

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

KATEDRA MATEMATIKY

**STATISTICKÝ ROZBOR VZDÁLENOSTI PLANETEK DANÉ
SKUPINY A MOŽNOST JEHO VYUŽITÍ VE VÝUCE**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Michaela Netrvalová

Katedra matematiky, obor Učitelství matematiky pro střední školy

Vedoucí práce: Ph.Dr. Ing. Ota Kéhar, Ph.D.

Plzeň 2018

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně
s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 18. dubna 2018

.....
Bc. Michaela Netrvalová

Obrovské díky patří vedoucímu práce Ph.Dr. Ing. Otovi Kéharovi, Ph.D. za trpělivost a pomoc při tvorbě této práce.

ZDE SE NACHÁZÍ ORIGINÁL ZADÁNÍ KVALIFIKAČNÍ PRÁCE.

OBSAH

SEZNAM ZKRATEK	2
ÚVOD	3
1 PLANETKY	4
1.1 DEFINICE PLANETEK	4
1.2 STRUČNÁ HISTORIE OBJEVU PLANETEK	7
1.3 ZNAČENÍ PLANETEK	9
1.4 SKUPINY PLANETEK	11
2 STATISTICKÝ ROZBOR VZDÁLENOSTÍ PLANETEK A JEHO GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ	15
2.1.1 Statistický rozbor vzdáleností planetek následujících Jupiter	17
2.1.2 Statistický rozbor vzdáleností planetek předcházejících Jupiter	30
3 PŘEDSTAVY ASTRONOMICKÝCH POZNATKŮ ŽÁKŮ GYMNÁZIA OSTROV	37
3.1 VZDÁLENOST ZEMĚ A MĚSÍCE	38
3.2 MODEL SLUNEČNÍ SOUSTAVY	39
3.2.1 Merkur	39
3.2.2 Venuše	40
3.2.3 Země	40
3.2.4 Mars	41
3.2.5 Jupiter	41
3.2.6 Saturn	42
3.2.7 Uran	42
3.2.8 Neptun	43
3.3 PRŮMĚR SLUNCE	45
3.4 OBJEM SLUNCE	46
3.5 DÉLKOVÉ JEDNOTKY V ASTRONOMII	46
3.6 DÉLKOVÉ JEDNOTKY V ASTRONOMII II	47
3.7 PLANETA A PLANETKA	48
3.8 POČET ZNÁMÝCH PLANETEK VE SLUNEČNÍ SOUSTAVĚ	49
3.9 KOLIK PLANETEK MŮŽEME POZOROVAT POUHÝMA OČIMA?	50
4 NÁVRH ÚPRAV WEBOVÝCH STRÁNEK ASTRONOMIA	51
5 VYUŽITÍ POZNATKŮ Z DIPLOMOVÉ PRÁCE VE VÝUCE NA SŠ	54
ZÁVĚR	58
RESUMÉ	60
SEZNAM LITERATURY	61
SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK, GRAFŮ A DIAGRAMŮ	63

SEZNAM ZKRATEK

TNO – Transneptunická tělesa

IAU – Mezinárodní astronomická unie

au – Astronomická jednotka

MS Excel – Microsoft Excel

ZŠ – Základní škola

SŠ – Střední škola

Úvod

Během svého studia na pedagogické fakultě mě astronomie vždy zajímala. Když jsem si pak vybírala téma závěrečné práce, prioritně jsem hledala astronomická témata. Díky tomu, že v současné době učím již třetím rokem, spojení tématu s pedagogickou praxí mi přišlo jako nejlepší volba.

Jak už napovídá název práce, budu se v následujícím textu věnovat vybrané skupině planetek a statistickému rozboru jejich vzdáleností. Provedu průzkum, kde budu zkoumat úroveň astronomických poznatků u žáků střední školy. Mým cílem je nalézt využití poznatků z této práce ve výuce na střední škole.

Práci rozdělím do pěti stěžejních částí. V první kapitole věnované planetkám nejprve uvedu úskalí, která vedla k definici pojmu planetka, poté se zaměřím na stručnou historii objevů planetek a jejich značení. Následně se budu věnovat skupinám planetek, kde vymezím konkrétní skupinu, pro kterou budu provádět statistický rozbor vzdáleností.

Obsahem druhé kapitoly bude statistický rozbor vzdáleností Jupiterových Trójanů a jeho grafické znázornění. Tato část práce bude rozdělena do dvou podkapitol, z nichž první bude obsahovat statistický rozbor skupiny planetek, která planetu Jupiter na oběžné dráze kolem Slunce následuje a druhá na skupinu, které planetu Jupiter předchází.

Třetí kapitola bude věnována průzkumu. Letos prvním rokem učím na víceletém gymnáziu, a proto bude průzkum cílen na žáky Gymnázia Ostrov. Součástí průzkumu bude i využití pomůcek, které budu vyrábět pro výuku astronomie.

Ve čtvrté kapitole budou návrhy úprav stránek astronomia.zcu.cz. Tyto webové stránky skýtají nepřehledné množství informací o galaxiích, hvězdách, planetách a ostatních tělesech sluneční soustavy, ale také hvězdářích, letech do kosmu či astrofotografiích.

Poslední kapitolu považuji za jednu z nejdůležitějších částí této práce. V ní se budu věnovat nalezení možností, jak poznatky ze své diplomové práce využít ve výuce na střední škole. Ačkoliv planetky jsou téma spadající do fyziky, pokusím se o využití informací i v jiných předmětech. Vzhledem k mé budoucí aprobaci – matematika a fyzika, budu hledat příklady pro výuku hlavně v těchto předmětech. Zároveň se domnívám, že statistický rozbor skutečných dat by se dal využít i ve výuce informatiky.

1 PLANETKY

1.1 DEFINICE PLANETEK

Název této kapitoly vypadá jednoduše, ale opak je pravdou. Vždyť i definice jednoho ze základních těles naší sluneční soustavy – planeta – má dlouhou historii a prošla mnoha změnami a spory. Jak vůbec můžeme definovat ostatní tělesa sluneční soustavy, když jsou komplikace s vytvořením obecně platné definice planety? V následujícím textu nejprve rozeberu stručnou historii vývoje pojetí planety a na konci kapitoly se dopracuji k definici planety, objektu, kterým bude věnována podstatná část mé diplomové práce.

Již ve starém Řecku lidé uvažovali o tělesech na noční obloze, o jejich významu a zákonitostech. Pojem planeta vznikl z řeckého slova *planétés* neboli poutník. Za planety byla považována ta tělesa, která vzhledem ke vzdáleným hvězdám měnila na obloze svou polohu. Tehdy převládala geocentrická představa uspořádání vesmíru. Ta vycházela z předpokladu, že Země je středem vesmíru a veškerá tělesa včetně Slunce obíhají kolem ní. Měsíc byl považován za planetu spolu s Merkurem, Venuší, Marsem, Jupiterem a Saturnem. S rozvojem pozorování noční oblohy však tato představa vyvolávala řadu rozporů. Jeden z astronomů, který se zabýval nesrovnalostmi geocentrické představy, byl v 16. století polský astronom M. Koperník¹. Uvědomoval si, že vypočítaná poloha planet značně neodpovídá polohám pozorovaným. S postupem času, množstvím astronomických pozorování a matematických výpočtů přišel s revoluční myšlenkou, že středem vesmíru je Slunce a všechna další tělesa včetně Země obíhají kolem něj. Toto uspořádání vesmíru bylo nazváno heliocentrismus a řešilo mnoho otázek, na které geocentrický model nedokázal odpovědět. Přijetí heliocentrismu trvalo dlouhou dobu, protože řada astronomů a církev nechtěli připustit, že Země není středem dosud známého vesmíru. Následně byl Měsíc označen jako přirozený měsíc Země a vyškrtnut z planet sluneční soustavy. Dlouhodobým pozorováním Měsíce a dalších vesmírných těles se zabýval dánský astronom T. Brahe². Na ostrově Hven nechal postavit observatoř Stjemeborg, kde veškeré měřicí přístroje stály na kamenných podstavcích a díky tomu byly odstraněny chyby měření způsobené otřesy. Během dvaceti let pozorování na observatoři astronomové zaznamenávaly pozice planet a Měsíce. Výsledkem byla možnost s poměrně

¹ Čerpáno z: <http://www.physics.muni.cz/astrohistorie/node8.html>

² Čerpáno z: <http://astronomia.zcu.cz/astrofyzika/brahe/2477-tycho-brahe>

velkými odchylkami předpovědět pozici Měsíce v blízké budoucnosti, ale i v nedávné minulosti.

S vývojem lepších optických zařízení byly postupně objevovány i další planety – Uran a Neptun. I malá tělesa jako Ceres a Pluto byla původně považována za planety. Objev Pluta³ byl uveřejněn 13. března 1930. To odstartovalo jeho bližší zkoumání. Dráhové elementy Pluta se v následujících letech zpřesňovaly, a dokonce bylo zjištěno, že díky jeho výstřednosti dráhy je někdy na své oběžné dráze blíže Slunci než Neptun. Když se astronomové pokoušeli určit průměr Pluta, předpokládali, že jeho skutečný průměr je poloviční oproti průměru Země. To se však zpřesnilo až po objevu Charonu – měsíce Pluta. Ze vzdálenosti a doby oběhu obou těles bylo možné zjistit jejich celkovou hmotnost.

Výsledek byl překvapivý, Pluto má pouhých 0,0025 hmotnosti Země. To však vedlo k otázce, kam Pluto skutečně zařadit.

Je menší než jakákoliv jiná planeta sluneční soustavy. I Merkur je více než dvojnásobně větší a zhruba 26krát hmotnější. Zároveň je ale Pluto větší než největší těleso z pásu mezi Marsem a Jupiterem nazývané Ceres. Zásadním zlomem v zařazení Pluta byl objev dalšího transneptunického tělesa (dále jen TNO) v roce 1992 s označením 1992 QB₁, očíslovaná planetka s číslem 15 760, od ledna 2018 pojmenovaná Albion⁴. Počet nově objevených těles za dráhou Neptunu rostl s lepšími a lepšími dalekohledy. V roce 2005 bylo objeveno těleso, pojmenované Eris⁵ s pořadovým číslem 136 199, jež je dokonce větší než samo Pluto. S rostoucím počtem objevených těles zařazovaných stále do kategorie planet hrozilo, že sluneční soustava bude mít nespočet planet, o nichž nebudeme mít příliš informací.

Tento fakt vedl k nutnosti zavést novou kategorii objektů, která jsou menší než planety a zároveň větší než planetky a další malá tělesa sluneční soustavy. Dne 24. srpna 2006 se konalo XXVI. valné shromáždění Mezinárodní astronomické unie (dále jen IAU) v Praze, na kterém byla přijata rezoluce, jež definuje pojem planeta, trpasličí planeta a malá tělesa sluneční soustavy. Do té doby byly planety definovány pouze výčtem.

³ Čerpáno z: (Příhoda)

⁴ Čerpáno z: https://en.wikipedia.org/wiki/15760_Albian

⁵ Čerpáno z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Eris_\(dwarf_planet\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Eris_(dwarf_planet))

Rezoluce 5A:

- (1) „Planeta“ je nebeské těleso, které (a) obíhá kolem Slunce, (b) má hmotnost dostačující k tomu, aby jeho gravitace vedla k deformacím pevné látky a dosáhla hydrostatickou rovnováhu, tj. téměř kulový tvar, a (c) vyčistilo okolí své dráhy.
- (2) „Trpasličí planeta“ je nebeské těleso, které (a) obíhá kolem Slunce, (b) má hmotnost dostačující k tomu, aby jeho gravitace vedla k deformacím pevné látky a dosáhla hydrostatickou rovnováhu, tj. téměř kulový tvar, (c) nevyčistilo okolí své dráhy, a (d) není satelitem.
- (3) Všechny další objekty obíhající kolem Slunce – většina planetek ve sluneční soustavě, většina transneptunických objektů, komety a další malá tělesa budou zařazeny pod společný název „malá tělesa sluneční soustavy“. (Příhoda)

Z výše uvedené rezoluce tedy vyplývá, že planetka je pevné těleso tvořené skalami o velikosti desítek metrů až po stovky kilometrů, které obíhá kolem Slunce, nemá dostačující hmotnost k tomu, aby jeho gravitace vedla k deformacím pevné látky a dosáhla hydrostatické rovnováhy, tj. nemá téměř kulový tvar, nevyčistilo okolí své dráhy a není satelitem⁶.

Na základě přijetí této rezoluce se nejen Pluto, ale i Ceres, největší těleso v hlavním pásu planetek mezi dráhou Marsu a Jupiteru, stalo trpasličí planetou.

Ještě v dnešní době se v různých zdrojích uvádí pojem asteroid v synonymu s planetkou. Převážně v anglicky psaných (pocházejících zejména z Ameriky) materiálech se často zaměňuje pojem asteroid s pojmem minor planet. To je způsobeno historickým vývojem objevů malých těles sluneční soustavy. Slovo asteroid („hvězdám podobné“) použil W. Herschel v roce 1802, kdy byla známa pouze dvě tělesa (Ceres a Pallas) spadající do této kategorie. Astronomové tehdy nevěděli, co přesně pozorují. Sám Herschel si vyhradil, že toto pojmenování může změnit, jestliže se objeví jiný název, který bude výstižnější povaze těchto objektů. Proto můžeme říci, že asteroid je jen starší označení pro planetky.

⁶ Čerpáno z: astronomia.zcu.cz

1.2 STRUČNÁ HISTORIE OBJEVU PLANETEK

Německý astronom J. D. Titius⁷ si v roce 1766 všiml jisté pravidelnosti u průměrných vzdáleností (hlavních poloos drah) tehdy známých planet sluneční soustavy. Nutno podotknout, že v té době bylo známo jen 6 planet – Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter a Saturn. Tuto pravidelnost můžeme vyjádřit pomocí posloupnosti:

$$a_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n \text{ pro } n = -\infty, 0, 1, 2, \dots$$

Výsledné hodnoty výše uvedené posloupnosti byly velmi blízké skutečným hodnotám hlavních poloos jednotlivých planet, pokud tato vzdálenost byla vyjádřena v astronomických jednotkách. Astronomická jednotka – značka *au*⁸ z anglického *astronomical unit* – byla dříve definována jako střední vzdálenost Země od Slunce. Poprvé byla vypočítána při opozici Marsu již v roce 1672 a její hodnota stanovena na 138 miliónů kilometrů. V roce 1771 se její hodnota zpřesnila díky přechodu Venuše přes sluneční disk na novou hodnotu 153 miliónů kilometrů. V průběhu času se definice astronomické jednotky stále měnila a zpřesňovala. Až v roce 2012 byla na XXVIII. valném shromáždění IAU v Pekingu přijata rezoluce B2 s novou definicí a to přesným převodním vztahem k metru – $1 \text{ au} = 149\,597\,870\,700 \text{ m}$. V roce 2014 vyšla aktualizace 8. vydání brožury jednotek SI, která obsahovala seznam největších změn. Mezi nimi i zanesení nové definice *au* ve vztahu k metru. Tento doplněk byl schválen Mezinárodním výborem pro váhy a míry na jeho 103. schůzi v březnu roku 2014.

Název objektu	n	Vzdálenost objektu od Slunce v au ⁹	Člen posloupnosti	Chyba vzdálenosti a člena posloupnosti ¹⁰
Merkur	$-\infty$	0,3871	0,4	-3,23 %
Venuše	1	0,7233	0,7	3,33 %
Země	2	1,0000	1,0	0,00 %
Mars	3	1,5230	1,6	-4,81 %
????	4		2,8	
Jupiter	5	5,2040	5,2	0,08 %
Saturn	6	9,5820	10,0	-4,18 %
Uran	7	19,2290	19,6	-1,89 %

Tab. 1: Titiovo–Bodeovo pravidlo ve srovnání s realitou

⁷ Čerpáno z: <https://www.spaceacademy.net.au/library/notes/bode.htm>

⁸ Čerpáno z: https://www.iau.org/static/resolutions/IAU2012_English.pdf
https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_unit

⁹ Data převzata z astronomia.zcu.cz

¹⁰ Procentuální chyba reality a posloupnosti byla počítána ze vztahu: $\frac{\text{vzdálenost v au} - \text{člen posloupnosti}}{\text{člen posloupnosti}} \cdot 100$

Z tab. 1 je patrné, že posloupnost předpovídala existenci planety mezi oběžnými dráhami Marsu a Jupiteru. J. D. Titius svou práci publikoval a J. E. Bode, další německý astronom, se zasloužil o její popularizaci. Proto je dnes posloupnost vyjadřující vzdálenosti planet od Slunce známá jako Titiovo–Bodeovo pravidlo (či Titiův–Bodeův zákon či Titiova–Bodeova řada).

Tento objev odstartoval hledání nových planet, jednak za oběžnou dráhou Marsu, ale i za Saturnem, neboť dalším členem posloupnosti po Saturnu byla vzdálenost 19,6 au. V roce 1781 anglický astronom W. Herschel objevil planetu Uran, která se nachází v průměrné vzdálenosti 19,2 au od Slunce. Hledání planety v pásu mezi Marsem a Jupiterem skončilo na začátku roku 1801, kdy G. Piazzini na observatoři v Palermu objevil objekt, který byl ve správné vzdálenosti. Objekt byl pojmenován po římské bohyni řeky Ceres a hlavní poloosa je 2,77 au. Tyto dva úspěchy podporovaly věrohodnost posloupnosti, která nebyla nijak fyzikálně podložena. Po objevení planety Neptun v roce 1846 sláva Titiovo–Bodeovo pravidla upadala, protože chyba mezi hodnotou hlavní poloosy z posloupnosti a skutečností byla veliká. Hodnoty se lišily o 8,7 au. Proto je dnes Titiovo–Bodeovo pravidlo považováno spíše za zajímavou shodu s realitou, než aby bylo nazýváno zákonem. V roce 1802 německý astronom H. Olbers¹¹ neočekávaně objevil druhé malé těleso při pozorování planety Ceres. Toto malé těleso bylo pojmenováno Pallas a mělo přibližně stejnou střední vzdálenost od Slunce (2,77 au) jako Ceres. To však vyvolalo spory s dosavadní představou sluneční soustavy. Navíc obě tělesa – Ceres i Pallas odporovala představě planety, protože jejich disky byly natolik malé, že byly téměř nepozorovatelné.

Objevy těles Juno v roce 1804 a Vesta v roce 1807 vyvolaly obavy, že tato tělesa jsou fragmenty planety mezi Marsem a Jupiterem, která se rozpadla. Všechna čtyři tělesa – Ceres, Pallas, Juno a Vesta byla v roce 1846 přidána do katalogu planet. Již v roce 1837 vydal J. F. Smetana svou publikaci *Základové hvězdosloví čili astronomie*, ve které se mimo jiné zabývá i Čistěnou (Vesta), Královnou (Juno), Žiwěnou (Ceres) a Mudřenou (Pallas). Jsou zde sepsány dobové údaje o jejich objevech, „*střednj dálky nowých bludiček těchto od slunce a oběhy gegich hvězdové*“ (Smetana, 1837) či jejich vlastnosti. Do konce

¹¹ Čerpáno z: <http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/minorplanets.php>

roku 1851 bylo objeveno celkem 15 těles. To již vyvolávalo zmatek a později W. Herschel prohlásil, že těmto tělesům bude říkat planetky, resp. v anglickém originále minor planets, tedy malé planety, v českém jazyce zdrobněle používané slovo planetky.

1.3 ZNAČENÍ PLANETEK

Planetky jsou známou nejpočetnější skupinou těles ve sluneční soustavě. Nejhojněji se jich nachází na dráze mezi Marsem a Jupiterem a za dráhou Neptunu. Počet pozorovaných očíslovaných planetek je více než $5 \cdot 10^5$. Ve skutečnosti je těchto těles mnohem více, ale například TNO jsou velmi špatně pozorovatelná, neboť jsou malá a mají menší pozorovanou hvězdnou velikost než planetky v hlavním pásu mezi Marsem a Jupiterem. Pozorovaná hvězdná velikost je veličina udávající jasnost tělesa na obloze, většinou měřená fotometricky, a její jednotkou je magnituda. Rozlišujeme absolutní hvězdnou velikost hvězd a malých těles sluneční soustavy. Absolutní hvězdná velikost hvězd se značí M a je definována jako hvězdná velikost, kterou by měla hvězda při pozorování ze vzdálenosti 10 parseků¹². Absolutní hvězdná velikost malých těles sluneční soustavy se značí H a je definována jako hvězdná velikost, kterou by těleso mělo ve vzdálenosti 1 au od Země i Slunce s nulovým fázovým úhlem¹³ při pozorování ze Země¹⁴.

Pojmenování planetky je velmi dlouhý proces, který může trvat mnoho let. Pozorování malých těles se převážně provádí tak, že se snímají určité části oblohy, tzv. pole, v horizontu několika minut. Hvězdy mají na snímcích stále stejnou polohu, ale malá tělesa sluneční soustavy v průběhu času svou polohu mění. Nejlépe se pozorují planetky v tzv. opozici, což je období, kdy se planetka nachází na opačné straně oblohy, než je Slunce. V této poloze je zároveň velmi blízko Země. Díky odraženému slunečnímu záření je nejjasnější, kulminuje poblíž půlnoci, a tudíž je i nejlépe pozorovatelná.

Proces pojmenování nové planetky začíná ve chvíli, kdy se objeví těleso, které zatím není identifikováno s žádným dosud známým objektem. Pozorování tohoto nového objektu

¹² 1 parsek (1 pc) je vzdálenost, ze které je jedna astronomická jednotka vidět kolmo k zornému paprsku pod úhlem 1".

¹³ Fázový úhel je úhel mezi Sluncem, tělesem a Zemí.

