

Optimální trajektorie kvadrotorové helikoptéry

Zdeněk Bouček¹

1 Úvod

S rozvojem robotiky stoupají i požadavky na chování robotů. Pomocí plánování trajektorie může robot autonomně provádět i složité úkoly. Trajektorii lze chápat jako sekvenci stavů a řízení robota v čase. Nezajímají nás tedy pouze polohy nebo počáteční a koncový bod trajektorie, ale i řízení, rychlosti a další prvky stavu robota.

Problém nalezení optimální trajektorie znamená najít takovou trajektorii, která splňuje omezující podmínky a minimalizuje dané kritérium s ohledem na dynamiku robota a lze interpretovat jako dvoubodový okrajový problém (viz Kirk (2004)), který vede na Hamiltonovy kanonické rovnice. Vzhledem k většímu počtu okrajových podmínek je problém analyticky jen těžko řešitelný. Lze jej ale řešit numericky například pomocí kolokačních metod (viz Kelly (2017)).

Cílem je porovnat několik kolokačních metod na úloze časově-optimálního plánování trajektorie kvadrotorové helikoptéry.

2 Pseudospektrální a lokální kolokační metody

Kolokační metody slouží k transkripci dvoubodového okrajového problému na úlohu nelineárního programování. Jsou založeny na principu zvolení několika bodů trajektorie a následné aproximaci chování mezi těmito body. Pro transkripci musí metoda popisovat interpolaci mezi kolokačními body, aproximaci integrálu kvůli ohodnocení integrálního kritéria a derivaci kvůli popisu dynamiky robota.

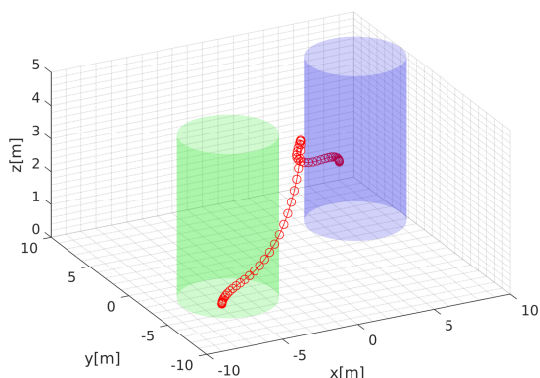
Kolokační metody lze dále dělit na lokální a pseudospektrální metody (viz Ross a Karpenko (2012)). Lokální metody provádí aproximaci spojení mezi každými dvěma body zvlášť. Příkladem metod je lichoběžníková, která aproximuje spojení mezi sousedními kolokačními body pomocí přímky a Hermite-Simpsonova metoda, která spojuje body kvadratickou křivkou.

U pseudospektrálních metod jsou kolokační body kořeny polynomů a intervaly mezi body jsou aproximovány pomocí polynomu, kterým jsou proloženy. Mezi nejpoužívanější pseudospektrální metody patří Chebyshevova metoda a Legendreova metoda.

3 Hledání časově-optimální trajektorie kvadrotorové helikoptéry

Na úloze hledání časově-optimální trajektorie kvadrotorové helikoptéry (dynamika je popsána v Mahony et al. (2012)) budou porovnány výše zmíněné kolokační metody. Helikoptéra má za úkol proletět prostor s dvěma překážkami v podobě sloupů s kruhovou podstavou. Uvažujeme jednoduché kritérium $J(x, u) = \int_{t_0}^{t_f} 1 dt$. Problém bude přepsán do formy pro softwarový balíku PSOPT (<http://www.psopt.org/>).

¹ student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Kybernetiky, specializace Inteligentní adaptivní systémy, e-mail: zboucek@kky.zcu.cz



metoda	iterace	kol. body	ODE Error	J	čas [s]
lichoběžníková	7	221	9.3e-01	2.5	83
H-S	7	221	4.8e-01	2.6	95
Legendre	7	58	3.2e-02	2.6	100
Chebyshev	6	133	5.1e-04	2.8	220

Tabulka 1: Výsledné hodnoty pro různé kolokační metody

Obrázek 1: Průlet kvadrotorové helikoptéry prostředím s překážkami

4 Výsledky

Jak již bylo zmíněno, pomocí balíku PSOPT byla řešena úloha hledání optimální trajektorie lichoběžníkovou a Hermit-Simpsonovou lokální metodou a pomocí Chebyshevovy a Legendrovovy pseudospektrální metody. Odhad řešení pro inicializaci problému byl lineární spojení počátečního a koncového stavu. Na obrázku 1 je znázorněn průlet helikoptéry letovým prostorem. Data na obrázku jsou založena na výsledcích z Chebyshevovy metody. Kroužky na cestě letu jsou kolokačními body.

V tabulce 1 jsou výsledná data pro jednotlivé metody. V tabulce je vypsán počet iterací, které daná metoda potřebovala na nalezení požadovaného řešení, a počet kolokačních bodů, které výsledné řešení mělo. ODE Error je diskretizační chyba, kterou lze spočítat na základě rozdílu mezi odhadem derivace interpolovaného stavu a vyčíslením funkce dynamiky helikoptéry na základě interpolovaného stavu a řízení. J je ohodnocení kritéria, které vzhledem jeho tvaru bylo rovno koncovému času trajektorie.

Na základě výstupních dat lze vyvodit, že nejlepší řešení dle daného kritéria bylo nalezeno pomocí lichoběžníkové metody, která si vyžádala i nejkratší dobu na hledání řešení. Problematická se zdá ale hodnota chyby diskretizace, která je řádově vyšší než u ostatních metod. Pseudospektrální metody nabízejí přesnější řešení při menším počtu kolokačních bodů, což také snižuje nároky na paměť, a vyžadují jen o málo více výpočetního času.

Literatura

- Boyd, J. P. (2000) *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. Dover Publications. New York, USA.
- Kelly, M. P. (2017) Transcription Methods for Trajectory Optimization: a beginners tutorial. *SIAM Review*, Vol. 59, pp 849-904.
- Kirk, D. E. (2004) *Optimal Control Theory: An Introduction*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 17, no. 3, p. 452.
- Mahony, R., Kumar, V., Corke, P. (2012) Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor. *IEEE Robot. Autom. Mag.*, Vol. 19, no. 3, pp. 20–32.
- Ross, I., Karpenko, M. (2012) A review of pseudospectral optimal control: From theory to flight. *Annual Reviews in Control*, Vol. 36, pp 182-197.