

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Počítačové modelování diferenciálu

Autor

Jakub ŠROUBEK

Vedoucí

doc. Ing. Michal HAJŽMAN, Ph.D.

4. srpna 2019



Prohlášení

Prohlašuji, že tuto bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně na základě pravidelných konzultací s vedoucím bakalářské práce. Využil jsem uvedené literatury a vědeckých pramenů.

V Plzni dne 25. července 2019

Jakub Šroubek

Poděkování

Velmi rád bych tímto poděkoval vedoucímu této bakalářské práce doc. Ing. Michalovi Hajžmanovi, Ph.D. za jeho odborné rady, cenné připomínky, pravidelné konzultace a především velkou trpělivost při tvorbě mé bakalářské práce. Další poděkování patří konzultantovi této práce, Ing. Radkovi Bulínovi, Ph.D. za odborné komentáře a postřehy.

Ohromné díky patří také mé rodině za každodenní podporu.

Abstrakt

Tato bakalářská práce je zaměřena na problematiku automobilového diferenciálu, který je nedílnou součástí každého automobilu. V první části této práce je základním cílem seznámit čtenáře s několika druhy diferenciálů a jejich konstrukcí. Další část práce je zaměřena na přehled přístupů k modelování diferenciálů, ať už se jedná o přístup z hlediska použitého nástroje (software) či z hlediska mechaniky. V hlavní části této práce je detailně popsán výpočtový model otevřeného a samosvorného diferenciálu v programu Adams od firmy MSC Software. Následně jsou v závěru práce zhodnoceny výsledky ze simulací. Výsledky jsou dále použity na parametrické studie samosvorného diferenciálu, při kterých dochází ke změnám charakteristiky diferenciálu.

Klíčová slova

- diferenciál
- ozubené kolo
- otevřený diferenciál
- samosvorný diferenciál
- dynamika
- tření

Abstract

This bachelor thesis is focused on the issue of automotive differential, which is an integral part of every car. In the first part of this work, the basic aim is to acquaint the reader with several kinds of differentials and their constructions. Another part of the thesis is focused on an overview of approaches to differential modeling, whether it is an approach in terms of used tool (software) or in terms of mechanics. The main part of this work describes in detail the computational model of the open and limited slip differential in the program Adams from MSC Software. Subsequently, the results of the simulations are evaluated at the end of the thesis. The results are also used for parametric studies of the limited slip differential in which the differential characteristic changes.

Keywords

- differential
- gear
- open differential
- limited slip differential
- dynamics
- friction

Obsah

1 Úvod	2
1.1 Motivace	2
1.2 Základní konstrukce diferenciálu	3
1.3 Cíle a členění práce	3
2 Různé typy diferenciálů a jejich konstrukce	4
2.1 Otevřený diferenciál	4
2.1.1 Diferenciály s čelními koly	5
2.1.2 Diferenciály s kuželovými koly	5
2.1.3 Závěra diferenciálu	6
2.2 Haldex spojky	7
2.3 Samosvorné diferenciály	8
2.3.1 Samosvorný diferenciál s třecí lamelovou spojkou	8
2.3.2 Elektronický samosvorný diferenciál	9
2.3.3 Hydraulický samosvorný diferenciál	10
2.4 Samosvorné šnekové diferenciály	11
2.4.1 Diferenciál TORSEN	11
2.4.2 Torsen - Typ A	11
2.4.3 Torsen - Typ B	12
2.4.4 Torsen - Typ C	13
2.5 Viskózní spojky	13
2.6 Systém ASD	14
3 Přehled přístupů k výpočtovému modelování diferenciálů	15
3.1 Modelování v programu Simulink	15
3.2 Analytické modely diferenciálu	15
3.3 Modelování pomocí metody konečných prvků (MKP)	16
4 Vytvoření výpočtového modelu konkrétního diferenciálu	17
4.1 MSC Software - Adams	17
4.2 Konkrétní vlastnosti jednotlivých součástí výpočtových modelů otevřeného a samosvorného diferenciálu	17
4.2.1 Planetová kola	18
4.2.2 Satelity	18
4.2.3 Křížový čep	18
4.2.4 Skříň	19
4.2.5 Levá a pravá poloosa	19
4.2.6 Torzní pružiny	19
4.2.7 Pružiny mezi lamelami	19
4.2.8 Přítlačné kroužky	20
4.2.9 Vnitřní lamely	20
4.2.10 Vnější lamely	21
4.3 Výpočtový model otevřeného diferenciálu	22
4.4 Výpočtový model samosvorného diferenciálu	27

5	Dynamická analýza diferenciálu a parametrické studie	32
5.1	Otevřený diferenciál	34
5.2	Třecí síla v samosvorném diferenciálu	35
5.2.1	Zavedení třecí síly na jednoduchém modelu	35
5.3	Samosvorný diferenciál	39
5.3.1	Parametrické studie vlivu vybraných parametrů na charakteristiky diferenciálu	42
6	Závěr	46
	Reference	47
	Seznam obrázků	49

1 Úvod

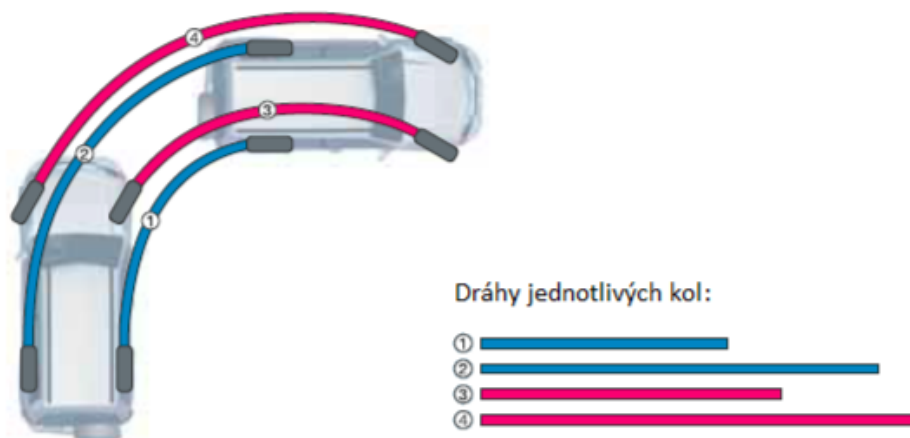
1.1 Motivace

Diferenciál je nedílná součást automobilu, která se stará o rozdělení hnacího momentu na obě kola nápravy buď rovnoměrně nebo v konkrétním poměru [5], a zároveň automaticky vyrovnává rozdílné otáčky poháněných kol při průjezdu zatáčkou nebo při prokluzu jednoho z kol. Pro nepoháněnou nápravu nepředstavuje absence diferenciálu problém, protože každé kolo se otáčí nezávisle na sobě.

Pokud jede automobil rovně, obě kola na nápravě se točí stejnou rychlostí a opisují stejnou dráhu, čili v tomto případě diferenciál není potřebný. Jakmile ale vozidlo vjede do zatáčky, změní se dráhy a úhlové rychlosti kol (viz obr. 1).

Pokud by v autě diferenciál nebyl a kola by byla spojena pevně, zcela jistě by jedno z kol prokluzovalo a vozidlo by se mnohem hůře ovládalo. Docházelo by také ke ztrátě výkonu z důvodu snížené adheze jednoho z kol.

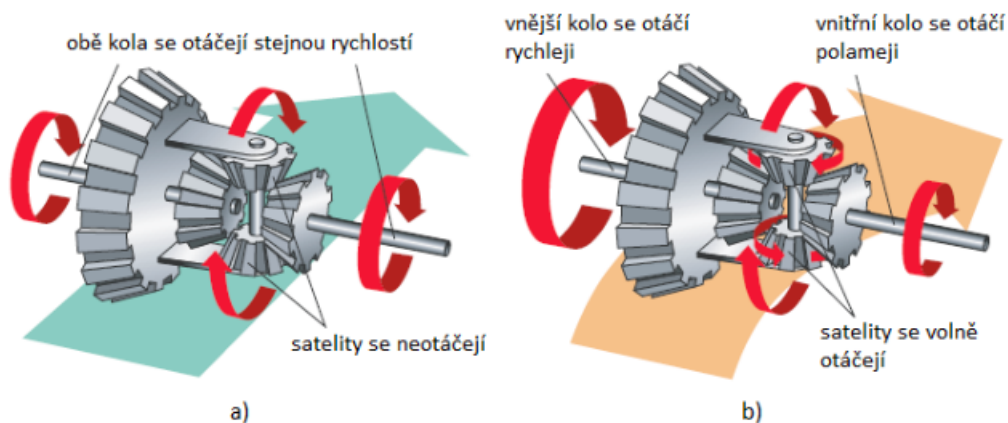
Z výše uvedených důvodů plyne, že návrhu a analýze chování diferenciálu musí být věnována dostatečná pozornost.



Obrázek 1: Jednotlivé dráhy kol při průjezdu zatáčkou, převzato z [4]

1.2 Základní konstrukce diferenciálu

Mezi základní konstrukční prvky diferenciálu patří dvě planetová ozubená kola, která jsou pevně spojena s osami kol. Mezi těmito planetovými koly jsou na čepu uložena menší ozubená kola, která se nazývají satelity. Satelitů může být různý počet, nejčastěji se ale používají dva (pro méně namáhané převody) nebo čtyři, které jsou na křížovém čepu a využívají se hlavně u těžkých stavebních vozidel nebo u závodních automobilů. Celý tento systém ozubených kol je umístěn ve skříni nebo také v kleci diferenciálu, na kterou je pomocí pastorku a talířového kola přiveden hnací točivý moment z motoru. Moment je následně přenášen přes čepy na satelity a z nich se rovnoměrně dělí na planetová kola. Díky satelitům dochází k vyrovnávání otáček poháněných kol.



Obrázek 2: Princip funkce diferenciálu: a) přímá jízda, b) průjezd zatáčkou, převzato z [4]

1.3 Cíle a členění práce

Cílem této bakalářské práce je vytvořit výpočtový model otevřeného a samosvorného diferenciálu v programu Adams a následně vyhodnotit z výsledků charakteristiku obou diferenciálů. Charakteristika popisuje uzamykací poměr diferenciálu, z čehož vyplývá, že otevřený diferenciál má charakteristiku konstantní v nule, protože k žádnému uzamykání nedochází. Naopak u diferenciálu samosvorného charakteristika nebude mít konstantní průběh a bude dokázáno, že při zpomalování a zrychlování automobilu dochází k uzamykání.

V první kapitole bude čtenář seznámen se základním rozdělením diferenciálů a jejich konstrukcí. Další kapitola bude popisovat přístupy k modelování automobilových diferenciálů. V předposlední kapitole bude detailně popsáno vytvoření výpočtových modelů otevřeného a samosvorného diferenciálu v programu Adams a následně zhodnocení výsledků. Poslední kapitola bude věnována parametrickým studiím, kde budou změněny konkrétní parametry ve výpočtovém modelu a následně budou vyhodnoceny výsledky studií.

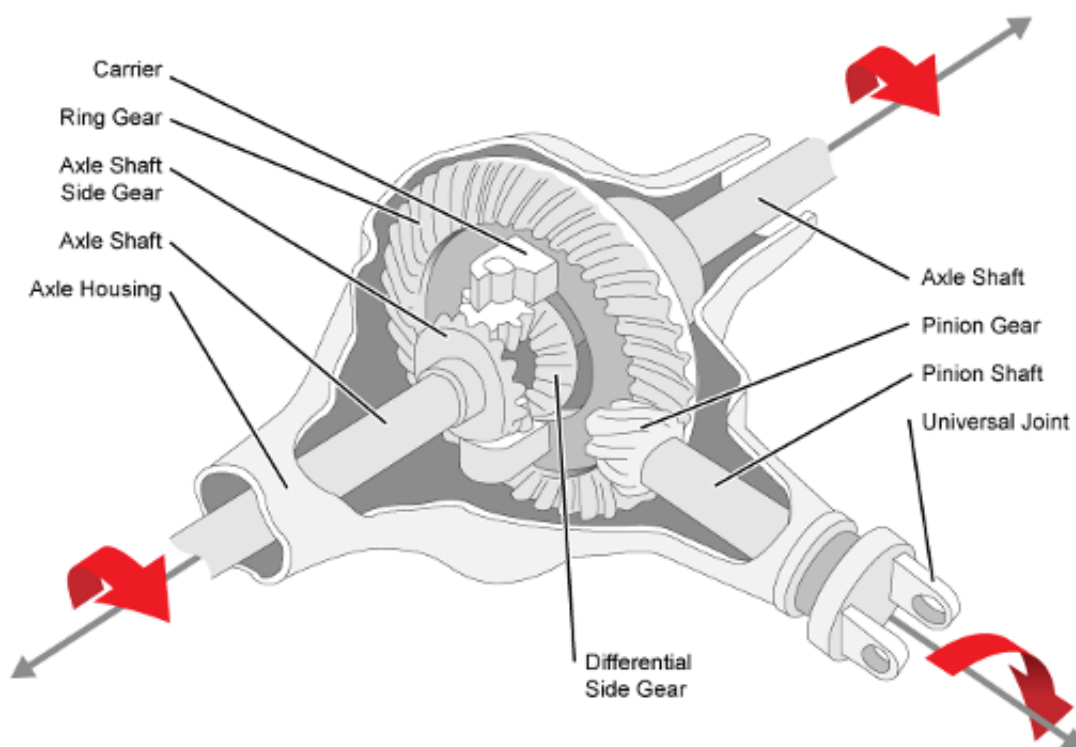
2 Různé typy diferenciálů a jejich konstrukce

Tato kapitola je věnována základnímu rozdělení diferenciálů dle funkcí a konstrukcí. Diferenciály se dělí například podle typu ozubení na kolech, podle přítomnosti závěry nebo lamel atd.

2.1 Otevřený diferenciál

Otevřený diferenciál patří k nejpoužívanějším typům diferenciálů vůbec. Mezi základní části patří dvě planetová kola, která jsou zubovou vazbou spojena se dvěma nebo čtyřmi satelity rotujícími okolo čepu. Celý tento mechanismus je umístěn v kleci diferenciálu, na kterou je přiváděn točivý moment od motoru.

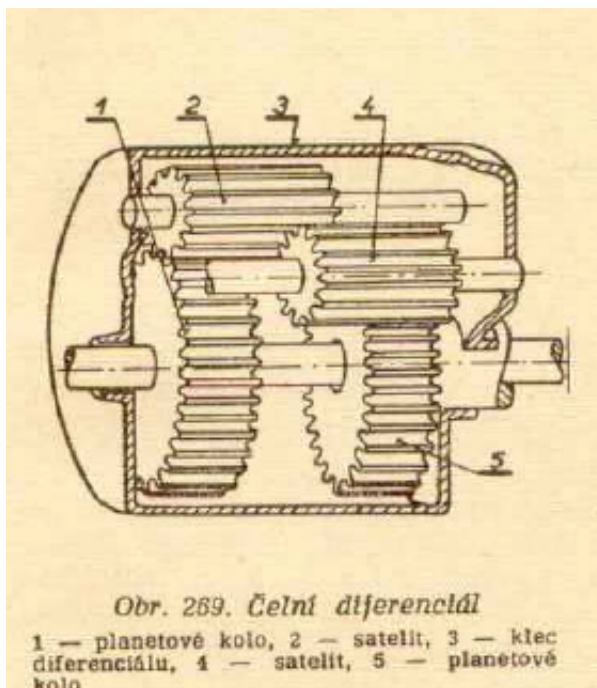
Točivý moment se rozděluje na obě kola ve stejném poměru. U otevřeného diferenciálu nikdy nedochází k rozdělení točivého momentu jinak, než stejným dílem, bez ohledu na rozdíl prokluzu, zatížení kol nebo jejich otáček. Jakmile se změní adheze kol tak, že jedno kolo začne prokluzovat, jeho odpor proti otáčení se sníží a točivý moment od motoru také. Tímto ale na neprokluzujícím kole dojde ke snížení točivého momentu o stejnou velikost, jako na prokluzujícím. Obě hnaná kola tak mají stejný tah a momenty a tažné síly jsou si nadále rovny, i přes prokluz jednoho z kol. Celkový tah auta se výrazně zmenší, což je nežádoucí [17], [5].



Obrázek 3: Otevřený diferenciál, převzato z [9]

2.1.1 Diferenciály s čelními koly

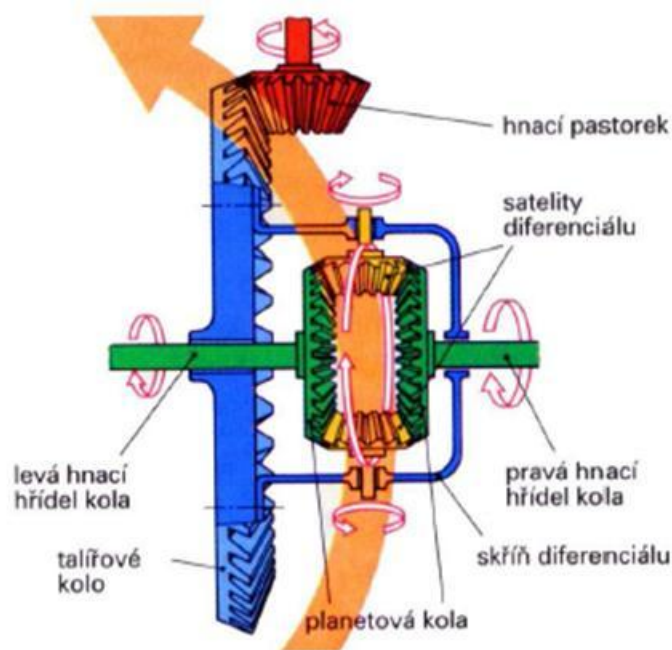
Čelní diferenciál, jak už název napovídá, se skládá ze satelitů a planetových kol, která mají čelní ozubení. Dalšími prvky tohoto diferenciálu jsou klec připevněná k talířovému kolu a pastorek. Ozubená kola jsou uspořádána rozdílně tak, že satelity jsou v záběru mezi sebou navzájem a každý satelit zabírá pouze s jedním centrálním planetovým kolem. Diferenciál tvoří dva páry satelitů vzájemně pootočené o 180° . Tento typ diferenciálu se ale příliš nepoužívá. Využití našel například u nákladních automobilů značky TATRA [6], [17].



Obrázek 4: Čelní diferenciál, převzato z [11]

2.1.2 Diferenciály s kuželovými koly

Podobně jako u čelního diferenciálu je kuželový diferenciál tvořen klecí s planetami a satelity, které mají kuželové přímé zuby. Na rozdíl od čelního diferenciálu jsou všechny satelity spojeny s oběma planetovými koly. Satelity jsou také spojeny rotační vazbou s čepem, který je buď jeden průchozí (dva satelity) nebo křížový pro čtyři satelity. Křížový čep se používá pro více namáhané převody, které jsou u užitkových nebo závodních vozů. Kuželový diferenciál je nejčastěji používaný typ mezi diferenciály [6], [17].



