

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Statistické vyhodnocení zkoušek elektrické pevnosti

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Pavel ŠTĚPÁNEK**
Osobní číslo: **E15N0121P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektroenergetika**
Název tématu: **Statistické vyhodnocení zkoušek elektrické pevnosti**
Zadávací katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Napište odborný text popisující problematiku statistického vyhodnocení naměřených dat.
2. Podrobně zpracujte výklad jednotlivých metod napěťových zkoušek elektrické pevnosti definovaných v příslušných technických normách a odborné literatuře.
3. Vyhodnoťte odlišné metodiky zkušebních postupů ve vztahu k charakteru výsledků, které jednotlivé metody poskytují.
4. Zpracujte postupy statistického vyhodnocení naměřených přeskokových napětí.

Rozsah grafických prací: **podle doporučení vedoucího**

Rozsah kvalifikační práce: **40 - 60 stran**

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Hauschildt, Wolfgang Mosch, Wolfgang Perkins, P.: **Statistical techniques for high-voltage engineering/London: 1992. ISBN 978-0-86341-205-9**
2. Hauschild, Wolfgang Lemke, Eberhard: **High-voltage test and measuring techniques /Heidelberg: c2014. ISBN 978-3-642-45351-9**
3. **ČSN EN 60060-1, Technika zkoušek vysokým napětím - Část 1: Obecné definice a požadavky na zkoušky**


Vedoucí diplomové práce: **Doc. Ing. Eva Müllerová, Ph.D.**
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: **10. října 2017**

Termín odevzdání diplomové práce: **24. května 2018**


Doc. Ing. Jiří Hammerbauer, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 10. října 2017

Abstrakt

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na statistické vyhodnocení vysokonapěťových zkoušek elektrické pevnosti, a to zejména impulzním napětím. Hlavním cílem této práce je vytvoření obecného návodu pro statistické vyhodnocení vysokonapěťových zkoušek elektrické pevnosti. Dalšími cíli jsou shromáždění a sjednocení teorie dalších možných statistických principů, které lze uplatnit při vyhodnocení vysokonapěťových zkoušek, shromáždění znalostí o obecných principech měření těchto zkoušek a tvorba softwarových výpočetních funkcí usnadňující matematické výpočty statistického vyhodnocení.

Klíčová slova

Statistické vyhodnocení, průrazný výboj, přeskok, vysokonapěťové zkoušky, distribuční funkce, pravděpodobnost, ověření nezávislosti.

Abstract

The diploma thesis is focused on statistical evaluation of high-voltage electrical strength tests, especially by impulse voltage. The main aim of this work is to create a general manual for statistical evaluation of high voltage electrical strength tests. Another aims are to collect and unify the theory of other possible statistical principles that can be used in the evaluation of high-voltage tests. Also to gather knowledge of general principles of measurement of these tests and to create software functions facilitating mathematical calculations of statistical evaluation.

Key words

Statistical evaluation, disruptive discharge voltage, sparkover, high-voltage tests, distribution functions, probability, ensuring independence.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 23.5.2018

Pavel Štěpánek

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucí diplomové práce doc. Ing. Evě Müllerové, Ph.D. za cenné profesionální rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

OBSAH	7
SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	8
ÚVOD	10
1 STATISTIKA	11
1.1 ZÁKLADY STATISTIKY	11
1.1.1 Náhodný pokus	11
1.1.2 Náhodný jev	11
1.1.3 Elementární jev	11
1.1.4 Náhodná veličina	11
1.1.5 Relativní četnost	12
1.1.6 Intervaly spolehlivosti	13
1.1.7 Kvantily	13
1.2 DISTRIBUČNÍ FUNKCE	14
1.2.1 Diskrétní distribuční funkce	15
1.2.2 Spojitá distribuční funkce	16
1.3 BINOMICKÉ ROZDĚLENÍ	17
1.4 NORMÁLNÍ ROZDĚLENÍ	19
1.5 WEIBULLOVO ROZDĚLENÍ	21
1.6 GUMBELOVO ROZDĚLENÍ	22
1.7 LINEÁRNÍ A POLYNOMICKÁ REGRESE	23
1.8 METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ	23
1.9 KOLMOGOROVŮV-SMIRNOVŮV TEST	25
2 METODY MĚŘENÍ	26
2.1 ZÁKLADNÍ POJMY	26
2.1.1 Průrazný výboj a přeskok	26
2.1.2 Průrazné napětí	27
2.1.3 Výdržné napětí	27
2.1.4 Odhad střední hodnoty napětí	27
2.1.5 Odhad rozptylu napětí	27
2.2 ZKOUŠKA VÍCE HLADINAMI	29
2.3 ZKOUŠKA METODOU NAHORU-DOLŮ	32
2.4 ZKOUŠKA POSTUPNÝM NAMÁHÁNÍM	33
3 STATISTICKÉ VYHODNOCENÍ ZKOUŠEK ELEKTRICKÉ PEVNOSTI	36
3.1 VYHODNOCENÍ ZKOUŠEK VÍCE HLADINAMI	37
3.2 VYHODNOCENÍ ZKOUŠEK METODOU NAHORU-DOLŮ	43
3.3 VYHODNOCENÍ ZKOUŠEK POSTUPNÝM NAMÁHÁNÍM	46
4 ZÁVĚR	51
SEZNAM LITERATURY A INFORMAČNÍCH ZDROJŮ	53
PŘÍLOHY	54

Seznam symbolů a zkratk

C	Eulerova konstanta
$D(X)$	Rozptyl náhodné proměnné X
$E(X)$	Střední hodnota náhodné proměnné X
$F(x)$	Distribuční funkce náhodné proměnné X
$F_{m_1; m_2; q}$	Kvantil F rozdělení (řádu q ; stupňů volnosti m_1 a m_2)
$f(x)$	Funkce hustoty pravděpodobnosti náhodné proměnné X
g_u	Spodní hodnota intervalu spolehlivosti
g_o	Horní hodnota intervalu spolehlivosti
h	Relativní četnost
$h_{\Sigma k}$	Kumulativní relativní četnost
k	Počet pozorovaných událostí, Parametr Weibullova rozdělení
m	Počet pozorovaných hodnot; počet napěťových hladin
m_k	Empirický k -tý moment
n	Počet nezávislých pokusů
P	Pravděpodobnost jevu
R	Variační rozpětí
r	Korelační koeficient
s	Výběrová směrodatná odchylka
$t_{m; q}$	Kvantil Studentova t rozdělení (řádu q ; stupně volnosti m)
u_0	Počáteční napětí
v	Variační koeficient
v_u	Rychlost zvyšování napětí
X	Náhodná proměnná
$X_{m; q2}$	Kvantil Chí-kvadrát rozdělení (řádu q ; stupně volnosti m)
α	Hladina významnosti
$\Delta t, \Delta t_p$	Doba mezi jednotlivými testy
Δt_s	Doba trvání kroku
Δt_z	Doba zvyšování napětí mezi úrovněmi
u_{10}	Kvantil napětí
ΔU	Napěťový krok
U_a	Odhad Střední hodnoty napětí

Δu_r	Rozsah testovaného napětí
γ	Euler-Mascheroniho konstanta
δ	Parametr Weibullova rozdělení
ε	Koeficient spolehlivosti
λ	Parametr Weibullova rozdělení
λ_q	Kvantil normovaného normálního rozdělení
μ	Střední hodnota, parametr normálního rozdělení
σ	Rozptyl, parametr normálního rozdělení
$\Phi(x)$	Distribuční funkce normovaného normálního rozdělení
$\varphi(x)$	Funkce hustoty pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení
Ω	Základní prostor

Úvod

Předkládaná práce je zaměřena na statistické vyhodnocení vysokonapěťových zkoušek elektrické pevnosti, a to zejména impulzním napětím. Statistické vyhodnocení těchto zkoušek je důležité pro návrh a implementaci daných měřených prvků v praxi. Hlavním výsledkem měřených metod je sestavení distribučních funkcí pro jednotlivé zkoušky z poskytnutých změřených dat a vyhodnocení jejich základních statistických parametrů. Pravděpodobnostní funkce elektrického průrazu daného materiálu nelze ve většině případů bez statistického vyhodnocení matematicky popsat, protože elektrický průraz je v praxi náhodným jevem. Průrazné napětí daných metod je bráno jako statisticky náhodná veličina, při které dochází k elektrickému průrazu měřeného prvku. Základní principy a postupy měření vysokonapěťových zkoušek jsou dány normou ČSN EN 60060-1. Cílem této práce je sestavit obecný návod pro statistické vyhodnocení jednotlivých zkoušek, který bude sloužit pro laboratorní měření a následné statistické vyhodnocení změřených dat. Veškerá změřená data uvedená v této práci jsou získána z reálných měření, ale jsou anonymní.

Text je rozdělen do tří částí. V první části jsou popsány základy statistiky, nutné pro statistické vyhodnocení daných zkoušek. Druhá část je věnovaná popisu jednotlivých vysokonapěťových zkoušek, jejich obecným principům, postupům měření a ověření nezávislosti naměřených dat. Ve třetí části jsou popsány principy a konkrétní příklady statistického vyhodnocení jednotlivých zkoušek.

1 Statistika

Kapitola 1 je vypracována na základě literatury [1] [2] [4] [7] [8] [9] [11] [12] a její text již nebude nadále citován. V literatuře [1] [2] [4] [7] [8] [9] [11] [12] se nachází výklad dané problematiky, který je nutný pro podrobnější pochopení této kapitoly.

1.1 Základy statistiky

1.1.1 Náhodný pokus

Náhodný pokus je experiment, jehož výsledek není při stejných počátečních podmínkách jistý. Výsledek pokusu není předem znám, je to však právě jeden z prvků známé množiny výsledků, kterou nazýváme základní prostor Ω . V této práci bude vždy náhodným pokusem přiložení napětí na zkoušený vzorek.

1.1.2 Náhodný jev

Každá podmnožina základního prostoru Ω se nazývá náhodným jevem (značíme A, B, C), přičemž prázdná podmnožina se nazývá jev nemožný, označujeme \emptyset a celý základní prostor jev jistý, označujeme I (nebo Ω). Výsledkem náhodného pokusu je tedy náhodný jev. V této práci bude náhodným jevem vždy elektrický průraz zkoušeného materiálu.

1.1.3 Elementární jev

Každý náhodný jev (A) lze označit jako množinu elementárních jevů $A \equiv \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$. Elementární jevy tedy představují jednotlivé výsledky náhodného pokusu, které již dále nelze rozložit. Jistý jev obsahuje všechny elementární jevy. Nemožný jev neobsahuje žádný elementární jev.

1.1.4 Náhodná veličina

Náhodná veličina je libovolná reálná funkce X definovaná na reálné množině jevů ω pravděpodobnostního prostoru Ω . Náhodnou veličinu značíme velkými písmeny (U, X, Y, Z). Realizaci náhodné veličiny značíme u, x, y, z nebo u_1, u_2, u_3 . V této práci bude náhodnou veličinou vždy velikost napětí U .

1.1.5 Relativní četnost

Opakuje-li se náhodný pokus n -krát a náhodný jev A nastane m -krát, můžeme určit relativní četnost daného náhodného jevu A z následujícího vztahu (1.1).

$$h_n(A) = \frac{m}{n} \quad (1.1)$$

Je-li množství n pokusů omezeno časem, lze využít vztah (1.2), který se využívá při nízkém počtu n (pro $n \leq 50$).

$$h_n(A) = \frac{m}{n+1} \quad (1.2)$$

Z předchozí úvahy vyplývá, že vždy platí $0 \leq m \leq n$ a relativní četnost náhodného jevu může nabývat pouze následujících hodnot.

$$0 \leq h_n \leq 1 \quad (1.3)$$

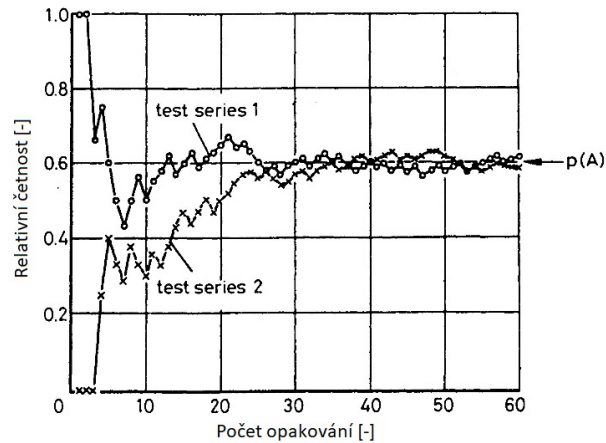
Relativní četnost dvou komplementárních jevů lze určit ze vztahu (1.4).

$$h_n(\bar{A}) = 1 - h_n(A) \quad (1.4)$$

Je-li náhodný pokus opakován, mění se jeho relativní četnost v závislosti na počtu opakování a to tak, že se blíží pravděpodobnosti náhodného jevu se zvyšujícím se počtem opakování. Uvážíme-li, že počet opakování náhodného pokusu se bude blížit k nekonečnu, výsledná relativní četnost bude odpovídat pravděpodobnosti náhodného jevu. Matematicky je tento jev popsán vztahem (1.5).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} h_n(A) = p(A) \quad (1.5)$$

Každá série náhodných pokusů obsahuje odlišné výsledky relativních četností při jednotlivých opakováních. Porovnání dvou testovacích sérií je znázorněno na *Obr. 1.1*.



Obr. 1.1 Porovnání dvou testovacích sérií [1]

1.1.6 Intervaly spolehlivosti

V praxi vysokonapěťové techniky většinou nedosahujeme tak vysokých počtů opakování z důvodů časové náročnosti mezi jednotlivými měřeními, či velkých finančních nákladů při destruktivních zkouškách. Vypočtená relativní četnost je pouze bodový odhad, pro který následně určíme interval spolehlivosti. Při menším počtu opakování n je vhodné sestavit interval $[p_u ; p_o]$ s určitou hladinou spolehlivosti ε , který vypovídá více informací o dané relativní četnosti nebo průměru, či rozptylu statistického souboru dat. Nejčastěji se používá hladina spolehlivosti $\varepsilon = 0,95$, která vypovídá o souboru dat např. s $n=100$ opakováními, že daná charakteristika se v tomto intervalu objeví 95krát. Čím užší interval sestojíme, tím spolehlivěji víme, že se blíží k základnímu souboru dat. Šířší intervalu spolehlivosti posuzujeme například náhodnou výběrovou chybu. Způsoby určení hodnot dolních limitních mezí spolehlivosti p_o (p_u, g_u) a horních limitních mezí spolehlivosti p_u (p_l, g_u) jednotlivých statistických rozdělení jsou popsány v kapitole 1.3 ÷ 1.9.

1.1.7 Kvantily

Kvantil rozděluje seřazený statistický soubor dat (naměřených hodnot napětí) na dvě části. Nejčastěji používaným kvantilem v technice vysokého napětí je $x_{0,5}$ (u_{50}), který rozděluje statistický soubor dat na dvě stejně velké části. Kvantil $x_{0,5}$ (u_{50} nebo \tilde{u}) je nazýván mediánem. Kvantil označovaný \hat{x} (\hat{u}) nazýváme modusem. Modus je hodnota, která má nejčastější výskyt v daném souboru dat. Modus lze graficky nalézt ve vrcholu funkce hustoty pravděpodobnosti. Obsahuje-li rozdělení jen jeden vrchol, pak je modus totožný s mediánem. Dalšími často používanými kvantily v technice vysokého napětí jsou $x_{0,9}$ (u_{90}) a $x_{0,1}$ (u_{10}). Kvantil $x_{0,9}$ (u_{90}) lze použít například pro vyhodnocení změřených přeskokových hodnot

napětí při zkoušce metodou nahoru-dolů. Má-li $x_{0,9}$ (u_{90}) hodnotu 75 kV, tak je 10 % naměřených přeskokových napětí větších nebo rovných 75 kV. Kvantily jednotlivých rozdělání lze odečítat z normovaných tabulek, které jsou uvedeny v přílohách nebo přesněji softwarově.

1.2 Distribuční funkce

Distribuční funkce $F(x)$ přiřazuje v bodě x pravděpodobnost, že náhodná veličina X nabude hodnoty, která je menší nebo rovna tomuto číslu. Matematicky je popsána pomocí vztahu (1.6).

$$F(x) = P(X < x) \quad (1.6)$$

Vlastnostmi distribuční funkce jsou:

I. Distribuční funkce je nezáporné číslo menší nebo rovno jedné

$$0 \leq F(x) \leq 1 \quad (1.7)$$

II. Distribuční funkce je neklesající

$$F(x_1) \leq F(x_2) \quad (1.8)$$

III. Distribuční funkce je spojitá zprava

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = F(+\infty) = 1 \quad (1.9)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = F(-\infty) = 0 \quad (1.10)$$

IV. Podle vztahu (1.6) je distribuční funkce spojitá zleva.

V. Distribuční funkce má nejvýše spočetně bodů spojitosti.

Distribuční funkce je charakterizována dvěma hlavními parametry. Prvním z nich je střední hodnota, která je definována jako vážený průměr příslušného statistického souboru a je nejznámější mírou polohy ve statistice. Druhým je rozptyl, který charakterizuje variabilitu rozdělání statistického souboru náhodných hodnot kolem její střední hodnoty. Obecně

matematicky jsou tyto parametry uvedeny v následujících kapitolách 1.3 ÷ 1.6. Numerické způsoby odhadů těchto parametrů ze statistického souboru dat jsou uvedené v kapitole 2.

1.2.1 Diskrétní distribuční funkce

Diskrétní distribuční funkce je dána vztahem (1.11), kde x_i jsou hodnoty distribuční funkce, které nabývají pravděpodobností p_i .