¹⁴ Čerpáno z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Absolutn%C3%AD_hv%C4%9Bzdn%C3%A1_velikost

musí být hlášeno v Minor Planet Center¹⁵ a pozorován musí být alespoň dvě noci, přičemž pozorování nemusí pocházet od stejného pozorovatele. Jestliže jsou splněny tyto podmínky, je planetce přiděleno předběžné označení. *„Předběžné označení má tvar: rok objevu, písmeno označující pořadí „dvoutýdnu“ od počátku roku, kdy bylo těleso objeveno, pak písmeno označující pořadí v tomto dvoutýdnu. Když písmena abecedy nestačí, což je velmi častým jevem, pokračuje se doplněním čísla nebo indexu. Příkladem je planetka 2004 GA1, která byla objevena 11. dubna 2004. Písmeno G označuje první dvoutýden v dubnu.“* (Brož & Šolc, 2013)

Po přidělení předběžného označení je možné hledat shodu s dříve objevenými a prozatímne označenými objekty, které mohly být pozorovány pouze v jiné opozici. Jestliže dojde ke shodě a těleso má dvě předběžná označení, vybere se jedno a stává se jeho hlavním označením. Jestliže není nalezena shoda, nový objekt je pozorován i nadále a vypočítává se jeho přesnější oběžná dráha. Toto pozorování většinou trvá po celou dobu opozice, což může trvat i tři až čtyři měsíce. Další identifikace objektu se může provést po nashromáždění dat z dalšího pozorování v jiné opozici.

Jestliže je objekt pozorován alespoň ve čtyřech opozicích, pak obdrží definitivní označení. U neobvyklých objektů, jako jsou blízkozemní planety, tedy planety, které kříží dráhu Země nebo se k ní alespoň přibližují a v budoucnu se mohou stát potenciálně nebezpečné, stačí k trvalému označení jen dvě opozice.

Komu ale připsat zásluhu za objev nového tělesa, když k jeho pojmenování vede dlouhá cesta a mnoho pozorování?

Pravidla určující, kdo objevil nový objekt, dříve fungovala tak, že objev nového tělesa byl připsán tomu, kdo ho poprvé vizuálně pozoroval na noční obloze. Pokud se po bližším prozkoumání údajů o tělese zjistilo, že tento objekt byl již v minulosti pozorován, zásluha za objev nového tělesa přecházela na dřívějšího pozorovatele. Toto přepisování zásluh vedlo k tomu, že byla řada případů, kdy dřívější pozorování nebylo opravdovým pozorováním, nýbrž jen odhadem budoucího výskytu tělesa. Docházelo tedy

¹⁵Minor Planet Center je oficiální celosvětová organizace pověřená shromažďováním údajů z pozorování planetek, komet a dalších malých těles. Zabývá se výpočtem jejich oběžných drah a zveřejňováním těchto informací prostřednictvím oběžníků.

k „předobjevům“ a když bylo těleso skutečně pozorováno, nestal se objevitelem nového tělesa pozorovatel, který skutečně sledoval objekt a jeho polohu na obloze, ale člověk, který existenci tělesa pouze předpověděl a neměl žádná skutečná data. Po založení Minor Planet Center v roce 1947 nové objevy pokračovaly obdobným způsobem až do roku 1978, kdy se organizace Minor Planet Center přestěhovala do Cambridge, a vydala oznámení, že přibližná pozorování již nestačí pro připsání zásluh na objevu. V roce 2010 byl vydán oběžník s označením MPEC 2010-U20 (Minor Planet Electronic Circulars), ve kterém byly ustanoveny podmínky pro uznání zásluh za objev nového tělesa.

Objekty, u kterých bylo známo několik opozičních oběžných drah před vydáním oběžníku MPEC 2010-U20 se objevitelem očíslované planety stává ten, kdo pozoroval planetku v době, kdy dostala své předběžné označení. U těles objevených po vydání MPEC 2010-U20 se objevitelem stává ten, kdo provedl bližší pozorování v opozici s nejdříve nahlášenou druhou nocí pozorování. Jinak řečeno, po vydání oběžníku se objevitelem očíslované planety stává ten pozorovatel, který ji objevil v takové opozici, že bylo možné spočítat její přibližnou oběžnou dráhu.

Tomuto objeviteli je uděleno privilegium navrhnout jméno nové planety. Následně objevitel napíše krátkou citaci, ve které uvádí vysvětlení, proč vybral právě toto pojmenování. Citaci předá pomocí formuláře na webových stránkách Minor Planet Center. Název nového tělesa prozkoumává patnáctičlenná Komise pro jména malých objektů, která spadá pod IAU. Komise je složena s profesionálních astronomů z celého světa, kteří se specializují na malá tělesa a komety. Pokud nové pojmenování komise schválí, stává se oficiálním právě tehdy, když vyjde spolu s citací v oběžníku Minor Planet Center, který vychází každý měsíc¹⁶.

1.4 SKUPINY PLANETEK

Skupiny planetek (někdy označovány pojmem rodiny nebo také typ) jsou shluky menších těles sluneční soustavy, které mají podobné dráhové elementy oběžných drah. Je zvykem pojmenovávat nové skupiny dle prvního objeveného tělesa. Podle některých astronomů

¹⁶ Čerpáno z: <https://www.minorplanetcenter.net/iau/info/HowNamed.html>
<https://www.iau.org/public/themes/naming/#minorplanets>
<http://stelweb.asu.cas.cz/publications/planetky/vyzkum.phtml>

je skupin planetek více než třicet, avšak zařazení jednotlivých planetek je někdy náročné, protože znaky vedoucí k rozdělení nejsou příliš výrazné, a tak se může stát, že danou planetku lze zahrnout do více skupin planetek.

Existuje poměrně málo skupin, které obíhají blízko Slunce nebo Země. Například skupina Atira je malý shluk planetek, jejichž vzdálenost v odsluní¹⁷ je okolo 0,980 au, což znamená, že obíhají v blízkosti oběžné dráhy Země. Tato skupina je pojmenována po svém prvním potvrzeném členovi (163 693) Atira, který byl objeven 11. února 2003. Od roku 2017 se skupina Atira skládá z 18 členů, z nichž je zatím očíslováno pouze šest planetek. Mezi další blízkozemní skupinu planetek patří skupina pojmenována podle (2062) Aten, které mají vzdálenost v odsluní též menší než 1 au.

Tato diplomová práce je zaměřena na statistický rozbor vzdáleností dané skupiny planetek a vybranou skupinou jsou Jupiterovi Trójané. V následujícím textu si proto přiblížíme právě tuto skupinu.

Trójané¹⁸ jsou početnou skupinou planetek, které doprovází planetu Jupiter na její oběžné dráze kolem Slunce. Jejich počet převyšuje pět tisíc a byly pojmenovány podle hrdinů Trójské války.

Umístění planetek na oběžné dráze Jupitera je velmi specifické. V nebeské mechanice existuje tzv. problém tří těles. Pro naši představu vezměme hvězdu a planetu a nyní přidejme malou planetku, která má oproti předchozím dvěma zanedbatelnou hmotnost.¹⁹ Již v roce 1772 francouzský matematik J. L. Lagrange pozoroval, že po určité době se polohy všech tří těles vracejí do původní pozice jako na začátku pozorování. Následně objevil pět bodů, ve kterých je výslednice gravitačních a odstředivých sil působících na těleso nulová, a tudíž se v nich může těleso zdržet delší dobu nebo v nich dokonce zůstat. Tyto body nazýváme Lagrangeovy body nebo též librační body.

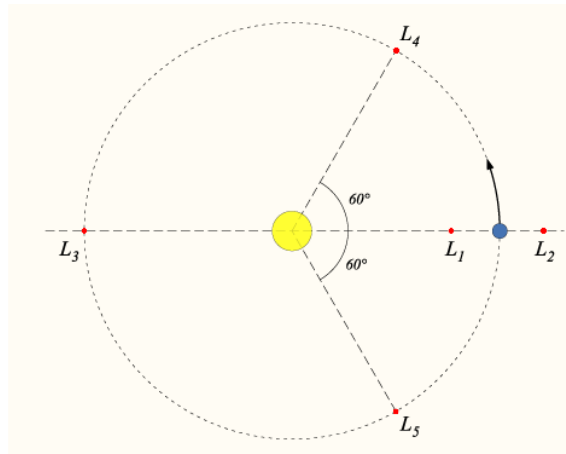
Tři z těchto bodů (L_1 , L_2 a L_3) se nacházejí na spojnici dvou hmotnějších těles a jejich poloha závisí na poměru jejich hmotností. Body L_4 a L_5 jsou umístěny na oběžné dráze

¹⁷ Vzdálenost, ve které je těleso na oběžné dráze nejdále od Slunce.

¹⁸ <http://www.stoplusjednicka.cz/trojani-zahadne-planetky-ktere-doprovazi-jupitera>

¹⁹ <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/967-lagrangeovy-libracni-body>

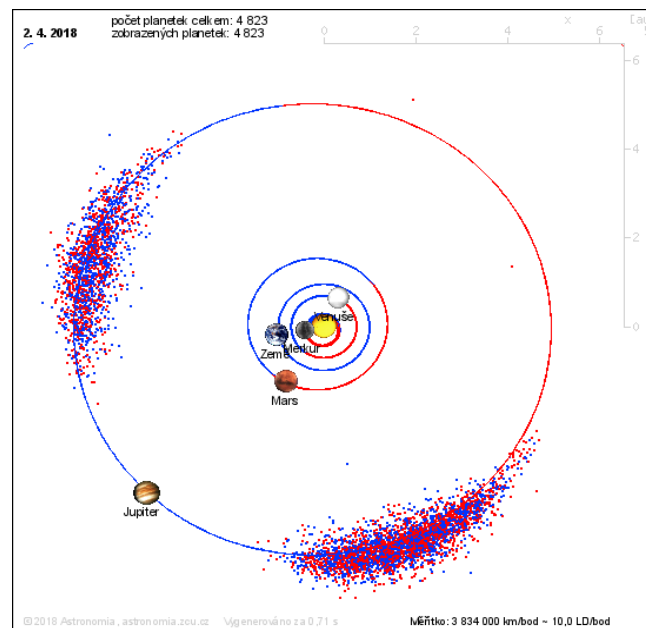
planety a se spojnicí hvězda–planeta svírají úhel 60° . Obecně jsou librační body znázorněny na obr. 1²⁰.



Obr. 1: Librační body

V systému Slunce–Země se librační body L_1 a L_2 , které se nacházejí 1,5 milionu km od Země směrem od Slunce a ke Slunci, používají pro umístění kosmických sond jako např. sonda SOHO (L_1), která nepřetržitě od roku 1996 sleduje Slunce, nebo sondy Planck a Herschel (L_2), které mezi lety 2009 až 2013 pozorovaly hluboký vesmír. Od roku 2013 se v L_2 nachází astrometrická sonda Gaia.

Jupiterovi Trójané se nacházejí v systému Slunce–Jupiter v blízkosti bodů L_4 a L_5 a doprovází Jupiter při jeho oběhu kolem Slunce. Na obr. 2²¹ jsou znázorněny jejich pozice.



Obr. 2: Jupiterovi Trójané; Jupiter se pohybuje po směru hodinových ručiček, proto se bod L_4 nachází na obrázku vpravo, bod L_5 vlevo od Jupitera

²⁰ Převzato z <http://astronomia.zcu.cz/hvezdy/tesne/802-lagrangeovy-body>

²¹ Převzato z <http://astronomia.zcu.cz/planety/planetky/2381-analyza-parametru-planetek>

První planetku ze skupiny Trójanů, dnes pojmenovanou (588) Achilles, objevil v roce 1906 německý astronom M. Wolf a nachází se v Jupiterově libračním bodě L_4 . Následně A. Kopff objevil planetku (624) Hektor a (617) Patroclus, ta však byla prvním objeveným tělesem v Jupiterově libračním bodě L_5 . S nápadem pojmenovat objekty doprovázející planetu Jupiter podle slavných hrdinů Trójské války přišel J. Palisa z Vídně, který jako první vypočítal jejich oběžné dráhy. Planetky v blízkosti čtvrtého libračního bodu jsou pojmenovány podle řeckých hrdinů, naopak objekty v blízkosti pátého libračního bodu nesou jména hrdinů Tróji. Bohužel k pojmenování planetek (617) Patroclus a (624) Hektor došlo dříve, a tak se v řeckém táboře nachází trójský špeh a naopak.

Dne 4. ledna 2017 NASA oznámila, že v rámci programu Discovery zaměřeného na nízkorozpočtové vysoce vědecky zaměřené kosmické mise budou vypuštěny dvě sondy – Lucy a Psyche. Sonda Lucy zahájí svou misi v roce 2021 a bude zkoumat šest zástupců ze skupiny Jupiterových Trójanů: (52 246) DonaldJohanson, (3 548) Eurybates, (15 094) Polymele, (11 351) Leucus a (21 900) Orus v blízkosti libračního bodu L_4 a nakonec planetku (617) Patroclus v blízkosti libračního bodu L_5 . Vzhledem k tomu, že o početné skupině Trójanů zatím příliš nevíme, slibují si astronomové od této mise velký průlom nejen v poznání samotných planetek, ale i v získání informací o historii vývoje celé sluneční soustavy. Sonda Psyche má zahájit svou misi v roce 2022 a zaměřit se na kovovou planetku (16) Psyche.

2 STATISTICKÝ ROZBOR VZDÁLENOSTÍ PLANETEK A JEHO GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ

Cílem kapitoly je rozebrat statistický rozbor vzdáleností Jupiterových Trojánů. Vzhledem k tomu, že se tato skupina planetek skládá z dvou částí, jedna skupina Jupiter na jeho oběžné dráze předchází (librační bod L_4) a druhá ho následuje (librační bod L_5), musel být i rozbor rozdělen na dvě části. Kdybychom hledali vzdálenosti obou skupin dohromady, vnášely by se do výpočtů i obrovské vzdálenosti mezi oběma skupinami, jak je patrné z obr. 2. Rozbor byl proveden pro polohy planetek k datu 2. 4. 2018. Zároveň však byl proveden rozbor i k datu 12. 7. 1990, protože bylo vhodné prozkoumat, zda se zjištěné vzdálenosti mění s časem.

K získání statistických dat byly využity webové stránky astronomia.zcu.cz.

Postup pro získání dat o Jupiterových Trojánech:

- 1) V prohlížeči otevřít stránku: <http://astronomia.zcu.cz/planety/planetky/2381-analyza-parametru-planetek> nebo otevřít stránku astronomia.zcu.cz, vybrat „Planety“, v nabídce zvolit „Planetky“ a v levém sloupci „Analýza“.
- 2) Rozbalit nabídku „Typ planetky“, kliknout na „odškrtnout vše“, a poté vybrat „Jupiterovi Trojáni²²“.
- 3) Rozbalit nabídku „Export dat“ a v sekci „Speciální“ kliknout na „Aktuální polohy planetek ve sluneční soustavě“. Měl by být vybrán implicitně formát PNG.

Po kliknutí na „Zobrazit“ se vygeneruje obrázek s aktuální polohou Jupiterových Trojánů. Zde je možné získat informace nejen o počtu planetek, ale ve spodní části lze spustit i animaci, která ukazuje změnu polohy planetek v rozmezí několika měsíců, a to jak do budoucnosti, tak i do minulosti.

- 4) Nyní je nutné vybrat, pro jakou skupinu planetek budeme získávat data pro statistickou analýzu. Při zobrazení poloh planetek ve formátu PNG z předchozího bodu je možné pomocí souřadnic kurzoru myši určit prostor, ve kterém se námi sledovaná skupina planetek nachází.

²² Ačkoliv je v přecházejícím textu použit název Jupiterovi Trójané na stránkách Astronomia se vyskytuje pojmenování Jupiterovi Trojáni. Prozatím není ucelený pohled na to, jak danou skupinu pojmenovat.

Pro omezení zobrazované oblasti se využívá spodní řádek „omezit oblast“, který je podtržen přerušovanou čarou.

U všech os je možné nastavit omezení. Pro datum 2. 4. 2018 a pro skupinu planetek, které Jupiter následují (to znamená pro librační bod L_5 soustavy Slunce–Jupiter), byla nastavena hodnota osy y „od $-2,00$ au“. Při vygenerování obrázku se zobrazilo 1700 planetek, dvě z nich se však nacházely ve velké vzdálenosti od ostatních. Z tohoto důvodu byly ze statistického souboru vyřazeny nastavením osy x „do $0,00$ au“. Byly to planetky na souřadnicích $x: 2,1$ au, $y: 5,1$ au a $x: 4,1$ au a $y: 1,2$ au. Tím se počet planetek snížil na 1698.

- 5) Jestliže je v sekci „Formát“ vybrán formát PNG, není možné zvolit „analyzovat vzdálenosti.“ Proto je nutné vybrat formát „CSV (desetinná čárka)“ a v rozbalovacím okně u „analyzovat vzdálenosti“ zvolit „ano“ a ponechat volbu „vzájemné“. Následně u „dráhy planet“ vybrat „ne“ a u „Tesla Roadster“ také „ne“, tato data pro analýzu vzájemných vzdáleností vybrané skupiny planetek nepotřebujeme.

Nyní již stačí získat data pomocí tlačítka „Uložit“, tím se automaticky spustí stahování.

- 6) Stažený soubor je možné otevřít v programu Microsoft Excel nebo jiném tabulkovém kalkulátoru. Já jsem veškerá data analyzovala v programu Microsoft Excel (dále MS Excel).

Na řádcích 3 až 1700 jsou aktuální souřadnice planetek v prostoru. Čísla řádků se mohou lišit, záleží jednak na vymezené oblasti, ale i na skutečnosti, že dochází k pravidelné (zhruba měsíční²³) aktualizaci dráhových elementů planetek na stránkách Astronomia.

V prvním sloupci se nachází identifikační číslo planetky a v dalších třech sloupcích lze vyčíst souřadnice planetek v astronomických jednotkách.

Od řádku 1704 jsou ve sloupcích A až W uvedeny hodnoty vzájemných vzdáleností planetek. Ve sloupcích Y až AU se nachází identifikační čísla planetek, kterým daná vzdálenost odpovídá. Např. v buňce A1704 se nachází hodnota 2,0895.

²³ Viz <http://astronomia.zcu.cz/planety/planety/1818-statistika-seznamu-planetek>

Tato hodnota odpovídá vzdálenosti planetek v au, jejichž identifikační čísla se nacházejí v buňce Y1704, tedy 617–844. Tato identifikační čísla odpovídají planetkám (617) Patroclus a (844) Leontina.

V následujícím textu bude proveden rozbor dat „analýza vzdálenosti“ s volbou „vzájemné“, „nejmenší“ a „10 % nejbližších“. U posledního výběru bude navíc uvedena i hodnota průměrné vzdálenosti planetek vypočtená přes objem prostoru, který planetky zaujímají.

2.1.1 STATISTICKÝ ROZBOR VZDÁLENOSTÍ PLANETEK NÁSLEDUJÍCÍCH JUPITER

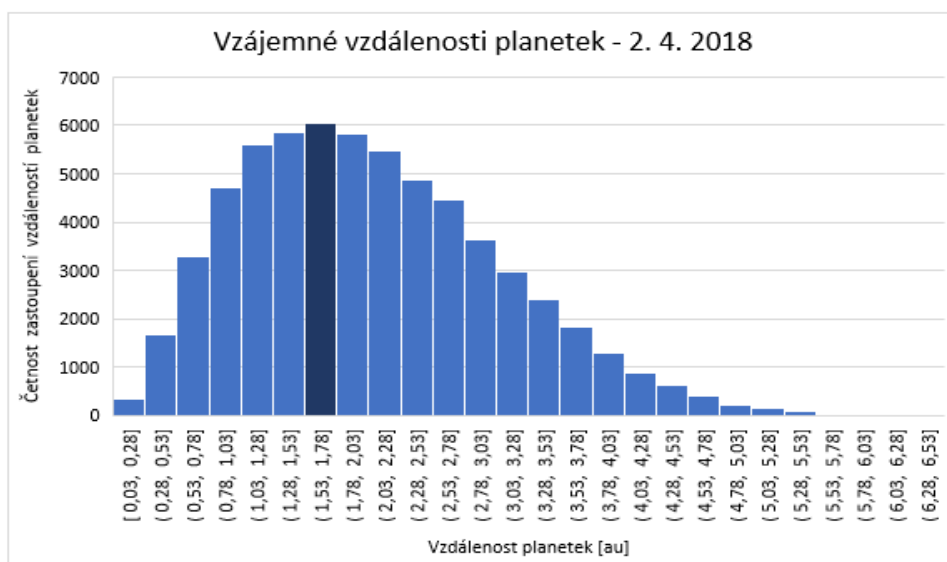
Tato kapitola se zabývá rozbohem vzdáleností planetek, které se nacházejí v libračním bodu L_5 , tzn. na obr. 2 jsou zobrazeny vlevo. Nejprve byly analyzovány vzájemné, následně nejbližší vzdálenosti a nakonec vzdálenost k 10 % nejbližších planetek pro datum 2. 4. 2018 a 12. 7. 1990. Postup, jak data získat, je popsán výše.

STATISTICKÝ ROZBOR DAT PRO DATUM 2. 4 2018

- Vzájemné vzdálenosti planetek ke dni 2. 4. 2018

Soubor se vzájemnými vzdálenostmi planetek získáme tak, že u „analyzovat vzdálenosti“ ponecháme volbu „vzájemné“.

Velikost souboru je poměrně velká (bez omezení oblasti vychází pro Jupiterovi Trojány přes 200 MiB, s omezením oblasti na planetky v libračním bodě L_5 na necelých 30 MiB), proto může chvíli trvat, než se soubor ze stránek Astronomia zkopíruje do počítače a následně se data v MS Excel načtou. Při zpracování byl vytvořen výběr buněk odpovídající vzdálenostem planetek (řádky 1704 až 64345, sloupce A až W) a vytvořen statistický graf – histogram viz graf 1. Nutno podotknout, že graf Histogram se v MS Excel vyskytuje až od verze 2016. Pro starší verze MS Excel by bylo nutné použít kontingenční tabulku, případně si napsat funkce pro zjištění četnosti dat.



