ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

ÚSEČKA V UČIVU MATEMATIKY 1. STUPNĚ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Karolína Kastlová
Učitelství pro základní školy, obor Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí práce: PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

Plzeň 2018

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně na základě použití uvedené literatury a dalších zdrojů informací.

V Plzni dne 15. dubna 2018

……………………………………………

Karolína Kastlová

Velmi děkuji PhDr. Šárce Pěchoučkové, PhD. za odborné vedení této diplomové práce, za ochotu, čas a veškeré rady, které mi poskytla, a rovněž za laskavý a vstřícný přístup po celou dobu mého studia.

ZDE SE NACHÁZÍ ORIGINÁL ZADÁNÍ KVALIFIKAČNÍ PRÁCE.

OBSAH

ÚVOD

Téma „Úsečka v učivu matematiky na 1. stupni“ jsem zvolila z důvodu svého přesvědčení, že geometrie patří k velmi důležitému učivu, a proto by se neměla opomíjet. Bohužel jsem se setkala s několika učiteli, kteří geometrii vyučují neradi. Toto učivo považují obecně za nezábavné, náročné, někdy dokonce až problematické. Zpracováním diplomové práce o geometrickém učivu a následnou praktickou činností bych ráda dokázala, že i geometrie může být zábavná, hravá a užitečná a že není potřeba se jí v hodinách matematiky obávat či dokonce vyhýbat.

Cílem této diplomové práce je:

- vymezit základní geometrické pojmy, shromáždit a sepsat teoretické poznatky o pojmu úsečka,
- popsat učivo o úsečce v matematice 1. stupně základní školy,
- vytvořit sbírku úloh k uvedenému tématu, která bude určena pro výuku na 1. stupni a ve které budou využívány různé metody a formy práce,
- zrealizovat všechny vytvořené úlohy s žáky a provést analýzu žákovských činností,
- provést reflexi a sebereflexi k realizaci úloh.

1 TEORETICKÁ ČÁST

V úvodu teoretické části si vymezíme základní geometrické pojmy, blíže se pak seznámíme s pojmem úsečka. Zaměříme se na problematiku porovnávání úseček, provádění grafických operací s úsečkami, délku úsečky a další. Podrobně se budeme věnovat učivu o úsečce v kontextu matematiky 1. stupně základní školy.

1.1 ZÁKLADNÍ POJMY

Geometrické pojmy definujeme zpravidla pomocí jiných pojmů, které byly zavedeny již dříve. Stejně tak pravdivost geometrických vět je ověřována pomocí jiných platných vět. Je zřejmé, že nelze, aby byly takto definovány všechny geometrické pojmy a aby všechny geometrické věty vycházely z jiných, dříve dokázaných vět. Proto jsou v geometrii jisté základní věty, které uznáváme za správné a jejichž pravdivost nedokazujeme. Takové věty nazýváme axiomy.

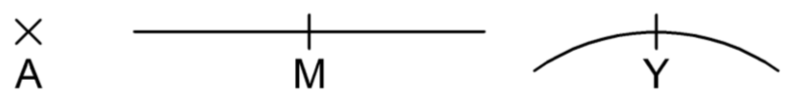
Základními útvary rovinné geometrie jsou bod a přímka, z nichž ani jeden pojem nedefinujeme. Pomocí těchto základních pojmů definujeme pojmy další. Zmíněné základní pojmy zavádíme i s jejich vlastnostmi a vzájemnými vztahy současně s axiomy. Axiomy jsou tedy nejjednodušší věty, z nichž nejen odvozujeme věty další, ale slouží také k zavedení nejzákladnějších geometrických pojmů. Pojmy definované pomocí axiomů označujeme jako pojmy axiomatické, prostřednictvím kterých pak definujeme další pojmy. V případě tohoto postupu mluvíme o axiomatickém budování geometrie (Francová, a další, 1995).

Geometrické pojmy si lze rovněž představit jako množiny bodů. Kteroukoliv množinu bodů pak nazýváme geometrickým útvarem. V tomto pojetí považujeme za geometrický útvar i množinu o jednom prvku, nebo dokonce prázdnou množinu. Tzv. množinové pojetí geometrie využívá termíny z teorie množin i matematické logiky. Množinové pojetí geometrie umožňuje využití vztahů mezi množinami (rovnost množin, podmnožiny) a provádění operací s množinami (průnik, sjednocení, rozdíl, doplněk). Významnou roli pak hraje tzv. základní (univerzální) množina. Jako základní množinu zde využíváme často trojrozměrný eukleidovský prostor E_3, dvojrozměrný eukleidovský prostor E_2 (kterákoliv rovina), popř. jednorozměrný eukleidovský prostor E_1 (kterákoliv přímka) (Bělík, 2005).

V následujícím textu využijeme pro zavedení jednotlivých geometrických pojmů toto množinové pojetí.

Bod

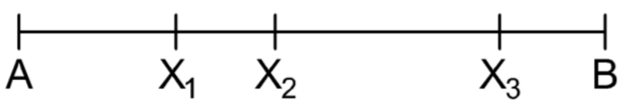
Bod značíme zpravidla písmenem velké latinské abecedy (např. A, M, Y, …). Dva body A, B mohou být navzájem různé (A≠B), nebo totožné (A=B). Tři navzájem různé body buď leží v přímce, jsou tedy kolineární, nebo neleží v přímce, jsou tedy nekolineární. Body značíme dvěma způsoby, a to křížkem, nebo jako průsečík (obr.1) (Lávička, 2002).



obr. 1: Značení bodů

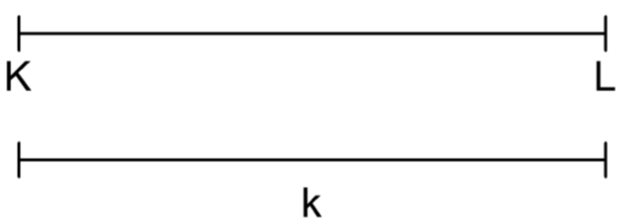
Úsečka

Úsečka AB je množina všech bodů v prostoru E_3, která obsahuje body A, B a všechny body X, které leží mezi body A, B (obr. 2) (Pěchoučková, 2016).



obr. 2: Úsečka

Úsečku většinou značíme pomocí dvou krajních bodů (např. úsečka AB, úsečka KL), méně často pak malými písmeny latinské abecedy, např. úsečka k, úsečka u (obr. 3) (Vyšín, a další, 1965).

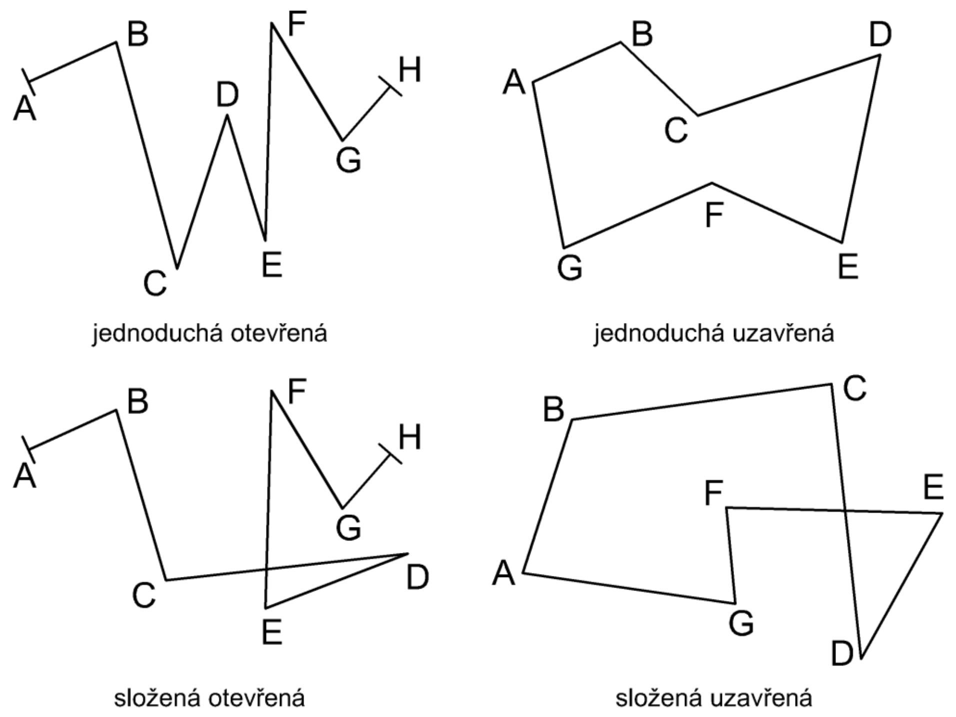


obr. 3: Značení úsečky

Lomená čára

Jsou dány body A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, ... A_n, z nichž žádné tři sousední body neleží v úsečce. Množinu všech úseček A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, … $A_{n-1}A_n$ nazýváme lomenou čarou $A_1A_2A_3A_4A_5A_n$.

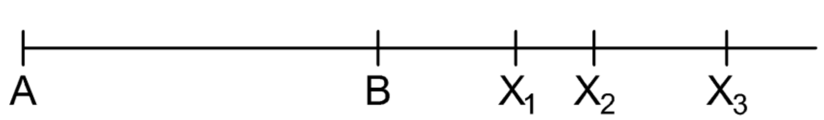
Rozlišujeme lomenou čáru otevřenou, uzavřenou, jednoduchou a složenou (obr. 4) (Pěchoučková, 2016).



obr. 4: Druhy lomených čar

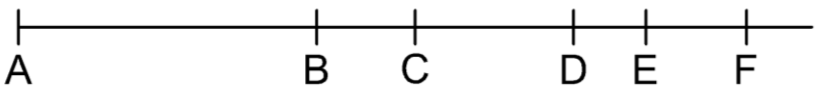
Polopřímka

Polopřímka AB je množina všech bodů v prostoru E_3, která obsahuje všechny body patřící úsečce AB a všechny body X, pro které platí, že bod B leží mezi body A, X (obr. 5) (Pěchoučková, 2016).



obr. 5: Polopřímka

Polopřímku dostaneme prodlužováním úsečky AB za bod B tak, že tvoříme všechny možné úsečky AC, AD, AE, AF atd., kde platí, že bod B je vnitřním bodem těchto úseček. Bod A je tzv. počátek polopřímky AB a rovněž vzniklé polopřímce patří. Ostatní body nazýváme vnitřními body polopřímky. Polopřímku pojmenováváme podle počátečního bodu a jednoho libovolného vnitřního bodu, např. polopřímka AB (→AB) (obr. 6) (Vyšín, a další, 1965).



obr. 6: Polopřímka

Opačné polopřímky

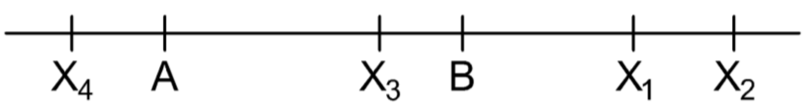
Polopřímky AB a AC jsou navzájem opačné polopřímky právě tehdy, když platí, že bod A leží mezi body B, C (obr. 7) (Pěchoučková, 2016).

Opačné polopřímky mají společný jen počátek (Vyšín, a další, 1965).

obr. 7: Opačné polopřímky

Přímka

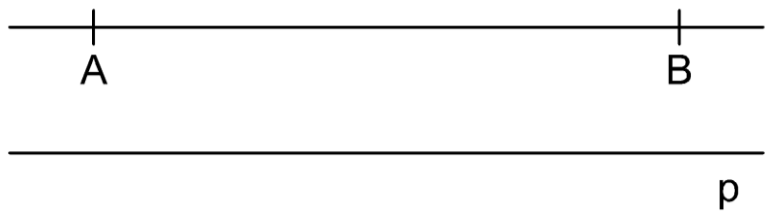
Jsou dány dva různé body A, B. Přímkou AB nazýváme sjednocení polopřímek AB a BA. Polopřímka AB je součástí (podmnožinou) přímky AB. Přímku můžeme definovat i takto: Jestliže A, B jsou navzájem různé body prostoru E_3, pak množinu všech bodů X takových, pro něž platí, že body A, B, X leží v úsečce, nazýváme přímkou AB (obr. 8) (Pěchoučková, 2016).



obr. 8: Přímka

Prodloužíme-li úsečku AB za oba její krajní body, dostaneme přímku AB. Pokud body A, B jsou dva navzájem různé body, pak existuje pouze jediná přímka AB, která těmito dvěma body prochází neboli která je těmito dvěma body určena. Z toho vychází, že dvě navzájem různé přímky mohou mít maximálně jeden společný bod. Tento společný bod nazýváme průsečík (Vyšín, a další, 1965).

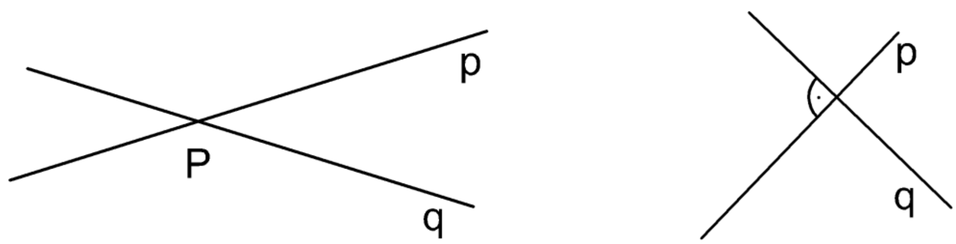
Přímky lze značit pomocí dvou různých bodů, které ji určují, nebo častěji malým písmenem latinské abecedy. Tedy např. přímka AB, přímka KL, přímka a, přímka p atd. (obr. 9) (Lávička, 2002).



obr. 9: Značení přímky

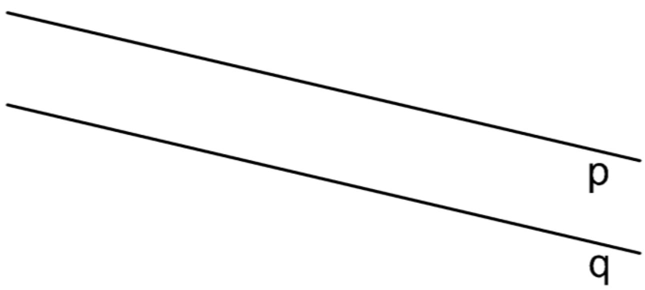
Jestliže p, q jsou dvě přímky v prostoru E_3, pak nastane právě jedna z následujících možností:

a) Přímky p, q mají právě jeden společný bod (průsečík) a jsou tedy vzájemně různoběžné (obr. 10). Značíme p × q. Speciálním případem různoběžných přímek jsou přímky kolmé. Značíme p ⊥ q.



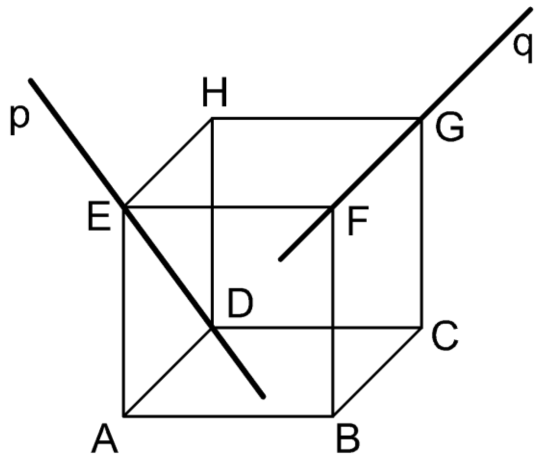
obr. 10: Různoběžky a kolmice

b) Přímky p, q leží v téže rovině a nemají žádný společný bod, jsou tedy rovnoběžné (obr. 11). Značíme p ∥ q.



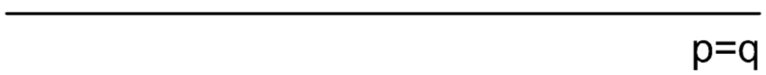
obr. 11: Rovnoběžky

c) Přímky p, q neleží v téže rovině a nemají žádný společný bod, jsou tedy mimoběžné (obr. 12).



obr. 12: Mimoběžky

d) Přímky p, q splývají, mají tedy všechny body společné, jsou totožné (obr. 13). Značíme p = q (Pěchoučková, 2016).

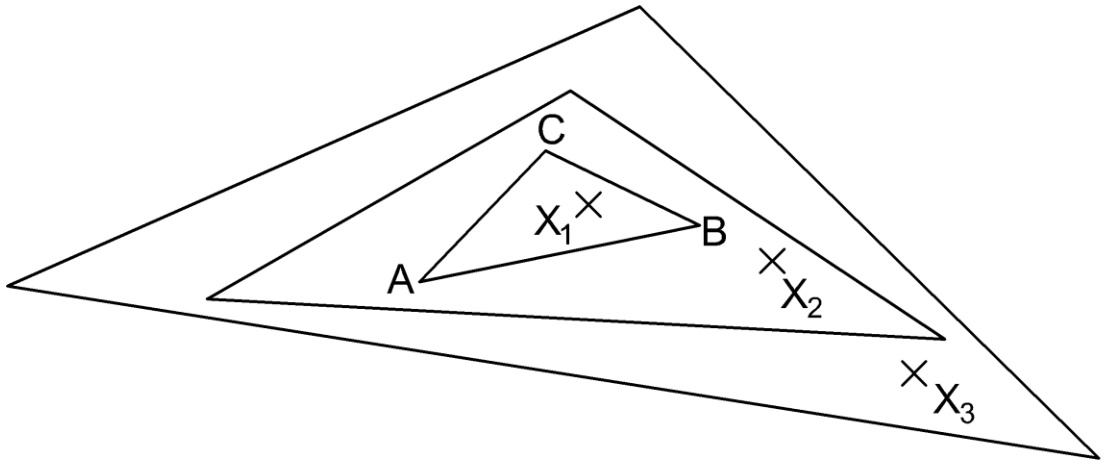


obr. 13: Totožné přímky

Rovina

Jestliže A, B, C jsou libovolné nekolineární body, potom rovinou ABC rozumíme množinu všech takových bodů X v prostoru E_3, že existuje trojúhelník, do kterého patří body A, B, C, X (obr. 14).

Rovinu značíme pomocí třech libovolných bodů, které této rovině náleží, nebo písmeny řecké abecedy. Tedy např. rovina ABC (↔ ABC), rovina KLM (↔ KLM), rovina α, β atd. (Pěchoučková, 2016).

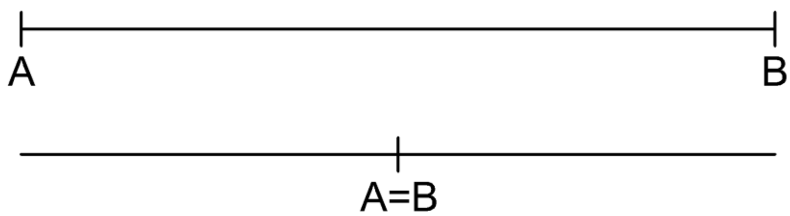


obr. 14: Rovina

Vzhledem k tématu práce se budeme v následující kapitole podrobněji zabývat pojmem úsečka.

1.2 ÚSEČKA

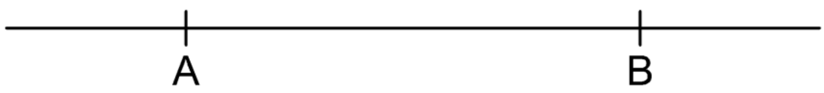
Jedním ze základních geometrických útvarů je úsečka. Můžeme si ji představit jako nit napjatou mezi dvěma hroty (body). Tyto dva body označujeme jako krajní body úsečky. Úsečku, která je vymezena krajními body A, B, nazýváme úsečka AB nebo úsečka BA (obr. 15). Tyto dvě varianty jsou rovnocenné, nezáleží tedy na pořadí krajních bodů (Vyšín, a další, 1965). Krajní body zpravidla úsečce patří. Ostatní body, tedy body mezi krajními body úsečky, nazýváme vnitřními body úsečky (Lávička, 2002). Splývají-li krajní body úsečky (A=B), jedná se o úsečku nulovou (obr. 15) (Bělík, 2005).



obr. 15: Úsečka, nulová úsečka

Vnitřní body úsečky AB tvoří množinu, kterou označujeme jako vnitřek úsečky AB nebo jako otevřenou úsečku AB. Uzavřená úsečka AB je označení pro množinu všech vnitřních bodů úsečky AB i s krajními body A, B. Pojmy otevřená/uzavřená úsečka vycházejí z názvů otevřený/uzavřený interval, s kterými se setkáváme v matematické analýze. Samotným pojmem úsečka však zpravidla rozumíme úsečku uzavřenou (Vyšín, a další, 1965).

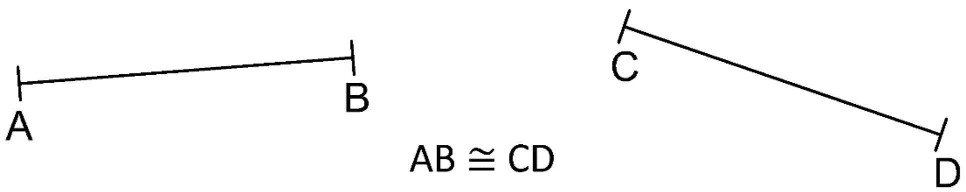
Jedna z definic úsečky je uvedena v kapitole 1.1. Tato definice vychází z pojmu bod a z relace „body X leží mezi body Y, Z“. Pokud bychom však jako základní pojem vzali přímku a pomocí přímky definovali polopřímku, můžeme úsečku vymezit i takto: Úsečkou AB označujeme průnik dvou polopřímek →AB, →BA (obr. 16) (Lávička, 2002).



obr. 16: Úsečka

1.2.1 Shodnost úseček

Říkáme, že úsečka AB je shodná s úsečkou CD tehdy, pokud jednu úsečku můžeme přenést na druhou tak, že se tyto úsečky navzájem překrývají. Shodnost úseček značíme symbolem ≅ (obr. 17).



obr. 17: Shodnost úseček

Relace shodnost úseček má tyto vlastnosti:

a) Je reflexivní, to znamená, že každá úsečka je shodná sama se sebou. Zapisujeme $(\forall\, AB \in E_3)\ AB \cong AB$.

b) Je symetrická, to znamená, že pro každé dvě úsečky AB a CD platí, je-li úsečka AB shodná s úsečkou CD, je také úsečka CD shodná s úsečkou AB. Zapisujeme $(\forall\, AB, CD \in E_3)\ AB \cong CD \Rightarrow CD \cong AB$.

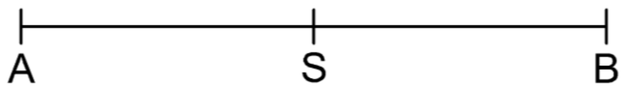
c) Je tranzitivní, tedy pro každou trojici úseček AB, CD a EF platí, že je-li úsečka AB shodná s úsečkou CD a zároveň je úsečka CD shodná s úsečkou EF, potom také úsečka AB je shodná s úsečkou EF. Zapisujeme ($\forall$ AB, CD, EF $\in E_3$) AB $\cong$ CD $\wedge$ CD $\cong$ EF $\Rightarrow$ AB $\cong$ EF.

Z uvedeného vyplývá, že relace shodnost úseček je relace ekvivalence (Pěchoučková, 2016).

Pomocí shodnosti úseček můžeme definovat střed úsečky a osu úsečky.

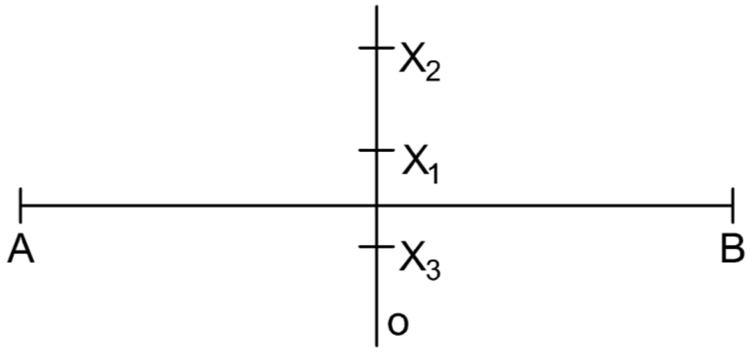
1.2.2 STŘED A OSA ÚSEČKY

Středem úsečky AB nazýváme bod S, který patří úsečce AB, a zároveň úsečka AS je shodná s úsečkou BS (obr. 18). Symbolicky můžeme zapsat jako S $\in$ AB $\wedge$ AS $\cong$ BS nebo S $\in$ AB $\wedge$ |AS|=|BS| (Bělík, 2005).



obr. 18: Střed úsečky

Množinu všech bodů X v prostoru E_2 takových, pro něž platí, že úsečka AX je shodná s úsečkou BX, nazýváme osa úsečky AB (obr. 19). Platí-li, že A $\neq$ B, potom osa úsečky AB je množina bodů X, pro které platí ($\forall$ X $\in E_2$) XA $\cong$ XB (Bělík, 2005).



obr. 19: Osa úsečky

Můžeme také říci, že osa úsečky AB je přímka o, která prochází středem úsečky AB a je na tuto úsečku kolmá (Lávička, 2002).

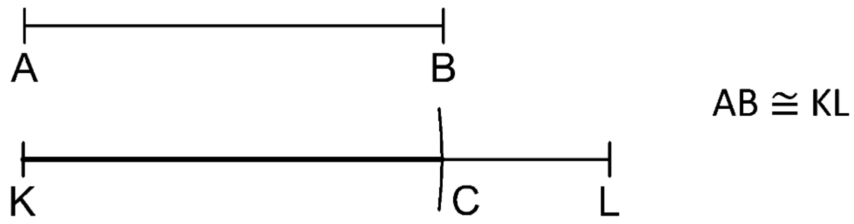
Shodnost úseček využíváme při přenesení úsečky na polopřímku, při grafickém součtu a grafickém rozdílu úseček a při násobku úseček (Bělík, 2005).

1.2.3 PŘENESENÍ ÚSEČKY NA POLOPŘÍMKU

Tento pojem lze popsat pomocí algoritmu:

1. Je dána úsečka AB a polopřímka →KL.
2. Na polopřímce →KL najdeme bod C tak, že platí KC ≅ AB.
3. Úsečkou KC nazveme nanesení úsečky AB na polopřímku →KL.

Bez použití algoritmu lze pojem definovat takto: Úsečkou KC nazýváme nanesení úsečky AB na polopřímku →KL právě tehdy, když bod C leží na polopřímce →KL a úsečka KC je shodná s úsečkou AB, tedy když KC ∈ →KL ∧ KC ≅ AB (obr. 20) (Bělík, 2005).