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i) = \sum_{x_i < x} p_i \quad (1.11)$$

Hustota pravděpodobnosti diskrétní distribuční funkce $f(x)$ je popsána vztahem (1.12).

$$f(x) = P(X = x_i) = p_i \quad (1.12)$$

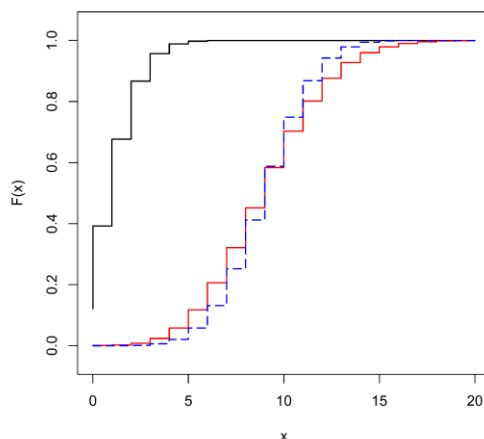
Střední hodnota diskrétní distribuční funkce je definována vztahem (1.13).

$$E(X) = \sum_i p_i x_i \quad (1.13)$$

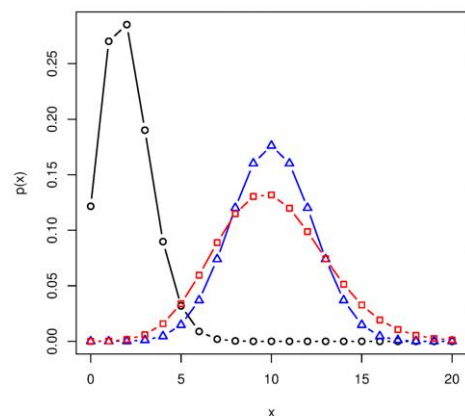
Rozptyl diskrétní distribuční funkce je definován vztahem (1.14).

$$D(X) = \sum_i [x_i - E(X)]^2 \cdot p_i \quad (1.14)$$

Na *Obr. 1.2* je znázorněna diskrétní distribuční funkce a na *Obr. 1.3* je znázorněna její hustota pravděpodobnosti.



Obr. 1.2 Diskrétní distribuční funkce [5]



Obr. 1.3 Diskrétní hustota pravděpodobnosti [5]

1.2.2 Spojitá distribuční funkce

Spojitá distribuční funkce $F(x)$ je popsána vztahem (1.15).

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad (1.15)$$

Hustota pravděpodobnosti spojitě distribuční funkce $f(x)$ je dána vztahem (1.16).

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad (1.16)$$

Pravděpodobnost spojitě veličiny X v intervalu $[x_1; x_2]$ je dána vztahem (1.17).

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1) \quad (1.17)$$

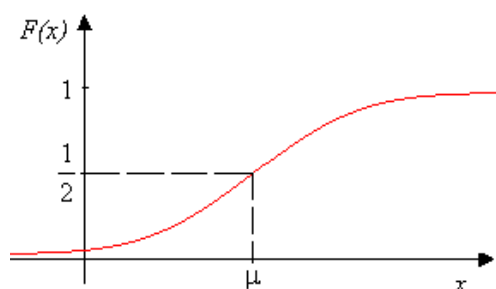
Střední hodnota spojitě distribuční funkce (někdy označována symbolem μ) je definována vztahem (1.18).

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx \quad (1.18)$$

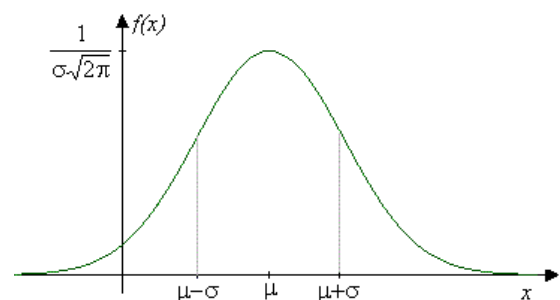
Rozptyl spojitě distribuční funkce (někdy označována symbolem σ) je definován vztahy (1.19).

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 \cdot f(x)dx \quad (1.19)$$

Na *Obr. 1.4* je znázorněna spojitá distribuční funkce a na *Obr. 1.5* je znázorněna její hustota pravděpodobnosti.



Obr. 1.4 Spojitá distribuční funkce [10]



Obr. 1.5 Hustota pravděpodobnosti spojitě funkce [10]

1.3 Binomické rozdělení

Binomické rozdělení označujeme $Bi(n, p)$. Binomické rozdělení určuje četnost výskytu náhodného jevu A v n pokusech, ve kterých má jev stálou pravděpodobnost výskytu p . Binomické rozdělení se využívá pro rozdělení nespojitě veličiny. Diskrétní veličina X binomického rozdělení nabývá hodnot $0 \div n$. Pravděpodobnost, že jev nastane k -krát z n pokusů s pravděpodobností p je dán vztahy (1.17) a (1.18). Grafické znázornění binomického rozdělení je na *Obr. 1.6*. Kumulativní pravděpodobnost je dána vztahem (1.19).

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \text{ kde } x=0, 1, \dots, n \quad (1.17)$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1.18)$$

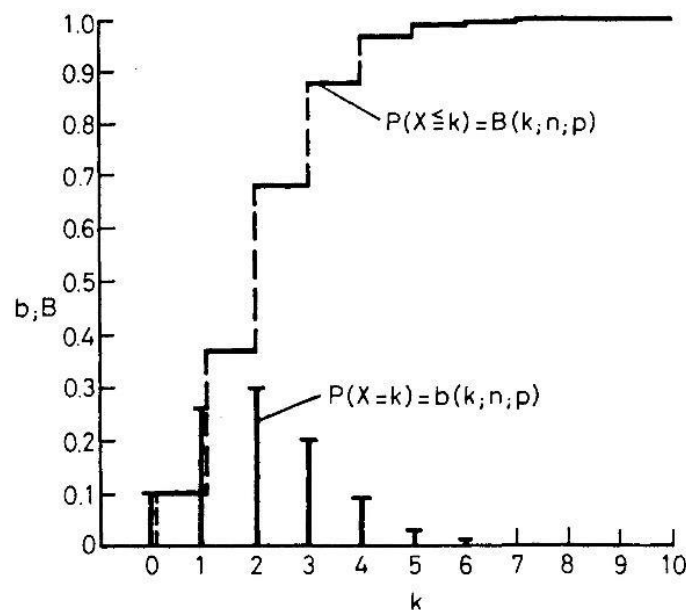
$$P(X \leq k) = \sum_{m=0}^k \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (1.19)$$

Střední hodnota binomického rozdělení je dána vztahem (1.20).

$$E(X) = np \quad (1.20)$$

Rozptyl binomického rozdělení je dán vztahem (1.21).

$$D(X) = np(1-p) \quad (1.21)$$



Obr. 1.6 Binomické rozdělení s parametry $n=10$ a $p=0,2$ [1]

Horní limitní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[0 ; p_o]$ binomického rozdělení je dána vztahem (1.22), který využívá Fisher-Snedecorovo rozdělení, stejně tak jako vztahy (1.23 a 1.24), kde $F_{m_1; m_2; \varepsilon}$ je kvantil F rozdělení s řádem $q=\varepsilon$ a stupněm volnosti $m_1=2(k+1)$ a $m_2=2(n-k)$. Fisher-Snedecorovo rozdělení je blíže popsáno v [1]. Hodnoty kvantilů Fisher-Snedecorova rozdělení jsou uvedeny v Příloze B.

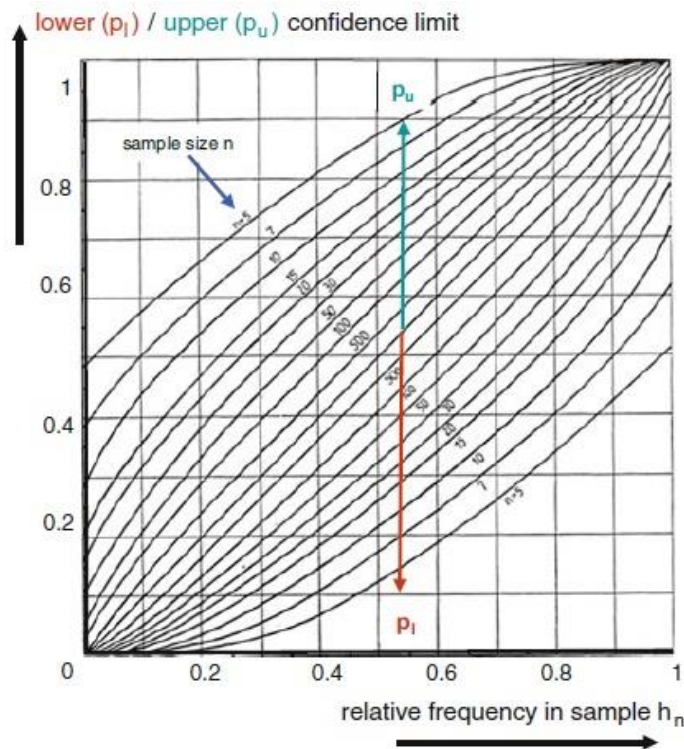
$$p_o = \frac{(k+1)F_{m_1; m_2; \varepsilon}}{n-k+(k+1)F_{m_1; m_2; \varepsilon}} \tag{1.22}$$

Spodní limitní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[p_u ; 1]$ binomického rozdělení je dána vztahem (1.23), kde $m_3=2(n-k+1)$ a $m_4=2k$.

$$p_u = \frac{k}{k+(n-k+1)F_{m_3; m_4; \varepsilon}} \tag{1.23}$$

Oboustranný interval spolehlivosti $[p_u ; p_o]$ je možné odečíst z Obr. 1.7 nebo vypočítat vztahem (1.24). λ_q je kvantil normalizovaného normálního rozdělení (viz kapitola 1.4) řádu $q=0,5 \cdot (1 + \varepsilon)$. Tento kvantil lze získat například z tabulek uvedených v příloze A.

$$\frac{p_u}{p_o} = \frac{1}{n + \lambda_q^2} \left(k + \frac{\lambda_q^2}{2} \mp \lambda_q \sqrt{\frac{k(n-k)}{n} + \frac{\lambda_q^2}{4}} \right) \tag{1.24}$$



Obr. 1.7 Intervaly spolehlivosti pro $\varepsilon=0,95$ [4]

1.4 Normální rozdělení

Normální rozdělení označujeme $N(\mu, \sigma^2)$. Normální rozdělení pravděpodobnosti je jedním z nejpoužívanějších rozdělení četností výskytu náhodného jevu. Využívá se při statistickém vyhodnocení spojité veličiny. Funkce hustoty pravděpodobnosti f je popsána rovnicí (1.25).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.25)$$

Střední hodnota normálního rozdělení je dána vztahem (1.26).

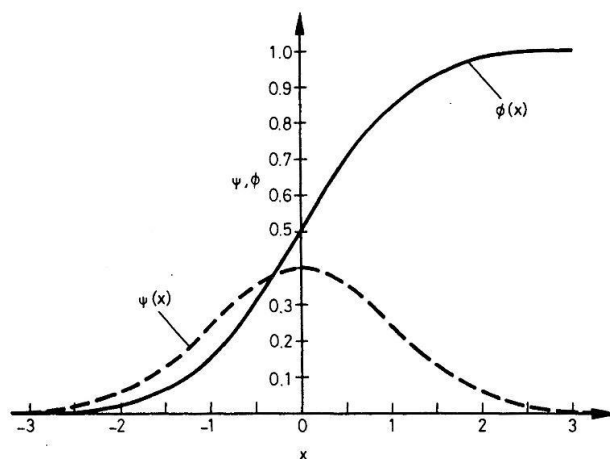
$$\mu = E(X) \quad (1.26)$$

Rozptyl normálního rozdělení je dán vztahem (1.27).

$$\sigma^2 = D(X) \quad (1.27)$$

Distribuční funkce normálního rozdělení udává kumulativní pravděpodobnost, která sčítá veškeré předešlé hodnoty pravděpodobnosti. Distribuční funkce je dána vztahem (1.28).

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (1.28)$$



Obr. 1.8 Distribuční funkce a funkce hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení [1]

Střední hodnota μ udává polohu maxima Gaussovy křivky. Směrodatná odchylka σ určuje vzdálenost inflexních bodů od střední hodnoty (šířku Gaussovy křivky). Matematický odhad střední hodnoty a rozptylu je dán vztahy (2.1) a (2.2), které využijeme například při lineární regresi (viz kapitola 1.7). Znázornění distribuční funkce a funkce

hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení s parametry $\mu=0$ a $\sigma=1$ je na Obr. 1.8. Pokud má normální rozdělení tyto parametry, nazýváme jej normované normální rozdělení. Distribuční funkci pak označujeme jako $\Phi(x)$ a funkci hustoty pravděpodobnosti jako $\varphi(x)$. Dalším případem je performance function (někdy nazývána i „reaction function“), která se od distribuční funkce liší v tom, že udává pravděpodobnost výskytu jevu pro danou napěťovou hladinu a nesčítá hustoty pravděpodobností předešlých napěťových hladin. Performance function nemusí být pouze monotónně vzrůstající, ale může být i klesající. I tato funkce může být aproximována normálním rozdělením.

Intervaly spolehlivosti pro střední hodnotu a rozptyl lze určit více způsoby. Oboustranný interval spolehlivosti $[g_u ; g_o]$ pro střední hodnotu normálního rozdělení je dán vztahem (1.29), který využívá studentova t rozdělení, stejně tak jako vztahy (1.30) a (1.31). Parametr $n-1=m$ je počet stupňů volnosti a ε představuje koeficient spolehlivosti. Studentovo rozdělení je blíže popsáno v [1] a hodnoty jeho kvantilů jsou uvedeny v Příloze C.

$$\begin{aligned} g_o &= \bar{x} \pm t_{n-1;(1+\varepsilon)/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \\ g_u & \end{aligned} \quad (1.29)$$

Horní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[-\infty ; g_u]$ pro střední hodnotu normálního rozdělení je dána vztahem (1.30).

$$g_u = \bar{x} + t_{n-1;\varepsilon} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (1.30)$$

Spodní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[g_o ; +\infty]$ pro střední hodnotu normálního rozdělení je dána vztahem (1.31).

$$g_o = \bar{x} - t_{n-1;\varepsilon} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (1.31)$$

Oboustranný interval spolehlivosti $[g_u ; g_o]$ pro rozptyl normálního rozdělení je dán vztahem (1.32), který využívá Pearsonovo χ^2 rozdělení, stejně tak jako vztahy (1.33 a 1.34). Parametr $n-1=m$ je počet stupňů volnosti a ε je koeficient spolehlivosti. Pearsonovo rozdělení je blíže popsáno v [1]. Hodnoty kvantilů Pearsonova rozdělení jsou uvedeny v Příloze D.

$$\begin{aligned} g_o &= \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;(1+\varepsilon)/2}^2} \\ g_u &= \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;(1-\varepsilon)/2}^2} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Horní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[-\infty ; g_u]$ pro rozptyl normálního rozdělení je dána vztahem (1.33).

$$g_u = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;1-\varepsilon}^2} \quad (1.33)$$

Spodní hodnota jednostranného intervalu spolehlivosti $[g_o ; +\infty]$ pro rozptyl normálního rozdělení je dána vztahem (1.34).

$$g_o = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;\varepsilon}^2} \quad (1.34)$$

1.5 Weibullovo rozdělení

Weibullovo rozdělení označujeme $W(\lambda, k)$. Spojitá náhodná veličina X má dvouparametrové Weibullovo rozdělení s parametry δ a c , pokud je její hustota pravděpodobnosti ve tvaru dle vztahu (1.35) a pro následující parametry platí: $x>0, \lambda>0$ a $k>0$. Pro $x\leq 0$ je hodnota hustoty pravděpodobnosti rovna nule. K speciálnímu případu Weibullova rozdělení dochází, pokud $k=1$. V tomto případě je Weibullovo rozdělení identické s exponenciálním rozdělením viz [2]. Weibullovo rozdělení je vhodné použít ke statistickému vyhodnocení měřených prvků s velkou elektrickou pevností. Weibullovo rozdělení se často využívá pro vyhodnocení bezporuchovosti technických zařízení, u kterých se projevuje mechanické opotřebení nebo únava materiálu. Parametr λ závisí na materiálu, namáhání a užívání testovaného prvku. Výpočet intervalů spolehlivosti Weibullova rozdělení je popsán v literatuře [1] a [13].

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (1.35)$$

Distribuční funkce je dána vztahem (1.36). Na Obr. 1.9 je znázorněna funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce Weibullova rozdělení.

$$F(X) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (1.36)$$

Střední hodnota je dána vztahem (1.37).

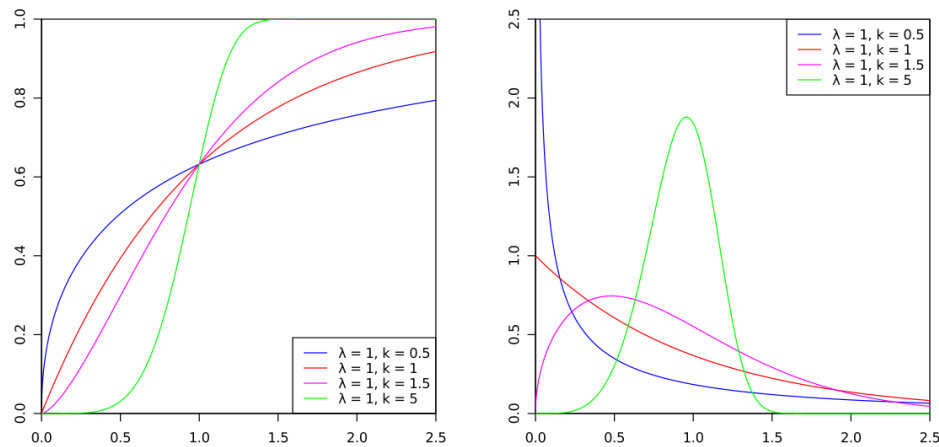
$$E(X) = \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right)\lambda \quad (1.37)$$

Rozptyl je dán vztahem (1.38).

$$D(X) = \lambda^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) - \left(\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \right)^2 \right] \quad (1.38)$$

Gama funkce $\Gamma(x)$ je zobecněním faktoriálu v oboru komplexních čísel. Gama funkce je definovaná vztahem (1.39). Tato funkce je spojitá pro $x > 0$. Pro $x \leq 0$ funkce diverguje

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (1.39)$$



Obr. 1.9 Distribuční funkce a funkce hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení [12]

1.6 Gumbelovo rozdělení

Gumbelovo rozdělení značíme $G(\mu, \beta)$. Gumbelovo rozdělení je vhodné pro statistické vyhodnocení měřeného prvku, který vykazuje minimální elektrickou pevnost, a dochází u něj k mnoha průrazným výbojům, či přeskokům. Distribuční funkce Gumbelova rozdělení je dána vztahem (1.40). Na Obr. 1.10 je znázorněna distribuční funkce a funkce hustoty pravděpodobnosti. Výpočet intervalů spolehlivosti Gumbelova rozdělení je složitý a popsán v literatuře [13] a [14].