Graf 1: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018

V grafu 1 je zvýrazněn sloupec, který vyjadřuje rozmezí vzdáleností, které se ve statistickém souboru dat vyskytují nejčastěji. V tomto případě je to rozmezí 1,53 až 1,78 au. Graf 1 odpovídá tzv. Weibullovu rozdělení, což je jedno z druhů statistického rozdělení, které se nejčastěji využívá pro náhodnou veličinu, která určuje dobu života mechanických zařízení, kde se projevuje opotřebením materiálu.

Weibullovo rozdělení dobře popisuje fyzikální chování planetek při zjišťování jejich vzájemných vzdáleností, protože na rozdíl od Gaussova rozdělení nemůže vzdálenost nabývat záporných hodnot.

Kromě histogramu byly zjištěny i základní statistické veličiny jako minimální hodnota, maximální hodnota, aritmetický průměr, směrodatná odchylka, modus, medián a variační koeficient statistického souboru.

Minimální hodnota

Je minimální hodnota ze všech hodnot. Pro zjištění minimální hodnoty v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=MIN(A1703:W64345)“, kde v závorce je rozsah dat pro výpočet.

Maximální hodnota

Je maximální hodnota ze všech hodnot. Pro zjištění maximální hodnoty v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=MAX(A1703:W64345)“.

Aritmetický průměr

Je průměr všech statistických hodnot, v našem případě vzdáleností. Vypočítá se tak, že se sečtou všechny hodnoty statistického souboru a vydělí se jejich počtem. Značí se \bar{x} .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Pro výpočet aritmetického průměru v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=PRŮMĚR(A1703:W64345)“. Tedy výběr dat od sloupce A, řádek 1703 až po sloupec W, řádek 64345, ve kterých se vyskytují vzdálenosti planetek.

Rozptyl

Vyjadřuje proměnlivost rozdělení hodnot kolem střední hodnoty. Vypočítá se jako aritmetický průměr druhých mocnin odchylek jednotlivých hodnot od aritmetického průměru. Značí se s_x^2 .

$$s_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Směrodatná odchylka

Je odmocnina z rozptylu. Značí se s_x a určuje, jak moc se hodnoty statistického souboru od sebe liší, resp. jak se liší od aritmetického průměru.

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{s_x^2}$$

Pro výpočet směrodatné odchylky v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=SMODCH.P(A1703:W64345)“ (platí pro MS Excel verze 2013 a výše, pro MS Excel verze 2007 a starší se používá funkce SMODCH, která je sice dostupná i v novější verzi MS Excel, ale nedoporučuje se její použití), kde je opět uvnitř závorky rozsah dat, pro který směrodatnou odchylku počítáme.

Modus

Je hodnota, která má ve statistickém souboru největší četnost. Značí se $Mod(x)$.

Pro nalezení modu v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=MODE.SNGL(A1703:W64345)“ (platí pro MS Excel verze 2013 a výše, pro MS Excel verze 2007 a starší se používala funkce MODE). Vzhledem k velkému množství dat, hlavně v souborech obsahujících vzájemné polohy planetek, nalezení nejčtenější hodnoty trvá řádově několik minut. Například pro soubor dat obsahující vzájemné vzdálenosti (celkem 1,5 milionu hodnot) planetek, které Jupiter předcházejí, trvalo nalezení 33 minut (procesor Intel Core i5-6200U). Tento čas je silně závislý na výkonnosti počítače, na kterém se analýza provádí. Např. na počítači s procesorem Intel Core i7-7500U trvalo nalezení modu 6 minut. Dobu této analýzy by bylo možné výrazně zkrátit, pokud by se hodnota vzdálenosti zaokrouhlila na menší počet desetinných míst. Standardně je vzdálenost uváděna na 4 desetinná místa. V dalších částech (např. přehledné tabulce) používám hodnoty zaokrouhlené na 2 desetinná místa, takže není bezpodmínečně nutné pracovat s více desetinnými místy. Jestliže předem zaokrouhlím (tato operace trvá pro všechny hodnoty několik desítek sekund) vzdálenosti na 2 či 3 desetinná místa, získám nejčastější hodnotu již za pár sekund. Takto získaná nejčastější hodnota se sice bude lišit od té původní, která je na 4 desetinná místa, ovšem pro další zpracování je přesnost na 2 desetinná místa více než dostatečná.

Medián

Značí se $Med(x)$ a je to hodnota, která se nachází v polovině vzestupně seřazeného souboru dat. Tento seřazený soubor dat pak dělí na dvě stejně velké části.

Pokud má soubor lichý počet hodnot, pak se medián vypočítá ze vztahu

$Med(x) = x_{\frac{n}{2}}$, tedy hodnota nacházející se uprostřed souboru dat.

Jestliže má soubor sudý počet hodnot, vypočítá se medián ze vztahu

$Med(x) = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$, tedy aritmetický průměr hodnot nacházejících se v polovině souboru dat.

Pro výpočet mediánu v programu MS Excel je nutné do prázdné buňky zadat funkci „=MEDIAN(A1703:W64345)“.

Variační koeficient

Značí se v_x a jedná se o míru kvality průměru, což je podíl směrodatné odchylky a aritmetického průměru vyjádřený v procentech.

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \cdot 100$$

Na základě velmi hrubého pravidla prozrazuje variační koeficient s hodnotami vyššími než 50 % silnou nesourodost statistického souboru dat. To znamená, že použití aritmetického průměru je již na hranici oprávněnosti.

Ze statistického rozboru dat byly získány tyto údaje:

Veličina	Hodnota
Minimum	6,65 au
Maximum	0,01 au
Aritmetický průměr	2,06 au
Směrodatná odchylka	1,01 au
Variační koeficient	49 %
Modus	1,72 au
Medián	1,95 au

Tab. 2: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018

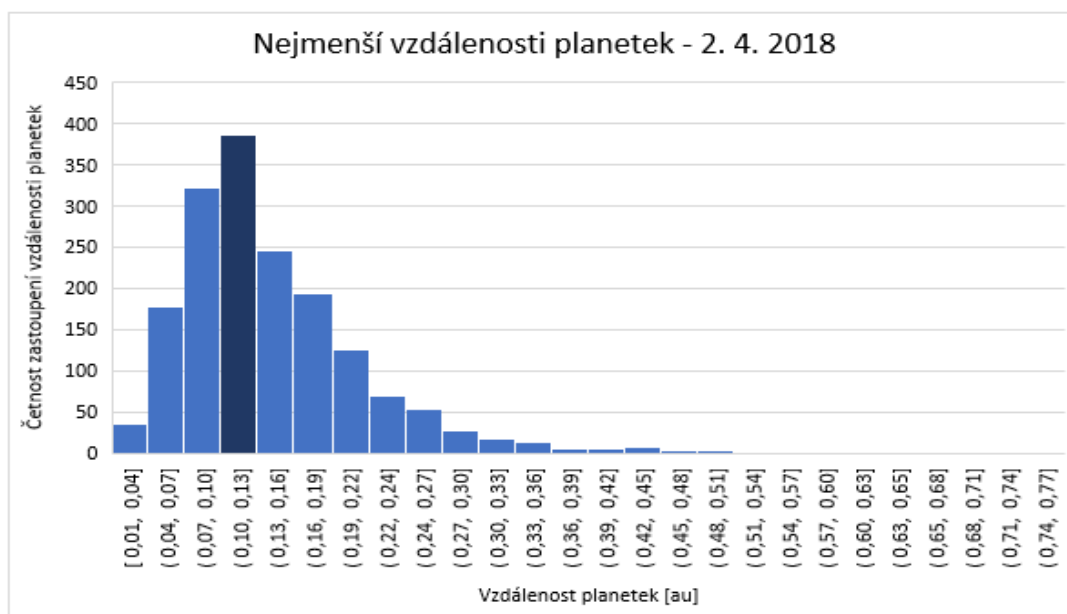
Dne 2. 4. 2018 byla průměrná vzájemná vzdálenost planetek $2,06 \text{ au} \pm 1,01 \text{ au}$, je ovšem nutné přihlídnout k hodnotě variačního koeficientu, který dosahuje téměř hodnoty, která vypovídá o nesourodosti souboru dat. Maximální zjištěná vzdálenost byla 6,6526 au, která odpovídala vzdálenostem planetek (133862) 2004 BR38 a (213180) 2000 SD173. Tato vzdálenost je srovnatelná se vzdáleností Země od Jupiteru, pokud se každý z objektů nachází na opačné straně od Slunce. Naopak minimální vzdálenost 0,0104 au byla nalezena pro planetky (184985) 2006 CC51 a (187470) 2006 BH59. Minimální vzdálenost mezi planetkami odpovídá čtyřnásobku vzdálenosti Měsíce od Země.

- Nejmenší vzdálenosti planetek ke dni 2. 4. 2018

Při výběru této možnosti se do výstupního souboru vygenerují data, která obsahují pouze nejmenší vzdálenosti planetek v předem vymezené oblasti. Soubor získáme tak, že u „analyzovat vzdálenosti“ vybereme volbu „nejmenší“.

Výsledný soubor je při této volbě podstatně menší, bez omezení oblasti 300 kiB, s omezením oblasti bude mít okolo 100 kiB.

Při otevření dat v MS Excel jsou v řádcích 3 až 1700 uvedena číselná označení planetek a jejich souřadnice v prostoru. Od řádku 1704 až po řádek 3400 je ve sloupci A uvedena nejmenší vzájemná vzdálenost planetek v au a ve sloupci C číselné označení planetek, kterým daná nejmenší vzájemná vzdálenost odpovídá.



Graf 2: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018

V grafu 2 je opět zvýrazněn sloupec, který vyjadřuje rozmezí vzdáleností, které se ve statistickém souboru dat nejčastěji vyskytují. V tomto případě je to rozmezí 0,10 až 0,13 au.

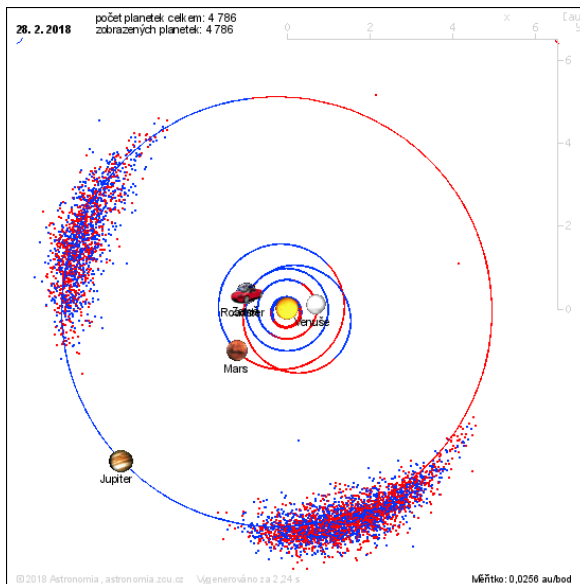
Ze statistického rozboru dat byly získány tyto údaje:

Veličina	Hodnota
Minimum	0,01 au
Maximum	0,77 au
Aritmetický průměr	0,14 au
Směrodatná odchylka	0,08 au
Variační koeficient	57 %
Modus	0,10 au
Medián	0,12 au

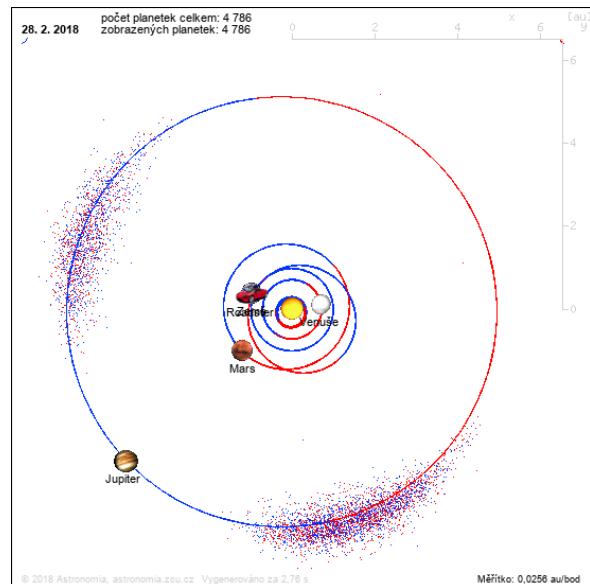
Tab. 3: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018

Pro situaci v libračním bodě L_5 ze dne 2. 4. 2018 byla průměrná vzdálenost planetek 0,14 au \pm 0,08 au, variační koeficient ovšem ukazuje na nesourodost analyzovaných dat.

Na obr. 2 jsou jednotlivé planety v obou libračních bodech graficky znázorněny velmi blízko sebe. Jejich průměrná hodnota minimálních vzdáleností je však 20 milionů km, takže může působit zavádějícím způsobem. Zejména při použití ukázek ve škole je nutné, aby učitel na tento fakt žáky upozornil. Toto je způsobeno tím, že planety je nutné na obrázek nějak graficky znázornit a není snadné (někdy ani možné, jako v tomto případě) dodržet stejné měřítko u vzdáleností a zároveň velikostí vesmírných těles. U obr. 2 je jedna planeta znázorněna čtvercem o velikosti 2x2 pixely. Použití menší velikosti (např. 1x1 pixel) by nebylo příznivé, protože by se zase začala ztrácet rozlišitelnost barvy jednotlivých planetek, jak je vidět např. na obrázcích 3 a 4. Barva čtverce planety odpovídá umístění planety nad nebo pod ekliptikou.



Obr. 3: Znárodnění planety čtvercem o velikosti 2x2 pixely



Obr. 4: znárodnění planety čtvercem o velikosti 1x1 pixel

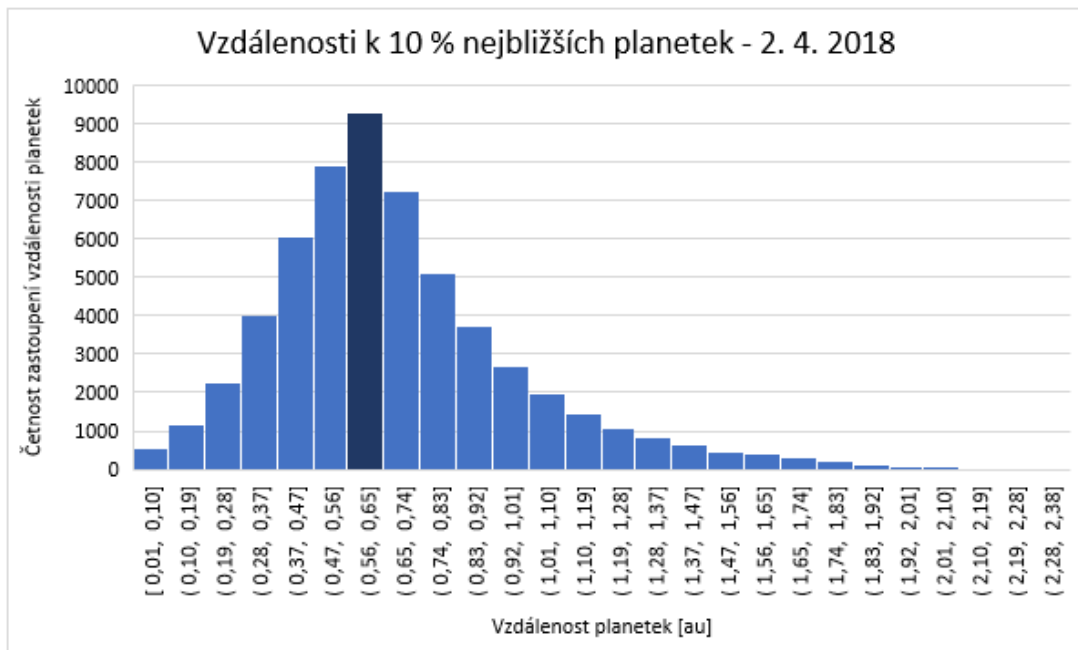
- Vzdálenost planetek k 10 % nejbližších planetek ke dni 2. 4. 2018

Při výběru této možnosti se vygenerují data, ve kterých budou obsaženy pouze vzdálenosti od každé planety k 10 % nejbližších planetek. Soubor získáme tak, že u „analyzovat vzdálenosti“ vybereme volbu „10 % nejbližších“.

Velikost výsledného souboru je opět relativně velká (bez omezení oblasti vychází pro Jupiterovi Trojány okolo 50 MiB, s omezením oblasti na planety v libračním bodě L₅ na necelých 6 MiB).

Při otevření dat v MS Excel jsou v řádcích 3 až 1700 uvedeny číselné označení planetek a jejich prostorové souřadnice. Od řádku 1704 až po řádek 59 401 jsou ve sloupci A až E

uvedeny vzdálenosti planetek v au a ve sloupcích G až L číselné označení planetek, kterým daná vzdálenost odpovídá.



Graf 3: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližších planetek pro librační bod L₅ pro 2. 4. 2018

Nejčastější vzdálenost k nejbližším planetkám se v histogramu nachází v rozmezí 0,56 au až 0,65 au.

Ze statistického rozboru dat byly získány tyto údaje:

Veličina	Hodnota
Minimum	0,01 au
Maximum	2,40 au
Aritmetický průměr	0,69 au
Směrodatná odchylka	0,32 au
Variační koeficient	46 %
Modus	0,65 au
Medián	0,63 au

Tab. 4: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L₅ pro 2. 4. 2018

Pro data ze dne 2. 4. 2018 byla vzdálenost k 10 % nejbližších planetek 0,69 au ± 0,32 au.

- Odhad vzdálenosti přes objem a počet planetek

Vzájemnou vzdálenost určité skupiny planetek lze odhadnout pomocí výpočtu objemu, který daná skupina planetek zaujímá, a počtu planetek ve skupině.

Metodu odhad je možné rozdělit do několika dílčích kroků:

- 1) Soubor dat ze stránek Astronomia obsahuje i prostorové souřadnice planetek k danému datu. Pomocí excelových funkcí „MAX(rozsah buněk)“ a „MIN(rozsah buněk)“ získáme maximální a minimální hodnotu (souřadnice) na jednotlivých osách x, y a z.

Osa	Minimální hodnota na ose [au] min	Maximální hodnota na ose [au] max
x	-6,15	-3,11
y	-1,76	4,50
z	-2,78	3,43

Tab. 5: Minimální a maximální hodnoty prostorových souřadnic planetek pro librační bod L₅ pro 2. 4. 2018

- 2) Absolutní hodnota rozdílu minimální hodnoty a maximální hodnoty odpovídá rozměrům prostoru, ve kterém se planetky nacházejí, tzn. $a = |min_x - max_x|$, $b = |min_y - max_y|$ a $c = |min_z - max_z|$. Tento prostor má tvar kvádrů o stranách:

Osa	Strana kvádrů [au]	
x	a	3,03
y	b	6,27
z	c	6,21

Tab. 6: Strany kvádrů pro librační bod L₅ pro 2. 4. 2018

- 3) Objem prostoru, který planetky zaujímají, vypočítáme ze vztahu: $V = a \cdot b \cdot c$.

Pokud takto zjištěný objem kvádrů obepínající prostor okolo planetek vydělíme právě počtem planetek, v mém případě $n = 1698$, získáme objem krychle, která odpovídá prostoru připadajícímu na jednu planetku.

$$V_k = \frac{V}{n}$$

Odhad vzájemné vzdálenosti planetek nakonec vypočítáme jako stranu této „planetkové“ krychle.

Objem krychle: $V_k = d^3$

Odhad vzdálenosti planetek (strana krychle): $d = \sqrt[3]{V_k}$

Objem prostoru, který zaujímají všechny planety ve skupině – V [au ³]	118
Počet planetek – n	1698
Objem, který zaujímá jedna planetka – V_k [au ³]	0,07
Strana krychle, která odpovídá prostoru okolo jedné planetky – d [au]	0,41

Tab. 7: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018

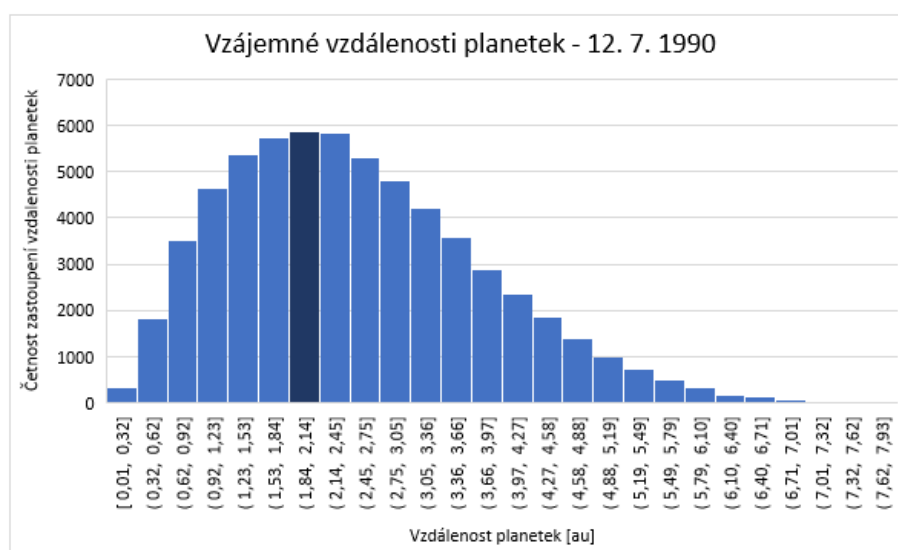
Aritmetický průměr vzájemných vzdáleností k 10 % nejbližších planetek byl $0,69 \text{ au} \pm 0,32 \text{ au}$. Z odhadu průměrné vzdálenosti mezi planetkami přes objem byla získána hodnota $0,41 \text{ au}$, tedy hodnota srovnatelná s aritmetickým průměrem získaným analýzou vzájemných vzdáleností 10 % nejbližších planetek. Jak je vidět na obrázcích 2, 3 a 4, planety nejsou v prostoru rozmístěny rovnoměrně, proto je překvapivé, že výsledky získané odhadem a přesnějším výpočtem jsou srovnatelné.