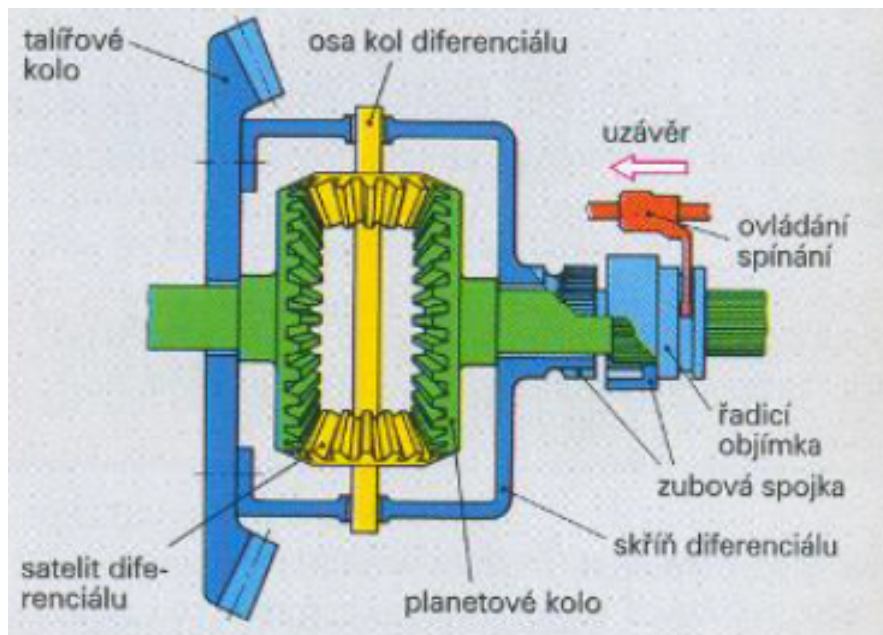
Obrázek 5: Kuželový diferenciál, převzato z [10]

2.1.3 Závěra diferenciálu

Přiváděný točivý moment je u normálního otevřeného diferenciálu rozdělován na dva stejně velké výstupní točivé momenty nezávisle na tom, jak velké jsou otáčky levého a pravého kola. Při nepříznivých adhezních podmínkách, jako tomu je na sněhu nebo ledu, se musí vyřadit diferenciál z funkce, aby bylo možné využít hnací moment. Diferenciál rozděluje točivý moment stejnoměrně na obě kola, i když jedno z kol začne prokluzovat, což znamená, že hnací síla na neprokluzujícím kole nemůže být větší než na kole, které prokluzuje a protáčí se. Velikost hnací síly většinou nestačí na pohyb vozidla, jelikož kolo, které se protáčí, klade malý odpor proti protáčení. Automobil je stále na místě a prokluzující kolo má dvojnásobně vyšší otáčky, než skříň diferenciálu. Aby se vozidlo mohlo dostat z této situace, je nutné vyřadit diferenciál. Tato nevýhoda diferenciálů se eliminuje tzv. uzávěrou (závěrem) diferenciálu.

Závěra diferenciálu funguje na jednoduchém principu a to, že zablokuje planetová kola tak, že se nemohou otáčet relativně vůči kleci, ale otáčí se dohromady s ní, jakožto jeden celek. Pokud jedno kolo prokluzuje, točivý moment se celý přenáší na kolo, které je na povrchu s dobrými třecími podmínkami. Tímto přenosem vznikne hnací síla, která většinou stačí k rozjetí vozidla. Jakmile vozidlo opustí nepříznivý povrch, závěra diferenciálu musí být vypnuta, protože by se automobil choval stejně, jako kdyby diferenciál vůbec neměl a velice špatně by se ovládal.

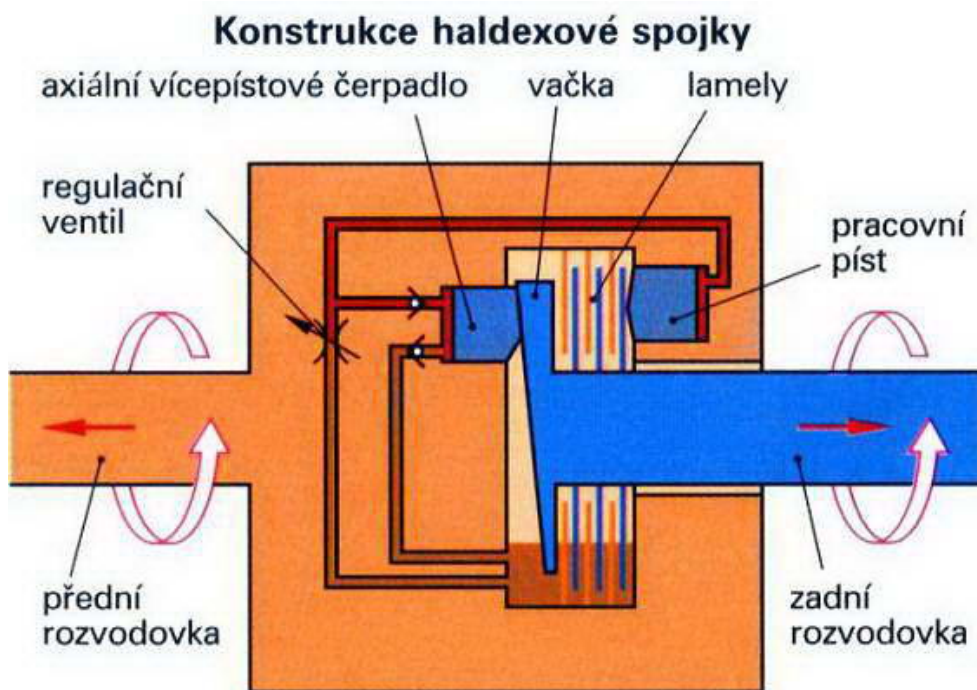
K zablokování diferenciálu se nejčastěji používá tzv. přesuvná objímka, která se posune po drážkách na jednom z hnacích hřídelí kol tak, že po zaklapnutí pevně spojuje jedno planetové kolo a klec. Satelity se díky tomuto zablokování nemohou otáčet a diferenciál je tak po dobu aktivování závěry vyřazen z funkce [12], [17].



Obrázek 6: Závěra diferenciálu (červená barva), převzato z [12]

2.2 Haldex spojky

Automobilům, které mají náhon pouze na jednu nápravu, je instalován pouze jeden nápravový diferenciál, který se stará o rozdělení točivého momentu na levé a pravé kolo dané nápravy a tím pádem se stará i o jejich úhlové rychlosti. Automobily s pohonem 4x4, neboli se všemi poháněnými koly, mají tři diferenciály. Na každé nápravě je jeden diferenciál a navíc mají i mezinápravový diferenciál, který se stará o rozdělení točivého momentu mezi přední a zadní nápravu v určitém poměru. Stejně jako nejsou pevně spojena kola na jedné nápravě, tak nejsou pevně spojené obě nápravy, z čehož vyplývá, že při průjezdu zatáčkou mají obě nápravy rozdílné úhlové rychlosti, tudíž je zapotřebí diferenciál. Při pevném spojení obou náprav by docházelo k prokluzu jedné z nich a automobil by se hůře ovládal. Místo mezinápravových diferenciálů se mohou používat například lamelové nebo viskózní spojky [2]. Škoda Auto a de facto celý koncern Volkswagen Group používají lamelovou spojku od švédské firmy Haldex, která umožňuje automobilu mít permanentní pohon 4x4, ale pouze v situacích, kdy to sama vyhodnotí [24].



Obrázek 7: Haldex spojka, převzato z [25]

2.3 Samosvorné diferenciály

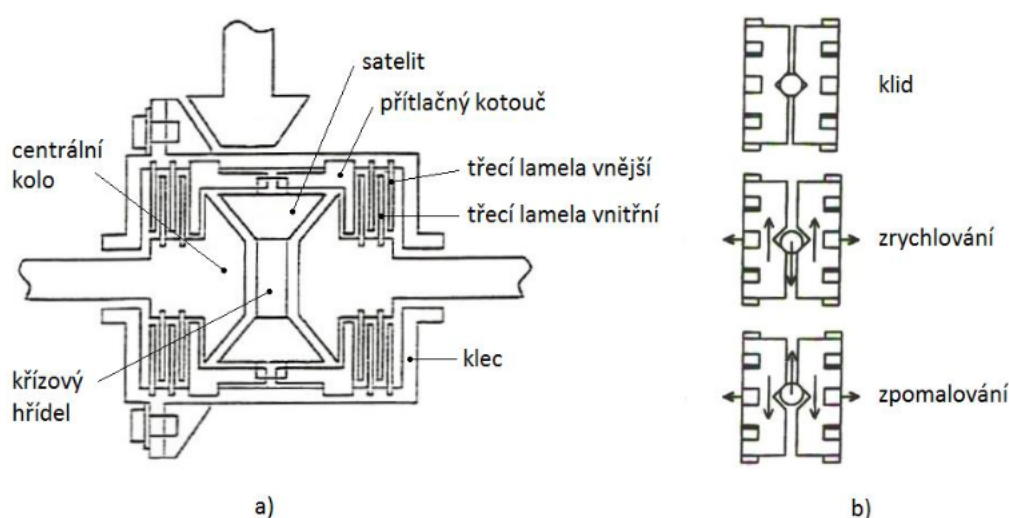
V každém diferenciálu vzniká vlivem ozubených vazeb velké tření a tím i velká teplota, čímž se zhoršuje účinnost diferenciálu. Tyto ztráty způsobují, že hodnota výstupního točivého momentu je nižší než u momentu vstupního. Pro ještě větší efekt se účinnost uměle zmenšuje a tyto diferenciály se označují jako svorné. Své hlavní použití získaly jako náhrada za uzávěrky diferenciálů, které komplikují ovládání automobilu, jelikož se musí neustále zapínat a vypínat. Pokud jede automobil po kvalitním povrchu s dobrými adhezními podmínkami, pak se samosvorný diferenciál chová jako normální otevřený. Jakmile jedno kolo začne prokluzovat, vzniká uvnitř samosvorného diferenciálu velké tření, které umožňuje zmenšit určitý rozdíl mezi otáčkami levého a pravého kola, čímž se zamezí volnému protáčení kol navzájem. Na neprokluzující kolo je přiváděna větší část točivého momentu, na rozdíl od jiných diferenciálů, kde je to v poměru 50:50. Hodnoty rozdělení točivého momentu se obvykle pohybují mezi 25 až 75 %. Samosvorných diferenciálů je několik typů, mezi nejpoužívanější patří samosvorný diferenciál s třecí lamelovou spojkou (tzv. LSD) a šnekový samosvorný diferenciál nazývaný také diferenciál typu Torsen [6], [17].

2.3.1 Samosvorný diferenciál s třecí lamelovou spojkou

Tento diferenciál nese také označení diferenciál s omezeným prokluzem (limited slip differential, zkráceně LSD). Vychází z konstrukce klasického kuželového diferenciálu, tudíž základ tvoří čep se dvěma nebo čtyřmi satelity, které jsou zubovou vazbou svázány s levým a pravým planetovým kolem. Další základní nedílnou součástí tohoto diferenciálu jsou dva přítlačné kotouče a dvě lamelové třecí spojky. Spojky se skládají z třecích lamel, které se dělí na vnější a vnitřní. Vnější lamely jsou drážkami spojeny s klecí diferenciálu a vnitřní jsou drážkami spojeny s planetovými koly. Zároveň se oba typy lamel mohou axiálně posouvat. Přítlačné kotouče jsou stejně jako vnější lamely svázány s klecí diferenciálu tak, že se s ní otáčejí a mají též axi-

ální pohyb. Čep diferenciálu, v mnoha případech křížový pro čtyři satelity, je uložen v drážkách přítláčných kotoučů, které mají trojúhelníkový tvar a dohromady tvoří kosočtvercový průřez s různými úhly zkosení. Konce čepového hřídele jsou uloženy právě v těchto průřezech.

Jakmile točivý moment začne působit na tuto diferenciálovou soustavu, hřídelový čep od sebe roztáhne přítláčné kotouče a ty působí silou na lamely, které jsou stlačovány k sobě. Pokud se automobil pohybuje po povrchu, kde je stejná přilnavost na obou kolech, pak je hlavní část momentu přenášena na centrální planetová kola přes satelity. Menší část momentu se přenáší přes soustavu lamel. Při pohybu auta po povrchu s rozdílnou adhezí dochází často k prokluzu jednoho z kol a tím dochází ke vzniku třecího momentu mezi vnějšími a vnitřními lamelami. Velikost tohoto momentu závisí na rozdílu otáček těchto lamel. Přes klec diferenciálu a lamelovou spojku je veden tento moment až na kolo, které neprokluzuje a přispívá k hnacímu momentu tohoto kola [6], [7].

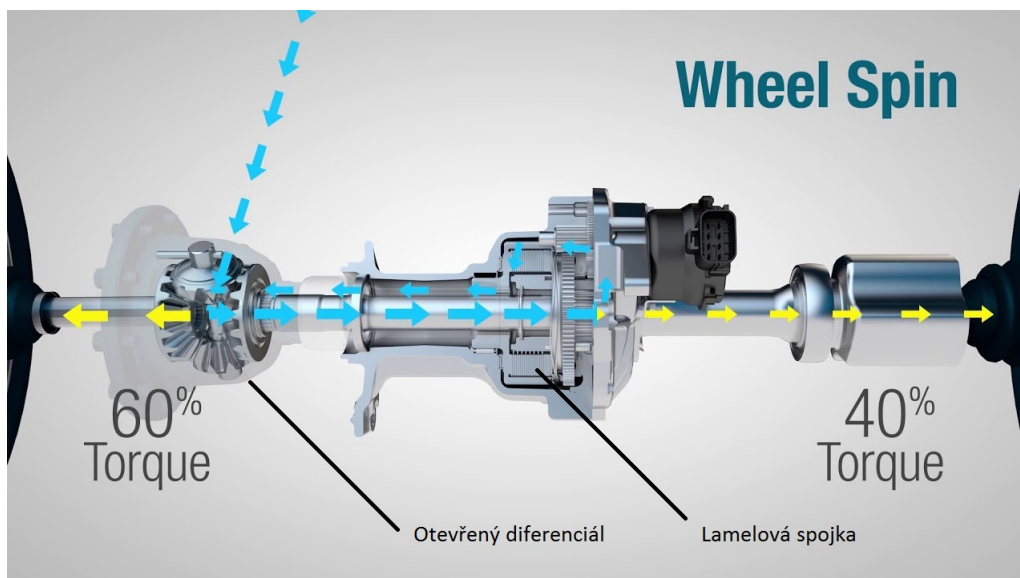


Obrázek 8: a) LSD diferenciál - schéma, b) pohyby přítláčných kroužků, převzato z [23]

2.3.2 Elektronický samosvorný diferenciál

Jedná se o (poměrně) moderní typ LSD diferenciálu, který si patentovala americká firma Dana Corporation. Označuje se také jako ELSD, neboli electronic limited slip differential, nebo je jinak označován jako aktivní LSD. ELSD zajišťuje, aby každému kolu byl přidělen dostatečný točivý moment, dále se stará o nejlepší možnou ovladatelnost vozu a o maximální využití účinnosti diferenciálu. O rozdělení točivého momentu se stará řídicí systém celého vozu, který sbírá data z několika výstupních snímačů jednotlivých kol a podvozku. Komplex celého ELSD se skládá z běžného otevřeného diferenciálu a systému lamel, které se nachází mimo soukolí otevřeného diferenciálu ve zvláštní skříni a jsou řízeny právě řídicí jednotkou vozidla (viz obr. 9).

Při případném sklouznutí přenáší extra točivý moment na kolo nebo kola s nejvyšší trakcí. Existují auta, která umožňují řidičům, aby si nastavili konkrétní vlastnosti systému a měli tak dokonalý požitek z jízdy. Tuto možnost dává řidičům například automobilka Mitsubishi, která nabízí několik variací jízdních vlastností, ať už se jedná o jízdu po sněhu, šterku, asfaltu atd. [19].



Obrázek 9: Elektronický samosvorný diferenciál, převzato z [18]

2.3.3 Hydraulický samosvorný diferenciál

Klasické samosvorné diferenciály jsou konstruovány sestavou lamel (viz výše), které užívají třecí sílu vytvářenou pružinami, které jsou instalovány mezi boční ozubená kola. Jedna z nevýhod tohoto klasického LSD je, že dochází k velkým ztrátám způsobeným zbytečným třením.

Hydraulický LSD je obohacen o hydraulický tlakový generátor, který nahrazuje výše zmíněné pružiny. Tento diferenciál je deaktivovaný pouze tehdy, když mají obě kola (na jedné nápravě) stejnou rychlost - stejný princip jako u běžného LSD. Jakmile vozidlo najede na povrch s rozdílnou adhezí, rozdílné otáčky kol roztočí pístové kolo (viz piston gear na obr. 10). Olej mimo nádrž je natlačen k pístovému kolu pomocí trochoidního čerpadla. V tento okamžik se přenáší třecí síla od čerpadla na lamely a ty jsou roztaženy vedle pastorku a zvětšují třecí sílu. Trakční síla je samozřejmě přenášena na neprokluzující kolo [20].



Obrázek 10: Hydraulický samosvorný diferenciál, převzato z [20]

2.4 Samosvorné šnekové diferenciály

Šnekový diferenciál získal název podle tvaru ozubených kol, která mají tvar šnekového závitu. Planetová kola se nazývají šneky a satelity jsou tvořeny třemi dvojicemi šnekových kol, které mají výrazně menší průměr, než planety. Satelity z dané dvojice jsou mezi sebou vzájemně propojeny zubovými vazbami čelních kol a každý z dvojice je v záběru právě s jedním planetovým kolem.

Základními parametry, kterými se tento diferenciál vyznačuje jsou malá účinnost a také schopnost přenést velmi vysoký výkon. V porovnání s klasickým diferenciálem s čelními ozubenými koly dosahuje šnekový diferenciál mnohem vyšších převodových poměrů. Tření vzniká při záběru šnekového ozubení, kde dochází k prokluzu mezi šnekovým satelitovým kolem a samotným šnekem (planetovým kolem). Přítomné tření se stará o snižování účinnosti, čili o zvyšování svornosti diferenciálu.