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\beta}\right)\right], \text{ pro } -\infty < x < \infty \quad (1.40)$$

Funkce hustoty pravděpodobnosti Gumbelova rozdělení je dána vztahem (1.41).

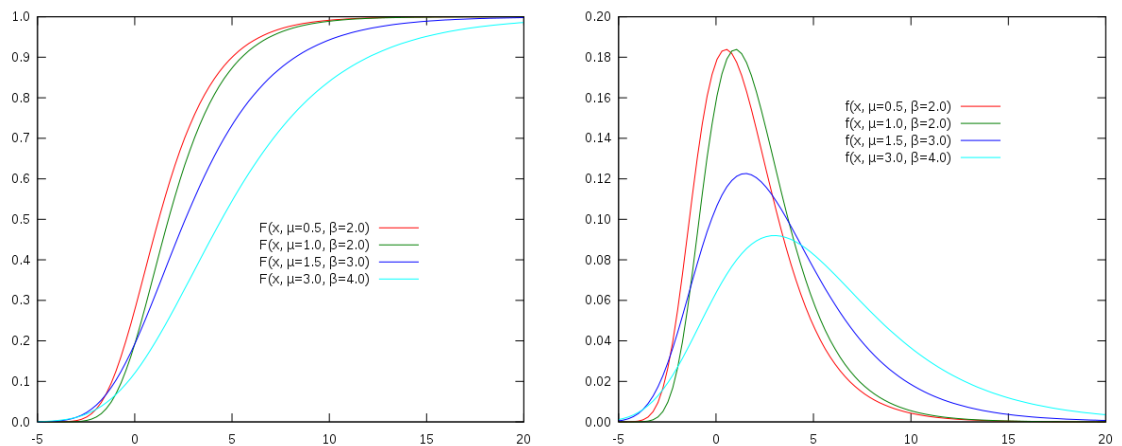
$$f(x) = \frac{1}{\beta} \exp\left[-\frac{x-\mu}{\beta} - \exp\left(-\frac{x-\mu}{\beta}\right)\right], \text{ pro } -\infty < x < \infty; 0 < \beta < \infty \quad (1.41)$$

Střední hodnota je dána vztahem (1.42).

$$E(X) = \mu + \beta\gamma \quad (1.42)$$

Rozptyl je dán vztahem (1.43).

$$D(X) = \frac{\pi^2}{6} \beta^2 \quad (1.43)$$



Obr. 1.10 Distribuční funkce a funkce hustoty pravděpodobnosti Gumbelova rozdělení [11]

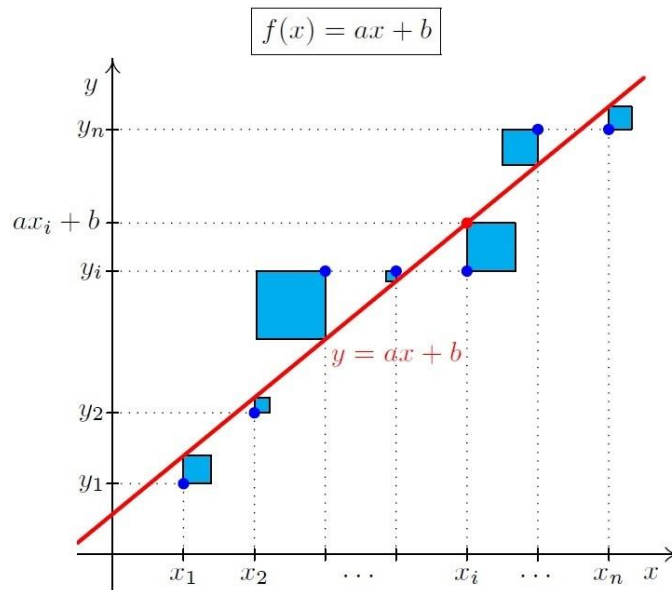
1.7 Lineární a polynomická regrese

Lineární regrese je matematická metoda používaná pro proložení souboru bodů přímkou. Přímkou lze vyjádřit jako závislost osy y na ose x . Hodnoty osy x jsou přesné na rozdíl od hodnot osy y , které jsou ovlivněny například chybami měření nebo nepřesnostmi zkoušených vzorků, či médií. Mezi hodnotou jednoho bodu na ose y a hodnotou bodu ležícího na přímce bude vždy odchylka. K regresivnímu proložení se využívá například metoda nejmenších čtverců. Polynomická regrese využívá k proložení polynom určitého řádu.

1.8 Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců je matematicko-statistická metoda využívaná pro aproximaci uspořádaného souboru dat (v našem případě naměřených hodnot) a nalezení funkce, která tuto aproximaci matematicky popisuje. Podstatou metody je nalezení takové přímky, u které bude součet druhých mocnin odchylek mezi naměřenými hodnotami a přímkou co nejmenší. Hledaná přímka bude ve tvaru podle vztahu (1.44). Grafické znázornění principu metody nejmenších čtverců je na Obr. 1.11.

$$y = ax + b \quad (1.44)$$



Obr. 1.11 Princip metody nejmenších čtverců [9]

Hodnoty a a b lze získat empirickými vztahy (1.45 a 1.46). Odhad střední hodnoty \bar{x} a \bar{y} je popsán v kapitole 2.1. Výpočet lineární regrese je vhodné realizovat softwarově.

$$a = \bar{y} - b\bar{x}, \quad (1.45)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{nebo} \quad b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} \quad (1.46)$$

Vhodnost přímky lineární regrese se ověřuje pomocí korelačního koeficientu r , který je dán vztahem (1.47). Korelační koeficient nabývá hodnot $-1 \leq r \leq 1$. Je-li jeho velikost v okolí jedné, či mínus jedné, tak korelační koeficient vypovídá o lineární závislosti veličiny.

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (1.47)$$

Druhá varianta určení hodnot a a b spočívá v použití pseudoinverzní matice dle vztahu (1.48) a (1.49). První sloupec matice A obsahuje hodnoty x a druhý sloupec samé jedničky. Vektor y obsahuje námi změřené hodnoty.

$$x = (A^T A)^{-1} A^T y \quad (1.48)$$

$$x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

1.9 Kolmogorovův-Smirnovův test

Kolmogorovův-Smirnovův test je matematická metoda používaná ve statistice. Umožňuje ověření, zda dvě jednorozměrné náhodné proměnné pocházejí ze stejného pravděpodobnostního rozdělení, nebo zda jednorozměrná náhodná proměnná má předpokládané teoretické rozdělení. Ze seřazeného souboru hodnot napětí ($x_1 \div x_n$) vytvoříme výběrovou distribuční funkci $F_n(x)$, pro kterou platí vztahy (1.50 ÷ 1.52).

$$F_n(x) = 0, \text{ pro } x < x_1 \tag{1.50}$$

$$F_n(x) = \frac{i}{n}, \text{ pro } x_i < x < x_{i+1}, \text{ kde } i=1, 2, \dots, n-1 \tag{1.51}$$

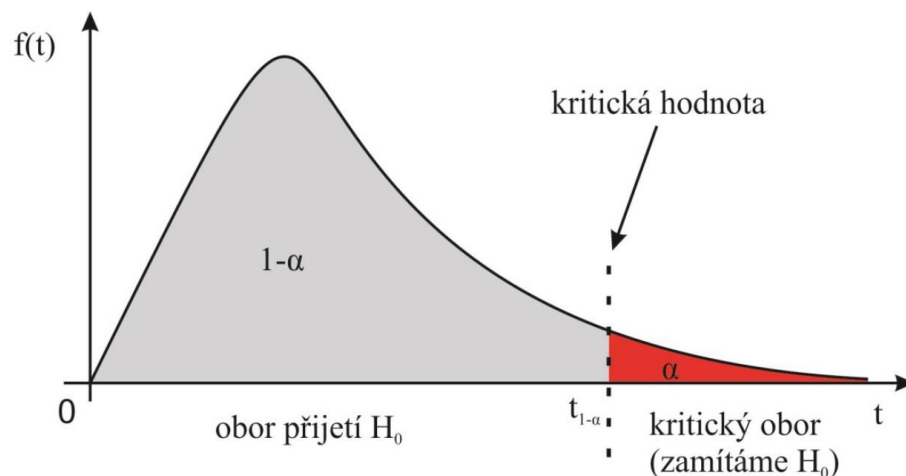
$$F_n(x) = 1, \text{ pro } x \geq x_n \tag{1.52}$$

Získanou výběrovou funkci $F_n(x)$ poté porovnááme s distribuční funkcí daného rozdělení $F_0(x)$. Hodnotu D_{krit} určíme z tabulek v příloze E. Poté ze vztahu (1.53) spočítáme hodnotu D_t . Hladina významnosti α určuje pravděpodobnost chybného zamítnutí hypotézy.

$$D_t = \max(F_n(x) - F_0(x)) \tag{1.53}$$

Testovaný výběr odpovídá vybranému teoretickému rozložení, pokud platí vztah (1.54). Jestliže je hodnota D_t větší než hodnota D_{krit} pro danou hladinu významnosti α , hypotézu H_0 zamítáme. Na Obr 1.12 je grafické znázornění testu, přijetí a zamítnutí hypotézy H_0 , která vyjadřuje nulový rozdíl mezi testovanými soubory dat.

$$D_t < D_{krit} \tag{1.54}$$



Obr. 1.12 Kolmogorovův-Smirnovův test [8]

2 Metody měření

Kapitola 2 je vypracována na základě literatury [1] [2] [3] [4] a její text již nebude nadále citován. Podrobnější výklad této kapitoly nutný k pochopení dané problematiky je popsán v literatuře [1] [3] [4]. Při měření všech metod je třeba zaznamenávat tlak, teplotu okolního prostředí, vlhkost a geometrii uspořádání měřeného prvku. V ČSN EN 60060-1 jsou popsány principy, požadavky a postupy těchto zkoušek, jež je nutné v České republice dodržovat při jejich měření a vyhodnocení.

2.1 Základní pojmy

Pro účely této práce jsou nezbytné následující základní pojmy, které jsou stanoveny normou ČSN EN 60060-1.

Dle ČSN EN 60060-1 se zkoušky vysokým napětím různých druhů izolačních materiálů rozdělují do tří tříd:

- třída 1 – zkoušky více hladinami,
- třída 2 – zkoušky metodou nahoru-dolů,
- třída 3 – zkoušky postupným namáháním.

2.1.1 Průrazný výboj a přeskok

Průrazný výboj (disruptive discharge) je způsoben porušením izolace při elektrickém namáhání. K průraznému výboji dochází pouze v dielektriku z pevného materiálu, kde způsobí většinou trvalou ztrátu dielektrických vlastností. K přeskoku (sparkover) dochází pouze v plynném nebo kapalném dielektriku a ztráta dielektrických vlastností může být jen dočasná. Při měření se může vyskytnout krátkodobý výboj, či přeskok, který na velmi malý okamžik přemostí izolaci zkoušeného prvku, následně po znovuoobnovení dielektrické pevnosti zhasne a dojde k zvýšení napětí na původní hodnotu. V těchto případech se také jedná o průrazný výboj, či přeskok, který je zaznamenán, není-li příslušnou technickou komisí určeno jinak. Zároveň se při měření může vyskytnout neprůrazný výboj, při kterém neklesne napětí na nulu. Částečné výboje (IEC 60270) patří do této kategorie. Pokud při měření dojde k neprůraznému výboji, není zaznamenán jako průrazný výboj, nestanoví-li technická komise jinak.

2.1.2 Průrazné napětí

Průrazné napětí (disruptive discharge voltage) je takové napětí, při kterém dojde k průraznému výboji či přeskoku, který úplně přemostí zkoušenou izolaci. Při přemostění poklesne hodnota napětí mezi elektrodami na nulu.

2.1.3 Výdržné napětí

Výdržné napětí (withstand voltage) mezi elektrodami charakterizující izolaci měřeného prvku, při kterém nedojde k průraznému výboji. Standardně se výdržné napětí vztahuje k normálním atmosférickým podmínkám.

2.1.4 Odhad střední hodnoty napětí

Prvním a nejčastějším odhadem střední hodnoty napětí je aritmetická průměrná hodnota \bar{u} , která je dána vztahem (2.1). Je-li rozložení symetrické, pak je aritmetická hodnota stejně velká jako medián \tilde{u} . Je-li rozložení jedno vrcholové, pak se medián \tilde{u} rovná modusu \hat{u} . Počet přiložených napětí je označen symbolem n . Měřené napětí průrazného výboje je označeno symbolem u_i . Další možností odhadu střední hodnoty napětí je harmonický průměr, který je dán vztahem (2.2).

$$\mu^* = \bar{u} = \tilde{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (2.1)$$

$$\mu^* = \tilde{u} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{u_i}} \quad (2.2)$$

2.1.5 Odhad rozptylu napětí

Prvním způsobem odhadu rozptylu je variační rozpětí, které značíme symbolem R . Při nízkých počtech opakování náhodného pokusu ($n < 5$) je variační rozpětí téměř totožné s rozptylem a je dáno vztahem (2.3). Při větším počtu opakování je variační rozpětí vyjádřeno pomocí směrodatné odchylky s , dle vztahu (2.4).

$$R = u_{\max} - u_{\min} \quad (2.3)$$

$$R \approx 4s \quad (2.4)$$

Dalším možným způsobem je určení rozptylu pomocí rozdílu 90 % a 10 % kvantilu dle vztahu (2.5).

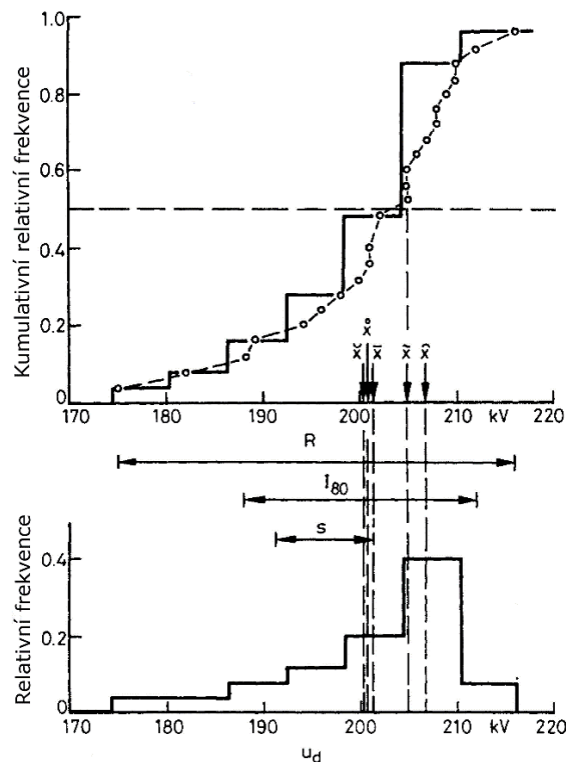
$$I = x_p - x_q = u_{90} - u_{10} \tag{2.5}$$

Směrodatná odchylka s je dána vztahem (2.6). Zároveň může být určena rozdílem 84% a 50% napětím průrazného výboje (nebo rozdílem 50 % a 16 % napětím průrazného výboje), protože mezi $p=16$ % a $p=84$ % jsou veškeré distribuční funkce téměř shodné. Je-li směrodatná odchylka průrazného výboje v mezích definovaných vzorcí v kapitole 1, jedná se o úspěšně změřenou zkoušku.

$$\sigma^* = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2 = (u_{50} - u_{16})^2 \tag{2.6}$$

$$v = \frac{s}{\bar{u}} \tag{2.7}$$

Pro rychlé porovnávání souborů dat lze použít variační koeficient v , který udává fluktuaci dat a je dán vztahem (2.7). Na Obr. 2.1 je znázorněna ilustrace výše uvedených odhadů parametrů.