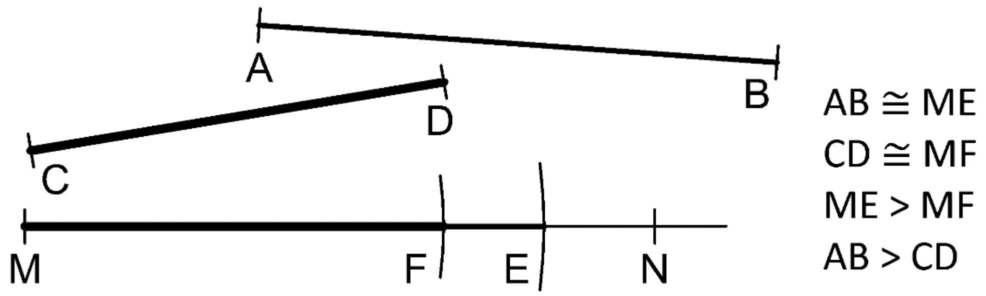


obr. 20: Přenesení úsečky na polopřímku

1.2.4 POROVNÁVÁNÍ ÚSEČEK

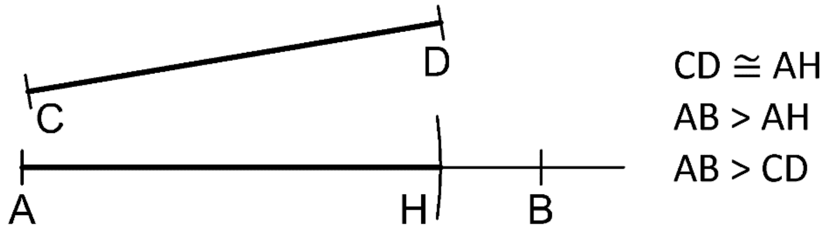
Grafické porovnávání dvou úseček můžeme provádět dvěma způsoby. V první variantě přenášíme obě úsečky na danou polopřímku. V druhém případě jednu ze dvou úseček prodloužíme na polopřímku a druhou úsečku na tuto polopřímku přeneseme. Vysvětleme si oba způsoby názorněji.

1. způsob: Jsou dány dvě úsečky AB a CD. Narýsujeme polopřímku →MN. Do kružítka vezmeme úsečku AB a přeneseme ji na polopřímku →MN od bodu M. Dostaneme úsečku ME, přičemž AB ≅ ME. Poté vezmeme do kružítka úsečku CD a přeneseme ji na polopřímku →MN rovněž od bodu M. Dostaneme úsečku MF, přičemž CD ≅ MF (obr. 21). Máme tedy úsečku AB ≅ ME a úsečku CD ≅ MF. Z obrázku vidíme, že ME > MF, tedy AB > CD (Pěchoučková, 2016).



obr. 21: Porovnávání úseček – 1. způsob

2. způsob: Jsou dány dvě úsečky AB a CD. Úsečku AB prodloužíme na polopřímku →AB. Do kružítka vezmeme úsečku CD a přeneseme ji na polopřímku →AB od bodu A. Dostaneme úsečku AH, přičemž AH ≅ CD (obr. 22). Máme tedy úsečku AB a úsečku CD ≅ AH. Z obrázku vidíme, že AB > AH, tedy AB > CD (Pěchoučková, 2016).



obr. 22: Porovnávání úseček – 2. způsob

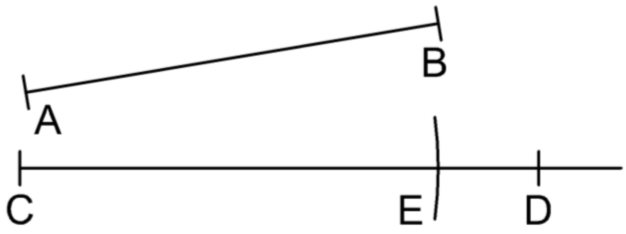
Teoretický základ grafického porovnávání úseček popisuje, jaké tři situace mohou při porovnávání nastat.

Jsou dány dvě úsečky AB a CD. Na polopřímce →CD existuje právě jeden bod E takový, že úsečka AB ≅ CE, a nastane právě jedna ze tří možností:

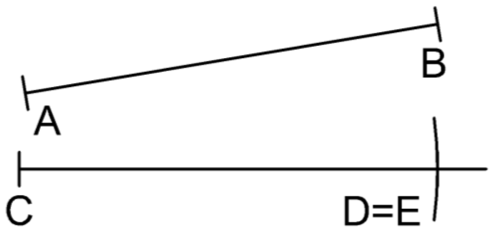
a) bod E leží mezi body C, D (obr. 23 a),

b) bod E je totožný s bodem D (obr. 23 b),

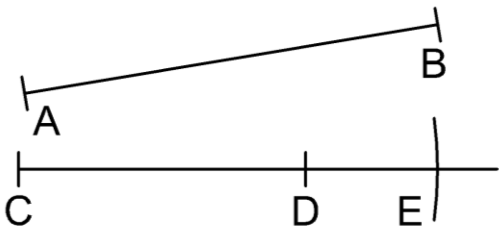
c) bod D leží mezi body C, E (obr. 23 c).



obr. 23 a: Porovnávání úseček



obr. 23 b: Porovnávání úseček



obr. 23 c: Porovnávání úseček

V případě, že nastane možnost a), říkáme, že úsečka AB je menší než úsečka CD neboli AB < CD. V případě c) říkáme, že úsečka AB je větší než úsečka CD neboli AB > CD. V případě možnosti b) jsou úsečky AB, CD shodné neboli AB ≅ CD.

Vztahy porovnávaných úseček „je menší/větší" lze definovat pomocí vztahů množin:

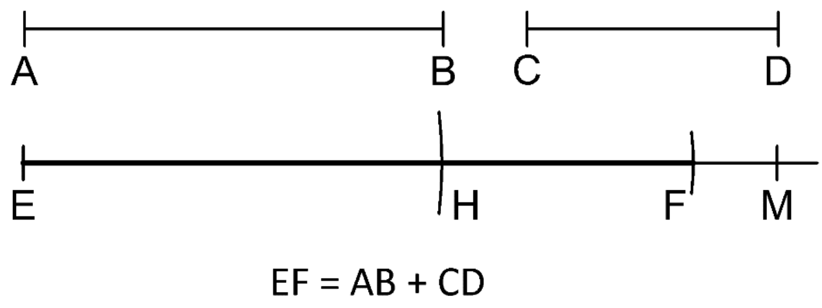
a) úsečka AB je menší než úsečka CD, jestliže existuje úsečka XY shodná s úsečkou AB taková, že úsečka XY je vlastní podmnožinou úsečky CD,

b) úsečka AB je větší než úsečka CD, jestliže existuje úsečka XY shodná s úsečkou AB taková, že úsečka XY je vlastní nadmnožinou úsečky CD (Zapletal, 1984).

1.2.5 GRAFICKÝ SOUČET A GRAFICKÝ ROZDÍL ÚSEČEK

Úsečku EF nazýváme grafický součet úseček AB, CD právě tehdy, když je sjednocením úseček EH a FH. Zároveň platí, že úsečka EH je shodná s úsečkou AB, úsečka FH je shodná s úsečkou CD a úsečky EH, FH mají jeden společný bod H (obr. 24) (Zapletal, 1984).

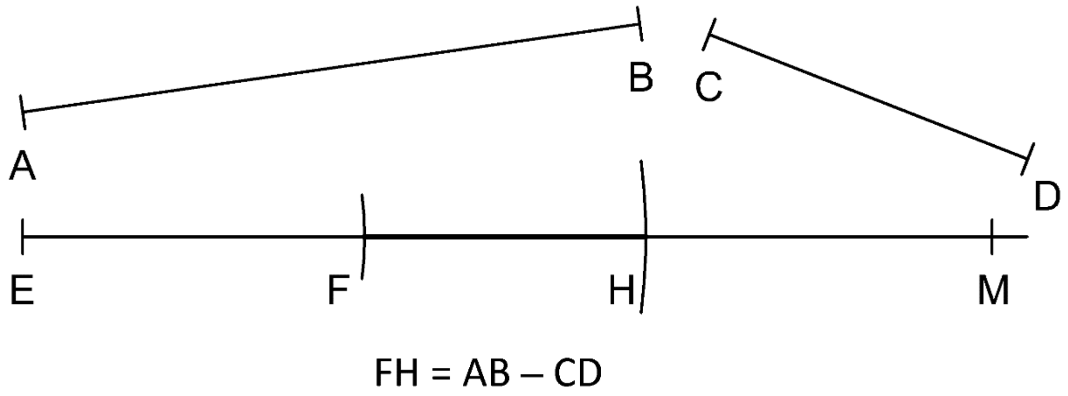
Neboli máme úsečky AB, CD. Zvolíme polopřímku →EM a na ní sestrojíme bod H tak, že platí AB ≅ EH. Na polopřímce opačné k polopřímce →HE sestrojíme bod F tak, že HF ≅ CD. Úsečku EF nazýváme grafický součet úseček AB, CD. Zapisujeme EF = AB + CD (Kouřim, a další, 1985).



obr. 24: Grafický součet úseček

Úsečku FH nazýváme grafický rozdíl úseček AB, CD právě tehdy, když je úsečka AB grafickým součtem úseček CD a FH (obr. 25) (Zapletal, 1984).

Neboli máme úsečky AB, CD, přičemž AB > CD. Zvolíme polopřímku →EM a na ní sestrojíme bod H tak, že platí AB ≅ EH. Dále na ní sestrojíme bod F tak, že platí EF ≅ CD. Úsečku FH nazýváme rozdíl úseček AB, CD (v tomto pořadí). Zapisujeme FH = AB – CD (Kouřim, a další, 1985).



obr. 25: Grafický rozdíl úseček

1.2.6 GRAFICKÝ NÁSOBEK ÚSEČKY

Jestliže platí vztah KL = AB + AB, nazývá se úsečka KL dvojnásobkem úsečky AB. Zapisujeme KL =2AB. Dále můžeme určit součet úseček 2AB + AB = PQ, kde se úsečka PQ nazývá trojnásobkem úsečky AB. Platí tedy: AB + AB = 2AB

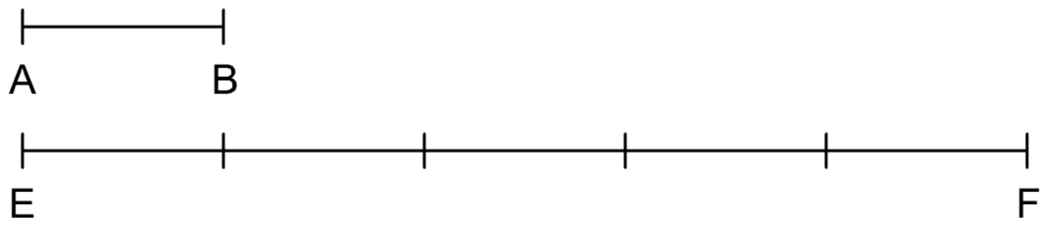
2AB + AB = 3AB

3AB + AB = 4AB

atd.

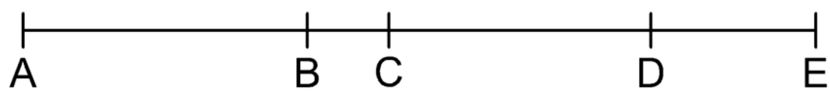
Libovolný n-násobek úsečky AB pak pro každé přirozené n > 1 definujeme jako grafický součet n-1 násobku úsečky AB a úsečky AB, přičemž jednonásobek úsečky AB je roven úsečce AB, tedy 1AB = AB.

Pětinásobek úsečky AB lze tedy vyjádřit jako 5AB = AB + AB + AB + AB + AB (obr. 26) (Francová, a další, 1995).



obr. 26: Pětinásobek úsečky

Výše zavedený pojem grafický součet dvou úseček lze rozšířit na grafický součet více než dvou úseček. Např. úsečka AE je rovna součtu úseček AB, BC, CD a DE, zapisujeme tedy AE = AB + BC + CD + DE (obr. 27).



obr. 27: Grafický součet více než dvou úseček

1.2.7 MÍRA GEOMETRICKÝCH ÚTVARŮ, DÉLKA ÚSEČKY

Mezi základní pojmy, které vznikaly z potřeb praxe člověka, řadíme právě pojem úsečka a její délka, geometrický útvar a jeho obsah, těleso a jeho objem. Impulzy pro studium těchto pojmů vznikaly během praktických činností lidí, např. při stavbě obydlí nebo při vyměřování pozemků. Samotný termín geometrie (gé = země, metrein = měřit) poukazuje na souvislosti této disciplíny s praktickými činnostmi člověka (Kouřim, a další, 1985). Významnou vlastností geometrických útvarů je jejich velikost. Ke stanovení velikosti daného útvaru dojdeme jeho měřením. Teoretický základ přitom poskytuje tzv. Jordanova teorie, obecná teorie míry. Nutné je stanovit, které útvary lze měřit, tedy zavést pojem měřitelný útvar. Základním měřitelným útvarem v rovině (prostoru) je takový rovinný (prostorový) útvar, který je omezený a jehož hranice je topologickým obrazem kružnice (kulové plochy). Poté měřitelný útvar v rovině (prostoru) je takový rovinný útvar, který můžeme sestrojit z konečného počtu základních měřitelných útvarů pomocí množinových operací. Cílem měření útvarů je přiřadit danému měřenému útvaru reálné číslo, které vyjadřuje jeho porovnání vůči jinému a pevně zvolenému útvaru, který nazýváme útvarem jednotkovým. Mluvíme tedy o zobrazení množiny měřitelných geometrických útvarů do množiny reálných čísel, resp. na množinu nezáporných reálných čísel. Protože množinou obrazů je množina čísel, je toto zobrazení funkcí definovanou na množině měřitelných útvarů. Obor funkce představuje množina měřitelných útvarů, množina hodnot funkce je dána množinou nezáporných reálných čísel. Funkci nazýváme mírou měřitelného útvaru, funkční hodnotu míry pak velikostí měřitelného útvaru. (Zapletal, 1984).

Míru geometrického útvaru vymezujeme následovně*: „Míra útvaru je společný název pro délku útvaru na přímce či křivce, pro obsah útvaru v rovině či na ploše, pro objem útvaru v prostoru. Pojem míra vyjadřuje společné vlastnosti funkcí, které přiřazují útvarům nezáporná reálná čísla pro jejich délky (obsahy, objemy).“* (Bartlová, 2011, s. 13).

Existuje také jiná varianta vymezení míry geometrického útvaru:

Mírou geometrického útvaru rozumíme zobrazení množiny všech měřitelných útvarů na množinu všech nezáporných reálných čísel, pro které platí, že:

a) existuje geometrický útvar, jehož velikost je rovna jedné a který je jednotkou měření,

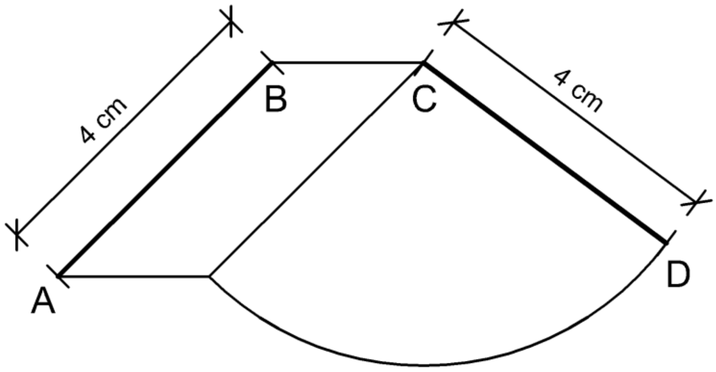
b) shodné měřitelné útvary mají stejnou velikost,

c) velikost sjednocení dvou nepřekrývajících se měřitelných útvarů se rovná součtu velikostí těchto útvarů (Pěchoučková, 2017).

Délkou úsečky rozumíme funkční hodnotu míry na množině všech úseček neboli zjišťujeme míru na množině úseček.

Proces měření úseček pak probíhá následovně:

1. Pokud máme změřit délku úsečky, musí být zvolena jednotka měření.
2. Výsledek měření (velikost úsečky) je představován kladným číslem. Pokud užijeme pro velikost úsečky AB symbol d(AB), platí pro každou úsečku AB, že d(AB) ≥ 0.
3. Na velikost úsečky nemá vliv její poloha, tedy shodné úsečky mají stejné velikosti (obr. 28) Symbolicky AB ≅ EF ⇒ d(AB) = d(EF).
4. Velikost grafického součtu úseček se rovná součtu velikostí těchto úseček (Kouřim, a další, 1985).



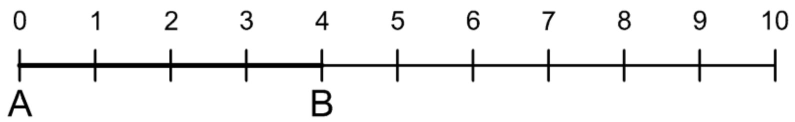
obr. 28: Shodné úsečky

Délkou úsečky rozumíme funkční hodnotu míry na množině všech úseček neboli zjišťujeme míru na množině úseček. Pro měření délky úsečky potřebujeme pomůcky, kterým říkáme měřítka. Existuje několik možností, např. milimetrové měřítko, pravítko s centimetrovou stupnicí, krejčovský metr, pásmo a další (Pěchoučková, 2017).

Z historie víme, že k měření délek se dříve využívaly jednotky odvozované z částí lidského těla (např. loket, palec, píď, stopa apod.). Kvůli nejednotnosti a nepřesnosti těchto jednotek časem vznikla pevná jednotková délka – metr (m), který je základní jednotkou délky v mezinárodní soustavě jednotek (SI). Dle třetí mocniny deseti se pak tvoří jednotka kilometr (km), kdy 1 km = 10^3 m = 1 000 m, a milimetr (mm), kdy 1 mm = 10^{-3} m = 0,001 m. Dále užíváme jednotku decimetr (dm), kdy 1 dm = 10^{-1} m = 0,1 m, a centimetr (cm), kdy 1 cm = 10^{-2} m = 0,01 m (Zapletal, 1984).

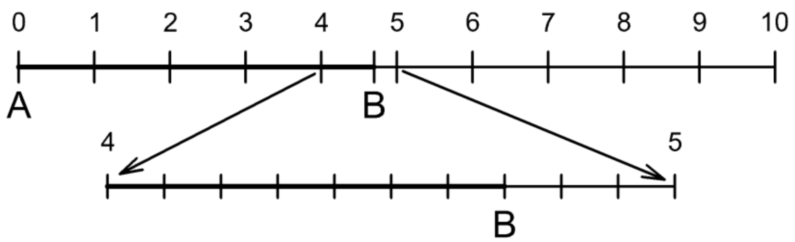
Při měření úseček postupujeme zpravidla takto:

Máme úsečku AB a centimetrové měřítko. K měřené úsečce AB přiložíme měřítko tak, aby krajní bod A splynul s hodnotou 0 na měřítku. Pro druhý krajní bod B pak nastávají dvě možnosti. Pokud bod B splyne s některou další hodnotou na měřítku, říkáme, že jednotka centimetr a úsečka AB jsou tzv. souměřitelné. Délka úsečky je pak racionální číslo. Zapisujeme d(AB) = 4 cm nebo |AB| = 4 cm (obr. 29). Pokud bod B padne mezi dvě sousední hodnoty na měřítku, tedy nesplyne s žádnou hodnotou měřítka, jednotku centimetr a úsečku AB označujeme jako nesouměřitelné a délkou úsečky je číslo iracionální (obr. 30). Zapisujeme 4 cm < d(AB) < 5 cm. Délku 4 cm označujeme jako dolní mez či dolní aproximaci velikosti úsečky AB. Délka 5 cm se nazývá naopak horní aproximace velikosti úsečky AB (Kouřim, a další, 1985).



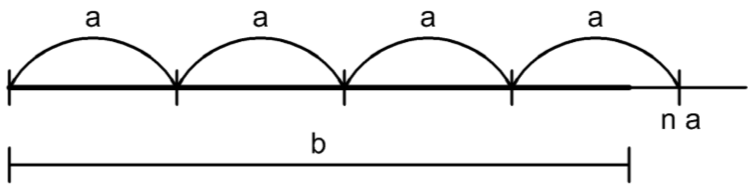
obr. 29: Úsečka souměřitelná s jednotkou cm

Máme-li však určit velikost úsečky AB s větší přesností, přistoupíme ke „zjemnění stupnice“. Úsečku o délce 1 cm rozdělíme na deset shodných dílů, poté provádíme nový odhad pro velikost úsečky AB (obr. 30). Opět mohou nastat dvě možnosti. Buďto bod B splyne s některou hodnotou na měřítku, nebo nikoliv. Ve zjemňování stupnice pak můžeme pokračovat stejným způsobem ještě několikrát (Kouřim, a další, 1985).



obr. 30: Zjemnění stupnice

Měření úseček stojí na Archimédově axiomu, který říká: *„Ke každým dvěma kladným číslům a, b existuje přirozené číslo n tak, že platí na > b.“* (obr. 31) (Kouřim, a další, 1985, s. 77).



obr. 31: Archimédův axiom

1.3 UČIVO O ÚSEČCE V RÁMCOVÉM VZDĚLÁVACÍM PROGRAMU PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace stojí zejména na aktivních činnostech, které jsou typické pro reálné užití matematiky. Vzhledem ke své nezastupitelnosti se prolíná celým základním vzděláváním a u žáků vytváří předpoklady pro úspěšné studium.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace se dělí dle témat na čtyři okruhy: Číslo a početní operace (na 2. stupni Číslo a proměnná); Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Učivo o úsečce je vymezeno v okruhu Geometrie v rovině a prostoru (obr. 32, 33) (RVP ZV, 2017).

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy – 1. období

žák

M-3-3-01	***rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci***
M-3-3-02	***porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky***
M-3-3-03	***rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině***

Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:

žák

M-3-3-01p	*pozná a pojmenuje základní geometrické tvary a umí je graficky znázornit*
M-3-3-01p	*rozezná přímku a úsečku, narýsuje je a ví, jak se označují*
M-3-3-02p	*používá pravítko*

Očekávané výstupy – 2. období

žák

M-5-3-01	***narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce***
M-5-3-02	***sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran***
M-5-3-03	***sestrojí rovnoběžky a kolmice***
M-5-3-04	***určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu***
M-5-3-05	***rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru***

Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:

žák

M-5-3-01p	*znázorní, narýsuje a označí základní rovinné útvary*
M-5-3-02p	*měří a porovnává délku úsečky*
M-5-3-02p	*vypočítá obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran*
M-5-3-03	*sestrojí rovnoběžky a kolmice*
M-5-3-05p	*určí osu souměrnosti překládáním papíru*
-	*pozná základní tělesa*

obr. 32: Okruh Geometrie v rovině a v prostoru

(převzato z: RVP ZV, 2017, s. 33)

Učivo

- **základní útvary v rovině –** lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- **základní útvary v prostoru –** kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary

obr. 33: Učivo okruhu Geometrie v rovině a v prostoru

(převzato z: RVP ZV, 2017, s. 34)

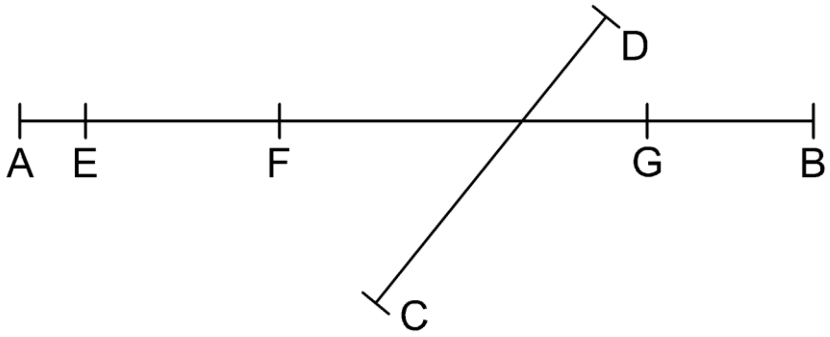
1.4 UČIVO O ÚSEČCE V MATEMATICE 1. STUPNĚ

S prvními geometrickými pojmy se žáci setkávají již v mateřské škole a během 1. ročníku základní školy. Systematická výuka geometrie pak začíná ve 2. ročníku základní školy. Základní množinou je zde trojrozměrný eukleidovský prostor E_3, s kterým mají žáci větší zkušenost, a proto je jim bližší (pojmy před, za, pod, vedle, …). Seznámení se s tímto prostorem je nutné také proto, že ještě před samotným rýsováním žáci dané geometrické pojmy modelují. Postupně se rozvíjí také symbolika zápisů. Důležité je žáky naučit, že dodržujeme úmluvu o označování určitých objektů (Malinová, 1981).

1.4.1 ÚSEČKA

Pojem úsečka se zavádí ve 2. ročníku základní školy. Úsečku žákům představujeme jako nejkratší spojnici dvou bodů. Demonstrovat ji můžeme např. pomocí provázku. Postupně žák pozná pojmy krajní body úsečky, shodnost úseček, střed úsečky a délka úsečky. Naučí se úsečku vyznačovat a rýsovat. Žáci dokáží rozhodovat, které body dané úsečce patří. Zvládnou sestrojit úsečku dané délky a změřit úsečku v cm, dm, m (Divíšek, a další, 1989).

Žáci zpočátku úsečku nerýsují, ale hledají ve svém okolí a ukazují ji (nepopisují). Ukazovat můžeme hranu lavice, hranu sešitu apod. V ideálním případě pak pojem úsečka vzniká jako abstrakce reality, nikoliv jako abstraktní pojem, pro který se snažíme najít vhodný příklad v reálném životě. Logicky tak přecházíme např. od rohů stolu ke krajním bodům úsečky. Později žáci rozhodují, které body úsečce patří, či nepatří. V další fázi zkouší úsečku črtat, kreslit od ruky, např. pomocí úkolů typu: spoj body podle toho, jak jdou čísla za sebou, pomocí spojování bodů zapiš do sítě digitální číslice atd. Třetí fází je samotné rýsování úsečky. Důležité je dbát na vytváření správných návyků při rýsování (správné držení těla, držení rýsovacích pomůcek) a používání dobrých pomůcek (ořezaná tužka, kvalitní pravítko). Představa o úsečce se u žáků prohlubuje modelováním, rýsováním i dalšími činnostmi, jako je hledání úseček v obrázcích. Postupně u žáků vytváříme představu úsečky jako množiny bodů. Žáci zpravidla chápou, že na úsečce můžeme vyznačit další body, nejsou však schopni porozumět tomu, že dané úsečce patří i body, které dříve nebyly vyznačeny. O úsečkách AB, CD tedy říkají, že nemají žádný společný bod proto, že tento bod nebyl dříve vyznačen (obr. 34). Upozorňovat bychom také měli na správné označování (krajních) bodů. V jednom obrázku žáci nemohou označit více bodů jedním písmenem. Krajní body pak nemusí být označovány vždy písmeny, které se v abecedě nachází za sebou. Krajní body úsečky nejsou uspořádány. Úsečku, která je určena krajními body K a L, můžeme označit jako úsečku KL či jako úsečku LK (Malinová, 1981; Pěchoučková, 2017).



obr. 34: Společný bod úseček

Je žádoucí volit různé úlohy jak k modelování úsečky, tak k rýsování. Všechny úlohy by si učitel měl vždy pečlivě připravit a vyzkoušet, aby byl schopen srozumitelně vysvětlovat zadání, upozorňovat na případná úskalí, rozhodovat o správných žákovských řešeních a v neposlední řadě žáky zaujmout.

1.4.2 Shodnost úseček, střed a osa úsečky

Zpočátku se žáci na úsečkách učí chápat relaci shodnost. Při objasňování tohoto pojmu máme vždy k dispozici prostředek, díky kterému s jistotou určíme, zda dva objekty jsou shodné, či nikoliv. Za tento prostředek považujeme shodné zobrazení. V geometrii užíváme pojem přemístění, díky němuž lze dosáhnout toho, že se dva shodné útvary kryjí. Tento pojem je chápán jako vytvoření shodného obrazu v geometrickém zobrazení a není synonymem k pohybu v běžném slova smyslu. Přesto však shodnost úseček ve školním prostředí objasňujeme právě skrze pohyblivé modely. Žák na 1. stupni zpravidla intuitivně chápe, že o shodnosti dvou úseček se přesvědčí tak, že je přemístí a zjistí, zda se kryjí. Zpočátku žáci přemisťují úsečky vymodelované pomocí špejlí nebo provázku, později úsečky překreslené např. na průsvitkách (Divíšek, a další, 1989).

