ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA FILOZOFICKÁ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Albert Girard: Invention nouvelle en l´algèbre

Kateřina Kotlaříková

Plzeň, 2018

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA FILOZOFICKÁ
KATEDRA FILOZOFIE
Studijní program - Humanitní studia
Studijní obor - Evropská kulturní studia

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Albert Girard: Invention nouvelle en l´algèbre

KATEŘINA KOTLAŘÍKOVÁ

Vedoucí práce : Mgr. Marie Větrovcová, Ph.D.
katedra filozofie

Plzeň 2018

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem práci zpracovala samostatně a použila jen uvedených pramenů a literatury.

Plzeň, 1. dubna 2018

....

vlastnoruční podpis

OBSAH:

ÚVOD

Renesanční a raně novověká matematika nabízí velké množství důležitých matematických spisů slavných a méně známých autorů. V dnešní době ale nalezneme jen málo děl přístupných širší veřejnosti. Často se stává, že myšlenky raných matematiků se dějinami proderou jen díky pozdním interpretacím významnějších autorů, a původ některých důležitých myšlenek je tak obtížně nalezitelný.

Stejně je to i s dílem francouzského matematika Alberta Girarda (1595−1632). Jeho nejslavnější spis *Invention nouvelle en l´algèbre* (*Nový objev v algebře*) obsahuje nové a objevné myšlenky, důležité pro matematiku dalších století. Girard v něm například formuluje slavnou základní větu algebry. Přesto Girard není současníkům přístupný a mnoho jeho myšlenek a objevů se přisuzuje až jeho následovníkům. Proč je tomu tak?

Z životopisu tohoto matematika se dozvíme, že pocházel z protestantské rodiny, a byl tak nucen emigrovat do Nizozemí. Jeho díla byla vydávána tam, a v jeho rodné Francii tak mohl být zapomenut. Girardův spis *Invention* byl vydán téměř v rukopisné podobě, jak sám autor připomíná v předmluvě. Myšlenky díla jsou tak ve spisu často skryty v neuspořádaných souvětích a nepřehledných postupech, a text se tak stává obtížně čitelným.

Spis vydaný roku 1629 se nedočkal přepisu do moderní francouzštiny, samotný rukopis je k dispozici pouze v naskenované podobě. Co se týče překladů tohoto díla, s žádným se nesetkáme. Současníci Alberta Girarda a ani jeho následovníci se nikdy podrobněji nevěnovali analýze jeho díla. Výjimečně se setkáme s krátkou zmínkou o obsahu díla, či s komentářem vybrané části, nikdy však s komentářem celého spisu. V českém prostředí je pak Girard téměř neznámým matematikem.

Cílem této diplomové práce je přeložit Girardův spis *Invention nouvelle en l´algèbre* a provést jeho základní interpretaci v kontextu dějin renesanční a rané novověké matematiky, na pozadí dobového myšlení a kultury. Komentovaný překlad má za cíl přiblížit tento spis českému čtenáři, seznámit ho s životopisem a dobou autora, a podat lingvistickou a matematickou analýzu díla.

Pokud jsme řekli, že vybraný spis obsahuje některé nové a objevné myšlenky, je třeba je v komentovaném překladu představit a pokusit se dokázat, zda jsou opravdu inovativní, a můžeme tak jejich autorství připsat právě Albertu Girardovi. Pokusíme se myšlenky analyzovat v kontextu raně novověké matematiky a idey vědecké revoluce tohoto období. Je možné pokládat dílo Alberta Girarda za revoluční? Je myšlenka “vědecké revoluce” počátku novověku oprávněná? Na tyto otázky se pokusíme odpovědět v této práci.

Samotná práce je rozdělena do čtyř částí. V první části se seznámíme s matematikou 17. století. Představíme významné charakteristiky novověké matematiky a důležité momenty formující vznik překládaného spisu. V kontextu změn v matematické symbolice a pokroků v řešení algebraických rovnic uvedeme základní myšlenky Girardových předchůdců a současníků, které měly vliv na sepsání spisu *Invention*. Také předložíme stručný vývoj vzniku teorie základní věty algebry.

Ve druhé části přiblížíme životopis a dílo Alberta Girarda, na jehož základě se pokusíme vysvětlit nedostatek informací o jeho životě a práci. Dále provedeme analýzu jeho matematiky v porovnání s jeho předchůdci i dalšími autory jeho doby, zaměříme se na Girardovo matematické značení, jeho nové postupy v algebře, aritmetice, geometrii a trigonometrii.

Ve třetí části nastíníme význam překládaného spisu a jeho stručné členění do tří částí. Spis se věnuje aritmetice, algebře a teorii rovnic, a sférické geometrii.

Ve čtvrté části představíme komentovaný překlad díla. Samotný překlad doprovodíme vyložením překladatelské problematiky, kde se zaměříme na obtížnosti spojené s prací s textem 17. století, a uvedeme metodiku a poznámky k postupu práce na překladu. Následovat bude překlad spisu s komentářem lingvistického a matematického charakteru.

1 MATEMATIKA 17. STOLETÍ

1.1 PŘECHOD K NOVOVĚKÉ MATEMATICE

Matematika se v této době skládala z na sobě nezávislých disciplín - z aritmetiky, jež se zabývala studiem množství a čísel, a z geometrie, která se věnovala velikostem a vzájemným postavením útvarů v rovině a prostoru. Na počátku novověku se také poprvé objevuje infinitesimální kalkulus, tedy počítání s nekonečně malými veličinami.[1] Matematika se vyučovala na univerzitách a v mimouniverzitních vzdělávacích centrech, přesto se samotní matematici často živili jiným oborem. Základy vyšší aritmetiky se vyučovaly pouze na některých speciálních školách, například na Italské škole abaku nebo v Instituci německých početních mistrů. Na některých místech se také vyučovaly základy geometrických zobrazování, konstrukcí a algebry, a to v rámci profesního učení geodézie, opevnění, navigace nebo umění malby.[2]

Nová matematika, zejména algebra, nabývala na významu kolem roku 1500 především na severu Itálie. Po roce 1550 přibyla Francie, severní Německo a Švýcarsko. Od roku 1600 můžeme připočítat ještě Nizozemí a Anglii.[3] Každá z výše uvedených zemí se může pochlubit několika významnými jmény, která se zapsala do historie renesanční matematiky.

V Německu a Nizozemí jsou to Michael Stifel, Christoff Rudolf, Simon Stevin a Albert Girard. V Itálii jsou to Luca Paciola, Nicolò Tartaglia, Scipione del Ferro, Lodovico Ferrari, Girolamo Cardano a Raphael Bombelli. Z Anglie můžeme zmínit Roberta Recorda, Johna Napiera, Thomase Harriota a Williama Oughtreda. Ve Francii jsou to Nicolas Chuquet, Jean Peletier du Mans, François Viète, René Descartes a Pierre de Fermat.[4] S některými výše zmíněnými matematiky se ještě setkáme v další podkapitole, neboť měli významný vliv na dílo Alberta Girarda.

Renesanční matematika doplňuje překlady chybějících řeckých autorů (například dílo Diofanta z Alexandrie). V této době se také rozvíjí nová matematická symbolika, která se kodifikuje s tiskem matematických spisů.

Znalosti o světě se v 17. století samozřejmě zdály být zcela odlišné od myšlení století patnáctého. V této době nepochybně proběhly značné změny v celé evropské kultuře, včetně debat o původu fyzického světa a možnostech jeho studia. Je ovšem nutné zaznamenat dobový zvyk významných autorů označovat svá díla za nová a objevná, jako ukázky myšlenek odlišných od antiky a předešlých autorit. Velice často se také setkáme se slovem

[1] Daston, L. *The Cambrigde History of Science,* s. 696.
[2] Tamtéž, s. 697.
[3] Tamtéž, s. 697.
[4] Durand-Richard, *Calcul et signification,* 2012.

"nový" i v názvu děl, jako například *Nový Organon* Francise Bacona, *Dvě nové vědy* Galilea Galilee, Keplerova *Nová astronomie* nebo *Nový objev v algebře* Alberta Girarda.[5]

Co se týče počátku novověku, velice často se setkáme s pojmem "vědecká revoluce", který má naznačit změny ve vnímání světa. Je to však pouze pojem vytvořený historiky věd právě pro období raného novověku, kdy, podle nich, byly položeny základy moderní vědy. Přesná datace této revoluce se však různí od historika k historikovi, většinou se pohybuje od 16. do 18. století. Ačkoli se jedná o historický pojem, zakládá se i tak na historických faktech.[6]

Sporné je však i užití slova "věda", které se datuje až do 19. století. V 17. století však neexistovalo nic jako věda v dnešním slova smyslu. Existovalo něco jako "přírodní filozofie" (*philosophia natura*), která měla za cíl popsat a vysvětlit celý systém světa. Kdybychom odlišili středověkou přírodní filozofii od dalších matematických a více pragmatických a empirických věd, pak by smyslem "vědecké revoluce" bylo novověké splynutí přírodní filozofie s dalšími přístupy k analýze světa, které pak dalo vzniknout něčemu blízkému našemu současnému pojetí vědy.[7]

1.2 MATEMATICKÁ SYMBOLIKA

V renesanční matematice dochází k významnému posunu v systematickém nahrazování čísel písmeny. Matematika se v této době přesouvá do symbolické roviny a otevírají se tak nové možnosti kalkulu.

Matematické symboly vznikaly postupně přes překlad arabských termínů do latiny po používání zkratek.

Luca Pacioli používal symboly *p* a *m* pro sčítání (*piú*) a odčítání (*meno*), znaky *co, ce, cu* a *ae* pro proměnnou (*cosa*), druhou mocninu (*censo*), třetí mocninu (*cubo*) a čtvrtou mocninu (*censo de censo*). Také používal znak *Rx* pro odmocninu (*radix*).[8]

S dílem Girolama Cardana *Ars Magna* se z koeficientů stávají nové symboly, se kterými lze určit typ rovnice.[9]

Raphael Bombelli se svou *Algebrou* pokračuje v používání symbolů. Namísto vyjadřování slovy používá odlišné znaky pro různé druhy odmocnin - druhou odmocninu značí *R.q*, třetí odmocninu označuje *R.c* a pro čtvrtou odmocninu vytváří znak *R.qq*. Také se

[5] Henry, J. *The Scientific Revolution*, s. 1.
[6] Tamtéž, s. 1.
[7] Tamtéž, s. 4-5.
[8] Hanke, M. Větrovcová, M. *Stopování sémiotiky,* s. 154.
[9] Tamtéž„ s. 159.

u něj setkáme s prvními závorkami, které od sebe oddělují odmocňované výrazy. Bombelli také zavádí nový znak pro proměnnou mocninu, a to znak $\cup$.[10]

Christoff Rudolff přichází se speciálními znaky pro mocniny čísel, také se u něj objevují znaky √ pro druhou odmocninu, √√ pro třetí odmocninu a √√√ pro čtvrtou odmocninu.[11]

Symbolická reprezentace známé veličiny byla hlavním objevem konce 16. století, díky Françoisovi Viètovi, který zavedl nový systém matematického značení, celého založeného na písmenech.[12]

Zatímco aritmetika u Diofanta používá koeficienty a proměnné jen s kladnými čísly, Viète zavádí nečíselné symboly i pro druhy čísel a rovnic. Známé veličiny značí velkými písmeny souhlásek a neznámé veličiny označuje velkými písmeny samohlásek. Dále používá znak N pro neznámou mocninu a závorky pro sloučené algebraické členy. Pro vyjádření rovnosti, druhé a třetí mocniny Viète ještě používá slovní značení *aequalis, quadratum* a *cubus*.[13]

Ve Viètově době byly geometrické znaky považovány za libovolné, tedy obecné. Pro označení neznámých veličin bylo zapotřebí nečíselného symbolu. Za těchto podmínek odstoupení od čísel jako symbolizace daných veličin vedlo přímo k novému pravidlu - považovat i danou veličinu za libovolnou.[14] Od té doby vzorečky nahradily rétorické počty a poezii, které od středověku do renesance popisovaly řešení matematických problémů v přirozeném jazyce.[15]

1.3 POKROKY V ŘEŠENÍ ROVNIC

Teorie kvadratických rovnic se objevila už kolem roku 700 našeho letopočtu. Zabýval se jí především Al-Chvárizmí v 9. století. Na jeho práci pak navázal v 11. století Omar Chajjám, a to studiem rovnic třetího stupně.[16] Rozlišoval rovnice, které obsahovaly třetí mocninu neznámé veličiny, a řešení takových rovnic chápal jako průsečík dvou kuželoseček.[17]

Evropská algebra šestnáctého století pak vycházela z poznatků svých islámských předchůdců. První kroky evropských algebraiků studovaly pouze kladné kořeny rovnic třetího stupně. Algebraické pravidlo pro jejich určování sepsal Scipione del Ferro (1465-1526).

[10] Hanke, M. Větrovcová, M. *Stopování sémiotiky,* s. 160.
[11] Tamtéž, s. 160.
[12] Serfati, M. *La constitution de la pensée symbolique mathématique,* 2009.
[13] Hanke, M. Větrovcová, M. *Stopování sémiotiky,* s. 165.
[14] Serfati, M. *La constitution de la pensée symbolique mathématique,* 2009.
[15] Tamtéž.
[16] Daston, L.; Park, K. *The Cambridge History of Science,* s. 708.
[17] Němec, P. *Abel. O algebraických rovnicích,* s. 87.

Následně chtěli matematici popsat obecné řešení rovnic třetího stupně, což se jim zpočátku příliš nedařilo.

Pracovali na tom již Cardano a Ferrari, jejich teorii zobecnil Raphael Bombelli ve své *Algebře* v roce 1572. Podařilo se jim sestavit obecné řešení rovnic čtvrtého stupně a právě díky tomuto postupu pak Cardano přišel s obecným řešením pro rovnici třetího stupně.[18] Cardano převedl obecnou rovnici třetího stupně na redukovanou rovnici bez kvadratického členu.[19]

Bombelliho teorie, později známá jako teorie komplexních čísel, počítala se zápornými kořeny, ale pouze jako určujícími pro kořeny pravé (tedy kladné). Záporná čísla, stejně jako nula, nebyla považována za řádné matematické entity.[20] To se změnilo až v roce 1629 se základní větou algebry, sestavenou Albertem Girardem, podle které každá algebraická rovnice *n*tého stupně má právě *n* kořenů. Samotná věta se ale u Girarda objevuje bez důkazu. Ten sepisuje až Carl F. Gauss v roce 1799.[21] V tomto roce vydává svou disertační práci, ve které zveřejňuje důkaz základní věty algebry. Podle ní má každá polynomiální nekonstantní rovnice alespoň jeden kořen.[22]

Albert Girard užíval trojúhelník, později zvaný Pascalův, a používal ho jako základ pro rozvoj věty o symetrických funkcích, i když o nich ještě nepřemýšlel jako o symetrických.[23] Girard také přišel náhodně a poprvé na rozvoj součtu mocnin kořenů, ve smyslu koeficientů. Diskutoval také o vztahu mezi koeficienty a kořeny. Snažil se vysvětlit rozdíl mezi označením těchto vztahů jako *součet, součin 2x2, součin 3x3,* atd., a *součet, součet druhých mocnin, součet třetích mocnin*, atd., což podle Girarda není totéž.[24]

Podle Charlese Huttona byl Girard první, kdo porozuměl obecnému pravidlu tvoření koeficientů mocnin ze součtu kořenů a jejich součinů. Byl také první, kdo objevil pravidlo pro sčítání mocnin kořenů jakékoli rovnice.[25]

Vztahy mezi koeficienty a kořeny, i když zatím jen pro kvadratické rovnice (tedy rovnice druhého stupně), se také zabýval François Viète.[26]

---

[18] Daston, L.; Park, K. *The Cambridge History of Science,* s. 709.
[19] Hanke, M. Větrovcová, M. *Stopování sémiotiky,* s. 157.
[20] Daston, L.; Park, K. *The Cambridge History of Science,* s. 709.
[21] Tamtéž, s. 710.
[22] Němec, P. *Abel. O algebraických rovnicích,* s. 94.
[23] Funkhouser, G. H. *A Short Account of the History of Symmetric Functions,* s. 360.
[24] Tamtéž, s. 361.
[25] Tamtéž,, s. 361.
[26] Němec, P. *Abel. O algebraických rovnicích,* s. 88.

Současník Girarda, Thomas Harriot, také objevil vztah mezi kořeny a koeficienty, ale ještě neznal záporné ani imaginární kořeny.[27]

1.4 ZÁKLADNÍ VĚTA ALGEBRY

Albert Girard je známý zejména pro zformulování základní věty algebry. Podrobněji se na tuto teorii podíváme v komentovaném překladu[28], nyní se budeme zabývat stručnou historií vývoje této teorie.

Mohli bychom vyčlenit tři období ve formulování základní věty algebry. Prvním obdobím je formulace věty bez řádného důkazu na začátku 17. století, kam bychom zařadili právě Alberta Girarda. Druhým obdobím jsou pokusy o provedení důkazu této věty v průběhu 18. století, kam patří zejména d´Alembert a Euler. Posledním obdobím je pak provedení řádného důkazu v 19. století, kam bezpochyby patří Carl F. Gauss.[29]

Girard popsal bez provedení důkazu, že každá algebraická rovnice, včetně nekompletní (která může mít některé, ale ne všechny, koeficienty nenulové), a kromě triviální ($a^0=0$, která pro nenulové a^0 nemá řešení), má tolik řešení, kolik je stupeň nejvyššího mnohočlenu. Girard pak upřesňuje, že pro nekompletní rovnice toto platí, pokud nahradíme chybějící koeficienty nulou.[30] To znamená, že rovnice *n*tého stupně má přesně *n* kořenů, ani více, ani méně. Tato věta může být pravdivá pouze tehdy, jsou-li akceptována komplexní a záporná čísla, stejně jako nula a jejich násobnosti[31]. Jedná se o velmi důležitou matematickou větu, ukazující hranice matematiky, kam až může dospět. Zjistíme, kolik řešení má daná rovnice, aniž bychom je všechna znali.

Tento Girardův teorém má dvě podmínky. Za prvé, je třeba přijmout záporná řešení jako řešení rovnic, a za druhé, je třeba akceptovat imaginární řešení rovnic. Svou teorii Girard vysvětluje a potvrzuje vyřešením příkladů Simona Stevina a Françoise Vièta.[32]

1.5 GIRARDOVY INSPIRACE U PŘEDCHŮDCŮ A SOUČASNÍKŮ

V této podkapitole se seznámíme se třemi významnými matematiky, kteří ovlivnili vznik Girardova spisu *Invention nouvelle en l´algèbre*.

Prvním z nich je starověký matematik Diofantos z Alexandrie (asi 3. století př.n.l.). Albert Girard spolu se Simonem Stevinem přeložili šest z třinácti jeho aritmetických knih.

---

[27] Funkhouser, G. H. *A Short Account of the History of Symmetric Functions,* s. 361.
[28] Viz strany 49 a 52 této diplomové práce.
[29] Gilain, Ch. *Sur l´histoire du théorème fondamental de l´algèbre,* s. 92.
[30] Viz strana 53 této diplomové práce.
[31] například rovnice $x^2=0$ má dva násobné kořeny $x_1=x_2=0$
[32] Kouteynikoff, O. *La démonstration par Argand du théorème fondamental de l´algèbre,* s. 123.

Girard přidal svůj překlad dvou posledních knih k reedici *Aritmetiky* Simona Stevina v roce 1625. Diofantos nebyl ve středověku znám a dochoval se pouze částečně u byzantských učenců, Girardova a Stevinova práce je tak velkým přínosem pro vzkříšení zapomenuté antické vzdělanosti. Diofantos se zabýval soustavou lineárních rovnic, každá kvadratická rovnice pak měla vždy dva kořeny. K této teorii Diofantos dospěl tím, že odmítl záporné kořeny rovnic.[33]

Dalším významným matematikem je François Viète. Girard rozebral a okomentoval jeho dílo *Syncrèse*, zhruba ve stejné době, kdy pracoval na svém spisu *Invention*.[34] Viète se narodil ve Fontenay-le-Comte, studoval práva na univerzitě v Poitiers a sloužil u Jindřicha IV. Z jeho děl je nejdůležitější spis *In artem analyticem Isagoge* z roku 1591, kde se snažil obnovit Pappovu metodu v kombinaci s Diofantovým postupem. Viète používal písmena pro určování známých i neznámých členů rovnic, přičemž samohlásky sloužily pro značení neznámých členů a souhlásky pro značení těch známých. Viète také sepsal nové pravidlo pro řešení rovnic, známé jako "antithesis", tedy převod členů rovnice z jedné strany na druhou.[35]

Nejvýznamnějším matematikem, který ovlivnil Girardovu práci, byl Simon Stevin. Narodil se v Bruggách, vystudoval univerzitu v Leidenu a pracoval pro Prince Maurice z Nassau jako inženýr. Psal traktáty o desetinných zlomcích, aritmetice, algebře, teorii perspektivy, mechanice, či o Koperníkově astronomickém systému.[36] Jako někteří matematici nedělal ani Stevin rozdíly mezi racionálními a iracionálními čísly. Reálná čísla pro Stevina tvořila posloupnou řadu, a toto tvrzení pak bylo přijato všemi následovníky. Stevin také počítal se zápornými čísly, ale stejně jako Raphael Bombelli nepřijal imaginární řešení rovnic, neboť podle něj neslouží k nalezení reálných řešení.[37] Stevin také zjednodušil některá algebraická značení. Používal značky + a − pro sčítání a odčítání, písmena M a D pro násobení (*multiplication*) a dělení (*division*), a značky √ pro druhou odmocninu a √③ pro třetí odmocninu.[38]

Girard komentoval Stevinovu *Aritmetiku* a své poznámky vždy připojil k textu s vlastním jménem. Mohl tak chtít oddělit své a Stevinovy myšlenky, nebo zdůraznit, které myšlenky jsou nové a pochází přímo od Girarda. Dále také opravil některá Stevinova pojmenování.[39]

---

33 Bosmans, M. H. *Diophante d´Alexandrie,* s. 14.
34 Bosmans, M. H. *Albert Girard et Viète,* s. 36.
35 Waerden, B. L. *A History of Algebra,* s. 63-64.
36 Daston, L.; Park, K. *The Cambridge History of Science,* s. 700.
37 Waerden, B. L. *A History of Algebra,* s. 69.
38 Tamtéž, s. 69.
39 Maupin, G. *Opinions et curiosités touchant la mathématique,* s. 170.

2 ALBERT GIRARD

2.1 ŽIVOTOPIS A DÍLO

Albert Girard se narodil v roce 1595 v Saint-Mihielu v Lotrinsku. Je to jeden z nejvýznamnějších geometrů počátku 17. století a představuje francouzskou matematiku holandského prostředí. Girardovo přesné datum narození není známo, neboť o něm není údaj v *actes de baptême* jeho rodného města. Pravděpodobně tam nebyl zapsán, protože jeho rodiče byli hugenoti, a Girard tak nemohl být pokřtěn. Je také možné, že se narodil před rokem 1576, kdy se ještě matrika města nevedla.[40] Z údajů univerzity v Leidenu ale víme, že na ní byl imatrikulován v roce 1617 ve věku 22 let, což tedy potvrzuje rok narození 1595, který se objevuje v několika zdrojích, včetně Národní holandské biografie z roku 1912. Místo narození pak odvozujeme z přídomku *Samielois*, který si Girard přidával ke jménu.[41]

Girardova díla vycházela mezi lety 1625 a 1634 v Leidenu a v La Haye a byla psaná ve francouzštině. V této době Girard žil v Nizozemí, kde sloužil u Generálních stavů, pravděpodobně tam pracoval jako inženýr.[42] Francii musel opustit kvůli hugenotskému vyznání.[43]

Girard se proslavil také vydáváním a komentáři děl jiných matematiků, například vydal dva traktáty vojenského inženýra Samuela Maroloise, či revidoval *Aritmetiku* Simona Stevina.[44] Tato práce vyšla v rámci *Oeuvres complètes* v roce 1634, již posmrtně (Albert Girard zemřel v roce 1632 v Nizozemí). Dílo vydala jeho manželka Suzanne de Nouet, se kterou se Girard oženil 17. dubna 1614 v La Haye.[45]

2.2 GIRARDOVA MATEMATIKA

Co se týče Girardovy aritmetiky, tak převzal Chuquetovy výrazy pro *milion, bilion* a *trilion*.[46] Girard také používal aritmetický trojúhelník, dnes známý jako Pascalův trojúhelník.

V algebře Girard vylepšil Stevinovo psaní kořenů rovnic − třetí odmocnina se nově nepíše před výrazem (tedy √③), ale jako zlomkový exponent (tedy $\frac{1}{3}$). Vyjádření odmocniny jako zlomkové mocniny je tedy novým objevem této doby, stejně jako pravidla pro umocňování neceločíselnými exponenty.