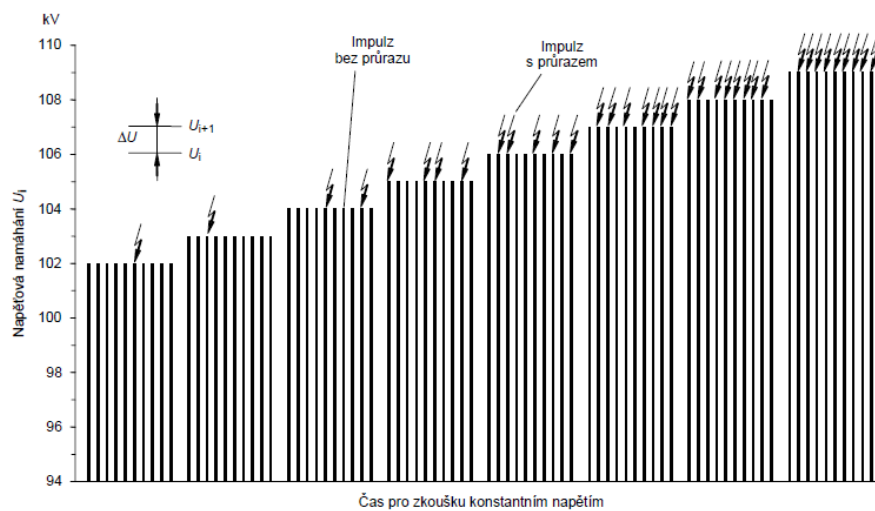
Obr. 2.1 Ilustrace parametrů odhadu [1]

2.2 Zkouška více hladinami

Zkoušku třídy 1 provádíme přikládáním n_i napětí, která způsobí $k_i \leq n_i$ průrazných výbojů na každé z m napětových hladin U_i . Velikost rozdílu mezi sousedními napětovými hladinami je dána vztahem (2.8).

$$\Delta U = U_{i+1} - U_i, \text{ kde } (i=1, 2, \dots, m-1). \quad (2.8)$$

Většinou se u této metody využívá impulzní napětí, lze ale použít i střídavé a stejnosměrné napětí s definovanou dobou namáhání. Výsledkem zkoušky více hladinami je n_i přiložených napětí a příslušný počet průrazných výbojů, či přeskoků k_i na každé z m napětových hladin U_i . Na Obr. 2.2 je znázorněn záznam z měření 8 napětových hladin s 10 přiloženými napětovými impulzy.



počet napětových namáhání, i	1	2	3	4	5	6	7	8
počet přiložení napětí, n_i	10	10	10	10	10	10	10	10
počet průrazných výbojů, k_i	1	1	2	4	5	7	8	9
četnost průrazných výbojů, $f_i = k_i/n_i$	0,1	0,1	0,2	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9
celkem průrazných výbojů, g	1	2	4	8	13	20	28	37

Obr. 2.2 Zkouška více hladinami [3]

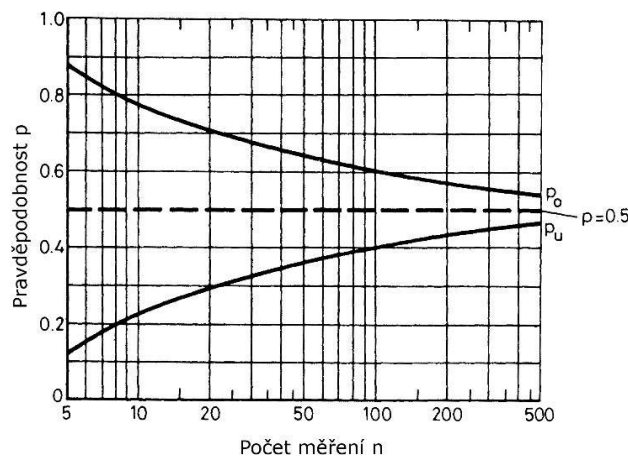
Prvním krokem před měřením je stanovení velikosti napětového kroku ΔU , počtu přiložených napětových impulzů n a počtu měřených napětových hladin m . Při návrhu počtu testovacích hladin m a napětového kroku ΔU zohledňujeme rozsah testovacího napětí Δu_r . Rozsah testovacího napětí musí obsahovat pouze napětí, která mají pravděpodobnost

přeskoku větší než nula a menší než jedna ($0 \leq P(u_i) \leq 1$). Zároveň je třeba zohlednit vlastnosti testovacího zařízení, zejména jeho jemnost kroku Δu_p . Počet napěťových hladin m musí být menší než maximální možný počet napěťových hladin m_t , který je dán konstrukcí testovacího zařízení. Volbu vhodného kroku spočítáme z následujících vztahů (2.9) a (2.10).

$$m_t = \frac{\Delta u_r}{\Delta u_p} \quad (2.9)$$

$$\Delta U = \frac{\Delta u_r}{m}, \text{ kde } m \leq m_t \quad (2.10)$$

Návrh počtu přiložených napěťových impulzů n můžeme realizovat pomocí rovnic (1.22 ÷ 1.24) a sestavit tak graf závislosti intervalů spolehlivosti na počtu přiložených napěťových impulzů (viz Obr. 2.3), ze kterého následně určíme vhodný počet přiložených napěťových impulzů n .



Obr. 2.3 Graf závislosti intervalů spolehlivosti na počtu přiložených napěťových impulzů [1]

Časový rozdíl mezi jednotlivými napěťovými impulzy Δt není normou stanoven. Tento parametr určíme individuálně u každého měření vzhledem k materiálovým vlastnostem zkoušeného předmětu. Například u vzduchu je Δt dán dobou potřebnou pro plné obnovení kapacity mezi elektrodami. Pokud při každém měření používáme nový testovací prvek, je u pevných materiálů čas Δt dán především dobou pro výměnu zkoušeného prvku nebo dobou pro obnovení dielektrických vlastností materiálu. Dle normy ČSN EN 60060-1 jsou doporučené parametry voleny dle vztahů (2.11).

$$m \geq 5; n \geq 10; \quad \Delta U = (0,01 \text{ až } 0,06)U_{50} \quad (2.11)$$

Měření začínáme na takové napěťové hladině, při které nedojde k průraznému výboji, či přeskoku. Aplikujeme n přiložených impulzů a následně zvýšíme velikost napětí o napěťový krok ΔU . Pro každou testovanou hladinu zapisujeme počet průrazných výbojů, či přeskoků k .

Před každým statistickým vyhodnocením je nutné určit, zda jsou naměřená data závislá, či nezávislá. Pokud předchozí řada přiložených napěťových impulzů nezpůsobí žádnou nebo jen malou změnu výsledku, jsou data nezávislá a naopak. Ověření nezávislosti u zkoušky více hladinami spočívá v rozdělení získaného souboru dat pro jednu napěťovou úroveň na více stejně velkých souborů. Následně jsou spočítány relativní četnosti jednotlivých souborů a výsledná relativní četnost celého nerozděleného souboru dle vztahu (1.1). Změřená data je proto nutné zaznamenávat chronologicky. Pokud jsou relativní četnosti rozdělených souborů rozloženy okolo četnosti celého souboru, jsou data nezávislá. Pokud dílčí relativní četnosti vykazují trend, nelze test použít pro statistické vyhodnocení. V Tab. 2.1 a 2.2 je znázorněn princip ověření nezávislosti pro jednu napěťovou hladinu s $n=100$ přiloženými impulzy rozdělenými do pěti menších souborů. Tabulkové hodnoty jsou anonymní a jsou uvedeny v literatuře [4]. Symbolem „x“ je rozuměn průrazný výboj, či přeskok a symbolem „-“ je rozuměno přiložené výdržné napětí.

Tab. 2.1 Nezávislé měření [4]

měření ve volném prostoru při atmosférických podmínkách	relativní četnost	
	h_{20}	h_{100}
- x x x - - - x - x x x x x x x - x - x	0,65	0,68
x - x - - x x x x x - x x - x x x x x x	0,75	
- x x x x - x x x x x x - x - x x x - -	0,7	
x x x - x x - x - x - - - x - x x x - x	0,6	
x x - x x x x - - x - x - x x x x x x -	0,7	

Tab. 2.2 Závislé měření [4]

měření v tlakové nádobě	relativní četnost	
	h_{20}	h_{100}
x x x x x x x x x x x x x x x x x - x	0,95	0,48
x - x - x x - x x - - x x x - x - - x -	0,55	
- - - x x x - x - - - x - x x - x - x x	0,5	
- x x - - - - - x - - - x - x - - x x	0,35	
- - - - - x - - - - - - - - - - - -	0,05	

2.3 Zkouška metodou nahoru-dolů

Zkouška třídy 2 spočívá v přiřazení m skupin namáhání s n stejných napěťových hladin U_i . Pro každou následující skupinu namáhání se napěťová hladina buď zvýší, nebo sníží o ΔU v závislosti na výsledcích z předchozí skupiny namáhání. Standardně se používají dva postupy, a to výdržný postup a výbojový postup. Nejčastěji se používají zkoušky s $n=7$, které určují 10% (výdržný postup) a 90% (výbojový postup) napětí průrazného výboje. Dále se používá zkouška s $n=1$, k určení velikosti napětí s 50% pravděpodobností průrazu, která je zpracována v kapitole 3. Dle normy ČSN EN 60060-1 jsou doporučené parametry voleny dle vztahů (2.12).

$$m \geq 15$$

$$\Delta U = (0,01 \text{ až } 0,03) U_{50} \quad (2.12)$$

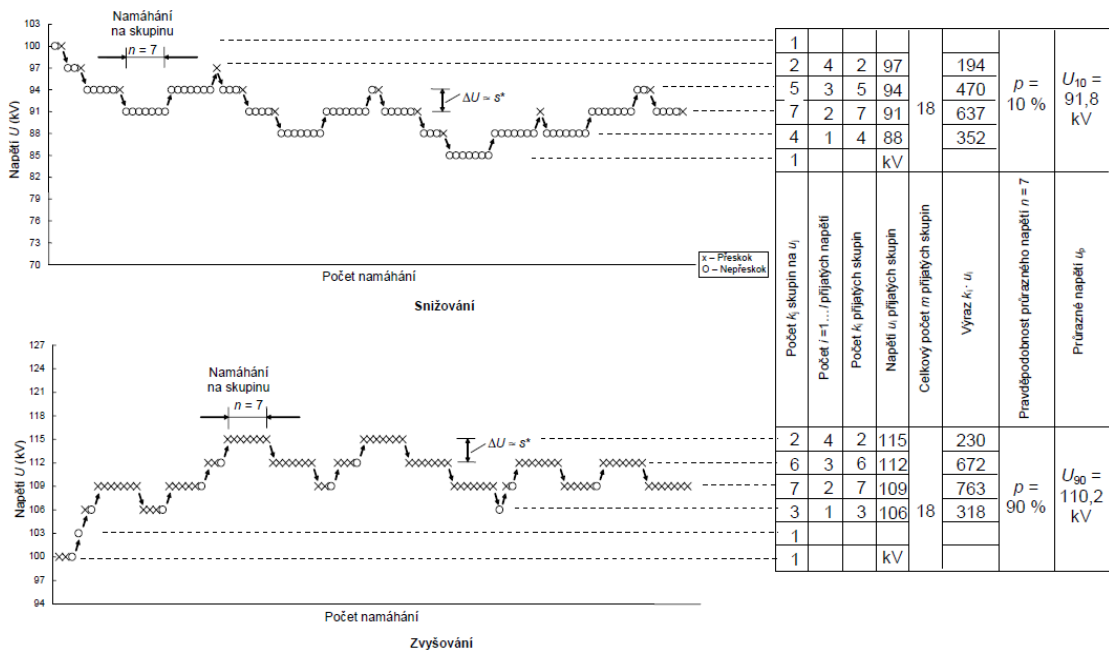
Výdržný postup je zaměřen na vyhledávání napěťových hladin, které odpovídají nízké pravděpodobnosti průrazného výboje. Hladina napětí se zvyšuje o ΔU , nedojde-li ve skupině n k žádnému průraznému výboji. Pokud dojde k průraznému výboji ve skupině n , hladina napětí se sníží o ΔU . Výbojový postup je zaměřen na vyhledávání napěťových hladin, které odpovídají vysoké pravděpodobnosti průrazného výboje. Hladina napětí se zvyšuje o ΔU , nedojde-li k jednomu nebo více průrazným výbojům. Výsledkem zkoušky metodou nahoru-dolů je počet k_i přijatých skupin namáhání, které jsou použity na napěťových hladinách U_i . Hladiny napětí, které se berou v úvahu jako přijaté, jsou ty, při kterých se uplatnily alespoň dvě skupiny namáhání. Celkový počet platných skupin m je dán vztahem (2.13). Velikost napětí dané pravděpodobnosti určíme ze vztahu (2.14). Záznam ze zkoušky metodou nahoru-dolů je znázorněn na *Obr. 2.4*.

$$m = \sum_{i=1}^l k_i, \text{ kde } i=(1, \dots, l) \quad (2.13)$$

$$U_{10}(U_{90}) = \frac{k_i \cdot U_i}{m} \quad (2.14)$$

Ověření nezávislosti u zkoušky metodou nahoru-dolů spočívá ve sledování trendu grafického záznamu měřené zkoušky. Test je nezávislý, pokud jednotlivé skupiny přiložených napětí nevykazují rostoucí, či klesající trend. Na *Obr. 2.4* jsou znázorněny dva nezávislé záznamy z měření. Symbolem „x“ je rozuměn průrazný výboj či přeskok a symbolem „o“ je

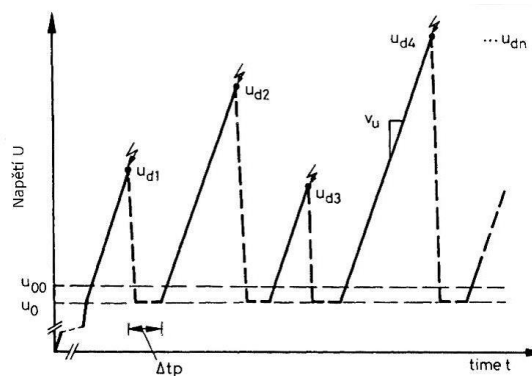
rozuměno přiložené výdržné napětí. Ověření nezávislosti u zkoušky metodou nahoru-dolů je na stejném principu jako u zkoušky postupným namáháním.



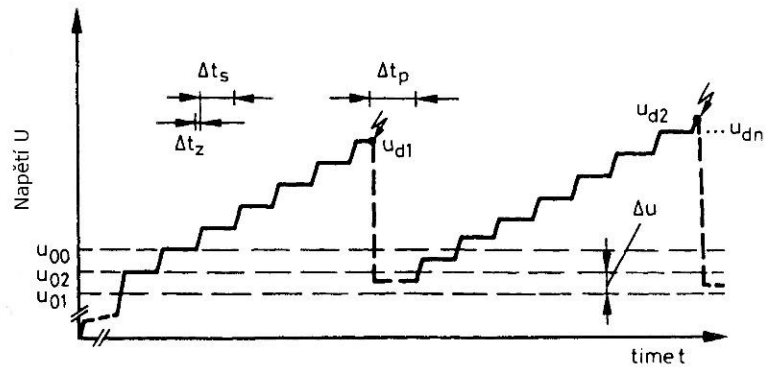
Obr. 2.4 Záznam zkoušky metodou nahoru-dolů [3]

2.4 Zkouška postupným namáháním

U zkoušky postupným namáháním se postup, který vždy vede k průraznému výboji, či přeskoku na zkoušeném objektu, provede n -krát. Napětí lze zvyšovat plynule nebo po krocích až do průrazného napětí U_i nebo je možné udržovat konstantní hladinu napětí a sledovat čas t_i , při kterém dojde k průrazu, či k přeskoku. Zkoušku lze provést postupným zvyšováním stejnosměrného, střídavého nebo impulzního napětí. Hladinu napětí můžeme zvyšovat plynule (Obr. 2.5) nebo po krocích (Obr. 2.6). Výsledkem změřené zkoušky třídy 3 je n hodnot přeskokového napětí U_i nebo čas t_i , ve kterém průrazný výboj, či přeskok nastal.



Obr. 2.5 Plynulé zvyšování hladiny napětí [3]



Obr. 2.6 Krokové zvyšování hladiny napětí [3]

Prvním krokem před měřením je návrh počtu testovacích sérií n , který má největší vliv na přesnost výsledků (dle normy $n \geq 10$). Ten realizujeme stejně jako v kapitole 2.1. Dále je třeba zvolit počáteční napětí u_0 , při kterém měření začíná a čas mezi jednotlivými měřeními Δt_p . Počáteční napětí u_0 volíme z rovnice (2.15), vzhledem k nejmenšímu možnému napětí u_{dmin} , při kterém dojde k průraznému výboji, či přeskoku.

$$u_{dmin} > 1,1u_0 \quad (2.15)$$

Při plynulém zvyšování napětí je důležité udržovat konstantní rychlost zvyšování napětěvé hladiny Δv_u , kterou můžeme určit pomocí rovnice (2.16). Při proměnné rychlosti zvyšování by docházelo k ovlivnění výsledků měření.

$$\Delta v_u = \frac{\Delta U}{\Delta t_s} \quad (2.16)$$

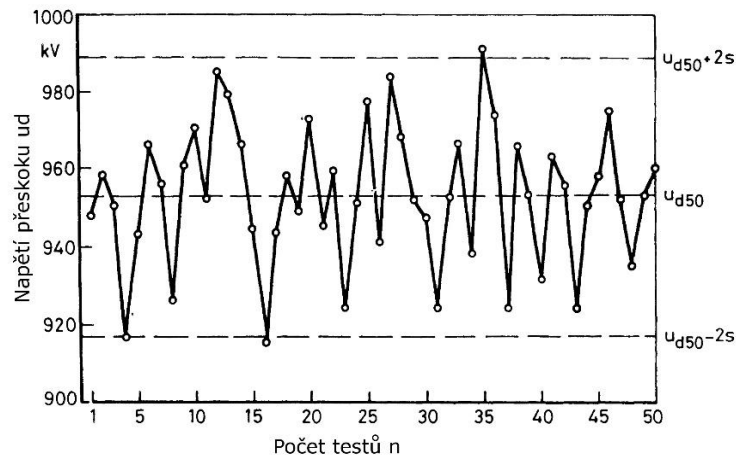
Při krokovém měření je třeba navíc zvolit vhodnou velikost napětěvého kroku ΔU , kterou zvolíme pomocí následujícího vztahu (2.17). Volíme jej vzhledem k jemnosti napětěvého kroku Δu_p měřicího zařízení a směrodatné odchylce s , kterou by napětěvý krok ΔU neměl překročit.

$$\Delta U \approx 0,5s \quad (2.17)$$

Poté je nutné stanovit dobu jednoho kroku Δt_s , která může být v rozsahu desítek sekund až sta hodin, vzhledem k měřenému prvku (obvykle $\Delta t_s = 1$ minuta). Dále také dobu zvyšování napětí Δt_z , která by měla být co nejkratší. Pokud dojde k průraznému výboji během zvyšování napětí, zaznamenáme hodnotu hladiny napětí, ze které se naposledy zvyšovalo. Během

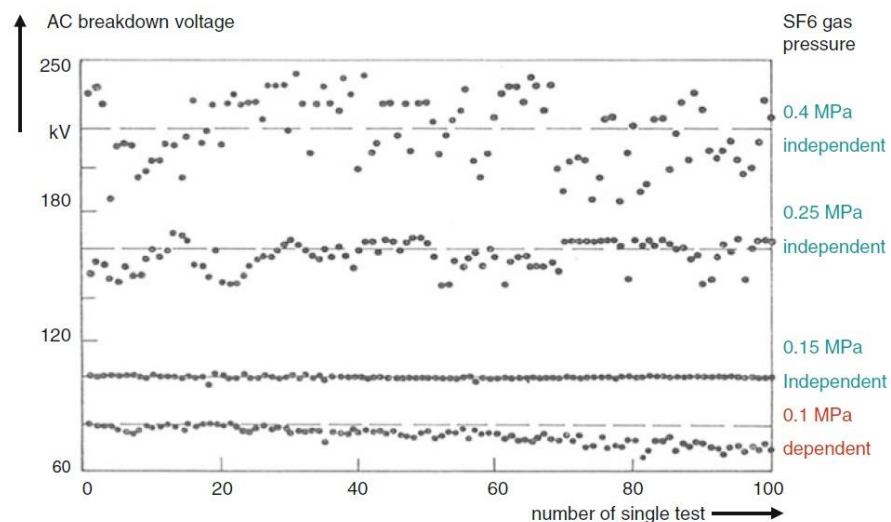
zvyšování hladiny napětí dbáme, aby nebyla překročena následující hodnota hladiny napětí U_{i+1} .