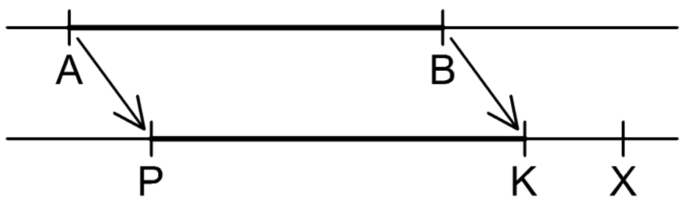
Relaci shodnost nesmíme zaměňovat s relací rovnost. Rovnost v geometrii se jednak uplatňuje mezi čísly, tedy mezi velikostmi geometrických útvarů, jednak vyjadřuje totožnost geometrických útvarů (Malinová, 1981).

Střed úsečky žáci zpočátku určují pomocí proužku papíru, konstrukce středu přichází na řadu déle (Zapletal, 1984).

Osu úsečky žáci na 1. stupni hledají nejprve překládáním papíru. Později se naučí také konstrukci osy úsečky (Malinová, 1981).

1.4.3 Přenášení úsečky

V případě přenášení úsečky je nutné vždy jasně uvést, na kterou polopřímku má žák danou úsečku přenést. Učitel musí vysvětlit, že při přenášení úsečky AB na polopřímku →PX splyne vždy jeden ze dvou krajních bodů přenášené úsečky s počátkem P polopřímky →PX. Zároveň na polopřímce →PX vyznačujeme další bod K, pro který platí, že úsečka PK ≅ AB. Přenesením úsečky AB na polopřímku →PX tedy rozumíme sestrojení jediné úsečky PK ≅ AB na polopřímce →PX (obr. 35). Úsečku AB tedy nepřenášíme v pravém slova smyslu. Přenášení úsečky je pro žáka i pro učitele jasně definovaný úkon vedoucí ke konstrukci s jednoznačným výsledkem. Ve 2. ročníku používají žáci k přenášení úseček proužek papíru, v dalším ročníku pak již využívají kružítko (Malinová, 1981).



obr. 35: Přenesení úsečky

1.4.4 Porovnávání úseček

Porovnávání úseček je pro žáky činnost, s kterou se běžně setkávají. Pokud žák porovnává dvě úsečky (tyče, pruty, dřívka, tužky, …) v praxi, přiloží je k sobě a na jedné straně je vyrovná. Při porovnávání úseček není rozhodující, kterou úsečku na kterou přenášíme. Toto učivo se nepovažuje za náročné, avšak problémy zde vznikají. Zejména tak, že žák porovnává úsečky správně odhadem, méně ochotně si pak svůj odhad potvrzuje konstrukcí. Dobré je tedy žákům častěji zadávat takové úlohy, ve kterých není možné provést porovnání úseček odhadem dostatečně spolehlivě.

Při prvotním porovnávání úseček neznají ještě žáci měření a pojem délka úsečky. Učitel by se jich proto měl ptát, která z daných úseček je větší, nikoliv delší. S pojmem délka úsečky se žáci setkávají až později (Malinová, 1981).

1.4.5 GRAFICKÝ SOUČET A ROZDÍL ÚSEČEK, NÁSOBEK ÚSEČKY

S operací sčítání úseček se žáci seznamují po zavedení základního učiva o úsečce, tedy rýsování, přenášení a porovnávání úseček. Nejprve žáci pracují s proužkem papíru, pomocí kterého se snaží sestrojit součet dvou daných úseček. Máme-li úsečky AB, CD, nejprve s žáky sestrojujeme jejich součet na dané polopřímce →PX. Teprve později sestrojujeme součet úseček pomocí kružítka. Součet úseček AB, CD je pak sestrojován přímo na polopřímce →AB, popř. →CD.

Grafický rozdíl úseček je zaveden jako inverzní operace ke grafickému sčítání úseček. Využíváme tedy poznatku, že právě tehdy, když je úsečka PK grafickým součtem úseček AB, CD, je úsečka AB grafickým rozdílem úseček PK, CD (v tomto pořadí) a úsečku CD nazýváme grafickým rozdílem úseček PK, AB (rovněž v tomto pořadí) (Malinová, 1981).

Dovednost konstrukce grafického součtu a rozdílu úseček se u žáků zdokonaluje a prohlubuje spolu s používáním kružítka. Žáky vedeme k tomu, aby sestrojené body vždy správně vyznačili. Učitel dbá na to, aby žáci správně chápali jeho pokyny, ověřuje porozumění instrukcím a volí vhodné úlohy k tomuto tématu (Malinová, 1981).

Pomocí shodnosti úseček dojdeme k operaci grafický násobek úsečky. Sestrojení n-násobku dané úsečky AB znamená sestrojení grafického součtu n úseček shodných s úsečkou AB.

Grafickému násobku úseček by měl učitel věnovat patřičnou pozornost. Toto učivo je totiž základem pro pochopení míry úsečky (Malinová, 1981).

1.4.6 DÉLKA ÚSEČKY

S měřením úseček se žáci setkávají nejen v matematice, ale i v předmětech prvouka, přírodověda, pracovní činnosti, tělesná výchova, výtvarná výchova a v běžných denních činnostech. Dříve vysvětlené pojmy shodnost úseček, střed úsečky, grafický součet a rozdíl úseček, násobek úsečky a další jsou základním východiskem pro pojem délka úsečky (Malinová, 1981).

Učivo o délce úsečky na 1. stupni můžeme rozdělit do několika fází:

1. Vyvození nutnosti stejné (jednotné) jednotky

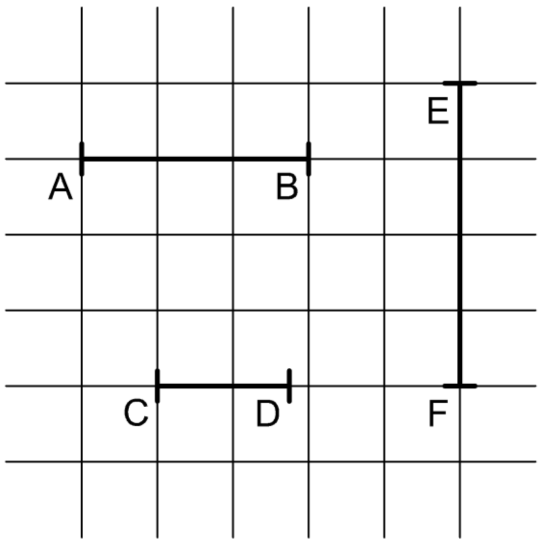
Učivo o měření úseček zahajujeme měřením pomocí libovolně zvolené jednotkové úsečky (např. tužka, špejle, krok, palec o velikosti 1). Žáci si musí uvědomit, že všichni musí měřit ve stejných jednotkách. Zařazujeme tedy úkoly, které k tomuto uvědomění přispívají. Úkolem žáků může být např. změřit délku školní třídy pomocí kroků, změřit délku hrany lavice pomocí tužky, změřit délku hrany sešitu pomocí palců. Naměřené hodnoty pak porovnáváme. Společně s žáky docházíme k závěru, že v praxi potřebujeme obecně platné jednotky. Dobré je žákům předložit konkrétní případy z reálného života, kde by absence obecně platných jednotek byla problémem (nákup stuhy, délka plotu apod.).

2. Měření délky úsečky pomocí čtvercové sítě

Práce se čtvercovou sítí při měření délky úsečky v některých učebnicích a pracovních sešitech matematiky pro 1. stupeň zcela chybí. Je však vhodné ji do výuky zařadit.

a) Jednotkou měření je strana čtverce sítě

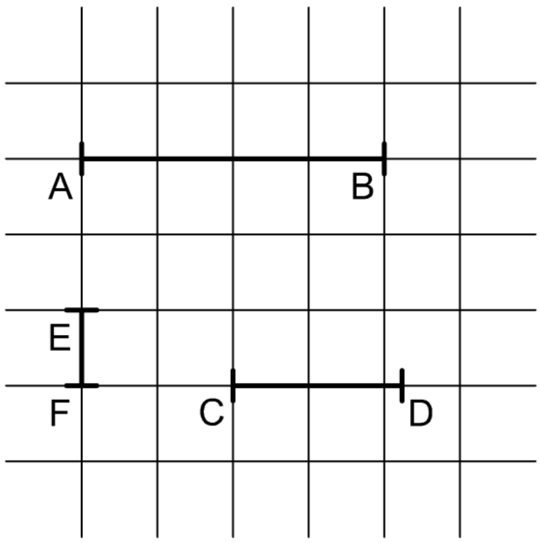
V této fázi pracujeme se čtvercovou sítí se čtverci o libovolné straně. Strana jednoho čtverce zde představuje jednotkovou úsečku. Žáci měří délku úsečky a zapisují symbolicky. Zápis např. pro délku úsečky AB je |AB|= 3 (obr. 36). Zpočátku volíme pouze takové úlohy, ve kterých se krajní body úseček shodují s body čtvercové sítě. Později můžeme zařadit úlohy, kde tomu tak není. V takovém případě žáci hodnotu zaokrouhlují. Např. |CD| = 2 (obr. 36).



obr. 36: Měření délky úsečky ve čtvercové síti

b) Zavedení jednotky 1 cm

Při zavádění jednotky délky 1 centimetr (1 cm) zůstáváme u práce se čtvercovou sítí, je však nutné, aby jednotlivé čtverce měly skutečně strany o délce 1 cm. Postup je obdobný jako v předchozí etapě. Žáci měří úsečky pomocí délky stran jednotlivých čtverců sítě a zapisují délky. Již však vědí, že výsledná hodnota je naměřena v centimetrech. Pokud krajní body dané úsečky nesplývají s body na čtvercové síti, tedy úsečka a jednotka centimetr nejsou souměřitelné, délku této úsečky zaokrouhlíme. Např. |CD| = 2 cm (obr. 37).



obr. 37: Měření délky úsečky ve čtvercové síti o stranách dlouhých 1 cm

3. Měření úsečky bez čtvercové sítě

Třetí fáze zahrnuje měření úseček bez čtvercové sítě, tedy pomocí měřítka. Ve školní geometrii využíváme různé typy pravítek s centimetrovou stupnicí.

a) Měření délky v cm

Nejdříve se žáci učí měřit takové úsečky, které mají délku přesně v centimetrech. Pravítko přiložíme k měřené úsečce tak, aby hodnota 0 splývala s prvním krajním bodem úsečky. Na pravítku pak vidíme délku, změříme úsečku a výsledek zapíšeme. Např. |EF| = 4 cm. V případě, že úsečku nelze změřit v celých centimetrech, jako v předchozí fázi zaokrouhlujeme.

b) Zjemnění sítě

Další jednotkou délky, s kterou se žáci setkávají, je 1 milimetr (1 mm). Učitel si společně se žáky prohlíží pravítko. Vysvětluje, že každý centimetr na pravítku je rozdělen na deset stejných dílů, kterým říkáme milimetry. Žáci se učí vztahu 1 cm = 10 mm. Při měření úseček mohou udat jejich délku mnohem přesněji. Zapisují pak např. |MN| = 3 cm 4 mm nebo |MN|= 34 mm. Variantu |MN| = 3,4 cm žáci užívají až od 5. ročníku, ve kterém se seznamují s desetinnými čísly.

c) Zavedení dalších jednotek délky

Následuje zavedení dalších jednotek délky, kterými jsou decimetr (dm), metr (m) a kilometr (km). Vždy je nutné (a to již při zavádění jednotek centimetr a milimetr) zajistit žákům co možná nejkonkrétnější představu o dané jednotce délky. Nikdy proto nepracujeme bez pravítka nebo jiného měřítka. Využít můžeme i další pomůcky jako jsou latě, špejle, stuhy a jiné.

Při zavádění decimetru říkáme, že úsečka o délce 1 dm je rovna úsečce o délce 10 cm neboli 1 dm obsahuje 10 cm. Pokračujeme také ve vztazích s dalšími (již známými) jednotkami délky, v tomto případě 1 dm = 10 cm = 100 mm. Zavedení jednotky metr je opět vhodné doplnit činnostmi pro vytvoření správnější představy u žáků, např. také pomocí zrakových či hmatových/pohybových vjemů. Žáci mohou například dělat kroky o velikosti 1 m podle krokovacího metru nebo podobně jako při práci s kružítkem do rukou „nabrat" úsečku o velikosti 1 m. Další aktivitou může být „vyplňování metru". Demonstrujeme si úsečku o velikosti 1 m (narýsujeme na magnetickou tabuli, přineseme dřevěnou lať, napneme provázek, …), ke které žáci postupně přikládají proužky papíru o velikosti 1 dm. Sami by pak měli dojít k závěru, že 1 m = 10 dm = 100 cm. Zavedení jednotky kilometr může přinést větší obtíže než zavádění ostatních jednotek délky doposud. Zejména z toho důvodu, že úsečka o délce 1 km je pro žáky těžko představitelná. I v tomto případě je ovšem žádoucí žákům alespoň přibližně tuto jednotku představit. Můžeme zvolit např. krátkou vycházku, při které délku 1 km naměříme, další možností je využití krokoměru. Uvádíme základní vztah 1 km = 1 000 m (Pěchoučková, 2016).

V souvislosti se zaváděním různých jednotek délky dospějeme také k jejich převádění. Převody jednotek řadíme k velmi obtížnému učivu. Mnohdy se stává, že se žáci naučí pouze základní převodní vztahy zpaměti, jejich aplikaci v rozličných úkolech či praktických situacích však nezvládají. Právě uvědomělé měření a praktické činnosti mají být základem pro pochopení a znalost převodních vztahů. Teprve poté je možné přejít k řešení numerických a slovních úloh. Činnosti zaměřené na objevování poznatků se sice mohou zpočátku jevit jako zdlouhavé, v konečném důsledku se však toto úsilí vyplácí (Divíšek, a další, 1989).

4. Určování obvodů obrazců

S obvodem trojúhelníka se žák setkává jako s grafickým součtem jeho stran. Později se učí obvod trojúhelníka vypočítat a dále pak získané vědomosti využívat v určování obvodu čtverce a obdélníka. Úlohy na obvod těchto obrazců jsou tedy aplikací grafického součtu úseček a měření délky úsečky (Divíšek, a další, 1989).

V úlohách na obvody obrazců využíváme jednotek délky. Právě chybějící jednotky jsou častým jevem, se kterým se v žákovských pracích setkáváme. Učitel by proto měl být velmi důsledný jak v hodinách matematiky, tak i v kontrole úloh a snažit se o eliminaci tohoto problému.

5. Odhady délek úseček

Poslední fází tohoto učiva je odhadování délek úseček. Nejprve žáci zkouší odhadovat délky narýsovaných úseček. Po určení odhadu danou úsečku měří a svůj odhad porovnávají se skutečnou změřenou délkou, popř. mohou určovat rozdíl. Později učitel zařazuje i další úlohy. Úsečky o dané délce jsou např. pouze črtány, dobré je také volit různou polohu úseček na rýsovací ploše. Základ pro toto učivo by však měla tvořit praktická činnost žáků. V praktickém životě je často důležité umět odhadnout určitou vzdálenost dvou bodů či předmětů v terénu (délka úsečky) nebo velikost předmětu např. z důvodu jeho zabalení nebo přepravy. Odhady je nutné cvičit, ale také provádět jejich opravy a upřesnění. Rovněž by učitel měl žákům poskytnout jednoduché návody a pomůcky, které jim jejich odhad zpřesní. Typicky využívaným způsobem pro odhady vzdáleností je krokování. Dospělý člověk dělá kroky o délce přibližně 75 cm. K počtu dvojkroků připočtěme polovinu a dostaneme odhad v metrech. Pokud využívají metodu krokování žáci, dělají většinou úmyslně delší kroky, než je pro ně zvykem. Obecně můžeme říci, že délka kroku je závislá na výšce postavy konkrétního člověka (Divíšek, a další, 1989).

Učiteli může pomoci následující přehled, který zužitkuje např. při tréninku odhadů s žáky v terénu (obr. 36).

Na vzdálenost	rozeznáváme:
100 m	podrobnosti obličeje
200 m	podrobnosti oblečení, tašky na střeše
500 m	lidské postavy, dveře a okna budovy
1 000 m	kmeny stromů
1 500 m	pohyb auta
2 000 m	osamělé stromy střední velikosti

obr. 38: Základní vzdálenosti

(převzato z: Divíšek, a další, 1989, s. 194)

2 PRAKTICKÁ ČÁST

Hlavním cílem praktické části bylo vytvořit sbírku úloh k danému tématu, jednotlivé úlohy řešit s žáky 1. stupně a následně pak činnost žáků zanalyzovat.

Praktická část je rozdělena na tři oddíly. V prvním jsou představeny jednotlivé úlohy zabývající se učivem o úsečce, doplněné o podrobnější informace. Druhá část je věnována praktickému řešení úloh s žáky. Obsahuje charakteristiku žákovského kolektivu, ve kterém řešení úloh probíhalo, a analýzu výsledků. Základem pro třetí oddíl je reflexe.

Všechna vytvořená zadání úloh jsem pro přehlednost zařadila do kapitoly 2.1. V kapitole 2.2, která obsahuje praktické řešení úloh s žáky, je pak z důvodu ucelenosti vždy před analýzou úlohy znovu uvedeno celé její zadání.

2.1 SBÍRKA ÚLOH

Sbírka úloh má sloužit zejména učitelům na 1. stupni základních škol. Je jim určena jako pomůcka pro výuku matematiky, poskytující nápady pro zprostředkování a procvičování učiva o úsečce. Během vytváření sbírky jsem se pokoušela sestavovat úlohy, které žákům toto geometrické učivo podávají hravou formou. Několik úloh je možné propojit s dalším vyučovacím předmětem nebo s praktickým životem, což může zvyšovat žákovský zájem či motivaci k plnění úloh a vést k lepšímu porozumění učiva.

Při vytváření sbírky úloh jsem využila různé formy a metody práce. Použitými formami jsou samostatná práce, práce ve dvojicích, skupinová práce a frontální vyučování. Mezi metody patří užití kineze, manipulace s předměty, práce s papírem, kreslení a rýsování. Právě podle metod výuky jsou úlohy rozděleny do čtyř skupin. Každá úloha má stanoven cíl v oblasti matematiky, vyučovací formu a pomůcky, pokud jsou třeba. Rozsáhlejším bodem každé úlohy je podrobnější popis jejího praktického provedení.

2.1.1 ÚLOHY S VYUŽITÍM KINEZE

Úloha č. 1: Část těla jako úsečka

Cíl: Žák rozezná a znázorní úsečku.

Formy práce: frontální vyučování

Pomůcky: žádné

Popis: Žáci mají za úkol najít na svém těle reprezentaci úsečky a popsat ji ostatním spolužákům. Učitel dbá na používání správných matematických pojmů, ale také na správné označení částí lidského těla.

Úloha č. 2: Lidská úsečka

Cíl: Žák rozezná a znázorní úsečku.

Formy práce: práce ve dvojicích / skupinová práce

Pomůcky: žádné

Popis: Žáci mají za úkol vytvořit ze svého těla / svých těl úsečku. Pracují ve dvojicích či skupinách podle toho, jakou variantu určí učitel. Žáci úsečku předvádějí a komentují. Učitel dbá na používání správných matematických pojmů, ale také na správné označení částí lidského těla.

Úloha č. 3: Digitální číslice

Cíl: Žák rozezná úsečku a pomocí ní modeluje.

Formy práce: skupinová práce

Pomůcky: přehled digitálních číslic

Popis: Žáci pracují ve skupinách o minimálně pěti žácích a mají k dispozici přehled digitálních číslic. Každý žák představuje jednu úsečku, to znamená, že jeho tělo je stále napřímeno. Úkolem každé skupiny je pomocí svých těl „napsat“ digitálními číslicemi libovolné číslo. Žáci tvoří statický živý obraz. Ostatní skupiny čtou čísla. Úkol lze několikrát opakovat.

Úloha č. 4: Skokani

Cíl: Žák odhaduje a měří délku úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: pásmo, zednický metr, krejčovský metr, křída / barevná lepicí páska, tužky, papíry

Popis: Úloha spočívá ve skoku dalekém z místa. Lze ji provádět v tělocvičně či na venkovních cvičištích. Učitel vyznačí odrazovou čáru křídou, lepicí páskou či jinak. Vedle odrazové čáry ve směru skoku rozmotá pásmo nebo jiné měřidlo. Žák přistupuje k odrazové čáře, skáče snožmo ze stoje mírně roznožného, dovolen je podřep a hmitání paží. Po doskoku zůstává žák ideálně stát. Učitel naznačí čarou místo doskoku. Při přepadu vzad se skok opakuje. Délka skoku (délka úsečky) je měřena od odrazové čáry k místu dotyku bližší paty.

Po provedení skoku žák odhaduje délku svého skoku (délku úsečky) a zapisuje svůj odhad na lísteček. Učitel pomáhá návodnými otázkami, např. se ptá, zda je skok delší než 1 metr. Následně žák změří skutečnou délku svého skoku pomocí pásma či jiného měřidla. Naměřenou délku si žák opět zapíše na lísteček (délky lze zapisovat v cm, dm či jako kombinaci). Získané hodnoty mohou sloužit k další práci v hodině matematiky nebo pro rozdělování do skupin. Žák má např. za úkol vyhledat, který z jeho spolužáků skočil stejnou / nejvíce podobnou vzdálenost; učitel napíše libovolnou hodnotu na tabuli (nejlépe průměrnou délku žákovských skoků) a otázkami zjišťuje, kteří žáci skočili delší/kratší/stejnou vzdálenost atd.

2.1.2 ÚLOHY S VYUŽITÍM MANIPULACE S PŘEDMĚTY

Úloha č. 5: Vymodeluj úsečku pomocí špejlí a modelíny

Cíl: Žák modeluje úsečku.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce, práce ve dvojicích

Pomůcky: špejle, modelína

Popis: Žák dostane špejli a modelínu. Jeho úkolem je vymodelovat libovolnou úsečku včetně krajních bodů. Následně může učitel přidávat další úkoly, např. odhadni a vymodeluj střed úsečky, porovnej úsečku s úsečkou svého souseda atd.

Úloha č. 6: Vytvoř obrázek z úseček

Cíl: Žák rozezná úsečku a pomocí ní modeluje.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: špejle

Popis: Každý žák dostane např. 5 špejlí nebo již rozlámané špejle. Úkolem každého je vytvořit ze špejlí libovolný či zadaný obrázek. Učitel může stanovit podmínky, např. své špejle můžeš libovolně rozlámat, musíš využít všechny špejle, nesmíš využít nejdelší špejli apod.

Úloha č. 7: Vyhledej úsečku

Cíl: Žák nachází v realitě reprezentaci úsečky a přenáší ji.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: provázek či tenčí stuha, nůžky, předměty všedního života (školní pomůcky, nábytek, knihy, …)

Popis: Každý žák dostane provázek/stuhu. Úkolem žáka je vyhledat v okolí/ve třídě na běžných předmětech úsečku a tu přenést na provázek, provázek podle potřeby zkrátit. Každý žák získá úsečku v podobě provázku.

Úloha č. 8: Vyznač střed

Cíl: Žák nachází střed úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: provázek či tenčí stuha (vymodelovaná úsečka z úlohy č. 7), fix, popř. korálek

Popis: Žák nachází střed úsečky v podobě provázku/stuhy, kterou získal v úloze č. 7. Střed vyznačuje fixem (stuha), popř. korálkem či uzlíkem (provázek).

Úloha č. 9: Jak daleko jsou města?

Cíl: Žák porovnává úsečky pomocí provázku.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: provázek, atlas České republiky

Popis: Žáci si představí, že mohou létat nebo pilotují malé letadlo. Učitel se ptá na význam spojení „vzdušnou čarou“. Po objasnění žáci pomocí provázku porovnávají na mapě České republiky vzdálenosti mezi libovolnými městy. Po celou dobu hovoříme o vzdušné vzdálenosti. Žáci plní dílčí úkoly, které postupně zadává učitel.

Příklad zadání: a) Zjisti, zda je vzdálenost měst Plzeň – Praha vzdušnou čarou větší/menší než vzdálenost měst Plzeň – Hradec Králové.

b) Najdi dvě libovolná města, která jsou od Plzně stejně vzdálená.

c) Porovnej vzdálenost měst Plzeň – České Budějovice a Brno - Ostrava.

d) Najdi město, které je od Pardubic vzdálenější než Liberec.

e) Porovnej vzdálenost Jihlavy od měst Sušice a Opava.

f) Ověř, že města Písek a Karlovy Vary jsou od Plzně přibližně stejně vzdálená.

2.1.3 ÚLOHY S VYUŽITÍM PRÁCE S PAPÍREM

Úloha č. 10: Jak jsem vysoký?

Cíl: Žák měří délku úsečky a porovnává úsečky či jejich délky.

Formy práce: samostatná práce, práce ve dvojicích, frontální vyučování

Pomůcky: pruhy papíru cca 170x20 cm, tužky, měřidla, provázek, kolíčky na prádlo

Popis: Každý žák dostane jeden pruh papíru, který bude minimálně tak dlouhý jako nejvyšší žák třídy. Žáci jsou rozděleni do dvojic. Vždy jeden žák z dvojice přiloží pruh papíru ke svislé ploše (skříň, dveře, stěna, …) tak, aby pruh začínal přesně od podlahy. Druhý z dvojice přistoupí zády k tomuto pruhu papíru a nechá si na něj tužkou od spolužáka označit svoji výšku. Poté se žáci ve dvojici vymění a vše se opakuje tak, aby každý žák ve třídě získal pruh papíru se svou výškou. Následně každý žák pruh papíru v místě značky ustřihne, svou výšku změří a na pruh papíru napíše naměřenou délku a své jméno. Žáci ve dvojici své výšky porovnají, čímž také ověřují správnost měření. Poté řadí jednotlivé pruhy od nejdelších po nejkratší či naopak, na zemi vyskládají řadu. Na závěr dostane každý žák kolíček a svůj pruh papíru zavěsí na provázek tak, aby řada zůstala zachována.

Úloha č. 11: Na Popelku

Cíl: Žák porovnává úsečky či jejich délky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: několik papírových obrysů Popelčina střevíčku (o délce např. 20 cm), listy papíru velikosti A4, tužky, pravítka

Popis: Každý žák dostane jeden čistý list papíru velikosti A4. Úkolem každého žáka je obkreslit si své pravé chodidlo na papír a změřit jeho délku (délku úsečky). Hodnotu si žák zapíše na papír vedle obrysu chodidla. Následně žák rozhoduje o tom, zda by on sám Popelčin střevíček obul, či nikoliv. Délku Popelčina střevíčku učitel může, ale nemusí žákům sdělit.

Úloha č. 12: Proužky papíru

Cíl: Žák porovnává úsečky.

Formy práce: práce ve dvojicích

Pomůcky: různě dlouhé a různě barevné proužky papíru, sáček

Popis: Každý žák si vylosuje ze sáčku jeden proužek papíru. Podle barevnosti proužků papíru si každý najde spolužáka do dvojice. Pak žáci ve dvojicích porovnávají proužky papíru (porovnávají úsečky).

Úloha č. 13: Papírový součet, rozdíl, násobek

Cíl: Žák sčítá a odčítá úsečky a provádí násobek úsečky pomocí proužků papíru.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: totožné sady různě barvených a dlouhých proužků papíru

Popis: Každý žák dostane (nebo si v rámci pracovních činností vyrobí) sadu různě dlouhých a různě barevných proužků papíru. Učitel slovně instruuje žáky, žáci plní dílčí úkoly, provádí součet a rozdíl úseček nebo násobek úsečky.