---

[40] Tanery, P. *Albert Girard de Saint-Mihiel*, s. 358-360.
[41] Cohen, G. *Écrivains français en Hollande dans la première moitié du 17e siècle,* s. 341.
[42] Tanery, P. *Albert Girard de Saint-Mihiel*, s. 358.
[43] Maupin, G. *Opinions et curiosités touchant la mathématique,* s. 167.
[44] Tamtéž, s. 167.
[45] Bosmans, M. H. *Diophante d´Alexandrie,* s. 59.
[46] Chuquet, *Triparty en la science des nombres*, 1484.

Girard také vysvětlil kořeny extrémně blízké určitým číslům, uvedl též jasné pravidlo pro odvození třetí mocniny dvojčlenu. Nikdy se u něj nesetkáme s rovnicí s druhým členem 0.[47]

V obecné rovině pak Girard objevil, že negativní kořeny rovnic jsou řízeny v opačném smyslu, než pro kladná čísla, tedy ve smyslu očekávání myšlenky číselné řady.[48]

Podle Girarda může mít rovnice tolik kořenů, kolik značí její stupeň. Girard také zachoval imaginární kořeny rovnic, protože ukazují obecná pravidla pro tvoření rovnice z jejích kořenů.[49] Girard také ukázal, jak najít součet druhých mocnin kořenů, nebo součet třetích či čtvrtých mocnin. Pro všechny mocniny tento postup zobecnil až Isaac Newton ve svém díle *Arithmetica Universalis* (mezi lety 1673 až 1683).[50]

Girard se také domníval, že je možné představit každý mnohočlen jako součin přímých činitelů, stejně jako můžeme vyjádřit každé složené číslo jako součin prvočísel. Nebyl první, kdo přišel s touto myšlenkou, setkáme se s ní již u Vièta nebo Harriota, ale byl prvním, kdo tento objev považoval za důležitý.[51]

Co se týče geometrie a trigonometrie, ve spisu *Invention* se setkáme s novými myšlenkami a teoriemi. Girard byl jedním z prvních, kdo používal zkratky *sin, tan* a *sec* pro oblouk (*sinus*), tečnu (*tangens*) a sečnu (*sécante*), později používané jako trigonometrické funkce sinus, tangens, sekans.[52]

V geometrii Girard zobecnil koncept rovinného mnohoúhelníka, rozšířil typy čtyřúhelníků o další tři, typy pětiúhelníků na 11 a typy šestiúhelníků na 69 (dnes jich známe 70).[53]

Ve sférické trignometrii, stejně jako Viète a Willebrord Snell, Girard používal dodatkový trojúhelník. Byl také první, kdo veřejně publikoval, že oblast sférického trojúhelníka je úměrná jeho sférickému přebytku. Tento teorém pocházel z optické tradice Witela, možná ji znal již Regiomontanus, a určitě ji znal Thomas Harriot. Girard provedl důkaz tohoto teorému, ale označil ho pouze za možné řešení, protože mu nepřipadal dostačující. Lepší důkaz představil Bonaventura Cavalieri v roce 1632. Girard byl také první, kdo vyzdvihl geometrický význam záporných čísel.[54]

---

47 *Girard Albert* In: Complete Dictionary of Scientific Biography, 2008.
48 Boyer,C. B.; Merzbach, U. C. *A History of Mathematics,* s. 275.
49 Tamtéž, s. 276
50 Tamtéž, s. 370
51 Tabak, J. *Algebra: Sets, symbols and the language of thought,* s. 81.
52 *Girard Albert* In: Complete Dictionary of Scientific Biography, 2008
53 Tamtéž.
54 Tamtéž.

Girard také detailně provedl řešení neredukovatelného problému kubické rovnice, navržené již Françoisem Viètem.[55] Také jako první uvedl pravidlo pro nalezení oblasti sférického trojúhelníka nebo mnohoúhelníka ohraničeného kružnicí na sféře. Nabídl také některé obecné věty pro měření a porovnávání tělesových úhlů.[56]

Když se podíváme na Girardovo matematické značení, vidíme v něm rozšíření značení Chuqueta, Bombelliho a Stevina.[57]

Girard vylepšil Stevinovo psaní kořenů rovnic do zlomkových exponentů.[58] Spor mezi značením kořenů používáním zlomkových exponentů a používáním odmocninových značek začal již v Girardově době a Girard byl nejspíše první, kdo navrhl umístění označení stupně kořenů na začátku odmocninové značky, jako $\sqrt[2]{\ }$ Někdy ještě používá znak √√ pro $\sqrt[4]{\ }$.[59]

Později Girard převzal kroužkové značení mocnin, stejně jako Stevin. Jeho značky ②③④ označují 2., 3. a 4. mocninu. Když jsou nalevo od čísla, značí příslušnou mocninu toho čísla, když jsou napravo, značí mocninu neznámé velikosti. Girard také používal kroužkové značení pro kořeny namísto symbolů √ a $\sqrt[3]{\ }$.[60]

Girard užíval znaky + a − pro sčítání a odčítání. Co se týče odčítání, v *Invention* uvádí ještě znaky ÷ a =. Také zmiňuje nové symboly *ff* pro "více než" a § pro "méně než".[61] Tyto znaky, přejaté z dostupných sazečských liter, se však později neujaly, neboť v prosazení určitého matematického značení sehrál velkou úlohu právě knihtisk ustálené litery.

3 INVENTION NOUVELLE EN L ´ALGEBRE

3.1 VÝZNAM DÍLA

Invention nouvelle en l´algèbre je důležitým spisem mezi algebraickými pracemi Vièta, Stevina a Descarta.

Spis vyšel poprvé v roce 1629 u Guillauma Ianssona de Blaeuwa v Amsterdamu. V předmluvě díla Girard spis věnuje Henrymu de Bergaigne, u kterého byl zaměstnán jako inženýr.[62]

---

[55] Boyer, C. B.; Merzbach, U. C. *A History of Mathematics,* s. 280.
[56] Rose, H. J.; Smedley, E. *Encyclopedia Metropolitana,* s. 311.
[57] Cajori, F. *A History of Mathematical Notations,* s. 159.
[58] *Girard Albert* In: Complete Dictionary of Scientific Biography, 2008.
[59] Cajori, F. *A History of Mathematical Notations,* s. 158-159.
[60] Boyer, C. B.; Merzbach, U. C. *A History of Mathematics*, s. 286
[61] Viz s. 25 této diplomové práce.
[62] Girard, A. *Invention nouvelle en l´algèbre.* 1629.

Původní vydání se brzy stalo knihovnickou raritou. Existuje exemplář v Musée Plantin v Anvers a také výtisk v soukromé knihovně Michaela Chaslese.[63] Až v roce 1884 dochází k přetisku díla a to díky Bierensovi de Haanovi.[64] Ten, jak píše ve své předmluvě, považuje *Invention nouvelle en l´algèbre* za velmi vzácný traktát hodný přetisku a doufá, že se najdou historici věd, kteří ho ocení.[65] Tato verze je přetištěna v novějším pravopisu a obsahuje poznámky pod čarou, které opravují nepřesnosti původního vydání.

Spis *Invention* není primárně určen pro čtenáře, jak autor sám uvádí ve své předmluvě. Jsou to spíše paměti, ve kterých Girard vysvětluje na číselných příkladech svá pravidla a své teorie. U většiny teorií ale chybí řádný důkaz, a nakonec tak zůstává přeci jen na čtenáři, aby tyto důkazy objevil sám.

3.2 ČLENĚNÍ SPISU

Samotný spis není rozdělen ani do knih, ani do kapitol. Z celého názvu díla však můžeme spis rozčlenit do tří částí.

První se věnuje stručnému úvodu k aritmetice. Autor zde představuje svou terminologii, počítání se zlomky, matematické operace a pravidlo trojčlenky.

Druhá část spisu se zabývá teorií rovnic, tedy algebrou. Girard zde popisuje vztahy mezi kořeny a koeficienty, počítá se zápornými a imaginárními kořeny, a řeší odvozování vícečlenných kořenů. Girard tu pracuje s mocninami a odmocninami, se zlomky, či s algebraickou konstrukcí matematických problémů.

Třetí část díla popisuje měření plochy trojúhelníků, řeší problematiku sférických trojúhelníků a mnohoúhelníků, a také měření tělesových úhlů.

4 KOMENTOVANÝ PŘEKLAD

4.1 PROBLEMATIKA PŘEKLADU

Spis *Invention nouvelle en l´algèbre* vyšel poprvé v roce 1629. Rukopis je dnes snadno dostupný v digitalizované podobě na internetu, díky Bibliothèque nationale de France. Kvalita naskenovaného rukopisu je dobrá, spis se dochoval neporušený, nenalezneme v něm žádná prázdná místa či chybějící strany. Přesto sken psaného textu 17. století představuje některá úskalí v čitelnosti, jako je horší kvalita papíru, nečitelné číslice, především u zlomků, či

[63] Bosmans, M. H. *La théorie des équations dans l´Invention nouvelle,* s. 61.
[64] Préface de Bierens de Haan, *Invention nouvelle en l´algèbre,* 1884.
[65] Tamtéž.

drobné písmo na některých místech spisu. Také se setkáme se starším tiskem písmene *s*, které je v některých slovech přepsáno jako *f*, což ztěžuje četbu textu.

Pro snadnější práci s textem jsme použili druhé, novější vydání spisu z roku 1884. Spis byl digitalizován Google Book Search v roce 2006 a je snadno dostupný na internetu. Kvalita rukopisu je lepší, než u vydání z roku 1629, všechna *s* zde již nalezneme v dnešním tvaru. Ovšem i u tohoto vydání narazíme na některé nevýhody. Spisu chybí poslední strana a Girardovo značení mocnin pomocí čísel v kroužku je zde nahrazeno závorkami. Je tedy nutné porovnat obě varianty spisu, zda jejich obsah souhlasí. Jak již bylo řečeno výše, spis z roku 1884 byl vydán za pomoci doktora D. Bierense de Haana, a obsahuje poznámky pod čarou, které opravují některé části textu a nebo ho vysvětlují. Ke konkrétním příkladům se dostaneme v části komentovaného překladu.

Protože se jedná o rukopis, po grafické stránce narazíme na některé obtíže. Je třeba přepsat všechny zlomky a rovnice, speciální znaky, dodatečné symboly a tvary do grafické podoby tak, abychom se vyhnuli nutnosti příslušné části vkládat jako obrázek. Také je třeba použít původní Girardovo značení číslic v kroužku a vytvořit speciální symboly v příslušných programech. Všechna tato práce je nezbytná, avšak značně prodlužuje práci na překladu a samotné diplomové práci.

Z hlediska samotné překladatelské práce je třeba zmínit, že pracujeme s textem 17. století, a tedy i s francouzštinou této doby. Pro správnost výrazů je nutné pracovat nejen s překladovými a výkladovými slovníky, ale také s etymologickým slovníkem, abychom předešli překladu dobových termínů do současných. Některé termíny 17. století již dnes vymizely nebo byly nahrazeny jinými. U některých výrazů se také setkáme s posunem významu či s úplnou změnou. Ke konkrétním příkladům se vrátíme v komentovaném překladu.

Je třeba také pracovat s dobovou matematickou terminologií a výrazy překládat co možná nejpřesněji významu 17. století. Důraz je kladen na použití přesné české matematické terminologie, s minimem úpravy české varianty do příliš moderního znění.

Na závěr je nutno zmínit autorův specifický styl. Tím, že spis *Invention* jsou spíše paměti, setkáme se v něm velmi často s neuspořádanými myšlenkami v dlouhých souvětích s množstvím různé interpunkce. Je třeba číst spis velmi podrobně a jednotlivé myšlenky v něm vyhledat a oddělit je. Autor také používá vlastní zkratky slov a ne vždy je snadné je všechny identifikovat. Také se často setkáme s různým pravopisem některých výrazů. Konkrétní příklady budou uvedeny v komentovaném překladu.

4.2 METODIKA PŘEKLADU

Práci na překladu vybraného spisu můžeme rozložit do pěti fází. V první fázi jsme se seznámili se spisem v originální podobě a zařadili jsme ho do dobového kontextu. Druhá fáze zahrnovala vytvoření seznamu klíčových slov a slovníčku důležitých výrazů. Ve třetí fázi jsme sestavili hrubý překlad textu, na němž jsme dále pracovali, aby se český překlad co nejvíce shodoval s originálem, a přitom byl stále přístupný současnému publiku. Ve čtvrté fázi jsme překlad přizpůsobili české gramatice a skladbě vět, pro lepší srozumitelnost a čitelnost. Následoval přepis do textového editoru a následná grafická úprava vybraných pasáží. V poslední fázi jsme připojili lingvistický a matematický komentář důležitých částí spisu. Celý překlad včetně komentáře bude následovat od strany 15.

4.3 ÚVOD K PŘEKLADU

Následující kapitola představí překládaný text s lingvistickým a matematickým komentářem. Oproti originálnímu textu byly provedeny nezbytné úpravy v interpunkci. Francouzský jazyk používá interpunkci jinak než český jazyk a je třeba některá souvětí zkrátit podle významu, a oddělit tak jednotlivé myšlenky. Nadpisy a názvy kapitol a podkapitol originálního spisu byly ponechány, aby odpovídaly původnímu textu, včetně zachování autorova použití kurzivy a tučně zvýrazněných slov. Celý překlad se v této diplomové práci objeví v podkapitole 4.4 Překlad s komentářem.

Komentář je připojen k překladu formou poznámek pod čarou a obsahuje vysvětlení a upřesnění některých překládaných výrazů, matematický komentář důležitých pasáží v textu s odkazy na použitou sekundární literaturu, a doplňující komentář důležitý pro pochopení některých částí díla. Doplnění nezbytných výrazů v českém jazyce je odlišeno hranatými závorkami.

4.4 PŘEKLAD S KOMENTÁŘEM

Nový objev

V

ALGEBŘE

OD

MATEMATIKA

ALBERTA GIRARDA

Jak [o objevu] v řešení rovnic, tak v poznání počtu řešení, které mají; a o dalších věcech, které jsou nezbytné pro úplnost této božské vědy.

V AMSTERDAMU

u Guillauma Ianssona Blaeuwa

1629

PRO PANA

HENRYHO DE BERGAIGNE, kapitána Jezdecké společnosti pro Generální stavy Spojených Nizozemských provincií, výběrčího daní z Brabantu ve čtvrti Breda, atd.

PANE,

Mezi vědy, které vroucně milujete, a které Vám jsou blízké, jste nejen zařadil matematiku, ale také jste pokročil nad obecné poznatky, což, a hlavně věhlas Vaší ctnosti, mě ujistilo, že oceníte tyto tři malé traktáty, z nichž první je pouze stručným úvodem k aritmetice, ale dva další obsahují některé novinky v algebře a geometrii, neznámé nejen moderním, ale také starším, a není nic, co by mě teď nezajímalo více, jen že jsou trochu brzy vydány z mé ruky, abych jim stihl dát skvělý vzhled, a také nemám jiný předmět zájmu, který Vám chci ukázat, než ten, že se poroučím.

Pane,

Váš velmi pokorný a velmi oddaný služebník

Albert Girard

DODATEK MATEMATICKÝ

Počátky aritmetiky

ROZŠIŘOVÁNÍ ČÍSEL

Oddíly

jednotka tisíc milion tisíc milionů	bilion tisíc bilionů milion bilionů tisíc milionů bilionů	trilion tisíc trilionů milion trilionů tisíc milionů trilionů
první posloupnost	*druhá posloupnost*	*třetí posloupnost*

Čtvrtá posloupnost začíná kvadrilionem, pátá kvintilionem atd. Každá posloupnost obsahuje dvanáct číslic, čísla jdou do nekonečna. Každý oddíl obsahuje tři stupně, a to desetiny, desítky, stovky.

Tisíc milionů trilionů	Milion trilionů	Tisíc trilionů	Triliony	Tisíc milionů bilionů[66]	Milion bilionů	Tisíc bilionů	Biliony	Tisíc milionů	Miliony	Tisíce	Stopy
314	159	265	358	799	323	846	264	338	327	950	288[67]
1	414	213	562	373[68]	095	048	801	688	724	209	698[69]
hlava											řada

---

[66] Ve spisu z roku 1629 je překlep *mille milion de milions* (tisíc milionů milionů), ale ve spisu z roku 1884 je tato chyba opravena formou poznámky pod čarou na *mille milion de bilions* (tisíc milionů bilionů)

[67] V poznámce pod čarou spisu z roku 1884 zde nalezneme poukázání na fakt, že v případě záměny čísel 7 a 9 v trojčíslí 799 za 979 dostaneme díky celé řadě čísel vyjádření čísla ∏.

[68] Zde je ve spisu z roku 1884 špatný přepis čísla a místo *373* zde najdeme *793.*

[69] V poznámce pod čarou spisu z roku 1884 zde nalezneme komentář, že celá řada je také vyjádřením druhé odmocniny z čísla 2.

O ČTYŘECH MATEMATICKÝCH OPERACÍCH

Čtyři běžné matematické operace jsou

sčítání odčítání násobení dělení

jednoduché složené

zvýšení snížení

Sčítání	*Odčítání*	*Násobení*	*Dělení*
6	menšenec 6	činitel[70] 6	dělenec 6
sčítance[71] &	bez	krát	děleno
2	menšitel 2	činitel[72] 2	dělitel 2
výsledek 8	4	12	3
součet	zbytek	součin	podíl
seskupení	rozdíl		
	nadbytek		
	nedostatek		

SČÍTÁNÍ

Nechť jsou předložena různá celá čísla, [zde je způsob jak] najít jejich součet

1	
6	
28	
496	sčítance
8128	
33550336	
8589869056	
8623428051	součet

Důkaz, jak postupujeme

9876
543
2101
23

[70] V originálním textu nalezneme výraz *efficient*, doslovně *násobený, násobek, ten, který je násobený*, což blíže vyjadřuje funkci čísla při násobení.

[71] Ve francouzském textu nalezneme slovo *ingredient* pro vyjádření sčítance. Doslovné vyjádření by bylo *ingredience, složka, člen* ve smyslu dvou stejných objektů ke sčítání.

[72] Ve francouzštině je zde výraz *coefficient* tedy n*ásobitel, ten, který násobí*, opět blíže vyjadřuje funkci čísla při násobení, jako výraz *efficient* v poznámce č. 70.

	4567
	1189
	29
	27
	20
	16
součet	18299

Obecné poučení

Kdo zná všechny části, může znát celek.

ODČÍTÁNÍ

Menšenec 2650005800091259287

<u>Menšitel 84398865470688704</u>

Zbytek 2565607434620570583

Zkouška 2650005800091259287

Známé přísloví: Máme-li celek a část, zbytek je známý.

NÁSOBENÍ

	3090507
	3090
	278145630
	9271521
součin	9549666630

násobky	863247
	128713
	2589741
	863247
	6042729
	6905976
	1726494
	863247
součin	111111111111

5732
13000
17196000
5732
74516000

Při násobení čísly, která začínají 1 a končí všechna nulou, stačí pouze dát nuly na konec čísla, které chceme násobit. 28 krát 10 je 280, také 28 krát 100, to je 2800.

Každý násobitel je číslo.

DĚLENÍ

Jestliže je více než jedna číslice v děliteli, a když první bude menší než druhá, bude obtížné zjistit podíl. Nicméně dělení číslem 19 je snadné, neboť začíná 1 (nejmenší z číslic) a má [číslici] 9, největší z číslic. Vezmeme jako podíl polovinu sudých, nebo největší polovinu lichých, jestliže můžeme:

Vydělte 48706630017 číslem 19, výsledek bude 2563506843.

Jestliže jsou v řadě dělitele nuly, je třeba je dát na konec, pod řadu dělence.

Potom také kolikrát zapíšeme dělitel, tolik je potřeba číslic v podílu.[73]

Zbytek musí být menší než dělitel.

	10355524		3218	
vydělte	5177762	číslem	1609	vyjde 3218
	20711048		6436	
	41422096		12872	

Když dělitel začíná 1 a končí nulou, tedy je třeba pouze odečíst od dělence tolik číslic, a ze stejné strany, to jest z pravé strany. Vydělte 3218 číslem 10, [výsledek] bude 321, číslo lze také zapsat 321/8, jestliže [dělíme] číslem 100, [bude] tedy 32/18, a jestliže [dělíme] 1000, pak bude 3/218 atd.

Vydělte jedním číslem

	vydělte		79833600
	2........		39916800
	3........		13305600
	4........		3326400
	5........		665280
číslem	11........	vyjde	60480
	10........		6048
	9........		672
	8........		84
	7........		12
	6........		2

Sčítání a odčítání jsou opačné[74] operace, stejně tak násobení a dělení.

I. PŘÍPRAVA NA ZLOMKY

Čísla zvaná prvočísla jsou taková [čísla], která nemají jiného dělitele[75] než sebe a jednotku. Jako 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, atd. Zbývající [čísla] jsou složená, 4, 6, 8, atd. Po tomto následuje způsob, jak najít všechny dělitele jednoho čísla.

[73] Zde si Girard odporuje, neboť v následujících příkladech poslední dělitel obsahuje 5 číslic a výsledek jen 4 číslice. Autor se nad tím nepozastavuje a ani ve spisu z roku 1884 nenalezneme žádný komentář.

[74] Dnes bychom řekli, že se jedná o inverzní operace. Toto je významný postřeh z hlediska vývoje obecné algebry, dosud nikde písemně nevydaný.

[75] V originálním textu se setkáme s výrazem *mesure* tedy *míra* pro vyjádření společného dělitele.

Nesoudělná[76] *čísla jsou taková [čísla], která nemají jiného společného dělitele než jednotku.* Jako 12 a 35, neboť 2, 3, 4 a 6 dělí 12; také 5 a 7 dělí 35, ale není jiné číslo než 1, které dělí jedno i druhé [číslo].

Naopak jsou čísla soudělná[77], která mají více společných dělitelů dělitelů než 1[78]:

	12,	18
společní	6	největší společný dělitel je nejvýznamnější
dělitelé	3	
	2	
	1	

Z více nabízených čísel zjistěte, zda- li jsou nesoudělná, nebo soudělná, a, tak jako tak, [najděte] jejich největšího společného dělitele.

Nechť jsou dána [čísla] 385 a 105. Vydělte větší menším, a dělitel rozdílem, bez ohledu na jejich podíl, až dokud nezůstane nic. Tedy poslední dělitel bude největší společný dělitel, jako zde 35, který dělí jeden [člen] 11 krát a druhý 3 krát, a není většího, než toho, který může dělit oba.

Všimněte si, že když je 1 největší společný dělitel, daná čísla budou mezi sebou nesoudělná, jako 512 a 343, a z toho plyne, že když zbude 1, tak čísla jsou mezi sebou nesoudělná.

Nechť jsou jinak dána více než dvě čísla - 385, 105, 100. Největší společný dělitel dvou [čísel] 385, 105 je, podle předchozího postupu, 35. Poté největší společný dělitel 35 a dalšího [čísla], což je [číslo] 100, je 5. Tedy 5 bude největší společný dělitel tří daných čísel 385, 105 a 100, a stejně postupujeme s více [čísly].

Ze dvou nebo více daných čísel nalezněte jejich nejmenší společný násobek.

Jestliže čísla jsou mezi sebou nesoudělná, jejich nejmenší společný násobek je jejich součin. Ale jestliže jsou čísla mezi sebou soudělná, je tedy třeba najít jejich nejmenší společný násobek, a postupovat následovně:

---

[76] Ve francouzském textu se setkáme s výrazem *nombres entr´eux premiers*, což lze doslovně přeložit jako *čísla mezi sebou prvočísla*, čímž chce autor vyjádřit, že pokud vezmeme několik čísel, jejichž jediný společný dělitel je číslo 1, pak tato čísla mezi sebou mají charakter prvočísel.

[77] V originálním textu se setkáme s výrazem *nombres entr´eux composez*, tedy doslovně *čísla mezi sebou složená*, což znamená, že když vybereme několik čísel, jež mají několik společných dělitelů, mají tato čísla mezi sebou charakter složených čísel, tedy čísel opačných prvočíslům.

[78] Abychom porozuměli předchozí definici, uvedeme zde komentář J. Tabaka: "*Řada přirozených čísel, což je vlastně jiný název pro řadu kladných celých čísel, může být rozdělena do tří skupin - prvočísla, složená čísla a číslovka 1. Prvočísla jsou dělitelná pouze sebou a jednotkou, jakékoli přirozené číslo jiné než 1, které není prvočíslo, se nazývá složené číslo, složená čísla jsou vždy dělitelná alespoň jedním prvočíslem* (Tabak, J., 2004, s. 80)

Nechť jsou dána čísla 12 & 18

Jejich největší společný dělitel 6

2 podíl, poté násobitel

Jejich nejmenší společný násobek bude 36 součin

Jestliže je dáno více čísel, je třeba vynechat dělitele, nebo čísla, která jsou nižší než jiná, a pak dvakrát násobit jako je provedeno následovně. Tolik tedy, že nejmenší společný násobek 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 je 27720. Tam, kde [to] nalezneme nejsnadněji, vynecháme dvě nesoudělná čísla, a nahradíme jejich místo jejich součinem.