STATISTICKÝ ROZBOR DAT PRO DEN 12. 7. 1990

Činit závěry z jednoho postavení planetek ve sluneční soustavě by nebylo vhodné, proto jsem situaci analyzovala obdobným způsobem pro jiný den. Pro další rozbor jsem si zvolila datum 12. 7. 1990, což je pro mě významný den.

Opět bylo nutné omezit oblast pouze na jeden librační bod. Osu x jsem pro zvolený datum omezila na „od $-2,00 \text{ au}$ “ a osu y „od $-1,5 \text{ au}$ “. Zobrazilo se celkem 1697 planetek, které jsem podrobila analýze vzdálenosti.

- Vzájemné vzdálenosti planetek ke dni 12. 7. 1990

Graf 4: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Nejčastější vzájemná vzdálenost planetek se v histogramu nachází v rozmezí 0,56 au až 0,65 au.

Ze statistického rozboru dat byly získány tyto údaje:

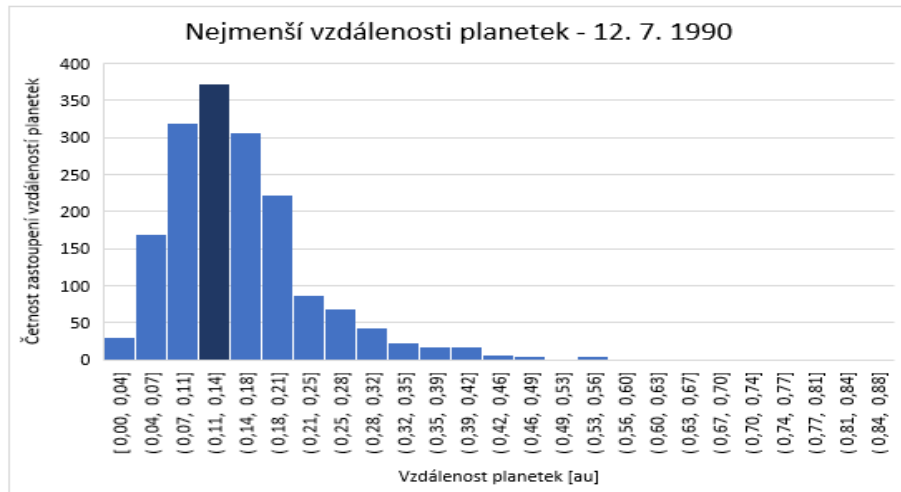
Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	8,72 au
Aritmetický průměr	2,51 au
Směrodatná odchylka	1,28 au
Variační koeficient	51 %
Modus	1,95 au
Medián	2,35 au

Tab. 8: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Dne 12. 7. 1990 byla průměrná vzájemná vzdálenost planetek $2,51 \pm 1,28$ au. Tento interval je opět nutné brát s jistou rezervou s ohledem na hodnotu variačního intervalu.

Maximální zjištěná vzdálenost byla 8,72 au, která odpovídala vzdálenostem planetek (151883) 2003 WQ25 a (288282) 2004 AH4. Tato vzdálenost je srovnatelná se vzdáleností planety Saturn od Slunce v přísluní (9 au). Naopak minimální vzdálenost mezi planetkami o velikosti 0,003 au byla nalezena pro planetky (239903) 2000 SF129 a (420285) 2011 QR47. Tato vzdálenost je zase srovnatelná se vzdáleností Měsíce od Země, pokud se Měsíc nachází v odzemí (405 000 km). Za zmínku stojí ještě připomenout, že ani jedna z výše uvedených planetek nebyla v roce 1990 známa. Tehdy bylo očíslováno pouze 16 000 planetek. To ovšem na situaci nic výrazně nemění, protože planetky objevené po roce 1991 ve sluneční soustavě byly, pouze jsme o nich nevěděli.

- Nejmenší vzdálenosti planetek ke dni 12. 7. 1990



Graf 5: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

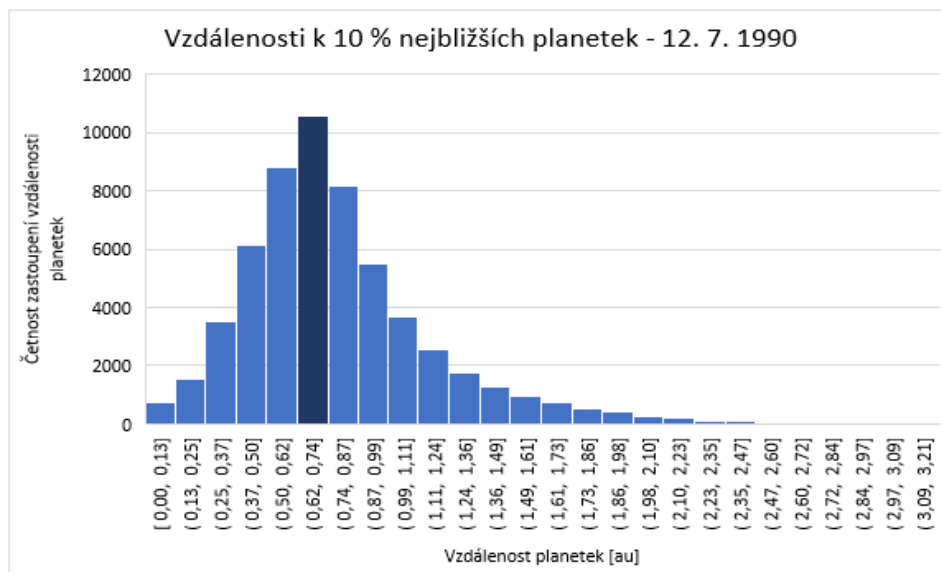
Nejčastěji se vyskytující vzdálenost planetek je dle Grafu 5 v rozmezí 0,11 au až 0,14 au.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	0,86 au
Aritmetický průměr	0,15 au
Směrodatná odchylka	0,08 au
Variační koeficient	53 %
Modus	0,14 au
Medián	0,14 au

Tab. 9: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Dne 12. 7. 1990 byla průměrná nejmenší vzdálenost planetek 0,15 au \pm 0,08 au.

- Vzdálenosti planetek k 10 % nejbližších planetek ke dni 12. 7. 1990



Graf 6: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližších planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Nejčastěji se vyskytující vzdálenost planetek je dle Grafu 6 v rozmezí 0,62 au až 0,74 au.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	3,24 au
Aritmetický průměr	0,80 au
Směrodatná odchylka	0,38 au
Variační koeficient	48 %
Modus	0,63 au
Medián	0,72 au

Tab. 10: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Průměrná vzdálenost k 10 % nejbližších planetek je 0,80 au \pm 0,38 au.

Odhad vzdálenosti přes objem prostoru, který planetka zabírá:

Minimální a maximální hodnoty na osách:

Osa	Minimální hodnota na ose [au] <i>min</i>	Maximální hodnota na ose [au] <i>max</i>
x	-0,96	5,31
y	-0,86	5,78
z	-3,03	3,01

Tab. 11: Minimální a maximální hodnoty prostorových souřadnic planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Rozměry prostoru, který planetky zaujímají:

Osa	Strany kvádrů [au]	
x	a	6,28
y	b	6,64
z	c	6,04

Tab. 12: Strany kvádrů pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Objem prostoru, který zaujímají všechny planetky ve skupině [au ³]	252
Počet planetek ve skupině	1697
Objem, který zaujímá jedna planetka [au ³]	0,15
Strana krychle, která odpovídá prostoru okolo jedné planetky [au]	0,53

Tab. 13: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990

Průměrná vzdálenost k 10 % nejbližších planetek byla 0,80 au \pm 0,38 au. Vzdálenost planetek z hlediska objemu je 0,53 au, což je opět srovnatelné s průměrnou vzdáleností.

- Srovnání

Typ analýzy	2. dubna 2018	12. července 1990
Vzájemné vzdálenosti planetek	2,06 au ± 1,01 au	2,51 au ± 1,28 au
Vzdálenost k 10 % nejbližších planetek	0,69 au ± 0,32 au	0,80 au ± 0,38 au
Nejmenší vzdálenost planetek	0,14 au ± 0,08 au	0,15 au ± 0,08 au
Vzájemné vzdálenosti planetek přes objem	0,41 au	0,53 au

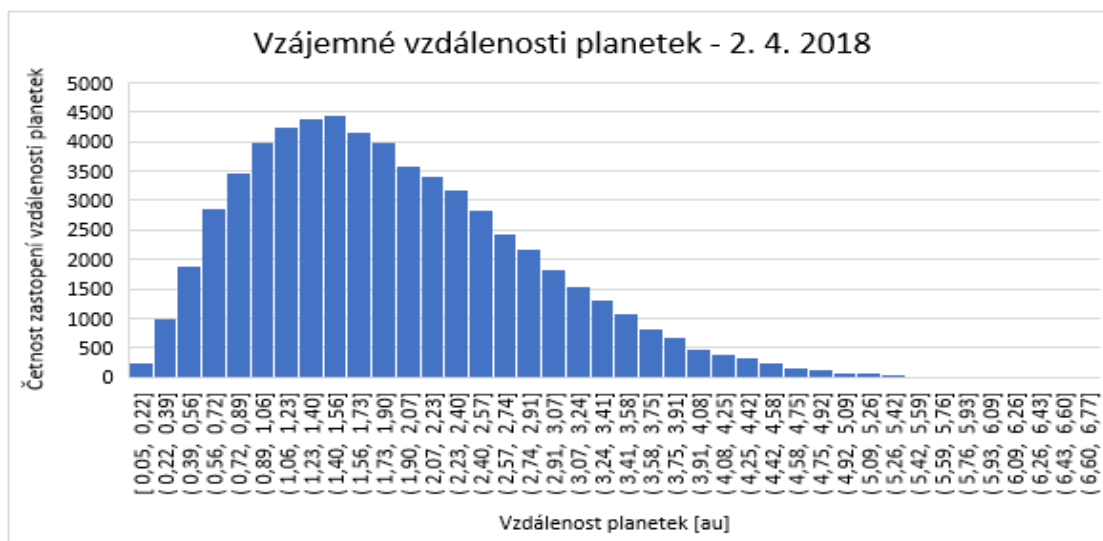
Tab. 14: Srovnání analýz vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018 a 12. 7. 1990

Z tab. 14 plyne, že výsledné hodnoty vzájemných vzdáleností jedné skupiny planetek jsou pro různé typy analýz pro obě data srovnatelná. Průměrná vzdálenost mezi planetkami v libračním bodě L_5 systému Slunce–Jupiter činí 0,7 au ± 0,4 au. Planetky jsou v této skupině od sebe ve srovnatelné vzdálenosti, jako je Venuše od Slunce. Tento závěr by sice bylo možné podložit statistickými metodami používanými pro zjištění statisticky významného rozdílu v souboru dat, nicméně toto by přesahovalo původní záměr o použitelnosti tohoto materiálu na úrovni střední školy.

2.1.2 STATISTICKÝ ROZBOR VZDÁLENOSTÍ PLANETEK PŘEDCHÁZĚJÍCÍCH JUPITER

V této části byl proveden obdobný rozbor jako v předcházející podkapitole, ale tentokrát pro skupinu planetek, které Jupiter předcházejí, tzn. v libračním bodě L_4 . Na obr. 2 je to skupina planetek zobrazená vpravo. Opět byla zkoumána data jak pro 2. 4. 2018, tak i pro 12. 7. 1990. Pro získání dat je znovu nutné omezit prostor, ve kterém se planetky nacházejí. Hodnota osy x je omezena na „od -2,5 au“ a hodnota osy y na „do -1,0 au“. Zobrazilo se celkem 3123 planetek, což je téměř dvojnásobek počtu planetek, které se nacházejí v libračním bodě L_5 .

- Vzájemné vzdálenosti planetek ke dni 2. 4. 2018

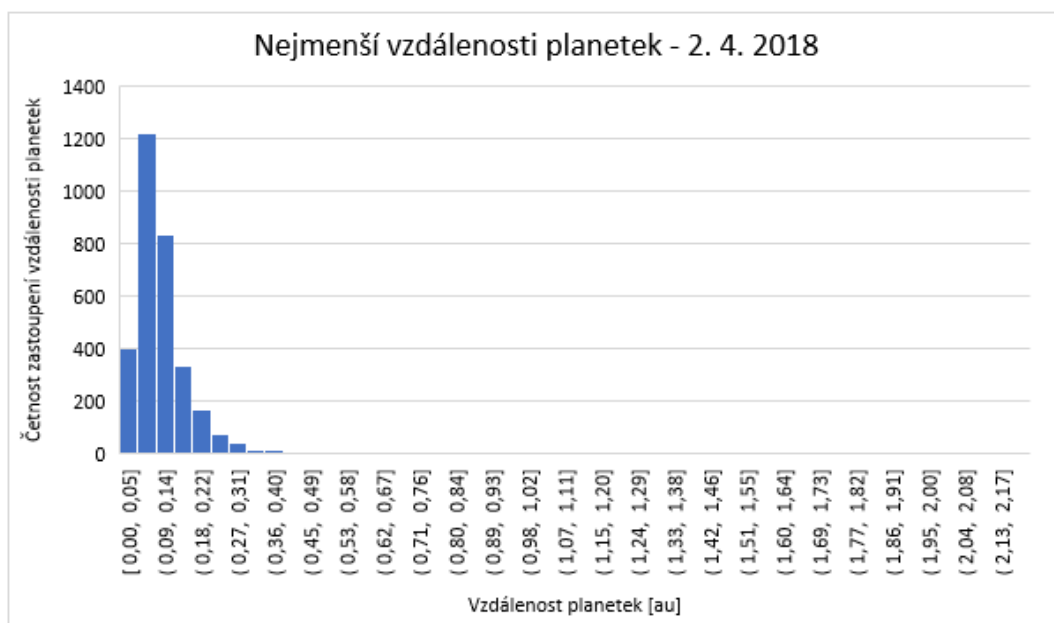
Graf 7: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	7,94 au
Aritmetický průměr	1,87 au
Směrodatná odchylka	0,96 au
Variační koeficient	51 %
Modus	1,37 au
Medián	1,74 au

Tab. 15: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Dne 2. 4. 2018 byla průměrná vzájemná vzdálenost planetek 1,87 au \pm 0,96 au. Maximální zjištěná vzdálenost byla 7,936 au, která odpovídala vzdálenostem planetek (83983) 2002 GE39 a (468694) 2009 UZ114. Naopak minimální vzdálenost 0,003 au byla nalezena pro planetky (296671) 2009 SP170 a (356255) 2009 UP120.

- Nejmenší vzdálenost planetek ke dni 2. 4. 2018

Graf 8: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

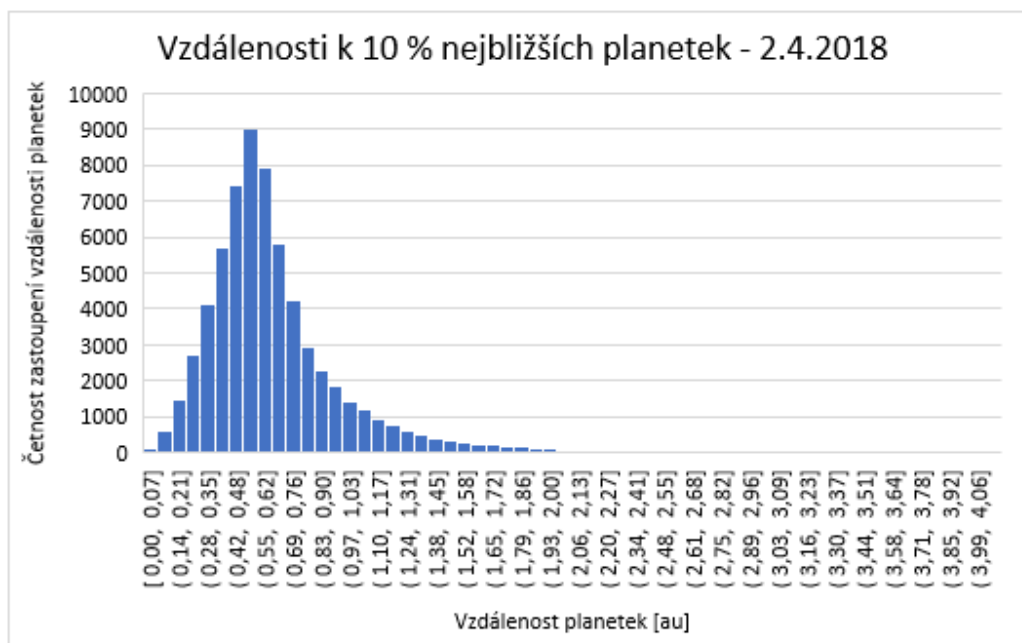
V tomto histogramu již není zvýrazněno rozmezí vzdáleností s největší četností. Množství planetek je téměř dvojnásobné oproti skupině, která Jupiter následuje a při vytvoření grafu v MS Excel pro tato data měl graf 123 intervalů na ose x, byl tedy poměrně nepřehledný. Proto jsem upravila rozsah a histogram je pouze orientační.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	2,22 au
Aritmetický průměr	0,11 au
Směrodatná odchylka	0,08 au
Variační koeficient	72 %
Modus	0,05 au
Medián	0,09 au

Tab. 16: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Dne 2. 4. 2018 byla průměrná nejmenší vzdálenost planetek 0,11 au \pm 0,8 au, je nutné ovšem upozornit na výraznou hodnotu variačního koeficientu.

- Vzdálenosti planetek k 10 % planetek ke dni 2. 4. 2018



Graf 9: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližších planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Stejně jako v Graf 8 i zde není uvedeno rozmezí vzdáleností s největší četností.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,003 au
Maximum	4,15 au
Aritmetický průměr	0,62 au
Směrodatná odchylka	0,33 au
Variační koeficient	53 %
Modus	0,55 au
Medián	0,56 au

Tab. 17: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Průměrná vzdálenost k 10 % nejbližších planetek je $0,62 \text{ au} \pm 0,33 \text{ au}$.

Výpočet vzdálenosti přes objem prostoru, který planetka zaujímá:

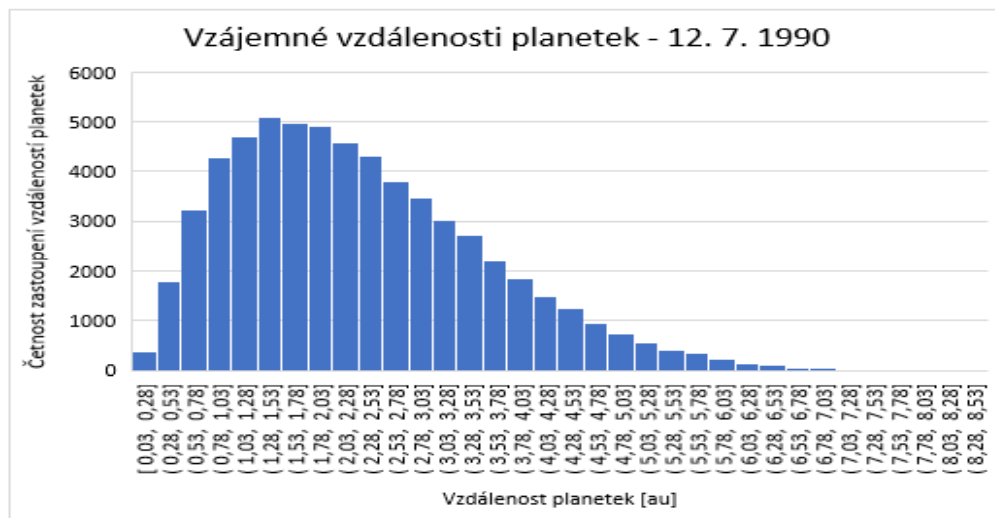
Objem prostoru, který zaujímají všechny planetky ve skupině [au^3]	182
Počet planetek	3123
Objem, který zaujímá jedna planetka [au^3]	0,06
Strana krychle, která odpovídá prostoru okolo jedné planetky [au]	0,39

Tab. 18: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018

Vzdálenost planetek z hlediska objemu je 0,39 au, což je srovnatelný výsledek s průměrnou vzdáleností k 10 % nejbližších planetek, která byla $0,62 \text{ au} \pm 0,33 \text{ au}$.

STATISTICKÝ ROZBOR DAT PRO DEN 12. 7. 1990

- Vzájemné vzdálenosti planetek ke dni 12. 7. 1990



Graf 10: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990

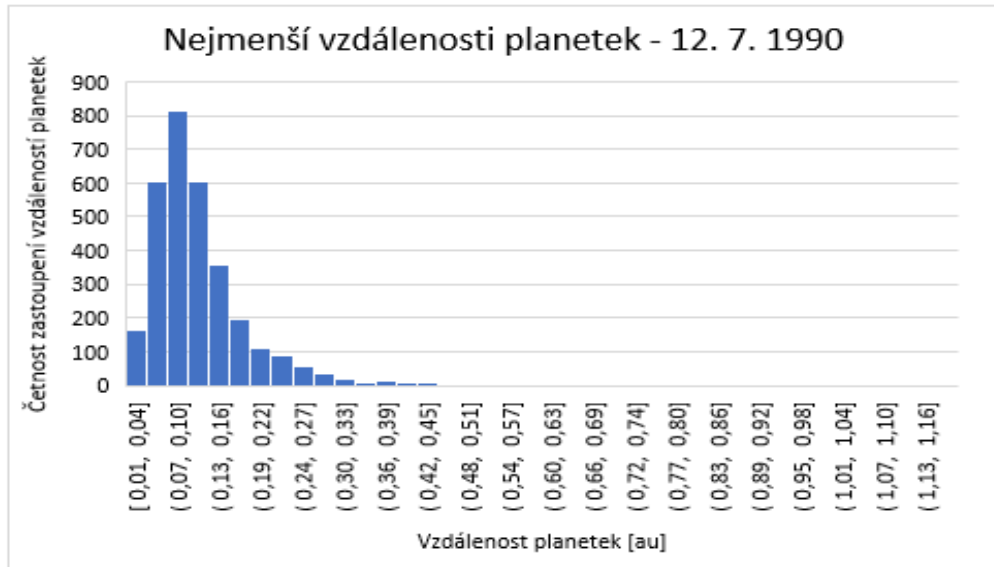
V histogramu Graf 10 je znovu patrné Weibullovo rozdělení, nicméně opět kvůli velkému objemu dat a mnoha intervalům rozdělení není možné zvýraznit interval vzdáleností s největší četností.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,01 au
Maximum	8,69 au
Aritmetický průměr	2,31 au
Směrodatná odchylka	1,27 au
Variační koeficient	55 %
Modus	1,12 au
Medián	2,11 au

Tab. 19: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990

Dne 12. 7. 1990 byla průměrná vzájemná vzdálenost planetek $2,31 \text{ au} \pm 1,27 \text{ au}$. Maximální zjištěná vzdálenost byla $8,69 \text{ au}$, která odpovídala vzdálenostem planetek (67065) 1999 XW261 a (356897) 2011 YQ28. Naopak minimální vzdálenost $0,01 \text{ au}$ byla nalezena pro planetky (56355) 2000 AX130 a (315956) 2008 UJ9.