Pokud jede automobil rovně a obě kola mají stejnou adhezi, celý diferenciál se točí jako celek a otáčky planetových kol a klece diferenciálu jsou stejné, tzn. každému kolu je přidělen stejný hnací moment. Jakmile se ale zhorší adheze na jednom z kol, dojde k prokluzu a díky svornosti se zvětší podíl hnacího momentu na neprokluzujícím kole. Při průjezdu zatáčkou i přes zvýšenou svornost nedochází k problémům a obě kola na nápravě se správně odvalují po trajektorii, kterou mají.

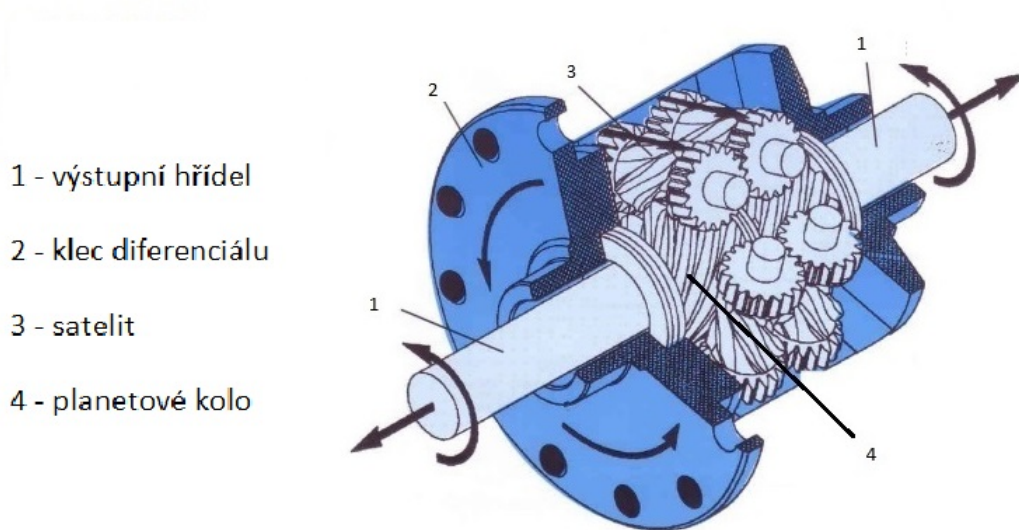
Šnekové diferenciály jsou finančně náročné na výrobu a nevyznačují se dlouhou životností, zejména kvůli šnekovým převodům a vysokému tření. Mezi nejběžnější diferenciály tohoto typu patří Torsen diferenciály, které získaly uplatnění zejména u značky Audi, konkrétně u pohonu všech čtyř kol, neboli Audi Quattro [2].

2.4.1 Diferenciál TORSEN

Torque Sensing. To jsou slova, které dala za vznik tomuto typu diferenciálu. Charakterizují hlavní vlastnosti tohoto diferenciálu a to, že velikost třecího momentu uvnitř diferenciálu závisí na velikosti vstupního momentu. Existují tři verze, označují se typ A, B a C. Nejnovější je typ C, ale i starší verze A a B se nadále používají [2].

2.4.2 Torsen - Typ A

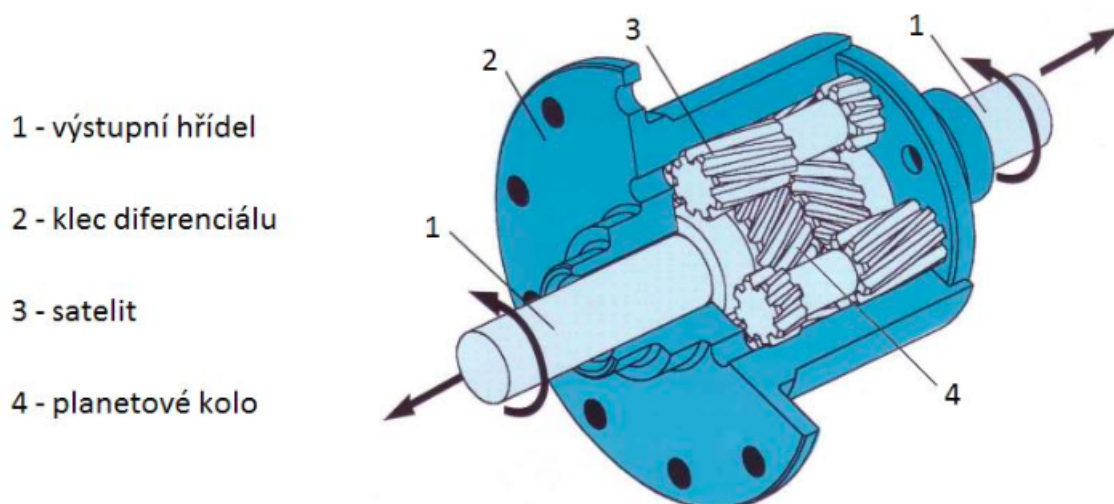
Základní konstrukční prvky nejstaršího typu jsou šneková ozubená kola, kterých je v tomto případě šest. Každé šnekové kolo má ze strany připevněné čelní ozubené kolo. Šneková kola jsou rozdělena do dvojic, kde spolu jednotlivá kola z páru zabírají právě čelními zubovými vazbami. Tyto tři páry ozubených kol jsou symetricky uloženy po obvodu diferenciálu. Každé šnekové kolo z páru je v záběru s jedním ze dvou hlavních ozubených šnekových kol hřídelí. Tvar ozubení velmi ovlivňuje svornost, která je většinou v rozmezí 20 až 60 %.



Obrázek 11: Diferenciál Torsen - typ A, převzato z [14]

2.4.3 Torsen - Typ B

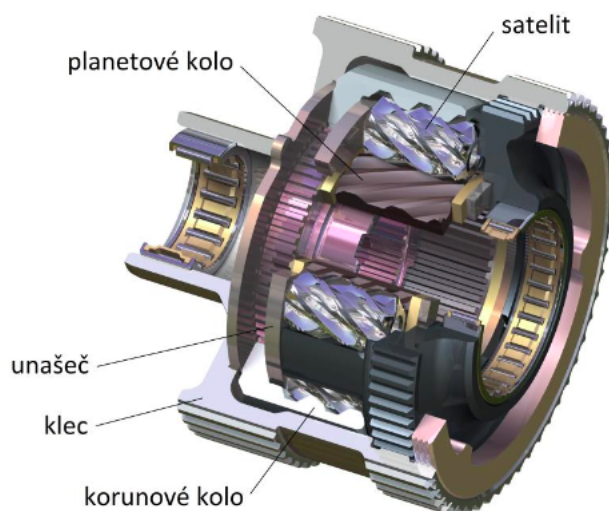
Největším rozdílem oproti typu A je výměna šnekového soukolí za čelní. Tato čelní soukolí mají speciální šikmé zuby Equivex. Satelity jsou stejně jako u typu A v párech a leží ve výřezích v kleci diferenciálu. Záběry satelitů navzájem a s planetovými koly jsou stejné, jako u typu A, čili navzájem v páru a každý z páru zabírá s jednou planetou. Svornost je v rozmezí mezi 15 až 50 %.



Obrázek 12: Diferenciál Torsen - typ B, převzato z [15]

2.4.4 Torsen - Typ C

Torsenův diferenciál typu C je nejmladší z této tříčlenné skupiny. Vychází z klasického diferenciálu s planetovými koly a satelity. Stejně jako u typu B je převod zajištěn ozubenými koly se šikmými zuby. Satelity nejsou pro změnu uloženy na čepech, ale leží volně v prostoru unašeče. Mezi unašečem a satelity vzniká tření, které zajišťuje svornost. Tření vzniká také mezi satelity a klecí kvůli axiální síle od šikmého ozubení.



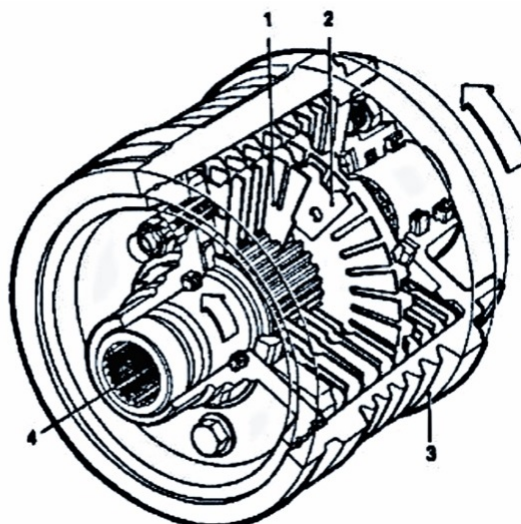
Obrázek 13: Diferenciál Torsen - typ C, převzato z [16]

2.5 Viskózní spojky

Tyto spojky se používají hlavně v souvislosti s mezinápravovými diferenciály. Konstrukce viskózních spojek se lehce podobá konstrukci lamelového diferenciálu. Spojka se skládá z vnitřních a vnějších lamel. Vnější lamely jsou stejně jako u LSD diferenciálu spojeny se skříňmi a vnitřní lamely jsou pomocí drážek spojeny s výstupním hřídelem. Jeden typ lamel má zpravidla možnost posuvu v axiálním směru. Název viskózní spojky je odvozen od vyplnění mezer mezi lamelami olejem na bázi silikonu, který má vysokou viskozitu. Lamely jsou pravidelně děrovány, aby bylo zajištěno rovnoměrné rozlití oleje.

Točivý moment je přiveden na skříň viskózní spojky. Pokud vstupní i výstupní hřídel mají stejné otáčky, vnitřní i vnější lamely se otáčejí se stejnou úhlovou rychlostí, čili lamely se navzájem nepohybují a díky viskozitě oleje vzniká vnitřní tření a tím se přenáší pouze malá hodnota točivého momentu. Jakmile začne jedna náprava prokluzovat, vznikne rozdíl mezi přední a zadní nápravou a tím dochází k rozdílným otáčkám vnějších a vnitřních lamel. Dochází k zahřívání viskózní kapaliny, která se rozpíná a přitlačuje k sobě lamely. Při dotyku lamel dojde k velkému tření a spojka je schopna přenést mnohem vyšší hodnotu točivého momentu. Tomuto efektu se také říká "Hump efekt"[2].

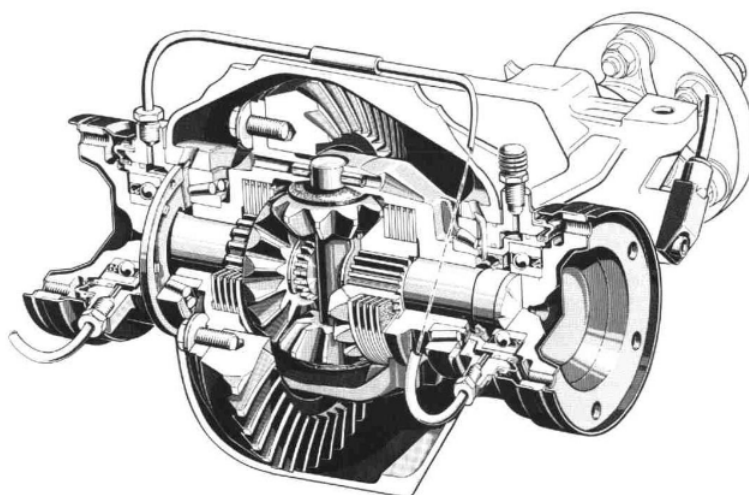
- 1 - lamela s vnitřním ozubením
- 2 - lamela s vnějším ozubením
- 3 - skříň diferenciálu
- 4 - náboj



Obrázek 14: Viskózní spojka, převzato z [17]

2.6 Systém ASD

Jedná se o samočinný diferenciál označován jako ASD (Automatisches Sperrdifferential). Za původce se označuje automobilka Mercedes-Benz, která se postarala o inovaci LSD diferenciálu. Konstrukce se moc neliší od LSD, k planetovým a satelitovým kolům jsou stejně připojeny dva druhy lamel, s tím že k výstupním hřídelům je navíc připojen hydraulický píst. Na rozdíl od viskózní spojky není samosvorný účinek způsoben přitlačnými silami, ale silami v ozubení kuželových satelitů. Samosvorný účinek je řízen elektricky pomocí senzorů ve vozidle. Původní samosvorný účinek 38 % u klasického LSD je zvýšen na 100 %, přičemž se ASD diferenciál chová jako uzavřený diferenciál. Největší využití systém ASD našel u pohonu všech čtyř kol 4MOTION u značky Mercedes-Benz [1], [7], [17].



Obrázek 15: ASD systém, převzato z [3]

3 Přehled přístupů k výpočtovému modelování diferenciálů

V této části bakalářské práce budou stručně popsány různé způsoby výpočtového modelování a analýzy diferenciálu. K přehledu zmíněných způsobů lze přistupovat jak z hlediska použitého nástroje, tak z hlediska dělení mechaniky. Z hlediska mechaniky patří mezi nejpoužívanější způsoby dynamika tuhých těles, která se zabývá pohybem tuhých těles nebo jejich soustav a silami na ně působícími [28]. Dále jsou to různé přístupy založené na kinematických vztazích, kdy není předmětem zájmu přenos silových účinků. V neposlední řadě může být diferenciál studován z pohledu statiky a pružnosti, kdy jsou využívány modely vytvořené pomocí metody konečných prvků (zkráceně MKP).

Co se týče modelování z hlediska nástroje, v současné době je k dispozici mnoho různých programů, ve kterých lze vytvořit model diferenciálu pro různé použití. Nejvyužívanější jsou tzv. multibody software (pro řešení dynamiky soustav mnoha těles). Jedním z těchto programů je například *Adams*, který bude představen podrobněji v další kapitole této práce. Z pohledu metody konečných prvků existuje mnoho známých softwarů jako například *Abaqus* od firmy *Dassault Systemes* nebo program *ANSYS*. V následujícím textu budou stručně zmíněny některé konkrétní možnosti.

3.1 Modelování v programu Simulink

Modelování v programu Simulink, jež je součástí známého softwaru MATLAB, spočívá v relativně jednoduchém vytvoření modelu z dostupných knihoven, ve kterých je předpřipraveno mnoho prvků různých typů. V případě modelování mechanických systémů se jedná o prvky z knihovny SimMechanics. Pomocí prvků z knihovny lze vytvořit model například otevřeného diferenciálu společně s pneumatikami a poloosami. Samosvorný diferenciál má v knihovně také svoji předvolbu, ale není dostatečně kompletní, co se týče konkrétních hodnot parametrů apod. Záleží na uživateli, jaké konkrétní vlastnosti potřebuje svému modelu nastavit.

Po sestavení požadovaného modelu z jednotlivých bloků je možné provést libovolné analýzy a porovnat výsledky získané z různých modelů [21]. Výpočtový model diferenciálu v Simulinku není vhodný pro komplexní a detailní dynamickou analýzu diferenciálu, ale spíše pro zakomponování do pohonové soustavy vozu.

3.2 Analytické modely diferenciálu

S využitím principů mechaniky tuhých či poddajných těles lze sestavit analytické modely, které jsou založeny na soustavách diferenciálních rovnic sloužících k popisu pohybu celé soustavy. Do rovnic lze zahrnout všechny převody v ozubeném soukolí, zubové vazby, silové účinky apod.

Modely se dají dále klasifikovat podle různých kritérií, ale mezi nejdůležitější patří například dělení na lineární a nelineární, kde záleží na vlastnostech sestavených pohybových rovnic. Matematický model ve formě vhodně sestavené pohybové rovnice lze využít třeba pro analýzu rozběhu či doběhu soustavy. Tento typ modelu je ve většině případů implementován uživatelem do vlastního programu za pomoci například programovacího jazyka Python nebo v systému MATLAB. Důležitá je dobrá znalost numerických či analytických metod pro řešení sestavených pohybových rovnic.

3.3 Modelování pomocí metody konečných prvků (MKP)

Modelování metodou konečných prvků slouží hlavně k analýze pole deformací a napětí na zvolených částech modelu. Ve většině případů je v prvním kroku pomocí zvoleného CAD softwaru vytvořena geometrie konkrétního diferenciálu. Následně je model importován do MKP softwaru. Základní práce v MKP softwaru spočívá ve vytvoření sítě konečných prvků, tedy v diskretizaci geometrického modelu. Kvalitu získaných výsledků ovlivňuje například hustota sítě konečných prvků, na které ovšem závisí rovněž výpočtový čas úlohy.

Výpočtové modely diferenciálu vytvořené pomocí metody konečných prvků jsou použitelné zejména pro detailní analýzu namáhání jednotlivých součástí diferenciálu. Pro hodnocení jeho dynamických charakteristik a pro zahrnutí do celkového modelu vozidla není tento typ modelu vhodný.

4 Vytvoření výpočtového modelu konkrétního diferenciálu

Tato kapitola je věnována detailnímu popisu vytvoření výpočtových modelů otevřeného a samosvorného diferenciálu v programu Adams od firmy MSC Software. Na začátku kapitoly jsou uvedeny parametry a vlastnosti jednotlivých součástí výpočtových modelů. Veškeré simulace a dynamické výpočty otevřeného a samosvorného diferenciálu se uskutečňují právě v Adamsu.

4.1 MSC Software - Adams

Adams je zkratka anglických výrazů Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems. Jedná se o tzv. multibody software (soustavy mnoha těles), který se používá převážně pro modelování a dynamické simulace různých typů mechanických soustav těles. Program Adams je typu CAE, což je zkratka anglického spojení Computer aided engineering, což je metoda využití počítačového softwaru k usnadnění inženýrské analýzy [26]. Výpočtové modely, jako je například diferenciál, jsou z většiny případů sestaveny ze soustav těles, které konají tzv. velké pohyby, díky němuž je možné řešit obecnější problémy, než je tomu u metody konečných prvků. Modely jsou formálně soustavy nelineárních diferenciálních rovnic, jejichž numerické řešení je relativně náročné. Adams lze použít na operačních systémech Microsoft Windows a Linux.

Výpočtový model diferenciálu byl vytvořen v jednom z modulů, konkrétně v Adams/View, který se využívá pro vytváření modelů obecných vázaných mechanických systémů. Následné řešení pohybových rovnic se uskutečňuje v modulu Adams/Solver.

4.2 Konkrétní vlastnosti jednotlivých součástí výpočtových modelů otevřeného a samosvorného diferenciálu

Výpočtové modely by měly mít vypovídající fyzikální a mechanické vlastnosti jako jejich reálné předlohy. Program Adams dle zadané geometrie vypočítá všechny hmotnost, těžiště a matice setrvačnosti. Vlastnosti, jako je například materiál, lze v Adamsu libovolně zvolit dle potřeby. Všechny součásti uvedené níže mají předvolený materiál ocel, která je běžně dostupná v knihovně materiálů v programu Adams, a odpovídá reálným materiálovým parametrům součástí.