II. PŘÍPRAVA NA ZLOMKY

Číslo ve tvaru zlomku má svůj původ v jednoduchém dělení celků, tolik tedy, že číslo ve zlomku je neúplné dělení.

Vrchní znak $\frac{2}{3}$ neboli čitatel

Spodní znak neboli jmenovatel

Ale oba znaky s dělicí čarou se nazývají zlomek.

Jednoduchý zlomek je takový, který nelze zkrátit, a jehož znaky jsou čísla nesoudělná, jako $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{12}{35}$ Jinak je zlomek nezkrácený, jako $\frac{50}{100}, \frac{6}{18}$ atd. A způsob, jak najít odvozené [zlomky] se nazývá rozšiřování, které se provádí tak, že násobíme čísla stejným číslem, jako $\frac{2}{3}$, každý znak vynásobený 7 bude $\frac{14}{21}$, které je rovno v hodnotě zlomku v základním tvaru $\frac{2}{3}$.

Naopak, způsob jak najít zlomek v základním tvaru, se nazývá krácení, které se provádí tak, že čísla vydělíme společným dělitelem, a stručněji, jejich největším společným dělitelem, jako $\frac{14}{21}$, vydělíme čísla číslem 7, výsledek bude $\frac{2}{3}$, který má stejnou hodnotu jako $\frac{14}{21}$.

Vlastní zlomek je ten, který je menší než 1, což je vidět tehdy, když čitatel je menší než jmenovatel, jako $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ atd., ale složený [zlomek] je naopak, tedy $\frac{5}{4}, \frac{6}{2}, \frac{7}{3}$. Co se týče dělení jednotky, vyjadřuje ji rovnost znaků $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}$ atd.

Celky, které se běžně dávají do nepravého zlomku tím, že dáme 1 do jmenovatele, $\frac{6}{1}$ má hodnotu 6, $\frac{7}{1}$ má hodnotu 7, atd.

Celky spojené se zlomky se dají také zapsat jako smíšené zlomky, jako $2\frac{3}{4}$ řečeno 4 krát 2 je 8 plus 3 je 11, pro čitatel, vezmeme stejný jmenovatel 4, tedy $\frac{11}{4}$ má hodnotu $2\frac{3}{4}$.

Naopak, máme-li nepravý zlomek, můžeme ho rozdělit na celé části a zlomky. Jestliže máme $\frac{11}{4}$, neboť poněvadž zlomky jsou pouze neúplným dělením, je třeba udělat úplné dělení, bude $2\frac{3}{4}$ rovno $\frac{11}{4}$.

MATEMATICKÉ OPERACE SE ZLOMKY

Při sčítání a odčítání zlomků je to snadné, když jsou jmenovatelé stejní, neboť pak čitatelé operují samostatně, ale když jsou jmenovatelé různí, postupujeme následovně:

Nechť jsou předloženy $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$

Sčítání

$$\begin{array}{ccc} 10 & 22 & 12 \\ \hline \frac{2}{3} & \times & \frac{4}{5} \\ \hline & 15 & \end{array}$$

součet $\frac{22}{15}$

nebo $1\frac{7}{15}$

Odčítání

rozdíl $\frac{2}{15}$

neboť 12 bez 10 jsou 2

Neboť $\frac{2}{3}$ a $\frac{4}{5}$ jsou převedeny na stejného jmenovatele, tedy $\frac{10}{15}$ a $\frac{12}{15}$.

Tedy, když chceme sčítat více zlomků, najdeme nejmenší společný násobek všech jmenovatelů, jako zde 60, potom co tak učiníme, sečteme nalezené čitatele.

$$\begin{array}{c|l} 60 & \\ \frac{2}{3} & 40 \end{array}$$

$\frac{5}{6}$	50 součet [je] $\frac{189}{60}$ nebo $3\frac{3}{10}$
$\frac{2}{5}$	24
$\frac{3}{4}$	45
$\frac{5}{12}$	$\frac{25}{189}$

Při násobení a dělení nesledujeme stejnost jmenovatelů, když jsou celá čísla se zlomky, dáme je do nepravého zlomku, jestliže jsou celá čísla bez zlomku, dáme je do zlomku tím, že dáme 1 za jmenovatele[79], jak bylo řečeno. Potom při násobení sledujeme stejné řádky, když násobíme $\frac{2}{3}$ zlomkem $\frac{4}{5}$, bude $\frac{8}{15}$. Všimněte si, že při násobení a dělení krátíme čísla, která nejsou ve stejné linii (tyto linie jsou paralelní při násobení nebo zkřížené při dělení), dělení se tedy dělá křížem tak jako sčítání a odčítání, dáme-li čísla řešení na dělence, a ne na dělitele.

Vydělte $\frac{2}{3}$ zlomkem $\frac{4}{5}$, bude $\frac{10}{12}$ nebo $\frac{5}{6}$, neboť vydělíme menší větším.

Tyto řádky, jak bylo řečeno, jsou kříženy ve třech operacích, a jsou paralelní při násobení, slouží jako ukázka toho, která čísla je třeba násobit navzájem.

O TROJČLENCE

Trojčlenka slouží k nalezení 4. úměry. Obvykle dáme shodná čísla do dvou krajností, a musí být stejného typu. Je třeba násobit dva poslední spolu, součin se musí vydělit prvním. Tedy podíl je stejného typu jako je ten prostřední. Jestliže 3 lokty stojí 4 franky, kolik stojí 17 loktů? Výsledek bude $22\frac{2}{3}$ franků, neboť 4 krát 17 je 68, to vyděleno 3 bude $22\frac{2}{3}$ franků.

Co se týče tohoto zlomku, jestliže chceme převést na měnu $\frac{2}{3}$ franků, to je 2 franky, které je třeba vydělit 3. Je třeba si všimnout zvyku prvního [členu] s třetím, než odlišíme přímou úměru od nepřímé. Dáme tázané číslo na konec, to znamená na třetí místo, a jeho stejný protějšek na první, tak jako v přímé, tak i v nepřímé úměře. Ale v přímé úměře, jestliže první je menší než třetí, druhý bude menší než požadovaný; jestliže bude větší, bude větší, což není v nepřímé úměře.

[79] V textu z roku 1629 nalezneme překlep a namísto *dénominateur* (jmenovatel) je zde *nominateur* (čitatel). Překlep je opraven ve spisu z roku 1884 v poznámce pod čarou.

Tedy v nepřímé úměře operujeme naopak než v přímé, neboť násobíme dva první a pak dělíme součin posledním.

Jestliže v jedné pevnosti může žít 300 mužů po 16 měsíců, jak dlouho [tam může žít] 100 mužů?

300 mužů v 16 měsících, kolik měsíců pro 100 mužů?

$$\frac{16}{48/00} \quad \text{bude 48 měsíců}$$[80]

Konec úvodu k aritmetice.

O povaze mocnin a odmocnin

Tedy ②, ③, ④ atd. značí mocniny − druhé, třetí, čtvrté − to je čtverec, krychle, čtverec čtverce[81], atd., a budou odmocňovat pouze přirozená čísla. Avšak když jsou ve zlomku, tak čitatel je mocnina a jmenovatel [je] kořen, jako [v případě] ($\frac{3}{2}$)49[82], [kde číslo] 3 značí kubickou[83] mocninu a číslo 2 kořen čtverce, můžeme tedy číst třetí mocnina druhého kořene [čísla] 49, a běžně krychle[84] kořene z 49, nebo to, co je kořen čtverce krychle čísla 49, neboť to je stále 343.

Všimněte si, že když znak předchází číslo, tak výsledek je určitý, jako zde výše hodnota byla přesně 343, a žádné další číslo, ale když znak následuje za číslem, tak je výsledek neurčitý. Neboť co je 18②, to je pouze přívlastek, který značí pouze poměr, jako když řekneme, že nějaké číslo jako 18② má hodnotu 108①, takže uvedené číslo je určeno a nemůže být nic jiného než 6. Přesto ⓪ je konečné určení [tj. výsledek], které následuje číslo, jako [v případě] 18⓪ je přesně 18, neboť tím je 18 nijak [více] neurčeno, zatímco ①18 je rovno 18⓪, neboť se shodují.

Tedy, neboť se používá znak √, můžeme ho používat namísto ($\frac{1}{2}$)[85] z důvodu snadnosti, což značí druhý kořen (neboli čtvercový kořen). Když sledujeme postup [kořenů], můžeme

[80] Zde použitý postup není blíže vysvětlen, pochopení postupu je tedy pouze na čtenáři z předchozího vysvětlení autora.

[81] Abychom zachovali historicitu textu, budeme výrazy *quarée, cube a quaré-quarée* překládat doslovněji jako *čtverec, krychle, čtverec čtverce.* Výrazy *druhá, třetí a čtvrtá mocnina* jsou pro text příliš moderní.

[82] Zde se v originále nachází znak zlomku v kroužku. Z důvodu jednoduššího vložení do textového editoru jsme použili závorky.

[83] Slovo *cubique* se ve spisu *Invention* nachází ve dvou variantách, jako *cubique* a jako *cubicque*, druhá varianta je starší a to, že autor v průběhu psaní spisu přešel na novější variantu, značí, že dílo sepisoval delší dobu a jednotlivé části ponechal v původním stylu.

[84] Krychle (v orginále *cube*) je dobový překlad a abychom zachovali historicitu textu, budeme namísto současné *třetí mocniny* používat právě výraz *krychle*. (Srov. s pozn. č. 81.)

[85] Viz poznámka č.82 na s. 24.

namísto √ značit $\sqrt[2]{\ }$; a pro kubický kořen (neboli třetí [kořen]) tedy $\sqrt[3]{\ }$ nebo $(\frac{1}{3})$[86], nebo také ∝, to je tedy na výběr, ale abych řekl svůj názor, zlomky jsou výraznější a přesnější k vyjádření co do přesnosti, zatímco $\sqrt[3]{\ }$ je jednodušší a vhodnější, jako $\sqrt[5]{32}$ je pátý kořen z čísla 32, a je to 2. Ačkoli jsou jeden i druhý snadné k pochopení, √ a ∝ se oceňují pro svou snadnost.

O znacích sčítání a odčítání, zvaných znaménka

Znaménko + se nazývá *plus*, tolik řečeno *a* nebo *ještě*, zatímco − nebo ÷ značí *mínus*, tak jako když řekneme 3 franky mínus 5 sous, potom = značí rozdíl mezi množstvími, mezi kterými se nachází.[87]

Nad-to jsou zde dva nové znaky, které jsou nezbytné, a nyní potřebné k užívání, to jest

ff / více než

§ / méně než[88]

Vezmeme-li písmena abecedy namísto čísel, nechť A a také B jsou dvě veličiny: součet je A+B, jejich rozdíl je A=B (nebo také když A je větší [než B], tak řekneme A−B), jejich součin je AB, ale vydělíme-li A číslem B, bude to $\frac{A}{B}$ jako ve zlomcích. Samohlásky se používají pro neznámé věci.

Čtyři matematické operace se znaménky + a -

Sčítání

se znaménky	stejnými různými	vezmeme	součet rozdíl	se znaménkem	stejným největšího čísla

3	+11	+28	−13	−5	−6	+3	+5
−5	−4	−40	+19	+17	−7	+8	−5
−2	+7	−12	+6	+12	−13	+11	

Všimněte si, že znaménka předchází číslo, a že pro stručnost neděláme žádné znaménko před prvním [číslem], když je to +.

86 Viz poznámka č.82 na s. 24.

87 Znak ÷ je ve spisu použit pouze zde a jinde se nevyskytuje.

88 Také znaky *ff* a *§* se nachází pouze v této poznámce, jinde ve spisu je nenalezneme.

Odčítání znamének + a −

Změňte znaménka menšitele a následujte pravidlo uvedené ve sčítání.

Nechť je nabídnuto toto dělení.

menšitel	7	+31	−17	+4	−8	−5	+1	−10	+9
	7	+10	−6	+9	−12	+7	−6	+3	−7

Změňte pouze znaménka menšitele a následujte pravidlo sčítání.

7	+31	−17	+4	−8	−5	+1	−10	+9	
−7	−10	+6	−9	+12	−7	+6	−3	+7	
	+21	−11	−5	+4	−12	+7	−13	+16	požadované

Jiné pravidlo pro odčítání

pro znaménka	stejná různá	vezměte	rozdíl součet	se znaménkem	stejným opačným než u horního	jestliže pořadí je	pravé[89] obrácené[90]

20	−6	+12	−3	−2	+3	
12	−2	+15	−8	+4	−8	
8	−4	−3	+5	−6	+11	požadované

Násobení znamének + a −

násobitel je	+ −	vezměte znaménko	horní opačné k tomu hornímu

		5	+3	−9	+12	+5	−17	−30
							4	−3
		−15	−9	+27	−36	−15	+51	+90
	20	+12	−36	+48	+20	−68	−120	
součin	20	−3	−45	+75	−16	−83	−69	+90

Dělení znamének + a −

Víme, že dělení není nic jiného, než mísení násobení a odčítání, neboť je třeba odečíst od dělence součin dělitele a podílu. Což stačí bez udávání jiného příkladu, dodáme-li, že dělení nejsou v algebře tak častá, kromě toho, když nezbývá nic, přesto je zde způsob, jak takové dělení provedeme.

Abychom dali podílu jeho odpovídající znaménko, pak užijeme běžné pravidlo jak v násobení, tak v dělení.

[89] Tedy horní číslo je větší a dolní je menší
[90] Tedy horní číslo je menší a dolní je větší

uvažujeme dělence a dělitele, tedy jejich znaménka [jsou]	stejná	vezmeme	+	pro podíl
	různá		−	

Máme teď číslo se znaménkem v podílu, zbytek je jednoduchý; když můžeme postupovat, jak vyplývá, připadá mi to snadnější, to je vynásobit zvlášť dělitele podílem (změníme-li znaménko řečeného podílu také zvlášť), tedy bude třeba přičíst součin k dělenci, napíšeme, co vyjde, nad dělence, a jako příklad bude brán jako dělenec součin předchozího násobení.

20	−3	−45	+75	−16	−83	−69	+90	vydělený
5	+3	−9	+12	+5	−17	−30		

bude podíl 4−3 beze zbytku, dáme dvě znaménka po sobě jdoucí, ale málokdy jako + −3, což má hodnotu −3, neboť předcházející + nic nemění, ale předcházející − ano, neboť odporuje následujícímu.

Tady je tedy to, co se týká matematických operací se znaménky, a co jsou čísla za nimi, je pouze pro větší vyjasnění, neboť neslouží ničemu jinému, než různým věcem, které nechceme míchat. Co se týče odmocňování čtvercového kořene, odmocňujeme pouze +. Příklad: nechť je +9, kořen je +3 nebo −3, ale kořen −9 je nemyslitelný[91], a není ani + ani − ve svém kořenu, a v kubickém kořenu. Tedy + je +, a − je −, neboť kubický kořen z +27 je +3, ale z −27 je −3: důvod vidíme ve vytváření čtverců a krychlí, atd.

O násobení a dělení kořenů[92]

Je třeba umocnit daná čísla stejně tak, až budou stejné povahy, pak operujeme s těmito umocněnými čísly, podle zadání. Ponížíme značku tak, abychom umocnili daná [čísla], pro požadovaný výsledek.

Příklad v násobení

Nechť je k násobení √3 a √5; já je umocním obě až na druhou mohutnost; [což] bude 3 a 5, tedy jejich součin (protože chceme získat součin) je 15, který je třeba ponížit, [proto] vezmeme jeho kořen druhé mohutnosti (neboli kořen čtverce) a √15 bude pro požadovaný součin.

Vynásobte √5 číslem 3, jejich čtverce jsou 5 a 9, tedy jejich součin je 45, takže jeho kořen je požadovaný součin, což je √45. Stejně √20 vynásobte œ3, umocním jeden i druhý stejně, až

[91] V originále *indicible*, doslova *nevyslovitelný.* Z hlediska historie matematiky se jedná o velice důležitý obrat.

[92] Zde je v originále výraz *radicaux,* což přeložíme jako *znak pro kořen*, jednodušeji jako *kořeny*, v dnešním slova smyslu jako *znak pro odmocninu* (tedy √).

na šestou mohutnost, vyjde 8000 a 9 (neboť čtverec z √20 je 20, jeho krychle je 8000, také krychle œ3 je 3, [a] jeho čtverec je 9), jejich součin je 72 000, jeho kořen čtverce z kořene krychle je $\sqrt{\sqrt[3]{72000}}$ pro požadovaný výsledek, a také další.

vynásobte	√3	X	√5	bude	√15
	√3		√12		√36 nebo 6
	√5		6		√180
	œ4		œ16		œ64 nebo 4
	√		œ4		$(\frac{1}{6})$2000[93]
	√√		8		√√16 nebo 2

V praxi je to jednodušší. Namísto umocnění je interpretujeme tak, že jsou stejného typu a se stejným znaménkem, takže jejich součin má stejné znaménko, a tedy $(\frac{1}{2})$8[94] krát √8 bude $(\frac{1}{6})$41472[95].

Dělení se provede stejně, neboť √32 děleno √8 bude √4 nebo 2, abychom uvedli různé příklady, součin toho výše děleno jeden ze součinitelů bude druhý [součinitel].

Příprava na sčítání a odčítání kořenů

I.

Jak poznat, jestli dva kořeny jsou souměřitelné, nebo ne.

Obecná [čísla] a kořeny jsou vždy nesouměřitelné, avšak jestli věta mluví jen o kořenech, [např.] nechť jsou dány √2 a √18, jestli jejich podíl (vydělení jednoho druhým) je nevyjádřitelný v obecném[96] čísle, budou nesouměřitelné, ale je-li vyjádřitelný, jako zde, budou souměřitelné, neboť vydělíme větší menším, bude √9, což je vyjádřitelné 3. Nebo také vydělíme-li menší větším, bude $\sqrt{\frac{1}{9}}$, což lze také vyjádřit $\frac{1}{3}$.

Stejně tak √8 a √18 jsou souměřitelné, jejich podíl je $\sqrt{\frac{9}{4}}$ nebo $\frac{3}{2}$, neboť jejich nejmenší podíl bude $\sqrt{\frac{4}{9}}$ nebo $\frac{2}{3}$. Stejně √3 a √27 jsou souměřitelné, také $\sqrt{\frac{3}{5}}$ a $\sqrt{\frac{27}{5}}$, ale ne √2 a √6, neboť jejich největší podíl √3 není vyjádřitelný celým číslem, ani jejich nejmenší podíl

[93] Viz poznámka č.82 na s. 24.
[94] Viz poznámka č.82 na s. 24.
[95] Viz poznámka č.82 na s. 24.
[96] Tedy v přirozeném čísle nebo ve zlomku.

$\sqrt{\frac{1}{3}}$ také není vyjádřitelný. Tedy jestli jeden podíl je vyjádřitelný, bude i druhý, jestli ne, ani druhý nebude.

II.

Jak poznat, které ze dvou nabízených čísel je větší

Všimněte si, že nazýváme *číslem* jednoduché odmocniny, jako je √2 nebo √5071, a mnohočleny, jako dvojčleny 2 + √5, potom 7−√48, potom √25−5, jako trojčleny 4+√2−√17, a další mnohočleny, neboť co je spojeno znaménky, ať už + nebo −, tvoří pouze číslo.

nechť je dáno	4+√2	a √29
odečteme √2 od každého, zbude	4	a √29−√2
jejich čtverce	16	31−√232
přičteme √232 a odečteme 16	bude √232	15
	jejich čtverce 232	225

A potom když 232 je větší než 225, shrnuji, že 4+√2 bude větší než √29, neboť když k nestejnému výrazu přičteme stejnou věc, nebo odečteme stejnou věc, větší zůstane vždy větším [výrazem] a menší menším.

Stejně tak 2 budou nalezeny menší než √3+√dvojčlenu 7−√47, neboť odečteme od každého √3, tedy na jedné straně zbude 2−√3 a na druhé $\sqrt{7-(\sqrt{47})}$, jejich čtverce budou 7−√48, a 7−√47, tedy 7−√48 je menší než 7−√47, tedy atd.

III.

[Pro] každý podíl plus 1 vynásobený dělitelem bude součin roven součtu dělence a dělitele; ale [pro] každý podíl mínus 1 násobený dělitelem bude součin roven rozdílu dělence a dělitele.

Nechť je 20 dělenec a 2 dělitel, takže podíl +1 bude 11, ten násobený dělitelem 2, součin bude 22, roven součtu 20 a 2.[97]

Ale podíl bez 1 bude 9, ten násobený dělitelem 2, součin 18 bude roven rozdílu 20 bez 2.[98]

IIII.

Věci nesourodé nebo různé povahy se nesmí míchat, tak jako dřevo a železo se nemísí, v geometrii se čáry s plochami nemůžou srovnávat, také v číslech (a ne v geometrii) čísla nesouměřitelná se nemůžou míchat, ani při sčítání, ani při odečítání. Neboť sčítání 2 s √3

[97] Tedy 20+2=22, 20/2=10, 10+1=11, 11x2=22.

[98] Tedy 20/2=10, 10−1=9, 9x2=18, 20−2=18.

bude 2+√3, odečtení √3 od 2 bude 2−√3, to je skoro jak jsme řekli[99], sečtěte 2 franky se 3 sous[100], nelze říct, že 2 a 3 je 5, ale tedy součet bude 2 franky a 3 sous, atd.

Jsou také různé věci, které se mohou sčítat, jako když sečteme 5 mužů, 3 ženy a 4 děti, můžeme říct, že součet je 12 osob. Stejně tak 6 volů, 8 ovcí a 2 velbloudi je [dohromady] 16 zvířat; neboť je třeba součet vyjádřit v přesnějším označení, které zahrnuje ty druhy. Ale zde nemůžeme říct, že to jsou stejné věci, neboť můžeme říct, že 2 a √5 jsou stejné, jako čára a čára, nebo úhel a úhel, atd., ale je to jen u čísel, která jsou nesouměřitelná.

Sčítání odmocnin

I. Nesouměřitelné

Nechť jsou odmocniny √2 a √3, které, protože jsou nesouměřitelné, jejich součet bude √2+√3, stejně 5 a √7 jsou dohromady 5+√7.

II. Souměřitelné

Nechť jsou kořeny √2 a √18 k sečtení

√18
√2 | √9, nebo také 3

+1
4 nebo také √16

√2
√32 pro požadovaný součet

Stejně tak √3 a √48 budou dohromady √75, také √7 a √7 dají √28, potom √5 a √5, a √5 dají √45, neboť můžeme toto sčítání provést násobením √5x3 (což je √9) a výsledek bude √45, jak bylo řečeno.

Sečtěte √18 a √8, jejich podíl bude $\sqrt{\frac{18}{8}}$ nebo $\sqrt{\frac{9}{4}}$, což lze vyjádřit $\frac{3}{2}$, k čemuž přičteno 1 bude $\frac{5}{2}$, což má hodnotu $\sqrt{\frac{25}{4}}$, to násobeno dělitelem √8 bude √50, pro požadovaný součet. Stejně tak přičtěte $\sqrt{1\frac{3}{7}}$ a $\sqrt{5\frac{5}{7}}$ bude $\sqrt{12\frac{6}{7}}$. Ale když chceme vynechat takové zlomky, můžeme postupovat podle tohoto pravidla 4. tvrzení 2. knihy Euklidových *Základů*.

Nechť je k sečtení √18 & √8

Jejich dvojnásobný součin je 24

Součet jejich čtverců 26

[99] Odkaz na první část spisu, část *O trojčlence (*viz s. 23-24 této diplomové práce)

[100] V originále se setkáme s jiným pravopisem měny *sous*, a to s výrazem *sol.*

bude 50

√ je √50 pro požadovaný výsledek

Odčítání kořenů

I. Nesouměřitelné

Odečtěte √3 od √6, zbude √6−√3, odečtěte 2 od √5, zbude √5−2. Jak jsme řekli, odečíst 7 od √48 bude nemožné, neboť √48 je méně než 7, nicméně výsledek je √48−7.

II. Souměřitelné

Když jsou kořeny souměřitelné, je třeba postupovat jako při sčítání, kromě toho, že tam přičteme jednotku, a zde je třeba odečíst jednotku.

Odečtěte √10 od √90, vydělte nejprve větší menším.