Příklad zadání: a) Proveď grafický součet červené a modré úsečky.

b) Proveď grafický součet černé a žluté úsečky.

c) Proveď grafický rozdíl bílé a černé úsečky.

d) Proveď dvojnásobek zelené úsečky.

e) Proveď trojnásobek modré úsečky.

Úloha č. 14: Překládání

Cíl: Žák modeluje střed a osu úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: průsvitný list papíru A5, pravítko, tužka

Popis: Každý žák dostane průhledný list papíru A5. Na tento list narýsuje libovolnou, či předem danou úsečku a pojmenuje ji KL. Přeložením papíru žák modeluje osu narýsované úsečky KL. Dále vyznačuje její střed S.

2.1.4 ÚLOHY NA KRESLENÍ A RÝSOVÁNÍ

Úloha č. 15: Vyznač úsečky v obrázku

Cíl: Žák rozezná a v obrázku znázorní úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list s předkresleným obrázkem, pastelky nebo fixy

Popis: Každý žák dostane pracovní list s předkresleným obrázkem. Úkolem každého je v obrázku vyhledat úsečky, barevně je vyznačit a zapsat jejich počet.

Příklad zadání: příloha 1

Úloha č. 16: Črtání úseček

Cíl: Žák črtá úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list, pastelka

Popis: Každý žák dostane pracovní list. Úkolem žáka je črtat úsečky způsobem, že spojuje jednotlivé body podle čísel tak, jak jdou za sebou. V závěru vzniká obrázek.

Příklad zadání: příloha 2

Úloha č. 17: Geometrický diktát

Cíl: Žák rýsuje a měří úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: pracovní list / sešit na rýsování, pravítko, tužka, kružítko, pero

Popis: Každý žák dostane pracovní list nebo použije sešit na rýsování. Žáci pracují samostatně a provádí geometrický diktát. Postupují podle instrukcí učitele. Diktát lze libovolně upravovat.

Příklad zadání: a) 1. Narýsuj libovolnou úsečku a pojmenuj ji KL.

2. Změř délku úsečky.

3. Délku úsečky zaokrouhli na celé cm a výslednou hodnotu zapiš.

b) 1. Narýsuj přímku u.

2. Na přímce u vyznač body R, S tak, že úsečka RS má délku 9 cm.

3. Vyznač bod T tak, že bod T náleží úsečce RS.

4. Vyznač bod U tak, že bod U náleží přímce u, ale nenáleží úsečce RS.

5. Vyznač bod V tak, že bod V nenáleží úsečce RS ani přímce u.

Úloha č. 18: Střed a osa úsečky

Cíl: Žák sestrojí střed a osu úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list / sešit na rýsování, pravítko, tužka, kružítko, pero

Popis: Každý žák dostane pracovní list nebo použije sešit na rýsování. Žák rýsuje libovolnou, či předem danou úsečku a sestrojuje její střed a osu. Učitel dbá na správné značení.

Příklad zadání: příloha 3

Úloha č. 19: Grafický součet a rozdíl úseček

Cíl: Žák graficky sčítá a odčítá úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list, pravítko, tužka, kružítko, pero

Popis: Každý žák dostane pracovní list. Žák graficky sčítá a odčítá úsečky, výsledek vyznačuje barevně, popř. provádí zápis.

Příklad zadání: příloha 4

Úloha č. 20: Grafický násobek úsečky

Cíl: Žák provádí grafický násobek úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list, pravítko, tužka, kružítko, pero

Popis: Každý žák dostane pracovní list. Žák provádí grafický násobek úsečky, výsledek vyznačuje barevně, popř. provádí zápis.

Příklad zadání: příloha 5

2.2 PRAKTICKÉ ŘEŠENÍ ÚLOH S ŽÁKY

V této kapitole se prostřednictvím charakteristiky seznámíme se dvěma žákovskými kolektivy, ve kterých proběhla realizace jednotlivých úloh sbírky. Následně budou všechny úlohy podrobně zanalyzovány a zhodnoceny.

2.2.1 CHARAKTERISTIKA ŠKOLY A TŘÍD

Všechny úlohy jsem realizovala s žáky chotíkovské základní školy. Základní škola a Mateřské škola Chotíkov, příspěvková organizace, je úplnou základní školou, kde se žáci vzdělávají v 1. – 9. ročníku. Desátá třída je pak určena žákům se speciálními vzdělávacími potřebami. Škola pracuje podle Školního vzdělávacího programu KUPOLE, který platí od 1. 9. 2016.

Základní školu navštěvuje zhruba 200 žáků a pracuje zde více než 20 pedagogických pracovníků, včetně 5 asistentů pedagoga. Žákům je k dispozici hlavní školní budova s celkem 10 učebnami, všechny učebny jsou vybaveny počítačem a interaktivním setem. Škola dále disponuje počítačovou učebnou, učebnou pro estetickou výchovu, školní dílnou, školní kuchyňkou, keramickou dílnou s pecí, tělocvičnou a multifunkčním hřištěm s umělým povrchem. K základní škole náleží také škola mateřská, školní družina a školní jídelna.

Realizace úloh proběhla ve dvou ročnících základní školy, a to ve 3. a 5. ročníku. Tyto ročníky byly vybrány vzhledem k učivu, které je v jednotlivých úlohách obsaženo, a zároveň k dosavadnímu probranému učivu v těchto třídách. Ve 3. ročníku bylo provedeno 8 úloh, v 5. ročníku 12 úloh.

3. ročník

Do 3. ročníku chodí v současnosti celkem 22 žáků, z toho 14 dívek a 8 chlapců. Celkem u 3 žáků, 2 chlapců a 1 dívky, byl vytvořen plán pedagogické podpory. Ve třídě se rovněž vzdělává jeden žák se speciálními vzdělávacími potřebami (SVP), jedná se o chlapce. Tomuto chlapci je přidělena asistentka pedagoga, která mu pomáhá převážně se sebeobsluhou a složitějšími dovednostními činnostmi. Učivo zvládá sám, z hlediska průměru známek patří k nejlepším žákům ve třídě. Asistentka pedagoga přidělená tomuto žákovi se věnuje i jeho bratrovi, který vyžaduje podobné zacházení, a dalším několika žákům ve třídě. Ti jsou již v učivu převážně slabší, pochopení učební látky jim obvykle trvá déle, potřebují více času na práci a více procvičovat. V této třídě jsou proto žáci rozděleni do dvou skupin. První skupina čítá 14 žáků. Ti jsou v hodinách samostatnější a v učivu zdatnější. Ve druhé skupině je zbylých 8 žáků, kteří z různých důvodů vyžadují větší pozornost učitele a asistentky pedagoga. Paní učitelka přizpůsobuje činnosti oběma skupinám s cílem, aby jednak motivovala a rozvíjela nadané žáky, jednak podpořila slabší žáky a umožnila jim rovněž zažít pocit úspěchu a pohodové pracovní atmosféry. Žáci pracují s učebnicemi a pracovními sešity Matýskova matematika od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s.r.o.

Celkový průměr známek v předmětu matematika v pololetí 3. ročníku byl 1,14.

5. ročník

V 5. ročníku se momentálně vzdělává celkem 26 žáků, z toho 15 dívek a 11 chlapců. Žádný ze žáků není vyučován podle individuálního vzdělávacího plánu ani podle plánu pedagogické podpory, žádnému žákovi není přidělen asistent pedagoga. Ve třídě je ovšem několik žáků, kteří mají se zvládáním učiva dlouhodobé problémy, či u nich byl dokonce zjištěn nižší intelekt. Stejně jako ve 3. ročníku se i zde snaží paní učitelka věnovat všem žákům individuálně a přistupovat k nim s ohledem na jejich možnosti. Žáci pracují s učebnicemi a pracovními sešity Matýskova matematika od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s.r.o.

Celkový průměr známek v předmětu matematika v pololetí 5. ročníku byl 1,81.

V obou popisovaných třídách je viditelná snaha vyučujících o propojení matematiky s běžným životem. K tomu jsou využívány zejména aktuální události ze světa, každodenní situace ze žákova prostředí, praktické dovednosti, projekty (např. téma Zimní olympijské hry, Měření veličin v praxi, Finanční gramotnost – hodinové projekty apod.). Matematika je rovněž uplatňována v hodinách prvouky, přírodovědy, tělesné výchovy a světu práce, čímž dochází k vytváření mezipředmětových vztahů.

Třídy se pravidelně zapojují do soutěže Matematický klokan, ve které mají žáci možnost porovnávat své vědomosti s ostatními.

2.2.2 ANALÝZA ČINNOSTÍ ŽÁKŮ

Ve 3. ročníku bylo zrealizováno celkem 8 úloh. Jedná se o úlohy č. 1, 2, 3, 5, 6, 15, 16 a 17.

Úloha č. 1: Část těla jako úsečka

Cíl: Žák rozezná a znázorní úsečku.

Formy práce: frontální vyučování

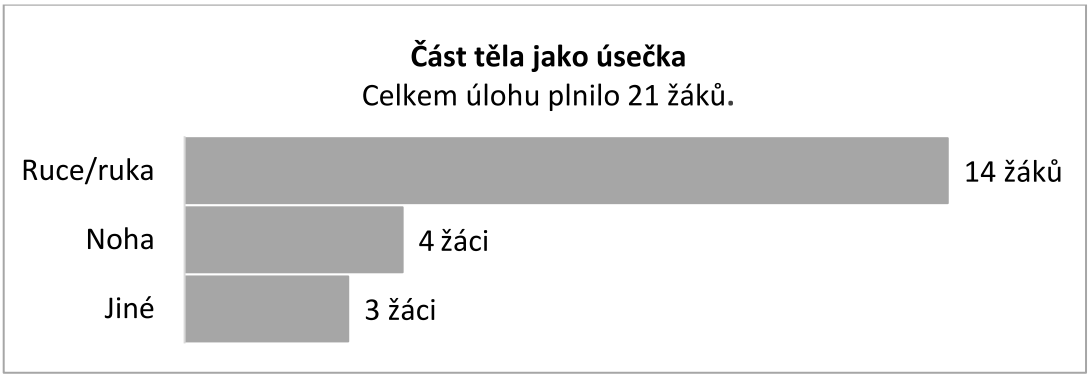
Pomůcky: žádné

Popis: Žáci mají za úkol najít na svém těle reprezentaci úsečky a popsat ji ostatním spolužákům. Učitel dbá na používání správných matematických pojmů, ale také na správné označení částí lidského těla.

Analýza: Úlohu plnilo 21 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Před první úlohou jsem se žáky stručně zopakovala jejich znalosti o úsečce, poněvadž jsem nevěděla, jak dobře mají tuto látku osvojenou. Zopakování proběhlo formou otázek a náčrtků na tabuli. Ihned po zadání úlohy začalo všech 21 přítomných žáků vymýšlet, jakou variantu pro tento úkol zvolí. Nezaznamenala jsem žádného žáka, který by si se zadáním nevěděl rady. Více než polovina žáků využila k představení úsečky ruce, v ostatních případech žáci využili i jiných částí těla. Úsečku upažením obou rukou vytvořilo celkem 13 žáků, přičemž 7 z nich považovalo za krajní body úsečky konečky prstů, zbylých 6 žáků znázornilo krajní body úsečky pomocí dlaní ve svislé pozici. Jeden žák představil úsečku pouze jako pravou ruku, krajní body pak byly určeny dlaní této ruky a hlavou. Čtyři žáci znázornili úsečku pomocí své nohy. Krajními body byly ve dvou případech kyčel a kotník, ve dvou případech kyčel a konečky prstů na noze (žáci si sedli a natáhli nohu s propnutou špičkou). Jeden žák představoval úsečku celým svým tělem, krajními body byly hlava a chodidla. Jedna žákyně použila naopak pouze jeden prst, krajní body představoval kloub a konec prstu. Zajímavým případem byl nápad jednoho žáka, který úsečku vysvětlil jako spojnici dvou pih na své ruce. Počet zastoupení jednotlivých řešení znázorňuje následující graf (graf 1).

Úloha měla 100% úspěšnost, všichni žáci pro ni nalezli řešení.



graf 1: Možnosti řešení úlohy č. 1

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

První úlohu považuji za oboustranně zvládnutou. Z pozice zadávajícího si nejsem vědoma žádných potíží. Žáci splnili zadání úlohy bez problémů a nalezli pro ni různá řešení. Potěšilo mě, že někteří žáci se nenechali ovlivnit většinou a vymysleli svůj originální způsob řešení.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování či demonstrací řešení.

Úloha č. 2: Lidská úsečka

Cíl: Žák rozezná a znázorní úsečku.

Formy práce: práce ve dvojicích / skupinová práce

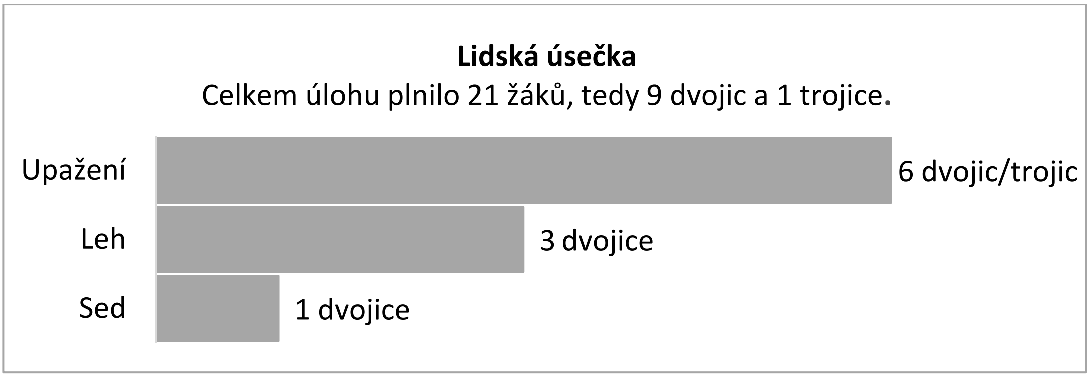
Pomůcky: žádné

Popis: Žáci mají za úkol vytvořit ze svého těla / svých těl úsečku. Pracují ve dvojicích či skupinách podle toho, jakou variantu určí učitel. Žáci úsečku předvádějí a komentují. Učitel dbá na používání správných matematických pojmů, ale také na správné označení částí lidského těla.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 21 žáků. Žáci pracovali ve dvojicích. Z důvodu lichého počtu přítomných žáků pak byla vytvořena jedna trojice.

Vzhledem k tomu, že úloha byla realizována hned po plnění úlohy č. 1, nebyli žáci zadáním překvapeni a opět začali pohotově vymýšlet řešení. Úlohu plnilo 21 žáků, tedy 9 dvojic a 1 trojice. Nejčastějším řešení bylo, že se žáci chytili za ruce, nastalo však několik variant. Trojice a další 4 dvojice zvolily takový způsob řešení, že se jednotliví žáci chytili za ruce a obě ruce upažili. Krajní body úsečky byly představovány konečky prstů, pouze jednou dlaněmi ve svislé poloze. V dalším případě se žáci rovněž chytili za ruce, upažili ovšem pouze tu ruku, kterou se spolužáka drželi. Krajní body úsečky byly představovány celými vzpřímenými těly obou žáků. Celkem 3 dvojice řešily úlohu tak, že si vždy oba členové dvojice lehli na zem. Z toho ve 2 dvojicích se žáci „spojili“ hlavami, pak byla krajními body chodidla, ve třetím případě došlo ke spojení chodidly a krajní body byly znázorněny hlavami žáků. Poslední variantou řešení bylo, že se žáci pouze posadili proti sobě a dotkli se chodidly, ale zcela si nelehali. Krajní body tedy vznikly jejich vzpřímenými těly. V grafu vidíme jednoduché rozdělení prezentovaných řešení (graf 2).

Úloha měla 100% úspěšnost, všechny dvojice (trojice) žáků pro ni nalezly řešení.



graf 2: Možnosti řešení úlohy č. 2

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Ani druhá úloha nepůsobila žákům žádné potíže, které bych mohla pozorovat. Je ovšem potřeba počítat s tím, že jakmile žáci začnou pracovat ve dvojicích/trojicích, nastane ve třídě mírný ruch. Můžeme žáky poprosit, aby se dorozumívali např. šeptem. Rovněž je dobré žáky podpořit ve vymýšlení svých vlastních řešení. U některých dvojic bylo patrné, že se značně řídily nápady ostatních.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování či demonstrací řešení.

Úloha č. 3: Digitální číslice

Cíl: Žák rozezná úsečku a pomocí ní modeluje.

Formy práce: skupinová práce

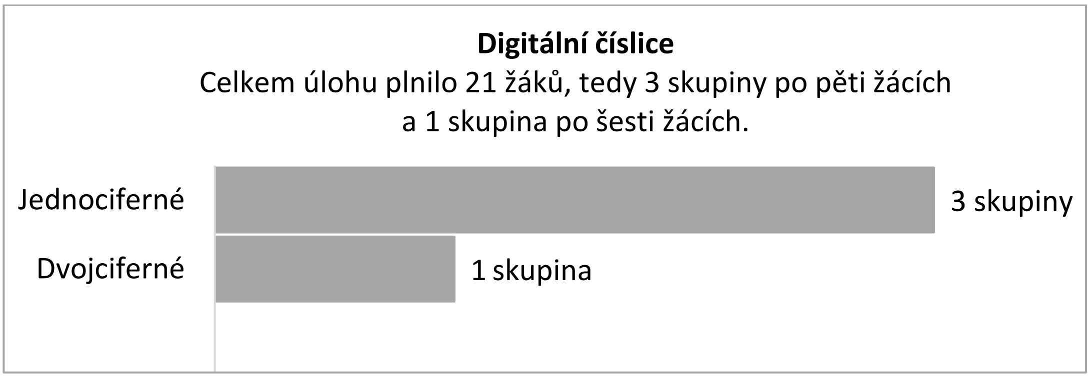
Pomůcky: přehled digitálních číslic

Popis Žáci pracují ve skupinách o minimálně pěti žácích a mají k dispozici přehled digitálních číslic. Každý žák představuje jednu úsečku, to znamená, že jeho tělo je stále napřímeno. Úkolem každé skupiny je pomocí svých těl „napsat“ digitálními číslicemi libovolné číslo. Žáci tvoří statický živý obraz. Ostatní skupiny čtou čísla. Úkol lze několikrát opakovat.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 21 žáků. Žáci pracovali ve skupinách, byly vytvořeny 3 skupiny po pěti žácích a 1 skupina po šesti žácích.

Každá skupina se měla nejprve dohodnout, jaké číslo pomocí digitálních číslic znázorní. Zde se žáci museli poradit a zvolit takovou variantu, ve které se zapojí všichni členové skupiny. Čísla, která jednotlivé skupiny svými těly „napsaly“, byla ve třech případech jednociferná. Skupiny o pěti žácích zvolily čísla 2, 2, 3. Skupina čítající šest žáků vytvořila číslo 14, tedy dvojciferné (graf 3).

Úloha měla 100% úspěšnost, všechny skupiny žáků pro ni nalezly řešení.



graf 3: Možnosti řešení úlohy č. 3

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Tato úloha žákům nepůsobila výrazné obtíže. Z pozice zadávajícího ji hodnotím již jako časově náročnější, poněvadž se žáci musí ve skupině společně domlouvat a následně vybrané číslo sestavovat. Kromě času se rovněž stupňuje ruch ve třídě. Stejně jako v předchozí úloze je dobré stanovit určité podmínky pro komunikaci, např. šepot, pro přípravu zase určitý časový limit, např. 3 min. Je důležité žákům zdůraznit, že vybrané číslo musí ostatním představovat tak, jako by na něj „koukali z výšky“. Protože si žáci lehají na zem, je žádoucí, když máme k dispozici učebnu s kobercem nebo úlohu provádíme v jiném vhodném prostoru, např. v tělocvičně na žíněnkách. K plnění této úlohy je praktické, pokud mají žáci na očích přehled všech digitálních číslic, což můžeme řešit nástěnnou tabulí, různými kartičkami či jako v našem případě promítnutím na interaktivní tabuli. Z časových důvodů tvořila každá skupina pouze jedno libovolné číslo.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování či demonstrací řešení.

Úloha č. 5: Vymodeluj úsečku pomocí špejlí a modelíny

Cíl: Žák modeluje úsečku.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce, práce ve dvojicích

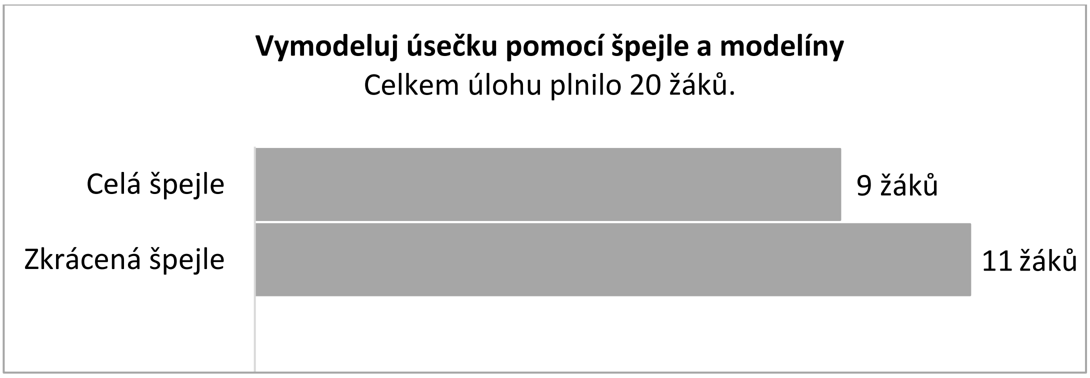
Pomůcky: špejle, modelína

Popis: Žák dostane špejli a modelínu. Jeho úkolem je vymodelovat libovolnou úsečku včetně krajních bodů. Následně může učitel přidávat další úkoly, např. odhadni a vymodeluj střed úsečky, porovnej úsečku s úsečkou svého souseda atd.

Analýza: Úlohu plnilo 20 žáků. Každý žák pracoval nejprve samostatně, v posledním kroku pak vzniklo 10 dvojic.

Každý žák dostal jednu špejli. Bylo pouze na něm, jakou úsečku si zvolí. Celkem 9 žáků ponechalo špejli celou, ostatních 11 žáků špejli zkrátilo (graf 4). Všem se podařilo vyznačit krajní body. Dále žáci odhadovali a vyznačovali střed, zde nenastal ani u jednoho žáka problém (obr 39). Posledním krokem bylo porovnávání úseček se spolužákem v lavici. Ani během této činnosti nebyl zaznamenán chybný postup či řešení.

Úloha měla 100% úspěšnost, všichni žáci pro ni nalezli řešení.

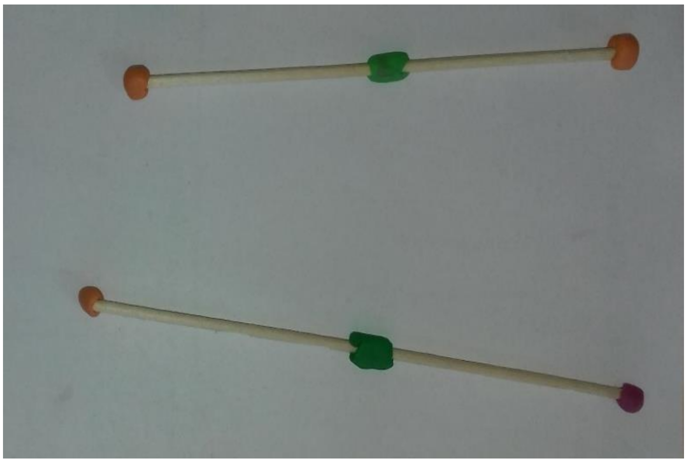


graf 4: Možnosti řešení úlohy č. 5

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Zpočátku si žáci nevěděli rady s tím, jak znázornit bod na špejli. Zeptala jsem se jich, jak by pomocí modelíny znázornili samotný bod. Několik žáků odpovědělo, že jeden bod může být představován kuličkou z modelíny. To stačilo k tomu, aby žáci mohli v úloze pokračovat. Krajní body i střed úsečky žáci vyznačili správně. Jediným problémem, který jsem zaznamenala, bylo, že někteří pro vyznačení bodu použili příliš modelíny. To bylo následně překážkou pro snadné porovnávání. V některých případech proto žáci krajní body odstranili, aby porovnání úseček bylo přesné.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování či demonstrací řešení.



obr. 39: Model úsečky ze špejlí a modelíny

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 6: Vytvoř obrázek z úseček

Cíl: Žák rozezná úsečku a pomocí ní modeluje.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

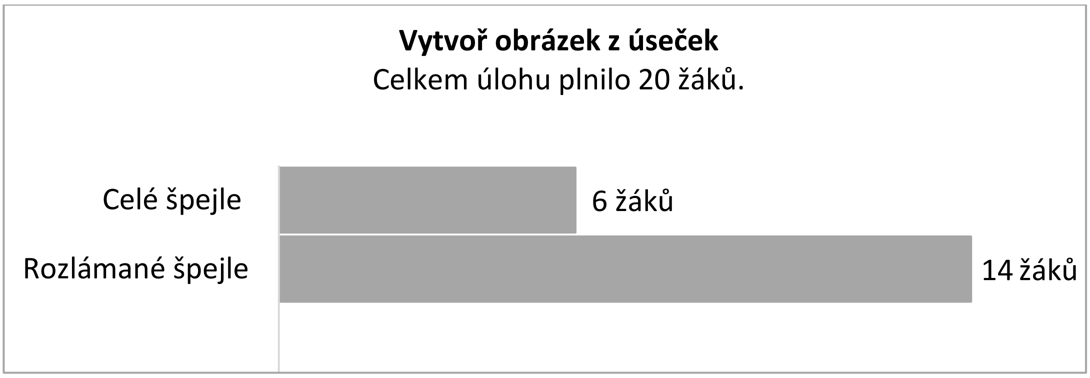
Pomůcky: špejle

Popis: Každý žák dostane např. 5 špejlí nebo již rozlámané špejle. Úkolem každého je vytvořit ze špejlí libovolný či zadaný obrázek. Učitel může stanovit podmínky, např. své špejle můžeš libovolně rozlámat, musíš využít všechny špejle, nesmíš využít nejdelší špejli apod.

Analýza: Úlohu plnilo 20 žáků. Každý žák pracoval samostatně, v průběhu pak spontánně vznikla jedna dvojice.

Každý žák dostal 5 celých špejlí. Bylo na každém, zda je ponechá v celku či je rozláme. Celé špejle si ponechalo pouze 6 žáků, ostatních 14 žáků je rozlámalo na různě dlouhé kousky (graf 5). Žáci vytvářeli libovolný obrázek z libovolného počtu špejlí (obr. 40). Dva žáci začali pracovat na sestavování obrázku společně pomocí všech špejlí. Všem se obrázek podařilo sestavit.