4.2.1 Planetová kola

Planetová kola jsou v diferenciálu zpravidla dvě, jak bylo zmíněno výše. Obě planety těchto výpočtových modelů mají stejné vlastnosti, které jsou uvedeny v tabulce 1.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	0.22
Objem	$[\text{m}^3]$	$2.82 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$7.79 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$4.76 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$4.76 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 1: Vlastnosti planetových kol

4.2.2 Satelity

Oba výpočtové modely diferenciálů obsahují čtyři satelity, které mají stejné vlastnosti (viz tabulka 2), jako je tomu u planet.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	$5.69 \cdot 10^{-2}$
Objem	$[\text{m}^3]$	$7.30 \cdot 10^{-6}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$7.52 \cdot 10^{-6}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$4.65 \cdot 10^{-6}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$4.65 \cdot 10^{-6}$

Tabulka 2: Vlastnosti satelitů

4.2.3 Křížový čep

V obou případech výpočtových modelů se jedná o křížový čep, na který jsou vázány všechny čtyři satelity. Vlastnosti tohoto křížového čepu jsou uvedeny v tabulce 3.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	0.12
Objem	$[\text{m}^3]$	$1.55 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$5.35 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$2.79 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$2.79 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 3: Vlastnosti křížového čepu

4.2.4 Skříň

Skříň diferenciálu, jejíž vlastnosti jsou uvedeny v tabulce 4, je nedílnou součástí modelu, na níž je přiváděn točivý moment od motoru.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	0.94
Objem	$[\text{m}^3]$	$1.21 \cdot 10^{-4}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.57 \cdot 10^{-3}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.27 \cdot 10^{-3}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.27 \cdot 10^{-3}$

Tabulka 4: Vlastnosti skříně

4.2.5 Levá a pravá poloosa

Jak již bylo zmíněno výše, právě kvůli ovladatelnosti vozidla je v automobilu diferenciál a náprava je rozdělena na dvě poloosy, které mají opět stejné vlastnosti (viz tabulka 5).

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	0.62
Objem	$[\text{m}^3]$	$7.96 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.19 \cdot 10^{-3}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.19 \cdot 10^{-3}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$5.24 \cdot 10^{-3}$

Tabulka 5: Vlastnosti poloos

4.2.6 Torzní pružiny

V obou modelech jsou torzní pružiny použité při napojení kol na poloosy a dále při napojení poloos na planetová kola. Všechny čtyři torzní pružiny mají koeficient torzní tuhosti $k_T = 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ a koeficient torzního tlumení $b_T = 10 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$. Oba koeficienty odpovídají reálným modelům náprav.

Vlastnosti součástí uvedené výše mají výpočtové modely otevřeného a samosvorného diferenciálu totožné. Součástky a jejich vlastnosti níže se týkají pouze modelu samosvorného diferenciálu.

4.2.7 Pružiny mezi lamelami

Pružiny mezi lamelami, které se nachází v samosvorném diferenciálu, jsou zastoupeny konstantními silami, které působí navzájem mezi lamelami. Jejich koeficient tuhosti byl zvolen $k = 10^8 \text{ N}/\text{m}$ a koeficient tlumení byl zvolen $b = 10^4 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$.

4.2.8 Přítlačné kroužky

Přítlačné kroužky mají důležitou funkci u samosvorného diferenciálu, jež jsou působením sil od křížového čepu roztahovány a stlačují k sobě lamely, které způsobují díky tření uzamčení diferenciálu. Oba kroužky mají opět stejné vlastnosti (viz tabulka 6).

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	0.10
Objem	$[\text{m}^3]$	$1.31 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.13 \cdot 10^{-4}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$5.83 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$5.83 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 6: Vlastnosti přítlačných kroužků

4.2.9 Vnitřní lamely

Lamely s vnitřním ozubením mají zubovou vazbu s planetovými koly a možnost axiálního posuvu. Jejich vlastnosti jsou uvedené v tabulce 7.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	[kg]	$2.16 \cdot 10^{-2}$
Objem	$[\text{m}^3]$	$2.77 \cdot 10^{-6}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$2.09 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.04 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.04 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 7: Vlastnosti vnitřních lamel

4.2.10 Vnější lamely

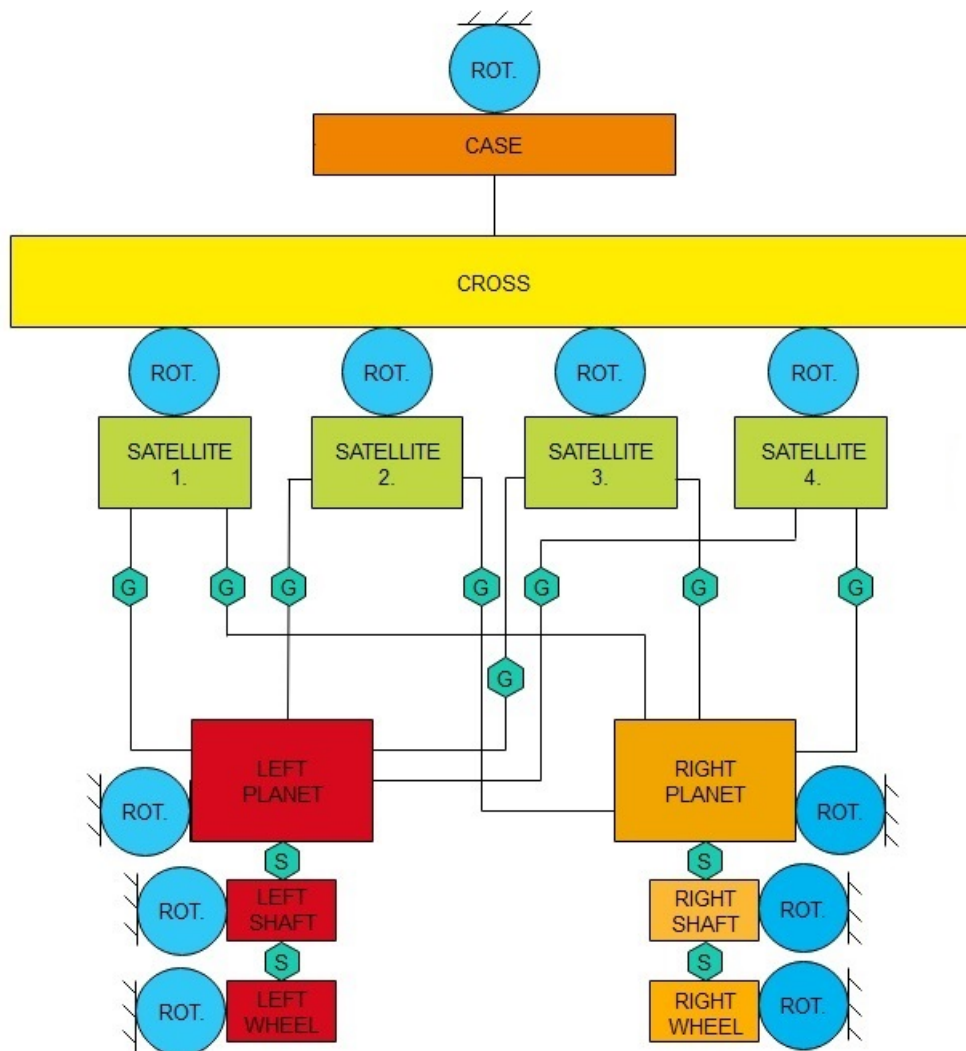
Lamely s vnějšími drážkami mají vazbu s vnitřní stranou skříní diferenciálu, která má uvnitř také drážky, které tvoří vazbu s drážkami lamel. Jejich vlastnosti jsou uvedeny v tabulce 8.

Vlastnost	Jednotka	Hodnota
Hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	7801.00
Hmotnost	$[\text{kg}]$	$2.27 \cdot 10^{-2}$
Objem	$[\text{m}^3]$	$2.91 \cdot 10^{-6}$
Moment setrvačnosti k ose x	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$2.37 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose y	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.19 \cdot 10^{-5}$
Moment setrvačnosti k ose z	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	$1.19 \cdot 10^{-5}$

Tabulka 8: Vlastnosti vnějších lamel

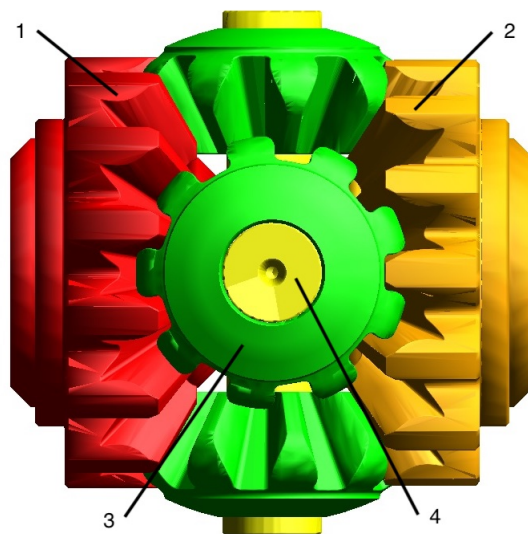
4.3 Výpočtový model otevřeného diferenciálu

Výpočtový model otevřeného diferenciálu, včetně všech vazeb, sil a momentů je konstruován podle kinematického schématu (viz obr. 16), kde *ROT.* je označení rotační vazby, *G* značí zubovou vazbu a *S* jsou torzní pružiny. Mechanické vlastnosti všech součástí modelu jsou popsány výše.

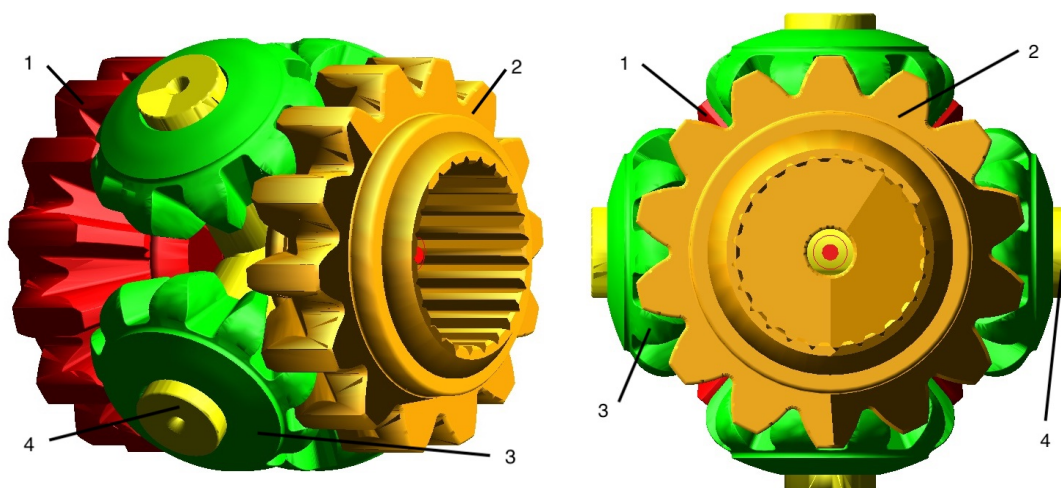


Obrázek 16: Kinematické schéma otevřeného diferenciálu

Výpočtový model otevřeného diferenciálu je tvořen v globálním souřadnicovém systému. Model se skládá z levého (1) a pravého (2) planetového kola, čtyř satelitových kol (dále jen satelitů) (3) a křížového čepu (4) (viz obr. 17 a obr. 18).

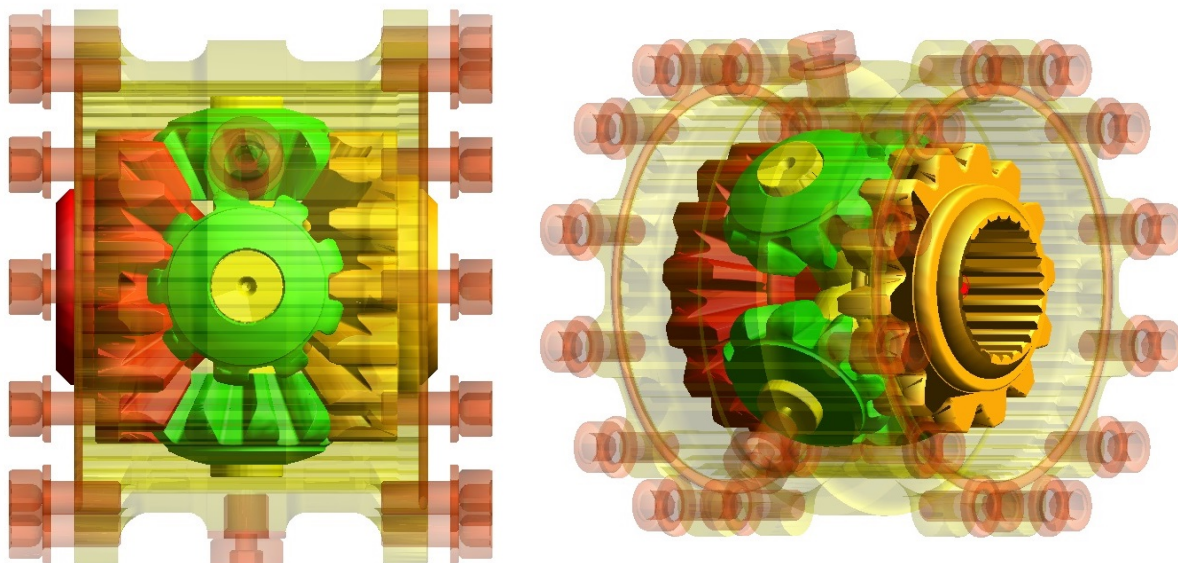


Obrázek 17: Model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS

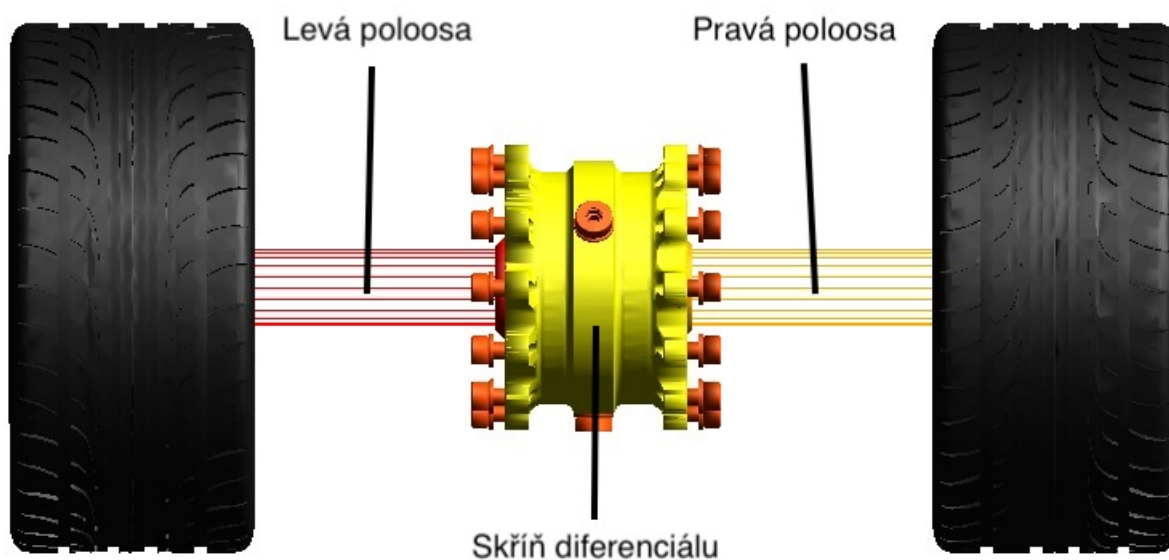


Obrázek 18: Model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS

Ozubené soukolí diferenciálu je uloženo ve skříní neboli kleci (viz obr. 19), na kterou je přiváděn točivý moment z motoru. Aby model odpovídal reálnému diferenciálu, je připojena pravá a levá poloosa společně s koly (viz obr. 20).



Obrázek 19: Model otevřeného diferenciálu se skříní v programu ADAMS



Obrázek 20: Kompletní model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS

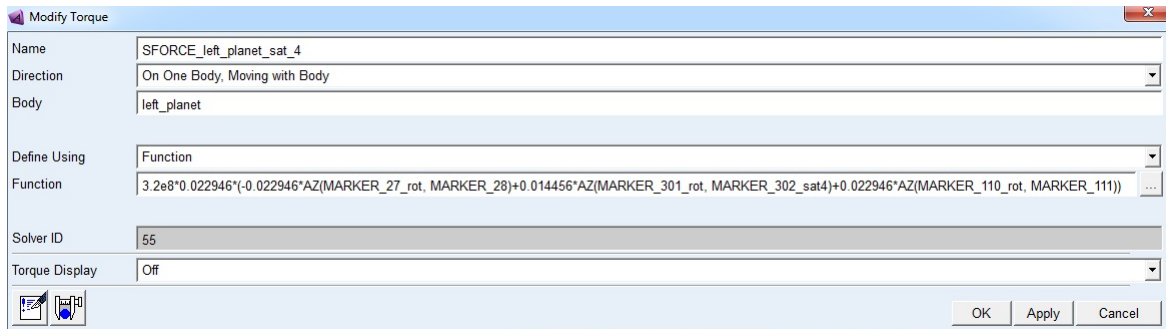
Všechny součástky jsou definovány v kategorii *bodies* (viz tabulka 9) a jsou mezi sebou provázány určitými typy vazeb (*connectors*, viz tabulka 9), z nichž jsou v tomto modelu použity dva typy - pevná (*fixed joint*) a rotační vazba (*rotational joint*). Každá součást má k sobě vázaný tzv. *marker*, který se dá považovat za jednu z nejdůležitějších částí, jelikož odkazuje na lokální souřadnicový systém a vážou se na něj další součásti modelu.

Křížový čep je pevnou vazbou svázán se skříní diferenciálu, protože mají po celou dobu pohybu stejnou úhlovou rychlost. Satelity jsou rotační vazbou svázány s křížovým čepem a rotují kolem jednotlivých konců tohoto čepu. Obě planety jsou spojeny rotačními vazbami s pevným rámem, stejně tak jako skřín diferenciálu a obě poloosy. Kola jsou s poloosami svázána torzními pružinami a to samé platí o spojení poloos s planetami (viz tabulka 9 - SPRING).

Všechna ozubená kola jsou mezi sebou provázány zubovými vazbami, kterým odpovídají příslušné momentové rovnice, které jsou předepsány v kategorii síly (*forces*) (viz tabulka 9 - GEAR).