√90 | podíl 9 nebo také 3
√10 |

−1
2 což má hodnotu √4
√10
√40 pro požadovaný výsledek

Potom odečtěte √8 od √50, jejich podíl je $\sqrt{\frac{50}{8}}$, nebo $\sqrt{\frac{25}{4}}$, což má hodnotu $\frac{5}{2}$, odečtěte jednotku a zbude $\frac{3}{2}$, což má hodnotu $\sqrt{\frac{9}{4}}$, to násobené dělitelem √8, bude √18 pro požadovaný výsledek. Stejně tak odečtěte $\sqrt{1\frac{3}{7}}$ od $\sqrt{12\frac{6}{7}}$, zbude $\sqrt{5\frac{5}{7}}$. Abychom se vyhnuli zlomkům, budeme postupovat, jak vyplývá: k odečtení √8 od √18, součet čtverců je 26, jejich dvojí součin je 24, zbude 2, jeho √2, pro požadovaný výsledek.

A nakonec abych uvedl cvičení pro učence, dám sem následující tabulku pouze pro sčítání, neboť co platí pro sčítání, platí také pro odčítání.

sečtěte	2	s	√3	bude	2+√3
	3−√2		√18		3+√8
	√5+√3		√27−√20		√48−5
	√(2+√3)		√(50+√1875)		√(72+√3888)
	√(2+√7)		√10		√10+√(2+√7)
	œ16		œ54		œ250
	œ(2+√2)		œ(54+√1458)		œ(128+√8192)

Co se týče dělení kořenů mnohočlenů, nechť je k dělení 35+√588 děleno 5+√12. Srovnáme je jak je třeba, dělitel pod dělence, řečeno kolikrát je 5 v 35, je tam 7x, tedy 7x je 35, z 35 nezbude nic, pak 7x $\sqrt{12}$ je $\sqrt{588}$, z $\sqrt{588}$ nezbude nic. Také protože podíl je 7, ale když dělení není beze zbytku, jako když chceme dělit $30+\sqrt{720}$ mnohočlenem $3+\sqrt{5}$, což uděláme jako předtím, kolikrát je 3 ve 30? Je tam 10x, tedy 10x3 je 30, z 30 nic nezbude, potom 10x $\sqrt{5}$ je $\sqrt{500}$, což vyděleno $\sqrt{720}$, zbude $\sqrt{20}$ (netřeba být v údivu, že $\sqrt{720}-\sqrt{500}$, je jen $\sqrt{20}$, neboť více viz odčítání, které následuje)[101] tedy podíl bude $10\,\frac{\sqrt{20}}{3+\sqrt{5}}$ a když rozšíříme zlomek o $3-\sqrt{5}$ (rozpojený dvojčlen odpovídající stejnému jmenovateli) dostaneme $10+\sqrt{11\frac{1}{6}}-2\frac{1}{2}$ to je $7\frac{1}{2}+\sqrt{11\frac{1}{4}}$ pro požadovaný podíl.

Jinak můžeme nejprve rozšířit daná čísla (neboť je můžeme buď zvětšit, nebo zmenšit, jak chceme, jako části ve zlomcích) číslem, které odpovídá děliteli, jako zde $3-\sqrt{5}$, aby dělitel byl jednoduché číslo, tedy máme $30+\sqrt{180}$ k vydělení 4 (namísto $30+\sqrt{720}$ děleno $3+\sqrt{5}$) bude, jak následuje, a také v dalších.

vydělte	členem	bude
$\sqrt{8}+\sqrt{6}$	$2+\sqrt{2}$	$\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3}$
18	$4+\sqrt{7}$	$8-\sqrt{28}$
$\sqrt{8}+\sqrt{6}$	$\sqrt{8}+\sqrt{6}-2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{2}$
$10+\sqrt{8}$	$2+\sqrt{2}$	$8-\sqrt{18}$
$\sqrt{72}+\sqrt{12}$	$\sqrt{6}+\sqrt{3}$	$\sqrt{48}+\sqrt{8}-\sqrt{24}-2$
$\sqrt{32}+\sqrt{27}+5+\sqrt{6}$	$1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$	$3+\sqrt{2}$

Nechť máme dělení $\sqrt{32}+\sqrt{27}+5+\sqrt{6}$ členem $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$: vynásobte jeden a druhý odpovídajícím trojčlenem k děliteli, což je $1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$ nebo $-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ nebo $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (ať už to bude jakkoli[])[102], tedy $-\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$ je méně než nic, tedy postupujeme až na konec, neboť vynásobíme-li jeden druhým, dostaneme $-12-\sqrt{32}-\sqrt{48}-\sqrt{24}-\sqrt{96}$ a dělitel $-4-\sqrt{24}$ dále násoben odpovídajícím [členem] k děliteli $-4+\sqrt{24}$, máme jednoduchý dělitel. Ale když je [to] možné, jako zde, rád bych vzal $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$, abych zvětšil daná [čísla], neboť z prvního budu mít jednoduché číslo pro dělitele, tedy $\sqrt{8}$, a pro dělence $4+\sqrt{72}$, tedy podíl bude $\sqrt{2}+3$. Všimněte si, že když násobíme $\sqrt{32}+\sqrt{27}+5+\sqrt{6}$ členem $1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$, tak máme tři běžná čísla $8+5-9$, která mají hodnotu 4; a pak $\sqrt{27}+\sqrt{12}-\sqrt{75}$, což není nic, ani $\sqrt{54}+\sqrt{6}-\sqrt{96}$ [není nic], ale $\sqrt{50}+\sqrt{32}-\sqrt{18}$, má hodnotu $\sqrt{72}$, jako při předchozím sčítání a odčítání.

Všimněte si také, že několik trojčlenů lze násobit snadno nalezitelnými čísly, tak jejich součin

[101] Zde se v originále nachází hranaté závorky. Neboť používáme v překladu hranaté závorky pro překladatelské doplnění chybějících výrazů v českém jazyce, zachováme zde kulaté závorky.

[102] V originálním textu chybí ukončení závorky, zde jsme ho tedy doplnili podle logického konce myšlenky.

bude jednoduché číslo, jako když čtverec jednoho je roven čtvercům dvou dalších. Příklad √2+3+√11, zde čtverec z 11 je roven čtvercům z √2 a 3, zde √11 na jedné straně a vezmeme méně, je-li to možné, jinak změníme dva další jako zde.

	√2+3+√11	5−√2+√27
	√2+3−11	−5+√2+√27
součin	√72	součin √200

Neboť tedy součin je dvojí součin dvou menších čísel, někdy je čtyřčlen, a trojčlen, které součiní jednoduché číslo, jako √80+√108−√150−√10 a 3+√5+√10, neboť jejich součin je pouze 28, zatímco 20+18−10 je 28: a √800−√450−√50 není nic, ani √540+√240−√150 [není nic], a také √1080−√750−√80 [není nic].

O odmocňování mnohočlenných kořenů

A nejprve o odmocňování kořenu čtverce dvojčlenů

Nejprve o odmocňování kořene čtverce čísel můžeme říci, že kořen čtverce z 25 je √25, ale v případě, že ji můžeme nějak vyjádřit, jako zde 5, a jindy ne určitě, jako kořen čtverce ze 3 je √3, tak také kořen čtverce dvojčlenu 7+√48, je √(7+√48). Ale můžeme ho vyjádřit stručněji, to je 2+√3; a jindy ne tak jasně, jako kořen čtverce ze 3+√7, je √(3+√7). Tedy Eukleides popisuje 6 typů dvojčlenů spojených [znaménkem] + jako zde nahoře, a 6 dvojčlenů rozpojených [znaménkem] −, z nichž ze tří prvních, ať už spojených či rozpojených, lze získat kořen.

Obecné pravidlo pro odmocňování √ z dvojčlenů

Nechť je dáno 7+√48, je třeba najít kořen

čtverce čísel	49 48
rozdíl	1
kořen čtverce	1
sečteno s větším číslem	7
součet a rozdíl	8 a 6
poloviny	4 a 3
√ každého je	2 a √3

Tyto [výsledky] spojené se stejným znaménkem jako daná čísla dají 2+√3 [a] budou požadovaným kořenem. Tak jako √ rozpojeného dvojčlenu 7−√48 bude 2−√3, a tedy další, jako √ spojeného dvojčlenu 6+√32 bude 2+√32, potom kořen čtverce dvojčlenu √18+4 bude √√8 + √√2: konečně tedy kořen čtverce z √80+√60 je √√45+√√5.

Ale u těch, u kterých nemůžeme postupovat jako u výše uvedených, aniž bychom museli provést zkoušku, uděláme, jak vyplývá: kořen čtverce z 5+√12, to je √dvojčlenu 5+√12, nebo také značíme √(5+√12), takže když použijeme předchozí pravidlo, vezmeme-li v úvahu požadavek zkoušky, řekneme, že je

$$\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}})}+\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}})}$$

což má hodnotu jako $\sqrt{(5+\sqrt{12})}$

Podobně $\sqrt{(5-\sqrt{12})}$ bude $\sqrt{(2\frac{1}{2}+\sqrt{3\frac{1}{4}})}-\sqrt{(2\frac{1}{2}-\sqrt{3\frac{1}{4}})}$

Co se tedy týče kořene dvojčlenů, je třeba vědět, jak bylo řečeno, že existují pouze tři typy, ze kterých můžeme správně odmocnit kořen (říkám dvojčlen, ať už spojený [znaménkem] + nebo rozpojený [znaménkem] −, a tak řečeno jeden se rovná s druhým), tedy první dvojčlen, druhý a třetí, ale 4., 5. a 6. dvojčlen, nemůžeme ho odmocnit bez větších nevýhod.

Tedy kořen prvního dvojčlenu je dvojčlen

√ druhého dvojčlenu je první bimediála[103]

√ třetího dvojčlenu je druhá bimediála

Zde je tedy vše, je pravda, že těch šest, které Eukleides nazývá dvojčleny, bimediála, jak první tak druhá, velká řada.[104] Řada může mít jeden racionální a jeden mediální [člen], a konečně řada může mít dva mediální [členy]: dvojitý čtverec každého je první dvojčlen: a dále zbytků nebo rozpojených.

První dvojčlen násobený absolutním nebo přirozeným číslem vytvoří první dvojčlen, jako 3+√5 krát 2, bude 6+√20.

První dvojčlen násobený jednoduchým kořenem, když menší číslo ze součinu bude absolutní, řečený součin bude druhý dvojčlen, jako 3+√5 násobený √20, bude √180+10 druhý dvojčlen.

První dvojčlen násobený jednoduchým kořenem, když menší číslo bude také kořen (tedy oba dva), řečený součin bude třetí dvojčlen, jako 3+√5 krát √3, bude √27+√15 třetí dvojčlen.

Tedy první dvojčlen je takový, jehož největší člen je absolutní, a rozdíl čtverců dvou členů je také čtverec, jako 5+√21 je první dvojčlen, rozdíl čtverců 25 a 21 je 4, což je také čtverec.

Velká řada je v tom obdivuhodná, když větší člen je zároveň velká řada, a menší člen je řada řečená malá, a tak dále do nekonečna, stejně tak i malá.

Konečně kořen čtverce mnohočlenů se může udělat následujícím způsobem, kterým si posloužili jeho autoři, a který zde uvádím, není zde pro vynechání rozvleklosti, a také protože

[103] Srov. Eukleides, *Základy*, Kniha X.

[104] Tedy Girard zde vyjmenovává všechny tvarů dvojčlenů, jak je rozlišuje Eukleides. Dále Girard navrhuje značení *racionální* a *iracionální čísla.*

jsem zde nehledal nic běžného, ani nic mimořádného, jen jsem tu popsal pravidlo odmocňování krychlí, kubických dvojčlenů, jak vyplývá. Neboť nejsou-li krychle, není žádné jiné řešení než přes požadavek principu, dáme-li znaménko před, jako kořen krychle se musí odmocnit, je třeba si u tohoto všimnout, že nikdo to neuvádí nejlépe, to [řešení] od Raphaela Bombelliho nestojí za nic.

Pravidlo pro odmocňování kořene krychle dvojčlenů

Odmocňování krychlí dvojčlenů nebylo ještě nikým vynalezeno, můžeme si posloužit následujícím pravidlem.

nechť je k odmocnění $\propto$ z	$72+\sqrt{5120}$
čtverce členů	5184 5120
rozdíl	64
z toho kořen krychle	4

Tyto 4 ukazují, že čtverce požadovaných čísel jiných než 4, a že absolutní [číslo] 72 bude větší číslo, a také získaný čtverec většího čísla bude absolutní. Tedy větší čísla jsou souměřitelná, také menší z mocniny a kořene.

$2+\sqrt{0}$
$3+\sqrt{5}$
$4+\sqrt{20}$
$5+\sqrt{29}$
atd.

Tedy uděláme tuto tabulku, viz vlevo, kde čtverce absolutních [čísel] přesahují čtverce kořenů u 4 (tedy těch výše zmíněných 4), musíme si být jisti, že získaný dvojčlen bude v této tabulce, pokud ne, získaný kořen krychle se dá vyjádřit pouze $\propto(72 + \sqrt{5120})$.

A pro poznání toho, jestli se tato tabulka dá rozšířit, je třeba vědět, jestli větší číslo posledního dvojčlenu 5 je více než kořen krychle daného většího čísla 72 (nebo také jestli $\sqrt{29}$ je více než $\propto\sqrt{5120}$), což mi stačí k vysvětlení.

Jak dojít ke hledání kořene krychle, zde [je způsob] jak [postupovat]: považuji, které číslo, které je mezi většími čísly, měří větší dané číslo, a poznamenám, více jako 2, 3 a 4, udělám stejně s menšími čísly a najdu $\sqrt{5}$ také $\sqrt{20}$, a který je víc souměřitelný, z daných $\sqrt{5120}$, ale protože $\sqrt{20}$ je více než kořen krychle daného $\sqrt{5120}$, nemá hodnotu, a shrnuji, že $3+\sqrt{5}$ bude kořen krychle požadovaný z $72+\sqrt{5120}$, jehož kořen krychle musí mít stejné znaménko jako jeho mocnina, tedy kořen stejně jako mocnina, podle + nebo −, (všimněte si, že A, 4 je vždy $\frac{1}{3}$ čísla z ① z rovnice, která bude původem tohoto kubického problému. Ale pro větší jistotu je třeba ji udělat přes tuto zkoušku

B C
$3+\sqrt{5}$

čtverec B | 9

trojitý čtverec C	15	
součet	24	
násobený B	3	
bude	72	což musí být jedním ze dvou čísel odpovídajících prvnímu vzatému B

Druhý důkaz

čtverec C	√5	
trojitý čtverec B	27	
součet	32	
to násobeno C	√5	
bude	√5120	který musí být jiným číslem odpovídajícím C

Tento důkaz je jednodušší, než trojmocnit hledaný kořen: je vzat z následujícího postupu:

Nechť je spojený dvojčlen B+C.

jeho krychle bude B(Bq+C$\frac{3}{q}$)+C(B$\frac{3}{q}$+Cq)[105]

Nechť je rozpojený dvojčlen B−C

jeho krychle bude B(Bq+C$\frac{3}{q}$)−C(B$\frac{3}{q}$+Cq)

Tak, jak větší číslo mocniny je souměřitelné s větším číslem z kořene, a také menší s menším (jestli kořen není obklopen jinou značkou než √).

Všimněte si, že kořen [tělesové] úhlopříčky krychle je třikrát čtverec tohoto.

Algebraické sestrojení problémů

Nejčastěji postupujeme jako u nepravých pozic[106], zatímco je třeba sčítat nebo odečítat, mísíme stejné, tedy ① s ①, ② s ② atd., ale různé (jako ⓪ s ① nebo jiné, nebo také ① s ②, nebo jiné vyšší), se [znaménky] + a −. Co se týče násobení, nesledujeme stejné, přidáme číslice, jako u desetin, stejně tak pro dělení, kromě toho, že když odčítáme číslici dělitele od té z dělence, zbytek bude ten pro podíl.

Vynásobte 4①+2 členem 8②−4①+2, což bude v součinu 32③+4. Vydělením součinu jedním z násobitelů dostanete druhý, [k tomu] musíme dobře pochopit zlomky z obecné aritmetiky. Co se týče odmocňování, postupujeme stejně jako u celých [čísel], pokud neodmocňujeme kořeny, ale pouze přesně čtvercové nebo kubické atd. mocniny. Jinak se spokojíme s přidáním před. Dáme tedy (abychom sledovali nepravé pozice) 1① jako začátek

[105] Zde přítomné *q* značí čtverec (ve francouzštině *quarré*).

[106] V originále *fausses positions* (lat. *Regula falsi*). Girard zde vysvětlení neuvádí, poznámku doplňuje ve svém vydání Stevinovy *Aritmetiky*. Metoda *nepravých pozic* slouží k řešení rovnic prvního stupně. Metodu používal například Fibonacci nebo Pacioli. Srov. s (Ballieu, M.; Guissard, M., 2005).

nebo 1②, ale musíme brát ohled na uplatnění pravidel podle podmínek, což když uděláme, nepočítáme s veličinami nebo zlomky, což slouží pro usnadnění. Snažíme se také vynechat počítání do konce, s úplnými rovnicemi (viz třetí definice, která následuje).

Abychom tedy vyřešili problém, je třeba vzít v úvahu abstraktní čísla[107], bez řečí (pokud můžeme) o hmotě, jako pětifrank, stopa, atd. Nakonec je zde pozice, podmínky (z nichž poslední dělá rovnici, pokud otázka není chybná)[,] krácení, poté řešení obecné rovnice: viz otázky u Diofanta, vydané v šesti knihách, v *Aritmetice* od Stevina, kterou jsme trochu přetiskli v roce 1625, s několika rozšířeními, opravami a vysvětlivkami.

O krácení v algebře

Budu mluvit o krácení velmi stručně, jako o věci široce popsané Stevinem, v deseti pravidlech, od 65. problému jeho *Aritmetiky*, strana 250 nového vydání[108]. A abych řekl pravdu, musel jsem v tom zlepšit víc věcí, což udělám, je to teď má běžná starost, ne zábava, jako byly jiné věci. V jeho čtvrtém pravidle krácení je třeba říct, že nejvyšší veličina musí být sama, se znaménkem +, před ostatními, s číslem 1, hlavně jestli se to může dělat běžně bez zlomků, a když ostatní jsou seřazeny podle jejich množství.

Ale protože tento pořádek není jediný, a neboť jsou tu další, jako nižší počty (nebo absolutní číslo[109] samo v důsledku, pro oddělení známého a neznámého) a také alternativní pořadí, jako uvidíme v následující desáté definici, která je nová, vlastní některým jednotlivostem. Je třeba vědět, že zkracování má ještě jiná pravidla, která [Stevin] nenapsal, jak to řekl také na konci. Abych nebyl příliš dlouhý, dám sem několik stručných obecných pravidel

Sčítání A odčítání	bude proti	nepořádek, nadbytečnost a chyba
Násobení		zlomky, čísla nebo počty obecně
Dělení		velká čísla, také veličiny
Mocniny		asymetrie a velké sklony
Odmocnění		nadměrné vynášení veličin
Izomera		neumírněnost samostatných čísel

Poté v počtech po sobě jdoucích uděláme zkrácení (je-li tam rovnice), abychom se vyhnuli mnohosti postpozic, a také dáme samotné tam, kde chceme opustit, a nakonec rovnice slouží k udělání všech pozic, tak jako prepozic a postpozic.

---

107 Ve francouzštině *nombres abstracts*, doslova abstraktní čísla, významově jsou tím myšleny *proměnné veličiny x, y,* atd.

108 Původní vydání z roku 1585 označuje Girard za *vielle édition,* svůj přetisk z roku 1625 označuje za *nouvelle édition* Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations,* 1926, s. 59)

109 V originále *nombre absolu.*

Dám příklady zmíněných pravidel, ale protože jsou známé, budu mluvit jen o izomeře[110], jak vyplývá.

O izomeře[111]

Izomera je proti neumírněnosti samotných čísel[112] a ne veličin[113], hodnoty se liší, operujeme nejen s násobením pro zbavení se zlomků, ale i s dělením, abychom se osvobodili od velkých čísel, tedy vše se dělá s neustále poměrnými čísly.

Prvně proti zlomkům

Nechť 1③ je rovno 11①+5: je třeba doplnit všechny vynechané hodnoty jako zde ②

Tedy 1③ je rovno 0②+11①+5, dáme poměry pod sebe

součiny	1.	2.	4.	8.
	1③	rovno	6①+40	

hodnota z 1① bude nalezena 4, je třeba ji násobit $\frac{1}{2}$ (což jsou první a druhý člen poměrných čísel zde výše) bude 2 pro hodnotu 1① z prvně nabízené rovnice.

Za druhé proti velkým číslům

Nechť 9② je rovno 72①+1456. Vydělte úměrnými čísly.

podíly	9.	12.	16
	1② rovno	6①+91	tam, kde 1① má hodnotu 13 a −7

jejichž řešení dělte (neboť dělíme úměrnými čísly) zlomkem $\frac{9}{12}$, což je poměr zde nahoře, neboli $\frac{3}{4}$ pro požadovaná řešení bude $17\frac{1}{3}$ ještě $-9\frac{1}{2}$.

Za třetí proti asymetrii[114]

Nechť 1③ je rovno 14①−√288; chybí ② což je třeba nejprve doplnit.

[110] O úpravě rovnic se vyjadřuje již Stevin ve své *Aritmetice* a jelikož na něj Girard navazuje, omezil se zde na stručnější vysvětlení.
[111] V originále *isomere*, což znamená (doslova stejnoměrná) *úprava rovnic*. Pro překlad budeme používat výraz *izomera*.
[112] Ve francouzštině *nombres*, tedy ve významu koeficientů neznámých veličin.
[113] V originále *quantitez*, tedy ve významu neznámých veličin určených jejich exponenty.
[114] Ve francouzštině *assymetrie*, ve významu kořenů (*radicaux*), přesněji symbolu √.

tedy úměrní	1③ rovno	0②+14①−√288
dělitelé	1.	√2. 2. √8.
podíly	1③ rovno	7① − 6

tedy hodnota 1① jsou | 1, 2, −3

a ty děleny poměrem zde výše $\frac{1}{\sqrt{2}}$

budou pro požadované	√2
hodnoty nabízené	√8
rovnice	−√18

O řádných rovnicích

Za splnění podmínek jednoho tvrzení, dostaneme rovnici, která jestliže nemá dost podmínek k přivedení všeho k rovnici a jestliže algebraická čísla v sobě mají vlastnosti a požadované podmínky, povede na chybný problém, a bude mít tolik řešení, kolik chceme, jestliže připustíme mínusy, a jestliže nepřipustíme nuly a mínusy, bude více omezení, a je třeba omezit a určit řešení, a to malými z mínusů, které se nachází v něm, jinak jestliže nejsou mínusy, nebudou ani omezení ani určení.

Jestliže můžeme vyřešit tvrzení bez nutnosti použít všechny podmínky, bude přebytečná, a je třeba vyškrtnout poslední podmínku, jestli odporuje. Jestliže nakonec tvrzení může dokázat jednu rovnici, tvrzení bude úplné a celé, ale jestli je rovnice neuspořádaná, rozvleklá a pokažená, je třeba ji připravit na zkrácení a uhlazení. Takovou [rovnici] nazýváme rovnicí řádnou, o které budeme mluvit, a [ta] je připravena na vyřešení.

Řádná rovnice nic není, jestliže ji nevyřešíme, a je jádrem hlavního problému. A abychom tento projev nerozšiřovali za hranice spisu, mluvme o první, abychom ji opustili včas.

Když ② jsou rovny ① ⓪

Například nechť jsou 5② rovny 18①+72

polovina čísla ① je	+9
jeho čtverec	+81
k tomu přidáme součin 5 krát +72 což je	+360
součet	+441
jeho √	+21
přičteme a odečteme od	30
prvního v pořadí, bude	−12

každý dělený 5 bude 6, také $-\frac{12}{5}$, což jsou hodnoty 1①

A tedy je třeba zmínit dvě další nahodilosti této první rovnice: Všimněte si také, že kořen ze 441 je +21 a také −21, ale namísto této obtížnosti, uděláme sčítání a odčítání, nebo kde se nachází 30, nebo −12, jinak je třeba jen sčítat.

Všimněte si také, že tam kde ⓪ jsou menší, je více řešení s + než jindy, a to ve všech rovnicích, tedy řešení [se znaménkem] − se nesmí vynechat.

Nakonec když některé ② jsou rovny ①−⓪, můžeme postupovat, jako kdyby rovnice byla nemožná: jako když 1② bude rovno 6①−25, tedy hodnota 1① bude nevyjádřitelná, tedy 3 + √−16 nebo 3 −√−16, což může být pouze tehdy, když jsou rovnice, kde ⓪ je −, a které jsou dvojznačné, to jest, že mají více řešení se [znaménkem] + a tedy se chápou mezi jinými rovnicemi.