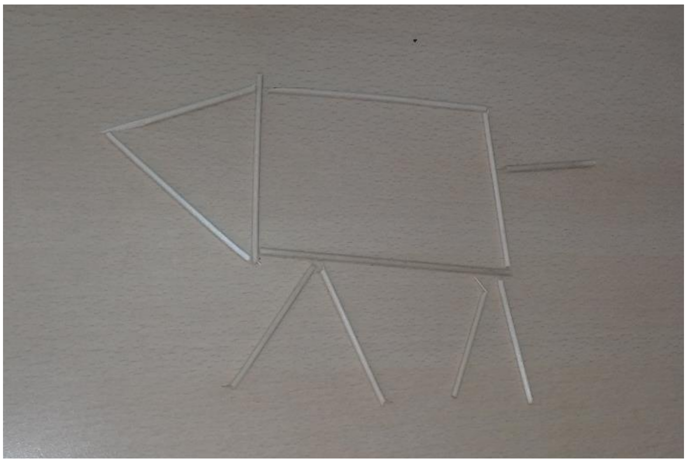
Úloha měla 100% úspěšnost, všichni žáci pro ni nalezli řešení.



graf 5: Možnosti řešení úlohy č. 6

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Úloha nepůsobila žádné viditelné obtíže, všichni žáci zadání pochopili a začali samostatně pracovat. Po chvíli se dva žáci dohodli na spolupráci, smíchali své kousky špejlí a obrázek začali tvořit společně jako dvojice. Přestože původně měl pracovat každý žák samostatně, nepovažovala jsem tuto nastalou situaci za problém a dvojici jsem nechala práci dokončit. Žáci vytvořili různé obrázky, např. domeček, podzimního draka, loď, brýle či panáčka. Kontrola probíhala průběžně formou pozorování a dotazování.



obr. 40: Obrázek z úseček ze špejlí

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 15: Vyznač úsečky v obrázku

Cíl: Žák rozezná a v obrázku znázorní úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list s předkresleným obrázkem, pastelky nebo fixy

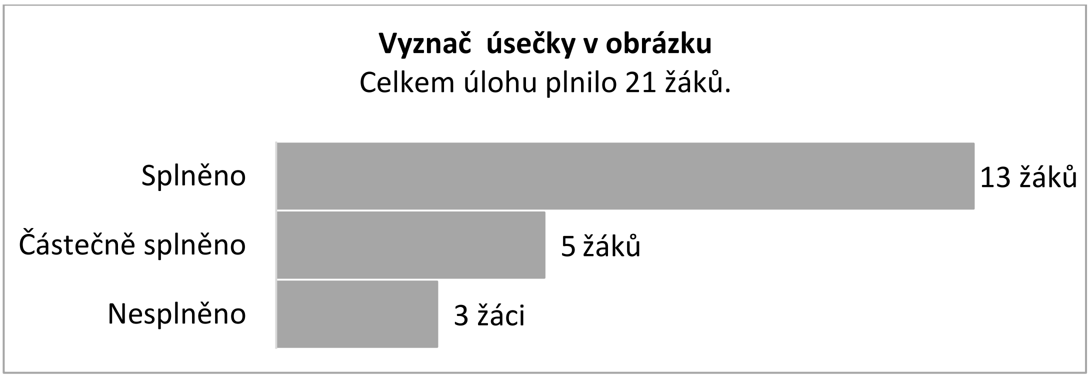
Popis: Každý žák dostane pracovní list s předkresleným obrázkem. Úkolem každého je v obrázku vyhledat úsečky, barevně je vyznačit a zapsat jejich počet.

Příklad zadání: příloha 1

Analýza: Úlohu plnilo 21 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Celkem 13 žáků splnilo úlohu bezchybně, vyznačilo v obrázku všech 20 úseček a provedlo zápis (příloha 9). V 5 případech žáci správně vyznačili všechny úsečky, zapsali ovšem chybně počet, např. 18, 16, 15. U těchto žáků jsem úlohu hodnotila jako částečně splněnou. Zbylí 3 žáci nedokázali najít všechny úsečky, z toho v jednom případě byly označeny dokonce křivky (příloha 10). Tato 3 řešení považuji za nesplněné. Následující graf názorně ukazuje úspěšnost žáků v úloze (graf 6).

Úloha měla 74% úspěšnost.[1]



graf 6: Řešení úlohy č. 15

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Úlohu jsem považovala za jednu z nejjednodušších, několik žáků však nedospělo k úplnému řešení. Tito žáci mohou potřebovat více času nebo mohou mít např. problémy se zrakovou diferenciací. Nejvíce mě ovšem překvapilo zvýraznění dvou křivek v jednom z odevzdaných řešení.

Kontrola byla provedena ihned po odevzdání prací společně na tabuli. Kontrolu zde považuji za důležitou, aby mohlo dojít k opravení či zpřesnění žákovských představ.

Úloha č. 16: Črtání úseček

Cíl: Žák črtá úsečky.

Formy práce: samostatná práce

[1] V případě žáků, kteří zadání úlohy splnili pouze částečně, jsou do celkové úspěšnosti započítáváni koeficientem 0,5. Tento postup je uplatněn v celé práci.

Pomůcky: pracovní list, pastelka

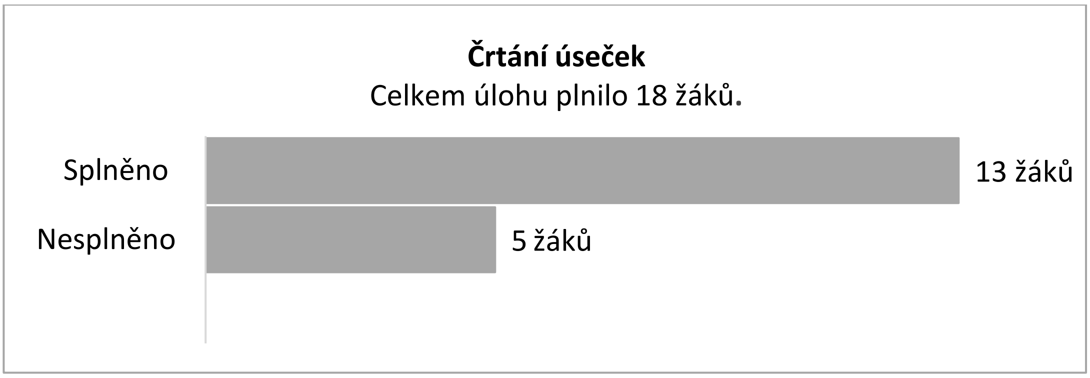
Popis: Každý žák dostane pracovní list. Úkolem žáka je črtat úsečky způsobem, že spojuje jednotlivé body podle čísel tak, jak jdou za sebou. V závěru vzniká obrázek.

Příklad zadání: příloha 2

Analýza: Úlohu plnilo celkem 18 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

13 žáků odevzdalo vzorově vypracované řešení (příloha 11), zbylých 5 žáků sice spojilo body podle čísel, ovšem nevznikaly tak úsečky. Přestože jsme společně před úlohou zopakovali, že úsečka je přímá čára, tito žáci propojili některé body křivou čarou (příloha 12). Úlohu proto nesplnili (graf 7).

Úloha měla 72% úspěšnost.



graf 7: Řešení úlohy č. 16

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Při sestavování této úlohy i před jejím samotným zadáváním jsem přemýšlela, jak obtížnou variantu úlohy mám zvolit. Nakonec jsem se rozhodla pro variantu, kdy jsou jednotlivé body ve větší vzdálenosti od sebe. Jak se následně ukázalo, většina žáků s provedením neměla problém. Někteří žáci, především ti s motorickými potížemi, však nezvládli črtání přímých čar a spojování bodů zároveň. Pro tyto žáky by bylo vhodnější, kdyby rozestupy mezi body byly kratší. Zajímavé bylo, že tato situace nastala i u žáků, kteří obvykle nemají problém s jemnou motorikou ani potíže s pochopením učiva. Do praxe můžeme mít připraveno více obtížností a každému žákovi tak zadat tu variantu, která pro něj bude přiměřená.

Úloha č. 17: Geometrický diktát

Cíl: Žák rýsuje a měří úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: pracovní list / sešit na rýsování, pravítko, tužka, kružítko, pero

Popis: Každý žák dostane pracovní list nebo použije sešit na rýsování. Žáci pracují samostatně a provádí geometrický diktát. Postupují podle instrukcí učitele. Diktát lze libovolně upravovat.

Příklad zadání: a) 1. Narýsuj libovolnou úsečku a pojmenuj ji KL.

2. Změř délku úsečky.

3. Délku úsečky zaokrouhli na celé cm a výslednou hodnotu zapiš.

b) 1. Narýsuj přímku u.

2. Na přímce u vyznač body R, S tak, že úsečka RS má délku 9 cm.

3. Vyznač bod T tak, že bod T náleží úsečce RS.

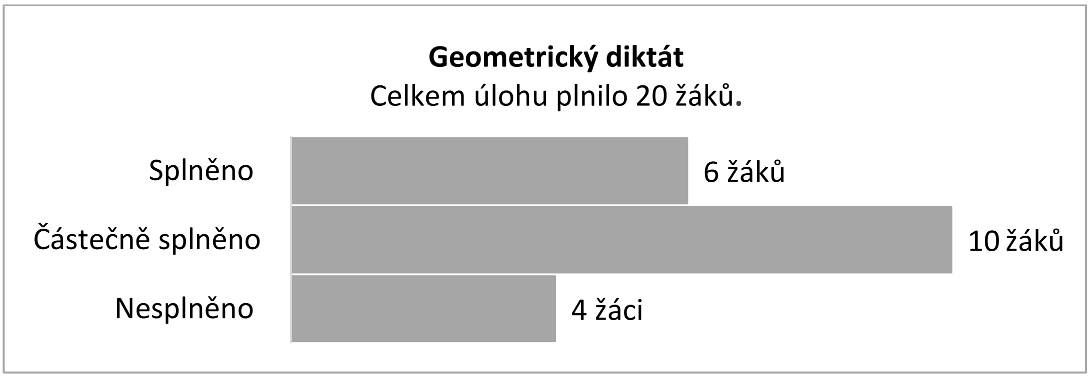
4. Vyznač bod U tak, že bod U náleží přímce u, ale nenáleží úsečce RS.

5. Vyznač bod V tak, že bod V nenáleží úsečce RS ani přímce u.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 20 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

S žáky byly zrealizovány obě varianty zadání. Pro přehlednost rozdělím analýzu úlohy na dvě části. V první části žáci rýsovali libovolnou úsečku, měřili ji a zapisovali délku v celých cm (zaokrouhlovali). Druhá část představovala rýsování přímky a vyznačení úsečky o dané délce. Následovalo vyznačování bodů, které náleží/nenáleží vzniklé úsečce či přímce, na které tato úsečka leží. Nejprve se podíváme na žákovská řešení první části. Zcela uspělo pouze 6 žáků (příloha 13). Dalších 10 žáků narýsovalo úsečku, provedlo správně měření, ovšem výslednou hodnotu nezaokrouhlilo. Splnili tedy pouze částečně. Zbylí 4 žáci narýsovali úsečku, ale měřili nepřesně a nezaokrouhlovali. Zde považuji řešení za nesplněné (příloha 14). Úspěšnost žáků v této části vyjadřuje následující graf (graf 8).

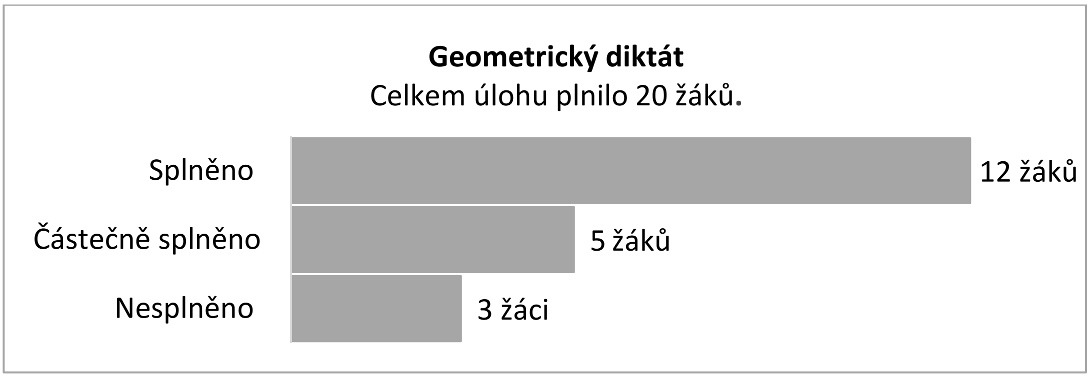
První část úlohy měla 55% úspěšnost.



graf 8: Řešení úlohy č. 17 – část první

Druhá část byla 12 žáky provedena bezchybně (příloha 13). Řešení 5 žáků považuji za částečně splněné. Tito žáci většinou odevzdali nedokončené řešení, či rýsovali nepřesně. Zbylí 3 žáci neuspěli. V jednom z těchto případů odevzdal žák prázdný pracovní list, ve dvou případech žáci rýsovali bez návaznosti na předchozí bod zadání a volili jinou délku úsečky (příloha 14). Úspěšnost žáků v druhé části je rovněž zachycena v grafu (graf 9).

Druhá část úlohy měla 73% úspěšnost.



graf 9: Řešení úlohy č. 17 – část druhá

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Při realizaci této úlohy se žáky byly jednotlivé kroky diktovány postupně, a to v takovém časovém rozestupu, aby vždy i pomalejší žáci měli šanci daný krok splnit. Překvapilo mě, kolik žáků zaváhalo v první části, kterou jsem považovala za zcela jednoduchou. Naopak je pozoruhodné, že ti samí žáci pak často bez problémů uspěli v druhé části úlohy, která vyžadovala větší koncentraci a geometrickou orientaci. Zajímavé také je, že pouze 1 žákyně zcela splnila současně obě dvě části úlohy. Domnívám se, že i geometrický diktát by bylo vhodné zařadit častěji, což by mohlo vést k upevnění geometrických představ a pojmů u žáků.

V 5. ročníku bylo zrealizováno celkem 12 úloh. Jedná se o úlohy č. 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 18, 19 a 20.

Úloha č. 4: Skokani

Cíl: Žák odhaduje a měří délku úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: pásmo, zednický metr, krejčovský metr, křída / barevná lepicí páska, tužky, papíry

Popis: Úloha spočívá ve skoku dalekém z místa. Lze ji provádět v tělocvičně či na venkovních cvičištích. Učitel vyznačí odrazovou čáru křídou, lepicí páskou či jinak. Vedle odrazové čáry ve směru skoku rozmotá pásmo nebo jiné měřidlo. Žák přistupuje k odrazové čáře, skáče snožmo ze stoje mírně roznožného, dovolen je podřep a hmitání paží. Po doskoku zůstává žák ideálně stát. Učitel naznačí čarou místo doskoku. Při přepadu vzad se skok opakuje. Délka skoku (délka úsečky) je měřena od odrazové čáry k místu dotyku bližší paty.

Po provedení skoku žák odhaduje délku svého skoku (délku úsečky) a svůj odhad zapisuje na lísteček. Učitel pomáhá návodnými otázkami, např. se ptá, zda je skok delší než 1 metr. Následně žák změří skutečnou délku svého skoku pomocí pásma či jiného měřidla. Naměřenou délku si žák opět zapíše na lísteček (délky lze zapisovat v cm, dm, m či jako kombinaci). Získané hodnoty mohou sloužit k další práci v hodině matematiky nebo pro rozdělování do skupin. Žák má např. za úkol vyhledat, který z jeho spolužáků skočil stejnou / nejvíce podobnou vzdálenost; učitel napíše libovolnou hodnotu na tabuli (nejlépe průměrnou délku žákovských skoků) a otázkami zjišťuje, kteří žáci skočili delší/kratší/stejnou vzdálenost atd.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 22 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Nejprve žák provedl skok daleký z místa, provedl jeho odhad, který zapsal v libovolných jednotkách na lísteček, poté délku skoku přeměřil a rovněž zapsal (obr. 41). Žákovské odhady a skutečné délky skoků uvádí následující tabulka (tab. 1).

Žákovský odhad skoku	*Skutečná délka skoku*
65 cm	85 cm
98 cm	127 cm
100 cm	104 cm
1 m	98 cm
1 m	130 cm
1 m	122 cm
1,2 m	1,5 m
123 cm	144 cm

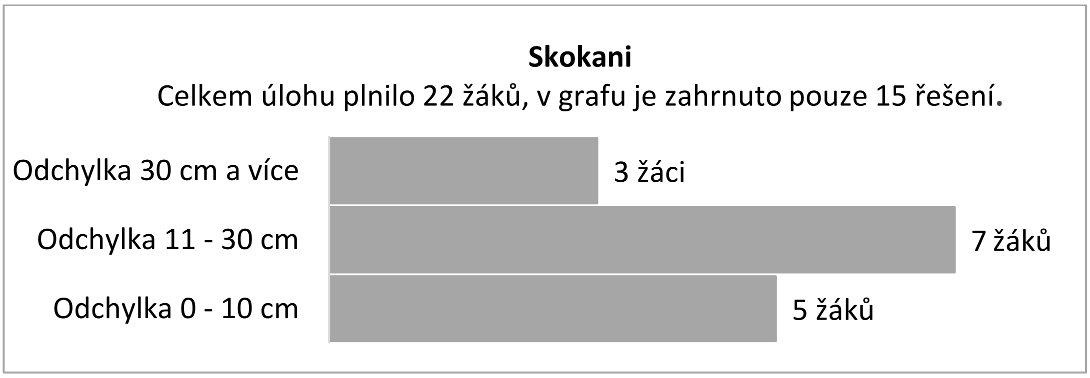
130 cm	168 cm
1,3 m	163 cm
130 cm	158 cm
1,4 m = 140 cm	148 cm
144 cm	175 cm
160 cm	170 cm
192 cm	190 cm
Neúplné / chybné zápisy	
1,1 cm	140 cm
1,2 cm	1,10 cm
134	158
1,5 cm	148 cm
158	172
1,70	1,51
1,90 cm	1,87 cm

tab. 1: Žákovské odhady a skutečné délky skoku

Jak můžeme vidět v tabulce, celkem v 7 případech žáci provedli neúplný zápis či chybný zápis. Řešení těchto žáků bylo považováno za neúspěšné, ostatní žáci byli úspěšní.

Následující graf ukazuje odchylky mezi žákovským odhadem a skutečnou délkou skoku u 15 žáků, kteří měli úplný a správný zápis (graf 10). Z těchto 15 žáků jich bylo 5 při odhadu délky skoku velice úspěšných, protože se zmýlili maximálně o 10 cm. Naopak 3 žáci nedovedli odhadnout délku svého skoku a zmýlili se o více než 30 cm.

Úloha měla 68% úspěšnost.



graf 10: Odchylka odhadu od skutečného výsledku v úloze č. 4

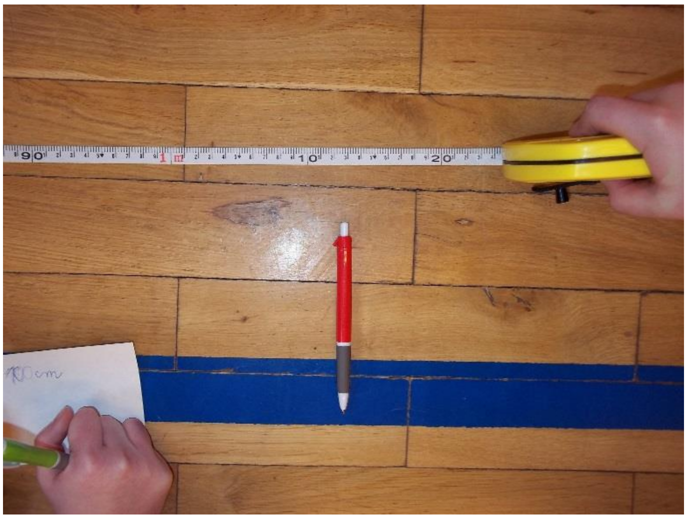
Hodnota průměrné odchylky skutečné délky skoku od původního odhadu je 20,5 cm, největší odchylka je 38 cm a nejmenší odchylka je 2 cm.

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Přestože poměrně hodně žáků ve svých odhadech či zápisech chybovalo, tuto úlohu považuji za zdařilou. Jedná se o matematickou úlohu, která je ovšem zasazena do tělesné výchovy, čímž naplňujeme mezipředmětové vztahy.

Bylo by praktické, kdybychom před samotnou realizací zopakovali jednotky délky a znázornili si je pomocí částí těla. Mohli bychom se vyhnout tomu, že žáci budou chybovat, na jednotky zapomenou apod.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování.



obr. 41: Přeměřování skoku dalekého

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 7: Vyhledej úsečku

Cíl: Žák nachází v realitě reprezentaci úsečky a přenáší ji.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

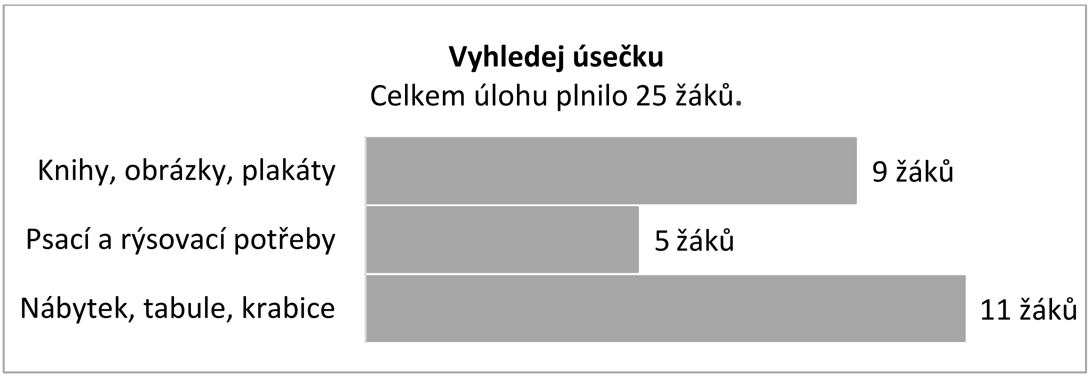
Pomůcky: provázek či tenčí stuha, nůžky, předměty všedního života (školní pomůcky, nábytek, knihy, …)

Popis: Každý žák dostane provázek/stuhu. Úkolem žáka je vyhledat v okolí/ve třídě na běžných předmětech úsečku a tu přenést na provázek, provázek podle potřeby zkrátit. Každý žák získá úsečku v podobě provázku.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Žáci pracovali samostatně.

Žáci pracovali s provázkem. Ihned po zadání úlohy začali hledat ve třídě reprezentaci úsečky. Během této doby jsem žáky kontrolovala a pozorovala. Většina žáků, celkem 18, postupovala tak, že jeden konec provázku byl zvolen za krajní bod. Ten byl pak přikládán k předmětu (reprezentaci úsečky) a od něj byla pak úsečka z předmětu na provázek přenášena (obr. 42). U 7 žáků jsem si všimla toho, že zpočátku konců provázku nevyužili. Tuto cestu nepovažuji za chybnou, v našem případě spíše nepraktickou. Zopakovala jsem proto, že následně budeme provázek zkracovat dle přenesené úsečky, proto bude dobré konců využít. Všichni žáci nakonec postupovali stejně. Každý žák získal provázek, který představoval úsečku. Graf ukazuje použité předměty pro tuto úlohu a počty žáků, kteří si daný předmět zvolili (graf 11).

Úspěšnost úlohy byla 100 %, všichni žáci pro ni nalezli řešení.



graf 11: Řešení úlohy č. 7

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Na této úloze bylo zřetelné, že podobnou aktivitu žáci již dělali. Po jejím zadání nikdo nevznes žádný dotaz, všichni začali ihned pracovat. Jako vyučující jsem tedy pouze dohlížela na činnost žáků. Očekávala jsem, že úloha bude opět náročnější z hlediska udržení kázně a přiměřené hlasitosti, nebyla však potřeba jakkoliv zasahovat. Žáci pracovali samostatně a dle instrukcí.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.

obr. 42: Přenášení úsečky na provázek

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 8: Vyznač střed

Cíl: Žák nachází střed úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

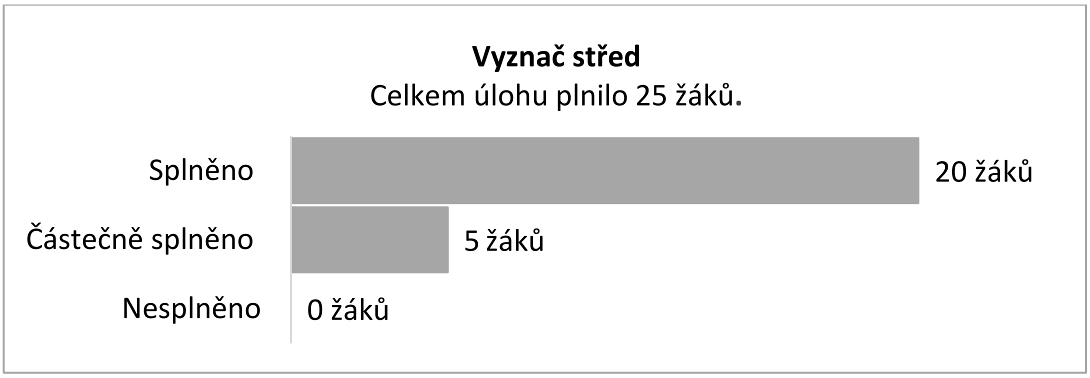
Pomůcky: provázek či tenčí stuha (vymodelovaná úsečka z úlohy č. 7), fix, popř. korálek

Popis: Žák nachází střed úsečky v podobě provázku/stuhy, kterou získal v úloze č. 7. Střed vyznačuje fixem (stuha), popř. korálkem či uzlíkem (provázek).

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Žáci pracovali samostatně.

Jedná se o aktivitu, která navazuje na úlohu č. 7. Všichni žáci měli nachystanou úsečku v podobě provázku. S nalezením jejího středu neměl žádný žák problémy. Způsob řešení byl u všech jednotný, přehnutí provázku na polovinu. 5 žáků ovšem úlohu nedokončilo, poněvadž mělo problém s vyznačením středu. Úloha byla tedy splněna pouze částečně (graf 12). Úspěšné řešení vidíme na obr. 43.

Úloha měla 90% úspěšnost.



graf 12: Řešení úlohy č. 8

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Nalezení středu nepůsobilo obtíže, ty nastaly u jeho vyznačování. Vytvořit uzlík přesně na požadovaném místě bylo pro některé žáky namáhavé, jiným se přesné vyznačení vůbec nepodařilo. Nepovažuji to za chybné řešení, jelikož předchozí krok byl všemi splněn. Příště by možná bylo vhodnější využít jiné varianty, např. navléknout korálek či vyznačit střed fixem.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.

obr. 43: Vyznačení středu úsečky v podobě provázku

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 9: Jak daleko jsou města?

Cíl: Žák porovnává úsečky pomocí provázku.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: provázek, atlas České republiky

Popis: Žáci si představí, že mohou létat nebo pilotují malé letadlo. Učitel se ptá na význam spojení „vzdušnou čarou“. Po objasnění žáci pomocí provázku porovnávají na mapě České republiky vzdálenosti mezi libovolnými městy. Po celou dobu hovoříme o vzdušné vzdálenosti. Žáci plní dílčí úkoly, které postupně zadává učitel.

Příklad zadání: a) Zjisti, zda je vzdálenost měst Plzeň – Praha vzdušnou čarou větší/menší než vzdálenost měst Plzeň – Hradec Králové.

b) Najdi dvě libovolná města, která jsou od Plzně stejně vzdálená.

c) Porovnej vzdálenost měst Plzeň – České Budějovice a Brno - Ostrava.

d) Najdi město, které je od Pardubic vzdálenější než Liberec.

e) Porovnej vzdálenost Jihlavy od měst Sušice a Opava.

f) Ověř, že města Písek a Karlovy Vary jsou od Plzně přibližně stejně vzdálená.