Bodies	Connectors	Forces
left-wheel	ROT-left-planet-case	SPRING-left-wheel-shaft
right-wheel	ROT-right-planet-case	SPRING-left-shaft-planet
left-shaft	ROT-sattelite-1-cross	SPRING-right-wheel-shaft
right-shaft	ROT-sattelite-2-cross	SPRING-right-shaft-planet
case	ROT-sattelite-3-cross	GEAR-left-wheel
left-planet	ROT-sattelite-4-cross	GEAR-right-wheel
right-planet	ROT-left-wheel-ground	GEAR-sat-4-left-planet
sattelite-1	ROT-right-wheel-ground	GEAR-sat-4-right-planet
sattelite-2	ROT-left-shaft-ground	GEAR-sat-3-left-planet
sattelite-3	ROT-right-shaft-ground	GEAR-sat-3-right-planet
sattelite-4	ROT-case-ground	GEAR-sat-2-left-planet
cross	FIX-cross-case	GEAR-sat-2-right-planet
ground		GEAR-sat-1-left-planet
		GEAR-sat-1-right-planet
		GEAR-left-planet-sat-4
		GEAR-left-planet-sat-3
		GEAR-left-planet-sat-2
		GEAR-left-planet-sat-1
		GEAR-right-planet-sat-4
		GEAR-right-planet-sat-3
		GEAR-right-planet-sat-2
		GEAR-right-planet-sat-1

Tabulka 9: Kategorie bodies, connectors a forces v programu ADAMS



Obrázek 21: Momentová funkce levé planety působící na satelit č. 4 v programu ADAMS

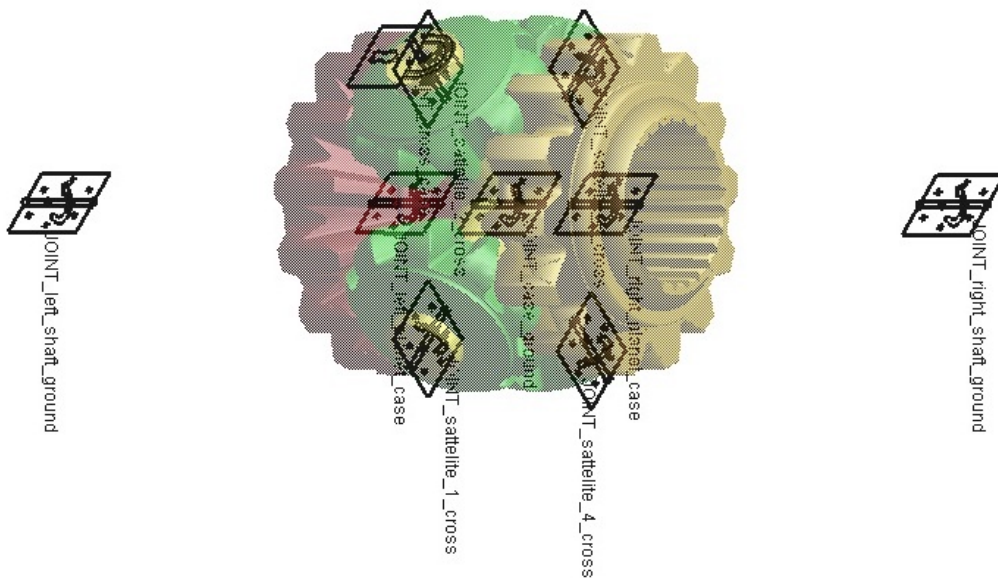
Všechny zubové vazby z kategorie *forces* jsou obecně popsány momentovou funkcí z obr. 21, která odpovídá výrazům:

$$M = F \cdot r, \quad (4.1)$$

$$F = k \cdot r_i \cdot \Delta x, \quad (4.2)$$

$$\Delta x = ((\varphi_i \cdot r_i) + (\varphi_j \cdot r_j) + (\varphi_z \cdot r_i)), \quad (4.3)$$

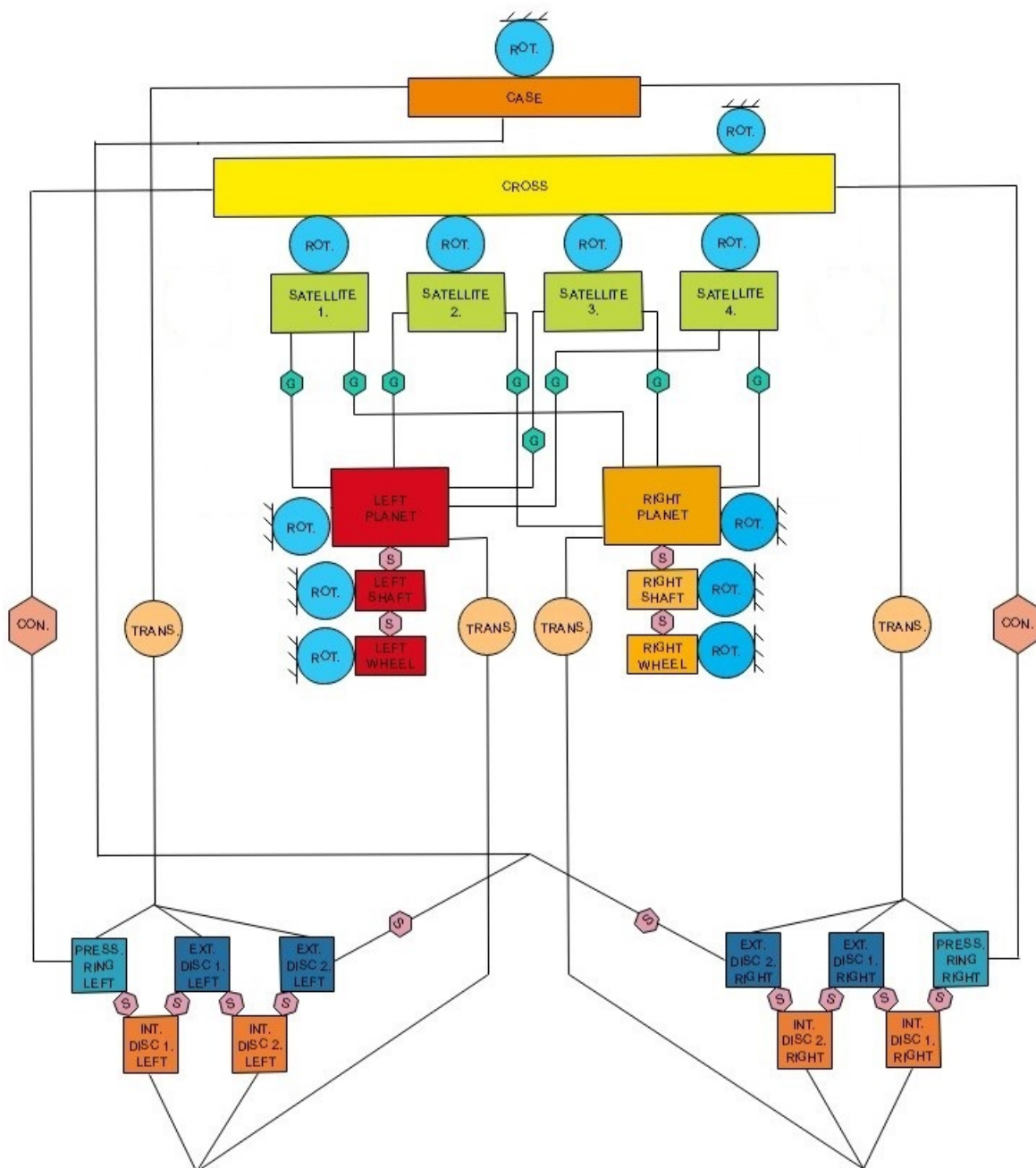
kde i značí levou a pravou planetu, j značí satelity, z značí skříň, k tuhost torzní pružiny, φ je úhel natočení, ω je úhlová rychlost, Δx je deformace, F je síla v ozubení a M je moment přenášený ozubením. Všechny rovnice jsou analogické, jen se mění znaménka podle směru rotace a poloměry jednotlivých částí.



Obrázek 22: Vizualizace vazeb - connectors (rotační vazby a pevná vazba)

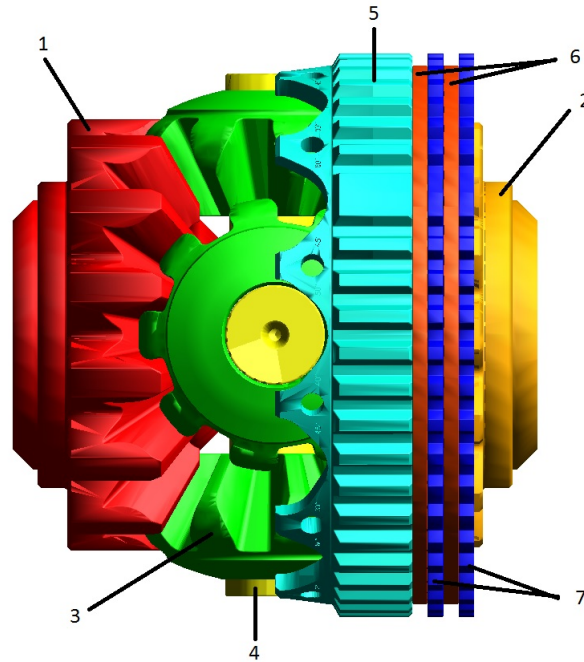
4.4 Výpočtový model samosvorného diferenciálu

Stejně jako u otevřeného diferenciálu, výpočtový model samosvorného diferenciálu odpovídá danému kinematickému schématu (viz obr. 23), kde *ROT.* je rotační vazba, *TRANS.* je posuvná vazba, *G* je zubová vazba, *CON.* je kontakt a *S* je torzní pružina, která je však pouze mezi koly a poloosami a mezi poloosami a planetami. O kontaktech mezi lamelami nelze mluvit jako o pružinách, je to silová reprezentace kontaktu. Vlastnosti všech součástí jsou stejně jako u otevřeného diferenciálu popsány výše.

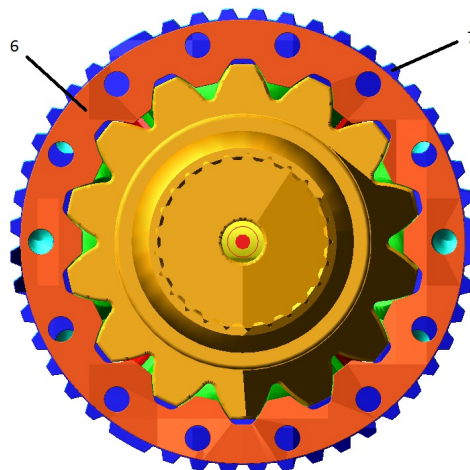


Obrázek 23: Kinematické schéma samosvorného diferenciálu

Základními stavebními prvky jsou opět dvě planetová kola, křížový čep a na něm nasunuté čtyři satelity. Dalšími neméně důležitými částmi jsou dva přítlačné kroužky (5) (viz obr. 24) a třecí lamely, které se dělí na lamely s vnitřním ozubením (6) a lamely s vnějším ozubením (7) (viz obr. 25). Oba přítlačné kroužky mají výřezy, které dohromady tvoří rampu, která může mít různé úhly pro akceleraci a deceleraci. V případě tohoto modelu v programu Adams jsou zvoleny úhly 40° pro akceleraci a 50° pro deceleraci. Pro přehlednost jsou na obr. 24 zobrazeny lamely a přítlačný kroužek pouze na pravé straně.



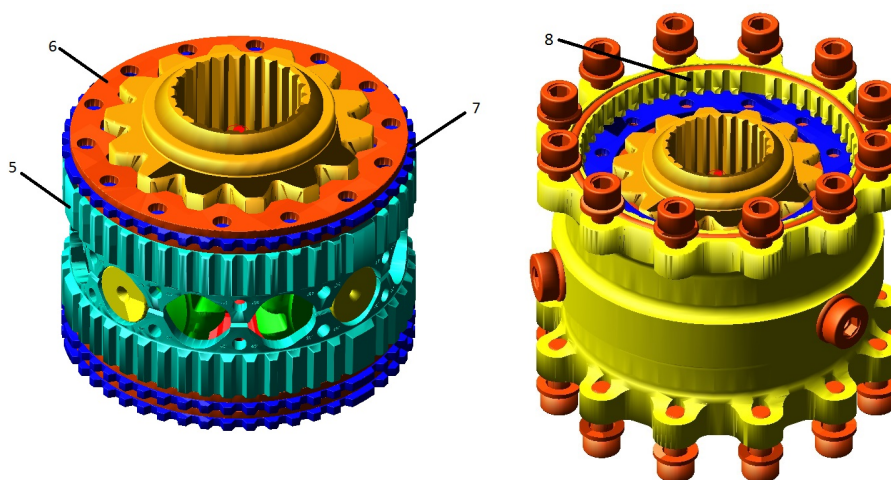
Obrázek 24: Výpočtový model samosvorného diferenciálu



Obrázek 25: Lamely s vnitřním (6) a vnějším (7) ozubením

Lamely s vnitřním ozubením jsou posuvnou vazbou svázány s planetovými koly (viz obr. 26 (a)) a lamely s vnějším ozubením mají axiální vazbu se skříní diferenciálu, která má drážky právě na

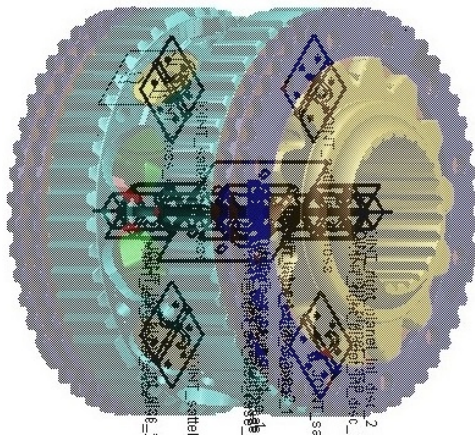
vnější zubování lamel (8) (viz obr. 26 (b)). Co se týče vazeb v soustavě ozubených kol a skříně, zůstávají stejné kromě pevné vazby křížového čepu se skříní, která zde není možná kvůli volnému pohybu čepu, který je svázán s rámem rotační vazbou stejně jako skříní.



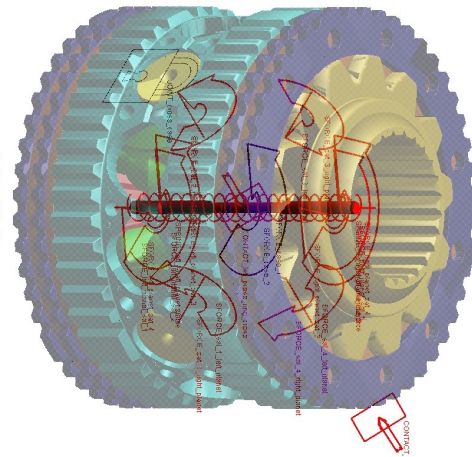
(a) Zubová vazba vnitřních lamel a planetových kol (b) Zubová vazba vnějších lamel s vnitřní stranou skříně

Obrázek 26: Zubové vazby vnějších a vnitřních lamel

Všechna ozubená kola jsou stejně jako u otevřeného diferenciálu vzájemně propojena přes momenty, které reprezentují zubové vazby (viz obr. 21). U modelu samosvorného diferenciálu jsou navíc použity další prvky z kategorie síly (*forces*). Mezi všemi lamelami navzájem jsou uvažovány kontakty, které jsou zastoupeny silami, pro které platí vzorec $F = k \cdot \Delta x$, kde k je tuhost kontaktu a Δx je penetrace. Tyto síly jsou označeny jako *sila-left-ij* a *sila-right-ij* (viz tabulka 10), kde $i = \{0, 1, 2\}$ a $j = \{1, 2\}$. Mezi křížovým čepem a oběma přítláčnými kroužky jsou vloženy kontakty (*contact*), aby se při interakci čepu a přítláčných kroužků, která je způsobena rozdílnou rychlostí levého a pravého kola, přítláčné kroužky roztáhly, jako je tomu tak u reálného diferenciálu. Oba kontakty mají stejnou tuhost a tlumení jako je v pružinách mezi lamelami. Nedílnou součástí modelu je také moment *GEAR - cross*, který reprezentuje vliv zubové vazby mezi satelity a planetami na rotaci kříže.

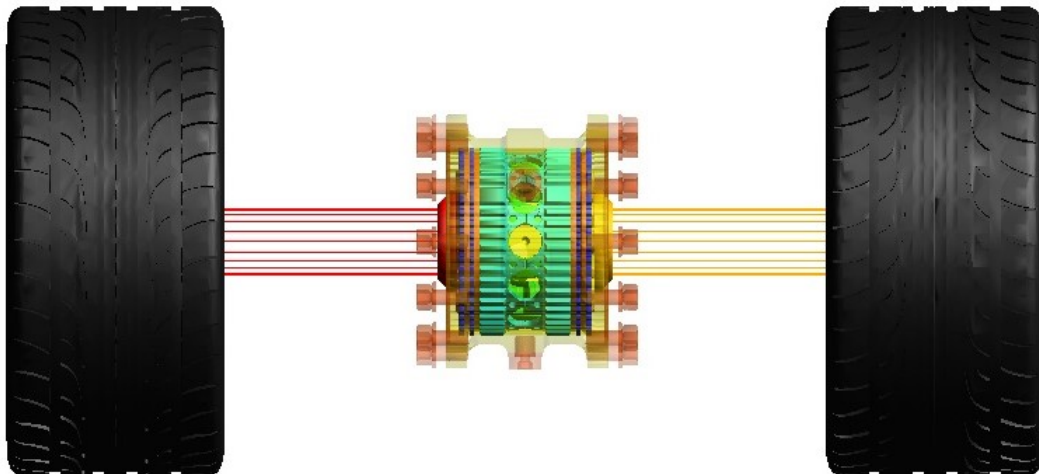


(a) Posuvné, pevné a rotační vazby



(b) Pružiny a momenty

Obrázek 27: Vazby, pružiny a momenty



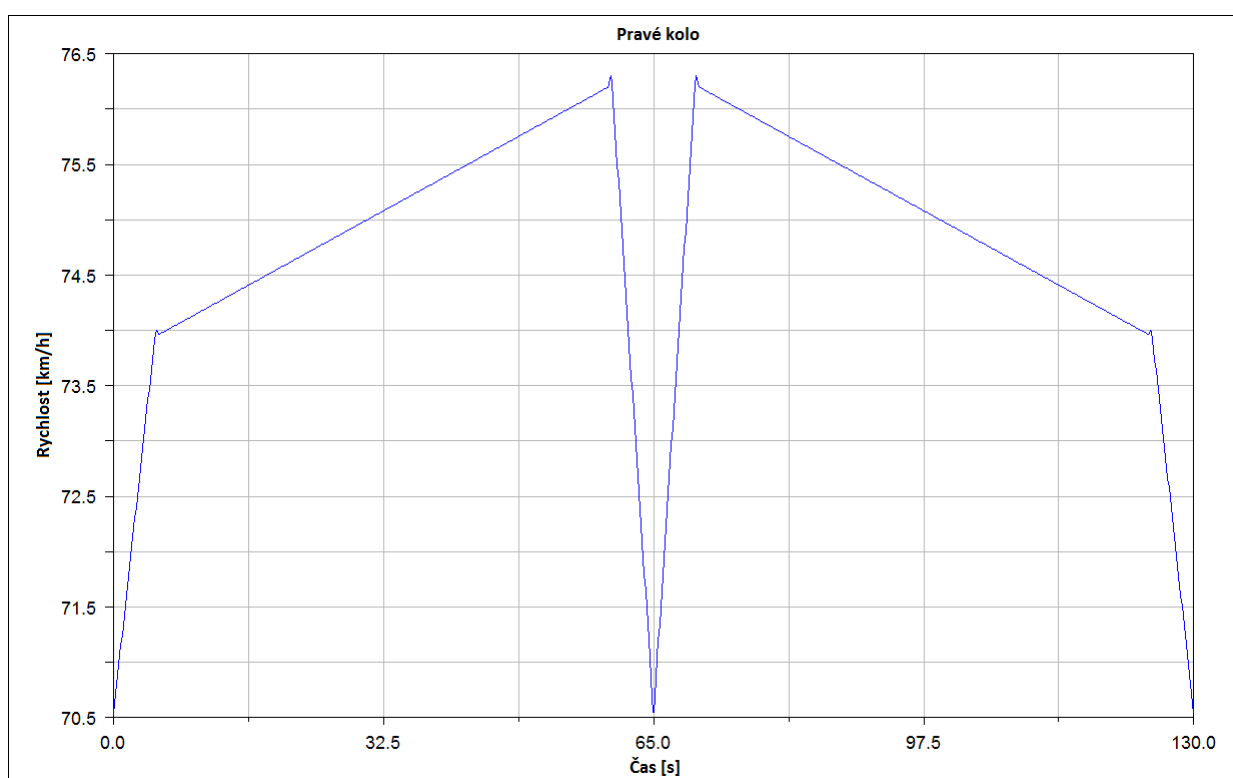
Obrázek 28: Kompletní vizualizace modelu samosvorného diferenciálu