Co se týče dvojznačnosti rovnic, vybereme snadnější řešení, jestli je nechceme přijmout všechny.

Musíme také hledat všechna řešení, aby dávala smysl tomu, co hledáme, neboť například jestli 1② je rovno 16①−28, můžeme z toho udělat otázku tak, že řekneme: máme dvě čísla, jejichž součet je 16 a jejichž součin je 28 (způsob a důvod je, když máme takovou rovnici, jaká následuje), tyto budou 2 a 14 a každý je hodnotou 1① a ne jinak[115].

Když 1③ je rovno ① a ⓪

Tady se nacházejí autoři silně omezeni a abych řekl pravdu, je to velmi těžká věc, a abych nedělal moc dlouhý proslov, vstupme do běžného obnoveného postupu.[116]

<u>Nechť je 1③ rovno 6①+40</u>

$\frac{1}{3}$ ze 6 je 2	$\frac{1}{2}$ je 20
jeho krychle je 8	jeho □[117] je 400
	odečtěte 8
	392
	jeho √ je √392

přičteme ke 20 a odečteme 20, bude | 20+√392
20−√392

kořen krychle každého je 2+√2
2−√2

součet 4 je hodnota 1①

[115] Tady si můžeme poprvé všimnout poznámky, že rovnice druhého stupně má vždy dvě řešení a to i když je nereálná a její kořeny nevyjádřitelné.

[116] Girard používá Cardanův vzorec. Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 63)

[117] Znak čtverce ve významu druhé mocniny.

Tedy hodnota 1① [je] přesně, tedy vše tak, jako když jsou dvojčleny jako 4., 5. a 6., z nichž můžeme umocnit kořen čtverce pouze tím, že před [dvojčlen] dáme značku √dvojčlen, jak bylo řečeno výše. Také jsou-li dvojčleny, ze kterých můžeme jinak odmocnit kořen krychle jen vytknutím značky, a tedy před [dvojčlen], jako ∝dvojčlen[118], aniž by v tom byla nedokonalost, ani v kořeni z 5, řešení bude √5.

Tedy kořen krychle z dvojčlenu je odmocněn, jak jsme postupovali v pravidle výše, z čehož vyplývá, že můžeme vždy tuto rovnici vyřešit, vyjma toho, kde nemůžeme odečíst krychli z třetiny čísla ①, ze čtverce z poloviny ⓪, a když to nastane, uděláme, jak vyplývá.

Pravidlo pro řešení rovnice 1③ je rovno ①+⓪, zatímco krychle ze třetiny čísla ① je větší než čtverec z poloviny čísla ⓪ pomocí tabulek sinů.

<u>Nechť je 1③ rovno 13①+12</u>

třetina čísla ①je $4\frac{1}{3}$	polovina ⓪ je 6
jeho √ v desetinném tvaru je ☞[119] 20816④	poměr je 100000
jejich součin je 9,0203④, dělitel	součin 600000, dělenec

Tedy máme-li dělence a dělitele, máme podíl 66515

Sinus 41°41´37´´

<u>sečteme s poloměrem 180</u>

součet 221°41´37´´

třetina 73°53´52´´

sinus 96078

dvojnásobek 192156

násobený ☞ 20816④

bude 400000

děleno poloměrem 100000

bude 4 pro hlavní hodnotu 1①

Neboť existují ještě dvě hodnoty, které jsou každá se znaménkem −, přidáme ① k nalezené hodnotě 4 a řečený dělený ⓪ daný 12 bude 3 se znaménkem −, každý, pak podle pravidla 1② je rovno −4① −3

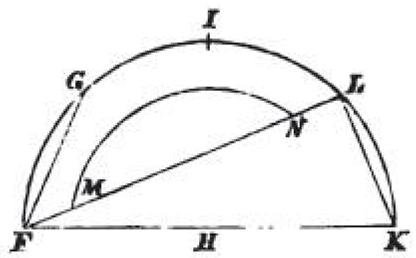
[118] Tedy pokud není možné odmocnit třetí odmocninu z dvojčlenů při sčítání a odčítání podle Cardanových vzorců, před dvojčlen pouze dáme symbol ∝ a řešení je i tak dostačující.

[119] Tento znak slouží k vyjádření důležitosti výrazu a také jako pomůcka pro rychlé nalezení tohoto výrazu pro pozdější využití.

hodnoty jsou −1 a −3

tedy 3 požadované hodnoty budou $\left| \begin{array}{l} 4 \\ -3 \\ -1 \end{array} \right.$

Totéž v geometrii v jednoduchém příkladu[120]

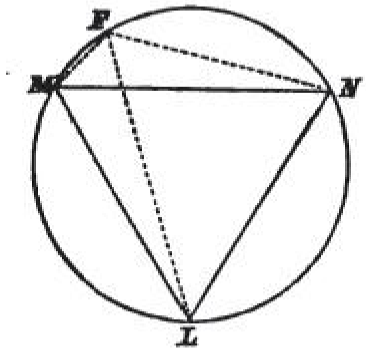


Tady výše 1③ je rovno 13①+12. $\frac{1}{3}$ ze 13 je $4\frac{1}{3}$, mezi tím a jednotkou bude nalezena polovina úměrné FH, ta jako poloměr udělá polokruh. Tedy vydělíme daných 12 řečenými $4\frac{1}{2}$ bude $2\frac{10}{13}$, což bude stále méně než potřebný průměr, v uvedeném příkladu podle zápisu této rovnice, bude tedy FG přizpůsobena na $2\frac{10}{13}$. Pak nalezneme geometricky pomocí hyperboly třetinu oblouku GK, nebo mechanicky s kružítkem (neboť je nemožné rozpůlit celý nabízený oblouk na 3, bez použití dalších čar, než přímky a kruhové [čáry]) a nechť je LK, pak s délkou přímky LK jako poloměru nechť je udělán oblouk MN stejnostředý, rozdělující čáru FL na M, N, tedy tři hodnoty 1①

budou $\left| \begin{array}{l} FL \\ -FN \\ -FM \end{array} \right.$

Všimněte si, že když předpokládáme 1③ je rovno 13①−12, tři hodnoty budou stejné, [jen až] co změníme znaménka, tedy

$\left| \begin{array}{l} -FL \\ FN \\ FM \end{array} \right.$



Můžeme z toho udělat celý kruh. Poté, co najdeme FL jako výše, rovnostranný trojúhelník začínající v L, nebo v F, jako zde v L, potom z jiného vrcholu F vedeme FM a FN, které musejí být stejné jako předchozí FM, FN. Také MN se bude nacházet stejně jako √13 (z daných 13①).

Tato rovnice, kterou jsme až dosud nemohli udělat, je

[120] Geometrické řešení předchozí rovnice.

v psané algebře.

S krychlí rovnou (Bq+BC+Cq)A+BC(B+C) s jejíž pomocí vyřeším dvěma nebo třemi způsoby bez sinusových tabulek, ale obecný způsob, který následuje, je upřednostněn, tedy zde A má hodnotu B+C nebo −B, nebo −C.

Když 1③ je rovno ①−⓪

Autoři z toho nemohou víc udělat, než že ji odkážou na předchozí, aniž bychom poznali, jestli může být považována za obecnou, vzhledem k tomu, že neudělali určení přítomnosti, jak vyplývá.

Určení: *Je třeba zde, aby krychle z* $\frac{1}{3}$ *čísla* ① *nebyla menší než čtverec poloviny z* ⓪*, jinak rovnice je absurdní a nemožná.*

Tento příklad byl vždy opomíjen, a jeho určení pak bylo založeno na neznámé věci.

Zde je třeba pouze změnit [znaménko] z − na +, a vyřešit ji podle předchozí, a neboť máme tři řešení, je třeba odečíst 0, takže budeme mít tři požadovaná řešení, neboť zde jsou dvě řešení, každé více než nic, a jiné méně než nic, tedy −.

Příklad: jestliže 1③ je rovno 30①−36	6
změníme mínus na jedné straně, nebo budeme mít podle předchozí	−3+√3
odečteme je od 0, to znamená, že změníme znaménka	−3−√3

bude	−6 3−√3 3+√3	každý [výsledek] je hodnota 1①

stejně tak jestliže 1③ je rovno 12①−16, tedy 1①

bude	−4 2 2	a také další

Ale jestliže 1③ je rovno 12①−17 (nebo následující po 17 jako 18, 19; atd.) tedy rovnice je absurdní a nemožná, stejně jako 1② rovno 6①−10 ze které rovnice je určení také uvedeno.

Když 1③ je rovno −①+⓪

Nechť 1③ je rovno −6①+20

třetina −6 je −2	$\frac{1}{2}$ z 20 je 10
krychle, −8	jeho čtverec 100
	k tomu přičteno −8
	bude 108

$\sqrt{}$ je $\sqrt{108}$

což přičteno k a odečteno od 10 zde výše

bude	$10+\sqrt{108}$ $10-\sqrt{108}$
kořeny krychle každého	$1+\sqrt{3}$ $1-\sqrt{3}$

součet 2 má hodnotu 1①

Není třeba to shledávat zvláštním, že jsem sem dal věci, které jsou menší než nic, jako $10-\sqrt{108}$, jeho ∝ je $1-\sqrt{3}$, to je pro ukázku obecnosti předchozího.

Tedy to je, když hodnota 1① bude nesouměrná, můžeme ji najít odmocněním krychle dvakrát, jak bylo ukázáno u dvojčlenů, jinak zde je malé pravidlo způsobem pro tangens a sinus z jiných jednoduchých operací[121].

Nechť 1③ je rovno 24①+56

$\frac{56}{24}$ mi dá průměr 200000, kolik $\sqrt{24}$, nebo 4899③?[122] [Výsledek] bude 419885 A.

Sinus 100000 vzatý libovolný nebo co nejpřesněji

součet 519885

$\frac{1}{2}$ je 259942

tangens z 68°58´

dvojnásobek 137°56

sinus 66999 namísto toho vzatý libovolný

A 419885

součet 486884

$\frac{1}{2}$ je 243442

tangens z 67°40

dvojnásobek 135°20

sinus 70298

A 419885

[121] U Girarda je vzorec uveden trochu samostatně bez dalšího vysvětlení, to se podařilo až abbému Lemaîtrovi z univerzity v Lovani. Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 101)

[122] Zde Girard používá symbol ? pro značení řešeného problému.

součet 490183

$\frac{1}{2}$ je 245091

tangens z 67°48

dvojnásobek 135°36

sinus 69966

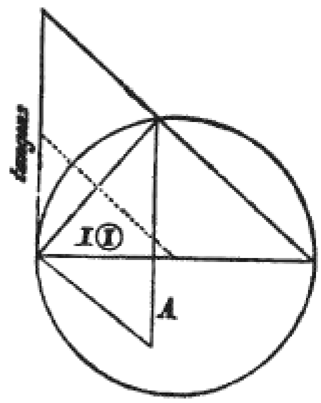
A 419885

součet 489851

polovina 244925

tangens z 67°48

Uděláme tento oběh tolikrát, kolikrát se tangenty shodují, jako zde z 67.48, tedy jeho dvojnásobek je 135.36, jeho Sinus 171447, pak 200000 dá $\frac{56}{24}$ kolikrát 171447 bude 2 pro hodnotu 1①.



Z toho vyplývá ještě nový způsob pro řešení výše uvedených rovnic, bez dalšího rozlišení.

Nechť 1② je rovno 6①+40

Všimněte si, že v následujících operacích je třeba položit lichá čísla, tak jejich součin bude ⓪ (jako zde 40), což když hodnota 1① je celé číslo, tedy operace je často velmi stručná a jednoduchá více než v žádném jiném pravidle[123].

Vydělme vše 1①, bude 1① rovno 6+ $\frac{40}{1(1)}$: to je ze 6 + jedna z poměrných částí ze 40; (jestliže řešení je celé číslo) bude hodnota 1①.

2	20
4	10
5	8
dělitelé čísla	40.

Uděláme tabulku jako zde vlevo, přičteme 6 ke 2, bude 8, což se neshoduje s 20. Přičtěte 6 ke 4, bude 10, což se shoduje s 10, tedy 10 je hodnota 1①. A tedy další takové rovnice, které vynecháme pro stručnost.

Nechť 1③ je rovno 6①+40

Vydělme vše 1①

[123] Tedy tento způsob se neliší od toho, kterým se řešily celé kořeny rovnice a je praktický jen zde u této rovnice.

$$1② \text{ bude rovno } 6+\frac{40}{1(1)}.$$

To znamená, že 6 s jednou poměrnou částí ze 40 bude čtverec druhé, ta nalezená bude hodnota 1①, teď uděláme tabulku jako zde výše, prohlídka bude snadná a pro větší obsáhlost vysvětlení udělám, jak vyplývá.

Sečtěte 6 se 2, což není čtverec z 20.

Sečtěte 6 s každým, najdeme, že na konci přičteme k 10 a to bude čtverec čísla 4.

Tedy 4 je hodnota 1①.

Jiný příklad, který je stejně těžký jako ten předchozí, viz problém 69, strana 287, Stevinovy Aritmetiky, nové vydání.

Nechť 1③ je rovno 30①+84

Vydělme vše 1①

$$1② \text{ bude rovno } 30+\frac{36}{1(1)}$$

dělitelé čísla	36
2	18
3	12
4	9
6	6

Sečtěte 30 s každým číslem, uvažujeme-li, že součet je čtverec jeho protějšku. Tedy 30+6 bude čtverec druhé 6, a tedy 1① má hodnotu 6.

Jiný příklad

Nechť 1③ je rovno −6①+20

Vydělme vše 1①

$$1② \text{ rovno } -6+\frac{20}{1(1)}$$

dělitelé čísla	20
1	20
2	10
4	5

To znamená, že když od dělitele odečteme 6, bude čtverec protějšku.

Tedy 10 mínus 6 (což je 4) bude čtverec jeho protějšku, tedy 2 bude hodnota 1①.

Jiný příklad, kdysi velmi obtížný

Nechť 1③ je rovno 7①−6

Vydělme vše 1①

$$1② \text{ rovno } 7-\frac{6}{1(1)}$$

dělitelé čísla	6	Vidíme, že 7 − dělitel 6 je čtverec z 1. Také 7−3 (což je 4) je čtverec ze 2.
1	6	
2	3	
−2	−3	

Tedy 1 nebo 2 budou hodnoty 1①. Ale když máme pouze jedno řešení, ukážeme pravidlo pro nalezení dalších: Tedy v této rovnici vždy nalezneme 2 řešení se [znaménkem] plus a jedno s −, jako zde 7 − −2 (to znamená 9, neboť dva zápory dají dohromady znaménko +) má hodnotu čtverce −3 (všimněte si, že 9 je také čtverec 3 a −3) tedy 1, 2, −3 jsou tři řešení. Potom 1③ je rovno 75①−250, tři řešení jsou 5, 5, −10.

Dobrý aritmetik se musí řídit podle příkladů a brát jednoduchosti tak, jak se představují, a to bez újmy obecným pravidlům. Stevin nabízí: 1③ rovno 300①+33915024, dělá to způsobem, který, i když je dobrý, je nicméně mnohem delší. Zde vidíte, jak bych chtěl postupovat, neboť, jak bylo řečeno výše, je třeba se vzdálit od obecných pravidel, takže některé jednoduchosti se setkají.

Neboť jestliže 1③ bude rovno pouze 33915024, tedy 1① má větší hodnotu než 323, jak to ukazuje kořen krychle, tedy není třeba, jak říká [Stevin] dokázat, jestliže hodnota 1① je 1, 10, 100, 1000 atd. Vzhledem k tomu, že již víme, že je to více než 323, viz strana 351 posledního vydání jeho *Aritmetiky*.

Tedy abychom vzali dělitele, není jich potřeba mnoho, vzhledem k tomu, že začínám s 323, nebo nejprve s jednotkou.

	1③ je rovno 300① + 33915024
dělitelé	vydělíme 1①
324.104676	1② je rovno $300 + \dfrac{33915024}{1(1)}$

A než uděláme další dělitele, dokážu, že tento je přesný (díky tomu, že řečení dělitelé jsou velká čísla), tedy

$$\begin{array}{r} 104676 \\ 300 \\ \hline 104976 \end{array}$$

což je čtverec z 324, jsem si jist, že 324 je hodnota 1①.

Jinak jestliže číslo od ① bude větší, jako:

1③ je rovno 10367①+3774

Vydělme 1①

$$1② \text{ bude rovno } 10367+\frac{3774}{1(1)}$$

Abychom se vyhnuli rozsáhlému dílu, uvedeme případ, kdy 1② bude rovno 10367 (neboť má předchozí hodnotu), tedy 1① bude mít větší hodnotu než 101, a tedy začneme s děliteli většími než 101.

	10367
dělitelé	37
102.37	10404

A protože 10404 je čtverec ze 102, vyplývá [z toho], že 102 bude hodnota 1①.

Ještě je tu jiný způsob, způsob krácení, což se dělá u izomery.

Nechť 1③ je rovno 576①+25920

úměrní dělitelé	1.	12.	144.	1728.

podíly 1③ je rovno 4①+15

Tedy hodnota 1① bude nalezena 3, to vyděleno $\frac{1}{12}$ (poměr izomery) bude 36 pro hledanou hodnotu 1①.

Někdo by mohl říct, že vyřeším dobře rovnice, které jsou s celými čísly, a ne ty, které jsou se zlomky, nebo kořeny.

Pokud máme zlomky nebo kořeny v rovnici, ukážu zde dále, jak je izomera může redukovat na celá obecná čísla, ale jestliže hodnota 1① je zlomek nebo kořen, nalezneme ji snadno v obecných číslech (jestliže si nechceme pomoci běžným pravidlem) máme výsledek

1③ je rovno 3①−1

Tedy izomerou 1③ je rovno 300①−1000 (podle postupu 1, 10, atd.) tedy hodnota 1① podle nabízené otázky, se nachází mezi $1\frac{1}{2}$; a $1\frac{3}{5}$, to znamená mezi $1\frac{5}{10}$, a $1\frac{6}{10}$.

Jestli ji chceme mít přesnější, pomůžeme si izomerou vyšší podle vzestupu 1, 100, 10000, 1000000, tedy 1③ je rovno 30000①−1000000. Pomůžeme si také známou hodnotou, která zde bude v této velké rovnici mezí 150 a 160, a co se týče dělitelů, nevezmeme devět mezi nimi, ale nejprve prostředek 155, kterým poznáme, že je třeba hledat nad či pod, tak jako že kdo chce trochu procvičovat, nalezneme neznámé obtíže v těch, které ještě nikdo nezkusil, zjistíme, že je to mezi $1\frac{53}{100}$ a $1\frac{54}{100}$: ale blíže $1\frac{53}{100}$: A budeme-li hledat více vpředu, jestli chceme, najdeme, že to bude mezi $1\frac{532}{1000}$, a $1\frac{533}{1000}$, ale blíže tomu prvnímu, atd.

Známe-li tedy jedno řešení, máme dva další postupy, jak říká [Stevin] poté

1① má hodnotu	1,532	oba velmi málo, ale blíže než jednotka
	347	zvýšená na konci čísel
	−1,879	

To je vyjádřeno v desetinách až po třetiny.

Jsou tu ještě jednoduchosti, které mohou často nastat, to je když 1① má hodnotu 1.

jako 1③ je rovno	7①−6, neboť 7−6 je 1
	$5\frac{3}{4}$ ①$-4\frac{3}{4}$
	$\frac{2}{3}$ ①$+\frac{1}{3}$

A také další rovnice nižší nebo vyšší než ③, a máme-li řešení, můžeme dát ostatní do otázky, jak uvidíme později.

Poučka[124], která musí následovat potřebuje nové pojmy, jejichž definice následují nejdříve.

I. Definice

Jednoduchá rovnice je ta, která má jen jednu veličinu[125] rovnou jednomu číslu, jinak je řečená složená nebo smíšená.

Vysvětlení

Jako když 1② je rovno 49, nebo 12① je rovno 24, tedy jeden výraz je roven druhému, rovnice je jednoduchá a čistá. Ale když je více výrazů než dva, je složená a smíšená, jako když 1② je rovno 6①+40, nebo u podobných rovnic.

II. Definice

Když jedna veličina je srovnána s jinou, první je nazývaná podmět nebo předcházející [veličina], druhá je přísudek, model nebo důsledek.

Vysvětlení

Jako když 3②−4① je rovno 70, tady tyto 3②−4① jsou nazývány podmět, a těch 70 model nebo důsledek.

III. Definice

Úplná rovnice je ta, která má všechny veličiny bez vynechání jediné.

---

[124] Zde se dostáváme k formulování základní věty algebry.

[125] Ve francouzštině *quantité*, neboli *neznámá veličina.*

IV. Definice

A rovnice neúplná je rovnice smíšená, která nemá všechny veličiny.

Vysvětlení

Například, nechť je 1⑥ rovno 11⑤+13④−7③+6②+9①−31, taková rovnice se nazývá úplná, neboť má všechny veličiny, které se můžou nacházet od největší ⑥. neboť má ⑤④③②① a ⓪, naopak 1④[126] je rovno 5②+36 nebo 1③ je rovno 12①−16 a další podobné jsou nazývány neúplné, protože nemají všechny hodnoty od největší.

V. Definice

Téměř úplná [rovnice] je taková smíšená rovnice, která má jen jeden chybějící člen a úplná má dva blízko, je to ta [rovnice], která má dva chybějící, a tedy má 3 blízko, atd.

Vysvětlení

Jako 1③ je rovno 7①−6 je téměř úplná [rovnice], neboť má jen jeden chybějící člen, ale:

VI. Definice

Primitivní rovnice je ta, v níž určovatelé[127] veličin jsou navzájem nesoudělní.

Vysvětlení

Jako 1④ je rovno 6③−13①+16 je primitivní [rovnice], neboť určovatelé veličin ④③①⓪ jsou navzájem nesoudělní.

VII. Definice

Odvozená rovnice je, když určovatelé veličin jsou navzájem soudělní.

Vysvětlení

Jako 1⑥ je rovno 7④−9②+12⓪, neboť tedy určovatelé ⑥④②⓪ jsou navzájem soudělná [čísla], neboť 2 je jejich společný dělitel, a ③②①⓪ jsou prvočísla, potom 1③ je rovno 17 je odvozená rovnice, a její veličiny ③⓪ jsou odvozené od primitivních, jako říká Stevin ve své *Aritmetice*, definice 27. Tedy odvozené [rovnice] se řeší jako primitivní, pouze mají jedno umocnění, podle výšky společného dělitele.

VIII. Definice

Ve smíšených rovnicích nejvyšší člen je řečený maximum, neboli vysoká krajnost[128]. Ten, který je o stupeň nižší, je nazývaný první smíšený, ten, který je ještě o jeden stupeň nižší, je nazývaný druhý smíšený, tedy důsledek, tak jako ⓪, je uzavření neboli nízká krajnost.

---

[126] V originále z roku 1629 je zde překlep a namísto 1④ zde nalezneme ①④. Překlep je opraven ve vydání z roku 1884 formou poznámky pod čarou.

[127] Ve francouzštině *denominateurs* ve významu exponentu neznámé veličiny.

[128] Ve francouzštině *haute*, vysoká, ve významu nejvyšší.

Vysvětlení

Nechť je 1⑨ rovno 3⑧−10⑥+4①+12, tedy 1⑨ je maximum neboli vysoká krajnost, 3⑧ je první smíšený, 10⑥ je třetí smíšený, 4① je osmý smíšený a 12 je nízká krajnost nebo uzavření, jediná známá.

IX. Definice[129]

Ve smíšených rovnicích jsou tři řády, první je řečený první řád, jehož čísla z algebry jsou podmět (jako neznámá na jedné straně) a uzavření nebo běžné číslo je přísudek nebo model (jako jediná známá na druhé straně).

Druhý řád je střídavý, kde sudé veličiny jsou oddělené od lichých, tak jako vysoká krajnost bude + a ne −.

Třetí řád je řád následující, kde vysoká krajnost je jediná se znaménkem +, s číslem 1.

X. Definice[130]

Střídavý řád rovnic je, když maximum neboli vysoká krajnost má pouze jedno číslo, a to jednotku, se znaménkem +, a když určovatelé nebo lichá čísla jsou na jedné straně a sudá na druhé, tedy jedny jako podmět a druhé jako přísudek, což slouží k nalezení původních znamének, které dávají rovnice do problému.