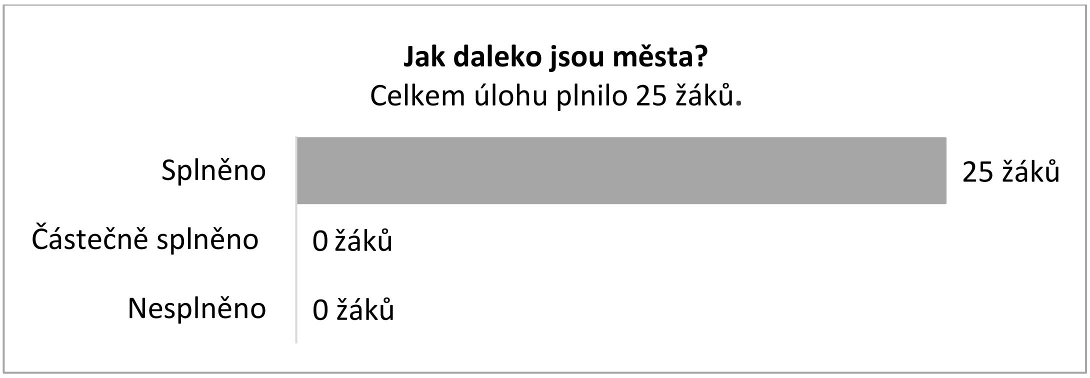
Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Žáci pracovali samostatně.

Nejprve proběhlo objasnění spojení „vzdušnou čarou“. Žáci sami odpověděli, význam dokázali správně vysvětlit. Následně každý žák pracoval samostatně na své mapě České republiky (obr. 44). Žáci provedli šest dílčích úkolů dle uvedeného příkladu zadání. Pro představu uvádím příklady žákovských odpovědí:

a) Praha je blíž.
Hradec Králové je dál, ale to vidím hned.
b) Našla jsem Prahu a Tábor.
c) Z Plzně do Českých Budějovic je to blíž, ale jenom o kousek.
d) Brno, Ostrava, Cheb.
e) Do Opavy je to o trochu delší.
f) Ale jenom přibližně. Je tam malý rozdíl.

Nezaznamenala jsem žádné zaváhání či problémy s plněním úlohy, proto ji považuji za zcela zvládnutou (graf 13).

Úloha měla 100% úspěšnost, všichni žáci pro ni nalezli řešení.

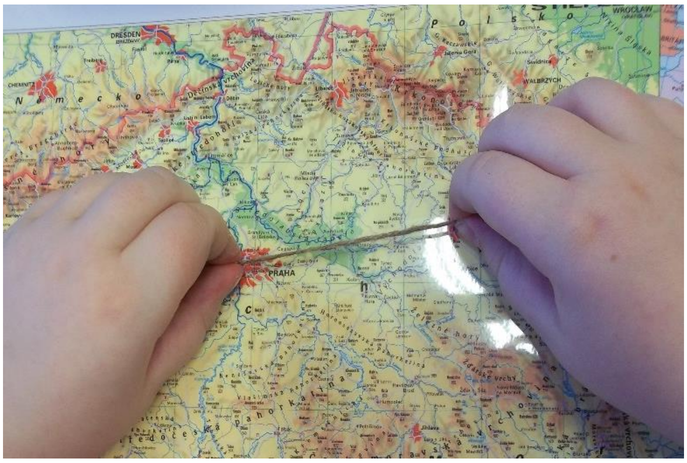


graf 13: Řešení úlohy č. 9

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Úloha z mého pohledu žáky bavila. Připisuji to jejímu úvodu, který mohl být pro žáky určitou motivací. Úloha je kromě matematiky zasazena také do vlastivědy, což umožňuje její provedení v obou těchto předmětech. Opět je zde uplatňován mezipředmětový vztah. Úloha také ukázala, jak se žáci na mapě České republiky orientují. Třída mě překvapila, jelikož všechna města, která jsem během zadávání zmínila (Pardubice, Hradec Králové, Sušice, Karlovy Vary, Opava, …), žáci znali a dokázali je na mapě vyhledat.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.



obr. 44: Porovnávání úseček v podobě provázku

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 10: Jak jsem vysoký?

Cíl: Žák měří délku úsečky a úsečky porovnává.

Formy práce: samostatná práce, práce ve dvojicích, frontální vyučování

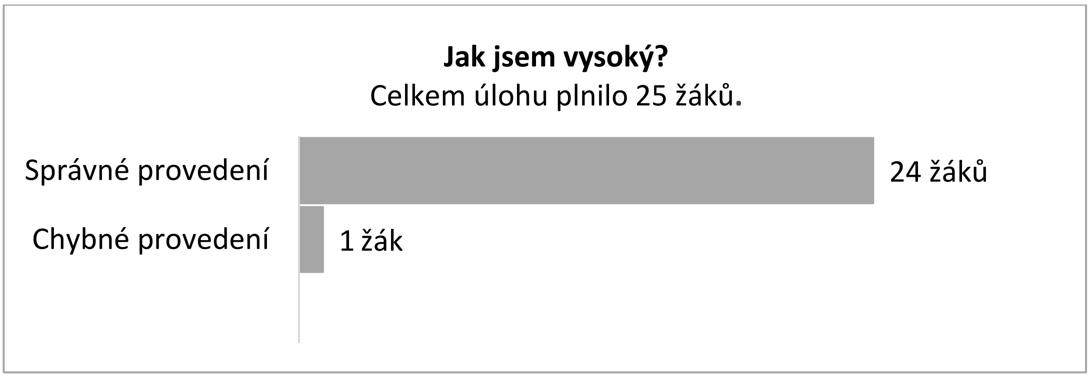
Pomůcky: pruhy papíru cca 170x20 cm, tužky, měřidla, provázek, kolíčky na prádlo

Popis: Každý žák dostane jeden pruh papíru, který bude minimálně tak dlouhý jako nejvyšší žák třídy. Žáci jsou rozděleni do dvojic. Vždy jeden žák z dvojice přiloží pruh papíru ke svislé ploše (skříň, dveře, stěna, …) tak, aby pruh začínal přesně od podlahy. Druhý z dvojice přistoupí zády k tomuto pruhu papíru a nechá si na něj tužkou od spolužáka označit svoji výšku. Poté se žáci ve dvojici vymění a vše se opakuje tak, aby každý žák ve třídě získal pruh papíru se svou výškou. Následně každý žák pruh papíru v místě značky ustřihne, svou výšku změří a na pruh papíru napíše naměřenou délku a své jméno. Žáci ve dvojici své výšky porovnají, čímž také ověřují správnost měření. Poté řadí jednotlivé pruhy od nejdelších po nejkratší či naopak, na zemi vyskládají řadu. Na závěr dostane každý žák kolíček a svůj pruh papíru zavěsí na provázek tak, aby řada zůstala zachována.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Nejprve žáci pracovali ve dvojicích, aby si navzájem pomohli zaznamenat svoji výšku.

Přestože jsem při zadávání žáky instruovala, že měření výšky proběhne ve svislé poloze, jedna dvojice však zvolila polohu horizontální (žáci si lehli na koberec). Všech 25 žáků získalo svůj pruh papíru s danými náležitostmi. Následně žáci pracovali samostatně na měření (obr. 45). Zde chyboval 1 žák, který nesprávně změřil pruh papíru a zaznamenal si tak o 10 cm menší hodnotu (graf 14). To se projevilo při následném porovnávání pruhů papíru, během kterého byla provedena oprava.

Úloha měla 96% úspěšnost.



graf 14: Řešení úlohy č. 10

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Jako zadávající považuji úlohu za obtížnou. Její provedení bylo náročné ze dvou hledisek, jednak z časového, jednak z kázeňského. Během realizace byla třída poměrně hlasitá a pro mě jako pro vyučující bylo těžké kontrolovat správnost postupů a činností žáků. Pro hladší průběh by bylo možné stanovit pro každý úkon žáků krátký časový limit, který by žáky mohl motivovat intenzivněji se věnovat dané činnosti. Navíc by mohla být opět stanovena podmínka dorozumívání se šeptem. Slabé místo spatřuji v konečném porovnávání. V takovém počtu bylo pro všechny žáky náročné se zorientovat a tvořit tak z pruhů řadu. Musela jsem proto tuto činnost organizovat více, než jsem původně zamýšlela. V závěru jsme došli k požadovanému stavu, kdy byly pruhy seřazeny vzestupně podle délky.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.

obr. 45: Měření a porovnávání úseček v podobě pruhů papíru

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 11: Na Popelku

Cíl: Žák porovnává úsečky či jejich délky.

Formy práce: samostatná práce

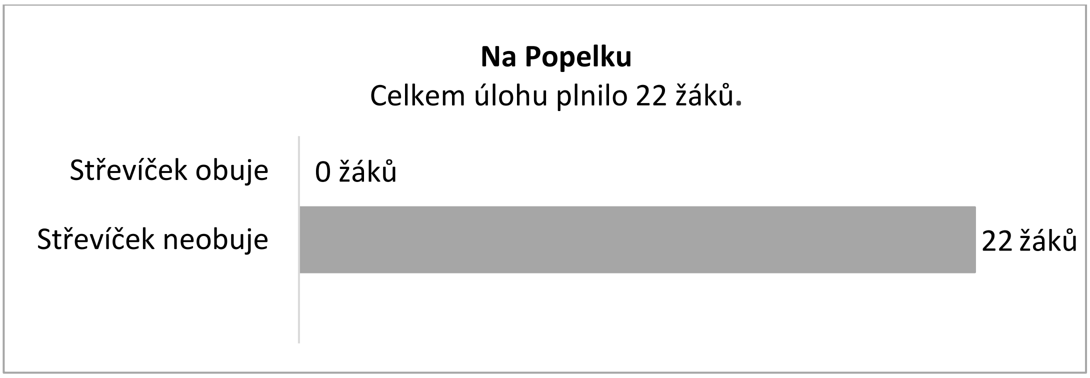
Pomůcky: několik papírových obrysů Popelčina střevíčku (o délce např. 20 cm), listy papíru velikosti A4, tužky, pravítka

Popis: Každý žák dostane jeden čistý list papíru velikosti A4. Úkolem každého žáka je obkreslit si své pravé chodidlo na papír a změřit jeho délku (délku úsečky). Hodnotu si žák zapíše na papír vedle obrysu chodidla. Následně žák rozhoduje o tom, zda by on sám Popelčin střevíček obul, či nikoliv. Délku Popelčina střevíčku učitel může, ale nemusí žákům sdělit.

Analýza: Úlohu plnilo 22 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Ve třídě bylo k dispozici 10 papírových obrysů Popelčina střevíčku o délce 20 cm. Možnosti porovnávání střevíčku a chodidla byly dvě, měřením či přikládáním, tedy porovnáváním délek úseček nebo porovnáváním úseček. Všech 22 žáků zvolilo metodu přikládání a všichni také došli k závěru, že Popelčin střevíček neobují (graf 15). Průběh úlohy vidíme na obr. 46, ukázku řešení najdeme v příloze 6. V závěru jsem položila otázku, zda obuji střevíček v případě, že papírový obrys i mé obkreslené chodidlo měří 20 cm. Na základě krátké diskuze a zkušeností z běžného života jsme se se žáky shodli, že v takové situaci střevíček neobuji. Střevíček by musel být minimálně o 1 cm delší.

Úloha měla 100% úspěšnost, všichni žáci pro ni nalezli řešení.



graf 15: Řešení úlohy č. 11

Dílčí zhodnocení další doporučení:

Z mého pohledu nepřinesl průběh realizace žádné vážné obtíže. Žáci pracovali samostatně a na zadané činnosti. S úlohou by se mohlo ještě pracovat dále, např. řadit obrysy podle velikostí, podle změřených délek, zjišťovat rozdíl mezi střevíčkem a chodidlem apod. Z řešení je patrné, že byla zvolena příliš malá délka Popelčina střevíčku. Za ideální situaci považuji takovou, kdy nastane případ, že některý žák/žákyně střevíček obuje.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.

obr. 46: Obkreslování chodidla

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 12: Proužky papíru

Cíl: Žák porovnává úsečky.

Formy práce: práce ve dvojicích

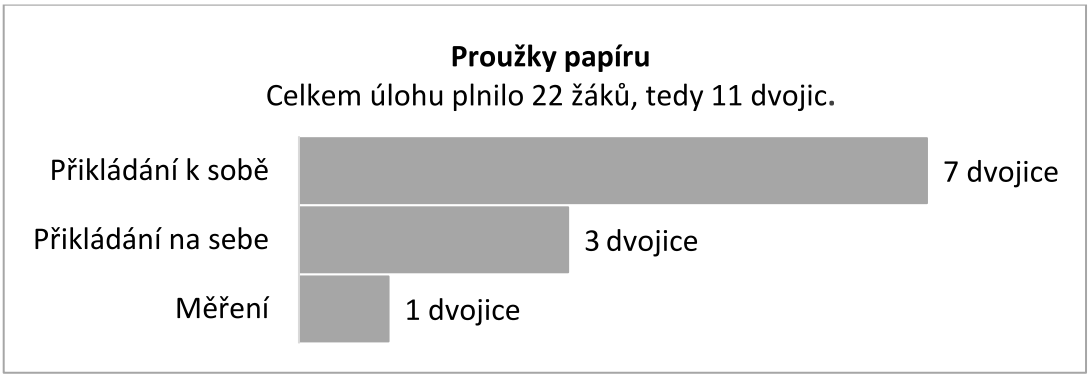
Pomůcky: různě dlouhé a různě barevné proužky papíru, sáček

Popis: Každý žák si vylosuje ze sáčku jeden proužek papíru. Podle barevnosti proužků papíru si každý najde spolužáka do dvojice. Žáci ve dvojicích porovnávají proužky papíru (porovnávají úsečky).

Analýza: Úlohu plnilo 22 žáků. Žáci pracovali ve dvojicích, bylo vytvořeno 11 dvojic.

Prvním úkolem bylo porovnat proužky papíru. Bylo na žácích, jakou cestu zvolí. Mohli porovnávat přikládáním k sobě/na sebe či měřením. Celkem 7 dvojic zvolilo variantu, kdy byly proužky pouze přiloženy k sobě, v horizontální poloze (obr. 47). 3 dvojice pokládaly proužky papíru na sebe. Pouze 1 dvojice začala proužky měřit a naměřené hodnoty porovnávala. Všechny možnosti a jejich zastoupení ukazuje graf níže (graf 16).

Úloha měla 100% úspěšnost, všechny dvojice nalezly správné řešení.

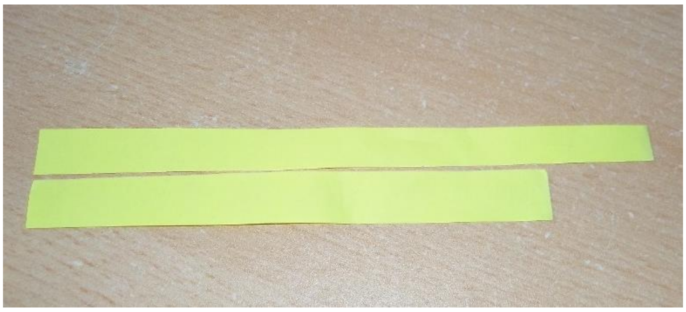


graf 16: Řešení úlohy č. 12

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Tato aktivita nedělala žákům velký problém. Ze své pozice ji hodnotím jako zdařilou. Zajímavé bylo pozorovat práci jednotlivých dvojic a komunikaci mezi žáky. Považuji za výhodné, že jedna dvojice postupovala cestou měření. I když se tento způsob nejeví jako nejjednodušší, mohli jsme si se žáky ukázat další možné řešení.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování a dotazování.



obr. 47: Porovnávání úseček v podobě proužků papíru

(zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 13: Papírový součet, rozdíl, násobek

Cíl: Žák sčítá a odčítá úsečky a provádí násobek úsečky pomocí proužků papíru.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

Pomůcky: totožné sady různě barvených a dlouhých proužků papíru (obr. 48)

Popis: Každý žák dostane (nebo si v rámci pracovních činností vyrobí) sadu různě dlouhých a různě barevných proužků papíru. Učitel slovně instruuje žáky, žáci plní dílčí úkoly, provádí součet a rozdíl úseček nebo násobek úsečky.

Příklad zadání: a) Proveď grafický součet červené a modré úsečky.

b) Proveď grafický součet černé a žluté úsečky.

c) Proveď grafický rozdíl bílé a černé úsečky.

d) Proveď dvojnásobek zelené úsečky.

e) Proveď trojnásobek modré úsečky.

obr. 48: Sada různě barevných a dlouhých proužků papíru

(zdroj vlastní, 2018)

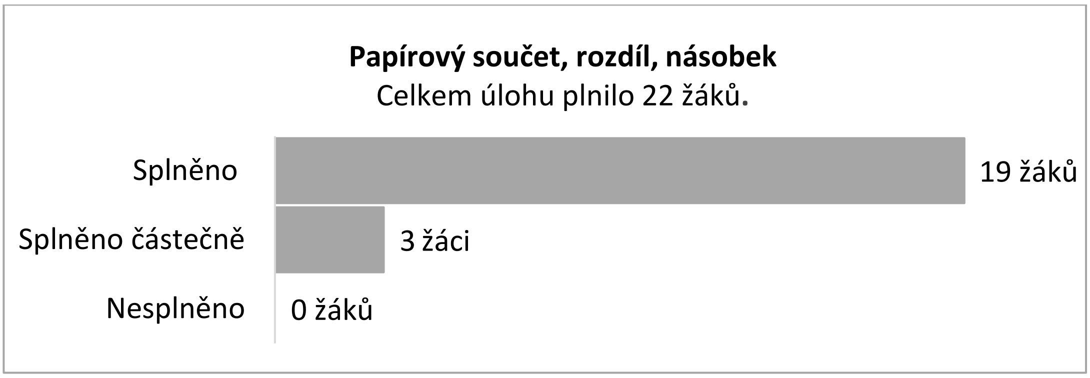
Analýza: Úlohu plnilo cekem 22 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Žáci prováděli součet a rozdíl úseček nebo násobek úsečky podle instrukcí. Celkem bylo provedeno pět dílčích úkolů dle uvedeného příkladu zadání. Zaznamenala jsem celkem 3 žáky, kteří potřebovali drobnou pomoc v podobě návodných otázek (graf 17). Otázky, které jsem pokládala, zněly: Co to znamená trojnásobek? Jaká musí být výsledná úsečka, pokud provádíš rozdíl? S touto pomocí žáci nakonec rovněž došli ke správnému řešení. Pozitivně mě také překvapilo, že se někteří nespokojovali pouze s jediným řešením, ale pokud to bylo možné, vymýšleli další (obr. 49).

Uvádím možnosti řešení dílčích úkolů b, d, které jsem během výuky postřehla:

- *b) Grafický součet černé a žluté úsečky byl vyjádřen pomocí bílé úsečky a rovněž grafickým součtem červené a modré úsečky.*
- *d) Grafický dvojnásobek zelené úsečky byl vyjádřen pomocí bílé úsečky a rovněž grafickým součtem černé a žluté úsečky.*

Úloha měla 93% úspěšnost.

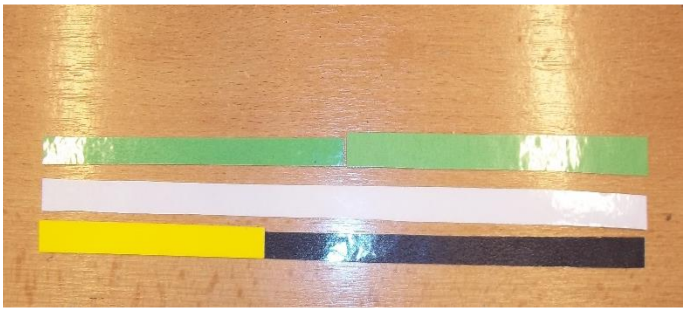


graf 17: Řešení úlohy č. 13

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Během realizace této úlohy jsem viděla, že žáky její plnění baví a možná ani nevnímají, že se jedná o geometrické učivo. Tento stav považuji za ideální a jsem ráda, že se jej podařilo navodit. Zájem žáků se projevil i v celém průběhu. Po celou dobu žáci pracovali v tichosti a ocenila jsem rovněž jejich spolupráci.

Kontrola probíhala průběžně formou pozorování, dotazování a demonstrace řešení.



obr. 49: Provádění součtu a rozdílu úseček a násobku úsečky v podobě proužků papíru (zdroj vlastní, 2018)

Úloha č. 14: Překládání

Cíl: Žák modeluje střed a osu úsečky.

Formy práce: frontální vyučování, samostatná práce

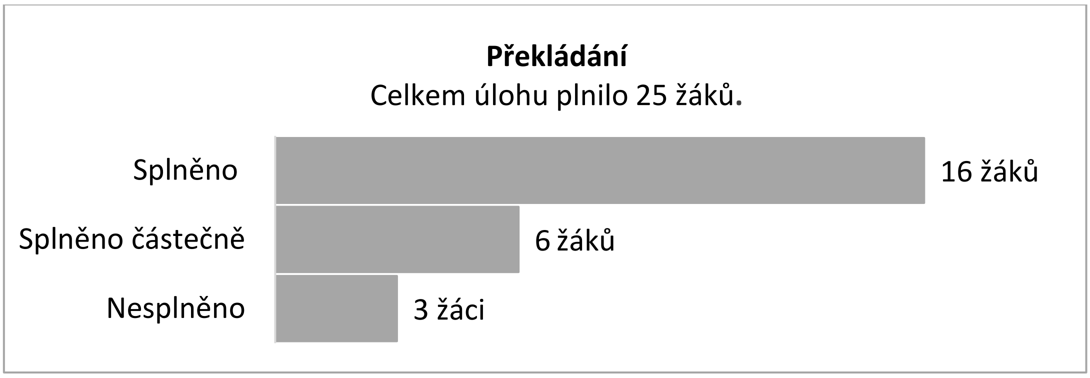
Pomůcky: průsvitný list papíru A5, pravítko, tužka

Popis: Každý žák dostane průhledný list papíru A5. Na tento list narýsuje libovolnou, či předem danou úsečku a pojmenuje ji KL. Přeložením papíru žák modeluje osu narýsované úsečky KL. Dále vyznačuje její střed S.

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Většina žáků s úlohou neměla žádný problém. Bezchybně úlohu provedlo 16 žáků (příloha 7). Dalších 6 žáků nalezlo správně pomocí překládání osu úsečky, nevyznačili ovšem střed. Ve dvou případech se žáci pokoušeli o překládání papíru, střed a osu ale nakonec nalezli rýsováním této konstrukce, což v tomto případě nebylo žádoucí (příloha 8). Překládání papíru vůbec neprovedl jeden žák, ten jako osu označil přímku, které náležela narýsovaná úsečka. Žákovskou úspěšnost vidíme na grafu (graf 18).

Úloha měla 76% úspěšnost.



graf 18: Řešení úlohy č. 14

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Tuto úlohu nepovažuji za příliš náročnou. Při jejím zadávání jsem nezaznamenala žádné dotazy, které by nasvědčovaly nepochopení ze strany žáků. Proto mě překvapilo, že se našel žák, který se (dle odevzdaného materiálu) vůbec o překládání papíru nepokusil. Při opětovném zadávání této úlohy bych dbala zejména na ujasnění, v čem činnost spočívá, a po skončení žákovské činnosti rovněž na ukázku správného provedení.

Úloha č. 18: Střed a osa úsečky

Cíl: Žák sestrojí střed a osu úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list / sešit na rýsování, pravítko, tužka, kružítko, pero

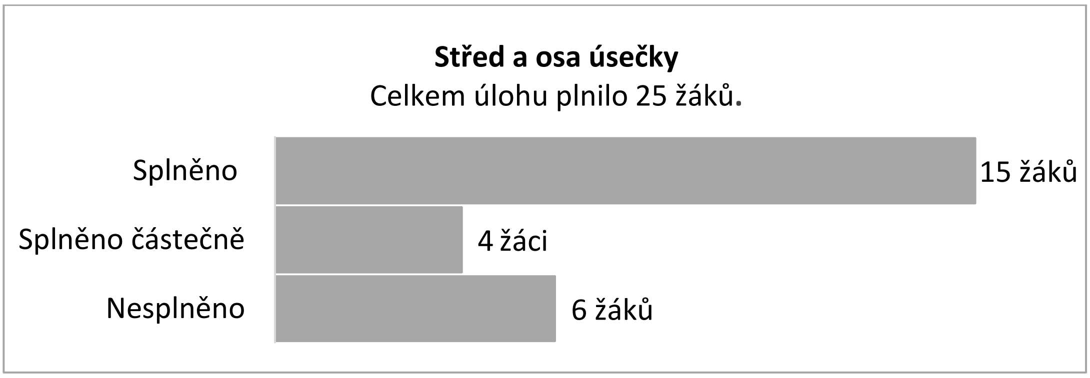
Popis: Každý žák dostane pracovní list nebo použije sešit na rýsování. Žák rýsuje libovolnou, či předem danou úsečku a sestrojuje její střed a osu. Učitel dbá na správné značení.

Příklad zadání: příloha 3

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Ve 14 případech žáci zcela uspěli, jejich řešení bylo vzorové (příloha 15). Další žákyně správně nalezla střed a osu úsečky, ovšem evidentně k tomu došla netradičním způsobem, a to pomocí jednoho průsečíku dvou kružnic a kolmice k úsečce vedené tímto průsečíkem. Její řešení považuji rovněž za správné. Ve 4 dalších případech bylo odevzdáno nedokončené řešení, např. pouze střed úsečky. Dalších 5 prací žáků poukazuje na nepochopení této látky, provedené kroky byly většinou chybné. Z těchto prací je zajímavé řešení 1 žákyně. Podle její odevzdané práce usuzuji, že má naučené určité postupy, ovšem přesně neví, k čemu tyto kroky mají vést. Výslednou konstrukcí ji tak vznikl trojúhelník (příloha 16). Poslední zbylý žák nevyřešil žádnou část zadání, odevzdal prázdný pracovní list. Úspěšnost žáků je zaznamenána v následujícím grafu (graf 19).

Úloha měla 68% úspěšnost.



graf 19: Řešení úlohy č. 18

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

U tohoto úkolu mě překvapila poměrně vysoká neúspěšnost žáků. Po provedení úloh č. 3 a 8 jsem nabyla dojmu, že většina žáků problematice rozumí. Jak se ale ukázalo, při rýsování dělá některým žákům látka potíže. Proto doporučuji téma střed a osa úsečky nejprve důkladněji vysvětlit, procvičit pomocí manipulace s provázkem a práce s papírem, poté věnovat dostatek času rýsování.

Úloha č. 19: Grafický součet a rozdíl úseček

Cíl: Žák graficky sčítá a odčítá úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list, pravítko, tužka, kružítko, pero

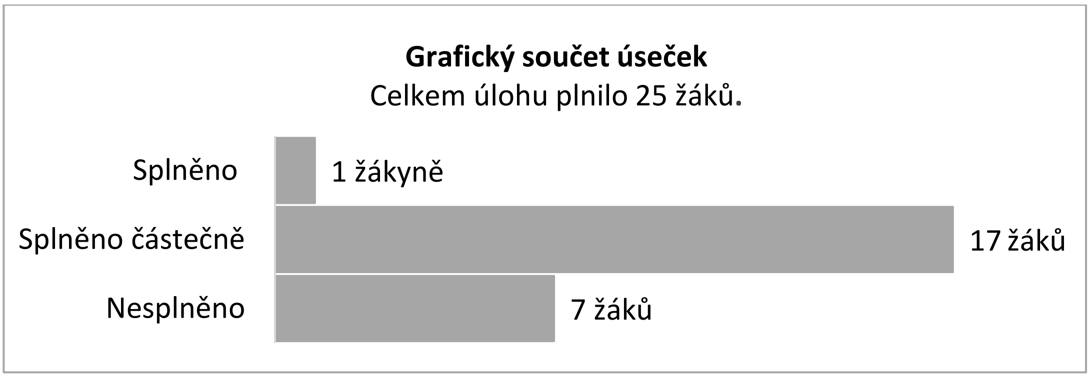
Popis: Každý žák dostane pracovní list nebo použije sešit na rýsování. Žák graficky sčítá a odčítá úsečky, výsledek vyznačuje barevně, popř. provádí zápis.