Ověření nezávislosti u zkoušky postupným namáháním spočívá v chronologickém znázornění jednotlivých přeskových hodnot do grafu, ve kterém je sledován trend vývoje. Data jsou nezávislá, jestliže graf nevykazuje žádný trend a hodnoty se pohybují v okolí střední hodnoty v maximální odchylce $\pm 2s$ (viz Obr. 2.7).



Obr. 2.7 Ověření nezávislosti – závislost směrodatné odchylky [1]

Znázornění ověření nezávislosti čtyř zkoušek postupným namáháním realizované v tlakové nádobě s plynem SF6 je na Obr. 2.8. Z grafu je patrné že pro tlak 0,1 MPa jsou data závislá, protože graf vykazuje klesající trend. Data z měření při zbylých tlacích uvedených v grafu jsou nezávislá.



Obr. 2.8 Ověření nezávislosti [4]

3 Statistické vyhodnocení zkoušek elektrické pevnosti

Veškerá změřená data, která jsou použita v této kapitole, jsou anonymní a jsou poskytnuta vedoucím diplomové práce. Kapitola 3 je vypracována na základě předchozích dvou kapitol a literatury [1] [2] [3] [4] [7] [8] [10] [11] [12] [13] [14] [15] [16], ve které naleznete podrobnější výklad této kapitoly nutný k pochopení dané problematiky.

Chování elektrické pevnosti a dielektrických vlastností zkoušeného prvku lze charakterizovat funkcí $p(U)$, závisí-li pravděpodobnost průrazného výboje, či přeskoku p pouze na zkušebním napětí U . Funkce rozdělení pravděpodobnosti průrazného výboje, či přeskoku může být v praxi zastoupena funkcí teoretického matematického rozdělení, která je charakterizována nejméně dvěma parametry. Například mediánem u_{50} a směrodatnou odchylkou s . Kvantil u_{50} , směrodatnou odchylku s a funkci $p(U)$ můžeme odhadnout ze zkoušky s dostatečným počtem přiložených napětí pouze tehdy, zůstanou-li vlastnosti zkoušeného prvku během celé zkoušky konstantní (viz ověření nezávislosti). V některých případech je pravděpodobnost p funkcí dvou, či více parametrů. Může záviset například na U a dU/dt . V takovém případě nesmí být k popisu pravděpodobnosti p použita jednoduchá funkce. Více informací o těchto případech je v literatuře [1] a [4].

Hodnoty intervalů spolehlivosti pravděpodobností, středních hodnot a rozptylů jsou počítány pomocí kvantilů Studentova, Fisherovo-Snedecorovo a Pearsonovo rozdělení. Tyto kvantily lze získat buď z tabulkových hodnot, nebo softwarovým výpočtem distribuční funkce jednotlivých rozdělení.

Tab. 3.2 Ověření nezávislosti

U [kV]	měření v tlakové nádobě - syntetický vzduch					h_{25} [-]
115	- - - - -	- - - - -	- - - - -	- - - - -	- - - - -	0
h_5	0	0	0	0	0	
120	- - - - -	- - - - -	- - - - x	x - x - -	- - - x -	0,16
h_5	0	0	0,2	0,4	0,2	
125	x - - - -	- - - - -	- - - - x	x x - x -	x - - - -	0,2
h_5	0,2	0	0,2	0,6	0,2	
130	x - - - -	- - x - x	x x - x -	- x - - x	x x x - -	0,44
h_5	0,2	0,4	0,6	0,4	0,6	
135	- - x x x	- x x - x	x x - x x	x - - x x	x x - x x	0,64
h_5	0,6	0,6	0,8	0,6	0,8	
140	x x x - -	x x x x x	x x x x x	x x x x x	- x - x x	0,84
h_5	0,6	1	1	1	0,6	
145	x - x x x	x x x x -	- x - x x	x x x x x	x x x x x	0,84
h_5	0,8	0,8	0,6	1	1	
150	- x x x x	x x x x x	x x x x x	x x x x x	x - x x x	0,92
h_5	0,8	1	1	1	0,8	

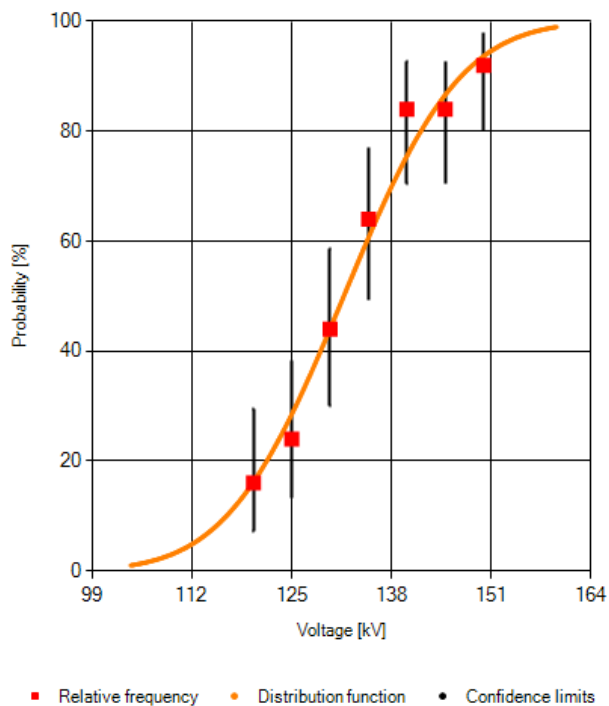
Empirickou performance function lze získat vynesáním relativních četností z Tab. 3.3 do grafu. Zároveň jsou vypočteny a zaznamenány intervaly spolehlivosti pro dané relativní četnosti. Následně jsou relativní četnosti proloženy pomocí křivítka, nebo matematicky proloženy polynomickou regresí. Výpočty jednostranných intervalů spolehlivosti pro hladinu 120 kV jsou uvedeny ve vztazích (3.3) a (3.4). Hodnoty F rozdělení jsou odečteny z tabulek v příloze B. Empirická performance function (Obr. 3.1) může sloužit jako odhad pro aproximaci performance function a následné získání teoretických parametrů rozdělení. Pokud změřená data vykazují 0% nebo 100% relativní četnost nejen na první, či poslední hladině, je vhodné použít vyhodnocení pomocí více funkcí.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 2(k+1) = 2(4+1) = 10 \\
 m_2 &= 2(n-k) = 2(25-4) = 22 \\
 p_o &= \frac{(k+1)F_{m_1; m_2; \varepsilon}}{n-k + (k+1)F_{m_1; m_2; \varepsilon}} = \frac{(4+1) \cdot 2,2967}{25-4 + (4+1) \cdot 2,2967} = 0,3535
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 m_3 &= 2(n-k+1) = 2(25-4+1) = 44 \\
 m_4 &= 2k = 2 \cdot 4 = 8 \\
 p_u &= \frac{k}{k + (n-k+1)F_{m_3; m_4; \varepsilon}} = \frac{4}{4 + (25-4+1) \cdot 3,03264} = 0,5656
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

Tab. 3.3 záznam z měření s intervaly spolehlivosti

U [kV]	četnost přeskoků [-]	relativní četnost [-]	intervaly spolehlivosti $\epsilon=0,95$	
			dolní	horní
120	4	0,16	0,057	0,33
125	6	0,24	0,11	0,42
130	11	0,44	0,27	0,621
135	16	0,64	0,456	0,798
140	21	0,84	0,67	0,943
145	21	0,84	0,67	0,943
150	23	0,92	0,769	0,986



Obr. 3.1 Empirická performance function

Hlavním výsledkem zkoušky třídy 1 je aproximace empirické performance function na pravděpodobnostním papíře, kterou lze realizovat více metodami. První a zároveň nejstarší metodou je vynesení relativních četností a intervalů spolehlivosti na pravděpodobnostní papír. Následně jsou vynesené relativní četnosti proloženy přímkou pomocí pravítka, tak aby přímka obsahla všechny intervaly spolehlivosti. Tato metoda je dnes již historií (z dob, kdy nebyla dostupná výpočetní technika umožňující pokročilejší matematické výpočty). Druhým a zároveň přesnějším způsobem je proložení regresivní přímkou pomocí metody nejmenších čtverců. Nejprve je sestavena osa pravděpodobnostního papíru pomocí inverzní funkce daného rozdělení. Tím se graficky zjednoduší distribuční funkce z polynomu vyššího řádu na

přímku. Pro výpočet zbylých kvantilů, které nejsou uvedeny v tabulkách, je použit vztah (1.4). Osa x je lineární a je na ní měřené napětí. Následně jsou vyneseny intervaly spolehlivosti jednotlivých četností. Hledaná přímka má tvar dle vztahu (1.44). Pro určení hodnot a a b máme na výběr ze dvou možností. První možností je určení těchto hodnot pomocí empirických vztahů (1.45) a (1.46), jejichž výpočet je uveden níže. Druhou možností určení hodnot a a b je pomocí pseudoinverzní matice dle vztahů (1.48) a (1.49). Pro usnadnění výpočtu hledané přímky je sestavena *Tab. 3.4*, jejíž postup výpočtu je uveden níže.

Tab. 3.4 Lineární regrese - metoda nejmenších čtverců

i	$U(x_i)$	h_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1	120	0,16	-0,994	-15	-1,265	225	1,601	18,981
2	125	0,24	-0,706	-10	-0,977	100	0,955	9,774
3	130	0,44	-0,151	-5	-0,422	25	0,178	2,112
4	135	0,64	0,358	0	0,087	0	0,007	0,000
5	140	0,84	0,994	5	0,723	25	0,522	3,613
6	145	0,84	0,994	10	0,723	100	0,522	7,226
7	150	0,92	1,405	15	1,134	225	1,285	17,004
SUMA	945	4,08	1,9	0	0	700	5,072	58,71

Nejprve jsou převedeny relativní četnosti jednotlivých napěťových hladin pomocí inverzní funkce daného rozdělení. V tomto případě tedy $N(0; 1)$. Tím získáme sloupec hodnot y_i . Pro výpočet inverzní funkce je vhodné použít softwarový kalkulátor. Zároveň jsou vypočteny hodnoty \bar{x} a \bar{y} dle vztahů (3.5).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{7} 945 = 135 \text{ kV}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{7} 1,9 = 0,2714$$
(3.5)

Následně je dopočítán zbytek hodnot dle předepsaných vzorců v *Tab. 3.4* a směrodatné odchylky s_x a s_y dle vztahů (3.6).

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{7-1} 700} = 10,8 \text{ kV}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{7-1} 5,072} = 0,9194$$
(3.6)

Poté je vypočtena hodnota s_{xy} dle vztahu (3.7) a korelační koeficient r dle vztahu (3.8). Následně jsou vypočteny hodnoty regresivní přímky dle vztahů (3.9) a (3.10).

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{7-1} 58,71 = 9,785 \quad (3.7)$$

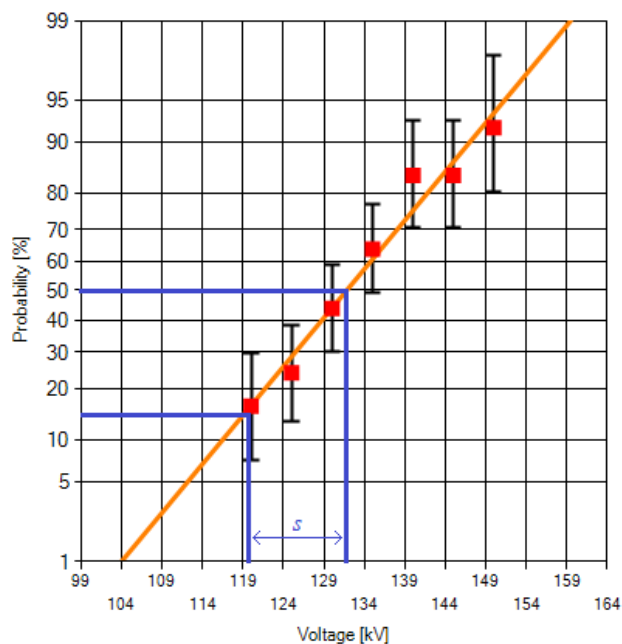
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{9,785}{10,8 \cdot 0,9194} = 0,985 \quad (3.8)$$

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{9,785}{10,8^2} = 0,084 \quad (3.9)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 0,2714 - 0,084 \cdot 135 = -11,05, \quad (3.10)$$

Na Obr. 3.2 je zobrazena hledaná přímka na pravděpodobnostním papíře normálního rozdělení. Nyní můžeme graficky odečíst kvantily u_{50} a u_{16} , které umožní vypočítat hodnotu směrodatné odchylky dle vztahu (3.11). Tím získáváme teoretické rozdělení s parametry $N(132; 12^2)$.

$$s = u_{50} - u_{16} = 132 - 120 = 12kV \quad (3.11)$$



■ Relative frequency ● Distribution function • Confidence limits

Obr. 3.2 Aproximovaná performance function

Nakonec zbývá ověřit získané parametry normálního rozdělení pomocí Kolmogorovova-Smirnovova testu. Hodnoty distribuční funkce normálního rozdělení s parametry $N(132; 12^2)$

lze získat například softwarovým kalkulátorem [15]. Získanou výběrovou funkci $F_n(x)$ porovnááme s distribuční funkcí daného rozdělení $F_0(x)$, a to tak, že hledáme absolutní hodnotu maximální odchylky mezi výše zmíněnými funkcemi dle vztahu (1.53). Pro zjednodušení je sestavena Tab. 3.5.

Tab. 3.5 Kolmogorovův test

napětí [kV]	$F_n(x)$ [-]	$F_0(x)$ $N(132; 12^2)$ [-]	$F_n(x) - F_0(x)$ [-]	maximum [-]
120	0,16	0,157	0,003	0,092
125	0,24	0,280	0,040	
130	0,44	0,434	0,006	
135	0,64	0,598	0,042	
140	0,84	0,748	0,092	
145	0,84	0,861	0,021	
150	0,92	0,933	0,013	

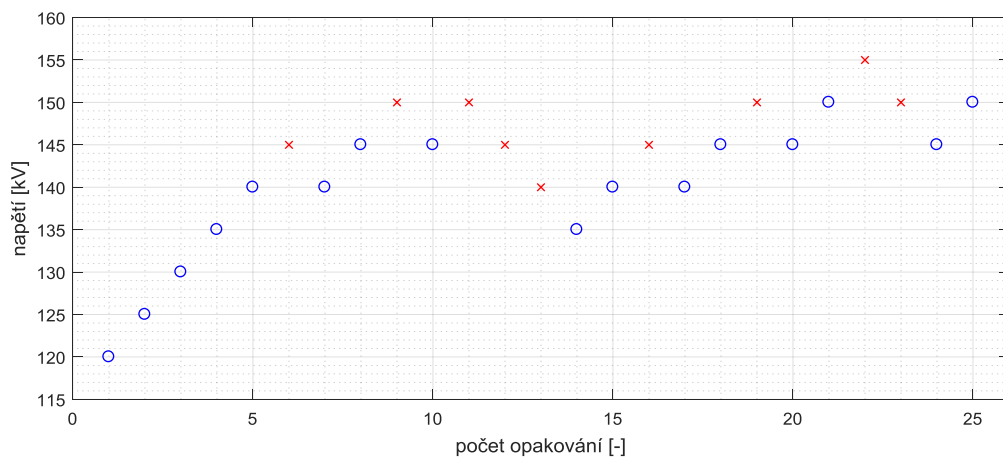
Hodnotu D_{krit} určíme z tabulek v příloze E. Testovaný výběr odpovídá získanému teoretickému rozložení s výše uvedenými parametry, protože platí vztah (3.12). Pro výpočet byla použita hladina významnosti $\alpha=0,1$. Další možností by bylo testovat například s přísnější hladinou významnosti $\alpha=0,2$ ($D_{krit}=0,207$), i v tomto případě testovaný výběr odpovídá teoretickému rozdělení.

$$D_t < D_{krit} \tag{3.12}$$

$$0,092 < 0,238$$

3.2 Vyhodnocení zkoušek metodou nahoru-dolů

Poskytnutá anonymní data jsou zobrazena na *Obr. 3.3* a byla změřena v uzavřené tlakové nádobě naplněné syntetickým vzduchem, který je směsí 20% O₂ a 80% N₂. V nádobě je jedna hrotová elektroda s poloměrem 4 mm a jedna kulová elektroda s poloměrem 75 mm. Vzdálenost mezi elektrodami je 50 mm. Tlak v uzavřené nádobě je 1,5 bar. Měření bylo provedeno impulzním napětím. Zkouška byla provedena pouze jedním přiloženým impulzem na každé napěťové hladině. Čas mezi jednotlivými měřeními je 40 s. Teplota okolního prostředí je stabilní (25 °C).