- Nejmenší vzdálenost planetek ke dni 12. 7. 1990



Graf 11: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990

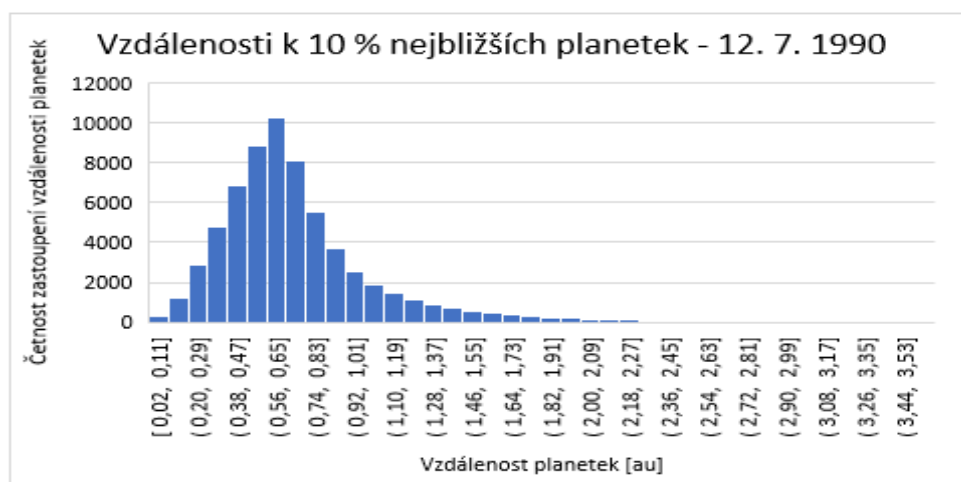
Stejně jako v celé této části, zde není možné uvést interval vzdálenosti s největší četností.

Veličina	Hodnota
Minimum	0,01 au
Maximum	1,19 au
Aritmetický průměr	0,12 au
Směrodatná odchylka	0,08 au
Variační koeficient	67 %
Modus	0,10 au
Medián	0,10 au

Tab. 20: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990

Dne 12. 7. 1990 byla průměrná nejmenší vzdálenost planetek $0,12 \text{ au} \pm 0,08 \text{ au}$.

- Vzdálenosti planetek k 10 % nejbližších planetek ke dni 12. 7. 1990



Graf 12: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližších planetek pro librační bod L₄ pro 12. 7. 1990

Veličina	Hodnota
Minimum	0,01au
Maximum	3,58 au
Aritmetický průměr	0,69 au
Směrodatná odchylka	0,37 au
Variační koeficient	54 %
Modus	0,58 au
Medián	0,62 au

Tab. 21: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L₄ pro 12. 7. 1990

Objem prostoru, který zaujímají všechny planety ve skupině [au ³]	185
Počet planetek ve skupině	3124
Objem, který zaujímá jedna planetka [au ³]	0,06
Strana krychle, která odpovídá prostoru okolo jedné planetky [au]	0,39

Tab. 22: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L₄

Dne 12. 7. 1990 byla průměrná vzdálenost planetek k 10 % nejbližších planetek 0,69 au ± 0,37 au. Ve srovnání s hodnotou zjištěnou přes výpočet objemu prostoru pro jednu planetku, jsou zjištěné hodnoty srovnatelné.

- Srovnání

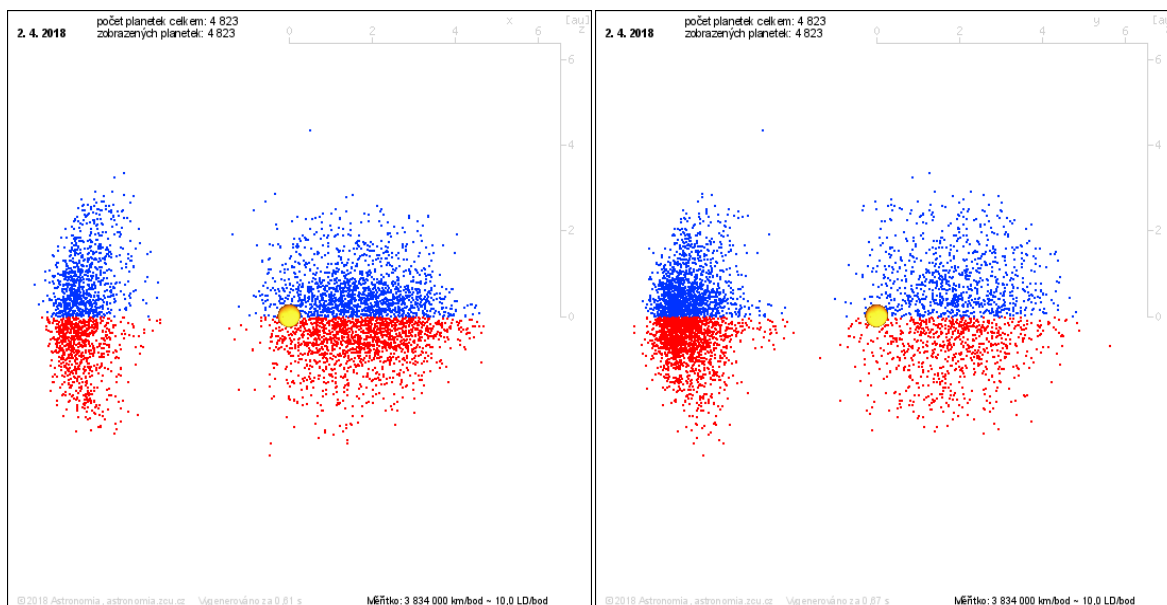
Typ analýzy	2. dubna 2018	12. července 1990
Vzájemné vzdálenosti planetek	1,87 au ± 0,96 au	2,31 au ± 1,27 au
Vzdálenost k 10 % nejbližších planetek	0,62 au ± 0,33 au	0,69 au ± 0,37 au
Nejmenší vzdálenost planetek	0,11 au ± 0,80 au	0,12 au ± 0,08 au
Vzájemné vzdálenosti planetek přes objem	0,39 au	0,39 au

Tab. 23 Srovnání analýz vzdáleností pro librační bod L₄ pro 2. 4. 2018 a 12. 7. 1990

Z tab. 23 je patrné, že i pro druhou skupinu planetek jsou vzdálenosti pro oba dny srovnatelné.

Nutno podotknout, že některé uvedené údaje, výsledky či hodnoty se mohou v online aplikacích Astronomia lišit. Důvodem je pravidelná měsíční aktualizace parametrů planetek.

Na následujících obrázcích je graficky znázorněné rozložení planetek, pohledu „shora“ odpovídá obr. 2, „z boku osy x“ odpovídá obr. 5 a „z boku osy y“ odpovídá obr. 6.



Obr. 6: Pohled na librační místa Jupitera z boku osy x Obr. 5: Pohled na librační místa Jupitera z boku osy y

3 PŘEDSTAVY ASTRONOMICKÝCH POZNATKŮ ŽÁKŮ GYMNÁZIA OSTROV

Průzkum pro diplomovou práci byl proveden ve dnech 13. a 15. 3. 2018 mezi žáky dvou kvint Gymnázia Ostrov. Kvinty jsou na úrovni prvního ročníku střední školy, ale v osmiletém studijním programu. Cíl průzkumu byl zaměřen na zjištění úrovně znalostí astronomických poznatků jako například představ vzdáleností ve sluneční soustavě a velikostí těles sluneční soustavy. Dotazník byl vytvořen v elektronické podobě pomocí Google formuláře²⁴.

Vyplnění proběhlo ve 3 D laboratoři na Gymnáziu Ostrov pomocí tabletů, kde každý žák měl zapůjčen svůj tablet a mohl samostatně vyplnit anonymní dotazník.



Obr. 7: Žáci při vyplňování dotazníku

²⁴ Dostupný na adrese:

<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSera2LxtC6a3KN5CFG0YGBARUZFsqCFeeKuQergiTUSRP0ahQ/viewform>

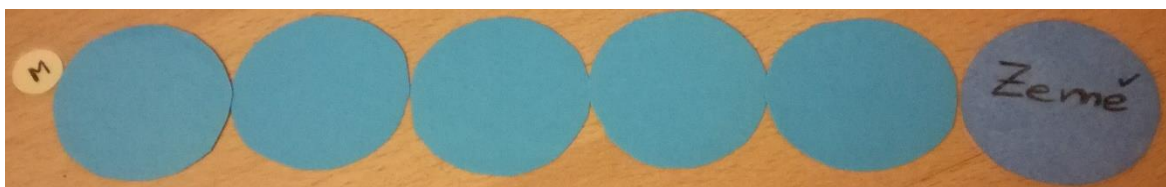
Celkem se průzkumu zúčastnilo 47 žáků. Po odeslání vyplněných dotazníků následovala didaktická část. S žáky byla provedena diskuze nad odpověďmi u jednotlivých otázek a za pomoci několika pomůcek upevněna správná představa. V následující části této práce budou rozebrány výsledky výzkumu.

3.1 VZDÁLENOST ZEMĚ A MĚSÍCE

Na stole ležela modrá Země a žlutý Měsíc, které byly ve správném měřítku velikostí. Úkol žáků byl, aby zkusily odhadnout, jak daleko je Měsíc od Země a položit ho do správné vzdálenosti. Následně vybrat z uvedených možností, kolikrát by se Země vešla do vzdálenosti Země–Měsíc. K výběru odpovědi žákům pomohla modrá kolečka ve velikosti Země. Stačilo je naskládat mezi Zemí a Měsíc a následně je spočítat.



Graf 13: Grafické znázornění odpovědí na otázku Vzdálenost Země a Měsíce



Obr. 8: Pomůcka u otázky Vzdálenost Země a Měsíce

Někteří žáci využili návodu a pomocí koleček vyplnili svůj odhad vzdálenosti. Jiní pouze přišli k pomůcce a odpověď vyplnili. Jak je vidět z výše uvedeného grafu 13, správnou vzdálenost zvolil pouze jeden ze žáků. S největší četností se objevila odpověď, že Země se do vzdálenosti Země–Měsíc vejde 12x. Z rozboru této otázky vyplývá, že více než 82 %

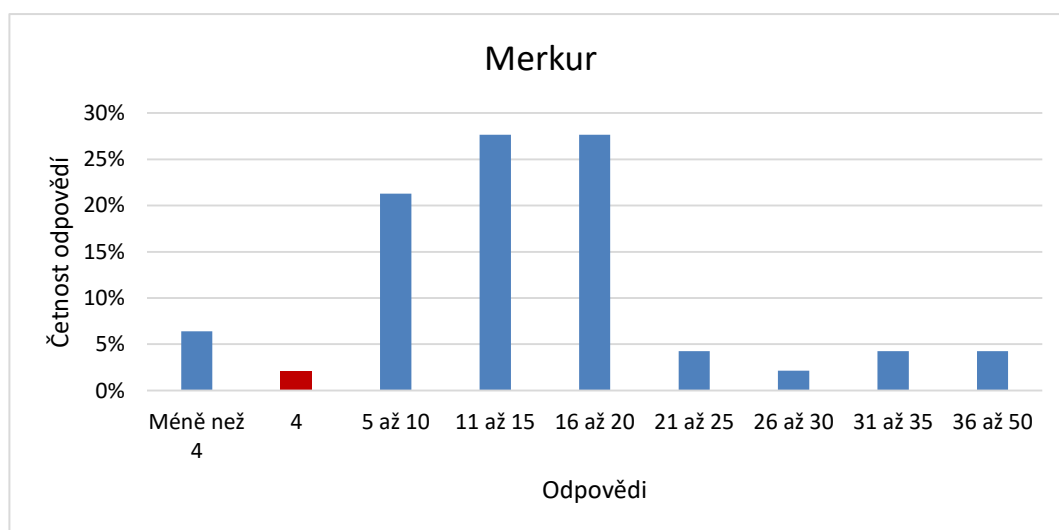
žáků má představu, že Měsíc se u Země nachází maximálně do poloviny skutečné vzdálenosti. Důvodem této miskoncepce mohou být i graficky upravené obrázky Země a Měsíce.²⁵

3.2 MODEL SLUNEČNÍ SOUSTAVY

Němečtí astronomové J. D. Titius a J. E. Bode používali model sluneční soustavy, kde vzdálenosti Slunce–Saturn odpovídalo 100 dílků. Úkol pro žáky zněl: „Zkus sestavit model sluneční soustavy tak, že od Slunce budeš pokládat kartičky s názvy planet. Kartičku polož do takové vzdálenosti, ve které si myslíš, že se daná planeta nachází. K názvům planet poté zapiš, kolik dílků je podle tebe vzdálenost planeta–Slunce.“

Při realizaci této otázky byla na tabuli pověšena pomůcka. Na provázku byly navlečeny korálky, které symbolizovaly dílky. Pro představu na tabuli vysela nit se 100 dílky, která znázorňovala vzdálenost Slunce–Saturn. V návaznosti na tuto pomůcku měli žáci zapsat svůj odhad, kolik takových dílků jsou vzdáleny ostatní planety sluneční soustavy od Slunce. V následujícím textu jsou rozebrány procentuální zastoupení vzdáleností planet tak, jak žáci odpovídali. Barevně vyznačený sloupec označuje správnou odpověď.

3.2.1 MERKUR

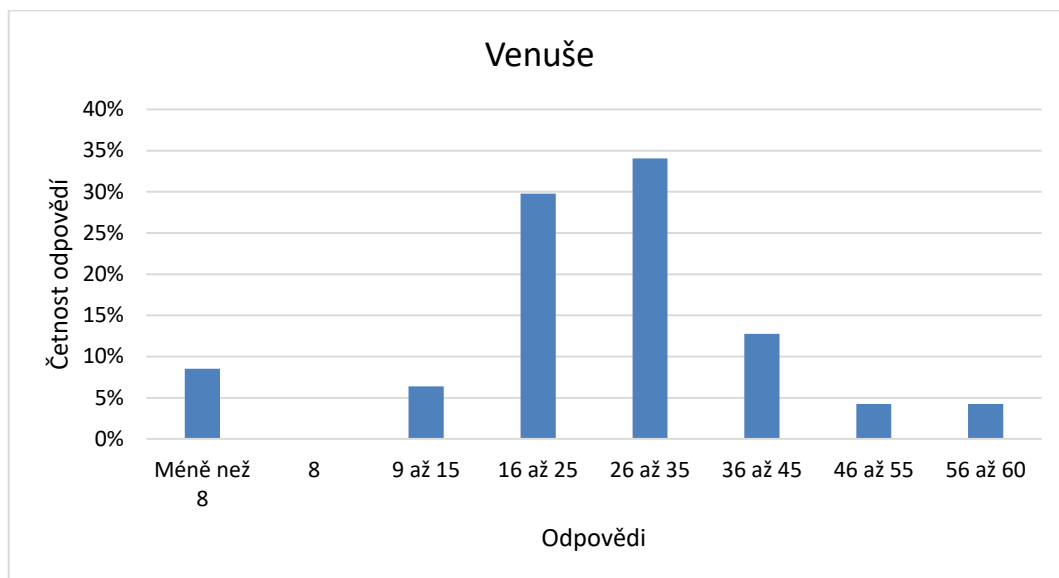


Graf 14: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Merkur

Dle výše uvedeného grafu s odpověďmi žáci předpokládali, že vzdálenost Merkuru od Slunce je v přepočtu na dílky mnohem větší než ve skutečnosti. Odhad pouze jednoho žáka byl správný. Největší četnost odpovědí byla pro vzdálenosti mezi 11 až 20 dílky.

²⁵ Např. na stánkách: <https://www.nasa.gov/image-feature/galileo-earth-and-moon>
<https://www.astrobio.net/also-in-news/tidally-locked-exoplanets-may-common-previously-thought/>

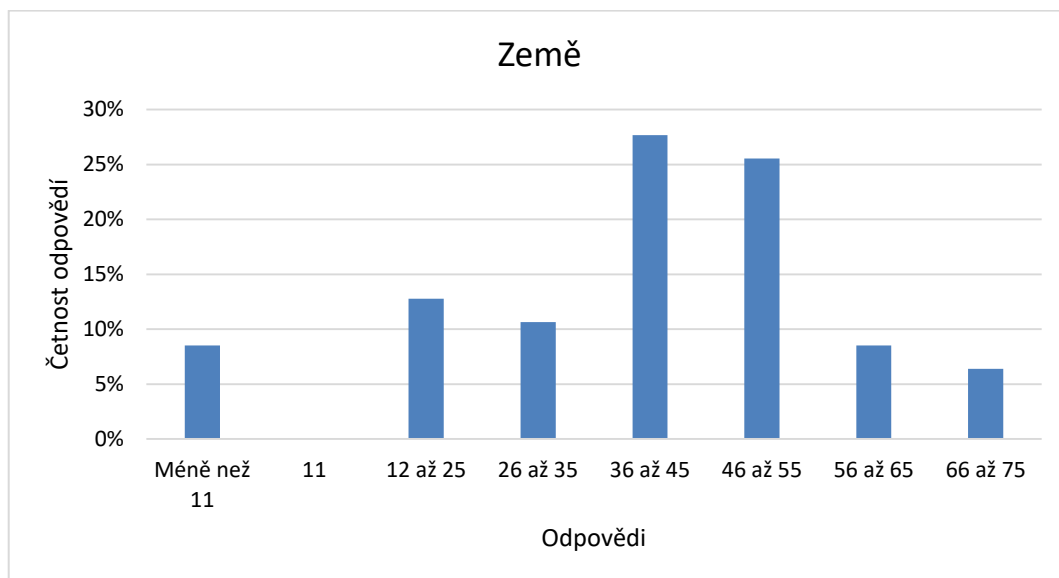
3.2.2 VENUŠE



Graf 15: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Venuše

Zde žádný ze žáků neodpověděl správně. Naopak největší četnost odpovědí byla v rozmezí 26 až 35 dílků. Znovu tedy převládá představa, že v přepočtu na dílky je Venuše mnohem dál od Slunce než ve skutečnosti.

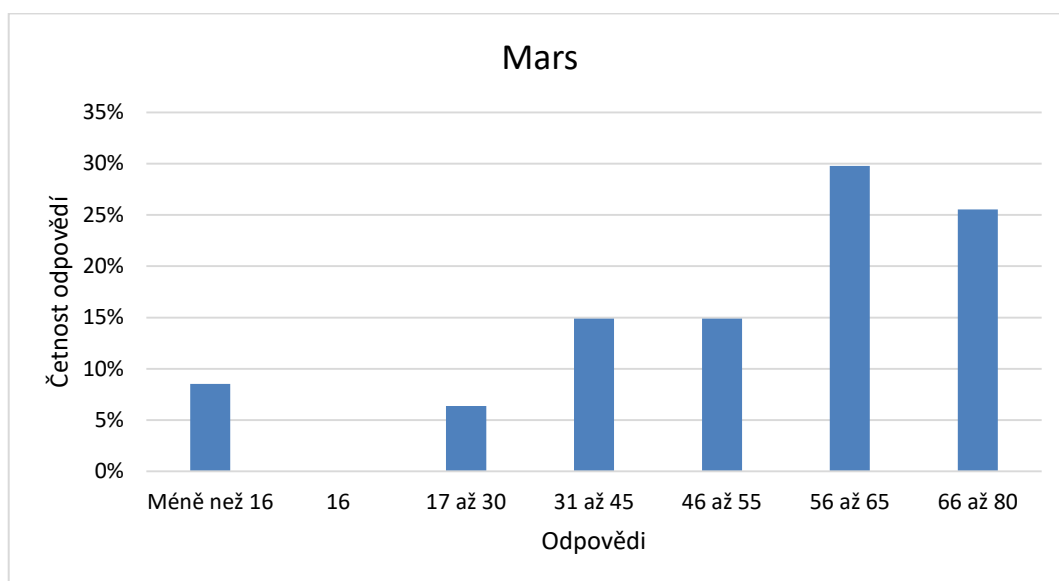
3.2.3 ZEMĚ



Graf 16: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Země

Opět žádný ze žáků neodpověděl správně. Naopak největší četnosti se pohybovaly okolo poloviny vzdálenosti Slunce–Saturn, tedy mezi 36 až 55 dílky.

