

# Modelování turbulentního proudění stlačitelných tekutin pomocí vybraných modelů turbulence

Tomáš Levý<sup>1</sup>

## 1 Úvod

Turbulentní proudění se na rozdíl od laminárního vyznačuje svou náhodností v čase i prostoru, kdy se rychlost jednotlivých částic tekutiny nepravidelně mění a proudění tedy není obecně stacionární. S komplexitou turbulentního proudění se pojí i přístup k jeho modelování a následnému numerickému řešení. Prezentovaná práce se zabývá vývojem vlastních algoritmů pro numerické řešení turbulentního 2D proudění stlačitelné newtonovské tekutiny a jejich implementací v prostředí MATLAB.

## 2 Matematický model

Proudění stlačitelné vazké newtonovské tekutiny je popsáno systémem Navier-Stokesových (NS) rovnic vycházejících z fyzikálních zákonů zachování, který je nutné doplnit o stavovou rovnici. Takový matematický model popisuje bez nutnosti dalších informací jak laminární, tak turbulentní proudění. Přímé numerické řešení systému NS rovnic však klade značné časové i paměťové nároky na výpočetní techniku a jeho použití je tak pro praktické aplikace omezené. V praxi je tak zatím stále nejpoužívanějším přístupem středování systému NS rovnic, kdy jsou jednotlivé veličiny proudového pole rozloženy na časovou střední hodnotu a její fluktuaci. Procesem středování je získán systém středovaných NS rovnic podle Reynoldse (RANS) či Favra (FANS). Pro účely modelování stlačitelného proudění se však využívá spíše systém rovnic FANS. Oba přístupy popsal ve své práci Wilcox (2006).

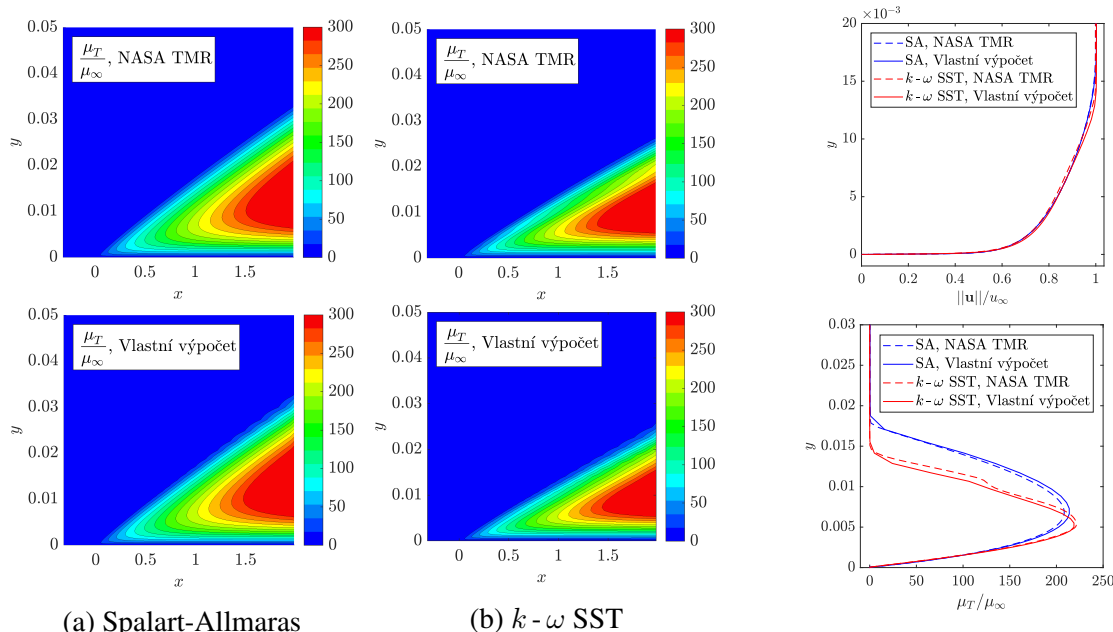
Procesem středování jsou v rovnicích generovány další členy, které je nutné jistým způsobem aproximovat. Především se jedná o tenzor turbulentních napětí  $\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$ , který lze nahradit s přijetím tzv. Boussinesquovy hypotézy o turbulentní vazkosti. Ta je založena na analogii mezi molekulárním a turbulentním přenosem hybnosti. Problém určení tenzoru  $\tau_{ij}$  je tak převeden na problém určení skalární veličiny, tj. turbulentní vazkosti  $\mu_T$ . Pro její stanovení jsou využívány modely turbulence.

Turbulentní modely představují soubor vztahů a rovnic, ve kterých se vyskytují konstanty či funkce odvozené z experimentů na jednoduchých problémech proudění nebo mají částečně empirický charakter. Konkrétní úloha si vždy žádá výběr vhodného modelu turbulence. V této práci byly implementovány dva modely - jednorovnicový model Spalart-Allmaras (SA) a dvourovnicový model  $k-\omega$  SST. Počtem rovnic je zde myšleno množství parciálních diferenciálních rovnic (PDR), kterými je daný model tvořen. Model SA sestává z transportní rovnice pro modifikovanou turbulentní vazkost  $\tilde{\nu}$ . V případě modelu  $k-\omega$  SST je třeba řešit dvě PDR pro turbulentní kinetickou energii  $k$  a specifickou rychlost disipace  $\omega$ .

<sup>1</sup> student navazujícího studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Počítačové modelování v inženýrství, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: levy.tomas@seznam.cz

### 3 Numerické řešení

Transportní rovnice obou modelů turbulence byly za účelem numerického řešení přidru-  
ženy ke středovanému systému NS rovnic. K prostorové diskretizaci byla použita *cell-centered*  
metoda konečných objemů na strukturované čtyřúhelníkové síti. Pro aproximaci nevazkého toku  
bylo zvoleno AUSM schéma a vazké toky byly aproximovány centrálně. Integrace v čase je  
řešena pomocí explicitní dvoustupňové Rungeovy-Kuttovy metody.



**Obrázek 1:** Kontury bezrozměrné turbulentní vazkosti

**Obrázek 2:** Průběh  $\|u\|/u_\infty$   
a  $\mu_T/\mu_\infty$  v místě  $x = 0.97$

### 4 Verifikace implementovaných modelů turbulence

Implementované modely turbulence byly verifikovány na testovacím příkladu turbulent-  
ního proudění v okolí rovné desky o délce 2 [m]. Vlastní numerické výsledky jsou srovnávány  
s řešením dané úlohy z databáze *NASA Turbulence Modeling Resource* (NASA TMR). Na obr.  
1 jsou zobrazeny detaily kontur bezrozměrné turbulentní vazkosti u stěny pro oba dva mo-  
dely. Výsledky NASA TMR jsou uvedeny nahoře, dole poté vlastní numerické výsledky. Obr. 2  
srovnává průběhy bezrozměrné velikosti rychlosti a turbulentní vazkosti. Ve všech uvedených  
případech vykazují vlastní výsledky dobrou shodu s řešením NASA TMR. Zobrazené veličiny  
jsou v bezrozměrném tvaru vzhledem k hodnotám veličin na vstupu, označených indexem  $\infty$ .

#### Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen studentským grantovým projektem SGS-2019-009.

#### Literatura

*NASA Turbulence Modeling Resource (NASA TMR)*. Langley Research Center. [online]. Do-  
stupné z: <https://turbmodels.larc.nasa.gov/>.

Wilcox D. C. (2006) *Turbulence Modeling for CFD*. 3rd ed. San Diego: DCW Industries. xxii,  
522 s. ISBN 1-928729-08-8.