Bodies	Connectors	Forces
left-wheel	ROT-left-planet-case	SPRING-left-wheel-shaft
right-wheel	ROT-right-planet-case	SPRING-left-shaft-planet
left-shaft	ROT-sattelite-1-cross	SPRING-right-wheel-shaft
right-shaft	ROT-sattelite-2-cross	SPRING-right-shaft-planet
case	ROT-sattelite-3-cross	Treci-moment-left-case-L-planet
left-planet	ROT-sattelite-4-cross	Treci-moment-left-case-P-planet
right-planet	ROT-left-wheel-ground	GEAR-sat-4-left-planet
sattelite-1	ROT-right-wheel-ground	GEAR-sat-4-right-planet
sattelite-2	ROT-left-shaft-ground	GEAR-sat-3-left-planet
sattelite-3	ROT-right-shaft-ground	GEAR-sat-3-right-planet
sattelite-4	ROT-case-ground	GEAR-sat-2-left-planet
cross	ROT-cross-ground	GEAR-sat-2-right-planet
ground	TRANS-left-disc-1-planet	GEAR-sat-1-left-planet
left-pressure-ring	TRANS-left-disc-2-case	GEAR-sat-1-right-planet
right-pressure-ring	TRANS-left-disc-3-planet	GEAR-left-planet-sat-4
left-disc-1	TRANS-left-disc-4-case	GEAR-left-planet-sat-3
left-disc-2	TRANS-left-press-ring-case	GEAR-left-planet-sat-2
left-disc-3	TRANS-right-disc-1-planet	GEAR-left-planet-sat-1
left-disc-4	TRANS-right-disc-2-case	GEAR-right-planet-sat-4
right-disc-1	TRANS-right-disc-3-planet	GEAR-right-planet-sat-3
right-disc-2	TRANS-right-disc-4-case	GEAR-right-planet-sat-2
right-disc-3	TRANS-right-press-ring-case	GEAR-right-planet-sat-1
right-disc-4		сила-left-01
		сила-left-11
		сила-left-12
		сила-left-22
		сила-right-01
		сила-right-11
		сила-right-12
		сила-right-22
		SPRING-left
		SPRING-right
		CONTACT-left-press-ring-cross
		CONTACT-right-press-ring-cross
		CASE-torque
		CROSS-gear

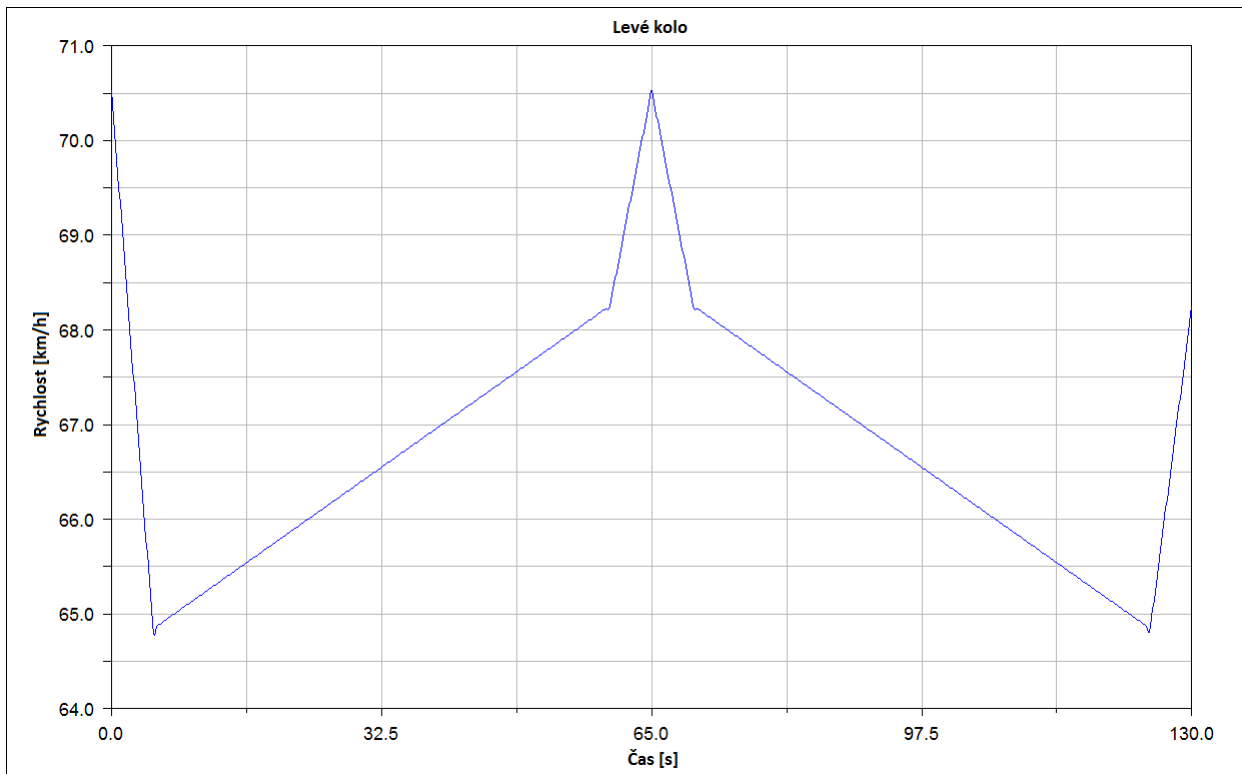
Tabulka 10: Kategorie bodies, connectors a forces pro samosvorný diferenciál

5 Dynamická analýza diferenciálu a parametrické studie

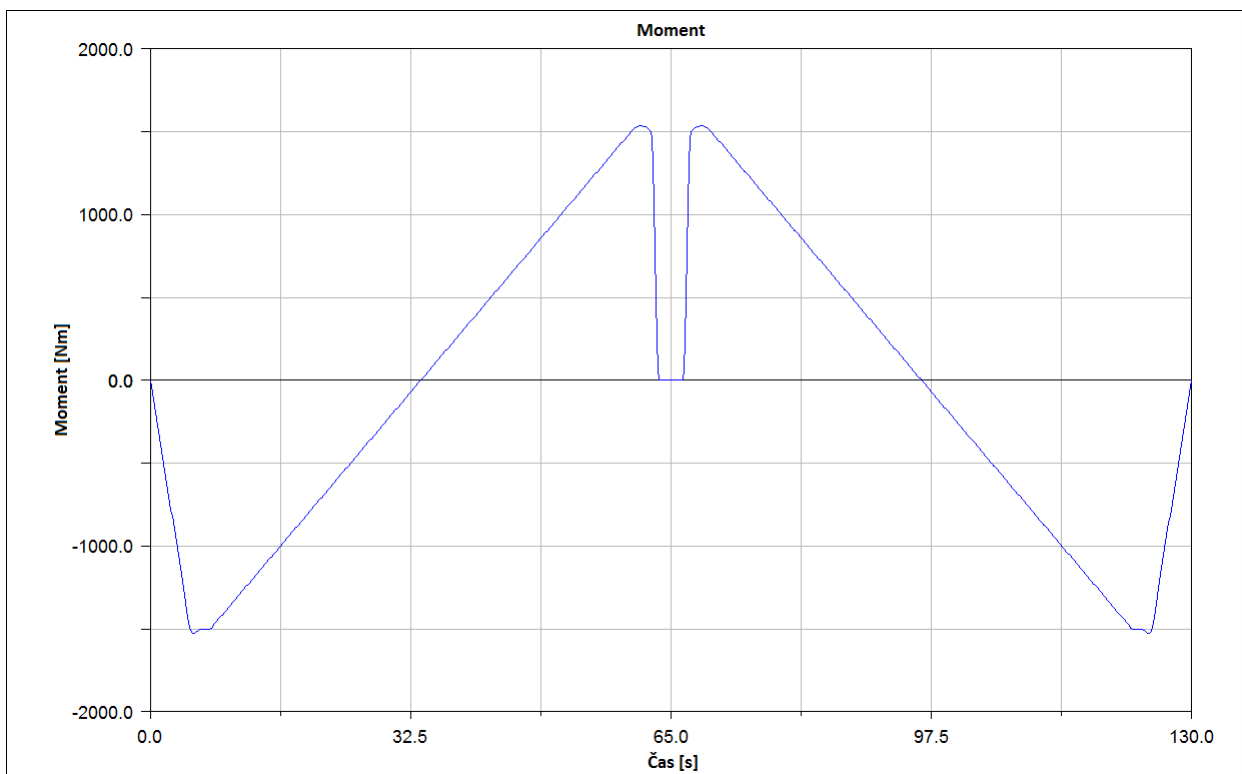
V této kapitole budou ukázány výsledky simulací na modelech otevřeného a samosvorného diferenciálu v programu Adams. V obou situacích budou použita testovací data pro zjištění třecích charakteristik obou diferenciálů. Do programu Adams byly nainportovány dva rozdílné časové průběhy rychlostí levého a pravého kola, které byly aplikovány do předpisu pohybů těchto kol. Rychlost vozidla byla přepočítána na úhlovou rychlost kol. Nainportován byl stejným způsobem také hnací moment od motoru, který je přiváděn přímo na klec diferenciálu a pro simulace byl vynásoben hodnotou 100, aby jeho hodnoty odpovídaly reálným. Všechny tři testovací průběhy je možné vykreslit v Adamsu pomocí funkce Spline (viz obr. 29, obr. 30 a obr. 31). Všechny simulace byly vyhodnoceny v časovém úseku 130 s. Použité průběhy byly motivovány testovacím měřením na vozidle Škoda Fabia R5, na jehož vývoji spolupracují členové KME.



Obrázek 29: Graf testovací rychlosti vozidla v závislosti na čase použité pro pravé kolo



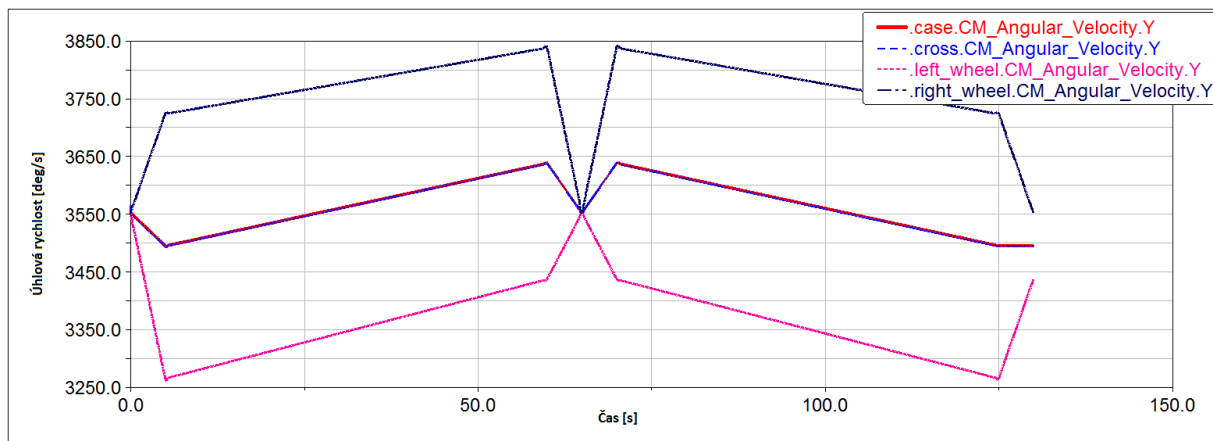
Obrázek 30: Graf testovací rychlosti vozidla v závislosti na čase použité pro levé kolo



Obrázek 31: Graf testovacího momentu v závislosti na čase

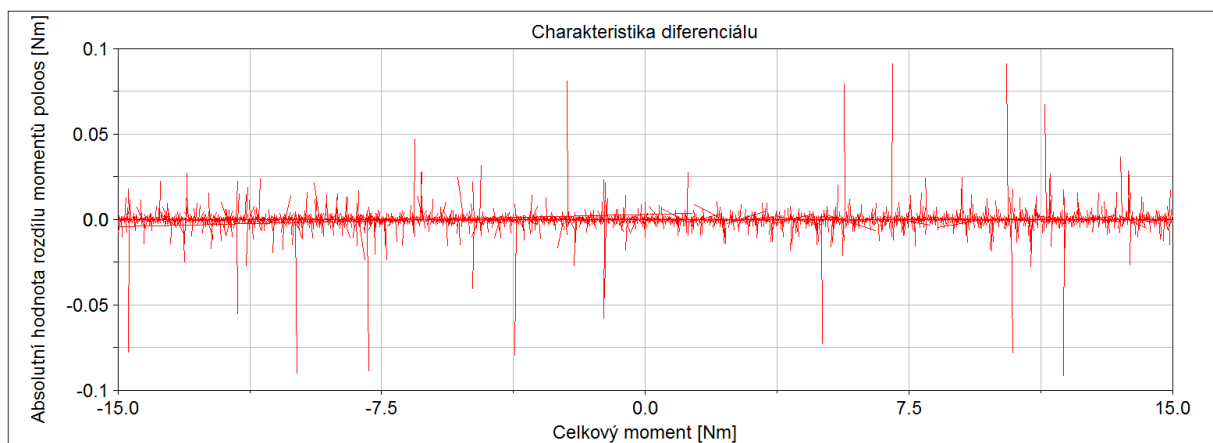
5.1 Otevřený diferenciál

Otevřený diferenciál funguje tak, že při blokaci jednoho z kol na nápravě se druhé bude točit zvýšenou rychlostí. Testování, zda je otevřený diferenciál správně konstruován, lze zjistit ze dvou základních výsledků simulace. Zprvce, při testovací simulaci je názorně vidět, že rozdílné úhlové rychlosti obou kol se "zprůměrují" na rychlost, kterou se točí klec diferenciálu společně s křížovým čepem (viz obr. 32). Díky tomu je ověřeno, že všechny zubové vazby jsou namodelovány správně a dochází ke správným převodům.



Obrázek 32: Úhlové rychlosti levého a pravého kola, klece a křížového čepu

Charakteristika diferenciálu, na které je znázorněn uzamykací poměr, je v programu Adams konstruována tak, že na ose X je součet momentů na torzních pružinách mezi kolem a poloosou na pravé a levé straně. Na ose Y je absolutní hodnota rozdílu stejných momentů, jako na ose X . U otevřeného diferenciálu není žádné uzamykání, čili uzamykací poměr je nulový. Moment se dělí na obě planetová kola rovnoměrně, tudíž na ose Y je prakticky numerická nula. Kvůli způsobu modelování ozubených kol a nepřesné integraci není na ose Y přesná nula. Na obr. 33 je možno vidět tuto charakteristiku otevřeného diferenciálu.



Obrázek 33: Třecí charakteristika otevřeného diferenciálu

Ze dvou výše uvedených výsledků je vidět, že výpočtový model otevřeného diferenciálu je správně vytvořen a odpovídá reálnému chování diferenciálu.

5.2 Třecí síla v samosvorném diferenciálu

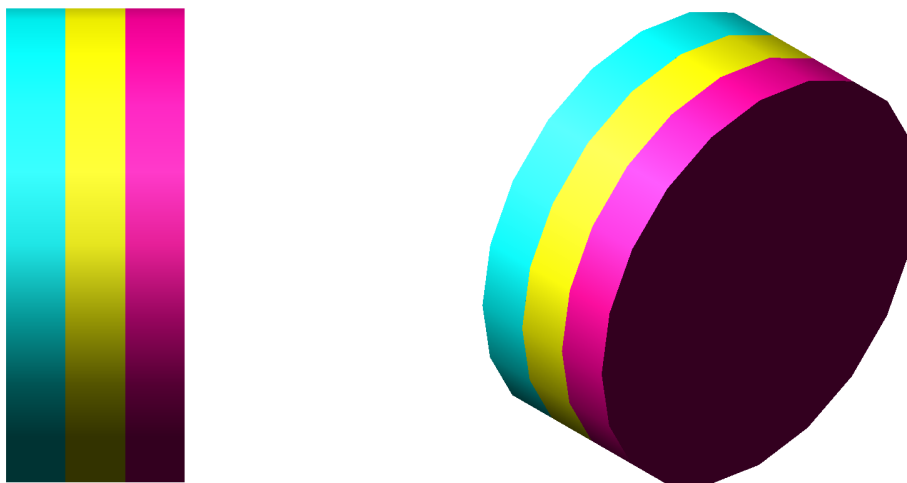
Samosvorný diferenciál je konstruován tak, aby mezi jeho částmi vznikalo velké tření. Jedná se konkrétně o třecí síly mezi vnějšími a vnitřními lamelami, které vytváří samosvornost, neboli omezenost prokluzu. Při jakémkoliv působení kroutícího momentu na skříň diferenciálu dochází k přenosu tohoto momentu na přítláčné kroužky a přes úkosy v kroužcích, které tvoří výřezy ve tvaru nepravidelného kosočtverce, také na křížový čep satelitů. Na těchto výřezech vzniká boční síla, která při změně úhlové rychlosti jednoho z kol na nápravě automobilu, k níž dochází při průjezdu zatáčkou nebo při prokluzu jednoho z kol na nápravě, roztahuje přítláčné kroužky. K tomuto jevu dochází také při brzdění nebo zrychlování automobilu. Tyto kroužky k sobě následně stlačují vnější a vnitřní lamely, mezi nimiž vzniká veliká třecí síla, respektive třecí moment, který uzamkne diferenciál.