3.2.4 MARS

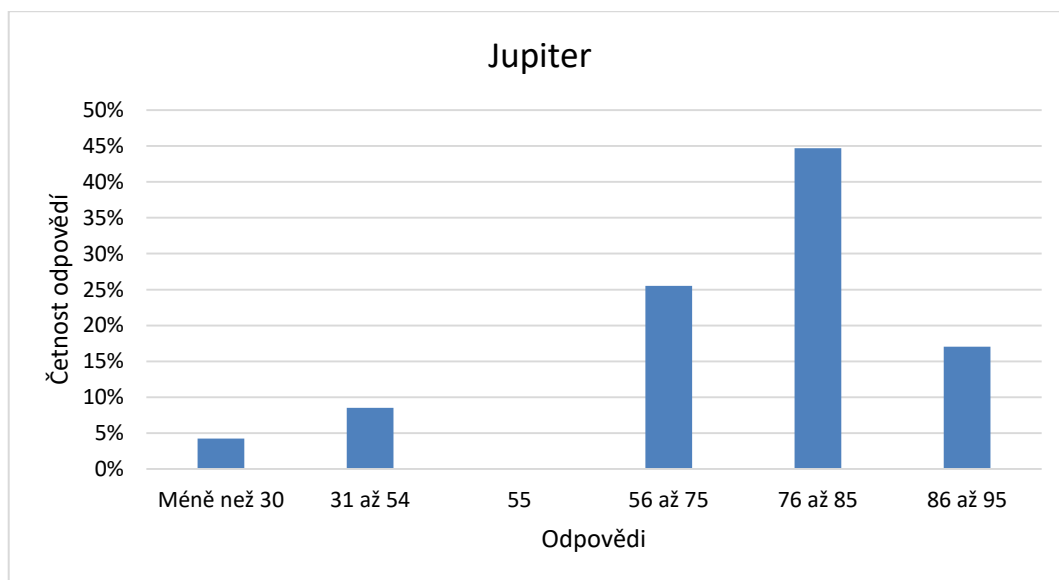


Graf 17: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Mars

Znovu žádný ze žáků neodpověděl správně. Největší četnost odpovědí se vztahuje ke vzdálenosti 56 až 65 dílků.

U terestrických neboli pevných planet sluneční soustavy mezi žáky převládá představa, že jsou od Slunce mnohem dále.

3.2.5 JUPITER

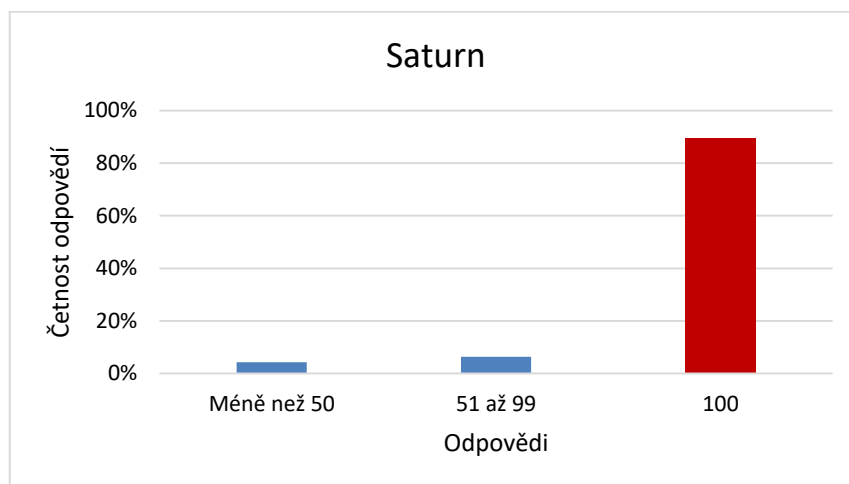


Graf 18: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Jupiter

Správně neodpověděl žádný z žáků. Největší četnost odpovědí se vyskytovala v rozmezí 76 až 85 dílků. Pokud tento závěr srovnáme s Marsem, kde nejčastější odpověď byla

v rozmezí 56 až 65 dílků, vyvstává otázka, zda žáci vědí, že mezi Marsem a Jupiterem se nachází hlavní pás planetek a zda tuto úvahu zahrnuli do svých odhadů.

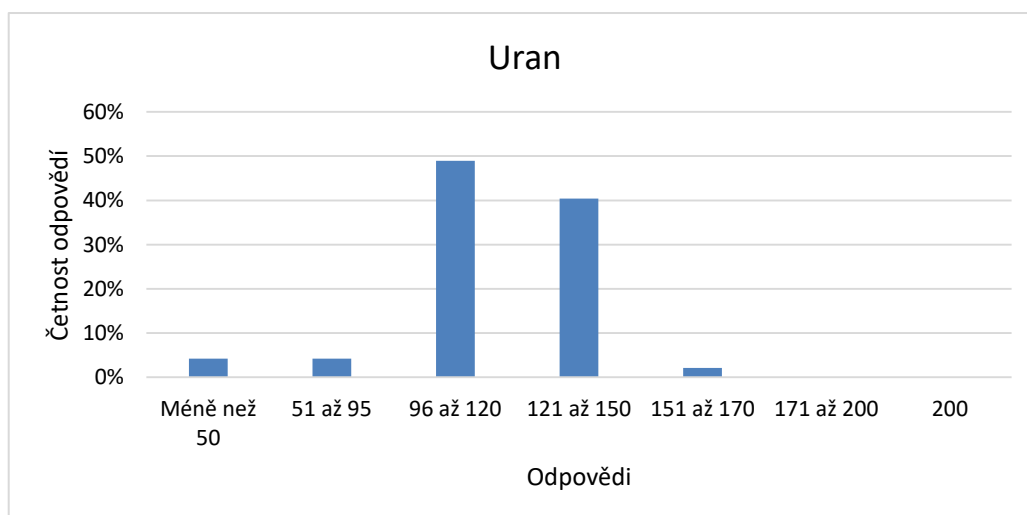
3.2.6 SATURN



Graf 19: Grafické znázornění odpověđi na otázku Model sluneční soustavy – Saturn

Část otázky týkající se Saturnu byla zařazena záměrně, aby bylo ověřeno, kolik žáků vnímá, co jim vyučující říká. Při zadávání a vysvětlování celé druhé otázky bylo několikrát zopakováno, že vzdálenost Slunce–Saturn je 100 dílků. Přesto se našlo přes 10 % žáků, kteří odpověděli jinak. Otázkou zůstává, zda volili jinou odpověď, protože nedávali pozor, nebo proto, že chtěli celý průzkum bojkotovat.

3.2.7 URAN



Graf 20: Grafické znázornění odpověđi na otázku Model sluneční soustavy – Uran

U tohoto přehledu odpověđi bylo zarážející, že kolem 8 % žáků odhadlo vzdálenost Uranu menší než 100 dílků. Vždyť seřazení planet sluneční soustavy znají děti již na nižším stupni

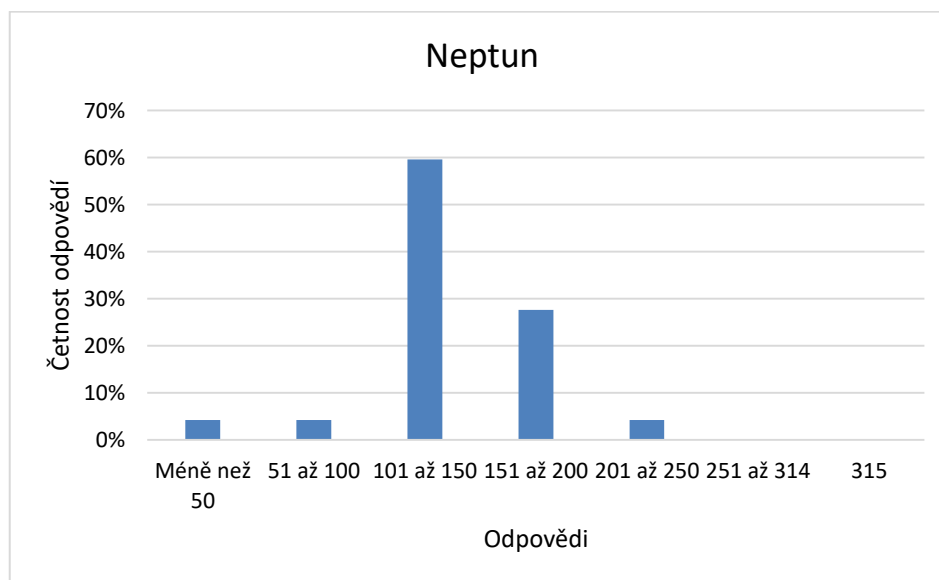
ZŠ, a proto by se v představě uspořádání sluneční soustavy Uran neměl vyskytovat před Saturnem. V souvislosti s tímto poznatkem mě napadlo vysvětlení, zda to nejsou odpovědi těch téměř 10 % žáků, kteří odpověděli špatně u vzdálenosti Saturnu. Proto jsem srovnala individuální odpovědi u těch dotazníků, kde se objevila u vzdálenosti Saturnu jiná odpověď než 100 dílků.

Srovnání individuálních odpovědí		
	Saturn	Uran
1. dotazník	15	17
2. dotazník	6	6
3. dotazník	60	80
4. dotazník	58	69

Tab. 24: Srovnání individuálních odpovědí

U prvních dvou individuálních odpovědí předpokládám, že šlo o bojkot dotazníku. Naopak odpovědi v dalších dvou dotaznících spíše vypovídají o nepozornosti při zadávání otázky. Nicméně s největší četností byla zastoupena představa vzdálenosti 96 až 120 dílků a nikoho nenapadlo, že by vzdálenost Uranu byla dvojnásobná oproti Saturnu.

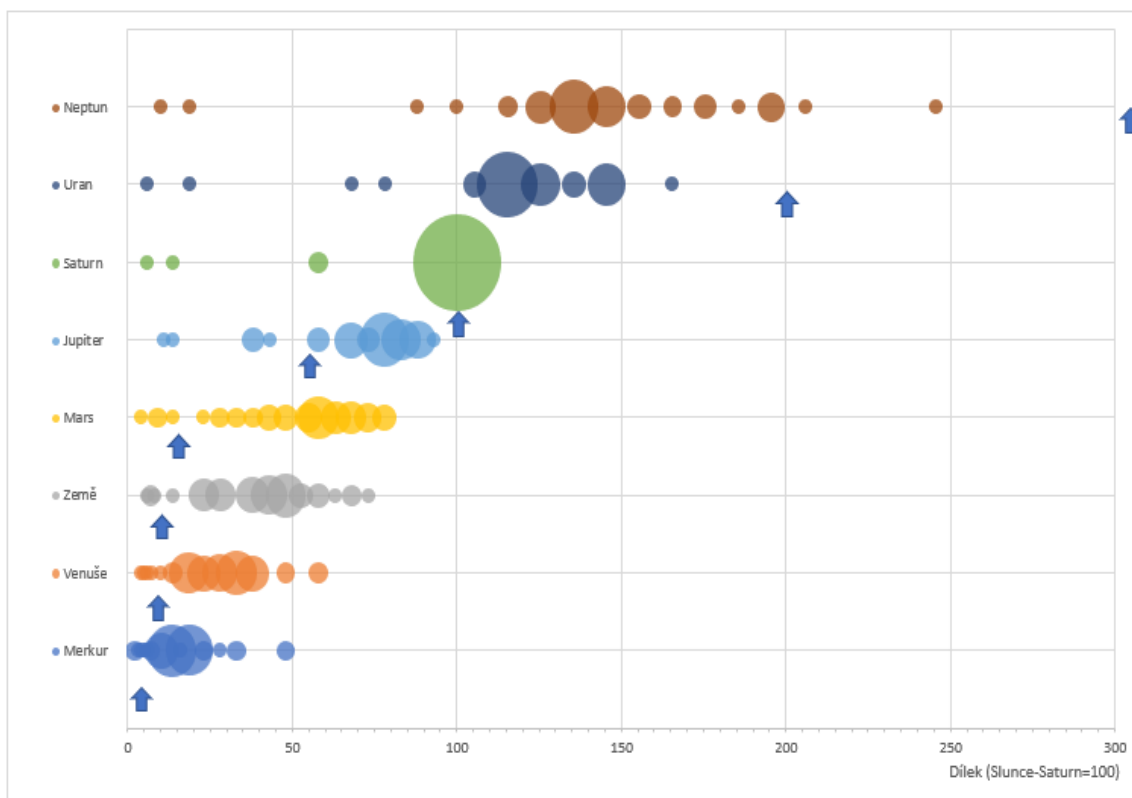
3.2.8 NEPTUN



Graf 21: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Neptun

Více než 59 % žáků volilo vzdálenost Neptunu v rozmezí 101 až 150 dílků. Ve srovnání s Uranem, kde nejčastější odpověď byla v rozsahu 96 až 120 dílků. Tento závěr mě překvapil, protože se rozmezí odhadů vzdáleností obou planet částečně překrývá. Nedocházelo by v tomto případě k případným kolizím? A co vzájemné gravitační působení obou planet?

Nicméně žádný z žáků nedošel k odhadu, že Neptun je od Slunce přibližně třikrát dál než Saturn.

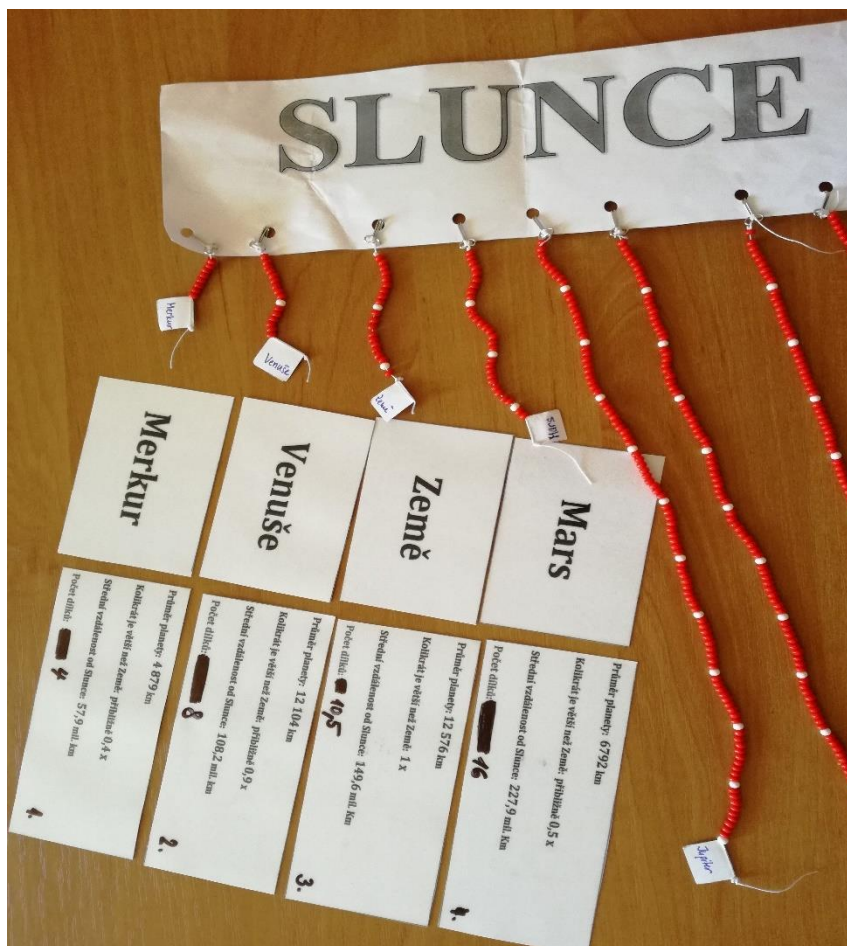


Graf 22: Grafické znázornění četností odpovědí pro vzdálenosti jednotlivých planet sluneční soustavy. Modrou šipkou je znázorněna správná odpověď. Velikostí kolečka je znázorněna četnost odpovědí.

Vzdálenost Saturnu od Slunce znázorněnou pomocí korálků na niti měli žáci po celou dobu průzkumu na tabuli. Při diskuzi jsem využila toho, že jsem na nitích měla navlečeny i počty korálků odpovídající vzdálenostem ostatních planet sluneční soustavy od Slunce.

Celý model byl položen na zem a k provázkům odpovídajícím vzdálenosti planet byly přiloženy kartičky se základními informacemi o planetě jako je průměr planety, velikost planety vyjádřena v násobcích velikosti Země, vzdálenost od Slunce v kilometrech a počet dílků odpovídající vzdálenosti v modelu sluneční soustavy viz obr. 9.

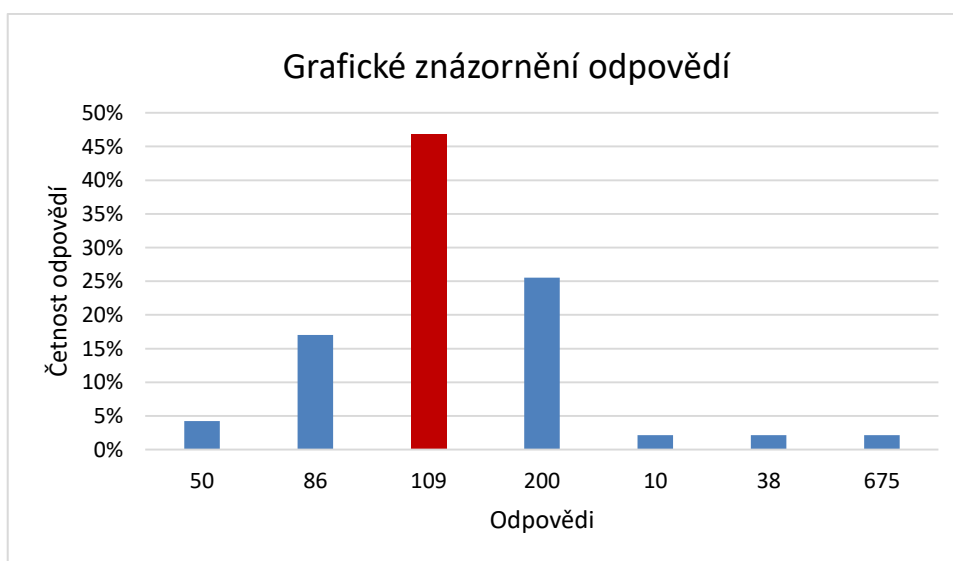
Závěrem této otázky vidím zásadní poznatek z vyhodnocení v tom, že žáci měli tendenci odhadovat vzdálenosti planet rovnoměrně bez ohledu na další skutečnosti, jako hlavní pás planetek apod.



Obr. 9: Korálkový model sluneční soustavy

3.3 PRŮMĚR SLUNCE

Otázka zněla: „Věděl(a) bys, kolik Zemí vyskládaných vedle sebe bychom museli použít, abychom získali průměr Slunce?“

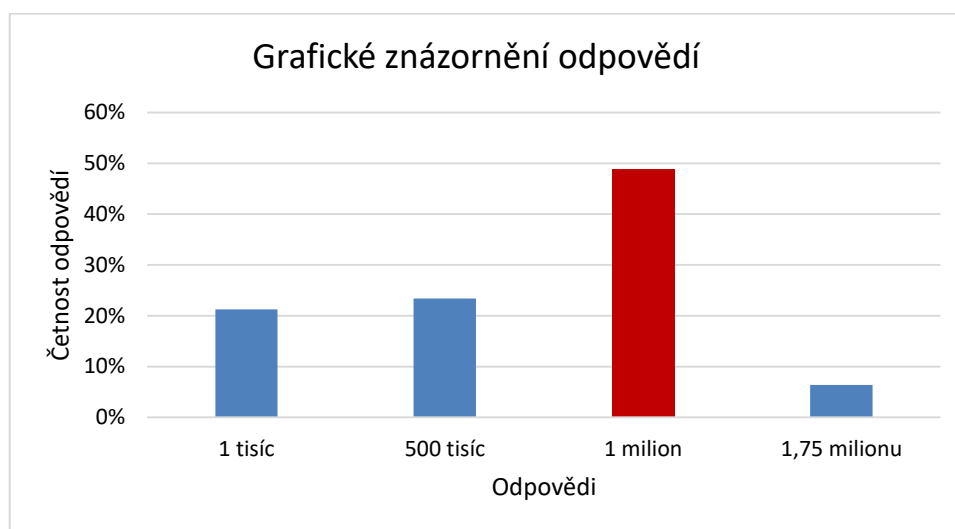


Graf 23: Grafické znázornění odpovědí na otázku Průměr Slunce

Při vyhodnocení této otázky bylo 47 % z celkového počtu odpovědí správných. Museli bychom vedle sebe vyskládat 109 Zemí, abychom dostali průměr Slunce.

3.4 OBJEM SLUNCE

Otázka zněla: „Věděl(a) bys, kolik bychom potřebovali Zemí, abychom vyplnili celé Slunce?“

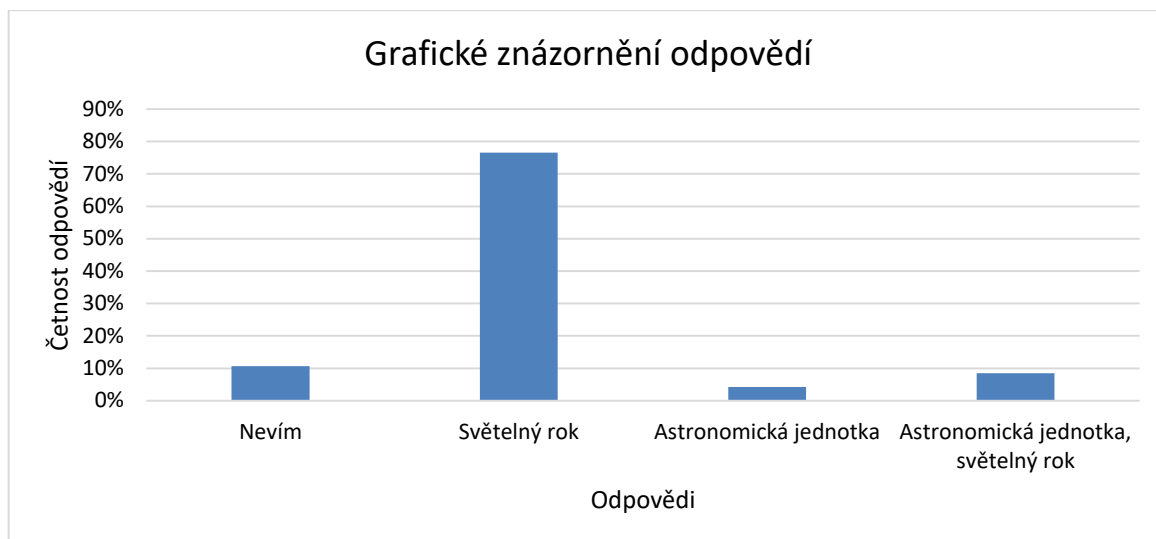


Graf 24: Grafické znázornění odpovědí na otázku Objem Slunce

Zde žáci nejčastěji volili správnou odpověď, tedy že by bylo potřeba milion Zemí. Při zpracování průzkumu, mě napadla pomůcka pro tuto otázku. Pomocí dvou stejných misek a korálků ukázat, kolik Zemí by bylo potřeba pro vyplnění Jupitera. Pokud by byly misky stejné, po jejich přiklopení bychom dostali tvar planety. Jeden korálek by odpovídal Zemi a každá z misek by byla polovina Jupitera. Pro jeho vyplnění bychom potřebovali tisíc korálků, 500 do každé misky. Poté vzít stejné pomůcky, ale určit jeden korálek jako Jupiter a misky jako Slunce. Pak by bylo potřeba tisíc korálků pro vyplnění Slunce. Díky tomuto připodobnění by žáci dospěli k závěru, že pro vyplnění Slunce je potřeba milion Zemí.

