aproximována derivací. Tato metoda je jen málo používána, zastoupení v komerčních řešičích je zhruba 5%. [12]

2) **Metoda konečných objemů**

Metoda využívá k výpočtu integrální tvar rovnic. Výpočetní oblast je rozdělena na konečný počet kontrolních objemů pomocí výpočetní sítě. Uprostřed kontrolního objemu se nachází bod, pro který jsou vypočítávány hodnoty proměnných (složky rychlosti atd.). Pro vyjádření hodnot na krajních plochách kontrolního objemu se využívá interpolace. Plošné a objemové integrály zajišťují přenos hodnot mezi jednotlivými kontrolními objemy. Výsledkem je algebraická rovnice pro každý kontrolní objem.



obr. 15 Výpočetní síť metody konečných objemů [13]

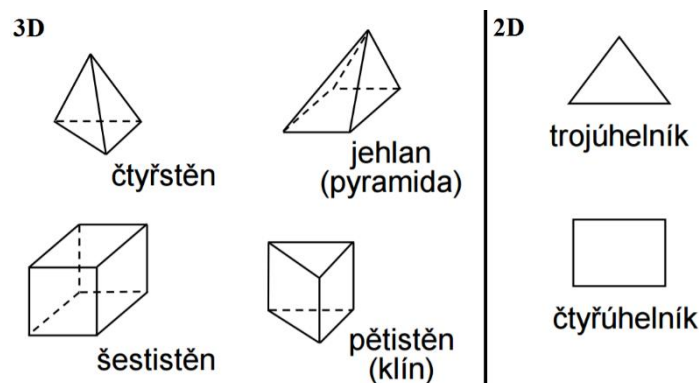
Metodu konečných prvků je možno využít pro jakýkoliv typ výpočetní sítě. Metoda je navíc nejjednodušší na pochopení a naprogramování, což zkracuje i výpočetní čas. Zastoupení této nejvyužívanější metody v komerčních řešičích je zhruba 80 %. [12]

3) **Metoda konečných prvků**

Je velmi podobná metodě konečných objemů s tím rozdílem, že aproximace řešení probíhá po částech lineární funkcí. Největší uplatnění této metody je při pevnostních výpočtech. Pro turbulentní proudění se příliš nehodí. Zastoupení v komerčních řešičích je zhruba 15%.

9.2. Typy výpočetní sítě

Síť reprezentuje geometrický model, na kterém je daný problém řešen. Výpočetní oblast je rozdělena na konečný počet částí (prvky, kontrolní objemy, difference). Existují různé druhy výpočetních sítí pro 2D a 3D případy. Základním prvkem je buňka, která má následující tvary (obr. 16).



obr. 16 Tvary buněk výpočetní sítě

Podle tvaru buněk sítě lze rozlišit základní typy sítě:

1) **Strukturovaná síť**

Skládá se z dvou skupin jednotlivých křivek vytvářejících síť tak, že v první skupině se křivky nekříží a s druhou skupinou se kříží s každou křivkou pouze jednou. Tím se vytvoří síť čtyřúhelníku v ploše, či šestistěnu v prostoru. Pozice každého bodu sítě je dána dvěma, nebo třemi souřadnicemi.

Jedná se o nejjednodušší výpočetní síť, což ulehčuje programování výpočtu. Matice algebraických rovnic má pravidelný tvar. Nevýhoda strukturované sítě je v omezení aplikace na geometricky jednodušší součásti, nebo oblasti. Při zhuštění sítě v určitém místě z důvodu přesnějších výsledků má za následek zhuštění sítě v celé oblasti výpočtu a tím se zbytečně prodlužuje doba výpočtu.

2) **Blokově-strukturovaná síť**

Jak již název napovídá, jedná se o obdobu strukturované sítě. Nachází se zde několik podoblastí. V hrubé části výpočetní sítě se nachází relativně velké plochy, či objemy (jejich struktura bývá nepravidelná). V zhuštěné, nebo také jemné části sítě (uvnitř podoblasti) je definována jemná strukturovaná síť. Na hranicích jednotlivých podoblastí je třeba speciálních podmínek pro přenos informací. Rozdílná velikost buněk způsobuje nadbytek bodů na jedné straně hraniční oblasti. S těmi se musí zacházet jako s krajními a vliv započítat do sousední oblasti. Tento typ sítě je více flexibilní a odstraňuje ze strukturované sítě problém zbytečně zdlouhavého výpočtu kvůli jemným sítím v celé oblasti výpočtu zjemněním pouze v určitém místě.

3) **Nestrukturovaná síť**

Pro komplexní geometrie je nejflexibilnější typ sítě a může být aplikována na libovolný výpočet ohraničených oblastí. Lze použít na všechny diskretizační schéma, nejlepší výsledky se však dosáhnou při kontrolních objemech a konečných prvcích. Prvky, nebo objemy mohou mít jakýkoliv tvar. V praxi se nejvíce využívají trojúhelníky nebo čtyřúhelníky ve 2D a čtyř nebo šestistěny ve 3D. Síť může být lehce v určitých místech zjemněna. Nevýhoda sítě je v přenášení informací mezi jednotlivými prvky, či objemy. Matice algebraických rovnic již nemá pravidelný tvar, což má za následek celkové prodloužení výpočtu oproti strukturovaným sítím. Výhodou této sítě je flexibilita. Při změně sítě v určité oblasti není třeba změnit celou výpočetní síť.

9.3. Turbulentní modely

Základy turbulence jsou popsány Navier-Stokesovo rovnicí. Tato rovnice však nelze použít z důvodu fluktuací veličin na širokou oblast času a prostoru využitím *přímé numerické simulace* kvůli náročnosti na výpočetní techniku, kde by při současných dostupných technologiích trval výpočet desítky let. Z tohoto důvodu byly Rovnice zjednodušeny pro určité spektrum turbulentního proudění. Nejpoužívanějším zjednodušením je *časové ustředění* (které z praktických důvodů ustředí rovnice v čase), jehož výsledkem je Reynoldsovo ustředění Navier-Stokesových (RANS) rovnic. Tímto způsobem jsou odstraněny fluktuace z proudění a výsledkem jsou průměrné hodnoty rychlostí a tlakových polí. Nicméně proces ustředování zavádí do rovnic další neznámé (Reynoldsovo napětí a proudy), které musejí být doplněné vhodnými rovnicemi turbulence. Kvalita numerické simulace závisí především na zvolení těchto doplňujících turbulentních modelů a je tudíž důležité zvolení odpovídajícího modelu stejně jako odpovídající výpočtovou síť pro různé případy. ANSYS Fluent poskytuje možnost volby mezi těmito modely turbulence. [14]

$k - \varepsilon$ model

Tento dvourovnicový model umožňuje výpočet jak turbulentní délky, tak měřítka času řešením dvou separátních transportních rovnic. Standartní $k - \varepsilon$ model v prostředí ANSYS Fluent spadá do této skupiny a stal se jedním z nejpoužívanějších ve výpočtech. Robustnost, ekonomika a rozumná přesnost pro širokou škálu turbulentních proudění vysvětluje popularitu v průmyslové simulaci proudění a přestupu tepla.

Standartní $k - \varepsilon$ model je založený na modelování transportních rovnic pro turbulentní kinetickou energii (k) a turbulentní disipace (ε). Transportní rovnice pro k je odvozena přímo z rovnice, kdežto transportní rovnice pro ε byla odvozena za použití fyzikálních uvažování a jen málo se podobá svému matematickému protějšku. Při odvození modelu $k - \varepsilon$ se předpokládá s plně turbulentním proudem a zanedbatelným vlivem molekulární viskozity. Model je tedy použitelný jen pro plně turbulentní proudění. Jakmile byly známy silné a slabé stránky numerického modelu, byly provedeny změny pro vylepšení vlastností výpočtového modelu. Výsledné upravené rovnice v prostředí Ansys Fluent jsou *RNG $k - \varepsilon$* a *Relizable $k - \varepsilon$* . [14]

***RNG* $k - \varepsilon$ model**

RNG $k - \varepsilon$ byl vytvořen za použití statistických metod teorie skupinové renormalizace (*RNG*). Model je podobný původnímu standartnímu modelu $k - \varepsilon$, obsahuje navíc několik upřesnění. Model *RNG* obsahuje přídatnou podmínku v rovnici pro ε , která zpřesňuje hodnoty pro velmi nucené proudění. V modelu je zahrnut účinek víření na turbulenci, což zlepšuje přesnost pro vířící proudění. Poskytuje analytické vyjádření *Pr* čísla, standartní model $k - \varepsilon$ používá konstantní hodnotu čísla specifikovanou uživatelem před výpočtem. Zatímco standartní model $k - \varepsilon$ je pro vysoké hodnoty *Re* čísla, model *RNG* poskytuje Diferenciální vztah pro vazkost, která odpovídá nízkým hodnotám *Re*. Efektivní využití vztahu pro vazkost však záleží na vhodné úpravě výpočetní sítě v blízkosti stěny. To vše dělá *RNG* model přesnější a použitelný pro širší škálu případů než standartní model $k - \varepsilon$. [14]

Relizable $k - \varepsilon$ model

Relizable $k - \varepsilon$ se liší od standardního modelu ve dvou důležitých případech. Obsahuje alternativní formulaci pro turbulentní vazkost a upravená transportní rovnice pro turbulentní disipaci (ε) byla odvozena z transportní rovnice pro druhou mocninu vířivé fluktuace. Pojem „*Relizable*“ znamená, že model splňuje určité matematické vztahy Re napětí s fyzikální podstatou turbulentního proudění.

Omezení modelu *Relizable $k - \varepsilon$* je v produkci nefyzikální turbulentní viskozity v případech kdy výpočetní oblast obsahuje rotační i stacionární oblast kapaliny. To je v důsledku přítomnosti výpočtu efektu rotace v turbulentní viskozitě. Tato rotace byla testována na jedné pohybující se vztažné soustavě a prokázala vynikající chování oproti standardnímu modelu. Nicméně vzhledem k povaze této úpravy je pro aplikaci na více soustav nutná obezřetnost a výsledky klasifikovat jako orientační. [14]

$k - \omega$ model

Standardní model $k - \omega$ v prostředí Ansys Fluent je založen na Wilcoxově modelu $k - \omega$ (podrobný popis v literatuře [15]), který obsahuje úpravu pro nízké hodnoty Re čísla, stlačitelnost a šíření třecího napětí. Jeden z nedostatků Wilcoxova modelu je náchylnost výpočtu hodnot k a ω mimo třecí vrstvu (v neovlivněném proudění). Pro model v prostředí Ansys byla tato náchylnost omezena, nicméně model je stále při výpočtu na tento vliv náchylný. Standardní model $k - \omega$ je založený na transportních rovnicích turbulentní kinetické energie k a specifické disipace ω , který může být myšlen stejně jako u modelu $k - \varepsilon$. [14]

SST $k - \omega$ model

„Shear-stress-transport“ (STT) model byl vytvořen Menterem pro efektivní sloučení robustnosti a přesnosti výpočtu $k - \omega$ modelu v oblasti blízko stěny a závislosti volného proudění na modelu $k - \varepsilon$ v oblasti dál od stěny. Aby toho bylo dosaženo, model $k - \varepsilon$ byl převeden do $k - \omega$ modelu. STT model je podobný standardnímu modelu, obsahuje však upřesnění. Modely standardní $k - \omega$ a převedený $k - \varepsilon$ jsou násobeny směšovací funkcí a oba jsou sečteny. Směšovací funkce nabývá hodnoty jedna v oblasti blízko stěny, kde aktivuje standardní $k - \omega$ model a hodnoty nula v oblasti dál od stěny, kde aktivuje výpočtový model $k - \varepsilon$. Definice turbulentní vazkosti je upravena tak, aby vyjadřovala šíření smykového tření. Výpočtové konstanty se liší oproti standardnímu modelu. To umožňuje STT modelu vyšší přesnost a možnost užití na širokou škálu proudění včetně nežádoucích tlakových toků, nebo rázových vln. [14]

BSL $k - \omega$ model

Jak bylo řečeno u STT modelu, standardní model je náchylný v oblasti volného proudu. Principiálně BSL model pracuje stěně jako STT s jednou rozdílem. Definice turbulentní vazkosti není vyjádřena šířením smykového tření. To znemožňuje použití modelu pro výpočet při existenci rázových vln. [16]

A další modely uvedené jen heslovitě z důvodu rozsáhlosti popisu (popis v literatuře [17] a [14]).

Reynoldsova napětí, SAS model, DES model, LES model.

Modely založené na ε , nebo ω jsou relativně citlivé na hodnoty bezrozměrné vzdálenosti stěny, označované jako y^+ .

9.4. Bezrozměrná vzdálenost stěny (y^+)

V mechanice tekutin existuje zákon zvaný „Law of the Wall“ (zákon stěny), který uvádí průměrnou rychlost turbulentního proudu do určitého místa od stěny jako funkci přímo úměrnou logaritmické vzdálenosti daného místa ke stěně. Prvně tuto závislost zformulovali Nikurdas společně s Prandtlm pomocí bezrozměrné dimenzionální analýzy. Logaritmický zákon stěny odvozen v literatuře [18].

$$w^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad 9.4.1.$$

Kde w^+ je bezrozměrná rychlost (poměr střední rychlosti k třetí rychlosti), y^+ bezrozměrná vzdálenost stěny a C integrační konstanta.:

Pomocí bezrozměrné vzdálenosti y^+ se popisuje vývoj rychlosti od místa v blízkosti stěny dále do proudu. V CFD se hodnota vztahuje k velikosti (výšce) první buňky u stěny ve výpočetní síti. Je definována jako:

$$y^+ = \frac{y \cdot w^*}{\nu} \quad 9.4.2.$$

Kde y je vzdálenost od stěny, w^* třetí rychlost a ν kinematická viskozita.

Třetí rychlost je definována vztahem:

$$w^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad 9.4.3.$$

Kde τ_w je smykové tření na stěně.

Obecně je u turbulentních modelů důležité pokrytí mezní vrstvy dostatečným počtem buněk výpočetní sítě, než dosažení přesné hodnoty y^+ . Nicméně pro výpočty s vysokou přesností vlivu mezní vrstvy (zvláště při přestupu tepla) je doporučena hodnota $y^+ \leq 1$. V případě použití stěnových funkcí je nezbytné vyloučit výpočetní síť s hodnotami $y^+ < 30$. Pod touto hodnotou jsou hodnoty smykového tření a přestupu tepla při užití stěnových funkcí velmi zhoršené a nedůvěryhodné. Z tohoto důvodu se doporučuje pro modely založené na rovnicích ε , nebo ω užití doplňujících stěnových funkcí. [19]

9.5. Postup při řešení libovonné úlohy pomocí CFD

- 1) Vytvoření geometrie
- 2) Vytvoření výpočetní sítě na geometrii
- 3) Kontrola sítě
- 4) Export výpočetní sítě do výpočetního prostředí
- 5) Výběr výpočetního modelu (rovnice pro energii, turbulenci atd.)
- 6) Specifikace fyzikálních vlastností materiálů
- 7) Specifikace okrajových podmínek
- 8) Nastavení monitorů výpočtu a inicializace výpočtu
- 9) Výpočet
- 10) Zpracování výsledků numerické simulace

10. Modelování mezní vrstvy v prostředí ANSYS [19]

Problém mezní vrstvy, jak byl v práci popsán, vyžaduje zvláštní pozornost při tvoření výpočetní sítě. Pro řešení této problematiky v prostředí ANSYS se používá funkce „Inflation“.