Třecí moment působí zpravidla v opačném směru, než je pohyb výstupních hřídelí. Samosvornému diferenciálu se jinak říká také diferenciál se sníženou účinností nebo také diferenciál se zvýšeným třením.

5.2.1 Zavedení třecí síly na jednoduchém modelu

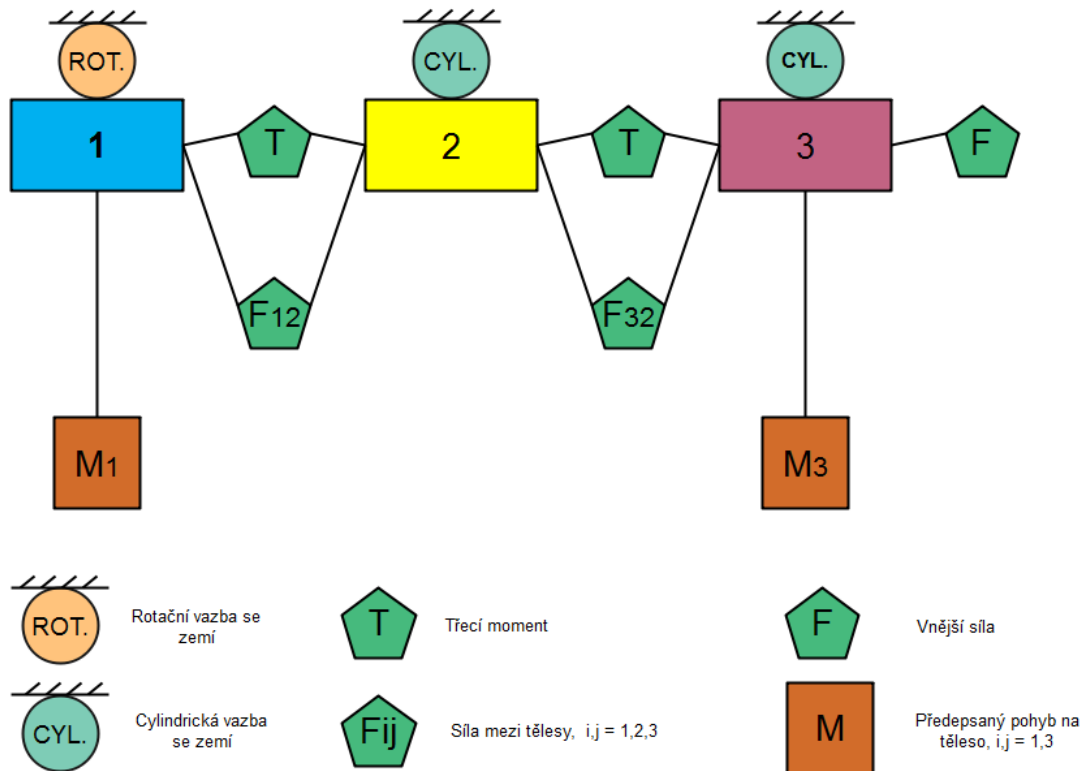
Zavedení třecího momentu do modelu diferenciálu je poměrně složitý proces, proto byl nejdříve zaveden a ověřen na jednodušším modelu, který se skládá ze tří válcových těles se stejnými vlastnostmi. Aplikování do modelu samosvorného diferenciálu, který je velmi komplexní, probíhalo analogicky.

Prvním krokem bylo vytvoření tří stejných válců, jejichž poloměr je roven 20 cm a délka 5 cm. Kotouče se navzájem dotýkají celou jednou plochou kruhového průřezu.



Obrázek 34: Výpočtový model kotoučů pro testování třecího momentu

Výpočtový model odpovídá kinematickému schématu na obr. 35.



Obrázek 35: Kinematické schéma modelu válců

Kotouče byly umístěny v globálním souřadnicovém systému XYZ tak, že jejich střední osa X a jejich central markery mají souřadnice XYZ : $[-0.5, 0, 0]$, $[0, 0, 0]$ a $[0.5, 0, 0]$. Jak již bylo zmíněno výše, central marker je nedílná součást každého modelu, ke kterému se často vážou všechny potřebné veličiny pro výpočty. Jeden krajní kotouč je rotační vazbou svázán s rámem (viz obr. 36 (a) - červená vazba) a zbylé dva kotouče jsou s rámem svázány cylindrickou vazbou (viz obr. 36 (a) - černé vazby), aby byl umožněn rotační a zároveň axiální pohyb po ose X . Následně byla přidána vnější síla na krajní kotouč s válcovou vazbou o velikosti 1000 N (viz obr. 36 (b) - černá šipka směřující do žlutého válce), která způsobuje axiální posuv kotoučů s válcovou vazbou a kontakt, díky němuž je možné vyvolat třecí moment. Nutností bylo zavést také kontaktní síly, které působí navzájem mezi kotouči a představují pomyslnou pružinu mezi nimi. Pro sílu v této pružině platí předpis:

$$F = k \cdot \Delta x, \quad (5.1)$$

kde k je tuhost pružiny a Δx je relativní penetrace těles. V případě tohoto výpočtového modelu bylo vypočteno překrytí 2.5 mm. Po dosazení do výrazu (5.1) je tuhost pružiny rovna $k = 4 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Do finálního výrazu pro tuto sílu je nutné zavést také tlumení, které je rovno derivaci Δx . Pro tento výpočtový model byl zvolen koeficient tlumení $b = 2 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$. Pro třecí sílu platí výraz:

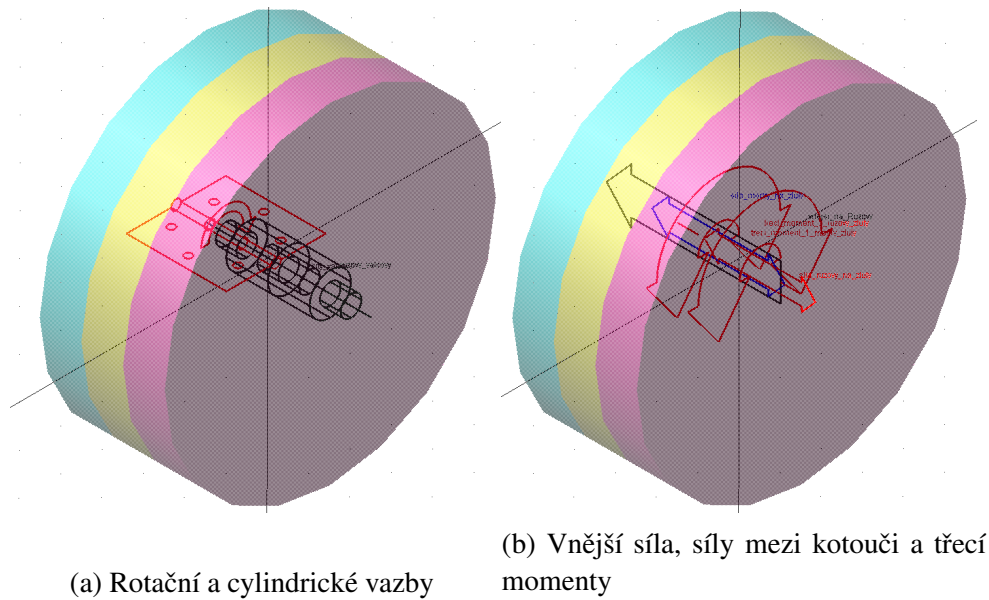
$$T = F \cdot f, \quad (5.2)$$

kde f je koeficient tření a do výpočtového modelu byl zaveden jakožto bezrozměrná konstanta o velikosti $f = 0.1$ (použití pro tření ocel na ocel) pomocí bloku design variable. Pro výsledný

třecí moment, který byl zaveden jakožto síla působící mezi dvěma kotouči (viz obr. 36 (b)-oboustranné půlkruhové šipky), platí výraz:

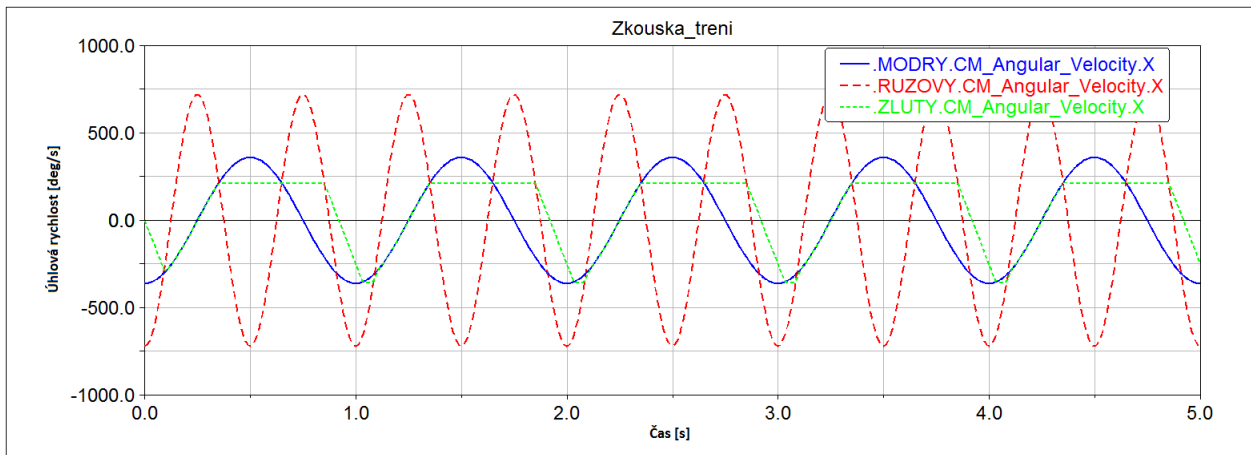
$$M_T = T \cdot r, \quad (5.3)$$

kde T je třecí síla a r je efektivní poloměr, jehož velikost je pro výpočtový model 2/3 poloměru kotoučů.

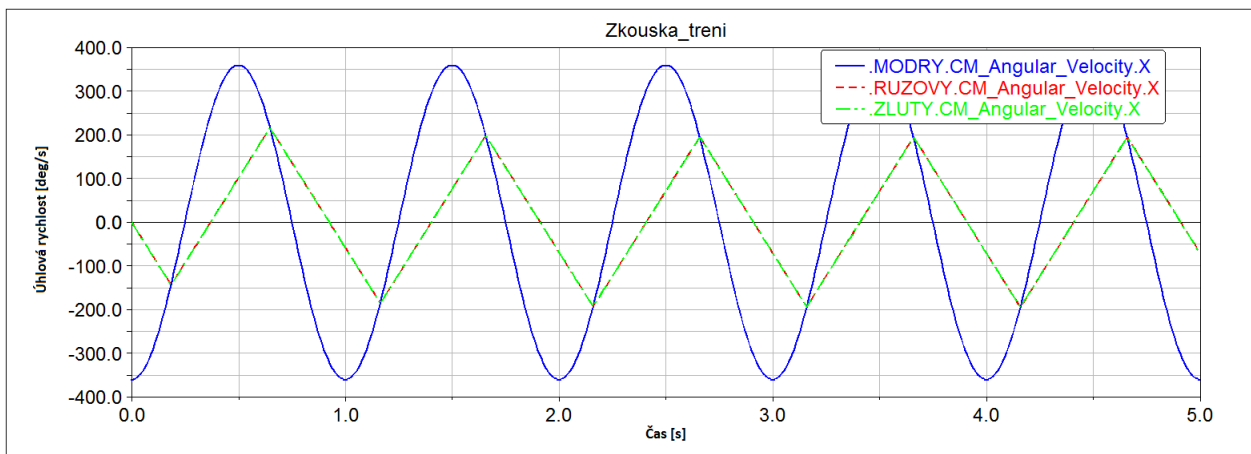


Obrázek 36: Výpočtový model kotoučů s vazbami a silovými účinky

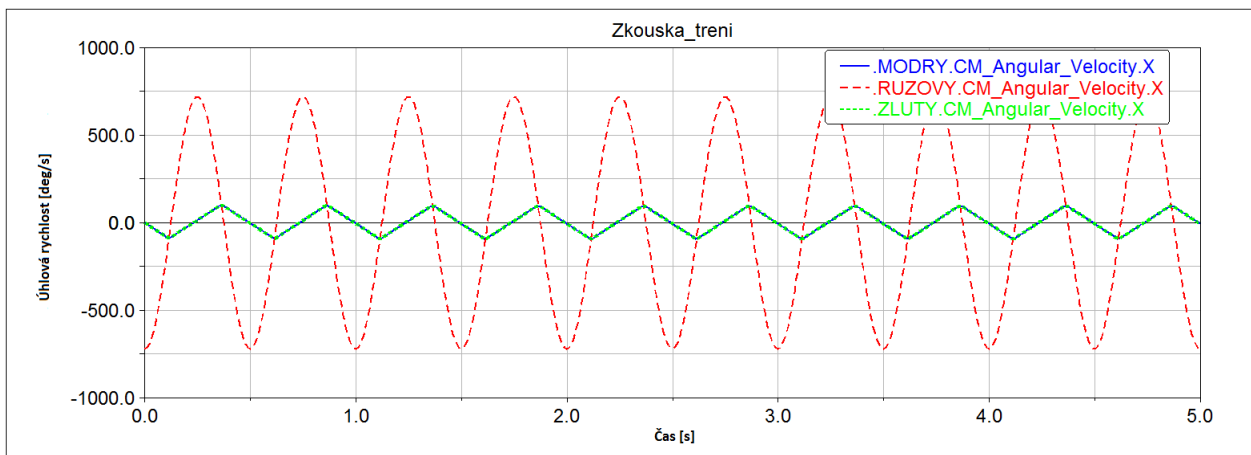
Finální simulace a ověření správnosti třecího momentu probíhá na dvou základních příkladech, které nejvíce odpovídají samosvornému diferenciálu. První, kdy se zavede rotace na oba vnější válce, a druhý, kde je rotace zadána pouze na jeden z krajních válců. Z výsledků simulací je zřejmé, že třecí moment správně funguje. V případě, že je rozdílná rotace předepsána na oba dva krajní kotouče, se výsledná úhlová rychlost prostředního kotouče zprůměruje (viz obr. 37). Pokud je rotace předepisována zvláště na krajní kotouče, třecí moment způsobí, že kotouče bez předepsané rotace mají totožnou úhlovou rychlost, ale pomalejší, než má hnací kotouč (viz obr. 38 a obr. 39)



Obrázek 37: Úhlová rychlost kotoučů, kdy je různá rotace předepsána oběma krajním kotoučům



Obrázek 38: Úhlová rychlost kotoučů pro předepsanou rotaci na modrý kotouč



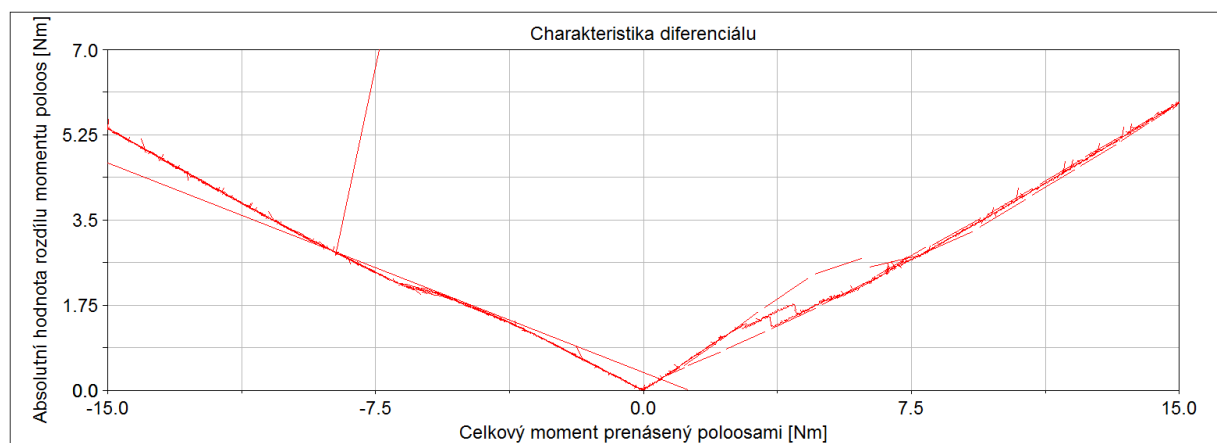
Obrázek 39: Úhlová rychlost kotoučů pro předepsanou rotaci na růžový kotouč

5.3 Samosvorný diferenciál

Simulace u samosvorného diferenciálu probíhala ve stejném časovém úseku, jako u otevřeného diferenciálu, tzn. 130 s. Základním cílem u výpočtového modelu samosvorného diferenciálu je získat momentovou třecí charakteristiku diferenciálu a uzamykací poměr stejně tak, jako tomu bylo u diferenciálu otevřeného. Jelikož u otevřeného diferenciálu nedochází k žádnému zamykání, uzamykací poměr je roven nule. U diferenciálu samosvorného tomu tak ale není, jelikož dochází k uzamčení díky tření mezi lamelami.

Způsob zavedení třecí síly, která je nedílnou součástí samosvorného diferenciálu, byl popsán výše u třech kotoučů. Aby bylo tření mezi lamelami co nejbližší reálnému modelu samosvorného diferenciálu, byl třecí koeficient zvolen 0.1, který se běžně udává pro tření ocel na ocel. Pro třecí moment je nutné určit také efektivní poloměr tření. Stejně jako u třech kotoučů, byla u lamel zvolena tato veličina ve $2/3$ poloměru mezikružší lamel. Třecí síla byla zavedena jako suma všech sil mezi lamelami na pravé a levé straně, které reprezentují kontaktní síly mezi lamelami, vynásobena koeficientem tření. Třecí moment je roven součinu třecí síly a efektivního poloměru.