Obr. 3.3 Záznam zkoušky

Prvním krokem statistického vyhodnocení je ověření nezávislosti změřených dat. Z *Obr. 3.3* je zřejmé, že data jsou nezávislá, protože nevykazují rostoucí, či klesající trend. Zároveň se během zkoušky neobjevily žádné extrémní výkyvy.

Zkouška s jedním přiloženým impulzem na napěťové hladině slouží ke stanovení 50% napětí přeskoků, či průrazů. Metoda poskytuje odhad směrodatné odchylky, pokud je napětí při daném jevu normálně distribuováno. Pokud by přeskokové, či průrazné napětí nebylo normálně distribuováno, je vhodné upustit od odhadu směrodatné odchylky a rozptylu. V tomto případě uvažujeme, že napětí je distribuováno normálně. Napěťový krok ΔU byl před změřením zkoušky stanoven na hodnotu 5 kV. Napětí u_0 je nejnižší hladina napětí, při které došlo alespoň jednomu přeskoků. Z výše uvedeného záznamu je $u_0=140$ kV. Pro usnadnění výpočtu je sestavena *Tab. 3.6*, která využívá vztahů (3.13) a (3.14). Hodnoty A a B jsou pouze pomocné hodnoty výpočtu střední hodnoty napětí a směrodatné odchylky. Symbolem k je

rozuměna suma přeskoků na všech uvažovaných napěťových hladinách.

$$A = \sum_{i=1}^r i \cdot k_i = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 14 \quad (3.13)$$

$$B = \sum_{i=1}^r i^2 \cdot k_i = 1^2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 1 = 28 \quad (3.14)$$

Tab. 3.6 Vyhodnocení záznamu měření

u_i [kV]	i [-]	k_i [-]	q_i [-]	A [-]	B [-]
135	-	0	1	-	-
140	0	1	3	0	0
145	1	3	5	3	3
150	2	4	2	8	16
155	3	1	0	3	9
SUMA	-	9	11	14	28

Následně je vypočítán odhad střední hodnoty napětí dle vztahu (3.15) a odhad směrodatné odchylky dle vztahu (3.16). Při vyhodnocování na základě počtu přeskokových napětí využíváme vztah (3.15) se záporným znaménkem. Při vyhodnocování na základě počtu výdržných napětí q_i je použito kladné znaménko.

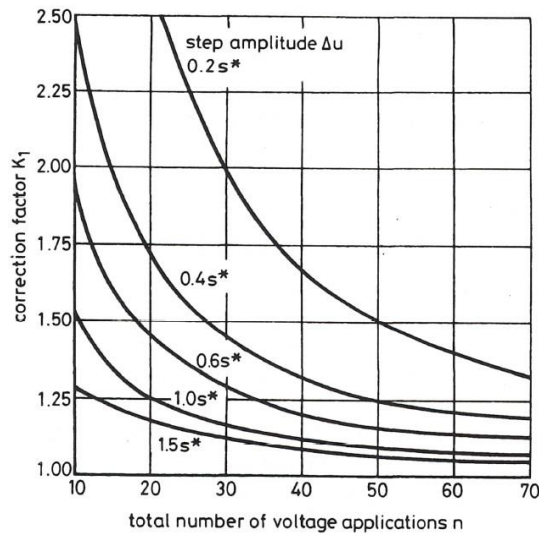
$$\bar{u}^* = u_0 + \Delta U \left(\frac{A}{k} \pm \frac{1}{2} \right) = 140 + 5 \left(\frac{14}{9} - \frac{1}{2} \right) = 145,3 \text{ kV} \quad (3.15)$$

$$s^* = 1,62 \cdot \Delta U \left(\frac{kB - A^2}{k^2} + 0,029 \right) = 1,62 \cdot 5 \left(\frac{9 \cdot 28 - 14^2}{9^2} + 0,029 \right) = 5,8 \text{ kV} \quad (3.16)$$

Simulacemi a měřením bylo potvrzeno, že při vyhodnocení zkoušky jedním impulzem má celkový počet zkoušených impulzů n a napěťový krok ΔU velký vliv na výsledek. Čím menší bude napěťový krok a počet zkoušených impulzů, tím větší bude směrodatná odchylka od skutečné hodnoty. Proto je vhodné zavést korekční činitel K_1 pro odhad směrodatné odchylky, který je zvolen vzhledem Obr. 3.4. Pro korekci střední hodnoty je zaveden korekční činitel K_2 , který je zvolen vzhledem k Obr. 3.5. Výpočet korekce je dán vztahy (3.17) a (3.18).

$$s = K_1 s^* = 1,15 \cdot 5,8 = 6,7 \text{ kV} \quad (3.17)$$

$$\bar{u} = \bar{u}^* + s K_2 = 145,3 + 6,7 \cdot (-0,075) = 144,8 \text{ kV} \quad (3.18)$$



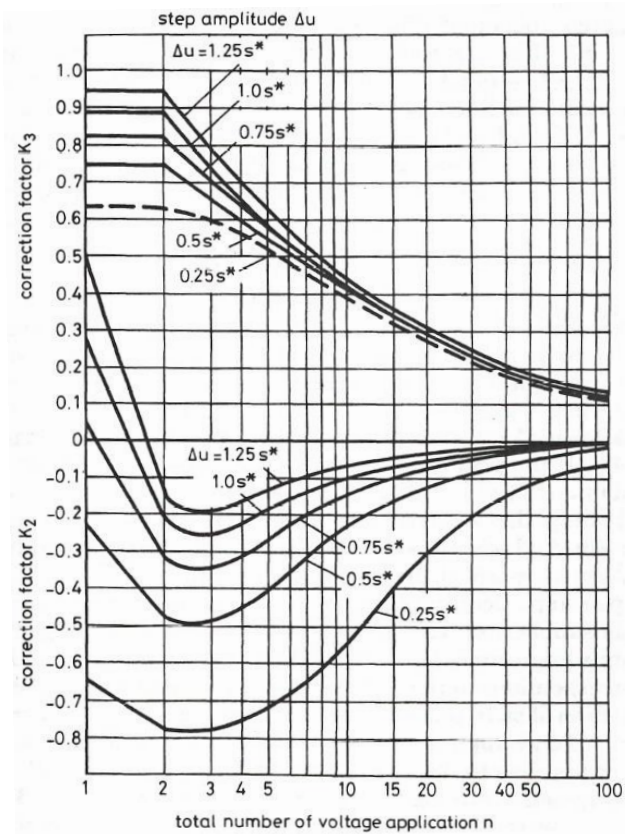
Obr. 3.4 Korekce směrodatné odchylky [1]

Pro odhad intervalů spolehlivosti střední hodnoty je zaveden korekční činitel K_3 , který je zvolen vzhledem k Obr. 3.5. Výpočet intervalu spolehlivosti $(0; u)$ střední hodnoty je dán vztahy (3.19). Více informací o korekci výsledků naleznete v literatuře [1].

$$\bar{u}^{(0)} = \bar{u} + s\lambda_{(1+\varepsilon)/2} \cdot K_3 = 144,8 + 6,7 \cdot 1,96 \cdot 0,34 = 149,3kV$$

$$\bar{u}^{(u)} = \bar{u} - s\lambda_{(1+\varepsilon)/2} \cdot K_3 = 144,8 - 6,7 \cdot 1,96 \cdot 0,34 = 140,3kV$$

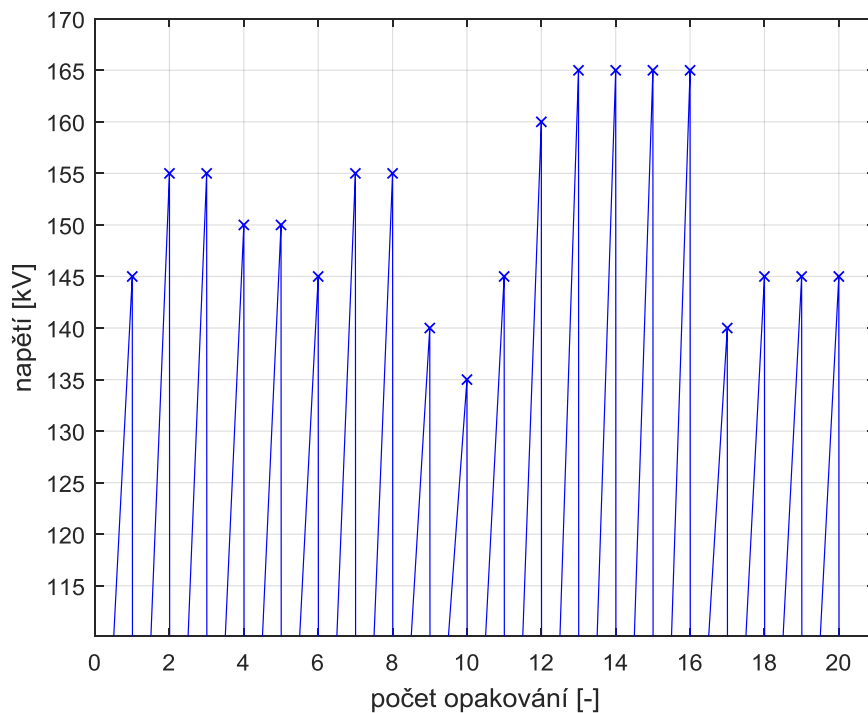
(3.19)



Obr. 3.5 Korekce střední hodnoty a jejího intervalu spolehlivosti [1]

3.3 Vyhodnocení zkoušek postupným namáháním

Poskytnutá anonymní data jsou uvedena na *Obr. 3.6* a byla změřena v uzavřené tlakové nádobě naplněné syntetickým vzduchem, který je směsí 20% O₂ a 80% N₂. V nádobě je jedna hrotová elektroda s poloměrem 0,5 mm a jedna kulová elektroda s poloměrem 75 mm. Vzdálenost mezi elektrodami je 90 mm. Tlak v uzavřené nádobě je 2,5 bar. Měření bylo provedeno impulzním s počáteční hodnotou 110 kV kladné polarity na hrotové elektrodě. Čas mezi jednotlivými měřeními je 40 s. Teplota okolního prostředí je stabilní (25 °C).



Obr. 3.6 Záznam z měření zkoušky postupným namáháním

Z chronologicky seřazených naměřených hodnot sestavíme graf (*Obr. 3.7*). Výpočet střední hodnoty je dán vztahem (3.20). Výpočet směrodatné odchylky je dán vztahem (3.21).

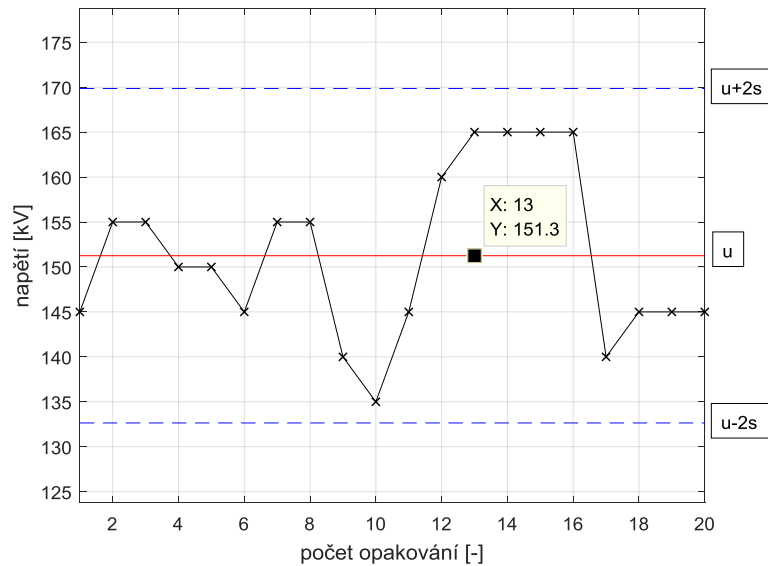
$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \quad (3.20)$$

$$\bar{u} = \frac{(135 + 2 \cdot 140 + 6 \cdot 145 + 2 \cdot 150 + 4 \cdot 155 + 160 + 4 \cdot 165)}{20} = 151,25 \text{ kV}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} = \sqrt{\frac{1}{20-1} (1643,75)} = 9,3 \text{ kV} \quad (3.21)$$

Do grafu zobrazíme i vypočtenou střední hodnotu \bar{u} a hodnotu $\bar{u} \pm 2s$. Z *Obr. 3.7* je zřejmé, že průběh grafu nevykazuje žádný trend a zároveň se jednotlivé změřené hodnoty

pohybují v rozmezí $\bar{u} \pm 2s$, z čehož plyne, že změřená data jsou nezávislá. Pro usnadnění ověření nezávislosti u zkoušky postupným namáháním byl vytvořen *m*-file, který naleznete v Příloze F. Samotné ověření nezávislosti vyhodnocuje uživatel na základě grafických poznatků z vykresleného grafu.



Obr. 3.7 Ověření nezávislosti

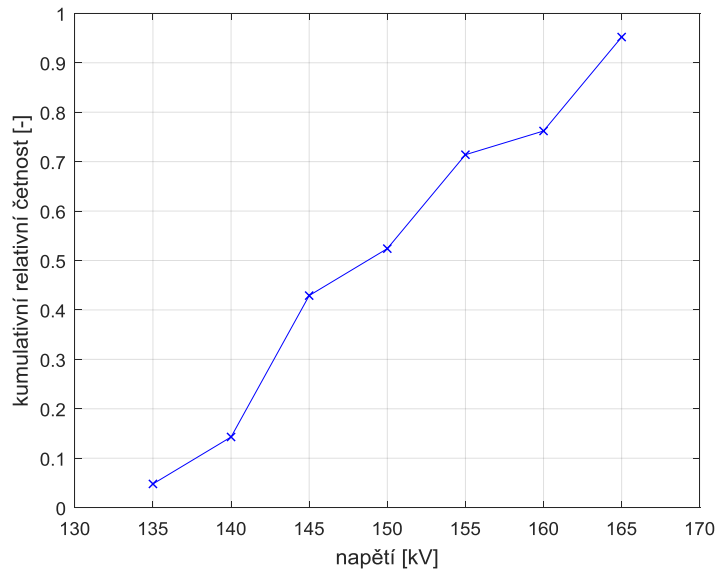
Ze změřených dat sestavíme tabulku jednotlivých četností (Tab. 3.7). Výpočet relativních četností je dán vztahem (1.2), protože $n < 50$. Kumulativní relativní četnost je součtem všech předešlých relativních četností. Výpočet relativní četnosti na hladině 155 kV je dán vztahem (3.22).

$$h_{20}(U_{155kV}) = \frac{m}{n+1} = \frac{4}{20+1} = 0,19 \tag{3.22}$$

Tab. 3.7 Tabulka četností

U [kV]	absolutní četnost [-]	relativní četnost [-]	Kumulativní relativní četnost [-]
135	1	0,05	0,05
140	2	0,10	0,14
145	6	0,29	0,43
150	2	0,10	0,52
155	4	0,19	0,71
160	1	0,05	0,76
165	4	0,19	0,95

Na základě vypočtených kumulativních četností můžeme sestavit empirickou funkci kumulativní relativní četnosti (Obr. 3.8).



Obr. 3.8 Empirická funkce kumulativní relativní četnosti

Hlavním výsledkem zkoušky třídy 3 je aproximace empirické funkce kumulativní relativní četnosti, kterou lze realizovat více způsoby. Obvyklou metodou je ověření pomocí Kolmogorovova testu, po němž následuje výpočet intervalů spolehlivosti střední hodnoty a rozptylu. Tato metoda se v praxi jeví jako nejpřesnější. Je-li výpočet jednotlivých odhadů parametrů obtížnější (např. u Weibullova, či Gumbelova rozdělení), může být performance function získána pomocí lineární regrese, stejným principem jako v kapitole 3.1. Následně mohou být parametry daného rozdělení odečteny graficky jako kvantily. Pro získání nejpřesnějšího výsledku je vhodné vyhodnotit data pomocí všech možných metod, které lze následně porovnávat, či aproximovat. Další možné metody získání performance function na základě empirické funkce kumulativní relativní četnosti jsou uvedeny v literatuře [1].

Prvním krokem obvyklé metody je ověření získaného normálního rozdělení s parametry $N(151,3; 9,3^2)$ pomocí Kolmogorovova-Smirnovova testu. Hodnoty kumulativní distribuční funkce normálního rozdělení s parametry $N(151,3; 9,3^2)$ lze získat například softwarovým kalkulátorem [15]. Získanou výběrovou funkci $F_n(x)$ porovnááme s distribuční funkcí daného rozdělení $F_0(x)$, a to tak, že hledáme absolutní hodnotu maximální odchylky mezi výše zmíněnými funkcemi dle vztahu (1.53). Pro zjednodušení je sestavena Tab. 3.8.