Funkce inflace se v CFD používá k rozlišení mezní vrstvy, elektromagnetické vzduchové kapsy, nebo k řešení vysoké koncentrace napětí pro stavby. Mezní vrstvu definuje uživatel. K její definici používá následující možnosti:

- 1) **Smooth Transition**, neboli hladký přechod používá buňky sítě pro výpočet počáteční a celkové výšky buňky tak, aby rychlost změny objemu byla pozvolná, čili hladká. Každá stěna buňky, kde probíhá zhuštění výpočetní sítě, bude mít průměrnou výšku v uzlech počítanou s ohledem na její okolí. To znamená, že pro obecné výpočetní sítě bude počáteční výška zhruba stejná, kdežto se změnou hustoty sítě se změní i počáteční výška. Přechod je dále ovlivněn přechodovým koeficientem, který udává, jak hladký přechod má být a růstovým koeficientem, který ovlivňuje celkovou vrstvu zhuštění.
- 2) **Total Thickness**, neboli celková tloušťka vytváří konstantní inflační vrstvy pomocí počtu vrstev a růstového koeficientu k získání celkové tloušťky limitované maximální tloušťkou zadanou uživatelem. Na rozdíl od možnosti Smooth Transition tloušťka první inflační vrstvy a každé následující zůstává konstantní v různých výpočetních sítích.
- 3) **First Layer Thickness**, neboli tloušťka první vrstvy vytváří konstantní inflační vrstvu pomocí výšky první vrstvy, maximálního počtu vrstev a růstového koeficientu ve výpočetní síti. Stejně jako u Total Thickness tloušťka první inflační vrstvy a každé následující zůstává konstantní v různých výpočetních sítích.
- 4) **First Aspect Ratio**, neboli koeficient poměru stran první buňky se používá pro vytvoření sítě pomocí poměru stran první buňky, maximálního počtu vrstev a růstového koeficientu. Poměr stran buňky je definován jako šířka k výšce buňky (výška ve směru normály).
- 5) **Last Aspect Ratio**, neboli koeficient poměru stran poslední buňky vytváří síť na základě výšky první vrstvy, maximálním počtu vrstev a poměrovém koeficientu poslední buňky (šířka k výšce buňky).

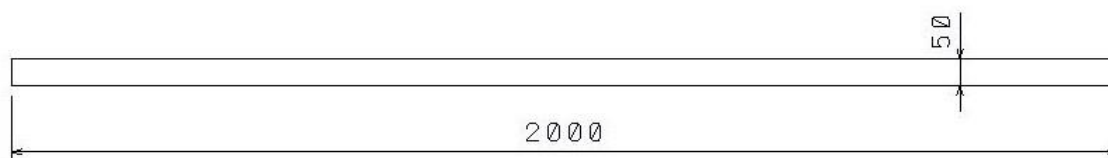
11. Vlastní řešení úlohy modelování mezní vrstvy

11.1. Definice úlohy

Modelování mezní vrstvy s vlivem na přestup tepla a tlakové ztráty v proudící kapalině v přímém potrubí je jeden z nejčastějších případů v praxi. Jedná o transport kapaliny potrubím s vlivem okolní teploty.

Úkolem bylo na dané geometrii vytvoření výpočetní sítě s různými typy mezní vrstvy v oblasti u stěny potrubí pomocí funkcí Smooth Transition a First Layer Thickness. Následné zhodnocení vlivu na celkové tlakové ztráty a přestup tepla. Geometrie je zobrazena na obr. 17.

Na základě teoretických znalostí z předchozích kapitol byl očekáván turbulentní proudění v závislosti na dané rychlosti proudění, rozměrech modelované trubky a viskozity proudící kapaliny. Vlivem ohřívání kapaliny od teplejší stěny trubky bylo očekáváno zvýšení hodnot složek rychlostí v oblasti mezní vrstvy zmíněné v kap. 8.1. Pro vlastní numerickou simulaci bylo uvažováno stacionární proudění bez vlivů tíhy proudící kapaliny a konstantní teploty stěny trubky. Veličiny pro výpočet tlakových ztrát a přestup tepla jsou uvedeny v tab. 7. Jedná se o okrajové podmínky úlohy.



obr. 17 geometrie úlohy

Označení	Hodnota	Jednotky	Veličina
Voda			Proudící kapalina
w_f	1	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost proudění
T_f	293,15	$[K]$	Teplota kapaliny
ρ	998,2	$[kg \cdot m^3]$	Hustota
ν	$1,004 \cdot 10^{-6}$	$[m^2 \cdot s^{-1}]$	Kinematická viskozita
η	$1,002 \cdot 10^{-3}$	$[Pa \cdot s]$	Dynamická viskozita
d	0,05	$[m]$	Průměr potrubí
L	2	$[m]$	Délka potrubí
T_W	353,15	$[K]$	Teplota stěny potrubí
p	$p_{ATM} = 101325$	$[Pa]$	Tlak
λ	0,6	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$	Tepelná vodivost

tab. 7 Parametry úlohy

11.2. Analytický výpočet

Analytický výpočet byl proveden pro tlakové ztráty třením v proudící kapalině v potrubí a součinitele přestupu tepla pomocí teorie podobnosti.

Pro tlakové ztráty je důležitá hodnota Re čísla, které udává poměr třecích a setrvačných sil. Výpočet byl proveden podle vzorce z literatury [10] s hodnotami z tab. 7.

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu} = \frac{\rho \cdot w \cdot D}{\eta} = \frac{998,2 \cdot 1 \cdot 0,05}{1,002 \cdot 10^{-3}} = 49810[-] \quad 11.2.1.$$

Na základě vypočtené hodnoty Re čísla je možno říci, že se jedná o turbulentní proudění. Dle literatury [10] hodnota $Re > 4\,000$ udává turbulentní proudění kapaliny.

Stanovení tlakové ztráty

Pro výpočet tlakové ztráty bylo nutné určit hodnotu součinitele třecích ztrát dle vztahu 4.2.4 pro turbulentní proudění.

$$\lambda_z = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{49810}} = 0,02118[-] \quad 11.2.2.$$

Pomocí součinitele třecích ztrát je možno dopočítat celkovou tlakovou ztrátu v potrubí dle vztahu 4.2.5.

$$p_z = \lambda_z \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2} = 0,02118 \cdot \frac{2}{0,05} \cdot \frac{998,2 \cdot 1^2}{2} = 422,838[Pa] \quad 11.2.3.$$

Stanovení součinitele přestupu tepla

Stanovení součinitele přestupu tepla bylo dosaženo pomocí vztahů z kapitoly 8.3. Jak bylo řečeno, proud se vyvine ve vzdálenosti $L/d = 10 - 60$. Pro daný případ:

$$\frac{L}{d} = \frac{2}{0,05} = 40 \quad 11.2.4.$$

Poměr těchto dvou veličin je 40. Z tohoto důvodu byly vypočítány hodnoty součinitele přestupu tepla jak pro vstupní oblast, tak pro oblast plně vyvinutého proudu.

Součinitel přestupu tepla pro vstupní oblast

$$\overline{Nu} = 0,036 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0,055} \quad 11.2.5.$$

Kde hodnota Re čísla byla vypočítána již pro tlakové ztráty a hodnota Pr čísla je:

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{c_p \cdot \rho \cdot \nu}{\lambda} = \frac{4182 \cdot 998,2 \cdot 1,004 \cdot 10^{-6}}{0,6} = 6,98529[-] \quad 11.2.6.$$

Po dosazení hodnot do vzorce:

$$\overline{Nu} = 0,036 \cdot 49810^{0,8} \cdot 6,98529^{0,33} \cdot \left(\frac{0,05}{2}\right)^{0,055} = 319,612[-] \quad 11.2.7.$$

Pomocí základního vzorce pro Nu číslo dostaneme hledaný součinitel přestupu tepla.

$$\overline{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda}{d} = \frac{319,612 \cdot 0,6}{0,05} = 3835,344 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}] \quad 11.2.8.$$

Součinitel přestupu tepla pro vyvinutý proud

Hodnoty Re čísla a Pr čísla se nemění, proto je možné pokračovat přímo vzorcem Nu čísla pro vyvinutý proud.

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} = 0,023 \cdot 49810^{0,8} \cdot 6,98529^{0,4} = 286,586[-] \quad 11.2.9.$$

Stejným způsobem pro součinitel přestupu tepla z Nu čísla

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{286,586 \cdot 0,6}{0,05} = 3439,032 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}] \quad 11.2.10.$$

Výsledky analytické metody byly shrnuty v tab. 8.

	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	422,838	[Pa]
Součinitel přestupu tepla pro vstupní oblast	3835,344	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
Součinitel přestupu tepla pro oblast plně vyvinutého proudu	3439,032	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$

tab. 8 Výsledky analytické metody

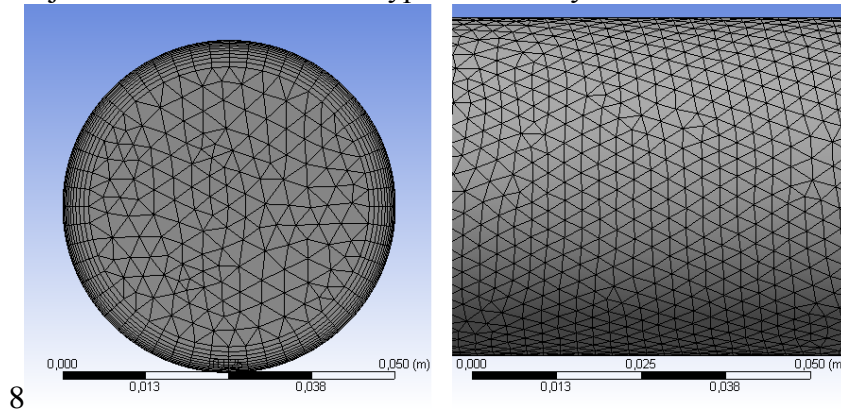
11.3. Numerický výpočet

Pro vytvoření modelu byl použit program ANSYS Design Modeler. Tvorba sítě a mezní vrstvy byla provedena v programu ANSYS Meshing. Byly vytvořeny výpočetní sítě, každá se dvěma typy mezní vrstvy. Pro mezní vrstvu byly použity funkce Smooth Transition a First Layer Thickness. Výpočetní modely byly použity $SST k - \omega$ a $Relizable k - \varepsilon$. Celkem bylo provedeno 10 numerických simulací.

1) Výpočet 1

Výpočetní síť

Pro první výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „Smooth Transition“ s počtem vrstev 10. Počet buněk sítě 1 240 275, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 18. Výpočetní čas byl zhruba 30 min.



obr. 18 Výpočet 1 – výpočetní síť

Numerické výsledky

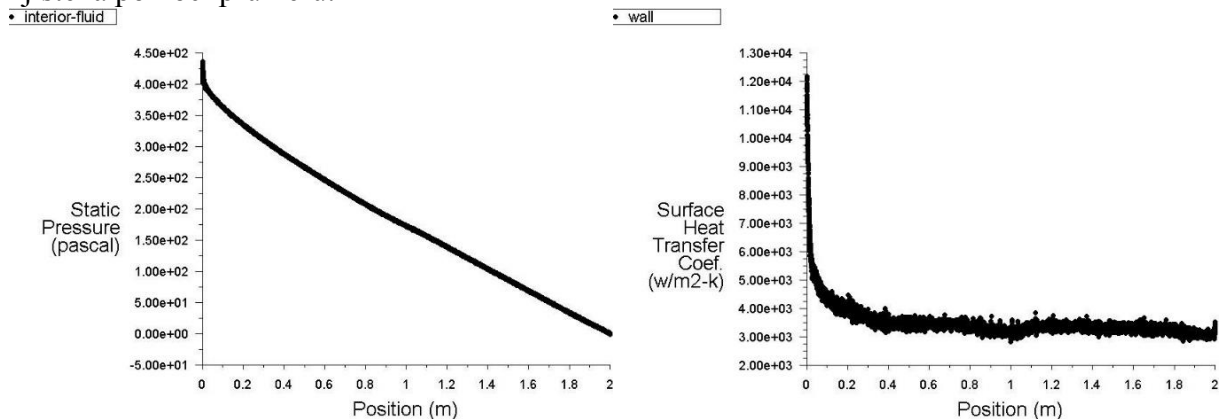
Pro řešení byl vybrán výpočtový model $SST\ k - \omega$. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 9.

Výpočet 1	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	411,198	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3505,083	[$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
Teplota na výstupu	302,205	[K]
Počet vrstev zhuštění	10	[–]
Y+	3,730	[–]

tab. 9 Výpočet 1 - numerické výsledky

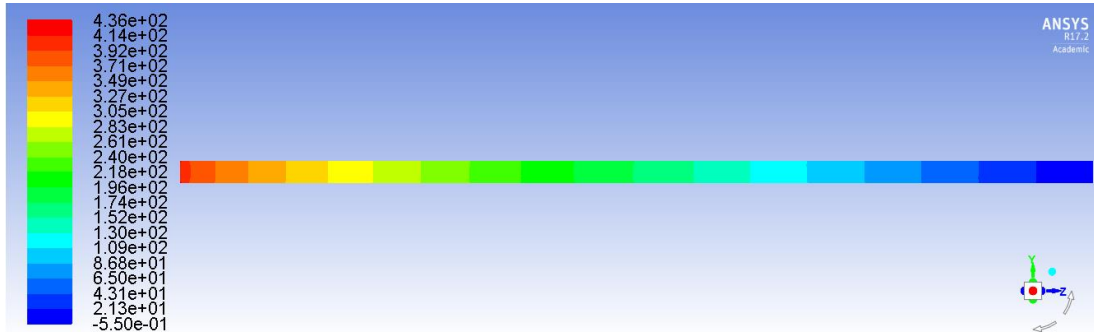
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 19 (vlevo) je znázorněna závislost tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchytku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Hodnota součinitele přestupu tepla (na obr. vpravo) se ustálila v rozmezí $3000 - 4000 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$ ve vzdálenosti zhruba 400 mm od vstupu. Odečtená hodnota součinitele přestupu tepla byla zjištěna pomocí průměru.

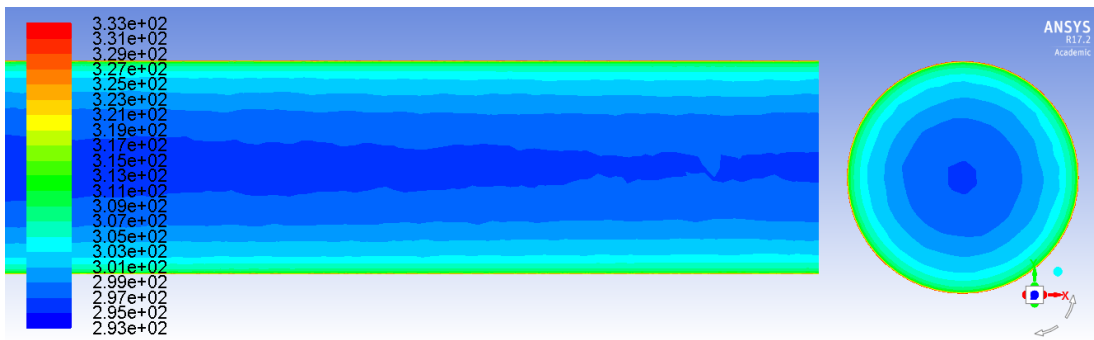


obr. 19 Výpočet 1 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 20 a obr. 21 jsou zobrazeny kontury tlaku a teploty po délce trubky. Na obr. 21 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Změna teploty je pozvolná v celé části trubky. Výraznější teplotní spád se nachází v oblasti blízko u stěny. Oblast s nezměněnou teplotou uprostřed trubky téměř zanikla.