Příklady zadání: příloha 4

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

Pro přehlednost analýzu úlohy rozdělím na dvě části, grafický součet úseček a grafický rozdíl úseček. Jako první žáci graficky sčítali dvě úsečky. Pouze 1 žákyně zvládla tuto část zcela bezchybně (příloha 17). 17 žáků provedlo operaci graficky správně, problém ovšem nastal u pojmenovávání bodů. Zde žáci zpravidla použili takové označení bodů, které již bylo použito na výchozích úsečkách, 3 z těchto žáků dokonce nepojmenovali body vůbec. Všech zbylých 7 žáků řešilo úlohu chybně, např. délky přenesených úseček neodpovídaly délkám původních úseček. Zajímavé bylo řešení 1 žáka, který nanášel úsečky za sebou, ale mezi nanesenými úsečkami ponechal mezeru (příloha 18). Řešení první části je zaznamenáno v grafu 20.

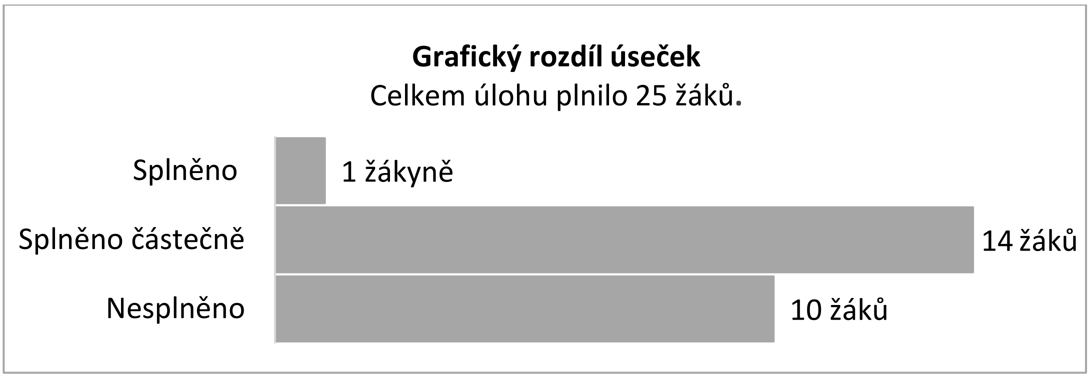
První část úlohy měla 38% úspěšnost.



graf 20: Řešení úlohy č. 19 – část grafický součet úseček

Druhou část, grafický rozdíl úseček, zcela splnila pouze 1 žákyně, a to včetně zápisu (příloha 17). Dalších 14 žáků splnilo úlohu částečně. Chybovali, stejně jako v grafickém součtu, nejčastěji v pojmenovávání bodů a v zápisu. 10 žáků provedlo úlohu chybně (příloha 19), nebo vůbec. Řešení druhé části vidíme v grafu 21.

Druhá část úlohy měla 32% úspěšnost.



graf 21: Řešení úlohy č. 19 – část grafický rozdíl úseček

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Během plnění úlohy č. 13 (Papírový součet, rozdíl, násobek) jsem nezaznamenala žádné potíže na straně žáků s touto látkou, přestože jsem mezi žáky procházela a jejich práci kontrolovala. Proto mě při vyhodnocování této úlohy (č. 19) velmi překvapilo množství částečně splněných a zcela nesplněných řešení. Paní učitelkou jsem byla před realizací ujištěna, že látka je procvičená a zvládnutá. Na základě zkoumání žákovských řešení se domnívám, že látku žáci již zapomněli, proto by bylo vhodné ji znovu procvičit a častěji opakovat.

Úloha č. 20: Grafický násobek úsečky

Cíl: Žák provádí grafický násobek úsečky.

Formy práce: samostatná práce

Pomůcky: pracovní list, pravítko, tužka, kružítko, pero

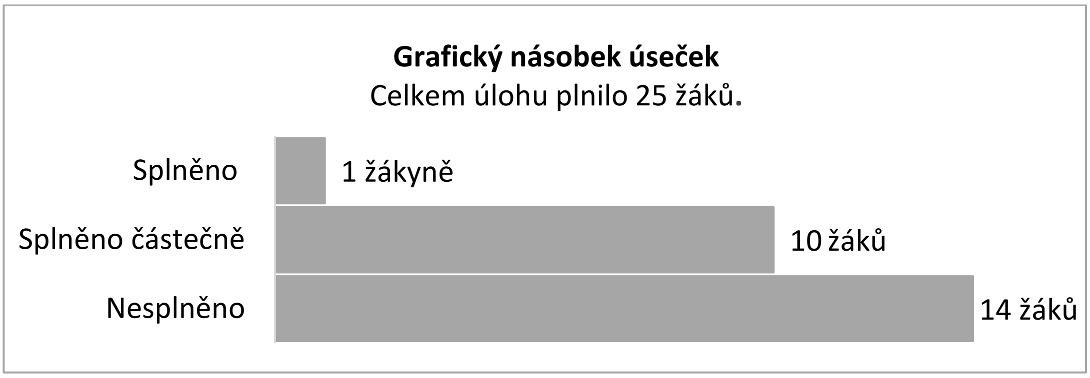
Popis: Každý žák dostane pracovní list. Žák provádí grafický násobek úsečky, výsledek vyznačuje barevně, popř. provádí zápis.

Příklady zadání: příloha 5

Analýza: Úlohu plnilo celkem 25 žáků. Každý žák pracoval samostatně.

V tomto případě, stejně jako v přechozí úloze, bylo pouze jediné bezchybné řešení (příloha 20). Celkem 10 žáků postupovalo při grafickém násobku správně, opět ale nedošlo ke správnému pojmenování bodů a zápisu. Zbylých 14 žáků úlohu nesplnilo (příloha 21), z toho 3 žáci odevzdali prázdné pracovní listy. Nejčastější důvody neúspěchu žáků bylo evidentně nepochopení zadání, odevzdaná řešení připomínala častěji grafický součet či rozdíl úseček.

Úloha měla 24% úspěšnost.



graf 22: Řešení úlohy č. 20

Dílčí zhodnocení a další doporučení:

Ze získaných materiálů je patrné, že grafický násobek úsečky dělá žákům opravdu potíže. Bohužel nejsem schopna odhadnout, do jaké míry bylo toto učivo probíráno a procvičováno. Dá se předpokládat, že v době probírání tohoto učiva by žáci dosáhli lepších výsledků. Vzhledem k časovému odstupu však mohlo dojít k zapomenutí hlavních kroků a postupů v rýsování. Opět bych doporučila látku zopakovat a průběžně zařazovat do hodin.

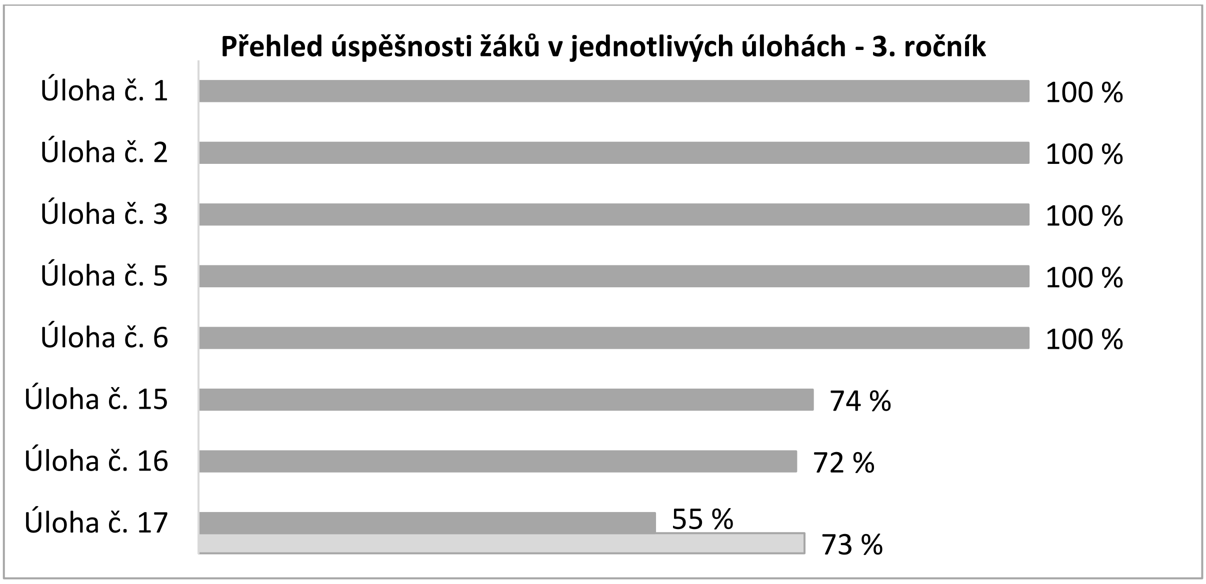
2.3 CELKOVÁ REFLEXE A SEBEREFLEXE

Ve 3. ročníku bylo zrealizováno celkem 8 úloh. Jedná se o úlohy č. 1, 2, 3, 5, 6, 15, 16 a 17 a zadány byly v tomto pořadí. Začali jsme tedy s úlohami využívajícími kinezi (č. 1, 2, 3), pokračovali jsme manipulací s předměty (č. 5 a 6) a na závěr byly provedeny úlohy na kreslení a rýsování (č. 15, 16 a 17). Pořadí úloh bylo zvoleno na základě prostudované literatury, která doporučuje začínat právě hledáním reprezentace úsečky v reálném životě, kinezí a manipulací. Teprve v další fázi žáci črtají a rýsují.

Toto pořadí se v praxi osvědčilo. V době zadávání prvních úloh jsem třídu teprve poznávala a nevěděla jsem, jak je zvyklá pracovat. Zvolené pořadí úloh mi umožnilo postupné utvoření představy o tom, jaké mají žáci geometrické znalosti a dovednosti.

S realizací ve 3. ročníku jsem spokojena. Všechny úlohy byly zvládnuty více než polovinou žáků, úlohy č. 1, 2, 3, 5 a 6 byly splněny dokonce všemi žáky, tedy s úspěšností 100 %.

V těchto případech byla využívána metoda kineze a manipulace s předměty a žáci pracovali samostatně, ve dvojicích, či ve skupinách. Vzhledem k charakteru úloh je pravděpodobné, že během jejich plnění se žáci vzájemně ovlivňovali a inspirovali, popř. na úloze přímo spolupracovali. To má jistě podíl na jejich celkové úspěšnosti. Největší obtíže způsobila úloha č. 17, tedy geometrický diktát, která byla zároveň nejnáročnější (graf 23). Zde se naopak žáci museli spoléhat sami na sebe.

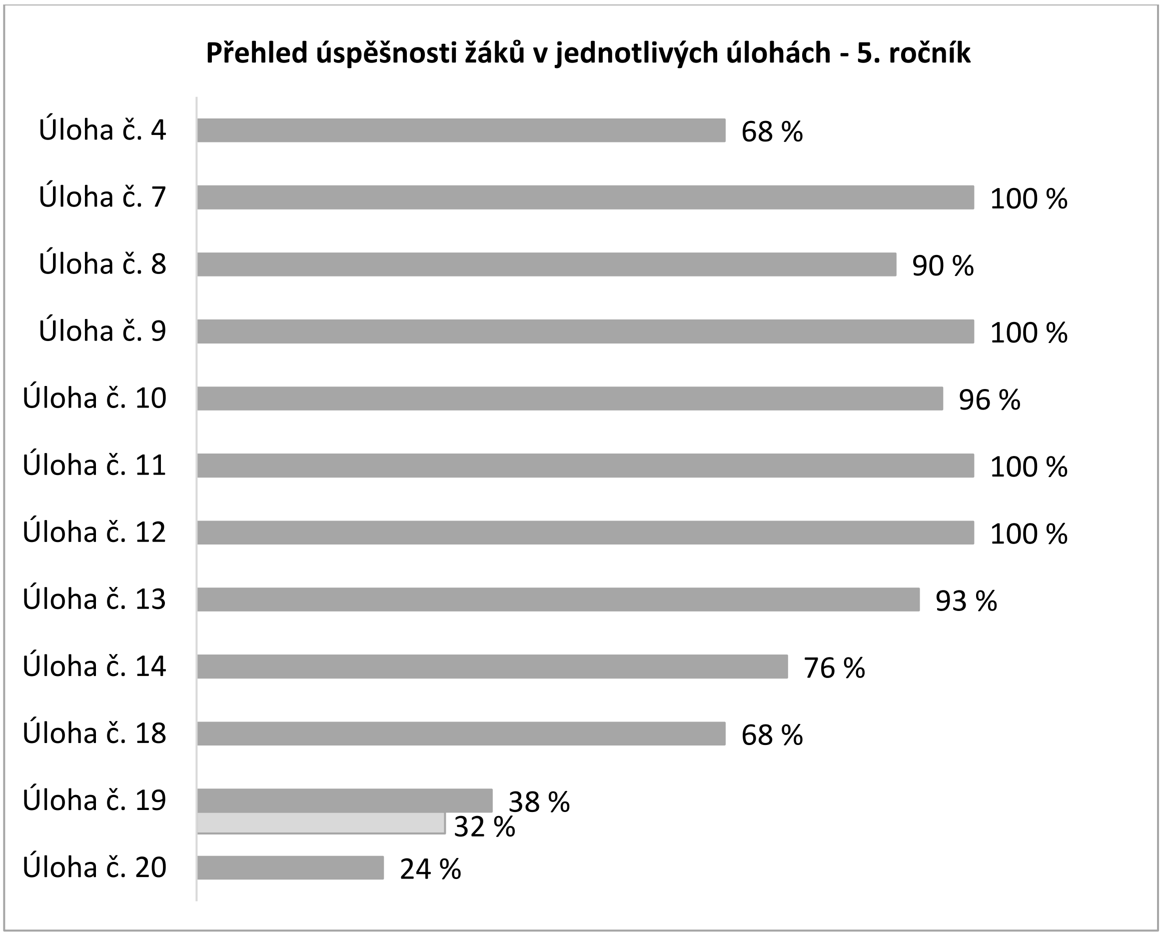


graf 23: Přehled úspěšnosti žáků v jednotlivých úlohách – 3. ročník

V 5. ročníku bylo zrealizováno celkem 12 úloh. Jedná se o úlohy č. 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 18, 19 a 20. Pořadí zadávání bylo následující: úloha č. 9, 7, 8, 12, 13, 10, 11, 14, 18, 19, 20 a 4. Nejprve byly realizovány úlohy s využitím manipulace s předměty (č. 9 ,7 a 8), následně jsme pracovali s papírem (č. 12, 13, 10, 11 a 14) a dále s rýsovacími potřebami (č. 18, 19 a 20). Jako poslední byla provedena úloha na kinezi (č. 4).

Pro realizaci úloh č. 9, 7 a 8 byl potřeba provázek. Abychom jím neplýtvali, začali jsme úlohou č. 9, ke které bylo potřeba delšího a zatím nezkráceného provázku. Následně jsme se vrátili k úlohám č. 7 a 8, po jejichž provedení jsme získali provázky rozličných délek, na kterých vznikly dokonce uzlíky. Poté jsem dala přednost úlohám č. 12 a 13, protože se domnívám, že při manipulaci s kratšími proužky papíru si žáci postupy porovnávání úseček osvojí nebo zopakují snáze. Následovaly úlohy č. 10, 11 a úloha č. 14, kterou můžeme vnímat částečně jako přechod k úlohám rýsovacím. Z praktického hlediska byla na samotný závěr zařazena úloha č. 4, ve které je využívána kineze a která byla zrealizována v hodině tělesné výchovy.[2]

Rovněž v 5. ročníku si nejsem vědoma problémů vyplývajících z řazení jednotlivých úloh. Úlohy byly taktéž ve většině případů zvládnuty nadpoloviční většinou žáků. Důvody vysoké úspěšnosti v jednotlivých úlohách jsou obdobné těm, které byly popisovány ve 3. ročníku. Pouze řešení úloh č. 19 a 20, ve kterých byli žáci odkázáni na své znalosti a dovednosti, považuji za velmi slabé (graf 24). Celková úspěšnost v těchto dvou případech nepřekročila hranici 40 %.



graf 24: Přehled úspěšnosti žáků v jednotlivých úlohách – 5. ročník

Na základě rozhovorů s žáky obou ročníků a částečně také pozorování jsem zjišťovala, které z úloh se jim nejvíce líbily. Žáci mohli sami jmenovat úlohu, která je bavila, kterou by si rádi zopakovali, pomocí které se něčemu novému naučili. Oceňovány

[2] Úloha nemohla být provedena ve 3. ročníku, jelikož v době realizace navštěvovala třída kurzy plavání a klasické hodiny tělesné výchovy tudíž neprobíhaly.

byly úlohy č. 2, 6, 9, 10, 11, 13, 15 a 16. Nejčastějším důvodem byla zábavná forma úloh, méně častým pak praktičnost v běžném životě a lepší pochopení učiva.

Jak je vidět, v každé skupině úloh byla žáky oceněna minimálně jedna. To je pro mě důležitou zpětnou vazbou. Troufám si říct, že sbírka úloh byla vytvořena komplexně a v praxi se ukázala jako funkční.

Na závěr se pokusím reflektovat svoji činnost v rámci realizace jednotlivých úloh.

Během doby, kterou jsem věnovala přípravám realizace nebo kterou jsem strávila s žáky na plnění úloh, jsem se přiučila řadě nových věcí. Uvědomila jsem si, že pro žáky je velmi důležité, aby byly poznatky podávány jasně a zároveň aby byl výklad poutavý. To zvyšuje požadavky na učitele, jehož vyjadřování musí být přesné a srozumitelné. Měl by být schopen zvolit takové metody, formy, pomůcky a činnosti, které jsou pro žáky přitažlivé a vedou k dalšímu rozvoji, v našem případě v oblasti matematiky. Všechny tyto body jsem se pokoušela během výuky dodržet. Snažila jsem se používat známé, ale přesné výrazy, volit zajímavé činnosti, zajistit aktivitu všech žáků a uplatňovat individuální přístup. Myslím si, že v některých případech se mi tento nelehký úkol dařil. Na druhou stranu byly i takové chvíle, kdy nastala ve třídě nekázeň a malý zájem o danou aktivitu ze strany některých žáků, a prováděná činnost se tak musela přerušit. Hodně času jsem věnovala přípravě pomůcek a materiálů k některým úlohám, což se ovšem vyplatilo. V neposlední řadě jsem se musela vypořádat s hodnocením úloh, které nebylo vždy jednoduché. Snažila se vždy opravit nedostatky, ale zároveň poukázat na to, co se žákům podařilo a motivovat je tak k další práci.

ZÁVĚR

Cílem teoretické části této diplomové práce bylo vymezit základní geometrické pojmy, podrobně se pak věnovat zejména pojmu úsečka a učivu o ní. Během studování odborné literatury a sepisování všech teoretických poznatků jsem se seznámila se základními postupy při zavádění tohoto geometrického učiva do výuky na 1. stupni základní školy. Zjistila jsem, že je dobré volit různé metody a činnosti pro vytváření správných představ o úsečce, čímž u žáků zvyšujeme šance na pochopení a osvojení této problematiky.

Pro praktickou část byla stěžejní tvorba sbírky úloh, která bude využitelná zejména v hodinách geometrie. Podařilo se mi sestavit celkem 20 úloh s využitím kineze, manipulace s předměty, práce s papírem nebo kreslení a rýsování. Během jejich realizace jsem se přesvědčila, že v praxi fungují a lze je tudíž do výuky zařazovat. V rámci provádění těchto úloh jsem se setkala s mnohými reakcemi ze strany žáků. Vážím si těch negativních, jelikož jsou potřebné k tomu, abych mohla svoji práci zlepšovat. Mám radost z pozitivních, které mě motivují v práci učitele pokračovat. Kladné ohlasy přišly také od několika učitelů, kteří byli při realizaci přítomni, nebo se o jejím průběhu informovali. Těší mě, že moji práci považují za přínosnou.

Doufám, že zpracovaná diplomová práce poslouží k tomu, aby se hodiny geometrie staly pro pedagogy i pro žáky zábavnějšími.

RESUMÉ

Diplomová práce se zabývá zpracováním tématu „Úsečka v učivu matematiky 1. stupně“. V teoretické části jsou sepsány poznatky o základních geometrických pojmech. Pozornost je věnována především pojmu úsečka a dále zařazení učiva o úsečce do prvostupňové matematiky. Praktická část představuje celkem 20 úloh, které tak vytváří sbírku k danému tématu. Úlohy jsou rozdělené do kapitol dle použitých metod, kterými jsou kineze, manipulace s předměty, práce s papírem a kreslení a rýsování. Důležitou částí práce je analýza činností žáků během realizace jednotlivých úloh v praxi a celková reflexe.

The thesis deals with the topic “A Line Segment In the Math Curriculum Of Primary Education”. Information about basic geometric terms is written in the theoretical part. It is focused primarily on the term “line segment” and also its inclusion in the math curriculum in primary education. The practical part presents twenty math problems in total which create a collection to the given topic. The problems are divided into chapters according to the methods used which are kinesis, handling of objects, working with paper and drawing. An important part of the thesis is an analysis of activities done by pupils during the implementation of the individual math problems and overall reflection.

SEZNAM LITERATURY

Bartlová, Eliška. *Míry geometrických útvarů v učivu matematiky druhého stupně základní školy - diplomová práce.* Brno: Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická, Katedra matematiky , 2011.

Bělík, Miroslav. *Geometrie s didaktikou.* Ústí nad Labem: Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, pedagogická fakulta , 2005.

Divíšek, Jiří a Hošpesová, Alena. *Matematika pro všechny děti.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2002. ISBN 80-7040-591-0.

Divíšek, Jiří, a další. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. ISBN 80-04-20433-3.

Francová, Marta; Matoušková, Květoslava a Vaňurová, Milena. *Texty k základům elementární geometrie pro studium učitelství 1. stupně základní školy.* Brno: Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická, 1995. ISBN 80-210-0880-6.

Hejný, Milan; Novotná, Jarmila a Stehlíková, Naďa. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky.* Praha: Pedagogická fakulta UK, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

Jirotková, Darina. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie.* Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2012. ISBN 978-80-7290-552-2.

Kárová, Věra. *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.-5. ročníku základní a obecné školy - část geometrická.* Plzeň: Západočeská univerzita, Fakulta pedagogická, 2004. ISBN 80-7043-303-5.

Kaslová, Michaela; Jarošová, Jana a Nechanická, Renata. *Matematika pro 4. ročník základní školy - pracovní sešit.* Praha: SPN - pedagogické nakladatelství. a.s., 1999. ISBN 80-7235-098-6.

Kouřim, Jaroslav, a další. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985.

Lávička, Miroslav. *Geometrie I. - Základy geometrie v rovině.* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2002. ISBN 80-7082-861-7.

Malinová, Eliška. *Teorie vyučování matematice v 1. - 4. ročníku ZŠ II.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1981.

Odvárko, Oldřich a Kadleček, Jiří. *Základní geometrické útvary.* Praha: Prometheus, spol.s.r.o., 1996. ISBN 80-7196-018-7.

Pěchoučková, Šárka. *Přednášky z předmětu KMT/MSD4.* 2016.

Pěchoučková, Šárka. *Přednášky z předmětu KMT/MSD5.* 2017.

Škrletová, Nikola. *Vzájemná poloha přímek v učivu matematiky 1. stupně - diplomová práce.* Plzeň: Západočeská univerzita, Fakulta pedagogická, Katedra matematiky, fyziky a technické výchovy, 2015.

Vyšín, Jan, a další. *Geometrie pro pedagogické fakulty - I. díl.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1965.

Zapletal, František. *Didaktika matematiky pro stud. učitelství I. st. ZŠ - I. Základy elementární geometrie s metodikou.* Olomouc: Pedagogická fakulta Univerzity Palackého, 1984.

SEZNAM ELEKTRONICKÝCH ZDROJŮ

Katedra tělesné výchovy. [online]. Plzeň: Západočeská univerzita, Fakulta pedagogická, 2010 [cit. 7.12.2017]. Dostupné z WWW: <http://tv2.ktv-plzen.cz/>.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017 [cit. 2.8.2017]. Dostupné z WWW: <http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani>.

Zajímavá geometrie pro každého. [online]. Brno: Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická, 2011 [cit.21.12.2017]. Dostupné z WWW: <https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pedf/ps11/geomet/web/index.html>.

Základní škola a Mateřská škola Chotíkov. [online]. 2015 [cit.12.03.2018]. Dostupné z WWW: <http://www.zs-chotikov.cz>.

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

Seznam obrázků:

Seznam tabulek:

Seznam grafů:

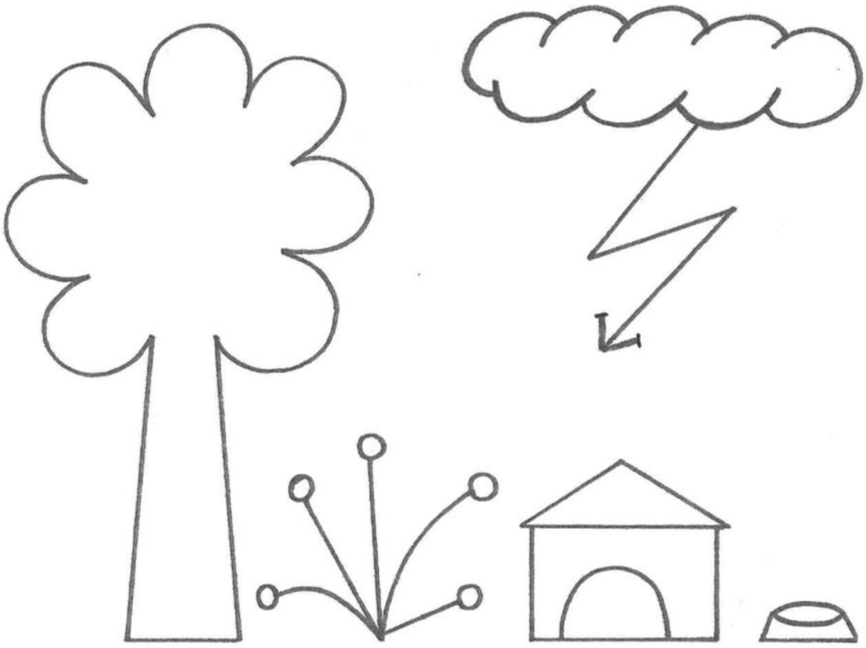
SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHY

Příloha 1: Pracovní list k úloze č. 15

Jméno: ____________________

Kolik úseček najdeš v obrázku? Úsečky barevně vyznač a zapiš jejich počet.