3.5 DÉLKOVÉ JEDNOTKY V ASTRONOMII

Otázka zněla: „Znáš nějaké délkové jednotky používané ve vesmíru? Pokud ano, zapiš je.“



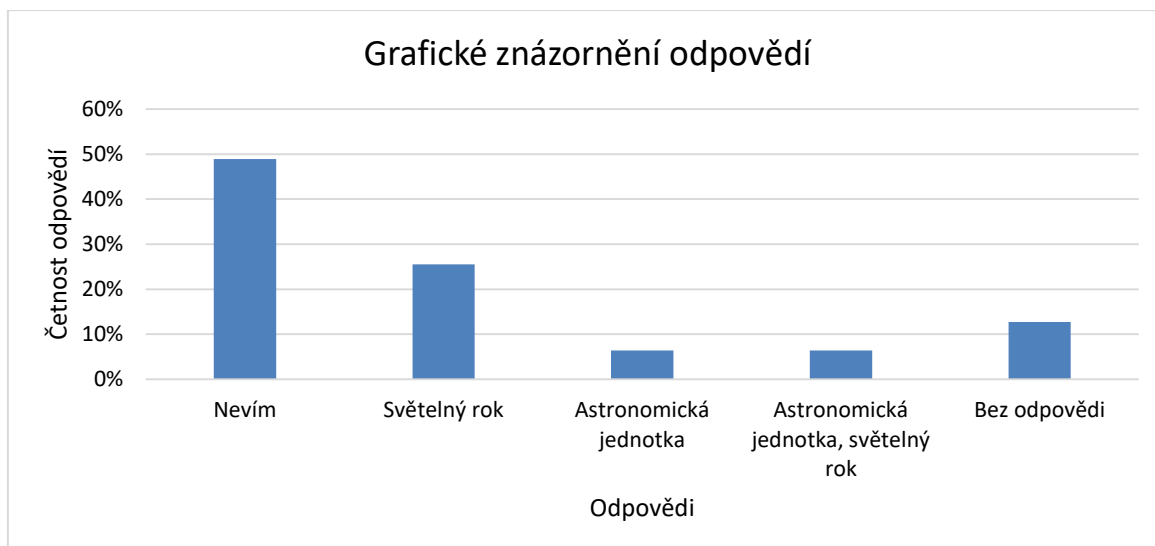
Graf 25: Grafické znázornění odpovědí na otázku Délkové jednotky v astronomii

Odpovědi byly rozděleny do několika kategorií. Nejprve odpovědi, kde byla uvedena pouze jedna odpověď, a to buď světelný rok (77 %) nebo astronomická jednotka (4 %), poté s uvedením dvou odpovědí světelný rok i astronomická jednotka (9 %). Žáků, kteří neznali ani jednu z délkových jednotek, bylo 11 %.

Dle mého názoru je obecně nejznámější jednotkou v astronomii světelný rok díky velké popularizaci science fiction. Ať už je to Star Trek, Star Wars, Hvězdná brána či zmínky v seriálu Teorie velkého třesku, všechny tyto snímky pracují se vzdálenostmi ve vesmíru. A právě nejčastěji se používá světelný rok. Parsek žáci neznali vůbec, používá se převážně v odborné literatuře, proto jsem v rámci diskuze vysvětlila všechny tři délkové jednotky – astronomická jednotka, světelný rok a parsek.

3.6 DÉLKOVÉ JEDNOTKY V ASTRONOMII II

Otázka zněla: „Věděl(a) bys, jak jsou délkové jednotky v astronomii definovány? Pokud ano, zapiš je.“

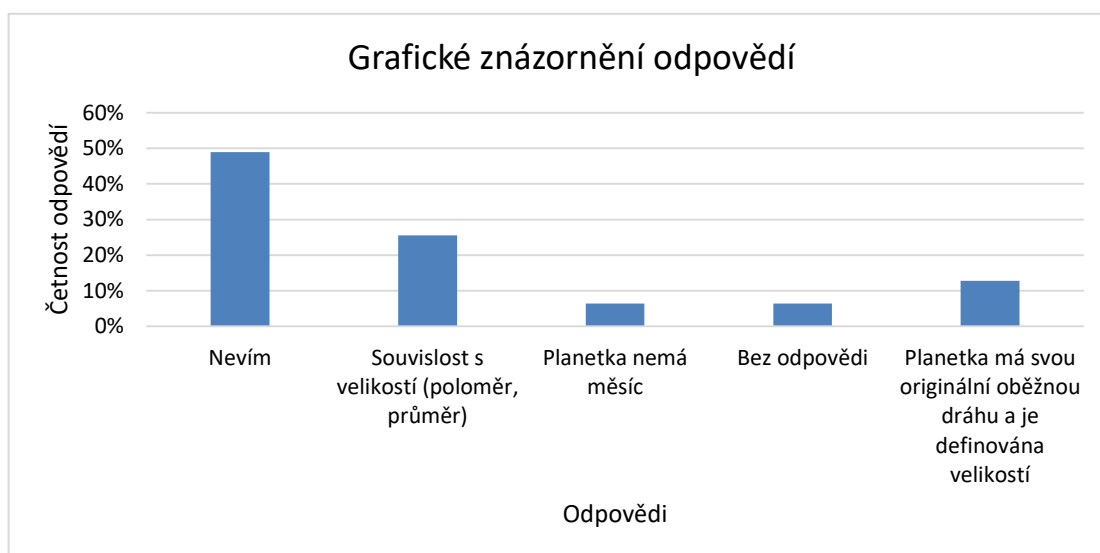


Graf 26: Grafické znázornění odpovědí na otázku Délkové jednotky v astronomii II

Výstupem této otázky byl závěr, že když už žáci znají nějakou délkovou jednotku v astronomii, povětšinou znají jen název, ale nejsou schopni danou jednotku definovat. Proto odpověď nevím má největší četnost (49 %). Světelný rok znalo 77 % žáků, avšak jeho definici zapsalo už jen 26 %. Naopak čtyři žáci znali světelný rok i astronomickou jednotku a správnou definici obou těchto jednotek zapsali tři žáci.

3.7 PLANETA A PLANETKA

Otázka zněla: „Věděl(a) bys, jaký je rozdíl mezi planetou a planetkou? Pokud ano, napiš ho.“



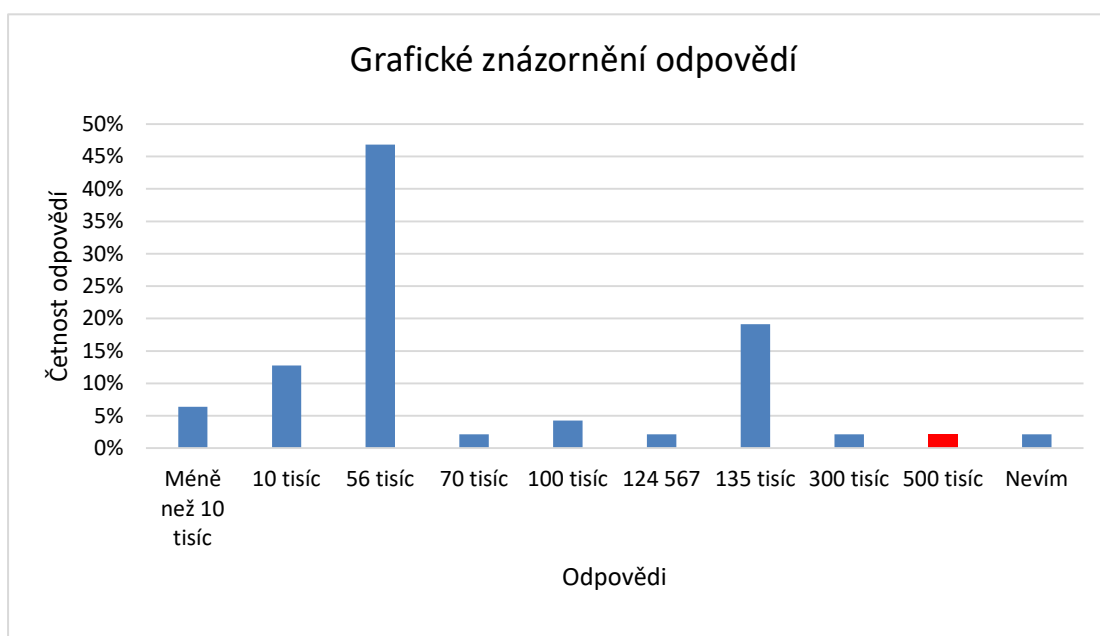
Graf 27: Grafické znázornění odpovědí na otázku Planeta a Planetka

Vyhodnocení této otevřené otázky bylo rozděleno do několika částí, kde největší četnost zastoupila odpověď související s rozdílem ve velikosti obou těles, a to 83 %. Přes 12 % žáků buď odpověď neznalo, nebo neodpovědělo.

Při diskuzi byla položena otázka, kdy si žáci myslí, že byl definován pojem planeta. Nejčastější odpovědi odhadovaly konec 19. století a počátek 20. století. Při zjištění, že k definici planety a malých těles, kam patří i planetka, došlo až v roce 2006, byli někteří žáci velmi překvapeni.

3.8 POČET ZNÁMÝCH PLANETEK VE SLUNEČNÍ SOUSTAVĚ

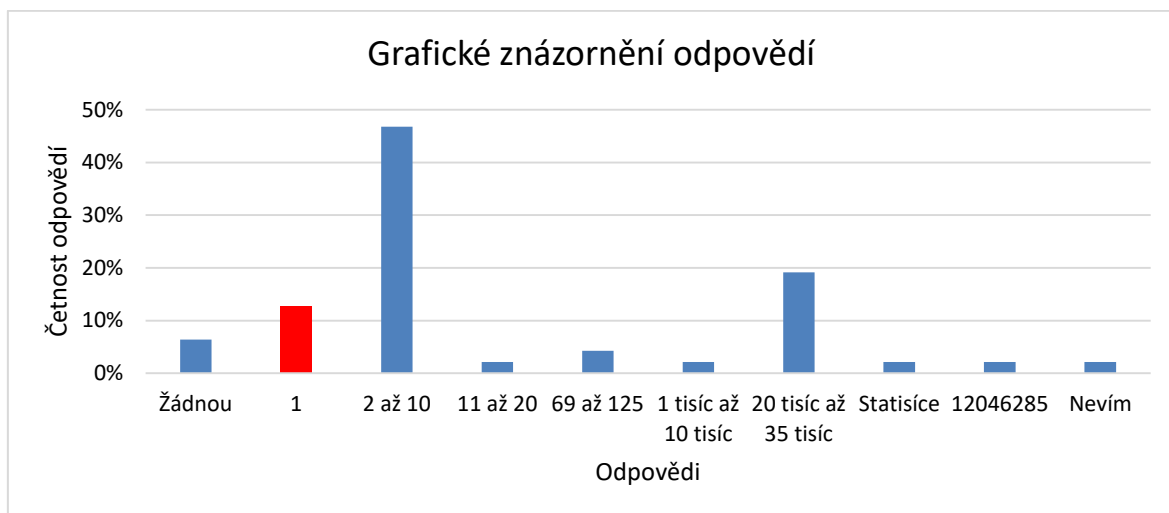
Znění otázky bylo: „Dokázal(a) bys odhadnout, kolik známe planetek ve sluneční soustavě?“



Graf 28: Grafické znázornění odpovědí na otázku Počet známých planetek ve sluneční soustavě

Při vymýšlení celého dotazníku a zařazení této otázky jsem dospěla k názoru, že já sama bych před počátkem psaní diplomové práce na tuto otázku patrně nedokázala správně odpovědět. Proto není překvapující, že správný odhad měl pouze jeden žák.

3.9 KOLIK PLANETEK MŮŽEME POZOROVAT POUHÝMA OČIMA?



Graf 29: Grafické znázornění odpovědí na otázku Kolik planetek můžeme pozorovat pouhýma očima?

Zde je největší četnost v rozmezí 2 až 10 planetek, a to 26 %. Při diskuzi této otázky byly použity webové stránky astronomia.zcu.cz, kde jsem našla planetku Vesta o velikosti 530 km, která je jako jediná za vhodných podmínek vidět pouhýma očima bez použití optických přístrojů. Na stránkách je možné najít obrázek této planetky a ten jsem také žákům ukázala. Nově je na stránkách Astronomia u planetek informace, kdy bude planetka nejjasnější. Tyto informace lze nalézt pomocí následujícího postupu – otevřít stránky astronomia.zcu.cz, zvolit „planety“, následně „planetky“, v levém sloupci vybrat „Vesta“ a kliknout na název planetky „(4) Vesta“ nad jejím obrázkem. Ve spodní části je řádek „Nejjasnější ze Země“. Nejlépe pozorovatelná bude (4) Vesta dne 9. července 2029. Při zvolení tohoto data na obrázku ve spodní části je patrné, že v den, kdy je planetka nejjasnější se nachází na polopřímce Slunce–Země. Tomu postavení říkáme, že je planetka v opozici.

Závěrem celého průzkumu tedy je, že žáci mají mylné představy o vzdálenostech ve sluneční soustavě a o tělesech, které se v ní nachází. Proto jako pedagog v přímé pedagogické praxi na Gymnáziu Ostrov se na tuto problematiku zaměřím v rámci své budoucí výuky.

4 NÁVRH ÚPRAV WEBOVÝCH STRÁNEK ASTRONOMIA

Současně s tvorbou diplomové práce se měnily i stránky astronomia.zcu.cz. Díky této práci přibyla na stránkách Astronomia v části „Analýza parametrů planetek“ možnost zvolit si v sekci „Speciální“ – „Aktuální polohy planetek ve sluneční soustavě“ datum, ke kterému chceme polohy planetek zobrazit, zobrazit dráhy planet, analyzovat vzdálenosti planetek a omezit oblast zobrazení pomocí volby intervalu na jednotlivých osách. Na následujících obrázcích je vidět vzhled analýzy parametrů planetek před změnou (obr. 10) a po změně stránek (obr. 11).

The screenshot shows a web form titled "Typ planetky.." with a sub-section "Export dat.." (checked by default). The form is organized into several sections:

- Položky:** A grid of checkboxes for various parameters. Checked items include: ID (katalogové číslo), absolutní hvězdná velikost H , střední anomálie M , argument perihélia ω , délka vzestupného uzlu Ω , sklon dráhy k ekliptice i , výstřednost dráhy e , střední denní pohyb n , velká poloosa a , nejistota u , počet pozorování, pozorování v letech, zbytková chyba, and hrubý indikátor odchylek. Unchecked items include: fázový parametr G , epocha, střední denní pohyb n , přesný indikátor odchylek, jméno počítače, příznak typu, označení, poslední pozorování, datum objevu, místo objevu, objevitel, and předběžné označení.
- Seřadit dle:** Radio buttons for sorting criteria: Katalogové číslo (selected), Rok objevu, Velká poloosa, Výstřednost dráhy, Sklon dráhy k ekliptice, Absolutní hvězdná velikost, Vzestupně, and Sestupně.
- Formát:** Radio buttons for file format: CSV (desetinná čárka) (selected), CSV (desetinná tečka), and PNG.
- Speciální:** Checkboxes for special filters: Kirkwoodovy mezery, rozlišení (0,001 au), Historický vývoj, rozlišení (1 rok), and Aktuální polohy ve sluneční soustavě, měřítko (auto), pohled (shora).

At the bottom, there is an "Uložit" button and a warning: "(odhad velikosti souboru na 68,9 MB, počet řádků překročil limit pro aplikaci Excel 2003)".

Obr. 10: Analýza parametrů planetek, část Speciální, před změnou

Typ planety.. ..rozbalit..

Export dat.. ..sbalit..

Položky: (zaškrtnout vše / odškrtnout vše / výchozí)

<input checked="" type="checkbox"/> ID (katalogové číslo)	<input type="checkbox"/> střední denní pohyb n	<input type="checkbox"/> přesný indikátor odchylek
<input checked="" type="checkbox"/> absolutní hvězdná velikost H	<input checked="" type="checkbox"/> velká poloosa dráhy a	<input type="checkbox"/> jméno počítače
<input type="checkbox"/> fázový parametr G	<input type="checkbox"/> nejistota u	<input type="checkbox"/> příznak typu
<input type="checkbox"/> epocha	<input type="checkbox"/> reference	<input checked="" type="checkbox"/> označení
<input checked="" type="checkbox"/> střední anomálie M	<input type="checkbox"/> počet pozorování	<input type="checkbox"/> poslední pozorování
<input checked="" type="checkbox"/> argument perihélie ω	<input type="checkbox"/> počet opozic	<input checked="" type="checkbox"/> datum objevu
<input checked="" type="checkbox"/> délka vzestupného uzlu Ω	<input type="checkbox"/> pozorování v letech	<input checked="" type="checkbox"/> místo objevu
<input checked="" type="checkbox"/> sklon dráhy k ekliptice i	<input type="checkbox"/> zbytková chyba	<input checked="" type="checkbox"/> objevitel
<input checked="" type="checkbox"/> výstřednost dráhy e	<input type="checkbox"/> hrubý indikátor odchylek	<input checked="" type="checkbox"/> předběžné označení

Seřadit dle: (pro objemy dat v řádu desítek tisíc planetek může být pomalé, základní seřazení je dle kat. čísla vzestupně)

Katalogové číslo
 Rok objevu
 Velká poloosa dráhy
 Výstřednost dráhy
 Sklon dráhy k ekliptice
 Absolutní hvězdná velikost

Formát:

CSV (desetinná čárka)
 CSV (desetinná tečka)
 PNG

Speciální:

Kirkwoodovy mezery: rozlišení
 Historický vývoj: rozlišení
 Aktuální polohy planetek ve sluneční soustavě:

měřitko , pohled , ke dni . . .
dráhy planet , dráha Tesla Roadster , analyzovat vzdálenosti ().
omezit oblast na x: od do , y: od do , z: od do

Uložit

(odhad velikosti souboru na 68,9 MB, počet řádků překročil limit pro aplikaci Excel 2003)

Obr. 11: Analýza parametrů planetek, část Speciální, po změně

Velkým přínosem stránek je možnost stahovat zpracované informace o vzdálenostech planetek a soubor, ve kterém jsou data uložena je kompatibilní s programem MS Excel.

Další úpravou stránek by mohlo být doplnění hmotností nebo alespoň odhadů hmotností planetek. Tyto informace by se totiž hodily, když by učitel chtěl využít jeden z nápadů pro využití poznatků z této diplomové práce ve výuce fyziky na SŠ, který je blíže rozebrán v další kapitole. Bylo by mnohem snadnější provést výpočet, když by všechna potřebná data mohla být nalezena pouze na stránkách Astronomia. V současné chvíli se hmotnosti planetek musejí hledat na jiných webových stránkách jako například anglická verze otevřené encyklopedie wikipedia, neboť u české verze hmotnost uvedena není.

Námět na drobné změny stránek Astronomia je ujednacení jednotek, ve kterých se uvádějí charakteristiky planet.

Například u Venuše je rovníkový průměr planety uveden v kilometrech:

Průměr planety (rovníkový)	12 103 km	
Hustota	5250 kg/m ³	
Střední vzdálenost od Slunce	108 200 000 km	0,723 3

Obr. 12: Část tabulky s informacemi o Venuši

Ale u Marsu už je uveden rovníkový poloměr v metrech:

Průměrný poloměr	3 389 508 ± 1 m	0,531
Průměrný rovníkový poloměr	3 396 200 ± 160 m	0,532
Severní polární poloměr	3 376 189 ± 50 m	0,531

Obr. 13: Část tabulky s informacemi o Marsu

Pro laika, který hledá základní informace pro tvorbu modelu sluneční soustavy, jsou rozdílné jednotky, ale i veličiny (poloměr versus průměr) poněkud matoucí.

Co se týče vzdálenosti planety od Slunce, je u většiny planet uvedena vzdálenost pod názvem „Střední vzdálenost od Slunce“. U Saturnu se ovšem nachází tato vzdálenost pod názvem „Hlavní poloosa“.

Nicméně tyto připomínky jsou pouhou drobností oproti neuvěřitelnému množství informací, které stránky Astronomia nabízejí. Před psaním práce jsem tyto stránky neznala a jsem opravdu ráda, že jsem se v nich naučila hledat, a že jsem mohla přispět k jejich rozšíření.

5 VYUŽITÍ POZNATKŮ Z DIPLOMOVÉ PRÁCE VE VÝUCE NA SŠ

Ve své pedagogické praxi při výuce matematiky často narážím na uměle vytvořené příklady, ve kterých si mají žáci procvičit své znalosti a dovednosti. Využitelnost své diplomové práce vidím v možnosti použít reálná data pro výuku nejen statistiky. Práce s reálnými daty bude mít pro žáky vyšší přidanou hodnotu. Lépe si osvojí jednotlivé statistické pojmy a snadno pochopí jejich použití. Pomocí webu astronomia.zcu.cz lze vygenerovat pozice planetek v konkrétní den, a tudíž mít neustále aktuální data, se kterými je možné pracovat.