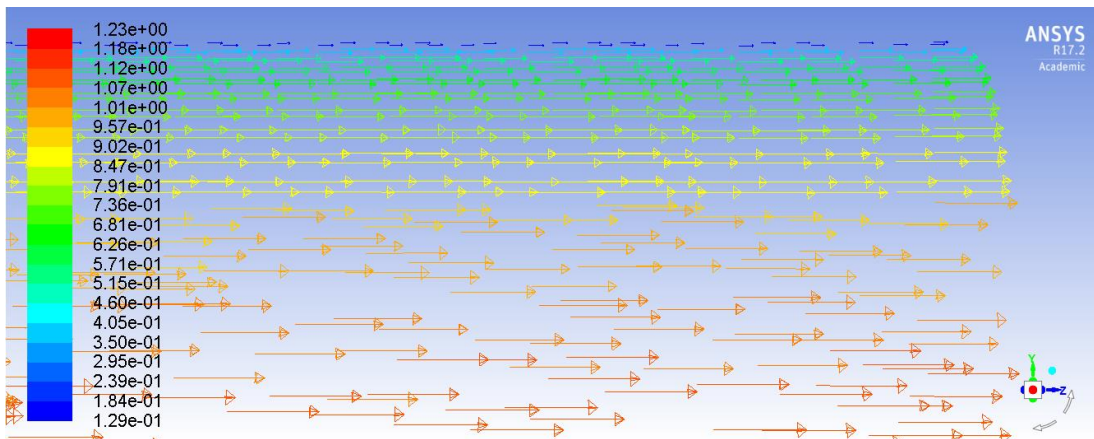


obr. 20 Výpočet 1 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 21 Výpočet 1 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

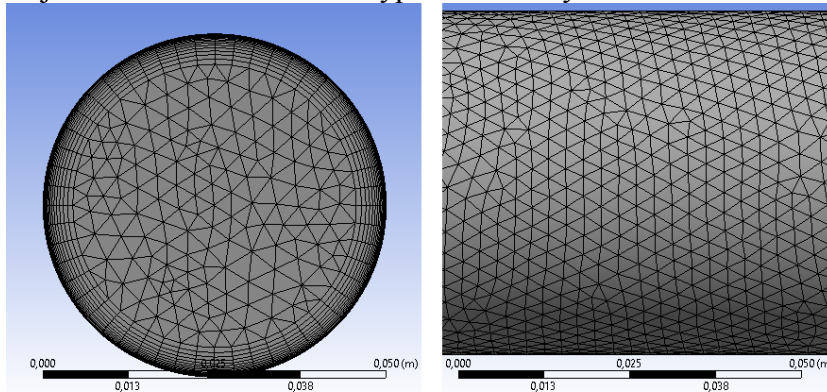
Na obr. 22 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Je patrné snížení rychlosti proudu a profil proudu při dané síti a použitém turbulentním modelu v blízkosti stěny. Směrem dál od stěny se rychlost stabilizuje na určité hodnotě.



obr. 22 Výpočet 1 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

2) Výpočet 2

Pro druhý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „Smooth Transition“ s počtem vrstev 15. Počet buněk sítě 1 634 933, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 23. Výpočetní čas byl zhruba 35 min.



obr. 23 Výpočet 2 – výpočetní síť

Numerické výsledky

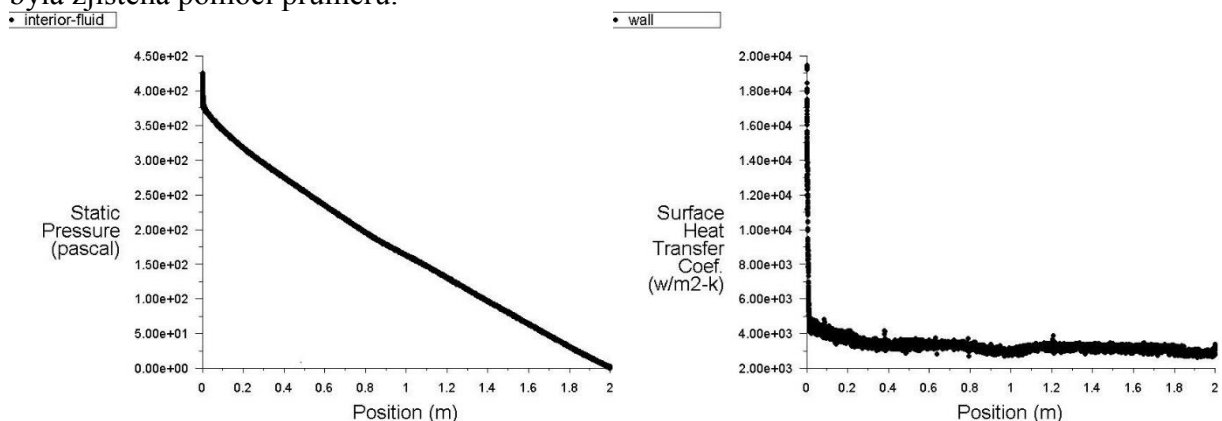
Pro řešení byl vybrán výpočtový model $SST k - \omega$. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 10.

Výpočet 2	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	486,775	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3333,181	[$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
Teplota na výstupu	301,886	[K]
Počet vrstev zhuštění	15	[–]
Y+	1,458	[–]

tab. 10 Výpočet 2 - numerické výsledky

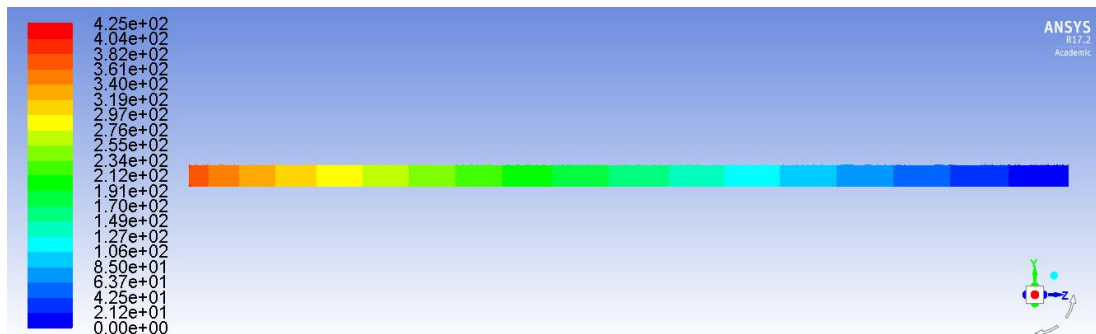
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 24 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) vykazuje velmi rychlé přiblížení výsledné hodnotě již ve vzdálenosti zhruba 300 mm od vstupu, kde se ustálila v rozmezí 3000 – 4000 [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]. Odečtená hodnota byla zjištěna pomocí průměru.

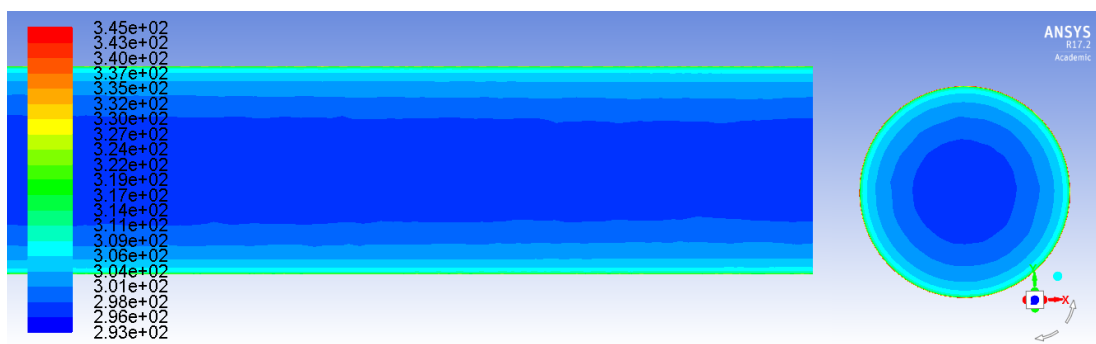


obr. 24 Výpočet 2 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 25 a obr. 26 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 26 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Pokrytím oblasti mezní vrstvy vyšším počtem buněk sítě je patrnější její vliv. Oproti numerickému výpočtu 1 zůstává tepelně neovlivněna větší oblast proudu v okolí osy trubky. Následně je patrný větší teplotní spád v blízkosti stěny.

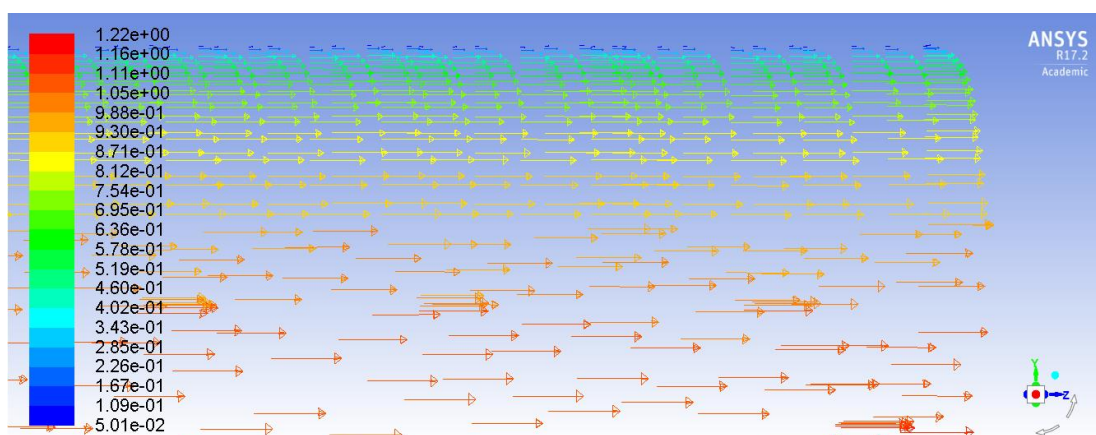


obr. 25 Výpočet 2 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 26 Výpočet 2 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

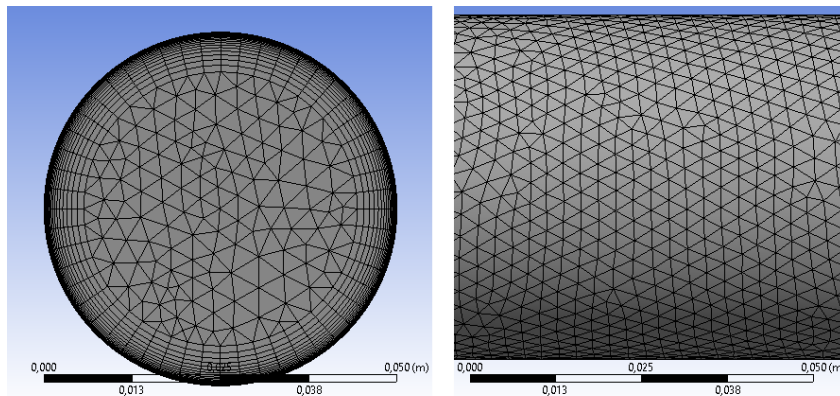
Na obr. 27 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Vyšší počet buněk výpočetní sítě v oblasti blízko stěny dává lepší představu o rychlostním profilu při daném turbulentním modelu. Je zřejmé snížení rychlosti směrem ke stěně.



obr. 27 Výpočet 2 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

3) Výpočet 3

Pro třetí výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 20 a tloušťkou první vrstvy $3 \cdot 10^{-5}$ mm. Počet buněk 1 999 869, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 28. Výpočetní čas byl zhruba 45 min.



obr. 28 Výpočet 3 – výpočetní síť

Numerické výsledky

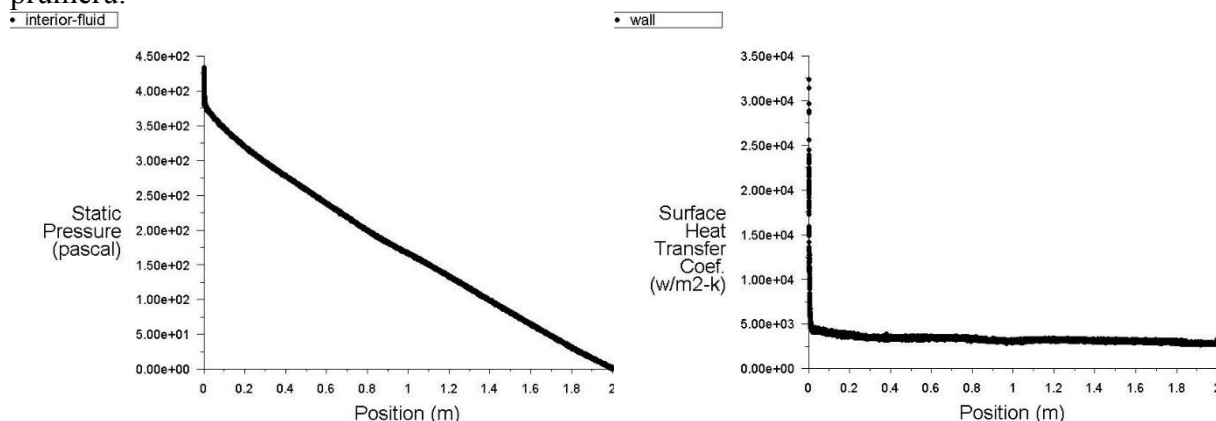
Pro řešení byl vybrán výpočtový model $SST k - \omega$. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 11.

Výpočet 3	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	389,092	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3322,929	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
Teplota na výstupu	301,936	[K]
Počet vrstev zhuštění	20	[–]
Y+	0,714	[–]

tab. 11 Výpočet 3 - numerické výsledky

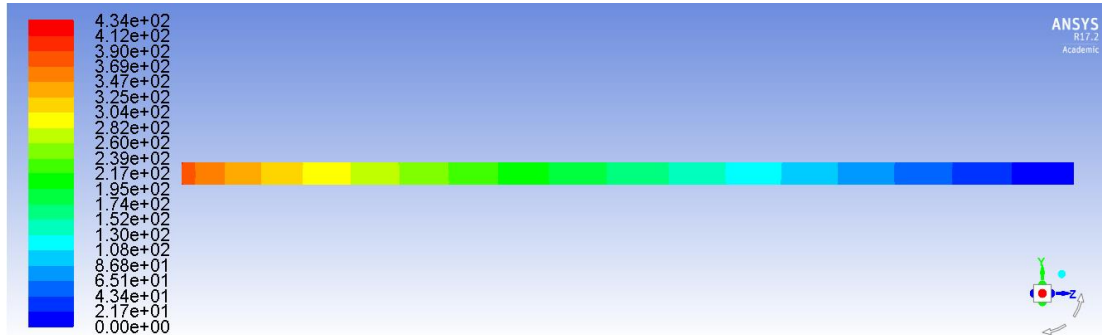
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 29 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) vykazuje malé výchyly od své hodnoty v rozmezí $3000 - 4500 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$ již na začátku potrubí. Odečtená hodnota byla zjištěna pomocí průměru.

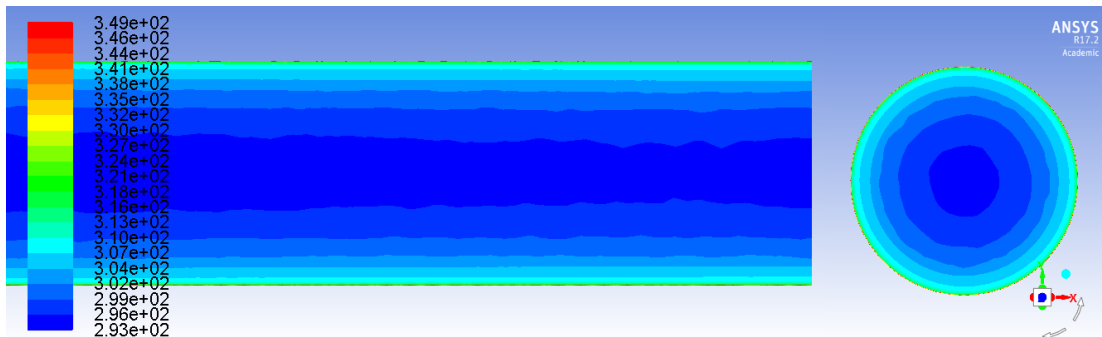


obr. 29 Výpočet 3 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 30 a obr. 31 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 31 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Oblast s neovlivněnou teplotou proudu zaujímá zhruba třetinu celkového objemu. Následuje pozvolná změna teploty s maximálním teplotním spádem ve velmi tenké oblasti u stěny.