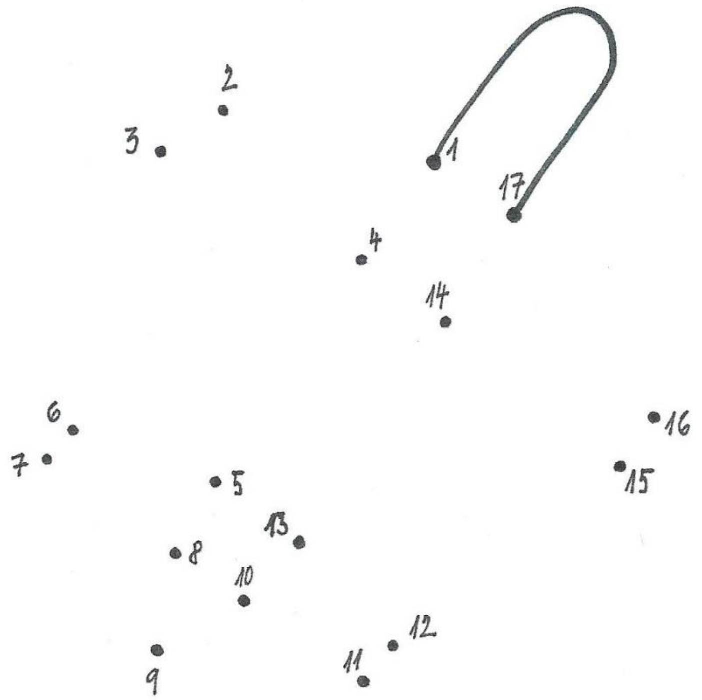
V obrázku je ______ úseček.

Příloha 2: Pracovní list k úloze č. 16

Jméno: ___________________

Črtání úseček.

Spoj jednotlivé body podle čísel tak, jak jdou za sebou. V závěru ti vznikne obrázek.



Příloha 3: Pracovní list k úloze č. 18

Jméno: ___________________

Střed a osa úsečky.

Narýsuj úsečku TU tak, aby platilo |TU| = 9 cm. Pomocí kružítka sestroj střed úsečky a označ ho S. Dále sestroj osu úsečky a označ ji o.

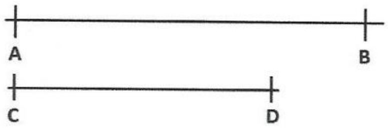
Příloha 4: Pracovní list k úloze č. 19

Jméno: ___________________

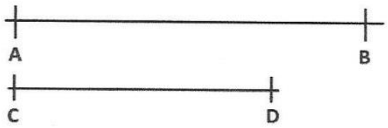
Grafický součet a rozdíl úseček.

Jsou dány úsečky AB a CD:

a) Sestroj grafický součet úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně.



b) Sestroj grafický rozdíl úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.

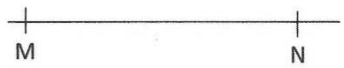


Příloha 5: Pracovní list k úloze č. 20

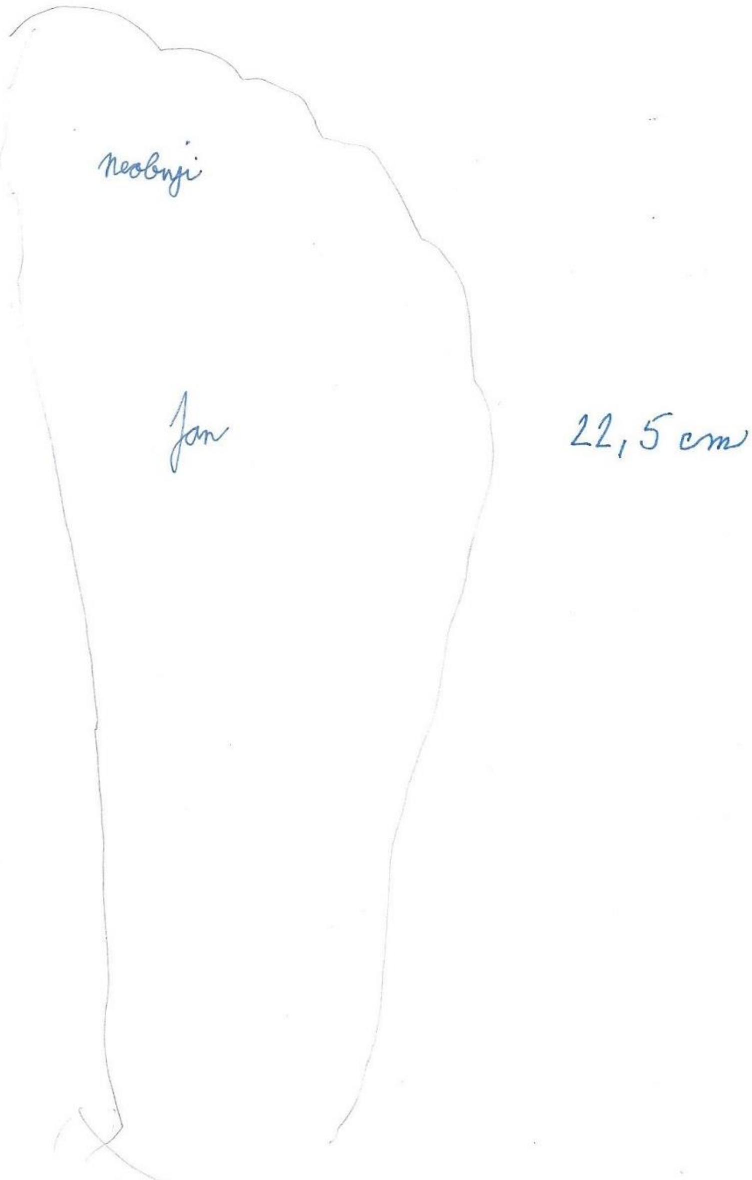
Jméno: ___________________

Grafický násobek úsečky.

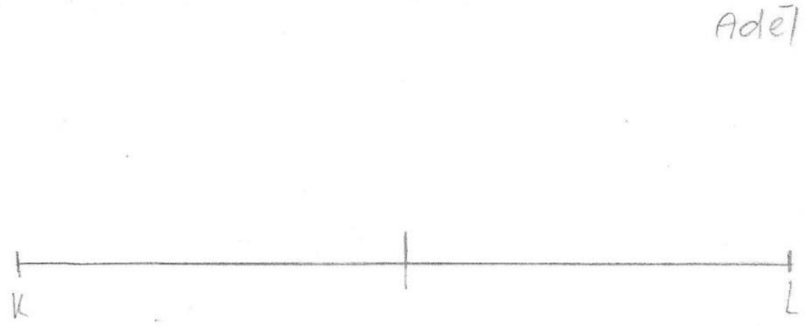
Je dána úsečka MN. Proveď grafický dvojnásobek úsečky. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.



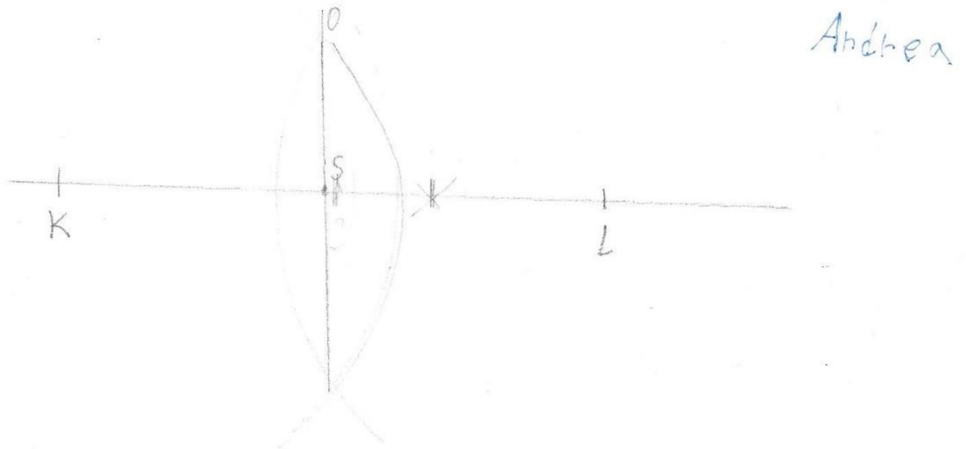
Příloha 6: Ukázka řešení úlohy č. 11



Příloha 7: Ukázka řešení úlohy č. 14



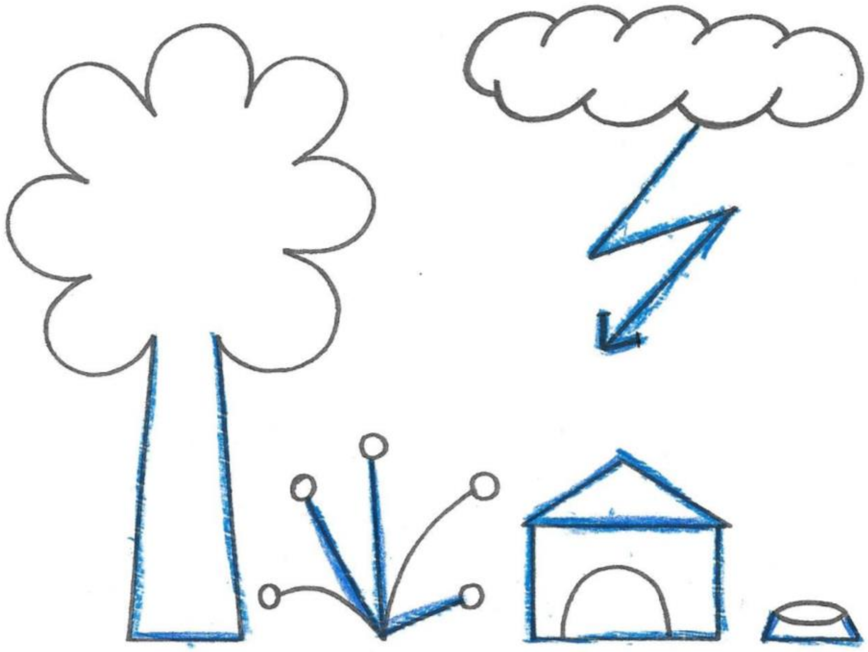
Příloha 8: Ukázka řešení úlohy č. 14



Příloha 9: Ukázka řešení úlohy č. 15

Jméno: Kubík

Kolik úseček najdeš v obrázku? Úsečky barevně vyznač a zapiš jejich počet.

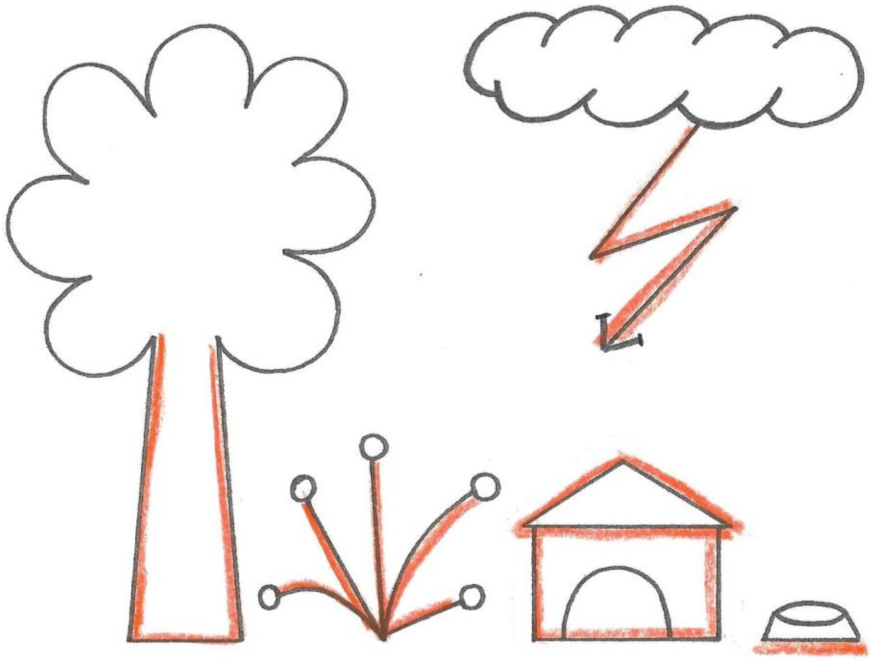


V obrázku je 20 úseček.

Příloha 10: Ukázka řešení úlohy č. 15

Jméno: Pavčík

Kolik úseček najdeš v obrázku? Úsečky barevně vyznač a zapiš jejich počet.



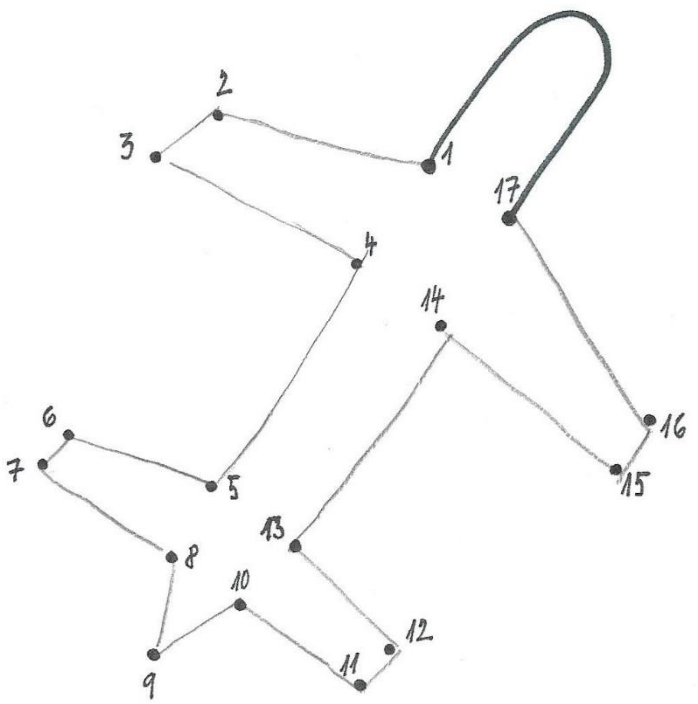
V obrázku je 18 úseček.

Příloha 11: Ukázka řešení úlohy č. 16

Jméno: Marek

Črtání úseček.

Spoj jednotlivé body podle čísel tak, jak jdou za sebou. V závěru ti vznikne obrázek.

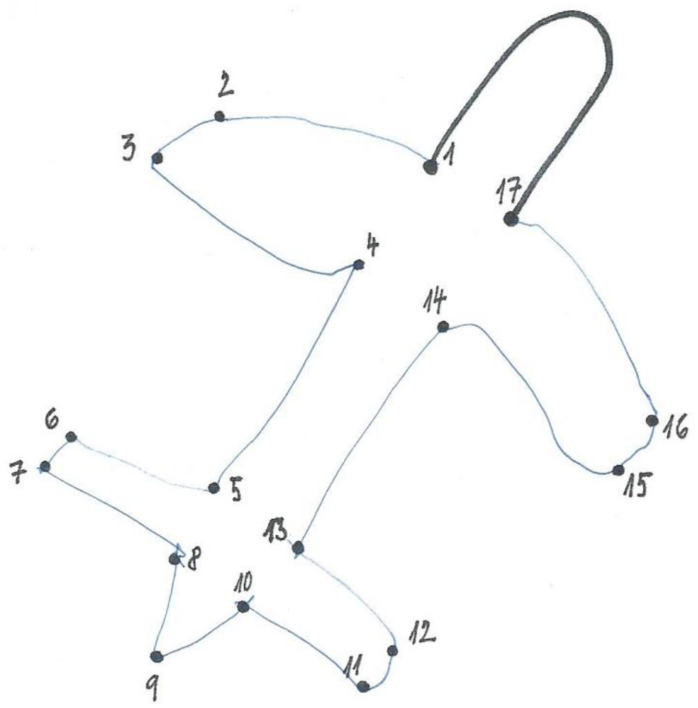


Příloha 12: Ukázka řešení úlohy č. 16

Jméno: Honzík

Črtání úseček.

Spoj jednotlivé body podle čísel tak, jak jdou za sebou. V závěru ti vznikne obrázek.

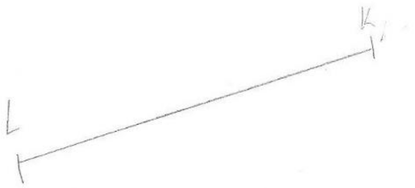


Příloha 13: Ukázka řešení úlohy č. 17

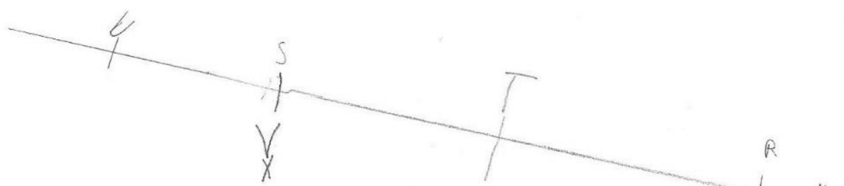
Jméno: Barča

Geometrický diktát.

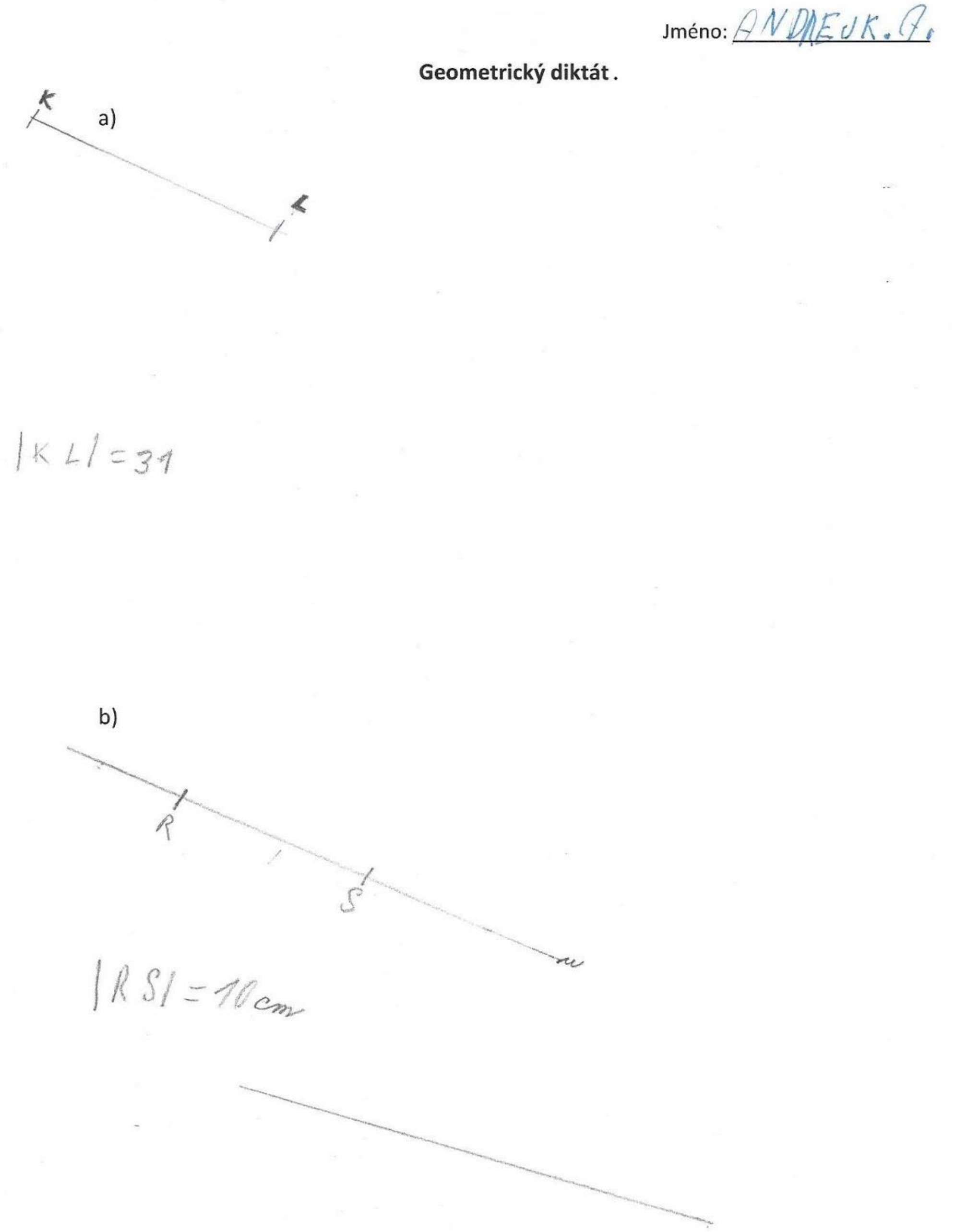
a) |KL| = 7 cm



b) |RS| = 9 cm



Příloha 14: Ukázka řešení úlohy č. 17



Jméno: ANDREJK. A.

Geometrický diktát .

a)

K

L

|K L| = 31

b)

R

S

m

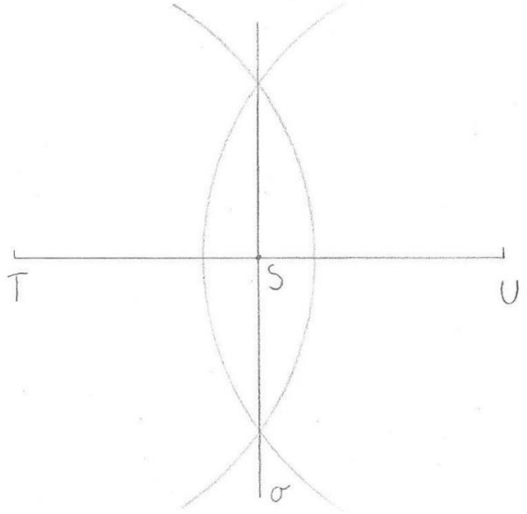
|R S| = 10 cm

Příloha 15: Ukázka řešení úlohy č. 18

Jméno: Nicol

Střed a osa úsečky.

Narýsuj úsečku TU tak, aby platilo |TU| = 9 cm. Pomocí kružítka sestroj střed úsečky a označ ho S. Dále sestroj osu úsečky a označ ji o.

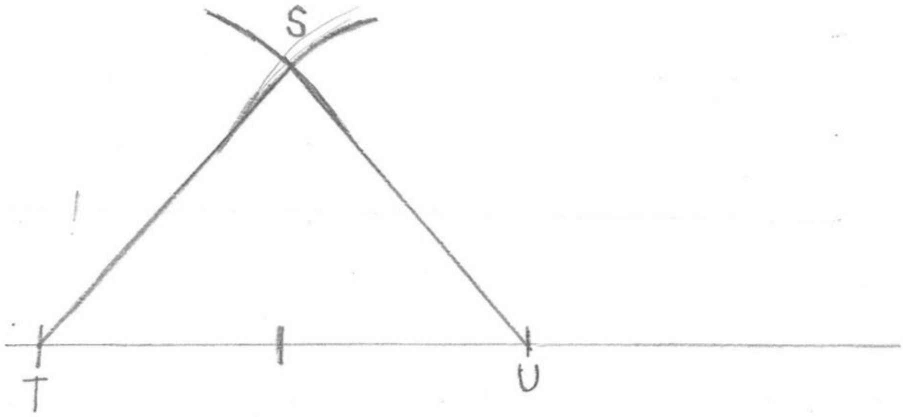


Příloha 16: Ukázka řešení úlohy č. 18

Jméno: Petra

Střed a osa úsečky.

Narýsuj úsečku TU tak, aby platilo |TU|= 9 cm. Pomocí kružítka sestroj střed úsečky a označ ho S. Dále sestroj osu úsečky a označ ji o.



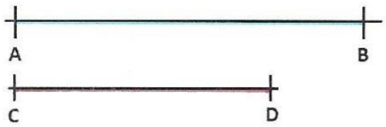
Příloha 17: Ukázka řešení úlohy č. 19

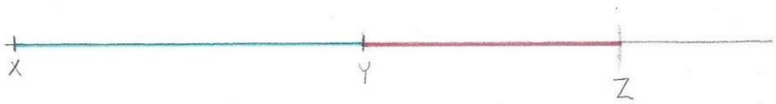
Jméno: Nicol

Grafický součet a rozdíl úseček.

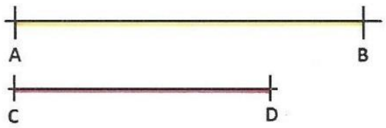
Jsou dány úsečky AB a CD:

a) Sestroj grafický součet úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně.

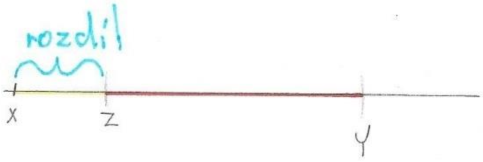




b) Sestroj grafický rozdíl úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.



AB−CD=XZ



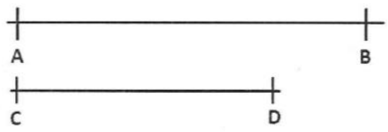
Příloha 18: Ukázka řešení úlohy č. 19

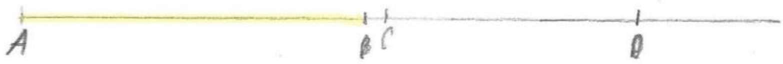
Jméno:

Grafický součet a rozdíl úseček.

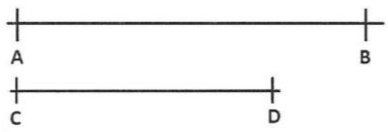
Jsou dány úsečky AB a CD:

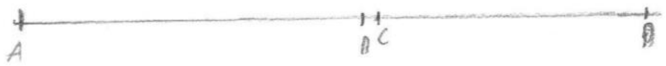
a) Sestroj grafický součet úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně.





b) Sestroj grafický rozdíl úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.





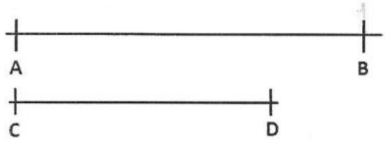
Příloha 19: Ukázka řešení úlohy č. 19

Jméno: Štěpán

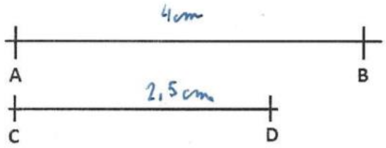
Grafický součet a rozdíl úseček.

Jsou dány úsečky AB a CD:

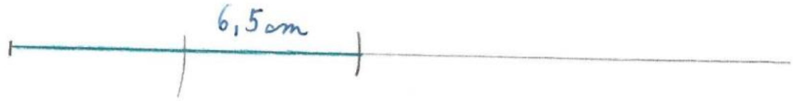
a) Sestroj grafický součet úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně.



b) Sestroj grafický rozdíl úseček AB a CD. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.



|AB| = 4 cm
|CD| = 2,5cm



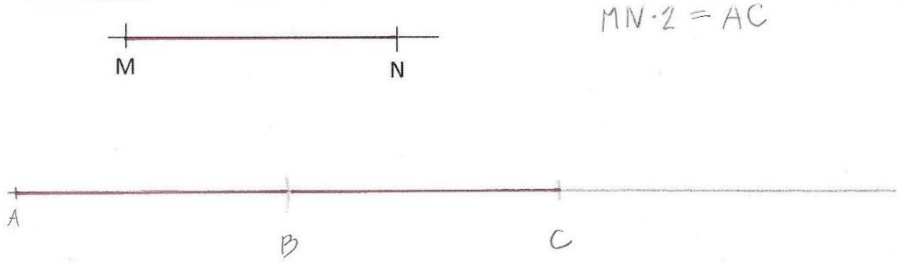
Příloha 20: Ukázka řešení úlohy č. 20

Jméno: Nicol

Grafický násobek úsečky.

Je dána úsečka MN. Proveď grafický dvojnásobek úsečky. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.

$MN \cdot 2 = AC$



Příloha 21: Ukázka řešení úlohy č. 20

Jméno: Lukáš

Grafický násobek úsečky.

Je dána úsečka MN. Proveď grafický dvojnásobek úsečky. Výsledek vyznač barevně a proveď zápis.

$\frac{1}{2} \cdot 2 = 5$ cm