Vysvětlení

Nechť 1⑦ je rovno 4⑥+14⑤−56④−49③+196②+36①−144, tato rovnice je dána do střídavého řádu 1⑦−14⑤+49③−36① bude rovno 4⑥−56④+196②−144⓪; neboť tedy lišší určovatelé ⑦⑤③① jsou na jedné straně a sudí na druhé, a nezáleží jestli sudí nebo lišší jsou podmět nebo model, ani maximum, ostatně [rovnice] má znaménko + a jednotku jako číslo, jako ve výše uvedeném příkladu, tedy ten je pro poznání znamének, jak bude řečeno potom.

XI. Definice

Když je nabídnuto více čísel, celkový součet bude řečený první kořen [rovnice], součet všech součinů dva krát dva bude druhý kořen, součet všech součinů tři krát tři bude nazývaný třetí kořen, a vždy takto až do konce, ale součin všech čísel bude poslední kořen, tedy je tolik kořenů, kolik je předpokládaných čísel.

Vysvětlení

Nechť je dáno tolik čísel, kolik chceme 2, 4, 5, jejich součet 11 je první kořen, součiny dva krát dva jsou 8, 10, 20, z nichž součet jejich součinů 38 je nazvaný druhý kořen, ale součin tři

[129] Girard nikdy nepředpokládá, že by součet všech členů rovnice byl roven nule, namísto toho rozlišuje 3 způsoby, jak řadit tyto členy, ve kterých je koeficient nejvyšší neznámé mocniny vždy pokládán za rovný jedné. Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 105)

[130] Neboť Girard pokládá druhý řád za důležitý, věnuje mu samostatnou upřesňující definici.

krát tři, 40, je tu pouze jednou a bude to poslední kořen, potom jestliže tato 4 čísla budou dána 2, −3, 1, 3, první kořen bude 3, druhý −7, třetí −27 a čtvrtý a poslední bude −18. Nakonec kořeny těchto sedmi čísel 1, 2, 3, 4, −1, −12, −3 budou 4, −14, −56, 49, 196, −36, −144, kterých je také sedm.

XII. Definice

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

Když více jednotek je dáno k sobě, jako zde vlevo, a další čísla jsou uprostřed, najděte způsobem sčítání takové číslo, nechť je nazvaný trojúhelník mocnění[131], a jednotka shora značí jednoduchou aritmetiku, a další algebru, tedy 1, 1 jsou řád[132] ①, a 1, 2, 1 jsou řád ②, pak 1, 3, 3, 1 jsou nazvány řád ③, a vždy až do nekonečna.

I. Věta[133]

Jestliže je předpokládáno jedno množství čísel, množství součinů každého kořenu se může vyjádřit trojúhelníkem mocnění a řádem podle množství čísel.

Vysvětlení[134]

Nechť jsou 4 čísla, je třeba vzít řád ④ z trojúhelníku mocnění, což je 1, 4, 6, 4, 1, první 1 značí jednotku maxima, 4 je první kořen, což je součet 4 čísel, 6 značí, že druhý kořen je složený ze 6 součinů dva krát dva, a také zbytek.

II. Věta[135]

Všechny rovnice z algebry mají tolik řešení, kolik je název nejvyšší hodnoty, kromě u neúplných rovnic[136], a první kořen řešení je roven číslu prvního smíšeného, druhý kořen stejně je roven číslu druhého smíšeného, třetí třetímu, a tak dále, jako poslední kořen je roven uzavření, a to podle znamének, které se mohou zaznamenat ve střídavém řádu.

Vysvětlení

Nechť je úplná rovnice 1④ rovna 4③+7②−34①−24, tedy určovatel nejvyšší hodnoty je ④, což značí, že jsou čtyři určitá řešení, ani více, ani méně, jako 1, 2, −3, 4, tak jako číslo prvního smíšeného 4, je první kořen řešení, číslo druhého smíšeného 7, a tak dále, ale pro perfekcionismus věci je třeba vzít znaménka, která se zaznamenávají ve střídavém řádu, jako

[131] Nebo také aritmetický trojúhelník, později známý jako Pascalův trojúhelník.
[132] V originále *rang*, neboli *řád postupných mocnin dvojčlenu.*
[133] Zde Girard popisuje použití aritmetického trojúhelníku.
[134] Vysvětlení I. poučky, reference k 5. řádu aritmetického trojúhelníka, bez uvedení příkladu.
[135] Zde nalezneme slavnou Girardovu formulaci základní věty algebry.
[136] Teorém může být chybný, pokud uplatníme nekompletní mnohočlen, pak musíme doplnit chybějící mocniny s nulou (viz Vysvětlení II. poučky, tato diplomová práce, s. 53)

1④−7②−24⓪ je rovno 4③−34①, tedy čísla s jejich znaménky (podle pořadí hodnot) budou 4, −7, −34, −24, což jsou čtyři kořeny čtyř řešení.

Nechť je dáno jinak 1④ rovno 4③−6②+4①−1, a ve střídavém řádu 1④+6②+1 rovno 4③+4①; tedy čísla se znaménky, podle pořadí hodnot jsou 4, 6, 4, 1, což jsou kořeny čtyř řešení 1, 1, 1, 1 a tak dále (všimněte si zde, že když řešení jsou jednotky bez mínusů, že kořeny jsou čísla trojúhelníku mocnění z řádu nejvyšší hodnoty). Stejně tak v rovnici desáté definice, která je 1⑦ rovno 4⑥+14⑤−56④−49③+196②+86①−144; bude mít 7 řešení, tedy 1, 2, 3, 4, −1, −2, −3, z nichž čísla polohy jsou v desáté a jedenácté definici.

Co se týče neúplných rovnic, nemají vždy tolik řešení. Nicméně nevysvětlíme řešení, která nemohou existovat, a ukážeme, že nemožnost spočívá v neúplnosti a nekompletnosti rovnice[137] jako 1③ je rovno 7①−6. Tedy jsou ještě tři řešení: 1, 2, −3; a všechny neúplné jako tato se můžou dát do tvaru úplné [rovnice], tedy 1③ je rovno 0②+7①−6. Abychom našli všechna řešení jako u té [rovnice], která je udělaná dříve, tedy 1③ je rovno 167①−26; bude úplná.

Tedy 1③ je rovno 0②+167①−26: a ve střídavém řádu 1③−167① je rovno 0②−26, čísla s jejich znaménky (podle pořadí hodnot) budou 0, −167, −26. To, že najdeme tři čísla, která mají tolik kořenů, tedy jejich součet bude 0, součiny dva krát dva budou −167, a součin těch tří je −26, tedy jsme našli jedno ze tří jako předtím −13, tedy protože součin tří je −26, součin dvou dalších bude 2, tedy součet tří čísel je 0, a jeden je −13, tedy součet dvou dalších bude 13, protože otázka je dána v tomto, najděme dvě čísla, jejichž součet je 13 a součin 2 (a všimněte si, že říkáme nalezněte 2 čísla, to bude tedy rovnice, jejíž nejvyšší hodnota je 1②, mluvíme také o kořenech, tedy součet bude 13 a součin 2, a tedy 1②+2 bude rovno 13①, zde vidíte rovnici ve střídavém řádu, která přepsána do běžného [řádu], aby mohla být vyřešena, budeme mít 1② rovno 13①−2 a tedy) počet řešení bude $6\frac{1}{2}+\sqrt{40\frac{1}{4}}$ a také $6\frac{1}{2}-\sqrt{40\frac{1}{4}}$, které s −13 dávají tři hledaná řešení, důkaz se dělá jak chceme po celé délce.

Potom 1③ je rovno 300①+432, což zapsáno do střídavého řádu bude 1③−300① rovno 0②+432; kořeny budou 0, −300, 432, tedy najdeme tři čísla[138], atd. Tedy jedno je 18, tedy součet dvou dalších bude −18, a jejich součin 24; tedy 1② bude rovno −18①−24, dvě řešení jsou $-9+\sqrt{57}$ a $-9-\sqrt{57}$, pak další zde výše 18 budou tři hledaná řešení, stejně jako když 1④

[137] Následuje vysvětlení, jak doplnit nekompletní rovnici.

[138] Tzn. tři řešení podle základní věty algebry.

je rovno 4①−3, tedy čtyři kořeny budou 0, 0, 4, 3, a tedy čtyři řešení budou

$$1$$

$$1$$

$$-1+\sqrt{-2}$$

$$-1-\sqrt{2}$$

(všimněte si, že součin dvou posledních je 3)

Tedy je třeba si vzpomenout, že vždy budeme sledovat toto: můžeme říci, k čemu slouží tato řešení, která jsou nemožná, odpovídám, že třem věcem, [1.] pro ujištění o obecném pravidlu, [2.] a že není žádné další řešení, [3.] a pro svou užitečnost. Je jednoduchá, neboť slouží k vytvoření řešení podobných rovnic, jako si můžeme všimnout v *Aritmetice* u Stevina, v páté diferenci 71. problému[139].

Takže, je-li otázka, kde se ta předchozí potká, a když k počtu řešení je třeba přidat 1, a pak bude součet na druhou a tam přičteme 2, budeme mít čtyři kořeny 6, 6, 0, 0, tak jako 6 bude samotný a jediný kořen, vynechán z ostatních, odkud si nikdy nemůžeme být jisti bez předešlých řešení. Tímto způsobem zjistíme, že nikdy nikdo nevyřešil rovnice, které zde předcházejí, se všemi jejich řešeními.[140]

Příklad ve Stevinovi

Ve zmíněné páté diferenci 71. problému, strana 320 mého vydání, nebo 344 starého, jestliže 1③ je rovno 6②−10①+3, Stevin našel pouze jedno řešení 3, a já našel ještě $1\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}$ a ještě $1\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}}$: Potom výše jestliže 1③ je rovno 6②−12①+8; Stevin najde 2, a já najdu 2, 2, 2, tak, že jsem si jist, že je to pouze tato 2, a on si v tom nebyl jist, stejně níže jestliže 1③ je rovno 6②−9①+4: Stevin najde 4, a já najdu ještě 1, 1. Potom ve třetí diferenci problému 69 na straně 293 mého vydání, jestliže 1③ je rovno 7①−6, Stevin najde 2 a ještě 1, a já říkám, že je ještě −3, které [výsledky] slouží jak vidíme v páté diferenci 71. problému u Stevina, a požadovaný [výsledek] na konci 70. [problému].

Co se týče Françoise Vièta, který překoná všechny své předchůdce v algebře, můžeme vidět v jeho traktátu (*De recognitione equationum*, kapitola 16, strana 40 spisu) kde říká, že jeho spis je k nalezení nebo vyloučení vzájemného srovnání dvou korelativních rovnic, a zapomíná mluvit obecně o plochách, a tělesech, ze tří korelativních, atd. neboť na straně 54 a 44 najde

[139] Zde je uvedeno důležité vysvětlení, proč máme zavádět také nemožná (dnešními slovy komplexní) řešení.

[140] Zde si Girard dovoluje zmínit, že jeho předchůdci Stevin a Viète chybovali v řešení příkladů, a to zejména proto, že neznali jeho teorém.

pouze 2 řešení (jako také ve spoustě svých dalších knih) tedy říká 124①−1③ je rovno 240 najde jen 2 a 10, a já najdu ještě −12, neboť zde vidíte kořeny 0, −124, −240.

Tak můžeme dát tři čísla do řešení, vzhledem k tomu, že jsou více než nic, jiné méně než nic, a další obklopené, jako ty, které mají √−, jako √−3 nebo další podobná čísla.

Můžeme shrnout více věcí z těchto vět, za prvé pochopení počtu řešení, za druhé povahu rovnic, které jsou takové, že jejich členy jsou složené z kořenů, a že všechny otázky nemají jiné jádro, za třetí jak je jednoduché udělat neúplnou rovnici, když otázka je o kořenech, jako: Nalezněme tři čísla, jejichž součet bude 12, tři součiny dva krát dva 41, jejich pevný 42.

Protože všechny kořeny jsou pojmenovány podle toho, kolik trojčíslí můžou obdržet, dáme na jednu stranu 1③ a pak součet čísel 12, s veličinou menší následující 12②. Také 41①, nakonec 42⓪, pak budou dány do střídavého řádu, a podle znamének věty (která jsou všechny +) nebo máme 1③+41① je rovno 12②+42, která převedena na pozdější řád 1③ je rovno 12②−41①, která je spárována pro řešení, tedy tři řešení budou tři požadovaná čísla, a tak se zabývají stejnou otázkou.

Někomu se může zdát, že když kořeny budou ještě jinak vyjádřitelné, než viz výše, které namísto aby byly řečeny, součet: součiny dva krát dva, součiny tři krát tři atd., které můžeme říct. A snadněji, součet: součet čtverců, součet krychlí, atd., který tedy není, neboť je více řešení, součet bude pro prvního smíšeného, součet součinů dva krát dva, pro druhý smíšený, atd. Jak bylo dostatečně vysvětleno, ale není tedy mocnin, které můžeme namítnout.[141]

Příklad

nechť je	A první smíšený B druhý C třetí D čtvrtý atd.

tedy všechny typy rovnic	A Aq−B2 Acub−AB3+C3 Aqq−AqB4+AC4+Bq2−D4	bude součet	řešení čtverců krychlí čtverců čtverce

A pro lepší vysvětlení všeho, nechť je 1④+35②+24 rovno 10③+50①: řád smíšených je 10. 35. 50. 24 pro A, B, C, D, zde výše, tak jako 10 je opravdu součet řešení, která jsou (l, 2, 3,

[141] Girardův zajímavý teorém o součtu mocnin podobných kořenům rovnic, až do rovnic 4. stupně. Zde Girard dokazuje chybné závěry předchozích autorů, konkrétně F. Viѐta, v jeho kapitole *Syncrѐse* knihy *De Aequationum Recognitione.* Srov. s *(Bosmans, H. La théorie des équations*, 1926, s. 147)

4.) Tedy Aq(A^2)−B2, to je čtverec [čísla] 10, dva bude 35, to je součet čtverců, a také zbytek, nechť také vezmeme rovnici, jejíž vysoká krajnost je ta, kterou chceme, a s řešeními se [znaménky] −, ty budou vždy vyplývat, což ukazuje, že takové mocniny (čtvercové, kubické, atd.) zde řečeny, netvoří smíšené, ale naopak smíšené je tvoří, daleko od jednoduchosti kořenů.

Můžeme tedy říct o poměrných, kde je najdeme, že kořeny tvoří smíšené, a ne poměrné, tak snadno, neboť kořeny jsou dělány na řešení, a řešení na poměrné.

Příklad

Nechť 1③ je rovno 8②+12168: tak jsou čtyři čísla souběžně poměrná, 8, 12, 18, 27, z nichž první je 8, a součet 2. a 4. je √12168 děleno 8 (což je 39) a 1① bude součet 1. a 3. (což je 26).

Nechci říct, že poměrné jsou na vynechání, vůbec ne, neboť jsou tolik vlastnostmi, jako viz Viète v knize *De recognitione equationum*.

Zprvu je řešení známé, můžeme dát do otázky další bez vzpomínky na jakoukoli knihu, v níž příklady zde tvoří část, viz zde ještě několik.

Nechť 1④ je rovno 6③+9②−94①+120, a jedna hodnota je nalezena 2, můžeme vzít další tři do otázky, smíšené jsou (jak je určuje střídavý řád) 6, −9, −94, 120, což se může udělat bez námahy (ale ne delší cestou) přes postpozice, nebo také odpovídajícím, pak součet čtyř čísel je 6, máme 2, tři další budou dohromady 4, což dáme na jednu stranu jako první smíšený třech získaných čísel, tedy + 4②. A tolik kolik bude obecný součin −120, ten dělený 2 bude −60 pro úplný z požadovaného, který dán s řečeným 4②, nepodstatno jak.

A protože součin dva krát dva bude −9, z toho je třeba odečíst součin čísla 2 nalezený součtem tří požadovaných 4, což je 8, odečteme −9, zbude −17 pro součin dva krát dva z požadovaného (což se může také nalézt jinak, máme-li před sebou příklad), který jako druhý smíšený bude −17①, a protože potřebuji tři, maximum bude 1③, a také mám všechny smíšené, které je třeba mít, dám je do střídavého řádu se stejnými znaménky, tedy

1③−17① rovno 4②−60

potom jestli chceme v posloupném řádu vzatém z toho

1③ je rovno 4②+17①−60

Tak jestli zde najdeme ještě jedno řešení, jako 3, můžeme najít dvě další, uděláme-li to samé co předtím, najdeme

1② je rovno 1①+20

Tam, kde l① má hodnotu 4 také −5, protože čtyři řešení získané z první rovnice budou 2, 3, −4, 5. a také další, bez hledání všech nedokonalých pravidel, které dal Viète.

Zde je určení rovnic jak jsme zmínili zde výše.

Nechť je 1② rovno 6①−10 (nemožné, aby bylo rovno)

neboť $\frac{1}{2}$ je 3

jeho druhá mocnina je 9

s −10

−1, ze kterého je třeba odmocnit √, což není přirozené, tedy 10 je moc, 9 bude výše.

Nechť 1③ je rovno 12① − 18 (nemožné, aby bylo rovno)

neboť $\frac{1}{3}$ je 4 9 což je $\frac{1}{2}$ z 18

jeho třetí mocnina 64 81 jeho druhá mocnina

A protože 81 je více než 64, rovnice je nemožná a neexistuje, což bylo také řečeno dříve, tedy 18 je hodně, vzhledem k tomu, že 16 bude výše.

Toto je čisté, 1③ je rovno 3①−2 v malých číslech.

Nechť je 1③ rovno 12②−257 (což nemůže být rovno)

neboť $\frac{2}{3}$ je 8

Jeho krychle je 512

$\frac{1}{2}$ je 256

s −257 toto číslo bude výše než je 256 protože 257 je moc.

Toto je čisté, 1③ je rovno 3②−4, a 4 je nejvýše.

Nechť je l④ rovno 12③−2189 (také nelze)

neboť $\frac{3}{4}$ je 9

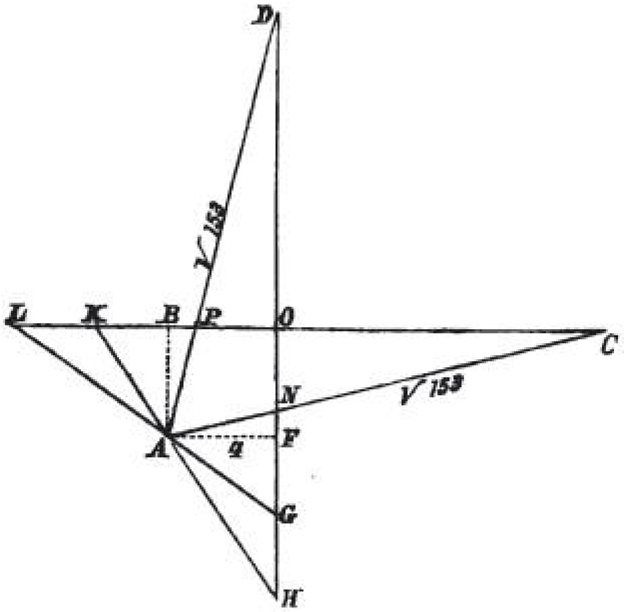
čtverec čtverce je 6561

jeho $\frac{1}{3}$ je 2187

s −2189 toto číslo je moc, je-li 2187 nejvýše

Až sem jsme ještě vysvětlovali, k čemu slouží řešení odčítáním, když tu je. Řešení odčítáním je vysvětleno v Geometrii retrospektivně, a mínus se odkládá tam, kde + předchází.

Problém sklonu[142]



Nechť jsou dvě přímky DG, BC, protínající se v pravém úhlu v O, a neurčité, z bodu A (v přímce, která protíná pravý úhel O na dva stejné, tak jako ABOF je čtverec se stranou 4), narýsujeme čáru ANC stejně tak přerušující NC (mezi danými čarami v pravém úhlu DG, BC), nechť je √153, chceme znát délku FN.[143]

Uděláme polohu FN 1①, rovno 8③+121②+128①−256; tedy hodnota 1① má čtyři různá řešení.

$$\text{to je}\quad \left|\begin{array}{l|l|l} 1 & \text{FN} & \\ 16 & \text{FD} & \\ -4\frac{1}{2}+\sqrt{4\frac{1}{4}} & \text{ukazuje bod G} & \multirow{2}{*}{z bodu F} \\ -4\frac{1}{2}-\sqrt{4\frac{1}{4}} & \text{ukazuje bod H} & \end{array}\right.$$

Tak jsou ukázány řečené body G a H jako když jsou vzdálenosti FG, FH menší než nic, zpětně, vezmeme-li, že FN, FD postupují a FG, FH couvají dozadu tak, že přerušující [čáry] CN, DP, GL, HK mají tendenci a inklinují do bodu A, a každá měří √153 podle požadovaného.

A pro ještě lepší interpretaci dvě řešení, která jsou méně než 0 se musí změnit, tedy jejich znaménka

$$\text{budou}\quad \left|\begin{array}{ll} 4\frac{1}{2}-\sqrt{4\frac{1}{4}} & \text{pro FG} \\ 4\frac{1}{2}+\sqrt{4\frac{1}{4}} & \text{pro FH} \end{array}\right.$$

[142] Také známý jako *Pappův problém.* Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 148) Girard si ho vybral pro ukázku interpretace záporných řešení rovnic v geometrii.

[143] Původně se jednalo o bod vzatý pro bisekci pravého úhlu. Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 148)

Ty, které se musí položit naproti FN, FD, jako je vysvětleno v předchozím postupu, a je třeba počítat se všemi minusovými řešeními, což je výhodná věc v geometrii, dříve neznámá.[144]
Z toho plyne také způsob jak řešit následující veličiny, které slouží zejména k vyřešení problémů. Neboť kolik těch předchozích slouží stejnému, to není zase tak jasné, což dávám zde pro ukončení přítomného traktátu o algebře.

O postpozičních veličinách[145] v algebře[146]

Stevin a jeho předchůdci jako Cardano, podle něhož ho cituje v šesti Větách po 80. problému jeho *Aritmetiky*, strana 365 nového vydání, říká, že objev následující s čarou není ještě popsán, když je vícečlennost v posloupnostech, a tento konec slouží několika poměrům, které, jak říká, vzal z knihy s názvem *Ars magna*, kapitola 10 v Cardanovi. Já se pustím do ukázání jednoduchosti a usnesení toho, co ještě nebylo legitimně nalezeno, než některé věci nebudou prvně více neznámé. Tedy protože značka 1 sec.① pro následující veličinu značící 1①, druhotně položená je více rozvleklá, vezmu A namísto druhé ①.[147]

Otázka I. Věty

Nechť jsou 1①M[148] sec.①+6 sec.① rovny 3①.

To znamená podle našeho návrhu, který je jasnější

A①+6A je rovno 3①

Vydělme jak podmět tak porovnávaný výrazem 1① + 6

tedy A nebo l sec.① bude rovno $\frac{3(1)}{1(1)+6}$

Otázka II. Věty

Nechť je 1① M sec.① rovno 3 sec.①+4①

To jest A① rovno 3A + 4①

Odečtěme od každé strany 3 A, neboť je třeba dát k sobě všechna A, zbude

A l① − 3 je rovno 4①

144 Zde je namístě zmínit, že pravidlo pro počítání se znaménky považované za vynález R. Descarta (*Géométrie*) nalezneme již zde, v *Invention nouvelle,* a toto pravidlo by se tak mělo nazývat Giradovým pravidlem. Srov. s (Bosmans, H. *La théorie des équations*, 1926, s. 150)
145 Ve francouzštině *postposées quantitez* ve významu rovnice o více neznámých.
146 Zde Girard srovnává Cardanovo *Ars Magna* a dílo S.Stevina se svými vlastními pravidly.
147 Kritika Stevinova značení a návrh na jeho zlepšení a zjednodušení.
148 M jako *násobení* (*multiplication*)

Vydělme vše 1①−3, najdeme, že A bude mít hodnotu $\frac{4(1)}{1(1)-3}$

Otázka III. Věty

Nechť jsou 10 sec.① rovny 1① M sec.①+3①

To jest 10A rovno A①+3①

Odečtěme A① od obou, zbytek vydělený výrazem 10−1①, tedy

A neboli 1 sec.① bude mít hodnotu $\frac{3(1)}{-1(1)+10}$

Otázka IV. Věty

Nechť je 1② rovno 8① M sec.①+20 sec.①

To jest 1② rovno 8① A+20A

Vydělme vše 3①+20

Tedy $\frac{1(2)}{3(1)+20}$ bude hodnota A nebo 1 sec.①

Otázka V. Věty

Nechť je 1① M sec.① rovno 2②+4$\frac{1}{2}$ sec.①

To jest A① rovno 2②+4$\frac{1}{2}$ A

Odečtěme 4$\frac{1}{2}$ A , a vydělme 1①+4$\frac{1}{2}$

Tedy A nebo 1 sec.① bude mít hodnotu $\frac{4(2)}{2(1)-9}$

Otázka VI. Věty

Nechť jsou 4 sec.① rovny 1① M sec.①+6②

To jest 4A rovno A①+6②

Odečtěme A①, poté vydělme 4−1①

Tedy A nebo l sec.① bude mít hodnotu $\frac{6(2)}{-1(1)+4}$

Otázka 27 ze Stevina před knihami Diofanta, strana 402 nové edice, která je též čtvrtou otázkou v Cardanovi, kapitola 10, kniha 10, pouze čísla se mění. Tam, kde dříve řečení autoři *všech jmen své doby nemohli vědět, jak ji vyřešit, bez pomoci výše zmíněné čtvrté otázky, jako to také potvrzuje Stevin, takže to vyřešíme stejně, mimo tam, kde to [Stevin] nachází nepohodlné.*[149]

Rozdělme 26 na tři části postupně úměrné tak, aby čtverec prostředního členu byl roven součtu dvojnásobku součinu prostředního členu a menšího členu, a šestinásobku nejmenšího.