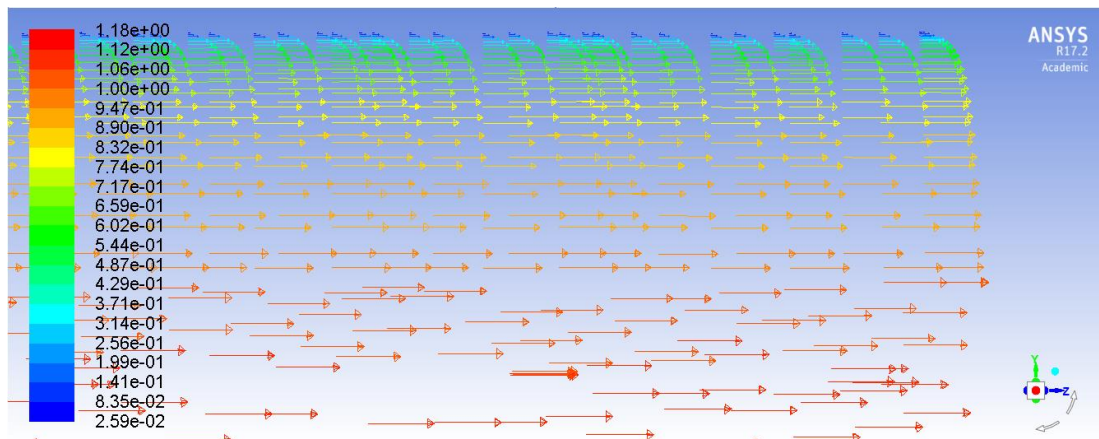


obr. 30 Výpočet 3 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 31 Výpočet 3 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

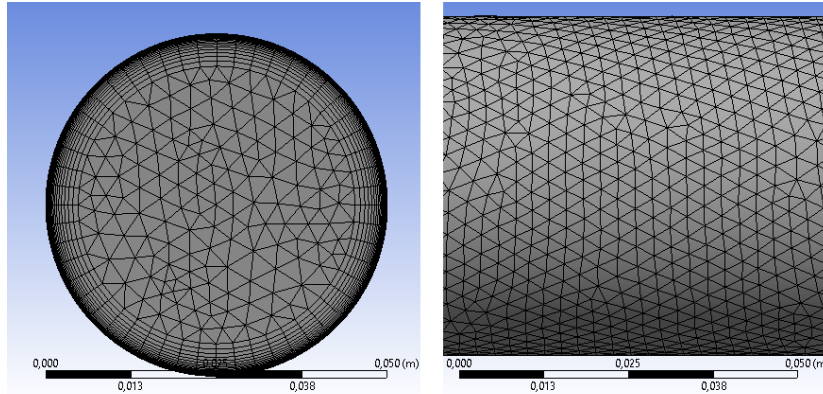
Na obr. 32 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Je patrná poměrně velká oblast proudu s vysokou rychlostí a rychlostní spád v oblasti blízko u stěny.



obr. 32 Výpočet 3 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

4) Výpočet 4

Pro čtvrtý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 25 a tloušťkou první vrstvy $1 \cdot 10^{-5}$ mm. Počet buněk sítě 2 448 163. Maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 33. Výpočetní čas byl zhruba 50 min.



obr. 33 Výpočet 4 – výpočetní síť

Numerické výsledky

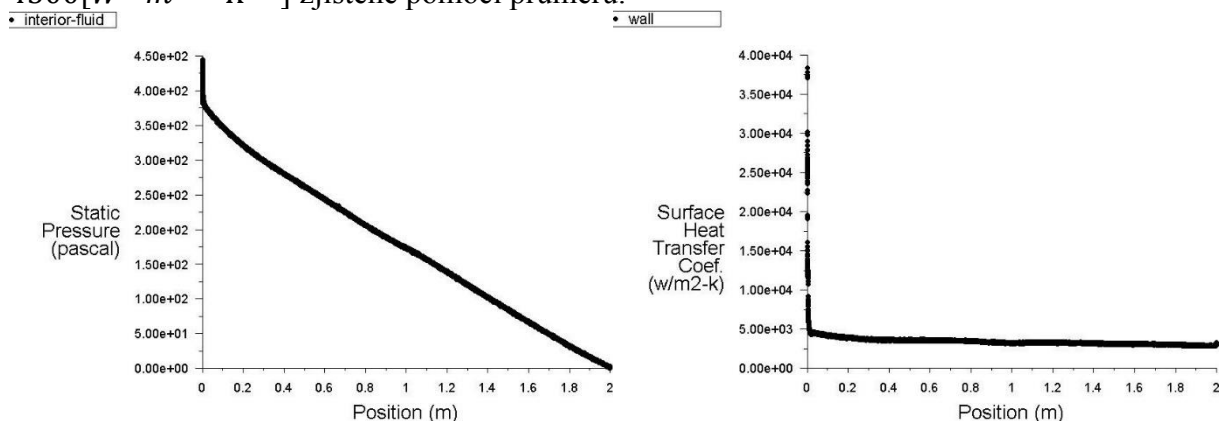
Pro řešení byl vybrán výpočtový model $SST k - \omega$. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 12.

Výpočet 4	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	391,680	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3432,611	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
Teplota na výstupu	302,177	[K]
Počet vrstev zhuštění	25	[–]
Y+	0,249	[–]

tab. 12 Výpočet 4 - numerické výsledky

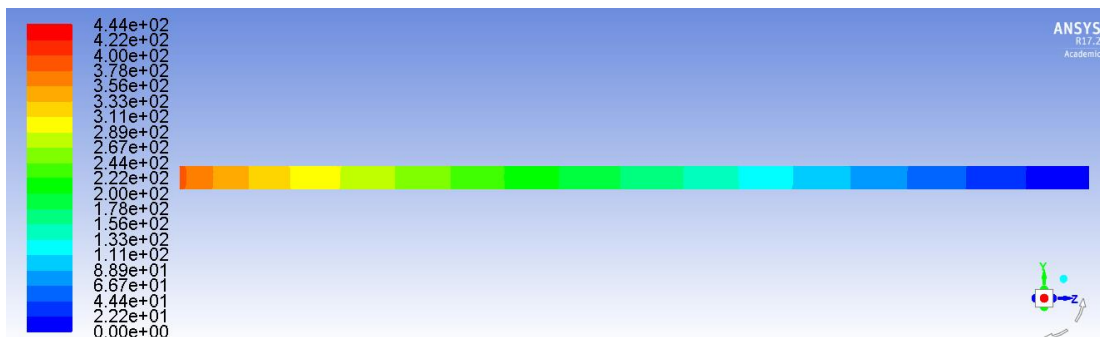
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 34 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Průběh součinitele přestupu tepla (na obr. vpravo) vykazuje jen malé odchylky jako v případě výpočtu 3. Již na prvních 100 mm od vstupu do trubky nabývá hodnot blízkých odečtené hodnotě v rozmezí 3000 – 4500 $[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$ zjištěné pomocí průměru.

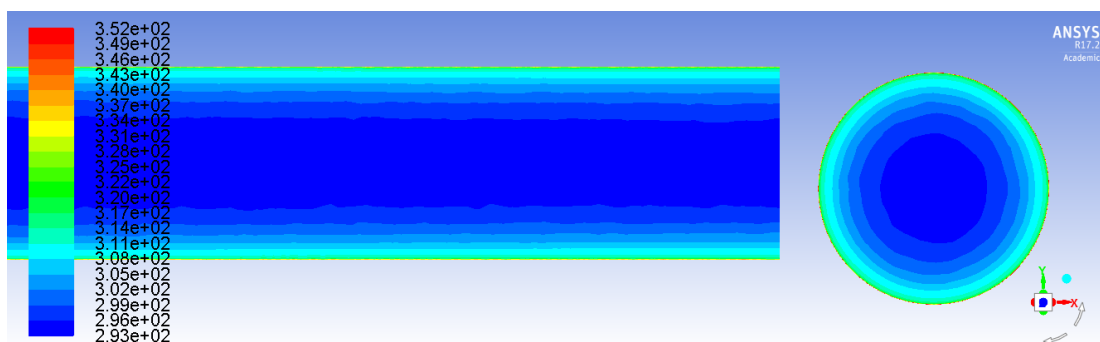


obr. 34 Výpočet 4 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 35 a obr. 36 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 36 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Oblast se stálou teplotou neovlivněnou teplotou stěny zaujímá až polovinu celkového proudu. Blíže ke stěně teplota proudu pozvolna stoupá, až těsně u stěny nabývá vysokých hodnot.

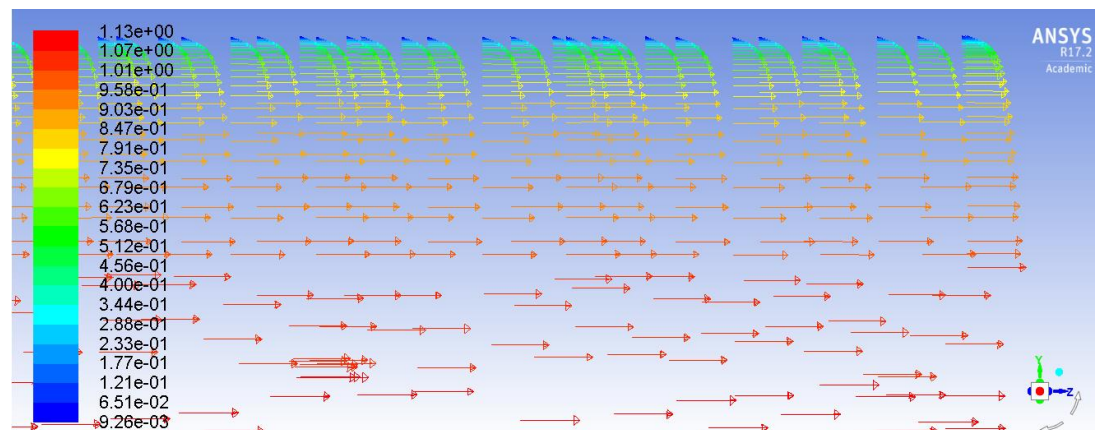


obr. 35 Výpočet 4 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 36 Výpočet 4 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

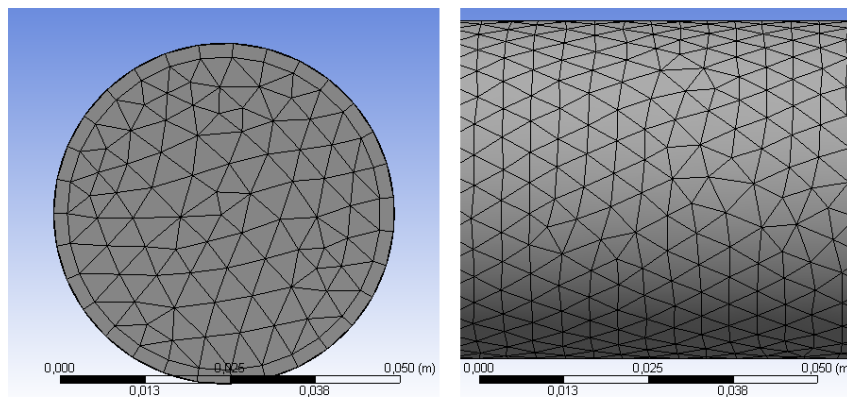
Na obr. 37 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Je patrná velká oblast s vysokou rychlostí až do vzdálenosti zhruba 5 mm od stěny a následně velký rychlostní spád v oblasti u stěny.



obr. 37 Výpočet 4 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

5) Výpočet 5

Pro pátý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 1 a tloušťkou první vrstvy 2 mm. Počet buněk sítě 221 091, maximální velikost buňky 5 mm. Síť je zobrazena na obr. 38. Výpočetní čas byl zhruba 20 min.



obr. 38 Výpočet 5 – výpočetní síť

Numerické výsledky

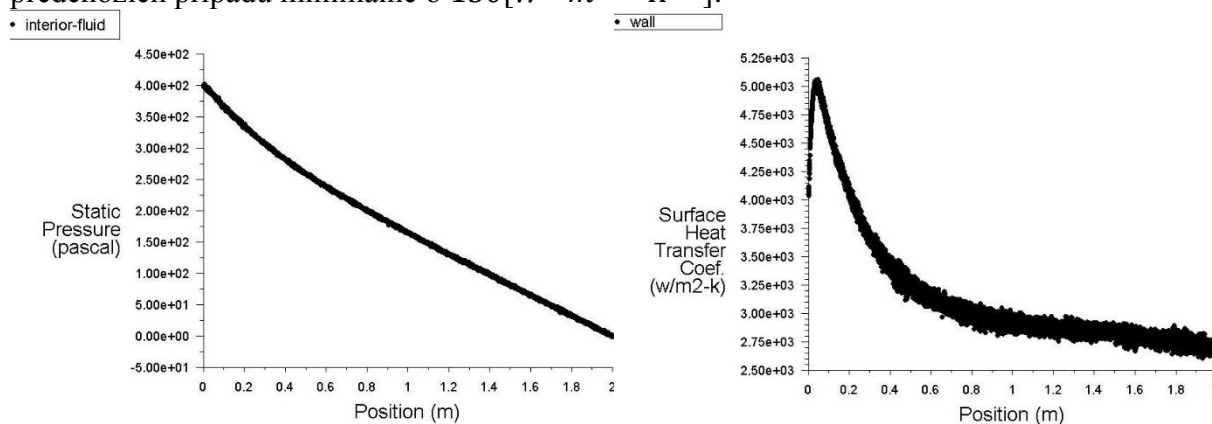
Pro řešení byl vybrán výpočtový model $SST\ k - \omega$. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 13.

Výpočet 5	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	398,468	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3164,868	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	301,448	[K]
Počet vrstev zhuštění	1	[–]
Y+	46,130	[–]

tab. 13 Výpočet 5 - numerické výsledky

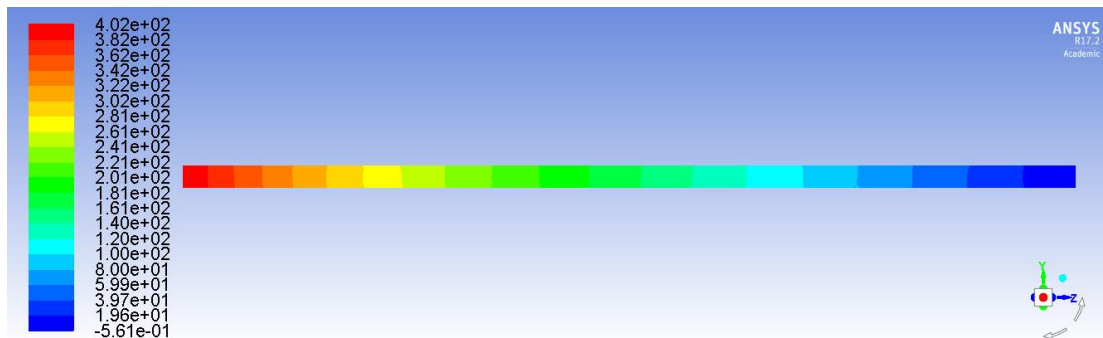
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 39 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) konverguje ke své hodnotě pozvolna, což je dáno nedostatečným vlivem mezní vrstvy. Odečtená hodnota, zjištěna pomocí průměru, se liší od předchozích případů minimálně o 150[W · m⁻² · K⁻¹].

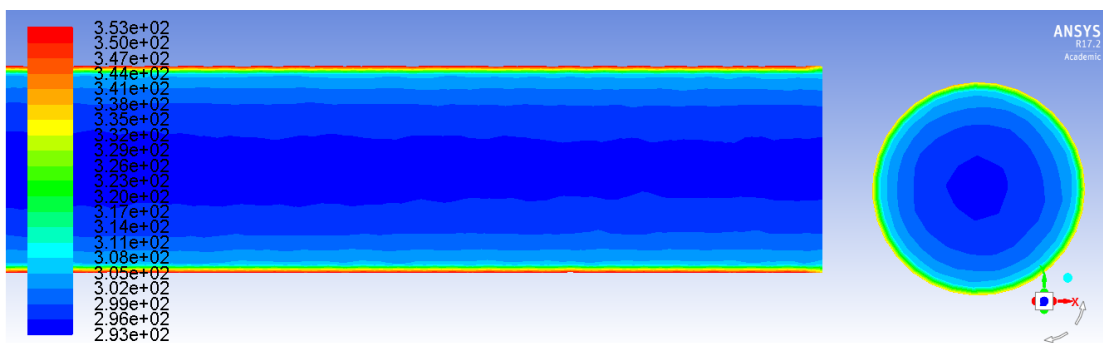


obr. 39 Výpočet 5 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 40 a obr. 41 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 41 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řež rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Vlivem nedostatečného pokrytí mezní vrstvy buňkami výpočetní sítě se značně zvětšila oblast v blízkosti stěny s teplotou téměř totožnou s teplotou stěny. To mělo vliv i na průměrnou hodnotu teploty proudu na výstupu z trubky.