Jednou z možností využití je statistika:

Žáci dostanou v hodině matematiky data dle tab. 25, červeně podbarvené části jsou určeny pro kontrolu učitele, žák tyto hodnoty nebude mít k dispozici.

Nejmenší vzdálenosti planetek		
id – id planetek	vzdálenost [au]	Odchylka od průměru [au]
617-11275	0,2862	0,1175
884-284664	0,0891	-0,0796
2895-129144	0,1709	0,0022
1173-216876	0,2847	0,116
1208-32496	0,2979	0,1292
1867-482087	0,08	-0,0887
1870-379978	0,0948	-0,0739
1871-180265	0,1118	-0,0569
1872-486019	0,1007	-0,068
1873-376067	0,1709	0,0022
	Průměrná vzdálenost [au]: 0,1687	Směrodatná odchylka [au]: 0,0846

Tab. 25: Tabulka s daty pro práci žáků, červeně podbarvené části nejsou určeny pro žáky

Modus = 0,1709 au

Medián = 0,1414 au

Úkolem žáků bude vypočítat aritmetický průměr, směrodatnou odchylku, nalézt modus a vypočítat medián. Tab. 25 obsahuje sudý počet dat. Dalším rozšířením by mohlo být zadání: „Najdi, jaké planetky jsou si dle výše uvedených dat nejbližší.“

Další možností je nechat žáky, ať si vygenerují data pro jejich datum narození, či jiné významné datum a ve statistickém souboru naleznou základní statistické údaje – aritmetický průměr, směrodatnou odchylku, modus a medián. Žáci vytvoří

statistický graf – histogram a z grafu vyčtou nejčastější rozmezí vzdáleností planetek. Vzhledem k množství planetek doporučuji vybrat skupinu nacházející se v blízkosti libračního bodu L_5 .

Tímto typem úloh se navíc propojuje matematika s výpočetní technikou. Vzhledem k mezipředmětovým vztahům by bylo vhodné tyto úlohy do výuky zařadit. Někdo by sice mohl namítat, že pokud budou žáci pracovat se statistickými pojmy pouze v prostředí MS Excel, který za ně pomocí funkcí vše vypočítá, nemusí dojít k upevnění znalostí statistických pojmů. Výpočty bez použití funkcí tabulkových kalkulátorů se ovšem dají modelovat na jednodušších příkladech, jako je příklad s tab. 25. Jestliže žáci vyplní tab. 25 sami, mohou si následně v MS Excel zkontrolovat správnost svých výpočtů. Tento postup vede k práci s chybou. Pokud žáci někde chybu udělají, musí si přepočítat své postupy a chybu nalézt. Velké plus vidím v tom, že žáci mohou pracovat s velkým objemem dat, což se více přibližuje realitě než modelové situace v učebnicích.

Alternativní možností, jak dále využít poznatky z diplomové práce, je při výuce fyziky v prvním ročníku střední školy, kde se probírá téma gravitační pole.

Pokud se ve sbírkách úloh z fyziky pro střední školy uvádějí příklady, kdy se zanedbává tření, odporové síly, předpokládáme, že tělesa se nacházejí v izolované inerciální soustavě apod., můžeme data využít i k tvorbě příkladů na výpočet gravitační síly. Pokud bychom zanedbali gravitační působení ostatních těles, tedy modelovali bychom případ, kdy se dvě tělesa nacházejí v izolované soustavě a nechali žáky počítat příklady pro konkrétní dvě planetky, docílíme nejen mezipředmětových vztahů s výpočetní technikou, ale navíc rozvíjíme i kreativitu žáků a jejich schopnost hledat a třídit informace.

Postup bude následující:

- Žák si podle návodu vygeneruje na stránkách astronomia.zcu.cz data pro vzájemné vzdálenosti planetek. (Didaktická poznámka: Pro dané datum je nutné najít omezení os pro skupinu planetek, které Jupiter předcházejí. S tímto jim může pomoci učitel, případně bude na žácích, aby si na správné omezení oblasti přišli sami.)
- Žák najde informace, které potřebuje pro výpočet gravitační síly, kterou na sebe působí planetky (624) Hektor a (588) Achilles.
- Žák vypočítá velikost gravitační síly.

Výstup bude následující:

Žák najde v souboru se vzájemnými vzdálenostmi vzdálenost, která odpovídá označení planetek 588–624, ta se nachází v buňce CC3129 (Didaktická poznámka: s ohledem na pravidelnou měsíční aktualizaci nemusí být vždy v buňce CC3129). Vzdálenost planetek se nachází v odpovídající buňce v počátečních sloupcích, tedy A3129.

Vzdálenost [au]	1,9264
id planetek	588–624

Tab. 26: Vzájemná vzdálenost planetek Hektor a Achilles

Pro výpočet velikosti gravitační síly se využívá známý vztah (Newtonův gravitační zákon):

$$F_g = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \text{ kde } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

Konstanta G je gravitační konstanta, v některých zdrojích je značena jako κ .

Vzdálenost je v souboru uvedena v astronomických jednotkách, pro použití v gravitačním zákoně se musí převést na metry, k tomu si žák musí najít definici astronomické jednotky ve vztahu k metru. Dále žák potřebuje hmotnosti obou planetek²⁶.

(624) Hektor: $9,95 \cdot 10^{18}$ kg

(588) Achilles: $2,6 \cdot 10^{18}$ kg

Hmotnosti planetek je ovšem možné odhadnout pomocí informací dostupných na stránkách Astronomia, případně by některé parametry žák získal v zadání. Pro stanovení hmotnosti potřebujeme znát hustotu ρ a objem V . Planetky jsou porézní tělesa, takže jejich hustota nebude příliš vysoká. Lze odhadnout²⁷, že se bude pohybovat okolo $2\,000 \text{ kg/m}^3$. Dále budeme předpokládat, že je planetka koule o poloměru r , toto sice neplatí vždy, planetky jsou často nepravidelného tvaru, nicméně pro odhad je toto přiblížení dostatečné. Objem pak spočítáme známým vztahem $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Poslední neznámá, která nám zatím schází, je poloměr planetky. Ten ovšem můžeme odhadnout pomocí jasnosti planetky (odborně se nazývá absolutní hvězdná velikost a u objektů sluneční soustavy se značí H), tento údaj je k dispozici u všech planetek. K odhadu

²⁶ Čerpáno z: https://en.wikipedia.org/wiki/624_Hektor a https://en.wikipedia.org/wiki/588_Achilles

²⁷ Čerpáno z: <http://astronomia.zcu.cz/planety/planetky/1813-vlastnosti-planetek>

poloměru ještě potřebujeme albedo p ²⁸. Průměr planetky D v kilometrech lze pak vypočítat pomocí empirického vztahu $D = 10^{0,5 \cdot (6,259 - \log p - 0,4 \cdot H)}$.

Pro planetku (624) Hektor by byl výpočet následující:

Na stránce astronomia.zcu.cz/planety/planetka-624 získáme z tabulky absolutní hvězdnou velikost $H = 7,20$ mag. Albedo odhadneme na $p = 0,05$.

Průměr planetky je $D = 10^{0,5 \cdot (6,259 - \log 0,05 - 0,4 \cdot 7,2)} \cong 220$ km. Poloměr $r = 110$ km.

Objem planetky je $V = 5,5 \cdot 10^{15}$ m³.

Hmotnost planetky pro hustotu 2 000 kg/m³ je $11 \cdot 10^{18}$ kg.

Pro planetku (588) Achilles jsou parametry $H = 8,67$ mag, $p = 0,05$, $D = 110$ km, $r = 55$ km. Objem planetky vyháží $V = 7,0 \cdot 10^{14}$ m³. Hmotnost planetky pro hustotu 2 000 kg/m³ je $1,4 \cdot 10^{18}$ kg.

Nyní již může žák vypočítat velikost gravitační síly, kterou na sebe tělesa působí:

$$F_g = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9,95 \cdot 10^{18} \cdot 2,6 \cdot 10^{18}}{(1,9264 \cdot 149\,597\,870\,700)^2}$$

$$F_g \cong 21\,000\,N$$

Pokud by byl tento příklad zařazen jako opakovací, a v předchozí hodině, či části hodiny, by se počítala velikost gravitační síly mezi Měsícem a Zemí, mohl by následovat rozbor, proč se velikost gravitační síly mezi planetkami o tolik liší v porovnání s gravitační silou mezi Zemí a Měsícem, protože průměrná velikost gravitační síly mezi Zemí a Měsícem je $2 \cdot 10^{20}$ N. Ke srovnání by se mohla použít i velikost gravitační síly mezi Zemí a člověkem. Tím by došlo k upevnění základních poznatků z tohoto učiva, neboť velikost gravitační síly závisí na hmotnosti těles a na jejich vzájemné vzdálenosti.

²⁸ Odrazivost neboli poměr odraženého k dopadajícímu slunečnímu záření. Albedo závisí na typu planetek a tento údaj není u většiny planetek znám. Lze však použít hodnotu 0,05, to znamená, že planetka odrazí pouze 5 % slunečního záření, které na ni dopadne. Např. Měsíc má albedo 12 %, Země 35 %, sníh 90 %.

ZÁVĚR

V první kapitole jsem se věnovala planetkám. Při psaní první části týkající se definice planetek, stručné historie jejich objevení, značení a jejich skupinách jsem velmi často narážela na poměrně málo zdrojů v českém jazyce. Často jsem čerpala z anglických zdrojů, převážně ze stránek Minor Planet Center. Tato část práce mi přišla zajímavá a stejně jako žáky i mne překvapilo, že k definici planety došlo až v roce 2006.

V druhé kapitole zabývající se statistickým rozborem vzdáleností jsem došla k závěru, že vzájemné polohy planetek, a tím i jejich vzájemná vzdálenost, se v průběhu času výrazně nemění. Co je však důležité znovu podotknout, že počty planetek, které je možné zkoumat, se časem mění, v závislosti na aktualizaci webových stránek Astronomia.

Ve třetí kapitole jsem se zabývala průzkumem. Při tvorbě dotazníku jsem pečlivě volila, jak otázky formulovat a v jaké formě dotazník vůbec vytvořit. Nakonec jsem zvolila formu elektronického dotazníku a při následném vyhodnocení jsem za to byla ráda. Vzhledem k tomu, že součástí průzkumu byla i diskuze nad odpověďmi, velmi jsem ocenila, že formulář hned po odeslání dat ukazoval vyhodnocení otázek pomocí grafů, a tak jsem byla schopná u uzavřených otázek určit, jaká byla nejčastější odpověď a tuto informaci při rozboru využít. Z průzkumu je patrné, že žáci mají mylné představy o základních astronomických poznatcích.

Ve čtvrté kapitole jsem se věnovala návrhům úprav webových stránek Astronomia. Zde jsem se původně obávala, že nebudu mít svou práci čím přispět, protože stránky jsou rozsáhlé, přehledné a z počátku mě vůbec nenapadlo, co bych mohla navrhnout za úpravy. Nakonec jsem přesvědčena, že obohacení stránek o možnost získání dat se vzdálenostmi planetek je výborný nápad, který ve své budoucí pedagogické praxi jistě využiji.

Co se týče poslední kapitoly využití poznatků z diplomové práce ve výuce na střední škole, je pravděpodobné, že s dalšími odučenými ročníky mě napadne další využití těchto materiálů, i v jiných částech fyziky nebo matematiky. To, co považuji za stěžejní, je důmyslné využití mezipředmětových vztahů fyzika–informatika, fyzika–matematika a aplikace fyzikálních poznatků – výpočet velikosti gravitační síly na reálných datech, která

jsou pravidelně aktualizována. Ačkoliv je tento příklad velmi idealizovaný, může žákům ukázat propojení fyzikálních vztahů s běžným světem.

Dokud jsem se nezačala zabývat tématem své diplomové práce, mé představy o menších tělesech sluneční soustavy, byly také téměř mizivé. Ani jsem neměla tušení, kolik jich je známo (více než půl miliónu), jak se vyvíjely jejich objevy nebo že jednu (podotýkám pouze jednu) je dokonce možné vidět na noční obloze bez použití optických přístrojů. Proto bych ve své budoucí praxi chtěla u žáků rozvíjet správné představy a podporovat je v rozvoji jejich astronomických znalostí.

RESUMÉ

The aim of diploma thesis is to provide statistical analysis of mutual distances of selected group of minor planets and to describe usage of this topic in the education at the secondary school.

The first chapter contains related information about minor planets – definition of terms “minor planet” and “asteroid”, historical development of discovery of minor planets, designation of minor planets, and description of various types of groups of minor planets. Group of Jupiter Trojan is described in more details, because statistical analysis of mutual distances was done on this group.

The second chapter is main part with statistical analysis of mutual distances of Jupiter Trojans group and its graphical representation. It is described more method – mutual distances of all minor planets in selected group, mutual distances of closest minor planets in selected groups and mutual distance of 10 % of the closest minor planets. Jupiter Trojans group is analysed in two separate parts – the Greek camp (Lagrangian points L4) in front of and the Trojan camp (Lagrangian points L5) trailing behind Jupiter in their orbit.

The third chapter deals with astronomical knowledge related to ideas about distances and sizes in the solar system of students of Grammar school in Ostrov based on evaluation of questionnaire results obtained between 13th March and 15th March 2018.

The fourth chapter is focused to suggestions of changes of websites Astronomia mainly related to analysis of mutual distances of selected groups of minor planets.

The fifth chapter contains suggestions about usage of material from this topics during the education of Maths, Physics and ICT at secondary schools.

SEZNAM LITERATURY

Brož, M., & Šolc, M. (2013). *Fyzika sluneční soustavy*. Praha: MatfyzPress.

Příhoda, P. (nedatováno). *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 52 (2007), No. 1, 51--59.* Načteno z
https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/141342/PokrokyMFA_52-2007-1_5.pdf

Smetana, F. J. (1837). *Základové hvezdoslowí čili astronomie*. Plzeň: Reiner a Šmíd.

physics.muni.cz [online]. Dostupné z:

<http://www.physics.muni.cz/astrohistorie/node8.html>

Astronomové - Brahe - Tycho Brahe. Astronomia – astronomický server Fakulty pedagogické ZČU v Plzni [online]. Copyright © 2009 [cit. 22.04.2018]. Dostupné z: <http://astronomia.zcu.cz/astronomove/brahe/2477-tycho-brahe>

15760 Albion - Wikipedia. [online]. Dostupné z:

https://en.wikipedia.org/wiki/15760_Albian

Eris (dwarf planet) - Wikipedia. [online]. Dostupné z:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Eris_\(dwarf_planet\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Eris_(dwarf_planet))

Astronomia – astronomický server Fakulty pedagogické ZČU v Plzni. Astronomia – astronomický server Fakulty pedagogické ZČU v Plzni [online]. Copyright © 2012 [cit. 22.04.2018]. Dostupné z: <http://astronomia.zcu.cz>

Titius-Bode Rule. Australian Space Academy [online]. Dostupné z:

<https://www.spaceacademy.net.au/library/notes/bode.htm>

International Astronomical Union | IAU [online]. Copyright © [cit. 22.04.2018]. Dostupné z: https://www.iau.org/static/resolutions/IAU2012_English.pdf

Astronomical unit - Wikipedia. [online]. Dostupné z:

https://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_unit

[online]. Dostupné z: <http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/minorplanets.php>

Absolutní hvězdná velikost – Wikipedie. [online]. Dostupné z:

https://cs.wikipedia.org/wiki/Absolutn%C3%AD_hv%C4%9Bzdn%C3%A1_velikost

How Are Minor Planets Named?. IAU Minor Planet Center [online]. Dostupné z:

<https://www.minorplanetcenter.net/iau/info/HowNamed.html>

Naming of Astronomical Objects | IAU . International Astronomical Union | IAU [online].

Dostupné z: <https://www.iau.org/public/themes/naming/#minorplanets>

Planetky. [online]. Dostupné z:
<http://stelweb.asu.cas.cz/publications/planetky/vyzkum.phtml>

[online]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/624_Hektor a
https://en.wikipedia.org/wiki/588_Achilles

Planety - Planetky - Vlastnosti planetek. Astronomia – astronomický server Fakulty pedagogické ZČU v Plzni [online]. Copyright © 2009 [cit. 22.04.2018]. Dostupné z:
<http://astronomia.zcu.cz/planety/planetky/1813-vlastnosti-planetek>
<http://www.ss.astro.umd.edu/IAU/csbn/mp.shtml>

<https://www.webcitation.org/5msUtFmJu?url=http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/minorplanets.php>

WebCite query result. WebCite [online]. Dostupné z:
<https://www.webcitation.org/5msUtFmJu?url=http://aa.usno.navy.mil/faq/docs/minorplanets.php>

Solar System Exploration: NASA Science [online]. Dostupné z:
<https://solarsystem.nasa.gov/planets/whatisaplanet><http://www.physics.muni.cz/astrohistorie/node8.html>

IAU Website: MINOR PLANETS NAMING. Wayback Machine [online]. Dostupné z:
https://web.archive.org/web/20071201172237/http://www.iau.org:80/MINOR_PLANETS_NAMING.245.0.htmlhttps://www.iau.org/static/resolutions/IAU2012_English.pdf

[online]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Titius%E2%80%93Bode_law#Data

BIPM-BIPM [online]. Dostupné z:
https://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_supplement_2014.pdf

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK, GRAFŮ A DIAGRAMŮ

Obr. 1: Librační body	12
Obr. 2: Jupiterovi Trojané; Jupiter se pohybuje po směru hodinových ručiček, proto se bod L_4 nachází na obrázku vpravo, bod L_5 vlevo od Jupitera	13
Obr. 3: Znázornění planety čtvercem o velikosti 2x2 pixely	23
Obr. 4: znázornění planety čtvercem o velikosti 1x1 pixel	23
Obr. 5: Pohled na librační místa Jupitera z boku osy y	36
Obr. 6: Pohled na librační místa Jupitera z boku osy x	36
Obr. 7: Žáci při vyplňování dotazníku.....	37
Obr. 8: Pomůcka u otázky Vzdálenost Země a Měsíce.....	38
Obr. 9: Korálkový model sluneční soustavy	45
Obr. 10: Analýza parametrů planetek, část Speciální, před změnou.....	51
Obr. 11: Analýza parametrů planetek, část Speciální, po změně	52
Obr. 12: Část tabulky s informacemi o Venuši	52
Obr. 13: Část tabulky s informacemi o Marsu	53
Tab. 1: Titiovo–Bodeovo pravidlo ve srovnání s realitou	7
Tab. 2: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	21
Tab. 3: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	22
Tab. 4: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018.....	24
Tab. 5: Minimální a maximální hodnoty prostorových souřadnic planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	25
Tab. 6: Strany kvádrů pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018.....	25
Tab. 7: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	26
Tab. 8: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	27
Tab. 9: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	28
Tab. 10: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	29
Tab. 11: Minimální a maximální hodnoty prostorových souřadnic planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	29
Tab. 12: Strany kvádrů pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990.....	29
Tab. 13: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	29
Tab. 14: Srovnání analýz vzdáleností pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018 a 12. 7. 1990	30
Tab. 15: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	31
Tab. 16: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	32
Tab. 17: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	32
Tab. 18: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	33
Tab. 19: Statistický rozbor vzájemných vzdáleností pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990 ..	33
Tab. 20: Statistický rozbor nejmenších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990 ...	34
Tab. 21: Statistický rozbor 10 % nejbližších vzdáleností pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990	35
Tab. 22: Odhad vzájemné vzdálenosti planetek přes objem pro librační bod L_4	35

Tab. 23 Srovnání analýz vzdáleností pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018 a 12. 7. 1990	35
Tab. 24: Srovnání individuálních odpovědí	43
Tab. 25: Tabulka s daty pro práci žáků, červeně podbarvené části nejsou určeny pro žáky	54
Tab. 26: Vzájemná vzdálenost planetek Hektor a Achilles.....	56
Graf 1: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018 ...	18
Graf 2: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	22
Graf 3: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližích planetek pro librační bod L_5 pro 2. 4. 2018	24
Graf 4: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990.	26
Graf 5: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990 ..	28
Graf 6: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližích planetek pro librační bod L_5 pro 12. 7. 1990	28
Graf 7: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	30
Graf 8: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	31
Graf 9: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližích planetek pro librační bod L_4 pro 2. 4. 2018	32
Graf 10: Histogram vzájemných vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990	33
Graf 11: Histogram nejmenších vzdáleností planetek pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990	34
Graf 12: Histogram vzdáleností pro 10 % nejbližích planetek pro librační bod L_4 pro 12. 7. 1990	35
Graf 13: Grafické znázornění odpovědí na otázku Vzdálenost Země a Měsíce	38
Graf 14: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Merkur	39
Graf 15: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Venuše	40
Graf 16: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Země	40
Graf 17: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Mars	41
Graf 18: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Jupiter	41
Graf 19: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Saturn	42
Graf 20: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Uran	42
Graf 21: Grafické znázornění odpovědí na otázku Model sluneční soustavy – Neptun	43
Graf 22: Grafické znázornění četností odpovědí pro vzdálenosti jednotlivých planet sluneční soustavy. Modrou šipkou je znázorněna správná odpověď. Velikostí kolečka je znázorněna četnost odpovědí.....	44
Graf 23: Grafické znázornění odpovědí na otázku Průměr Slunce	45
Graf 24: Grafické znázornění odpovědí na otázku Objem Slunce	46
Graf 25: Grafické znázornění odpovědí na otázku Délkové jednotky v astronomii	47
Graf 26: Grafické znázornění odpovědí na otázku Délkové jednotky v astronomii II.....	48
Graf 27: Grafické znázornění odpovědí na otázku Planeta a Planetka.....	48
Graf 28: Grafické znázornění odpovědí na otázku Počet známých planetek ve sluneční soustavě.....	49
Graf 29: Grafické znázornění odpovědí na otázku Kolik planetek můžeme pozorovat pouhýma očima?	50