Nechť je hledaná prostřední část 1①

A nejmenší A

Čtverec prostředního [členu] 1②

Je rovna dvojnásobku součinu prostředního členu s nejmenším 2①A, s šestinásobkem nejmenší části, která je 6A, jsou dohromady 2①A+6A.

Tady se zastaví,[150] ale dosáhneme-li a postoupíme přes tento mrak, a pak 1② je rovno 2①A+6A, poté vše vyděleno 2①+6, tedy $\frac{1(2)}{2(1)+6}$ bude mít hodnotu a dá se na místo A; pro nejmenší část, protože ta největší část bude 2①+6.

Součet tří částí musí dát 26, ale součet většího a prostředního je 3①+6, tedy nejmenší [člen] bude −3①+20, roven $\frac{1(2)}{2(1)+6}$ který je také nejmenší, a rozdíl bude 7② s hodnotou 22①+120, a dosáhneme-li této rovnosti, 1① bude mít hodnotu 6, konečně tři čísla, části 26, budou 2, 6, 18, tedy důkaz je předveden.

Konec algebry

O měření povrchu trojúhelníků a sférických mnohoúhelníků, nově objeveném *Albertem Girardem*

Předtím, než oznámím co nejstručněji, jak budu moct, tuto vědu[151], neznámou až dodnes[152], pokud není před potopou, řeknu nejprve, že pro měření úhlu musíme označit jaká jeho část je z pravého [úhlu], nebo dvou, nebo také ze čtyř pravých, atd., jestli chceme, aby čtyři pravé [úhly] dali dohromady určité číslo, jako 360 stupňů, a zde výše budeme hledat kolik úhel měří v těch stupních.

Také než přejdu k měření [sférických] trojúhelníků a sférických mnohoúhelníků, položíme několik čísel pro celou sférickou plochu, nebo pro její polovinu, které říkáme hemisféra,

[149] To znamená, že pro Girarda je Stevinovo řešení správné, ale je příliš komplikované. Navrhuje tak své jednodušší řešení.
[150] Tedy Stevin a jeho následovníci.
[151] Rozuměj trigonometrii
[152] Opět zmínka o novosti Girardových tvrzení

a tento konec můžeme vzít 1, 10, 100, 1000 atd., nebo které číslo této posloupnosti pro větší jednoduchost, které, aby bylo řečeno budou nejlepší (kvůli složení čísel, které přimějeme k desítkové posloupnosti bez nějaké nutnosti).

Ale protože číslo 360 bylo vybráno, aby odpovídalo celému obvodu kruhu, předtím, než změříme oblouky a úhly, a jak jsou tabulky staré a moderní[153], pro sinus, tangenty a sekanty udělány dříve, nemůžu je vynechat, bez přivedení tak jako tak nových obtížností. Takže co z toho vyjmu není to, že je mezi čísly nejbližšími číslu dní v roce, který má více poměrných částí. Nevynechám ani slovo stupeň, kolik jich je vzato pro označení oběhu slunce za jeden den. Neboť vše tak jako název stopa je přijatý v měření těles a ploch, tak také v měření čar, nehledě k tomu, že stopy, které měří tělesa, jsou jiného typu než ty, které měří [sférické] plochy, a také ty, které měří čáry.

Tak jako používáme slovo stupeň pro měření oblouků a úhlů, jako ten, co měří oblouky, je oblouk, a ten, který měří úhly je úhel, a také vezmeme to slovo stupeň pro měření sférických ploch, pro měření tělesových úhlů, částí kruhu, a sféry, kterých je nanejvýš šest. To není, že budeme nutit toto měření, neboť vůbec na něm netrváme, ani jako 360 pro obvod kruhu, vzhledem k tomu, že ho měříme také se stejnými délkami, jako s těmi, kterými měříme průměr, jako jindy dělal Archimedes, nejprve se 7 až 22, a potom teď a přesněji s 13 až 355, bez způsobení velkého rozumu Ludolfa de Cologne[154].

Také že mám některé aritmetické názvy jiné než stupně, které přizpůsobením rovinným úhlům, přesným, velmi stručným příkladům, předtím neznámým, jak uvidíme později, s boží pomocí, tak jako z toho nevynechám stupně pro běžná měření a jednodušeji. Stejně jako víme, že čtverce jsou měřeními nejjednoduššími ze všech ploch, jak je možné vzít jinou plošnou míru do konce.

Konečně neboť měření jsou a musí být stejné s měřenými věcmi, rozumíme a bereme tedy, že stupně, které měří oblouky, budou také oblouky, které měří úhly, budou úhly, a které povrchy, budou povrchy, které měří pevné úhly, budou pevnými úhly, a které sférické části, taky tak. Ba i konečně můžeme aplikovat stupně v mnohoúhelnících vepsaných do kruhů, vezmeme-li kruh jako základ, a stejně vezmeme-li pevnou sféru jako základ, která zamezí označit těleso v ní vepsané a opsané okolo ní, podle poměru jejich kapacity, a toho [poměru] sféry, nebude nic než většina, která se nachází nepoměřitelná s touto, dokonce i všechna pravidelná tělesa? A pro zakončení tohoto proslovu, dám tedy celou sférickou plochu

[153] Tedy tabulky Girardových předchůdců a současníků
[154] Ludolf van Ceulen

obsahující 720 povrchových stupňů, a z toho důvodu, že bude běžně známé později, tedy polokoule jich má 360, podle následující hypotézy.

HYPOTÉZY

I. Nová hypotéza

Nechť je dána celá sférická plocha, jako základ, obsahuje 720 povrchových stupňů, a součástí je plocha polokoule s 360 stupni, a každý stupeň [má] 60 minut, atd.
Jestliže vše bude předěláno, co se týče zmíněných tabulek starých [autorů][155], předpokládám základ 1 a ten obsahuje 10①, a každá ①, 10②, atd. podle desítkové soustavy.

II. Stará hypotéza

Podle staré hypotézy, kdy obvod kruhu jako základ má 360 stupňů, každý stupeň 60 minut, a minuta 60 vteřin, atd. Také pravý úhel [má] 90 úhlových stupňů, takže všechna povrchová místa [ležící] okolo jednoho bodu budou [mít] 360 stupňů.

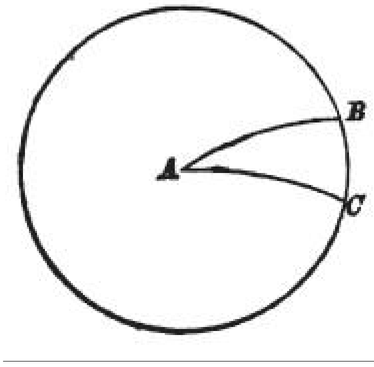
III. Nová hypotéza

Budeme-li následovat první hypotézu, že pravý tělesový úhel (který je jedním z 8 úhlů krychle) bude 90 úhlových stupňů, tedy každý pevný bod, po obvodu jednoho bodu bude mít 720 stupňů, které jsou 8 tělesovými pravými úhly. Tak jako všechny tělesové úhly mají hodnotu tolika úhlových stupňů, kolik jich obsahuje sférická plocha, kterou mají jako základ, jsouce její vrchol ve středu, a také [jejích] částí; to je, že pevnost sféry bude 720 stupňů.
Zde můžeme zaznamenat, že kolik je třeba pravých plošných úhlů okolo jednoho bodu, kolik je jich okolo čtverce, tak je také třeba tolik pravých tělesových úhlů v obvodu jednoho bodu, kolik jich je v obvodu krychle, tato hypotéza nepotřebuje vysvětlení.

Definice

Sférický trojúhelník se dvěma stranami, každá o 90 stupních, se jmenuje spona, a úhel, který rozumíme jako ostrý, tak bude řečený ostrá spona, a také u tupého a u obdélníku.

Tvrzení[156] I.

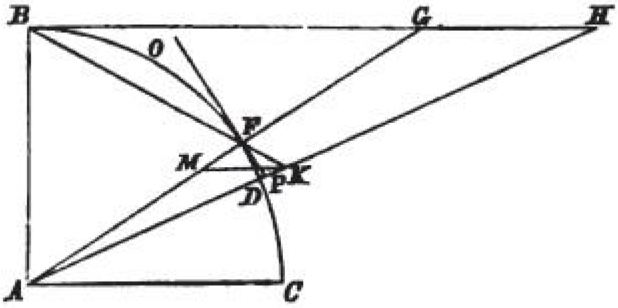


Nechť je A střed kruhu BC[157] většího nebo menšího než je povrch sféry, a dva velké oblouky u středu AB, AC, tedy ta část, kde A má čtyři pravé [úhly] a část bude trojúhelník ABC sférické plochy, rozuměné zde kruhem BC. Ukázka je předvedena.

[155] Rozuměj Girardových předchůdců.
[156] Ve francouzštině *lemme*
[157] Ve skutečnosti je to oblouk BC.

Tvrzení II.

Dva oblouky ze stejného kruhu, každý nepřesahující kvadrant, a u nichž jsou nalezeny jejich siny a tangenty, porovnáme-li velké s malým. Je větší poměr tangenty a tangenty, než oblouku a oblouku; stejně tak jako je větším poměrem oblouk a oblouk než sinus a sinus.



Nechť je ABC kvadrant[158], a BD, BF dva oblouky, každý menší než BC, jejich tečny BH, BG. Řeknu, že srovnám-li velkou s malou, že HB bude větší poměr k BG a ne oblouk DB k BF.

Neboť máme ji určenou F, tečna FB, a BFK, a z K rovnoběžku KM s BH. Tedy MK bude menší než GH, také FD bude menší než tečna FP, a FP menší než FK (neboť FPK je tupý, vzhledem k tomu, že APF je ostrý, tak jako AFP je pravý). Tedy zmenšíme poměr zmenšením předchozí nebo zvětšením následující, protože

HG ke GB je poměr z něhož

MK ke GB nebo KF k FB je menší

DF k FB

DF k FOB

Tedy HG bude větší poměr ke GB, než DF k FOB, a složíme-li HB tečnu, bude mít větší poměr k BG tečně než oblouk DB k oblouku BOF, což je třeba nejprve ukázat.

Co se týče jiné části, to je když srovnáme velký s menším, oblouk bude mít větší poměr k oblouku než sinus k sinu (neboť každý oblouk je menší než kvadrant). Ukázku je možno vidět na konci deváté kapitoly první knihy Ptolemaiova *Almagestu*, který Koperník také dal do své *De revolutionibus orbium celestium*[159], do 6. poučky první knihy.

Tvrzení III.

Rovinný mnohoúhelník, ať už pravidelný nebo nepravidelný, je takový, když vnitřní úhly délky obvodu budou tvořit tolik pravých úhlů, jako dvojnásobek jména mnohoúhelníku, ale tento dvojnásobek mínus 4.

Nechť je rovinný sedmiúhelník, jeho název je 7, dvojnásobek je 14, od toho odečteme 4, zbude ještě 10. Tedy vnitřní úhly podél obvodu sedmiúhelníku jsou dohromady 10 pravých

---

[158] Tedy čtvrtina obvodu kruhu

[159] *O obězích nebeských sfér*. V originále autor odkazuje na Koperníkovy *revoluce* (*...que Copernique aussi a mis en ses revolutions,...)*

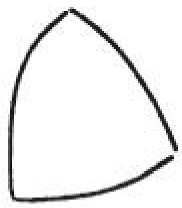
úhlů, které mají hodnotu 900 stupňů, čehož ukázka je snadná. Zmiňme, že vedeme-li z jednoho bodu uvnitř tvaru (kde chceme) čáry k úhlům, a 7 trojúhelníků, shrneme 4 pravé [úhly] okolo řečeného bodu, zbude ještě 10 pravých [úhlů].

Věta[160]

Každý sférický mnohoúhelník obsahuje oblouky z hlavních kruhů, drží tolik plošných stupňů, jako je součet všech jeho vnitřních úhlů přesahující součet vnitřních úhlů rovinného mnohoúhelníku stejného jména: když je povrch sféry daný 720 povrchových stupňů.

I. Vysvětlení

Nechť je sférický trojúhelník, jehož tři úhly tvoří dohromady 190 stupňů. A protože všechny



rovinné trojúhelníky mají jako součet svých třech úhlů pouze 180 stupňů, z toho plyne, podle tvrzení, že plocha řečeného trojúhelníka bude 10 plošných stupňů a následně protože celá sféra obsahuje 720 stejných, je všeobecně známo, že nabízený trojúhelník bude 72. část celého povrchu sféry.

Poznámka

Každý sférický trojúhelník (také zahrnuji velké kruhy jako obvykle) je toho typu, kdy všechny tři úhly dávají dohromady více než 180 stupňů, což znamená, že v tom nikdy nebude chyba, aby se dal najít přebytek[161]. Tedy tak jako sférický trojúhelník zabírá sférickou plochu, tak součet těchto tří úhlů přesahuje číslo 180, tak jako čím méně sférický trojúhelník zabírá povrch sféry, tím méně součet těch tří úhlů přesahuje číslo 180, ale necháme to na ukázce.

II. [Vysvětlení]

Nechť je sférický sedmiúhelník, jehož součet sedmi vnitřních úhlů je 940 stupňů. Tedy součet sedmi vnitřních úhlů rovinného sedmiúhelníku je 900 stupňů, tedy rozdíl je 40, což značí, že ten sférický sedmiúhelník obsahuje 40 plošných úhlů pro požadovaný výsledek. Stejně tak, jestliže sférický sedmiúhelník má 1020 stupňů, pro součet všech sedmi vnitřních úhlů (po délce obvodu), zbytek bude 120, což značí, že ten sférický sedmiúhelník bude obsahovat 120 plošných stupňů, které mají hodnotu šestiny části celého povrchu sféry.

Vždy nejde, aby povrch měřil přesně celou sféru, ale co s tím udělám, lépe vyjádří můj záměr. Neboť jestliže sférický mnohoúhelník o 100 vrcholech má 17760 stupňů pro součet jeho 100

[160] Ve francouzštině *théorème.*

[161] Tedy neboť známe číslo 180 pro součet všech úhlů v rovinném trojúhelníku, můžeme vždy určit nadbytek nad toto číslo 180 pro trojúhelník sférický.

úhlů, zjistíme, že plocha bude také 120 sférických stupňů, které tvoří šestinu celého povrchu sféry. Jestliže součet 100 úhlů bude 17850, jeho povrch bude 210 sférických stupňů, které mají hodnotu $\frac{7}{12}$ celého povrchu sféry. Nakonec, jestliže máme daný mnohoúhelník se třemi neznámými členy, a abychom obdrželi povrch, je třeba hledat úhly, jejichž součet je známý, a také součet úhlů rovinného mnohoúhelníka stejného jména, zbytek bude požadovaný povrch.

Ale je potřeba vidět příklad k podobné otázce. Jestliže rovnostranný trojúhelník má každý vrchol o 109 stupních 28 minutách, každý úhel se nachází mezi 120 stupni, a sečteme-li všechny tři, [dohromady dají] 360, od čehož odečteme 180, zbude 180 sférických úhlů, čtvrtina celého sférického povrchu, [tedy] 720.

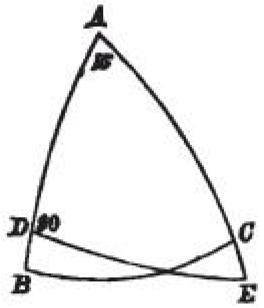
Potom [nechť je] sférický trojúhelník se třemi vrcholy o 40 stupních, 70 stupních, a 38 stupních 30 minutách. Tedy součet tří úhlů je 192 stupňů 5 minut (neboť tyto jsou 31, 34 a 130,3 a 30,28[)]. Řeknu, že rovnostranný trojúhelník má každý vrchol 38,50; bude roven povrchu stejného, neboť se shoduje se součtem úhlů 192,5. tedy plocha bude 12,5, která je o trochu více než šedesátina celého sférického povrchu.

Jestliže jedno oko[162] (to je plošný útvar nazývaný také úhel o dvou polokruzích s celkem dvěma úhly, které jsou stejné) má jeden ze dvou úhlů o 30 stupních, součet úhlů je 60, z čehož není třeba nic odečítat díky tomu, že dvojčarý mnohoúhelník[163] (v rovinných tvarech) není mnohoúhelník; vzhledem k tomu, že dvě přímky nesvírají plochu a neboť součet úhlů je 0, je třeba odečíst od toho 60, zbude 60 plošných stupňů pro povrch sférického oka. Tak, jako ze součtu úhlů očí netřeba nic odečítat, abychom dostali jejich povrch.

A pro vypočítání věci dopředu, jestliže ho přepůlíme na dva stejné pravoúhlé trojúhelníky (co nazývám sponou), povrch jednoho musí být 30 povrchových stupňů, což tedy také je, neboť součet úhlů je 210.

Vidíme jednoduše způsob převádění takových tvarů do jiných se stejným jménem, nebo jinak, do různých druhů, jako smíšené (nazývám smíšené tvary takové, které jsou z velkých a malých kruhů; tedy velký oblouk nad plochou sféry je největší nebo nejmenší čára, kterou můžeme vést mezi dvěma body, nebo jestli chceme, aby to byly oblouky, které opisují přímky; a oblouky menších kruhů, které napodobují křivky plné plochy.)

[162] Ve francouzštině *oeil*
[163] V originále *polygone biligne* tedy *mnohoúhelník tvořený dvěma čarami*



Příklad

Nechť je smíšený sférický trojúhelník ABC, to je BA, AC hlavní oblouky, stejné, každý o 36 stupních a 52 minutách. Rozumíme úhel A o 15 stupních, a BC také menší kruh, opsaný okolo bodu A. Uděláme sférický pravoúhlý trojúhelník ADE, který bude roven smíšenému [trojúhelníku] ABC.

Měření smíšeného [trojúhelníka]

Inverze[164] oblouku AB nebo AC je skoro 20000, což je $\frac{1}{10}$ části průměru, a když celý kruh BC obsahuje $\frac{1}{10}$ celého povrchu, to je 72 povrchových stupňů. Ale tato část BAC má 15 stupňů u vrcholu, to bude $\frac{1}{24}$ z terče (to je jeho celý kruh), tedy $\frac{1}{24}$ z 72 je 3 stupně, což obsahuje tak řečený smíšený ABC.

Můžeme ho najít snadněji, ale abych to vysvětlil jinak, můžu říct, že k měření takové části, jako u ABC, viz výše, tedy

Inverze [oblouku] AB násobená velikostí úhlu A dělená poloměrem

bude pro povrch řečeného smíšeného trojúhelníka ABC, a také dalších, které jsou částmi.

Měření trojúhelníku ADE

Pravoúhlý trojúhelník ADE musí také mít 3 povrchové stupně. Tedy jeho tři úhly musí být 180 stupňů, a ještě řečené 3 stupně[165]; to je tedy 183 stupňů, ale dva [úhly] A, D jsou už 105 stupňů, tedy E bude úhel o 78 stupních.

Kdo chce hledat strany, je třeba nutně, aby přepona AE byla větší než AC. Naproti tomu je třeba, aby AD byla menší než AB nebo AC, to najdeme vždy ve shodě s takovými příklady, které chceme, neboť podle čtvrtého příkladu sférických obdélníků (mé *Tabulky sinů*): AE bude 37 stupňů 59 minut, což je více než AC 36 stupňů 52 minut; a AD bude 36 stupňů 33 minut, nezbytně menší než AB, také 36 stupňů 52 minut.

Co se týče základny DE a jejího srovnání s BC, nezáleží na ostatních řečených, takže DE je 9 stupňů 4 minuty. 15 stupňů z BC jsou malé stupně, jako menší kruhy, takže když je chceme zmenšit na stejnou velikost stupňů, jako těch z větších kruhů, sinus AB je téměř 60000. Tedy

[164] V originále *verset*, tedy *inverze oblouku*, ve významu toho, co je odpovídající hodnota oblouku.

[165] Viz vysvětlení v Měření smíšeného [trojúhelníka] na s. 67 této diplomové práce

100000 dá 60000 a kolikrát 15 menších stupňů? Bude 9 stupňů větších, pro délku BC, která bude menší v délce k oblouku DE, 9 stupňů 4 minuty.

Poznámka

Víme, že tolikrát, kolikrát je úhel A menší, tolikrát je také blíže oblouk AB ke kvadrantu. Tedy menší bude rozdíl mezi oblouky AC, AE, také mezi AD, AB, které jsou známé. Z toho plyne, že můžeme udělat důkaz této poučky (mluveně) až do maxima, podle předvedeného způsobu. Také, že rovinné povrchy z trojúhelníka, které mají stejné body A, D, E, musí nutně být menší než sférické povrchy A, D, E. Toto je ještě jiný způsob pro důkaz pravdivosti stejné poučky, když nemáme jinou ukázku.

Dříve vidíme, jak se může dát do otázky způsob dělení trojúhelníku na tolik částí, a z toho důvodu kolik chceme, čarou jdoucí z úhlu jedné strany, jak chceme.

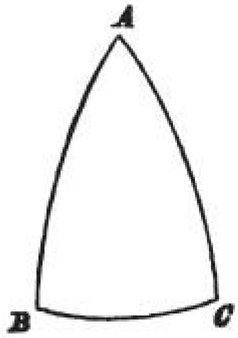
Například nechť je rovnostranný trojúhelník dvanáctinou plochy sféry. Bude mít každý úhel o 80 stupních (neboť $\frac{1}{12}$ ze 720 je 60 pro jeho povrch, k tomu přičteno 180 bude 240, z toho třetina je 80 pro každý úhel) a každý vrchol 77 stupňů 52 minut 10 vteřin. Ale vynecháme vteřiny (kolik jich bude dobrých pro praxi sférických trojúhelníků), a chceme rozdělit řečený trojúhelník velikým obloukem vedoucím z vrcholu k základně, jehož trojúhelník bude třetina celku. Tento [trojúhelník] bude mít 20 stupňů plochy, což když rozdělíme na dva stejné přes jednu svislici, budeme mít malý pravoúhlý trojúhelník, který má polovinu požadovaného, to je 10 povrchových stupňů. Přidáme 180 stupňů, bude to 190 stupňů pro ty tři úhly řečeného pravoúhlého trojúhelníka, odečteme 90 pro pravý úhel, bude 100 stupňů pro dva další. Tedy řečená kolmice je 74 stupňů 19 $\frac{1}{2}$ minuty. Tedy najdeme, že její základna bude okolo 13 stupňů 9 minut 25 vteřin, a dva úhly, jeden 13 stupňů 38 minut 44 vteřin, druhý 86 stupňů 20 minut 43 vteřin, které dají dohromady 99 stupňů 59 minut 27 vteřin, což je velmi blízko 100. Nakonec části základny celého trojúhelníka budou 26 stupňů 46 minut 35 vteřin a 52 stupňů 5 minut.

Abychom se dostali k ukázce této obecné poučky, ukážu nejprve následující tvrzení, které je podobným typem.

Poučka[166]

Sférický trojúhelník se třemi hlavními oblouky má tolik stupňů plochy, jako kolik je zbytek součtu tří úhlů ze 180 stupňů.

[166] Ve francouzštině *proposition*

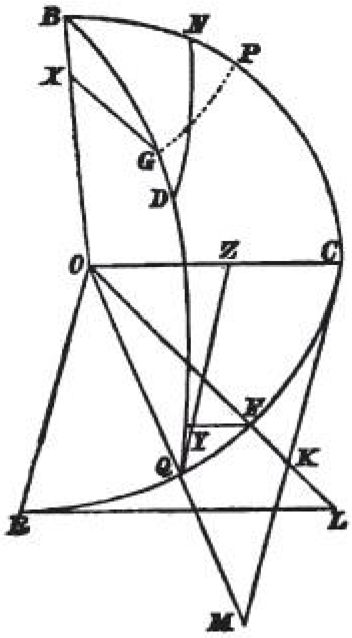


I. Ukázka příznačná pro sponu

Nechť je ABC spona, to je AB, AC každý kvadrant, tedy úhel A a oblouk BC si odpovídají ve stupních, a úhly B, C pravé. Tedy, jestli ze tří úhlů A, B, C odečteme 180 stupňů, to je B, C, zbude A. Tedy všechny spony jsou takové části povrchu sféry, jako velikost základny BC, nebo úhlu A, je 720 stupňů, což je velmi známé. Dokonce také jedny ke druhým, jako jejich základny, jejichž plocha ABC má tolik povrchových úhlů, kolik je přebytek tří úhlů nad 180 stupňů.