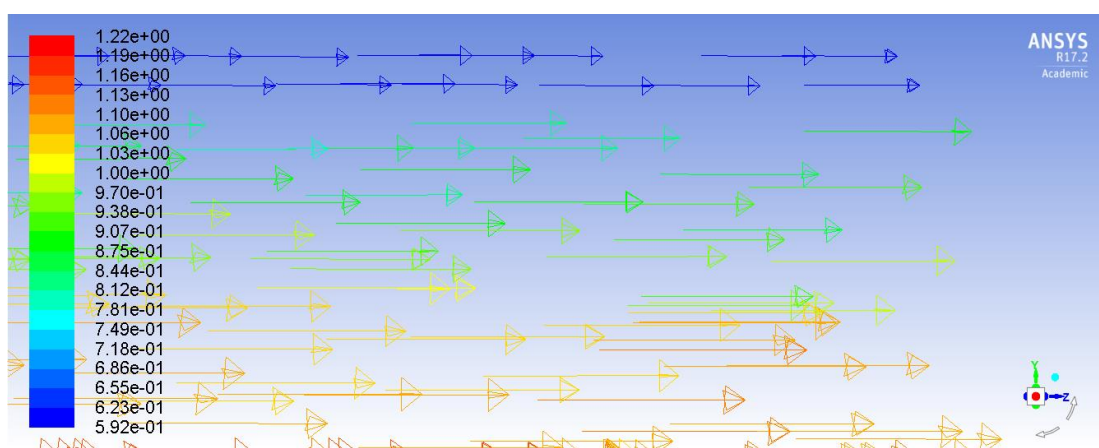


obr. 40 Výpočet 5 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 41 Výpočet 5 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

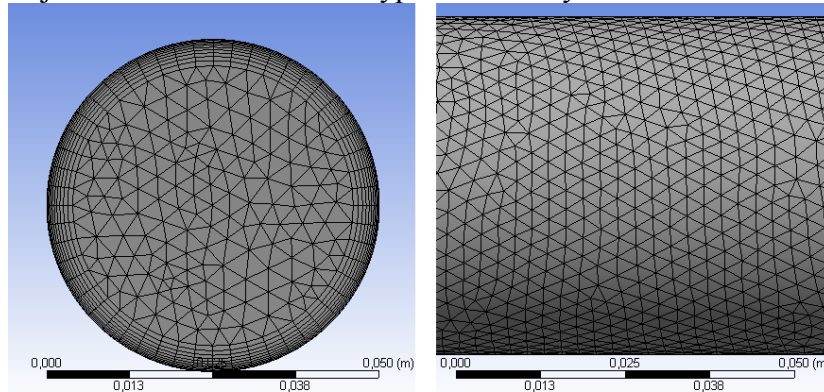
Na obr. 42 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Příliš malá hustota sítě má za důsledek nedostatečnou představu o průběhu rychlosti v mezní vrstvě a její vliv na celkový proud.



obr. 42 Výpočet 5 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

6) Výpočet 6

Pro čtvrtý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „Smooth Transition“ s počtem vrstev 10. Počet buněk sítě 1 240 275, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 43. Výpočetní čas byl zhruba 30 min.



obr. 43 Výpočet 6 – výpočetní síť

Numerické výsledky

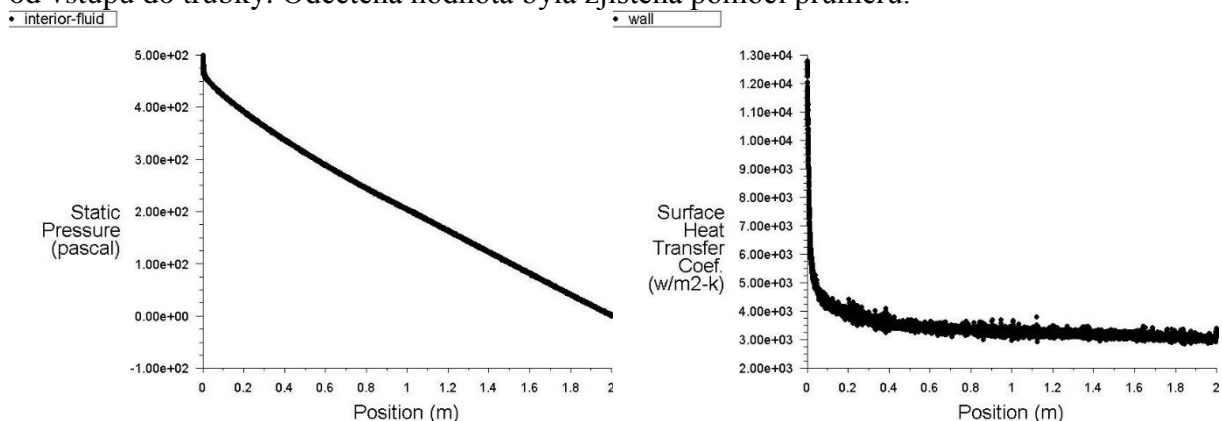
Pro řešení byl vybrán výpočtový model *Relizable k – ε*. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 14.

Výpočet 6	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	471,983	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3437,849	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	301,826	[K]
Počet vrstev zhuštění	10	[–]
Y+	4,081	[–]

tab. 14 Výpočet 6 - numerické výsledky

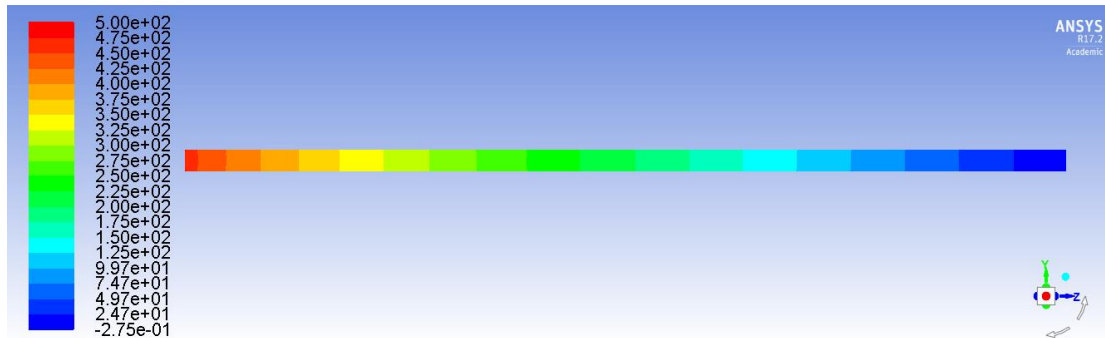
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 44 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) se své hodnotě v rozmezí 3000 – 4000 [W · m⁻² · K⁻¹] přiblížil zhruba 500 mm od vstupu do trubky. Odečtená hodnota byla zjištěna pomocí průměru.

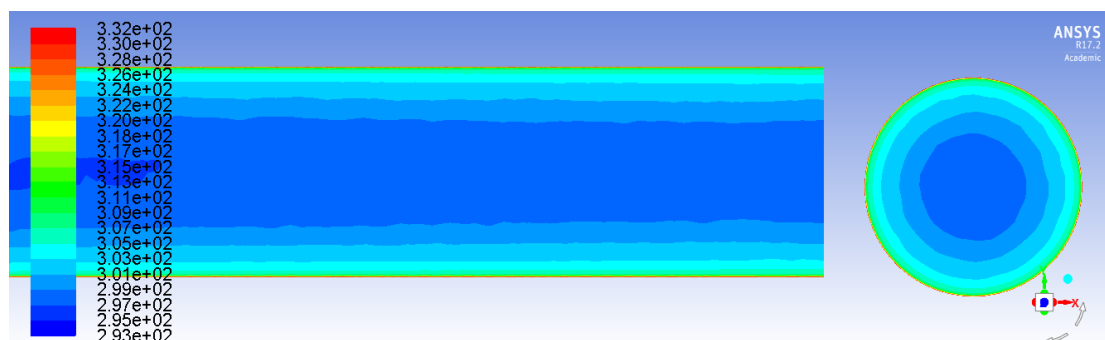


obr. 44 Výpočet 6 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 45 a obr. 46 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 46 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. V tomto případě vymizela teplotně neovlivněná oblast proudu.

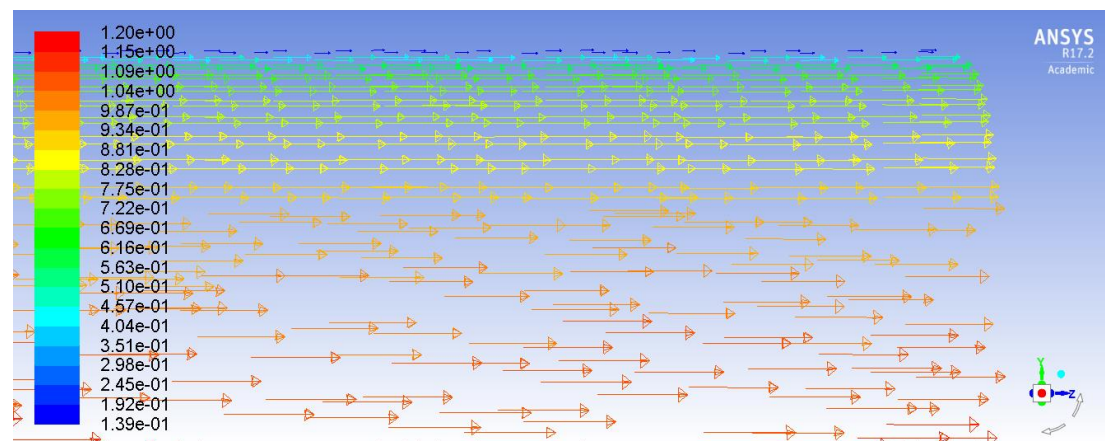


obr. 45 Výpočet 6 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 46 Výpočet 6 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

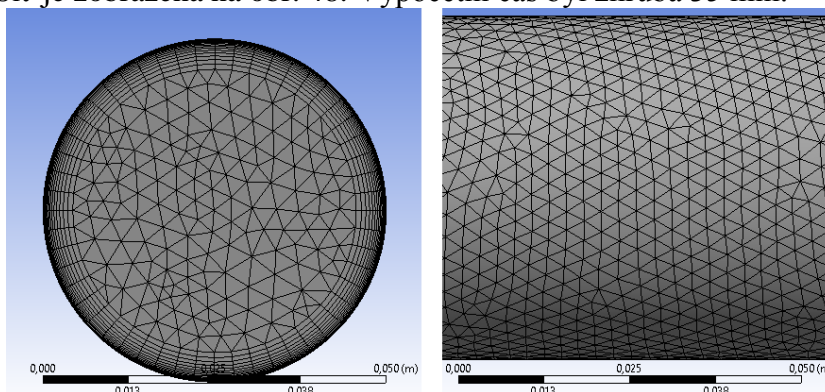
Na obr. 47 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Je patrná oblast mezní vrstvy se sníženou rychlostí proudění při dané výpočetní síti a turbulentním modelu.



obr. 47 Výpočet 6 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

7) Výpočet 7

Pro čtvrtý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „Smooth Transition“ s počtem vrstev 15. Počet buněk sítě 1 634 933, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 48. Výpočetní čas byl zhruba 35 min.



obr. 48 Výpočet 7 – výpočetní síť

Numerické výsledky

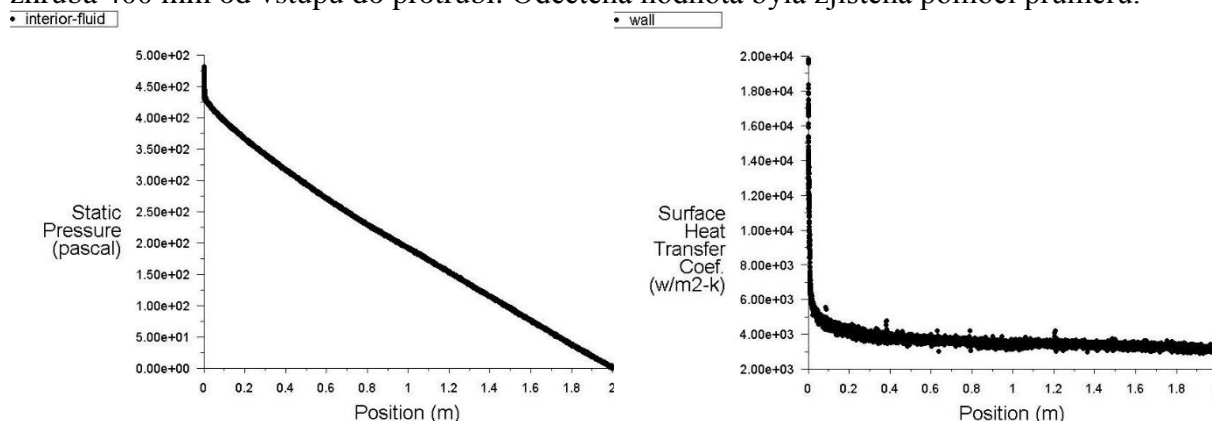
Pro řešení byl vybrán výpočtový model *Relizable k – ε*. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 15.

Výpočet 7	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	440,276	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3664,861	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	302,378	[K]
Počet vrstev zhuštění	15	[–]
Y+	1,598	[–]

tab. 15 Výpočet 7 - numerické výsledky

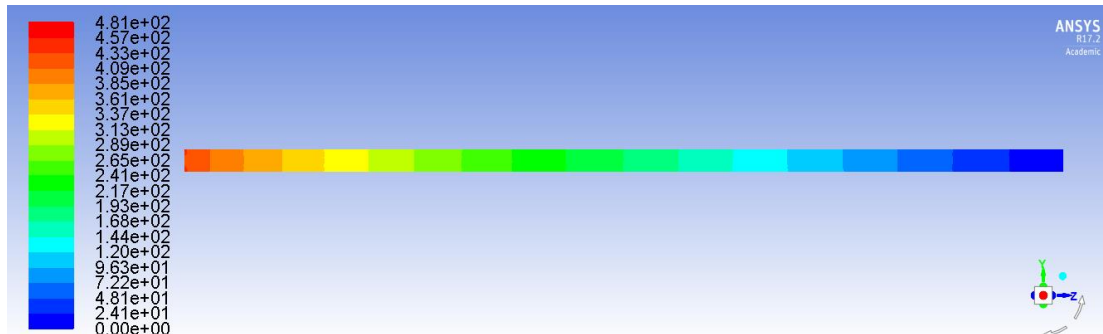
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 49 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Hodnota součinitele přestupu tepla (na obr. vpravo) se ustálila v rozmezí 3000 – 4500 [W · m⁻² · K⁻¹] ve vzdálenosti zhruba 400 mm od vstupu do potrubí. Odečtená hodnota byla zjištěna pomocí průměru.

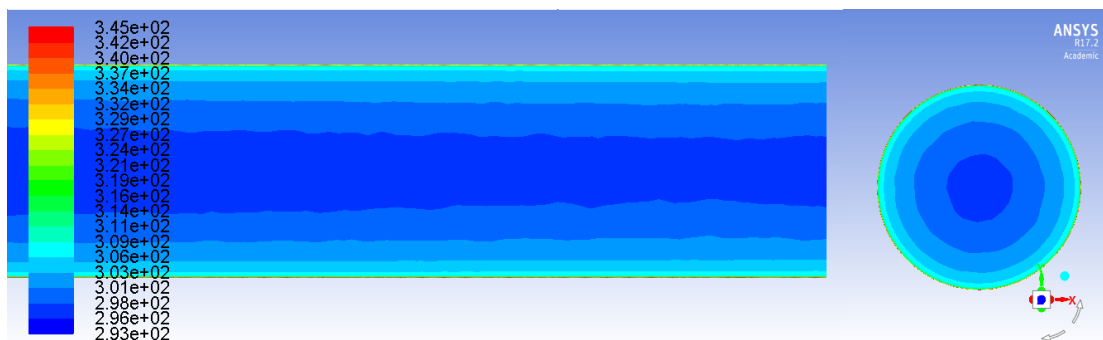


obr. 49 Výpočet 7 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 50 a obr. 51 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 51 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řez rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Vyšší počet buněk výpočetní sítě v oblasti mezní vrstvy zvýšil vliv mezní vrstvy na přestup tepla oproti výpočtu 6 a teplotně neovlivněná oblast proudu zde zaujímá zhruba třetinu proudu.