Tab. 3.8 Kolmogorovův test

napětí [kV]	$F_n(x)$ kumulativní relativní četnost [-]	$F_0(x)$ $N(151,3; 9,3^2)$ [-]	$F_n(x) - F_0(x)$ [-]	maximum [-]
135	0,048	0,0402	0,0078	0,178
140	0,143	0,113	0,03	
145	0,429	0,251	0,178	
150	0,524	0,447	0,077	
155	0,714	0,657	0,057	
160	0,762	0,827	0,065	
165	0,952	0,93	0,022	

Hodnotu D_{krit} určíme z tabulek v příloze E. Testovaný výběr odpovídá získanému teoretickému rozložení s výše uvedenými parametry, protože platí vztah (3.23). Pro výpočet byla použita hladina významnosti $\alpha=0,1$. Další možností by bylo testovat například s přísnější hladinou významnosti $\alpha=0,2$ ($D_{krit}=0,232$), i v tomto případě testovaný výběr odpovídá teoretickému rozdělení.

$$D_t < D_{krit} \tag{3.23}$$

$$0,178 < 0,265$$

Výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti střední hodnoty je dán vztahy (3.24). Výpočet jednostranných intervalů spolehlivosti rozptylu je dán vztahy (3.25). Hodnoty kvantilů Studentova a Pearsonova rozdělení jsou odečteny z tabulek v Přílohách.

$$\begin{aligned} \bar{u}_o = \bar{u}_u &= \bar{x} \pm t_{n-1;(1+\varepsilon)/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm t_{20-1;(1+0,95)/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \\ \bar{u}_o &= 151,25 \pm 2,093 \frac{9,3}{\sqrt{20}} = 155,6 \\ \bar{u}_u &= 146,9 \end{aligned} \tag{3.24}$$

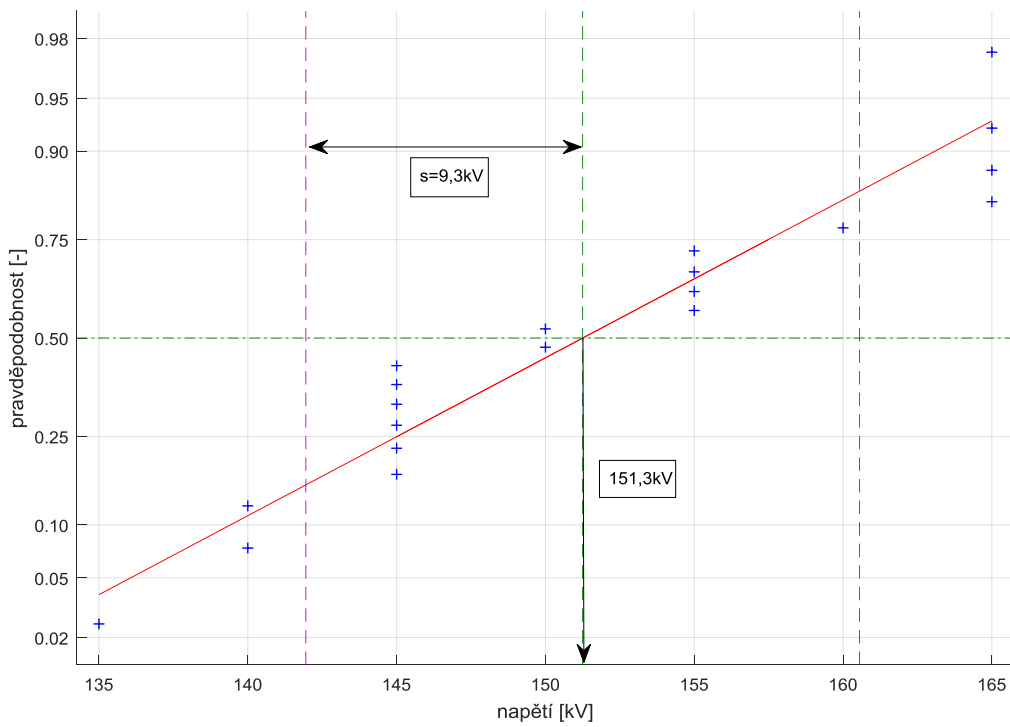
$$\begin{aligned} s_o^2 &= \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;\varepsilon}^2} = \frac{(20-1)9,3^2}{\chi_{19;0,95}^2} = \frac{(20-1)9,3^2}{10,14} = 162,4kV \\ s_u^2 &= \frac{(n-1)s^2}{\chi_{n-1;1-\varepsilon}^2} = \frac{(20-1)9,3^2}{\chi_{19;0,05}^2} = \frac{(20-1)9,3^2}{30,14} = 54,5kV \end{aligned} \tag{3.25}$$

Intervaly spolehlivosti směrodatné odchylky jsou vypočítány druhou odmocninou z intervalů spolehlivosti pro rozptyl. Výpočet je uveden vztahy (3.26).

$$s_o = \sqrt{s_o^2} = \sqrt{54,5} = 12,7kV$$

$$s_u = \sqrt{s_u^2} = \sqrt{162,4} = 12,7kV$$
(3.26)

Následně můžeme přistoupit k aproximaci empirické funkce kumulativní relativní četnosti (Obr. 3.9). K sestavení osy pravděpodobnostního papíru v MATLABu lze použít například funkci „normplot“. Tím se značně zjednoduší sestavení nelineární pravděpodobnostní osy i zpracování dat. K vykreslení celé funkce je sestaven *m*-file, který naleznete v příloze G. MATLAB počítá a zobrazuje střední hodnotu a směrodatnou odchylku.



Obr. 3.9 Aproximovaná funkce kumulativní relativní četnosti

4 Závěr

V kapitole 1 byla popsána základní část teorie použitá pro statistické vyhodnocení vysokonapěťových zkoušek. Principy měření jednotlivých metod a ověření nezávislosti změřených dat byly popsány v kapitole 2. V Kapitole 3 byla popsána základní vyhodnocení zkoušek všech tří tříd. Vzhledem k velké časové náročnosti měření je třeba před každou realizací zkoušky prvně stanovit, k jakému výsledku se chceme dopracovat a na základě úvahy zvolit vhodnou metodu. Každá ze zkoušek nabízí odlišně přesná, obtížná a časově náročná řešení.

U zkoušky třídy 1, popsané v kapitole 3.1 by bylo vhodné zmenšit napěťový krok mezi jednotlivými hladinami, tak aby první napěťová hladina, kterou uvažujeme při vyhodnocení, obsahovala pouze jeden přeskok. Došlo by tak ke zpřesnění výsledku v důsledku většího počtu napěťových hladin. Výsledná performance function výše zmíněné zkoušky byla ověřena programem z literatury [18] a zároveň ověřena pomocí Kolmogorovova testu dobré shody.

Princip vyhodnocení zkoušky třídy 2 provedené jedním impulzem na každé napěťové hladině byl popsán v kapitole 3.2. Hlavním výsledkem zkoušky je určení zkoumaných kvantilů. U výše zmíněné zkoušky byla provedena korekce výsledků pomocí Kuono-Okinawa a Kučerovy metody. Zkouška provedená více impulzy je blíže popsána v literatuře [1] a [4].

U zkoušky třídy 3, popsané v kapitole 3.3 byl sestaven m -file pro ověření nezávislosti změřených dat, který je uveden v příloze F a na CD. Výsledná aproximovaná funkce kumulativní relativní četnosti výše zmíněné zkoušky byla ověřena programem z literatury [18] a zároveň ověřena pomocí Kolmogorovova testu dobré shody.

Vzhledem k literatuře [17], by bylo vhodné nejdříve simulovat vliv časových prodlev mezi jednotlivými impulzy na výslednou pravděpodobnost přeskoků ve zkoušeném plynu (20% O₂ a 80% N₂) a dle výsledku pak zvolit čas mezi aplikovanými impulzy. Pravděpodobnost přeskoků totiž závisí nejen na plynu a jeho hustotě, ale také na hustotě iontů v plynu. Pokud dojde v mezeře mezi elektrodami k přeskoků, počet iontů v mezeře se výrazně zvýší oproti rovnovážnému stavu při nulovém napětí. Pokud je čas mezi jednotlivými impulzy

příliš krátký, statistické časové zpoždění se sníží a v důsledku toho se zvýší pravděpodobnost přeskočení. Aby byla data naprosto nezávislá, je třeba před každým aplikovaným impulzem zajistit stejnou iontovou hustotu v mezeře mezi elektrodami.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] HAUSCHILD, Wolfgang a Wolfgang MOSCH. *Statistical techniques for high-voltage engineering*. English ed. London: P. Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, c1992, xii, 310 p. ISBN 086341205x.
- [2] ŠEDIVÁ, Blanka, Tomáš ŤOUPAL a Eva WÁGNEROVÁ. *Pravděpodobnost a statistika pro FEL*. Plzeň, 2011. Dostupné z: http://home.zcu.cz/~sediva/pse/hlavni_text_PSE.pdf.
- [3] ČSN EN 60060-1 Technika zkoušek vysokým napětím Část 1: Obecné definice a požadavky na zkoušky. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011
- [4] HAUSCHILD, LEMKE. *High-voltage test and measuring techniques*. New York: Springer, 2013. ISBN 9783642453519.
- [5] AUTOR NEUVEDEN. *Matematickabiologie.cz* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <http://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analiza-a-modelovani-dynamickych-biologickych-dat--vybrane-kapitoly-z-matematickeho-modelovani--zakon-malych-cisel--binomicke-a-poissonovo-rozdeleni-pravdepodobnosti>
- [6] AUTOR NEUVEDEN. *Cit.vfu.cz* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/tabulky.htm>
- [7] AUTOR NEUVEDEN. *Unikl.de* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: http://www.mathematik.unikl.de/~schwaar/Exercises/Tabellen/table_kolmogorov.pdf
- [8] PACÁKOVÁ, Viera. *Aplikovaná poistná statistika*. 3., preprac. a dopl. vyd. Bratislava: Iura Edition, 2004, 261 s. ISBN 80-807-8004-8
- [9] ŘÍHOVÁ Dana. *Aplikovaná matematika I* [online]. [Cit. 19-1-2018]. Dostupné z: http://user.mendelu.cz/qqrihova/zvm/PDF_soubory/prednasky/mnc.pdf
- [10] AUTOR NEUVEDEN. *VŠB – Technická univerzita Ostrava* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/kap05/prav5.htm>
- [11] AUTOR NEUVEDEN. *Wikipedia.cz* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: https://en.wikipedia.org/wiki/Gumbel_distribution
- [12] AUTOR NEUVEDEN. *Wikipedia.cz* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: https://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution
- [13] G. C. STONE; H. ROSEN. *Some Graphical Techniques for Estimating Weibull Confidence Intervals* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5221866/>
- [14] A. ASGHARZADEH; M. ABDI. *Math.usm.my* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/tabulky.htmhttp://math.usm.my/bulletin/pdf/acceptedpapers/2013-05-031-R1.pdf>
- [15] D. SLOPER. *Danielsloper.com* [online]. [cit. 11.5.2018]. Dostupný na WWW: <https://www.danielsloper.com/statcalc/calculator.aspx?id=53>
- [16] HEBÁK, Petr. *Vícerozměrné statistické metody*. 2., přeprac. vyd. Praha: Informatorium, 2007-. ISBN 978-80-7333-056-9.
- [17] M. KOCH; U. STRAUMANN. *Determination of waiting times between successive breakdown experiments* [online]. [cit. 15.5.2018]. Dostupný na WWW: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6378792>
- [18] F. KOVÁČ. *Statistické vyhodnocení dat v technice vysokého napětí* [online]. [cit. 15.5.2018]. Dostupný na WWW: https://otik.zcu.cz/bitstream/11025/18807/1/DP_prace_kovac_v7_el_podoba.pdf

Přílohy

Příloha A – Tabulka hodnot kvantilů Fischer-Snedecorova rozdělení [6]

m_2	m_1													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	60	120	∞
1	161,448	199,5	215,707	224,583	230,162	233,986	236,768	238,883	240,543	241,882	248,013	252,196	253,253	254,314
2	18,5128	19	19,1643	19,2468	19,2964	19,3295	19,3532	19,371	19,3848	19,3959	19,4458	19,4791	19,4874	19,4957
3	10,128	9,5521	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8867	8,8452	8,8123	8,7855	8,6602	8,572	8,5494	8,5264
4	7,7086	6,9443	6,5914	6,3882	6,2561	6,1631	6,0942	6,041	5,9988	5,9644	5,8025	5,6877	5,6581	5,6281
5	6,6079	5,7861	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725	4,7351	4,5581	4,4314	4,3985	4,365
6	5,9874	5,1433	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2067	4,1468	4,099	4,06	3,8742	3,7398	3,7047	3,6689
7	5,5914	4,7374	4,3468	4,1203	3,9715	3,866	3,787	3,7257	3,6767	3,6365	3,4445	3,3043	3,2674	3,2298
8	5,3177	4,459	4,0662	3,8379	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881	3,3472	3,1503	3,0053	2,9669	2,9276
9	5,1174	4,2565	3,8625	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789	3,1373	2,9365	2,7872	2,7475	2,7067
10	4,9646	4,1028	3,7083	3,478	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	3,0204	2,9782	2,774	2,6211	2,5801	2,5379
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,948	2,8962	2,8536	2,6464	2,4901	2,448	2,4045
12	4,7472	3,8853	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964	2,7534	2,5436	2,3842	2,341	2,2962
13	4,6672	3,8056	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144	2,671	2,4589	2,2966	2,2524	2,2064
14	4,6001	3,7389	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458	2,6022	2,3879	2,2229	2,1778	2,1307
15	4,5431	3,6823	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876	2,5437	2,3275	2,1601	2,1141	2,0658
16	4,494	3,6337	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377	2,4935	2,2756	2,1058	2,0589	2,0096
17	4,4513	3,5915	3,1968	2,9647	2,81	2,6987	2,6143	2,548	2,4943	2,4499	2,2304	2,0584	2,0107	1,9604
18	4,4139	3,5546	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563	2,4117	2,1906	2,0166	1,9681	1,9168
19	4,3807	3,5219	3,1274	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227	2,3779	2,1555	1,9795	1,9302	1,878
20	4,3512	3,4928	3,0984	2,8661	2,7109	2,599	2,514	2,4471	2,3928	2,3479	2,1242	1,9464	1,8963	1,8432
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,366	2,321	2,096	1,9165	1,8657	1,8117
22	4,3009	3,4434	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	2,3419	2,2967	2,0707	1,8894	1,838	1,7831
23	4,2793	3,4221	3,028	2,7955	2,64	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201	2,2747	2,0476	1,8648	1,8128	1,757
24	4,2597	3,4028	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002	2,2547	2,0267	1,8424	1,7896	1,733
25	4,2417	3,3852	2,9912	2,7587	2,603	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821	2,2365	2,0075	1,8217	1,7684	1,711
26	4,2252	3,369	2,9752	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655	2,2197	1,9898	1,8027	1,7488	1,6906
27	4,21	3,3541	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501	2,2043	1,9736	1,7851	1,7306	1,6717
28	4,196	3,3404	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,236	2,19	1,9586	1,7689	1,7138	1,6541
29	4,183	3,3277	2,934	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2783	2,2229	2,1768	1,9446	1,7537	1,6981	1,6376
30	4,1709	3,3158	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107	2,1646	1,9317	1,7396	1,6835	1,6223
40	4,0847	3,2317	2,8387	2,606	2,4495	2,3359	2,249	2,1802	2,124	2,0772	1,8389	1,6373	1,5766	1,5089
60	4,0012	3,1504	2,7581	2,5252	2,3683	2,2541	2,1665	2,097	2,0401	1,9926	1,748	1,5343	1,4673	1,3893
120	3,9201	3,0718	2,6802	2,4472	2,2899	2,175	2,0868	2,0164	1,9588	1,9105	1,6587	1,429	1,3519	1,2539
∞	3,8415	2,9957	2,6049	2,3719	2,2141	2,0986	2,0096	1,9384	1,8799	1,8307	1,5705	1,318	1,2214	1

Pro získání více hodnot, či přesnějších hodnot je použit kalkulátor dostupný z:

<https://keisan.casio.com/exec/system/1180573187>

Příloha B – Tabulka hodnot kvantilů normovaného normálního rozdělení [6]