II. Ukázka - sférické pravoúhlé trojúhelníky s každým vrcholem slábnoucím, možné řešení

Nechť je BND sférický pravoúhlý trojúhelník, N pravý úhel. A nechť jsou součiny oblouků, zatímco BQ, BC budou kvadranty. Také součin oblouku CQ, tak jako nechť je CQR kvadrant[167]. Pak střed sféry O bude značen OB, OC, OQM, OR, ze kterých OR nechť je rovnoběžka s CM (které budou svislé k OC) nechť je také GX svislice[168] k BO.



A tolik, kolik tři úhly sférického trojúhelníka BND, budou dohromady více než dva nezbytné pravé [úhly], také N je pravý. Dva [úhly] B, D budou více než pravý [úhel], ale oblouk QC má tolik stupňů jako B, tedy úhel D bude více než oblouk QR (neboť CQR je kvadrant). Nechť je RF roven ostrému úhlu D (píšu ve stupních, neboť úhly a čáry jsou různé), tedy tři úhly trojúhelníka BND budou více než dva pravé, oblouku QF.

Je třeba vědět, že abychom našli přeponu BD výpočtem sférických pravoúhlých trojúhelníků se znalostí úhlů, bude: jako poloměr, k tangentu B, tak k tangentu D, k sečně BD, to je jako: OC k CM také RL k sečně BD.

Tedy $\dfrac{CMvRL}{OC}$ rovno sečně BD.

Tedy podle druhého tvrzení viz dříve[169], velká tečna k jedné menší, má větší poměr než oblouk k oblouku, tedy MC k CK. Tedy QC má méně než CF (vezměme RL běžnou výšku

[167] Zde se v originálním spisu setkáme se starším tvořením množného čísla, kdy je slovo *quandrant* do množného čísla utvořeno bez písmene *t*, tedy *quadrans* (oproti dnešnímu *quadrants*).

[168] Zde se v originále setkáme se zkratkou *perpend.* a to jak pro podstatné jméno *perpendiculaire* tedy svislice nebo kolmice, a i pro přídavné jméno *perpendiculaire* tedy svislý nebo kolmý.

[169] Viz strana 64 této diplomové práce.

v prvním poměru, a OC společný dělitel, pak OC [bude] společná výška a QC dělitel v druhém poměru).

Jako $\frac{RL,MC}{OC} k \frac{RL,CK}{OC}$ tedy OC má méně než $\frac{OC,CF}{QC}$

Druhý člen má za čitatele RL, CK, součin dvou tečen z celku, který má vždy hodnotu poloměru OC, jehož čtverec OC přidaný nebo dělený OC, bude ještě OC pro druhý výraz zde výše.

Ale pro to, co bylo řečeno dříve, že $\frac{CMvRL}{OC}$ (což je také první výraz) má hodnotu sečny BD, tedy:

Jako sečna BD k OC, také OC má méně než $\frac{OC,CF}{QC}$.

Tam, kde můžeme vidět, že pravoúhelník prostřední hodnoty je čtverec poloměru, který má vždy hodnotu pravoúhelníka sečny, a sinus celého oblouku. Tedy BD, DQ jsou celky, tedy $\frac{OC,CF}{QC}$ bude více než sinus DQ, což je, že QC k CF bude jako BO, má více než sinus DQ.

Vezměme tedy oblouk větší než DQ, a nechť je GQ, zatímco OX jeho sinus bude skutečná čtvrtá stejná část. Tedy $\frac{OC,CF}{QC}$ má hodnotu OX pro pozdější.

Nejprve bude QZ kolmá na OC, a FY kolmá na QZ. Je třeba vědět, že třemi danými úhly v pravoúhlém sférickém trojúhelníku můžeme prostředkem z následujícího výrazu najít jeden ze strany BN, který tvoří pravý úhel.

Jako poloměr k sinu B, také sečna D k sečně BN.

To je, že CO k QZ, také OL k sečně BN

Tedy $\frac{QZvOL}{CO}$ bude rovno sečně BN.

Podle druhé věty, velký oblouk je menší z většího poměru, než sinus k sinu. Tedy QZ a YZ jsou sinus QC a CF.

Tedy QC k CF má větší poměr než QZ k ZY.

Vezměme OC jako společnou výšku a QC jako společný dělitel v prvním poměru. Stejně ve druhém poměru vezměme OL jako společnou výšku a OC jako společný dělitel.

Tedy OC k $\frac{OC,CF}{QC}$ bude mít větší poměr než $\frac{OL,QZ}{OC} k \frac{OL,YZ}{OC}$.

Jmenovatel čtvrtého výrazu je roven čtverci poloměru, proto pravoúhelník sečny a sinu celých oblouků je roven čtverci poloměru, tedy čtverec poloměru přičten nebo dělen poloměrem dá poloměr OC.

Třetí výraz $\frac{OL,QZ}{OC}$ je roven (podle předchozí rovnice) sečně BN.

Tedy OC k $\frac{OC,CF}{QC}$ bude mít větší poměr než sečna BN k OC.

Tolik, kolik je čtverec poloměru OC (nebo pravoúhelník sečny BN a sinus NC, které jsou kompletní jeden k druhému, jehož pravoúhelník musí být roven čtverci poloměru) bude větší k pravoúhelníku $\frac{OC,CF}{QC}$, a stejně sečna BN. Tato společná výška řečené sečny bude odečtena, tedy sinus NC bude ještě větší než $\frac{OC,CF}{QC}$[170].

Protože sinus NC je větší než $\frac{OC,CF}{QC}$, vezměme sinus oblouku menšího než NC, který je roven $\frac{OC,CF}{QC}$. Tedy v první části této ukázky zjistíme, že OX (sinus GQ) bude roven, a také GQ musí přesahovat oblouk DQ. A dosud bylo ukázáno, že musí být menší než NC.

Tedy z bodu B uděláme oblouk procházející G, z toho plyne, že oblouk musí přetnout DN mezi D, N, a končit v BN, v bodě P, mezi N, C, viz další poznámka.

Protože OX je rovna $\frac{OC,CF}{QC}$, tedy jako QC k CF, také CO nebo BO se má k BX, a z opačného poměru CQ bude ke QF jako OB k BX.

Tedy protože můžeme usoudit z knih Archiméda, jako OB se má k BX, pak plocha spony QBC k povrchu GBP.

Ale také obvod kruhu k CQ, je jako polokoule ke QBC, odkud tedy vyplývají běžné rozměry.

Obvod kruhu	Polokoule
CQ	GBP
QF	QBC
z jedné části	z druhé části

Z toho vyplývá, že z poměru rovného obvodu kruhu k QF, jako povrch polokoule k GBP, a zahrneme-li, jestliže zakreslíme BF, tedy povrch QBF bude roven řečenému GBP, neboť QBF může být čtvrtá poměrná [část].

Z toho všeho výše vyplývá, že spona QBF (jestliže vyznačíme BF) má tři úhly rovné třem úhlům trojúhelníka BND, neboť přesahující dva pravé [úhly] v hodnotě oblouku QF.

[170] Zde je v textu z roku 1629 chyba a ve jmenovateli se nachází OC namísto QC. Chyba je opravena ve spisu z roku 1884 formou poznámky pod čarou.

Tedy taková spona QBF je rovna smíšenému BGP. Ten řečený smíšený BGP bude stejný jako trojúhelník BND, protože ho stále přetíná, neboť GP stále protíná DN.

Tedy spona QBF je rovna trojúhelníku BDN. Mají oba dva ze tří úhlů přesahující dva pravé, z množství oblouku QF ve stupních. A tím bude řečeno o sponách v první ukázce, pravdivost poučky je ukázána a je pravděpodobná.

Konečně protože toto se shoduje s naší poučkou bezodkladně, vždy, i když ND bude velmi malý až k nekonečnu, a BD [bude] téměř kvadrant. Neboť tedy GD nebo NP jsou vždy velmi malé, a nicméně GP ho vždy protíná, z toho vyplývá, že BGP bude roven trojúhelníku BND, k potvrzení poučky. Všimněte si, že jsem dokázal ve dvou různých příkladech, že GD bude více než dvojnásobek k NP. Potom BP nebo BG bude menší než harmonická prostřední hodnota mezi DB a BN.

III. Ukázka pro všechny sférické trojúhelníky

Protože všechny sférické trojúhelníky se mohou rozdělit na dva pravoúhlé trojúhelníky, z toho plyne, že předchozí dvě ukázky platí pro obecné sférické trojúhelníky. Neboť vše se vrací do jednotky, vzhledem k tomu, že rozdělíme trojúhelník na dvě stejné části, nebo nestejné, budeme mít dva trojúhelníky, a o 180 stupňů více než předtím. Tedy jestli odečteme dvakrát 180 stupňů, protože máme dva trojúhelníky; je to tolik, jako když z prvního odečteme pouze 180.

IIII. Ukázka pro všechny sférické mnohoúhelníky

Druhá a třetí ukázka platí pro obecné sférické mnohoúhelníky složené z velkých kruhů, vzhledem k tomu, že každý mnohoúhelník se vyřeší a rozdělí na trojúhelníky.

S čísly můžeme udělat specifickou ukázku. Také v jedné sférické ploše obklopené obvodem kruhu (jehož povrch se jmenuje terč), můžeme vést čáry hlavních kruhů ze středu k obvodu kruhu, a udělat více částí stejných, či ne. Pak vedeme velké oblouky způsobem ze stran vepsaného mnohoúhelníku, a pak srovnáme části trojúhelníka, ale čtenář se spokojí zde s náhodnou ukázkou, až budu mít více času, dám mu to přesněji.

Můžeme také vidět následující, kde zjistíme přesný postup k dokázání, jako úhly, které jsou částmi osmi pravých [úhlů]. Stejně jako zjistíme několik důkazů v mé *Tabulce sinů* na konci[171].

[171] Odkaz na Girardovo dílo *Les Tables de Sinus*.

O měření tělesových úhlů, které jsou obvodem rovinných ploch

Abychom toto udělali, je třeba změřit sklon ploch, a sečíst je dohromady. Ze součtu odečteme součet úhlů rovinného mnohoúhelníka stejného jména, jako základní [mnohoúhelník], zbytek bude požadovaná hodnota tělesového úhlu. Příklad: v pravidelném jehlanu s tělesovými úhly jsou rozuměny tři plošné úhly, jejichž inklinace ploch je 70 stupňů 32 minut. Jsou tři a stejné, to bude dohromady 211 stupňů 36 minut, z čehož odečteme 180, kvůli tomu, že tvar základny je trojúhelník, zbude 31 stupňů 36 minut pro hodnotu tělesového úhlu jehlanu, který [bude] přibližně 22. částí osmi pravých [úhlů]. Říkám přibližně, protože je třeba $22\frac{3}{4}$ přesně, a je bezpochyby, že nejsou vůbec nesouměřitelné, to je k osmi pravým [úhlům]. A také k dalším, což je způsob velmi snadný k praxi, stejně jako u části sféry.

Důsledek[172]

Z toho, co bylo řečeno výše, vyplývá, že měření tělesových úhlů bude snadné, a že pět pravidelných těles[173] má také stejné tělesové úhly, a stejné ve středu. Neboť u čtyřstěnu nebo jehlanu víme, že všechny body okolo středu můžou být nahrazeny čtyřmi stejnými tělesovými úhly, každý o třech rovinných tupých úhlech o 109 stupních 28 minutách.

Šestistěn nebo krychle jsou známé tím, že tělesové místo okolo jednoho bodu se může rozdělit na šest tělesových úhlů rovných a stejných, každý má čtyři rovinné úhly, ostré, o 70 stupních 32 minutách.

Osmistěn má osm pravých úhlů, tělesových ve středu, které jsou mezi sebou rovny a stejné; rozumíme tři tělesové úhly, každý o 90 stupních.

Dvanáctistěn o dvanácti tělesových úhlech ve středu, které jsou mezi sebou rovny a stejné, rozumíme pět rovinných úhlů, ostrých, každý o 41 stupních 48 minutách.

Dvacetistěn o 20 tělesových úhlech ve středu, které jsou mezi sebou rovny a stejné, rozumíme tři tělesové úhly, ostré, každý o 63 stupních 26 minutách.

Než přejdeme k dalšímu, poznamenám, že je zde jedna shoda s nakloněním ploch pěti pravidelných těles, jak vyplývá.

Sklon ploch pěti pravidelných těles

Čtyřstěn	70 stupňů	32 minut
Krychle	90	0

[172] Ve francouzštině *corrollaire*

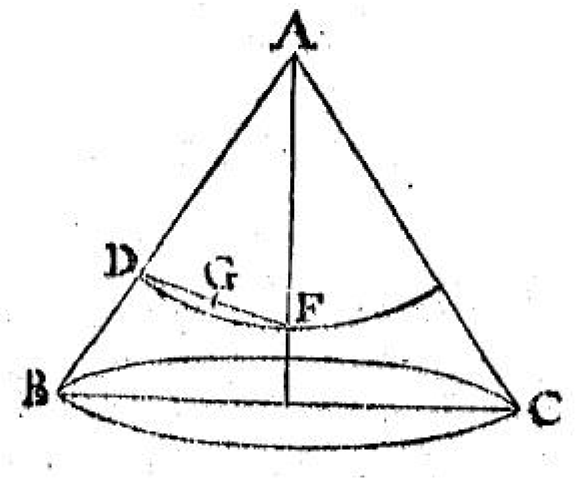
[173] Tedy čtyřstěn (jehlan), šestistěn (krychle), osmistěn, dvanáctistěn a dvacetistěn

Osmistěn	109	28	
Dvanáctistěn	116	34	tyto sečteny jsou uvedeny zde výše
Dvacetistěn	138	12	

Abychom se vrátili k měření tělesových úhlů, rozuměj povrchů ploch. Nechť je například jeden tělesový úhel z pěti stěn, z nějž sklon těchto stěn bude nalezen 110, 90, 151, 120 a 118 stupňů. Součet je 589, odečteme 540 (tolik dělá [součet] pěti úhlů z rovinného pětiúhelníku), zbude 49 tělesových stupňů, což bude řečený úhel. To je okolo 15. části plochy okolo jednoho bodu.

Tolik, kolik je třeba říct o tělesech, rozuměných řečenými úhly, když čáry z vrcholu ke každému úhlu základny jsou rovny, a když základna je sférická plocha se středem ve vrcholu řečeného tělesového úhlu, který můžeme nazvat sférickou částí. A ta část, které tělesový úhel je z plochy okolo bodu, kterou plochu můžeme jmenovat osmi pravými úhly, ta část bude část ze sféry.

Zde je [způsob], jak se znalostí úhlů můžeme vypočítat sférické části, a také tělesové úhly.



Ale pro měření tělesového úhlu rovnoramenného kužele[174], nechť je ABC trojúhelník skrz osu. Přetneme úhel A na dva stejné čarou AF, a uděláme oblouk DF ze středu A nějakého intervalu AD, a vedeme DF a G do středu. Tedy jako čtverec z DG [se má] ke druhé mocnině DA, tak kónický[175] tělesový úhel A o osmi tělesových úhlech, to je 720 stupňů, z čehož je uvedena ukázka.

KONEC

[174] Ve francouzštině *cône isocele*

[175] Rozuměj *kuželovitý*

ZÁVĚR

Stěžejní částí této práce byl komentovaný překlad z francouzského originálu díla *Invention nouvelle en l´algèbre* matematika Alberta Girarda. Toto dílo nebylo dosud přeloženo a ani nebyla provedena jeho podrobná analýza. Tato diplomová práce tak měla za cíl představit tento významný matematický spis českému publiku, a dát tak prostor k dalšímu studiu. Komentář samotného spisu vychází nejen ze sekundární literatury, ale především z vlastní analýzy studovaného textu, s přihlédnutím k dobovým významům a kontextu autorova života, s ohledem na vývoj matematiky v raném novověku, se zaměřením na vývoj teorií řešení algebraických rovnic a vznik základní věty algebry.

Doba raného novověku je často mylně nazývána dobou "vědecké revoluce". Jak se nám podařilo dokázat, i dílo *Invention* prokazuje některé charakteristiky této doby, a autor sám se také snaží svůj spis označit za inovativní. Při podrobné analýze díla v kontextu autorovy doby jsme však nuceni přiklonit se spíše k hodnocení spisu jako dalšího kroku ve vývoji matematiky. Girard sám vycházel z děl některých svých předchůdců a na základě analýzy jejich objevů pak mohl učinit ty své. Girard navazuje například na Diofanta z Alexandrie, Françoise Vièta či Simona Stevina, rozšiřuje či opravuje jejich spisy a myšlenky, a tato práce mu pak pomáhá s vytvořením vlastního spisu *Invention*.

Přesto však je i tento spis v něčem nový. Objevují se v něm matematické myšlenky, které jsou velmi významné pro formulování idejí pozdějších matematiků, kteří mohli na dílo Alberta Girarda navázat. Bez spisu *Invention* by byla v historii matematiky bílá místa, která by mnoha autorům ztížila práci na vlastních objevech. Albert Girard je tak důležitým mezníkem nejen pro vývoj algebry a aritmetiky, ale i pro vývoj geometrie a trigonometrie. V díle se vyskytují cenné myšlenky a návrhy teorií, které pomohly například Renému Descartovi při sepisování jeho vlastní *Géométrie.* Postava Alberta Girarda tak hraje v historii matematiky významnou roli. Díky jeho práci došlo k rozšíření a interpretaci spisů dobových autorů, s dílem *Invention* se pak otevírají nové možnosti jeho následovníkům.

V této práci jsme ve čtyřech částech představili nejen důležitý dobový kontext a životopis Alberta Girarda, ale také jsme nastínili význam jeho díla pro současnou matematiku. Komentovaný překlad pak přiblížil spis *Invention nouvelle en l´algèbre* českému čtenáři, s ohledem na matematiku 17. století. Kapitola o problematice charakterizovala postup na tomto překladu se zaměřením na některá úskalí spojená s prací na odborném textu specifického zaměření.

Dílo Alberta Girarda zahrnuje několik spisů, které by, podobně jako spis *Invention,* mohly přinést nový náhled na dobové i současné matematické spisy. Práce na překladu vybraného spisu by mohla být prvním krokem k hlubší analýze nejen tohoto díla, ale i dalších děl Alberta Girarda. Podrobný komentář by pak mohl propojit historickou, matematickou, lingvistickou a filozofickou oblast bádání.

Samotný překlad, který se objevuje v této práci, je pak pokusem o co nejvěrnější podání starofrancouzského textu v jazyce českém, přesto i dále nabízí prostor pro zlepšení a další práci s překládaným spisem.

SEZNAM LITERATURY

PRIMÁRNÍ LITERATURA

GIRARD, A. *Invention nouvelle en l´algèbre.* Amsterdam: Guillaume Iansson Blaeuw, 1629.

GIRARD, A. *Invention nouvelle en l´algèbre.* Leiden: Réimpression par Dr. D. Bierens de Haan, Chez Muré Frères, 1884.

SEKUNDÁRNÍ LITERATURA

BALLIEU, M.; GUISSARD, M. F. *Les problèmes du premier degré: Des méthodes de fausses position à la résolution algébrique.*Centre de Recherche sur l´Enseignement des Mathématiques. Nivelles, Belgique, 2005.

BOSMANS, M. H. *Albert Girard et Viète - A propos de la théorie de la "syncrèse" de ce dernier.* In: Annales de la société scientifique de Bruxelles, Tome. XLV. 1e partie. Paris: Les Presses Université de France, 1926.

BOSMANS, M. H. *Diophante d´Alexandrie*. In: Mathesis, 40 (9), 1926.

BOSMANS, M. H. *La théorie des équations dans l´Invention nouvelle.* In: Mathesis, 41, 1926.

BOYER, C.B.; MERZBACH, U.C. *A History of Mathematics*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. ISBN 978-0-470-52548-7.

CAJORI, F. *A History of Mathematical Notations.* New York: Dover Publications, 1994. ISBN 978-0486677668.

COHEN, G. *Écrivains français en Hollande dans la première moitié du 17e siècle*. Paris: Librairie ancienne Édouard Champion, 1920.

DASTON, L.; PARK, K. *The Cambridge History of Science, Volume 3 − Early Modern Science*. New York: Cambridge University Press, 2008. ISBN 978-0-521-57244-6.

DURAND-RICHARD, M.-J. *Calcul et signification*. In: Histoire des mathématiques. 2012. [online][citováno dne: 24.3.2018] Dostupné z:
https://images.math.cnrs.fr/Calcul-et-signification.html

FUNKHOUSER, G.H. *A Short Account of the History of Symmetric Functions of Roots of Equations*. In: The American Mathematical Monthly, vol. 37, No. 7. Taylor & Francis Ltd. 1930.

GILAIN, CH. *Sur l´histoire du théorème fondamental de l´algèbre: théorie des équations et calcul intégral*. Archive for History of Exact Sciences. Vol. 42, No. 2, 1991.

Girard, Albert In: Complete dictionary of Scientific Biography. [online][citováno dne: 24.3.2018] Dostupné z:

http://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/girard-albert

HANKE, M.; VĚTROVCOVÁ, M. et al. *Stopování sémiotiky.* Červený Kostelec: Nakladatelství Pavel Mervart, 2016. ISBN 978-80-7465-142-7.

HENRY, J. *The Scientific Revolution and the Origins of Modern Science*. Palgrave Macmillan, 2008. ISBN 978-0230574380.

KOUTEYNIKOFF, O. *La démonstration par Argand du théorème fondamental de l´algèbre*. Bulletin de l´APMEP, No. 462. IREM de Paris, 2006. ISSN 0240-5709.

MAUPIN, G. *Opinions et curiosités touchant la mathématique*. Deuxième série, Vol. 2, 1902.

MÉTIN, F. *Albert Girard et le théorème fondamental de l´algèbre*. IREM de Dijon & Université de Bourgogne. ESPÉ, 2002.

NĚMEC, P. Abel. *O algebraických rovnicích*. Kanina: OPS; Plzeň: Vydavatelství Západočeské univerzity v Plzni, 2011. ISBN 978-80-261-0042-3.

ROSE, H. J.; SMEDLEY, E. *Encyclopaedia Metropolitana or Universal Dictionary*. London, 1845. ISBN 978-1344007276.

SERFATI, M. *La constitution de la pensée symbolique mathématique*. Actes de Colloque Espace Mathématiques Francophone. Dakar, 2009.

TABAK, J. Algebra: *Sets, symbols and the language of thought*. New York, 2004. ISBN 0-840-4954-8.

TANERY, P. *Albert Girard de Saint-Mihiel.* In: Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. 2e série, tome 7, n. 1. Paris: Gauthier-Villars, 1883.

WAERDEN, B. L. *A History of Algebra: from Al-Khwarizmi to Emmy Noether*. Berlin: Springer-Verlag, 1985. ISBN 978-3-642-51601-6.

RÉSUMÉ

Le but de ce mémoire était de traduire le traité mathématique l´*Invention nouvelle en l´algèbre* d´Albert Girard. Ce mémoire est divisé en quatre parties. Dans la première partie nous avons décrit les mathématiques du 17e siècle. Nous avons présenté les caractéristiques les plus remarquables des mathématiques modernes et les moments les plus importants qui formaient la naissance du traité traduit. Dans le contexte des changements de la symbolique mathématique et du progrès de la solution des équations algébriques, nous avons introduit les idées fondamentales des prédécesseurs et des successeurs de Girard, comme par exemple Diophante d´Alexandrie, François Viète ou Simon Stevin, qui influençaient la rédaction du traité *Invention nouvelle en l´algèbre.* Dans la deuxième partie nous avons mis en évidence la biographie et l´œuvre d´Albert Girard et nous avons essayé d´expliquer le manque d´informations sur sa vie et son travail. Nous avons analysé les mathématiques de Girard en les comparant avec ceux de ses prédécesseurs et les autres auteurs de son époque. Dans la troisième partie nous esquissions l´importance de ce traité et sa divisions en trois parties - l´arithmétique, l´algèbre et la théorie des équations, et la géométrie sphérique. Dans la quatrième partie nous avons présenté la traductions du traité *Invention nouvelle en l´algèbre* avec le commentaire de la problématique linguistique et mathématique. Nous avons traduit le traité en tchèque pour le mettre en évidence pour le nouveau publique, notamment pour le publique tchèque.