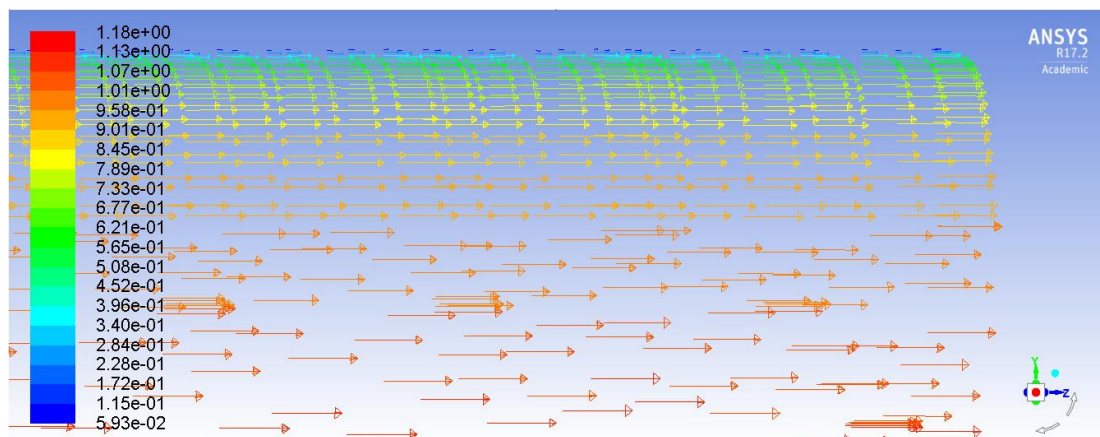


obr. 50 Výpočet 7 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 51 Výpočet 7 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

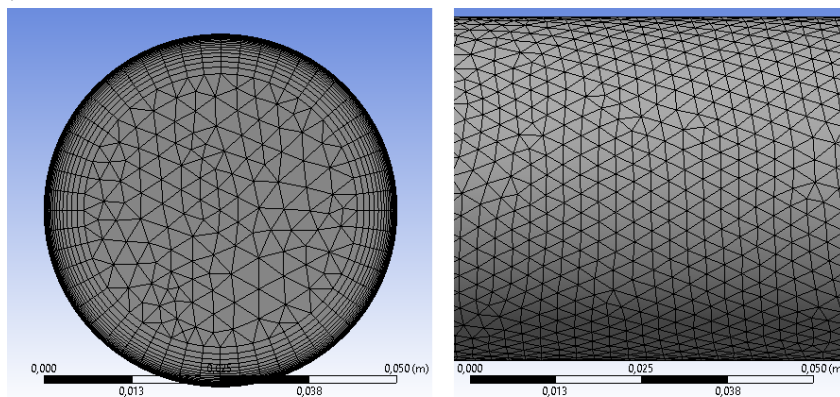
Na obr. 52 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Oblast mezní vrstvy je zde pokryta dostatečným počtem buněk. Je zde dobře vidět rychlostní spád v oblasti blízko u stěny.



obr. 52 Výpočet 7 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

8) Výpočet 8

Pro čtvrtý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 20 a tloušťkou první vrstvy 0,00003 mm. Počet buněk sítě 1 999 869, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 53. Výpočetní čas byl zhruba 45 min.



obr. 53 Výpočet 8 – výpočetní síť

Numerické výsledky

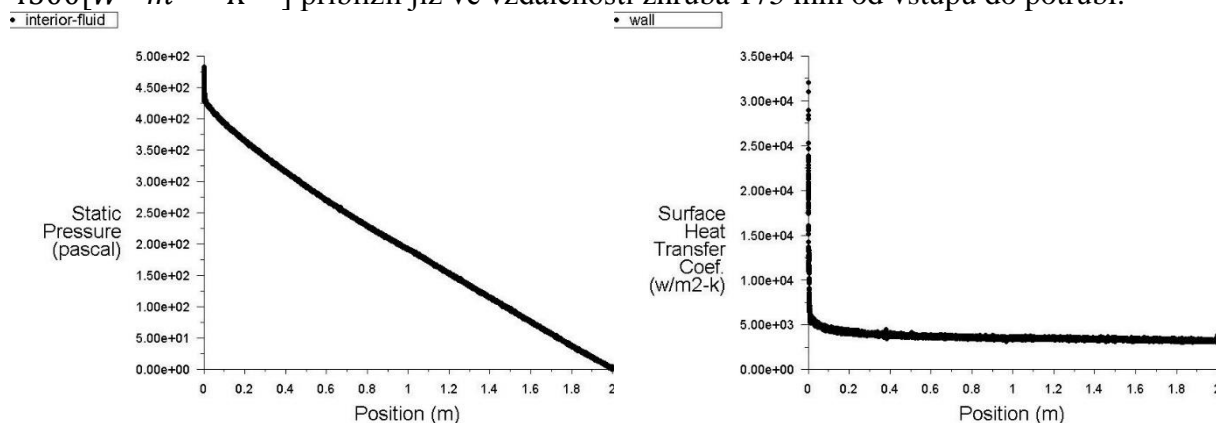
Pro řešení byl vybrán výpočtový model *Relizable k – ε*. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 16.

Výpočet 8	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	437,81	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3654,755	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	302,349	[K]
Počet vrstev zhuštění	20	[–]
Y+	0,771	[–]

tab. 16 Výpočet 8 - numerické výsledky

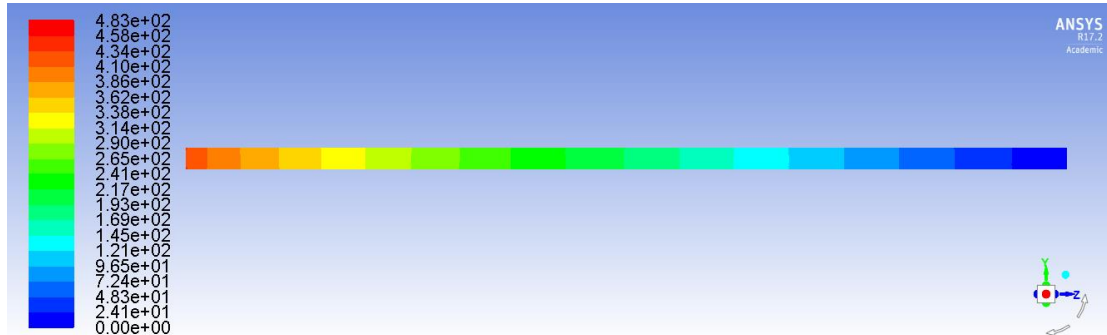
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 54 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo), stejně jako při použití výpočtového modelu *k – ω*, nabývá malých odchylek od výsledné průměrné hodnoty a zároveň se k výsledné hodnotě v rozmezí 3000 – 4500[W · m⁻² · K⁻¹] přiblížil již ve vzdálenosti zhruba 175 mm od vstupu do potrubí.

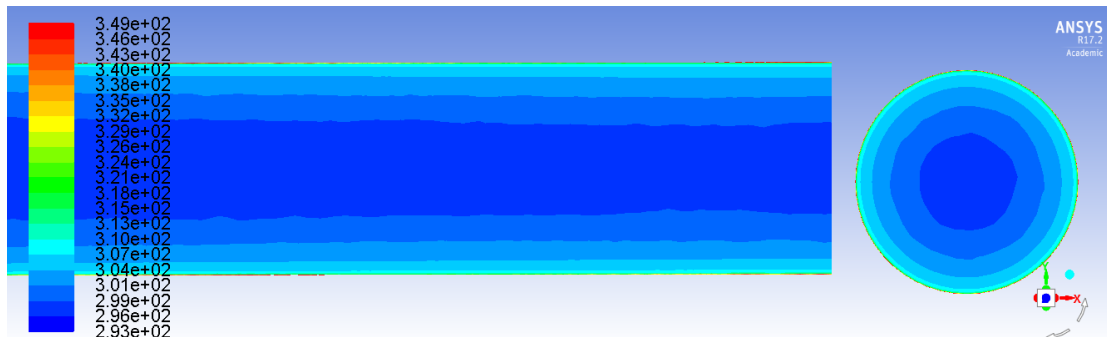


obr. 54 Výpočet 8 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 55 a obr. 56 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 56 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řež rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Při použití funkce First Layer Thickness s vysokým počtem vrstev, je vliv mezní vrstvy dostatečně zřejmý. Neovlivněná teplotní oblast proudu zaujímá zhruba třetinu celkového objemu.

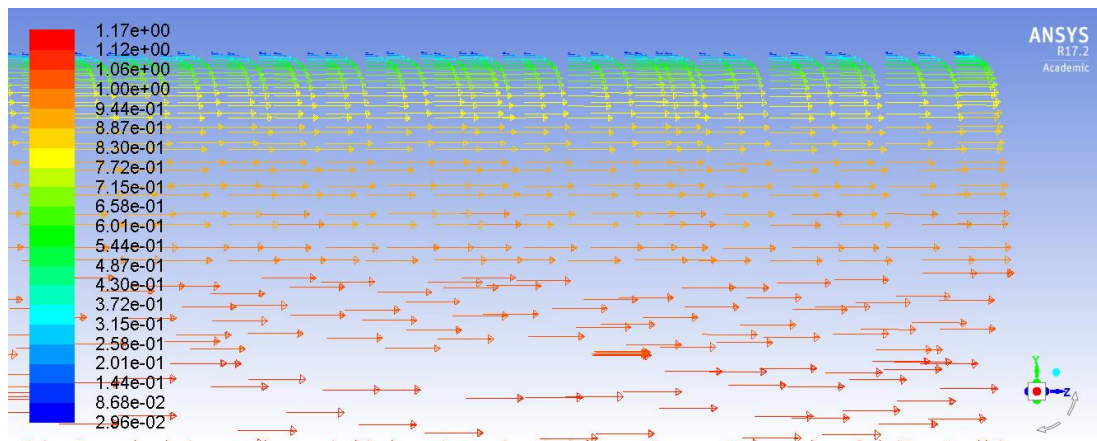


obr. 55 Výpočet 8 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 56 Výpočet 8 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

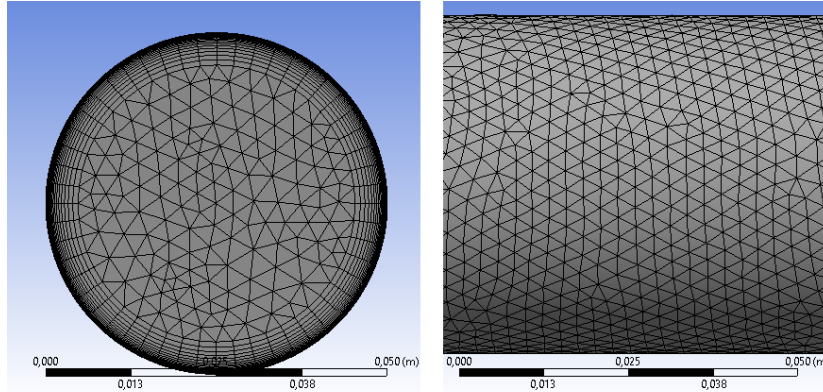
Na obr. 57 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Je patrná oblast mezní vrstvy blízko u stěny s prudce se snižující rychlostí proudu a poměrně velká oblast proudu s vysokou rychlostí.



obr. 57 Výpočet 8 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

9) Výpočet 9

Pro čtvrtý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 25 a tloušťkou první vrstvy 0,00001 mm. Počet buněk sítě 2 448 163, maximální velikost buňky 3 mm. Síť je zobrazena na obr. 58. Výpočetní čas byl zhruba 50 min.



obr. 58 Výpočet 9 – výpočetní síť

Numerické výsledky

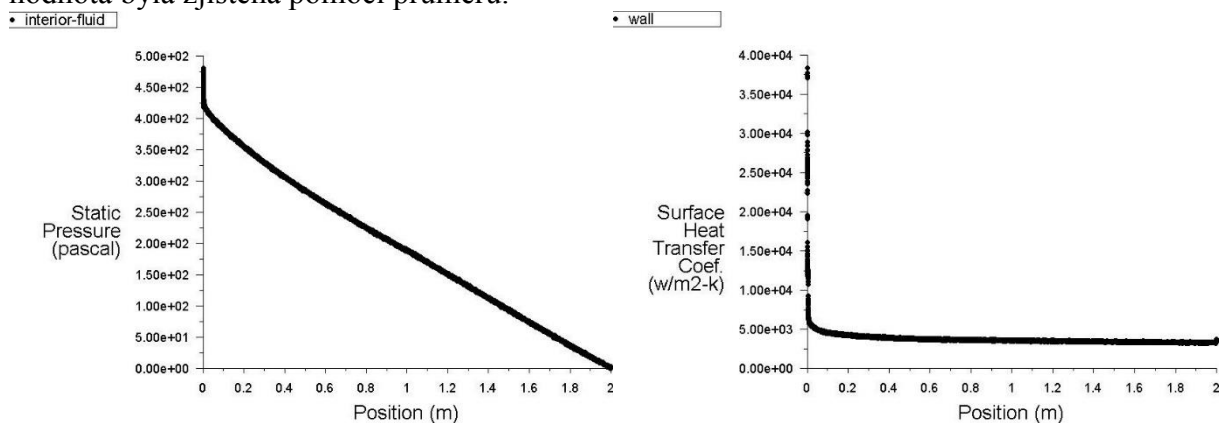
Pro řešení byl vybrán výpočtový model *Relizable k – ε*. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 17.

Výpočet 9	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	428,688	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	3734,447	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	302,511	[K]
Počet vrstev zhuštění	25	[–]
Y+	0,261	[–]

tab. 17 Výpočet 9 - numerické výsledky

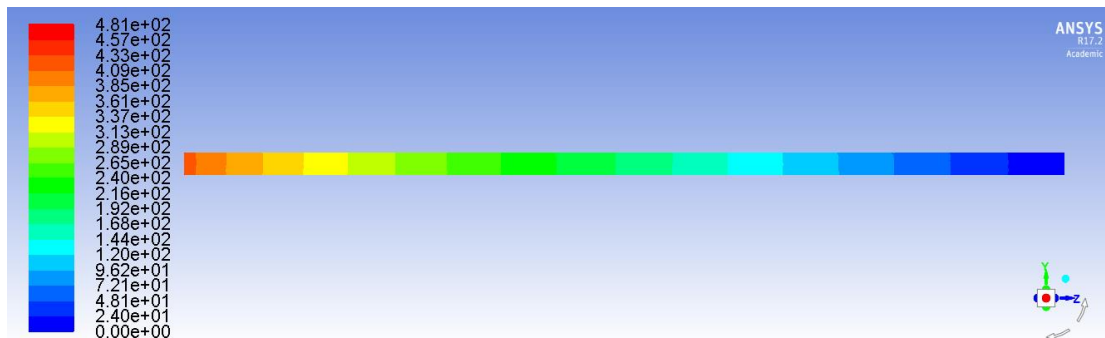
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 59 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Odchylku na začátku trubky způsobuje nevyvinuté proudění. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) nabývá velmi malých odchylek od své výsledné hodnoty v rozmezí 3000 – 4500[W · m⁻² · K⁻¹] již ve vzdálenosti zhruba 150 mm od vstupu do potrubí. Odečtená hodnota byla zjištěna pomocí průměru.