(0 ^k v tabulce znamená k za sebou následujících nul a 9 ^k k za sebou následujících devítek)										
<i>u</i>	0	0, 01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 3	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 47
1,3	0,903 20	0,904 90	0,906 58	0,908 24	0,909 88	0,911 49	0,913 09	0,914 66	0,916 21	0,917 74
1,4	0,919 24	0,920 73	0,922 20	0,923 64	0,925 07	0,926 47	0,927 85	0,929 22	0,930 56	0,931 89
1,5	0,933 19	0,934 48	0,935 74	0,936 99	0,938 22	0,939 43	0,940 62	0,941 79	0,942 95	0,944 08
1,6	0,945 20	0,946 30	0,947 38	0,948 45	0,949 50	0,950 53	0,951 54	0,952 54	0,953 52	0,954 49
1,7	0,955 43	0,956 37	0,957 28	0,958 18	0,959 07	0,959 94	0,960 80	0,961 64	0,962 46	0,963 27
1,8	0,964 07	0,964 85	0,965 62	0,966 38	0,967 12	0,967 84	0,968 56	0,969 26	0,969 95	0,970 62
1,9	0,971 28	0,971 93	0,972 57	0,973 20	0,973 81	0,974 41	0,975 00	0,975 58	0,976 15	0,976 70
2	0,977 25	0,977 78	0,978 31	0,978 82	0,979 32	0,979 82	0,980 30	0,980 77	0,981 24	0,981 69
2,1	0,982 14	0,982 57	0,983 00	0,983 41	0,983 82	0,984 22	0,984 61	0,985 00	0,985 37	0,985 74
2,2	0,986 10	0,986 45	0,986 79	0,987 13	0,987 45	0,987 78	0,988 09	0,988 40	0,988 70	0,988 99
2,3	0,989 28	0,989 56	0,989 83	0,9 ² 0 097	0,9 ² 0 358	0,9 ² 0 613	0,9 ² 0 863	0,9 ² 1 106	0,9 ² 1 344	0,9 ² 1 576
2,4	0,9 ² 1 802	0,9 ² 2 024	0,9 ² 2 240	0,9 ² 2 451	0,9 ² 2 656	0,9 ² 2 857	0,9 ² 3 053	0,9 ² 3 244	0,9 ² 3 431	0,9 ² 3 613
2,5	0,9 ² 3 790	0,9 ² 3 963	0,9 ² 4 132	0,9 ² 4 297	0,9 ² 4 457	0,9 ² 4 614	0,9 ² 4 766	0,9 ² 4 915	0,9 ² 5 060	0,9 ² 5 201
2,6	0,9 ² 5 339	0,9 ² 5 473	0,9 ² 5 604	0,9 ² 5 731	0,9 ² 5 855	0,9 ² 5 975	0,9 ² 6 093	0,9 ² 6 207	0,9 ² 6 319	0,9 ² 6 427
2,7	0,9 ² 6 533	0,9 ² 6 636	0,9 ² 6 736	0,9 ² 6 833	0,9 ² 6 928	0,9 ² 7 020	0,9 ² 7 110	0,9 ² 7 197	0,9 ² 7 282	0,9 ² 7 365
2,8	0,9 ² 7 445	0,9 ² 7 523	0,9 ² 7 599	0,9 ² 7 673	0,9 ² 7 744	0,9 ² 7 814	0,9 ² 7 882	0,9 ² 7 948	0,9 ² 8 012	0,9 ² 8 074
2,9	0,9 ² 8 134	0,9 ² 8 193	0,9 ² 8 250	0,9 ² 8 305	0,9 ² 8 359	0,9 ² 8 411	0,9 ² 8 462	0,9 ² 8 511	0,9 ² 8 559	0,9 ² 8 605
3	0,9 ² 8 650	0,9 ² 8 694	0,9 ² 8 736	0,9 ² 8 777	0,9 ² 8 818	0,9 ² 8 856	0,9 ² 8 893	0,9 ² 8 930	0,9 ² 8 965	0,9 ² 8 999
3,1	0,9 ³ 0 324	0,9 ³ 0 646	0,9 ³ 0 957	0,9 ³ 1 260	0,9 ³ 1 553	0,9 ³ 1 836	0,9 ³ 2 112	0,9 ³ 2 378	0,9 ³ 2 636	0,9 ³ 2 886
3,2	0,9 ³ 3 129	0,9 ³ 3 363	0,9 ³ 3 590	0,9 ³ 3 810	0,9 ³ 4 024	0,9 ³ 4 230	0,9 ³ 4 429	0,9 ³ 4 623	0,9 ³ 4 810	0,9 ³ 4 991
3,3	0,9 ³ 5 166	0,9 ³ 5 335	0,9 ³ 5 499	0,9 ³ 5 658	0,9 ³ 5 811	0,9 ³ 5 959	0,9 ³ 6 103	0,9 ³ 6 242	0,9 ³ 6 376	0,9 ³ 6 505
3,4	0,9 ³ 6 631	0,9 ³ 6 752	0,9 ³ 6 869	0,9 ³ 6 982	0,9 ³ 7 091	0,9 ³ 7 197	0,9 ³ 7 299	0,9 ³ 7 398	0,9 ³ 7 493	0,9 ³ 7 585
3,5	0,9 ³ 7 674	0,9 ³ 7 759	0,9 ³ 7 842	0,9 ³ 7 922	0,9 ³ 7 999	0,9 ³ 8 074	0,9 ³ 8 146	0,9 ³ 8 215	0,9 ³ 8 282	0,9 ³ 8 347
3,6	0,9 ³ 8 409	0,9 ³ 8 469	0,9 ³ 8 527	0,9 ³ 8 583	0,9 ³ 8 637	0,9 ³ 8 689	0,9 ³ 8 739	0,9 ³ 8 787	0,9 ³ 8 834	0,9 ³ 8 879
3,7	0,9 ³ 8 922	0,9 ³ 8 964	0,9 ⁴ 0 039	0,9 ⁴ 0 426	0,9 ⁴ 0 739	0,9 ⁴ 1 158	0,9 ⁴ 1 504	0,9 ⁴ 1 838	0,9 ⁴ 2 159	0,9 ⁴ 2 468
3,8	0,9 ⁴ 2 765	0,9 ⁴ 3 052	0,9 ⁴ 3 327	0,9 ⁴ 3 593	0,9 ⁴ 3 848	0,9 ⁴ 4 094	0,9 ⁴ 4 331	0,9 ⁴ 4 558	0,9 ⁴ 4 777	0,9 ⁴ 4 988
3,9	0,9 ⁴ 5 190	0,9 ⁴ 5 385	0,9 ⁴ 5 573	0,9 ⁴ 5 753	0,9 ⁴ 5 926	0,9 ⁴ 6 092	0,9 ⁴ 6 253	0,9 ⁴ 6 406	0,9 ⁴ 6 554	0,9 ⁴ 6 690
4	0,9 ⁴ 6 833	0,9 ⁴ 6 964	0,9 ⁴ 7 090	0,9 ⁴ 7 211	0,9 ⁴ 7 327	0,9 ⁴ 7 439	0,9 ⁴ 7 546	0,9 ⁴ 7 649	0,9 ⁴ 7 748	0,9 ⁴ 7 843
4,1	0,9 ⁴ 7 934	0,9 ⁴ 8 022	0,9 ⁴ 8 106	0,9 ⁴ 8 186	0,9 ⁴ 8 263	0,9 ⁴ 8 338	0,9 ⁴ 8 409	0,9 ⁴ 8 477	0,9 ⁴ 8 542	0,9 ⁴ 8 605
4,2	0,9 ⁴ 8 665	0,9 ⁴ 8 723	0,9 ⁴ 8 778	0,9 ⁴ 8 832	0,9 ⁴ 8 882	0,9 ⁴ 8 931	0,9 ⁴ 8 978	0,9 ⁵ 0 226	0,9 ⁵ 0 655	0,9 ⁵ 1 066
4,3	0,9 ⁵ 1 460	0,9 ⁵ 1 837	0,9 ⁵ 2 199	0,9 ⁵ 2 545	0,9 ⁵ 2 876	0,9 ⁵ 3 193	0,9 ⁵ 3 497	0,9 ⁵ 3 788	0,9 ⁵ 4 066	0,9 ⁵ 4 332
4,4	0,9 ⁵ 4 587	0,9 ⁵ 4 831	0,9 ⁵ 5 065	0,9 ⁵ 5 288	0,9 ⁵ 5 502	0,9 ⁵ 5 706	0,9 ⁵ 5 902	0,9 ⁵ 6 089	0,9 ⁵ 6 268	0,9 ⁵ 6 439
4,5	0,9 ⁵ 6 602	0,9 ⁵ 6 759	0,9 ⁵ 6 908	0,9 ⁵ 7 051	0,9 ⁵ 7 187	0,9 ⁵ 7 318	0,9 ⁵ 7 442	0,9 ⁵ 7 561	0,9 ⁵ 7 675	0,9 ⁵ 7 784
4,6	0,9 ⁵ 7 888	0,9 ⁵ 7 987	0,9 ⁵ 8 081	0,9 ⁵ 8 172	0,9 ⁵ 8 258	0,9 ⁵ 8 340	0,9 ⁵ 8 419	0,9 ⁵ 8 494	0,9 ⁵ 8 566	0,9 ⁵ 8 634
4,7	0,9 ⁵ 8 699	0,9 ⁵ 8 761	0,9 ⁵ 8 821	0,9 ⁵ 8 877	0,9 ⁵ 8 931	0,9 ⁵ 8 983	0,9 ⁶ 0 320	0,9 ⁶ 0 789	0,9 ⁶ 1 235	0,9 ⁶ 1 661
4,8	0,9 ⁶ 2 067	0,9 ⁶ 2 453	0,9 ⁶ 2 822	0,9 ⁶ 3 173	0,9 ⁶ 3 508	0,9 ⁶ 3 827	0,9 ⁶ 4 131	0,9 ⁶ 4 420	0,9 ⁶ 4 696	0,9 ⁶ 4 958
4,9	0,9 ⁶ 5 208	0,9 ⁶ 5 446	0,9 ⁶ 5 673	0,9 ⁶ 5 889	0,9 ⁶ 6 094	0,9 ⁶ 6 289	0,9 ⁶ 6 475	0,9 ⁶ 6 652	0,9 ⁶ 6 821	0,9 ⁶ 6 981

Příloha C – Tabulka hodnot kvantilů Studentova rozdělení [6]

m	$1-\varepsilon$					
	0,8	0,9	0,95	0,975	0,9875	0,995
1	1,376	3,078	6,314	12,706	25,452	63,657
2	1,061	1,886	2,92	4,303	6,205	9,925
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,176	5,841
4	0,941	1,533	2,132	2,776	3,495	4,604
5	0,92	1,476	2,015	2,571	3,163	4,032
6	0,906	1,44	1,943	2,447	2,969	3,707
7	0,896	1,415	1,895	2,365	2,841	3,499
8	0,889	1,397	1,86	2,306	2,752	3,355
9	0,883	1,383	1,833	2,262	2,685	3,25
10	0,879	1,372	1,812	2,228	2,634	3,169
11	0,876	1,363	1,796	2,201	2,593	3,106
12	0,873	1,356	1,782	2,179	2,56	3,055
13	0,87	1,35	1,771	2,16	2,533	3,012
14	0,868	1,345	1,761	2,145	2,51	2,977
15	0,866	1,341	1,753	2,131	2,49	2,947
16	0,865	1,337	1,746	2,12	2,473	2,921
17	0,863	1,333	1,74	2,11	2,458	2,898
18	0,862	1,33	1,734	2,101	2,445	2,878
19	0,861	1,328	1,729	2,093	2,433	2,861
20	0,86	1,325	1,725	2,086	2,423	2,845
21	0,859	1,323	1,721	2,08	2,414	2,831
22	0,858	1,321	1,717	2,074	2,406	2,819
23	0,858	1,319	1,714	2,069	2,398	2,807
24	0,857	1,318	1,711	2,064	2,391	2,797
25	0,856	1,316	1,708	2,06	2,385	2,787
26	0,856	1,315	1,706	2,056	2,379	2,779
27	0,855	1,314	1,703	2,052	2,373	2,771
28	0,855	1,313	1,701	2,048	2,368	2,763
29	0,854	1,311	1,699	2,045	2,364	2,756
30	0,854	1,31	1,697	2,042	2,36	2,75
35	0,852	1,306	1,69	2,03	2,342	2,724
40	0,851	1,303	1,684	2,021	2,329	2,704
45	0,85	1,301	1,68	2,014	2,319	2,69
50	0,849	1,299	1,676	2,008	2,31	2,678
55	0,849	1,297	1,673	2,004	2,304	2,669
60	0,848	1,296	1,671	2	2,299	2,66
70	0,847	1,294	1,667	1,994	2,29	2,648
80	0,847	1,293	1,665	1,989	2,284	2,638
90	0,846	1,291	1,662	1,986	2,279	2,631
100	0,846	1,29	1,661	1,982	2,276	2,625
120	0,845	1,289	1,658	1,98	2,27	2,617
∞	0,8416	1,2816	1,6448	1,96	2,2414	2,5758

Příloha D – Tabulka hodnot kvantilů Pearsonova rozdělení [6]

<i>m</i>	Kvantily 1- ε :									
	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,000016	0,000039	0,00016	0,00098	0,0039	3,84	5,02	6,63	7,88	10,81
2	0,002	0,01	0,02	0,051	0,1	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	0,024	0,072	0,12	0,22	0,35	7,81	9,35	11,34	12,84	16,26
4	0,091	0,21	0,3	0,48	0,71	9,49	11,14	13,28	14,86	18,46
5	0,21	0,41	0,55	0,83	1,15	11,07	12,83	15,08	16,75	20,52
6	0,38	0,68	0,87	1,24	1,64	12,59	14,45	16,81	18,54	22,46
7	0,6	0,99	1,24	1,69	2,17	14,07	16,01	18,47	20,28	24,35
8	0,86	1,34	1,65	2,18	2,73	15,51	17,53	20,09	21,95	26,1
9	1,15	1,73	2,09	2,7	3,33	16,92	19,02	21,67	23,59	27,86
10	1,48	2,16	2,56	3,25	3,94	19,31	20,48	23,21	25,19	29,58
11	1,83	2,6	3,05	3,82	4,57	19,68	21,92	24,72	26,75	31,29
12	2,21	3,07	3,57	4,4	5,23	21,03	23,34	26,22	28,3	32,92
13	2,61	3,57	4,11	5,01	5,89	22,36	24,74	27,69	29,82	34,54
14	3,04	4,07	4,66	5,63	6,57	23,69	26,12	29,14	31,32	36,12
15	3,48	4,6	5,23	6,26	7,26	25	27,49	30,57	32,81	37,71
16	3,94	5,14	5,81	6,91	7,96	26,3	28,84	32	34,27	39,24
17	4,42	5,7	6,41	7,56	8,67	27,59	30,19	33,41	35,72	40,78
18	4,9	6,26	7,01	8,23	9,39	28,87	31,53	34,8	37,16	42,32
19	5,41	6,84	7,63	8,91	10,12	30,14	32,85	36,19	38,58	43,81
20	5,92	7,43	8,26	9,59	10,85	31,41	34,17	37,57	39,99	45,31
21	6,45	8,03	8,9	10,28	11,59	32,67	35,48	38,94	41,4	46,8
22	6,99	8,64	9,54	10,98	12,34	33,92	36,78	40,29	42,8	48,25
23	7,54	9,26	10,2	11,69	13,09	35,17	38,08	41,64	44,19	49,75
24	8,09	9,89	10,86	12,4	13,85	36,41	39,36	42,97	45,56	51,15
25	8,66	10,52	11,52	13,12	14,61	37,65	40,65	44,31	46,93	52,65
26	9,23	11,16	12,2	13,84	15,38	38,88	41,92	45,64	48,3	54,05
27	9,8	11,81	12,88	14,57	16,15	40,11	43,2	46,97	49,65	55,46
28	10,39	12,46	13,57	15,31	16,93	41,34	44,46	48,28	51	56,87
29	10,99	13,13	14,25	16,05	17,71	42,56	45,72	49,59	52,34	58,27
30	11,58	13,79	14,95	16,79	18,49	43,77	46,98	50,89	53,68	59,68
35	14,68	17,19	18,51	20,57	22,46	49,8	53,2	57,34	60,27	66,62
40	17,93	20,71	22,16	24,43	26,51	55,76	59,34	63,69	66,76	73,39
50	24,68	27,99	29,71	32,36	34,76	67,51	71,42	76,16	79,5	86,66
60	31,73	35,53	37,49	40,48	43,19	79,08	83,3	88,38	91,96	99,58
70	39,02	43,28	45,44	48,76	51,74	90,53	95,02	100,43	104,22	112,32
80	46,49	51,17	53,54	57,15	60,39	101,88	106,63	112,32	116,32	124,8
100	61,92	67,32	70,07	74,22	77,93	124,34	129,56	135,81	140,16	149,41

Příloha E – Tabulky kritických hodnot pro Kolmogorovův-Smirnovův test [7]

Critical values for the Kolmogorov-Smirnov Test for goodness of fit

For completely specified continuous distributions:

$1 - \alpha$ n	0.9	0.95	0.99
1	0.950	0.975	0.995
2	0.776	0.842	0.929
3	0.636	0.708	0.829
4	0.565	0.624	0.734
5	0.510	0.563	0.669
6	0.468	0.520	0.617
7	0.436	0.483	0.576
8	0.410	0.454	0.542
9	0.387	0.430	0.513
10	0.369	0.409	0.489
11	0.352	0.391	0.468
12	0.338	0.375	0.450
13	0.325	0.361	0.432
14	0.314	0.349	0.418
15	0.304	0.338	0.404
16	0.295	0.327	0.392
17	0.286	0.318	0.381
18	0.279	0.309	0.371
19	0.271	0.301	0.361
20	0.265	0.294	0.352

$1 - \alpha$ n	0.9	0.95	0.99
21	0.259	0.287	0.344
22	0.253	0.281	0.337
23	0.247	0.275	0.330
24	0.242	0.269	0.323
25	0.238	0.264	0.317
26	0.233	0.259	0.311
27	0.229	0.254	0.305
28	0.225	0.250	0.300
29	0.221	0.246	0.295
30	0.218	0.242	0.290
31	0.214	0.238	0.285
32	0.211	0.234	0.281
33	0.208	0.231	0.277
34	0.205	0.227	0.273
35	0.202	0.224	0.269
> 35	$\frac{1.224}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.358}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.628}{\sqrt{n}}$

for $n > 35$: $\frac{\sqrt{-0.5 \cdot \ln(\frac{\alpha}{2})}}{\sqrt{n}}$

Příloha F – Ověření nezávislosti zkoušky postupným namáháním

```
clc, clear

soubor1=fopen('u.txt','r');
u=fscanf(soubor1,'%f');
u=u';

soubor2=fopen('n.txt','r');
pocet=fscanf(soubor2,'%f');
pocet=pocet';
fclose(soubor1);
fclose(soubor2);

sumaU=0;
sumaUs=0;
usv=0;

for i =1:1:max(pocet)
    sumaU=sumaU+u(i);
end
us=sumaU/max(pocet);

for j =1:1:max(pocet)
    sumaUs=sumaUs+(u(j)-us)^2;
end
s=sqrt(sumaUs/(max(pocet)-1));

for k =1:1:max(pocet)
    usv(k)=us;
    svplus(k)=us+2*s;
    svminus(k)=us-2*s;
end

figure(1)
plot(pocet,u,'-kx',pocet,usv,'-r',pocet,svplus,'--b',pocet,svminus,'--b')
xlabel('počet opakování [-]')
ylabel('napětí [kV]')
ylim([ (min(u)-min(u)/12) (max(u)+max(u)/12) ])
grid on
```

Příloha G – Performance function zkoušky postupným namáháním

```
clc, clear

soubor1=fopen('u.txt','r');
u=fscanf(soubor1,'%f');
u=u';
fclose(soubor1);

figure(1)
normplot(u)
xlabel('napětí [kV]')
ylabel('pravděpodobnost [-]')
grid on
```