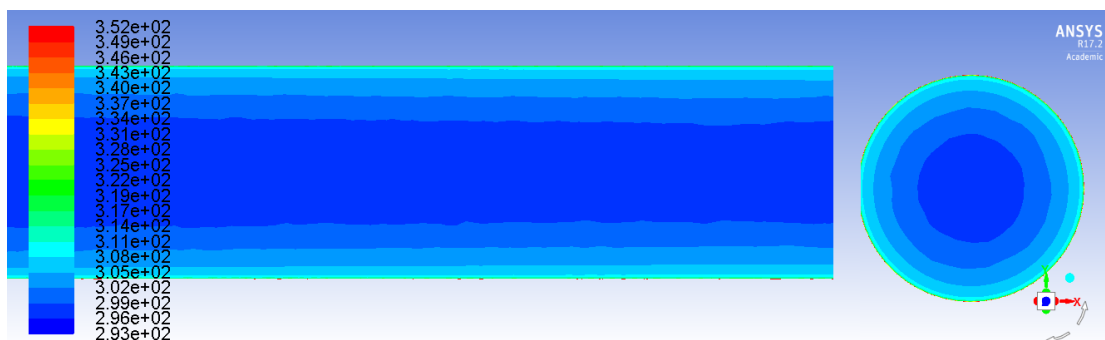


obr. 59 Výpočet 9 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 60 a obr. 61 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 61 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řež rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. V porovnání s předchozími výsledky má funkce First Layer Thickness s vysokým počtem vrstev největší teplotní spád v oblasti blízko stěny a tepelně neovlivněná oblast proudu zaujímá v tomto případě až polovinu celkového proudu.

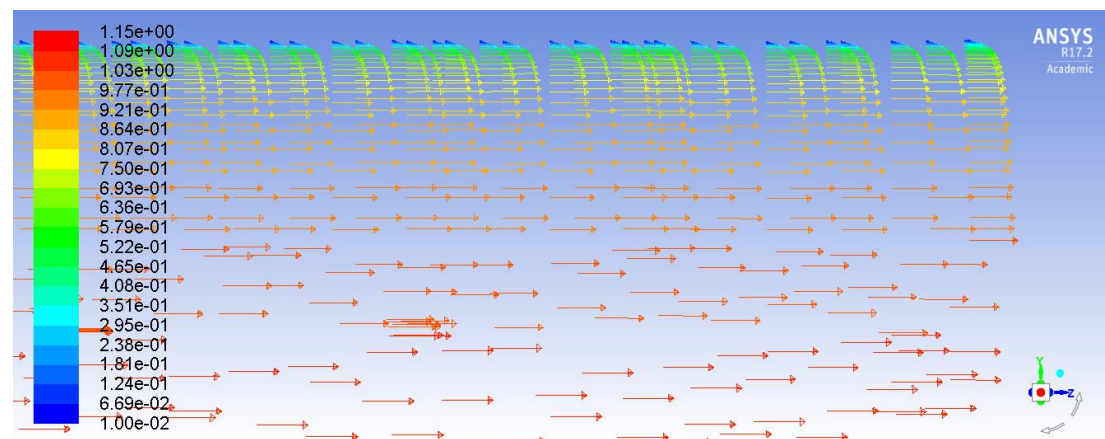


obr. 60 Výpočet 9 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 61 Výpočet 9 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

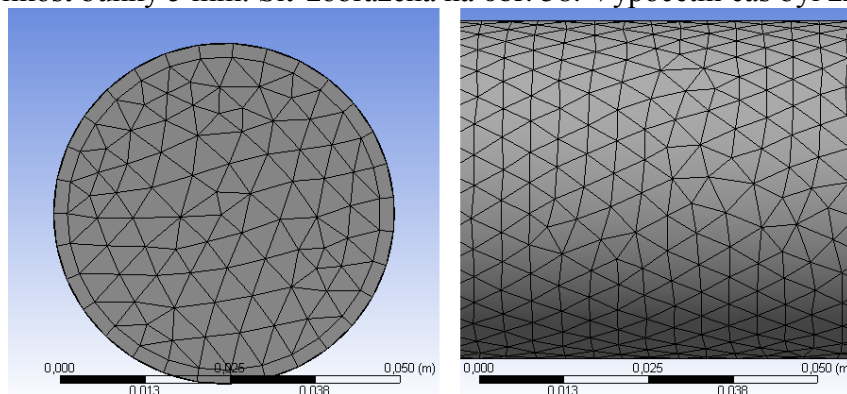
Na obr. 62 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Vysoký počet vrstev zpřesňuje vliv mezní vrstvy, kde je zřejmé postupné snížení rychlosti v oblasti blízko u stěny.



obr. 62 Výpočet 9 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

10) Výpočet 10

Pro desátý výpočet byla použita tetrahedrální síť. Pro mezní vrstvu byla použita funkce „First Layer Thickness“ s počtem vrstev 1 a tloušťkou první vrstvy 2 mm. Počet buněk sítě 221 019, maximální velikost buňky 5 mm. Síť zobrazena na obr. 58. Výpočetní čas byl zhruba 20 min.



obr. 63 Výpočet 10 – výpočetní síť

Numerické výsledky

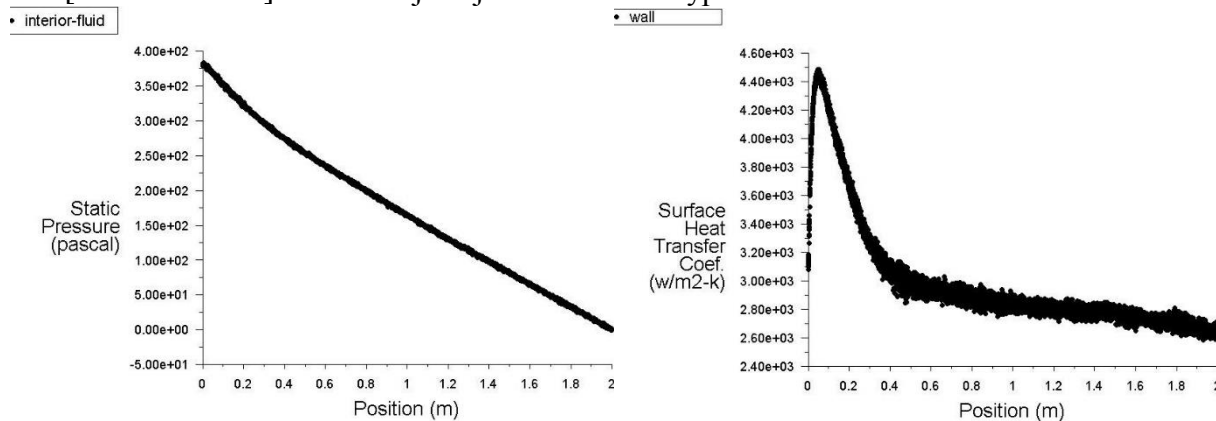
Pro řešení byl vybrán výpočtový model *Relizable k – ε*. Vypočtené hodnoty byly odečteny pomocí průměrné hodnoty v „Reports“. Přehled hodnot je uveden v tab. 18.

Výpočet 10	Hodnota	Jednotky
Tlakové ztráty	380,233	[Pa]
Součinitel přestupu tepla	2995,16	[W · m ⁻² · K ⁻¹]
Teplota na výstupu	300,860	[K]
Počet vrstev zhuštění	1	[–]
Y+	45,30	[–]

tab. 18 Výpočet 10 - numerické výsledky

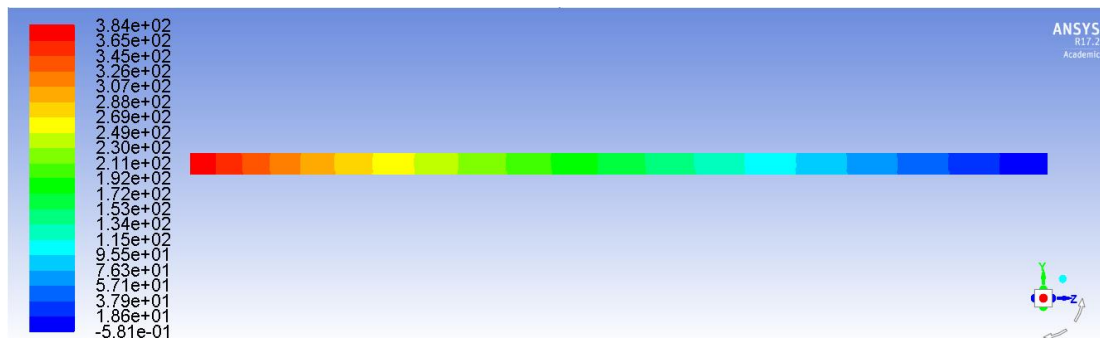
Grafické znázornění numerických výsledků

Na obr. 64 (vlevo) je znázorněn průběh tlaku na délce potrubí. Je patrný lineární pokles tlaku. Součinitel přestupu tepla (na obr. vpravo) má podobný průběh jako u výpočtu 5, kde mezní vrstva také nebyla pokryta dostatečným počtem buněk výpočetní sítě. K ustálení hodnot v rozmezí 2800 – 3100[W · m⁻² · K⁻¹] nastalo ve vzdálenosti 500 mm od vstupu do potrubí a dále hodnoty klesaly pozvolna. Průměrná hodnota se liší od všech výpočtů minimálně o 160[W · m⁻² · K⁻¹] a zároveň je nejnižší ze všech výpočtů.

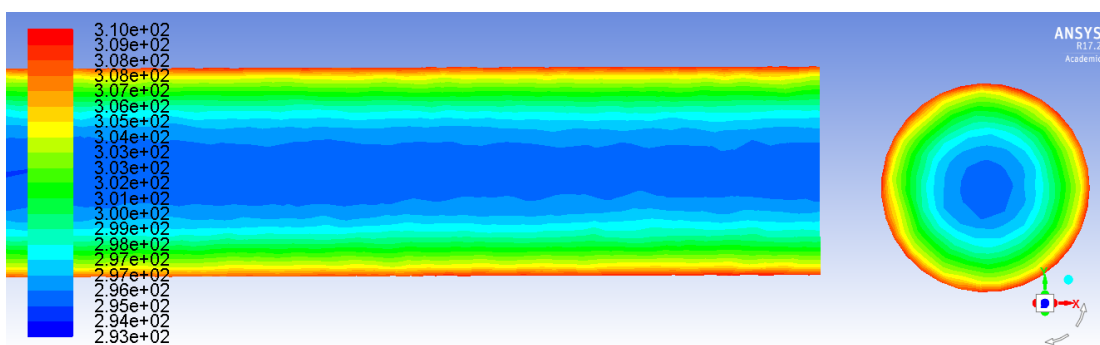


obr. 64 Výpočet 10 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)

Na obr. 65 a obr. 66 jsou zobrazeny kontury tlaku teploty v průběhu trubky. Na obr. 66 je znázorněna koncová část potrubí v řezu rovinou rovnoběžnou se směrem proudu a vpravo řež rovinou kolmou na směr proudu ve výstupní části. Teplotní pole vykazuje vysoké hodnoty teploty oproti počáteční hodnotě tepelně neovlivněného proudu ve velké oblasti od stěny trubky. Výchylka takového měřítka byla způsobena neadekvátní hodnotou y^+ v kombinaci s výpočtovým modelem.

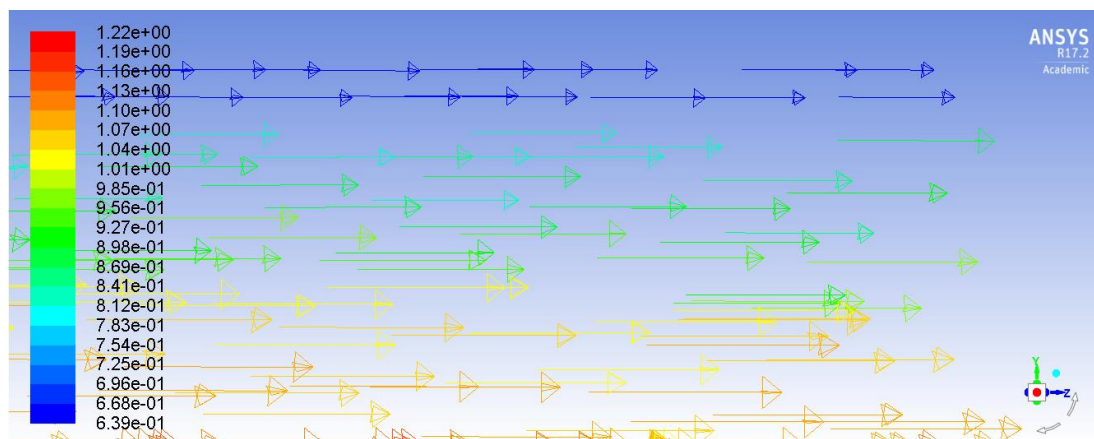


obr. 65 Výpočet 10 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce



obr. 66 Výpočet 10 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce

Na obr. 67 je zobrazeno vektorové pole rychlosti proudu v koncové oblasti trubky. Byla vybrána oblast od stěny až 10 mm směrem k ose trubky. Mála hustota výpočetní sítě snižuje vliv mezní vrstvy na celkový proud a zároveň dává jen malou představu o rychlosti uvnitř mezní vrstvy. S takovou hodnotou y^+ v kombinaci s daným turbulentním modelem jsou výsledky nepoužitelné.



obr. 67 Výpočet 10 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny

11.4. Porovnání výsledků

Výsledky analytické metody a metod numerických jsou uvedeny v tab. 19. Odchyšky jsou určeny k hodnotě analytického výpočtu.

	Tlakové ztráty [Pa]	Odchylka [%]	Součinitel přestupu tepla [W · m ⁻² · K ⁻¹]	Odchylka [%]	Y+	Teplota kapaliny na výstupu
Analytický výpočet	422,838	–	3835,344 vstupní oblast (ER) 3439,032 vyvinutá oblast (FDR)	– –	–	–
Numerický výpočet 1	411,198	2,75	3505,083	8,61(ER); 1,92(FDR)	3,73	302,205
Numerický výpočet 2	386,775	8,52	3333,181	13,09(ER); 3,08(FDR)	1,46	301,886
Numerický výpočet 3	389,092	7,98	3322,929	13,36(ER); 3,38(FDR)	0,71	301,936
Numerický výpočet 4	391,680	7,37	3432,611	10,50(ER); 0,19(FDR)	0,25	302,177
Numerický výpočet 5	398,468	5,76	3164,868	17,48(ER); 7,97(FDR)	46,13	301,448
Numerický výpočet 6	471,983	11,62	3437,849	10,36(ER); 0,03(FDR)	4,08	301,826
Numerický výpočet 7	440,276	4,12	3664,861	4,45(ER); 6,57(FDR)	1,60	302,378
Numerický výpočet 8	437,810	3,54	3654,755	4,70(ER); 6,27(FDR)	0,77	302,349
Numerický výpočet 9	428,688	1,38	3734,447	2,63(ER); 8,59(FDR)	0,26	302,511
Numerický výpočet 10	380,233	10,08	2995,160	21,91(ER); 12,90(FDR)	45,30	300,861

tab. 19 Porovnání výsledků

Kde zkratka ER („Entering Region“), neboli vstupní oblast, a FDR („Fully Developed Region“), neboli oblast plně vyvinutého proudu. Pro výpočty 1 až 5 byl použit model SST $k - \omega$. Výpočty 6 až 10 byly provedeny pomocí modelu Relizable $k - \epsilon$.

11.5. Analýza výsledků

Maximální odchylka pro tlakové ztráty byla stanovena na 10,08% při aplikaci modelu *Relizable k - ε*. Je třeba si povšimnout hodnoty y^+ , která přesahuje hodnotu 30. Dle manuálu společnosti ANSYS Inc. je pro takovýto případ pro přesnější výsledky užití doplňujících stěnových funkcí. Naopak nejmenší odchylka 1,38% byla pro tentýž výpočetní model s hodnotou $y^+ = 0,26$. Pro model *Relizable k - ε* odpovídá spíše hodnota součinitele přestupu tepla pro nevyvinutou oblast proudění.

Podobných výsledků bylo dosaženo při aplikaci *SST k - ω*. Maximální odchylka u tlakových ztrát však byla při hodnotě $y^+ = 1,46$. Se snižující se hodnotou y^+ se snižovala i odchylka od tlakových ztrát. Celkově hodnoty součinitele přestupu tepla odpovídaly spíše plně vyvinutému proudění, kde nejmenší odchylka 0,19% odpovídala hodnotě $y^+ = 0,25$.

Při použití funkce First Layer Thickness docházelo k ustálení hodnoty součinitele přestupu tepla již v první čtvrtině délky potrubí zhruba v rozmezí 100 – 200 mm. Následný průběh těchto hodnot vykazoval jen malé odchylky v rozmezí desítek jednotek od své průměrné hodnoty oproti případu použití funkce Smooth Transition, kde po celé délce potrubí zaujímaly odchylky hodnoty součinitele přestupu tepla řádově stovky jednotek. Při použití funkce Smooth Transition se hodnoty ustálily kolem své průměrné odečtené hodnoty ve vzdálenosti zhruba 300 – 500 mm. Celkové hodnoty součinitele přestupu tepla, zaznamenány v tab. 19, se pohybovaly v rozmezí $3000 - 4500 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$. Výjimku tvořily případy použití funkce First Layer Thickness při vysokých hodnotách y^+ , kde nebyl dostatečně zaznamenán vliv mezní vrstvy kapaliny. Hodnota součinitele přestupu tepla se přiblížila svému průměru až ve vzdálenosti přibližně 600 – 800 mm od vstupu do potrubí a nadále stále klesala. Průměrná hodnota, nižší v porovnání s ostatními případy, se lišila se minimálně o $158 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$ a maximálně o $739 [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$.

V závislosti na použité funkci pro tvorbu mezní vrstvy a počtu vrstev zhuštění se měnilo vektorové pole rychlosti proudu. S rostoucím počtem vrstev zhuštění sítě byl zřetelnější rychlostní profil v oblasti mezní vrstvy a s ním i velikost, čili tloušťka oblasti vysokého rychlostního spádu. Při nízkých hodnotách y^+ v kombinaci s vysokým počtem vrstev zhuštění se oblast vysokého rychlostního spádu zmenšovala. Naopak při použití hodnot $y^+ > 30$ u výpočtu 5 a 10 neposkytovalo vektorové pole rychlostí dostatečnou představu o rychlostním profilu a oblast se sníženou rychlostí zaujímala oproti ostatním případům až trojnásobnou tloušťku vrstvy proudu v oblasti u stěny, tedy přibližně 10 mm.

Pokrytí mezní vrstvy různým počtem buněk výpočetní sítě mělo vliv i na výsledné rozložení teploty proudu. Průměrné hodnoty teploty proudu na výstupu z potrubí se u jednotlivých výpočtů liší maximálně o $2,5^\circ\text{C}$. Patrnější rozdíly byly v rozložení teploty proudu v koncové části potrubí. V případě vyššího počtu vrstev zhuštění se zvětšovala oblast tepelně neovlivněného proudu v okolí osy potrubí. Při vysokých hodnotách y^+ zcela vymizela oblast proudu s teplotou stejnou jako na vstupu do potrubí a značně se zvětšila teplejší oblast blízko u stěny potrubí.

Při porovnání obou výpočetních modelů nabývala tlaková ztráta menších hodnot řádově o desítky jednotek při použití *SST k - ω*. V tom případě se hodnota součinitele přestupu tepla blížila k hodnotě pro plně vyvinutou oblast proudění, kdežto při použití *Relizable k - ε* odpovídala hodnota spíše nevyvinuté oblasti.

SST $k - \omega$ je tedy vhodnější pro použití pro plně vyvinutou oblast proudění, kde $L/D > 60$. Model *Relizable* $k - \varepsilon$ dosahuje výsledků více odpovídajících analytickému řešení. U obou výpočetních modelů je třeba dodržet $y^+ \leq 1$, jak je i doporučeno v manuálu ANSYS Inc.

Závěr

Cílem práce bylo modelování mezní vrstvy kapaliny a identifikace vlivu na přestup tepla. V teoretické části práce byly popsány matematické rovnice pro proudění kapaliny a přestup tepla, které byly užity jak při analytickém výpočtu v praktické části práce, tak při numerické simulaci. Numerická simulace probíhala ve výpočtovém prostředí ANSYS FLUENT Inc. Byla popsána podstata numerických simulací a provedena rešerše modelování mezních vrstev v prostředí ANSYS MESHING. Navíc byly popsány tlakové ztráty, které vznikají při proudění kapaliny potrubím. S ohledem na geometrii byly popsány vlivy vstupní části potrubí na výsledné proudění, jakožto i přestup tepla.

V praktické části byly prvně dosaženy výsledky analytickou metodou pro hodnoty tlakové ztráty a součinitele přestupu tepla pro vstupní oblast i oblast plně vyvinutého proudění. Hodnoty součinitele přestupu tepla byly získány z rovnic pro teorii podobnosti. Z nespočetného množství byly vybrány nejpoužívanější vzorce pro daný případ vodorovného potrubí s teplejší stěnou, než je teplota proudící kapaliny, nepřesahující však teplotu varu přítomné kapaliny. Výsledky analytické metody sloužily k porovnání s výsledky numerických simulací.

Pro numerické simulace bylo vytvořeno 5 výpočetních sítí s různou mezní vrstvou a tedy i hodnotu y^+ na jedné dané geometrii. Pro výpočet byly použity modely turbulence *Relizable* $k - \varepsilon$ a *SST* $k - \omega$. Celkově byly zaznamenány výsledky z 10 numerických simulací. Odchytky, za předpokladu výsledků analytického řešení jako referenčních, byly zaznamenány do tab. 19.

Při analýze výsledků se dopělo k očekávanému vzrůstu odchylek s rostoucím y^+ . V případě hodnot $y^+ > 30$ výsledky nabývaly největších odchylek. Takové výsledky jsou prakticky nepoužitelné obzvláště pro případy s přestupem tepla, na který má mezní vrstva značný vliv. Oblast mezní vrstvy tedy musí být pokryta dostatečným počtem buněk výpočetní sítě, jinak její vliv není zaznamenán a ve výsledných hodnotách dochází k již zmiňovaným odchylkám. S hodnotou y^+ blíží se k nule docházelo ke snižování odchylek součinitele přestupu tepla od očekávaných hodnot. Pro výpočtový model *SST* $k - \omega$ konvergovaly hodnoty součinitele přestupu tepla k hodnotě pro plně vyvinutou oblast, kdežto pro *Relizable* $k - \varepsilon$ k hodnotě pro vstupní oblast potrubí.

Tlakové ztráty se měnily přímo úměrně s hodnotou y^+ . Výpočtový model *Relizable* $k - \varepsilon$ vykazoval konvergenci k referenční hodnotě tlakové ztráty z analytického výpočtu. Jelikož hodnoty tlakové ztráty pro výpočtový model *SST* $k - \omega$ nabývaly menších hodnot, než byla hodnota analytického výpočtu, snižováním hodnoty y^+ se přímo úměrně měnila hodnota tlakové ztráty a odchylka vzrůstala.

Z porovnání hodnot výsledného součinitele přestupu tepla a tlakových ztrát bylo usouzeno, že turbulentní model *SST* $k - \omega$ je vhodnější pro použití pro plně vyvinutou oblast proudění ($L/D > 60$) a *Relizable* $k - \varepsilon$ je spíše vhodnější pro vstupní část, kde proudění není zcela vyvinuté, a určení tlakových ztrát v potrubí.

Ve spolupráci se Škoda JS byla práce vypracovávána jako informační pro řešení reálných problémů z hlediska vlivu volby mezní vrstvy na celkové výsledky. Dalším postupem by mohlo být rozšíření práce o výsledky experimentálních měření.

Seznam použitých zdrojů

1. NOŽIČKA, Jiří. *Mechanika tekutin*. Praha : Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-010-2865-8.
2. JEŽEK, Jan, Blanka VÁRADIOVÁ a Josef ADAMEC. *Mechanika tekutin*. Vyd. 3. přeprac. Praha : České vysoké učení technické, 1997. ISBN 80-01-01615-3.
3. LINHART, Jiří. *Mechanika tekutin I*. 2. vyd. Plzeň : Západočeská univerzita v Plzni, 2009. ISBN 978-80-7043-766-7.
4. HEJZLAR, Radko. *Mechanika tekutin*. Vyd. 4. Praha : Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-010-3350-3.
5. www.thermopedia.com. *Thermopedia*. [Online] [Citace: 14. 3 2017.] Dostupné z: <http://www.thermopedia.com/content/595/>.
6. SCHLICHTING, Hermann. *Boundary-layer theory*. 7th ed. New York : McGraw-Hill, 1979. ISBN 00-705-5334-3.
7. MACHÁČKOVÁ, Adéla. *Sdílení tepla a proudění: učební text*. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita, 2012. ISBN 978-80-248-2576-2.
8. KALČÍK, Josef a Karel SÝKORA. *Technická termomechanika: učebnice pro vysoké školy*. Praha : Academia, 1973.
9. MICHEJEV, Michail Aleksandrovič. *Základy sdílení tepla*. Praha : Průmyslové vydavatelství, 1952.
10. KOTHANDARAMAN, C.P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 3rd ed. New Delhi : New Age International Pvt. Ltd., 2006. ISBN 978-812-2426-427.
11. TU, Jiyuan., Guan Heng. YEOH a Chaoqun. LIU. *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Second edition. 2013. ISBN 978-0-08-098243-4.
12. FERZIGER, Joel H. a M. PERIĆ. *Computational methods for fluid dynamics*. 3rd, rev. ed. New York : Springer, 2002. ISBN 35-404-2074-6.
13. Počítačová dynamika tekutin. *uchi.vscht.cz*. [Online] [Citace: 20. 4 2017.] Dostupné z: http://uchi.vscht.cz/uploads/pedagogika/bezpecnostni_inzenyrstvi/CFD.shrnuti.pdf.
14. *ANSYS Fluent Theory Guide*. [Online] 2013. [Citace: 28. 3 2017.] Dostupné z: <https://uiuc-cse.github.io/me498cm-fa15/lessons/fluent/refs/ANSYS%20Fluent%20Theory%20Guide.pdf>.
15. WILCOX, David C. *Turbulence modeling for CFD*. 3rd ed. La Cănada, Calif. : DCW Industries, 2006. ISBN 19-287-2908-8.
16. *Sharcnet*. [Online] SAS IP, Inc., 2015. [Citace: 5. 4 2017.] Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/flu_th/flu_th_sec_turb_komega.html.
17. *ANSYS Fluent Users Guide*. [Online] 2013. [Citace: 30. 3 2017.] Dostupné z: <http://148.204.81.206/Ansys/150/ANSYS%20Fluent%20Users%20Guide.pdf>.
18. An Internet Book on Fluid Dynamics. *Law of the Wall*. [Online] [Citace: 8. 4 2017.] Dostupné z: <http://brennen.caltech.edu/fluidbook/basicfluidodynamics/turbulence/lawofthewall.pdf>.

19. *ANSYS Meshing User Guide*. [Online] ANSYS, Inc., 2013. [Citace: 5. 4 2017.]
Dostupné z: <https://uiuc-cse.github.io/me498cm-fa15/lessons/fluent/refs/ANSYS%20Fluent%20Theory%20Guide.pdf>.

Seznam obrázků

obr. 1 Laminární proudění.....	15
obr. 2 Turbulentní proudění	15
obr. 3 Závislost součinitele třecích ztrát na Re číslu	17
obr. 4 Mezní vrstva [5].....	19
obr. 5 Typy mezní vrstvy	20
obr. 6 Dopad volného proudění kapaliny na šíření tepla při laminárním proudění v horizontální trubce.....	24
obr. 7 Závislost součinitele přestupu tepla na vzdálenosti od vtoku do trubky	25
obr. 8 Teplotní profil při ochlazování kapaliny v trubce.....	25
obr. 9 Přestup tepla při turbulentním proudění	27
obr. 10 Proudění kapaliny zakřivením	29
obr. 11 Přestup tepla v přechodové oblasti	30
obr. 12 Vstupní oblast a plně vyvinutá oblast proudu [10]	31
obr. 13 Rychlostní profily v případě ohřívání/ochlazování.....	31
obr. 14 Tepelná vstupní oblast a plně vyvinutá oblast proudu [10]	32
obr. 15 Výpočetní síť metody konečných objemů [13].....	34
obr. 16 Tvary buněk výpočetní sítě.....	35
obr. 17 geometrie úlohy	40
obr. 18 Výpočet 1 – výpočetní síť	43
obr. 19 Výpočet 1 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	43
obr. 20 Výpočet 1 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	44
obr. 21 Výpočet 1 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce.....	44
obr. 22 Výpočet 1 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	44
obr. 23 Výpočet 2 – výpočetní síť	45
obr. 24 Výpočet 2 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	45
obr. 25 Výpočet 2 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	46
obr. 26 Výpočet 2 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce.....	46
obr. 27 Výpočet 2 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	46
obr. 28 Výpočet 3 – výpočetní síť	47

obr. 29 Výpočet 3 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	47
obr. 30 Výpočet 3 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	48
obr. 31 Výpočet 3 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	48
obr. 32 Výpočet 3 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	48
obr. 33 Výpočet 4 – výpočetní síť	49
obr. 34 Výpočet 4 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	49
obr. 35 Výpočet 4 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	50
obr. 36 Výpočet 4 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	50
obr. 37 Výpočet 4 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	50
obr. 38 Výpočet 5 – výpočetní síť	51
obr. 39 Výpočet 5 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	51
obr. 40 Výpočet 5 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	52
obr. 41 Výpočet 5 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	52
obr. 42 Výpočet 5 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	52
obr. 43 Výpočet 6 – výpočetní síť	53
obr. 44 Výpočet 6 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	53
obr. 45 Výpočet 6 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	54
obr. 46 Výpočet 6 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	54
obr. 47 Výpočet 6 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	54
obr. 48 Výpočet 7 – výpočetní síť	55
obr. 49 Výpočet 7 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	55
obr. 50 Výpočet 7 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	56
obr. 51 Výpočet 7 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	56
obr. 52 Výpočet 7 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	56
obr. 53 Výpočet 8 – výpočetní síť	57
obr. 54 Výpočet 8 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	57
obr. 55 Výpočet 8 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	58
obr. 56 Výpočet 8 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	58
obr. 57 Výpočet 8 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	58
obr. 58 Výpočet 9 – výpočetní síť	59

obr. 59 Výpočet 9 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	59
obr. 60 Výpočet 9 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	60
obr. 61 Výpočet 9 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	60
obr. 62 Výpočet 9 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	60
obr. 63 Výpočet 10 – výpočetní síť	61
obr. 64 Výpočet 10 - Průběh tlaku po délce trubky (vlevo). Průběh součinitele přestupu tepla po délce trubky (vpravo)	61
obr. 65 Výpočet 10 - Kontury rozložení statického tlaku v trubce	62
obr. 66 Výpočet 10 - Kontury rozložení celkové teploty v trubce	62
obr. 67 Výpočet 10 - Vektorové pole rychlosti blízko u stěny	62

Seznam tabulek

tab. 1 Hodnoty B laminárního proudění pro vzduch	26
tab. 2 Hodnoty B laminárního proudění pro vodu	26
tab. 3 Hodnoty opravného součinitele pro laminární proudění	26
tab. 4 Hodnoty B turbulentního proudění pro vzduch	27
tab. 5 Hodnoty B turbulentního proudění pro vodu	27
tab. 6 Hodnoty opravného součinitele při turbulentním proudění	28
tab. 7 Parametry úlohy	40
tab. 8 Výsledky analytické metody	42
tab. 9 Výpočet 1 - numerické výsledky	43
tab. 10 Výpočet 2 - numerické výsledky	45
tab. 11 Výpočet 3 - numerické výsledky	47
tab. 12 Výpočet 4 - numerické výsledky	49
tab. 13 Výpočet 5 - numerické výsledky	51
tab. 14 Výpočet 6 - numerické výsledky	53
tab. 15 Výpočet 7 - numerické výsledky	55
tab. 16 Výpočet 8 - numerické výsledky	57
tab. 17 Výpočet 9 - numerické výsledky	59
tab. 18 Výpočet 10 - numerické výsledky	61
tab. 19 Porovnání výsledků	63