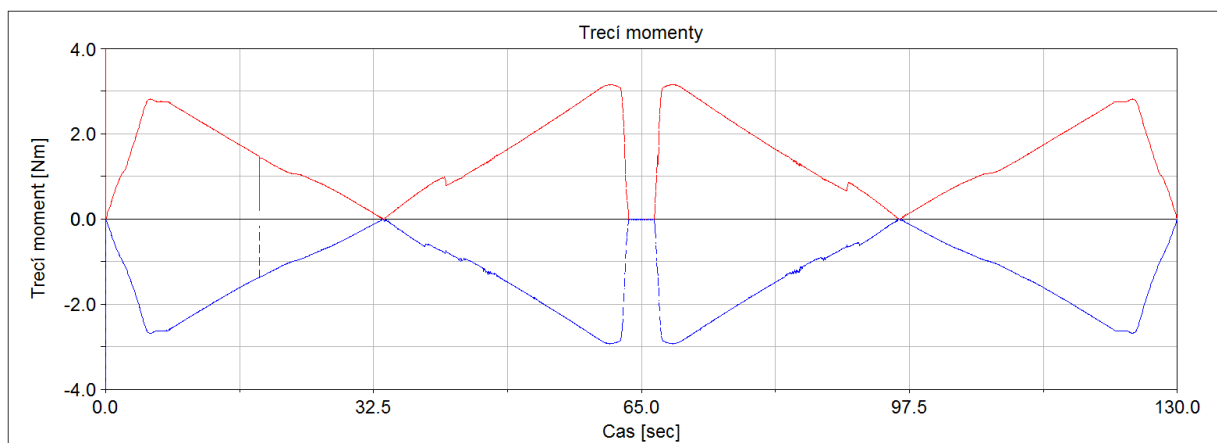
Cílem simulace u samosvorného diferenciálu je vyhodnotit charakteristiku, jejíž výsledek je uzamykací poměr samosvorného diferenciálu, jež se liší od charakteristiky diferenciálu otevřeného. Pro koeficient tření $f = 0.1$, torzní koeficient tlumení $b_T = 1$ Nms/rad, penetration depth nastavenou na 10^{-4} m a efektivní poloměr tření $3.3 \cdot 10^{-2}$ m, je charakteristika samosvorného diferenciálu zobrazena na obr. 40:



Obrázek 40: Výchozí charakteristika diferenciálu

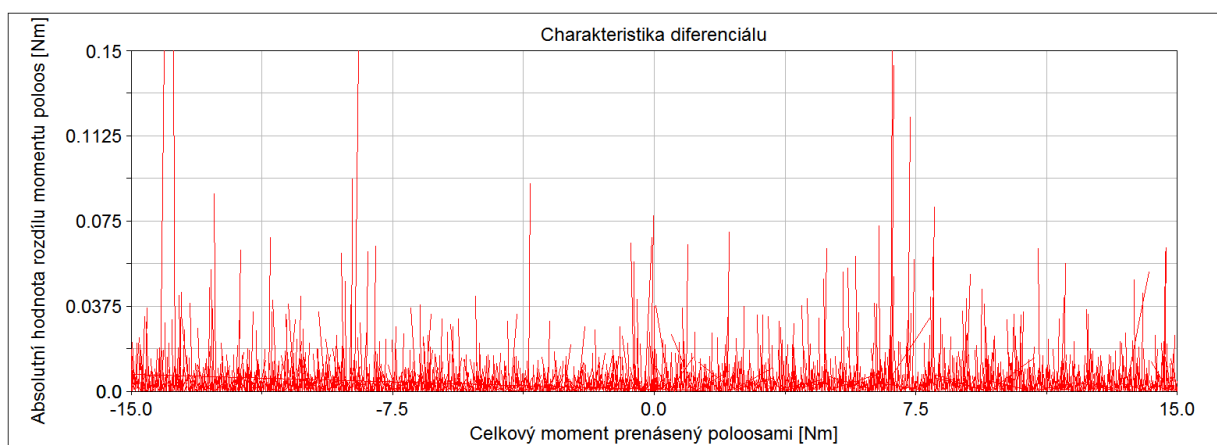
Z výsledné charakteristiky, která bude uvažována jako výchozí, je názorně vidět, že pro pravou stranu grafu (kladná složka osy X), tzn. pro zrychlování, je uzamykací poměr větší než pro levou stranu, kde dochází k brzdění automobilu a uzamykací poměr je menší. Tento jev je způsoben tím, že pro akceleraci je rampa přítláčných kroužků nastavena na menší úhel (40°), než pro deceleraci (50°). Obecně platí, že čím je úhel na rampě menší, tím vzniká větší axiální síla, která stlačuje lamely k sobě a tím pádem vzniká větší tření. Například u závodní Fabie R5 se používají úhly na rampě diferenciálu 45° pro akceleraci a 85° pro deceleraci.

Na obr. 41 je názorně vidět, že třecí moment pro zrychlování a zpomalování má stejný průběh, pouze s opačným znaménkem. Z toho plyne, že levé kolo je zrychlováno a pravé, které je rychlejší, je zpomalováno.



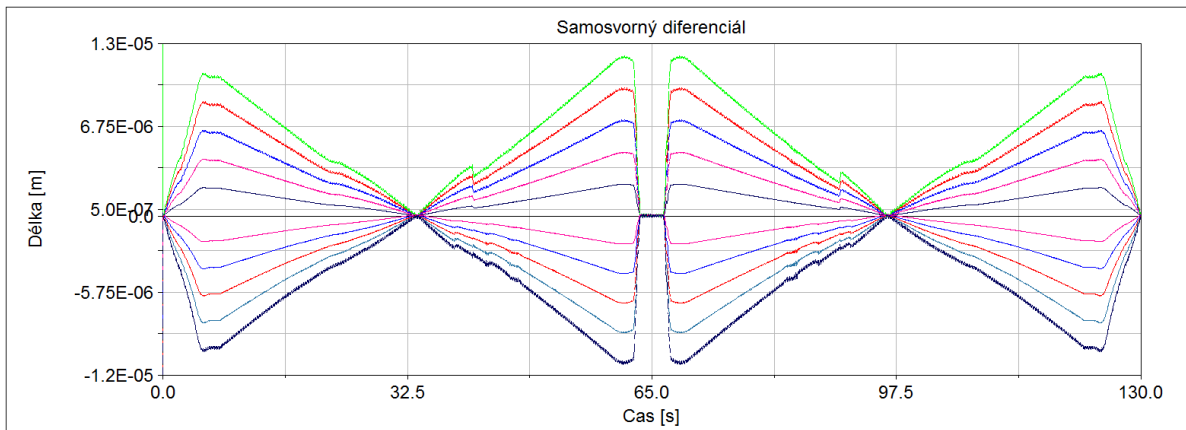
Obrázek 41: Třecí momenty pravého a levého kola

Pokud jsou deaktivovány třecí momenty, samosvorný diferenciál se bude chovat stejně jako otevřený, což znamená, že uzamykací poměr je nulový. Stejně jako u otevřeného diferenciálu se pak moment dělí rovnoměrně na obě planetová kola. Z důvodu modelování ozubených kol a nepřesné integraci není na ose Y přesná nula (viz obr. 42).



Obrázek 42: Charakteristika samosvorného diferenciálu bez třecích momentů

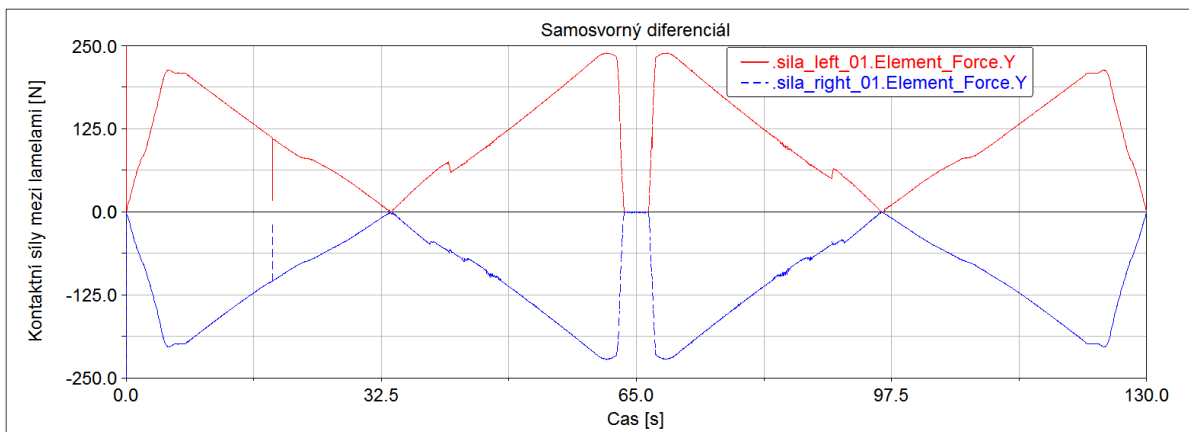
Jak již bylo řečeno výše, třecí momenty vznikají díky vzájemnému kontaktu lamel a přítláč-ných kroužků. Posuvy lamel odpovídají průběhu třecího momentu (viz obr. 43). Mezi lamelami jsou kontaktní síly, jejichž průběh odpovídá také třecím momentům pravé a levé strany (viz obr. 45).



Obrázek 43: Posuvy lamel v průběhu simulace

- .TRANS_left_disc_1_planet.Translational_Displacement.Y
- - - .TRANS_left_disc_2_case.Translational_Displacement.Y
- · · .TRANS_left_disc_3_planet.Translational_Displacement.Y
- · - .TRANS_left_disc_4_case.Translational_Displacement.Y
- .TRANS_left_press_ring_case.Translational_Displacement.Y
- - - .TRANS_right_disc_1_planet.Translational_Displacement.Y
- · · .TRANS_right_disc_2_case.Translational_Displacement.Y
- · - .TRANS_right_disc_3_planet.Translational_Displacement.Y
- .TRANS_right_disc_4_case.Translational_Displacement.Y
- - - .TRANS_right_press_ring_case.Translational_Displacement.Y

Obrázek 44: Legenda k obr. 43

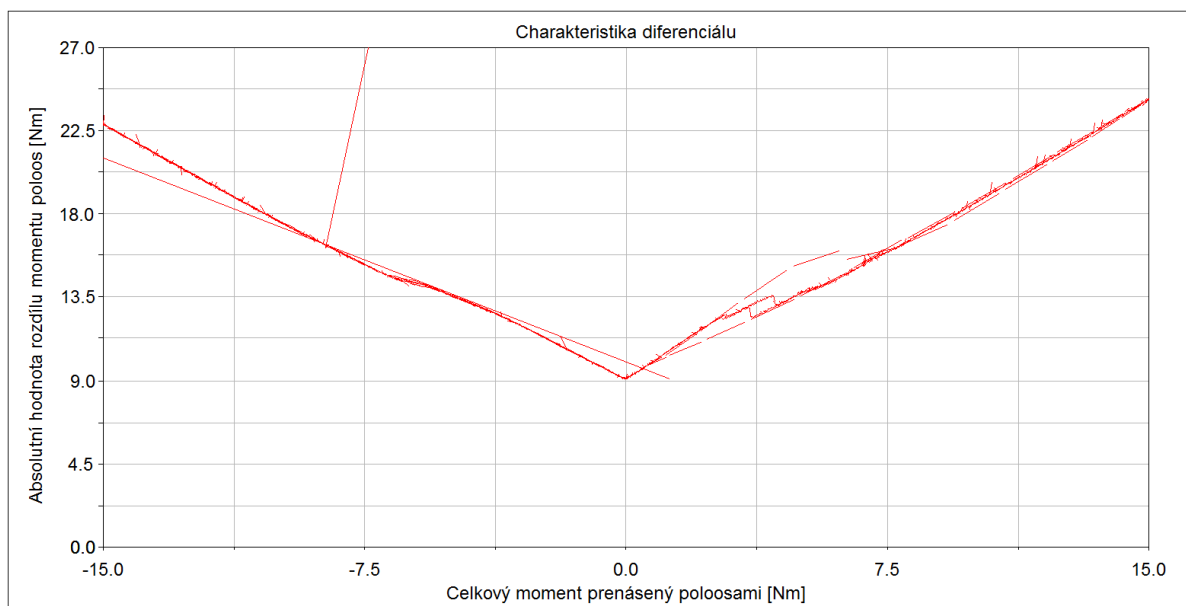


Obrázek 45: Průběh kontaktních sil mezi lamelami

5.3.1 Parametrické studie vlivu vybraných parametrů na charakteristiky diferenciálu

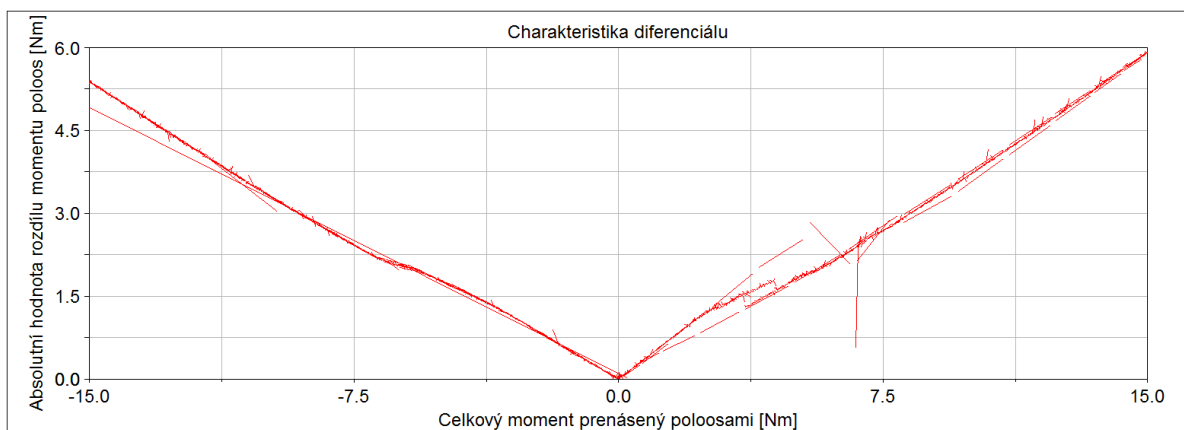
Tato podkapitola je zaměřena na studium charakteristiky diferenciálu s ohledem na drobné změny parametrů ve výpočtovém modelu. Bude provedeno několik parametrických studií a posouzeno, který z parametrů má největší vliv na charakteristiku diferenciálu.

Pokud je přidáno předpětí, které přitlačuje poslední lamelu shora směrem ke kříži, výsledná charakteristika se změní tak, že se posune v kladném směru po ose Y a následně vrchol, respektive globální minimum, již není v nule (viz obr. 46). Velikost předpětí byla zvolena 10 N.



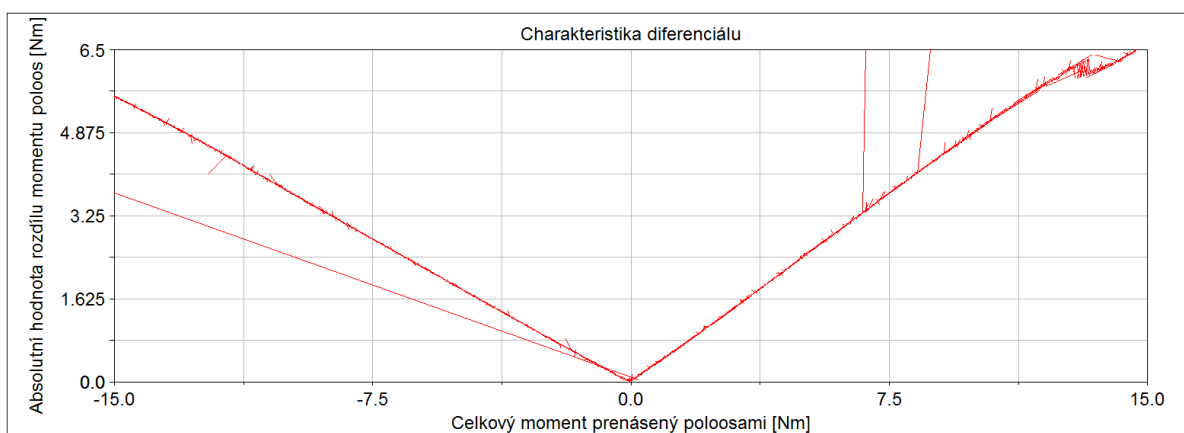
Obrázek 46: Charakteristika diferenciálu s přepětím na krajní pravé lamele

Další parametr, který souvisí s kontaktem mezi přitlačnými kroužky a křížovým čepem a změní charakteristiku, byť nepatrně, je *penetration depth*, respektive délka, na které při výpočtu kontaktní síly postupně roste tlumení v kontaktu z 0 na zavedenou hodnotu. Výchozí simulace měla penetraci v kontaktu mezi přitlačnými kroužky a křížovým čepem nastavenou na 10^{-4} m. Na obr. 47 je možné vidět charakteristiku diferenciálu pro penetraci 10^{-8} m.



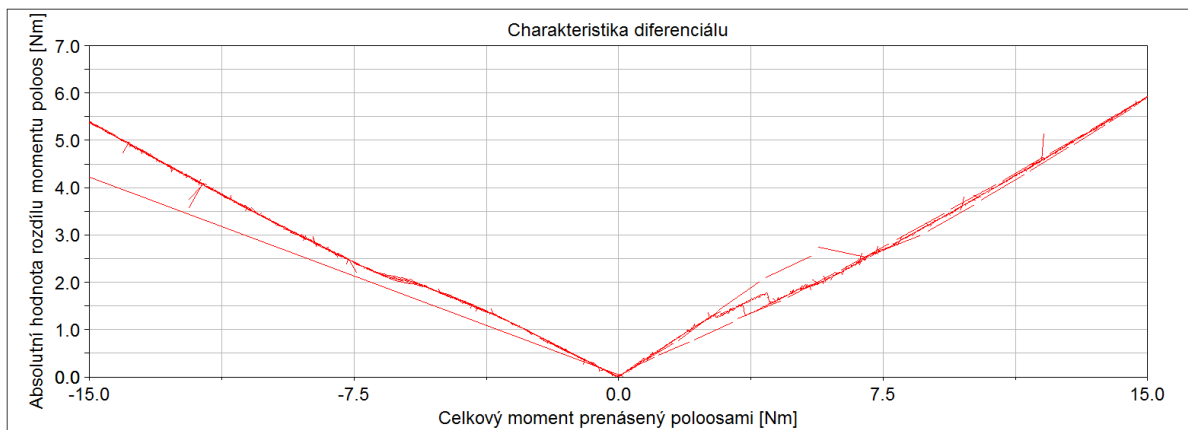
Obrázek 47: Charakteristika diferenciálu s penetrací v kontaktu 10^{-8} m

Co se týče kontaktů, dalším parametrem ovlivňujícím charakteristiku je *force exponent*. Ve výchozí simulaci je silový koeficient nastaven na hodnotu 2.0, na obr. 48 je koeficient při hodnotě 1.8. Z grafu je vidět, že při nižším silovém koeficientu je křivka vyhlazenější. Nicméně jinak se charakteristika nezměnila.

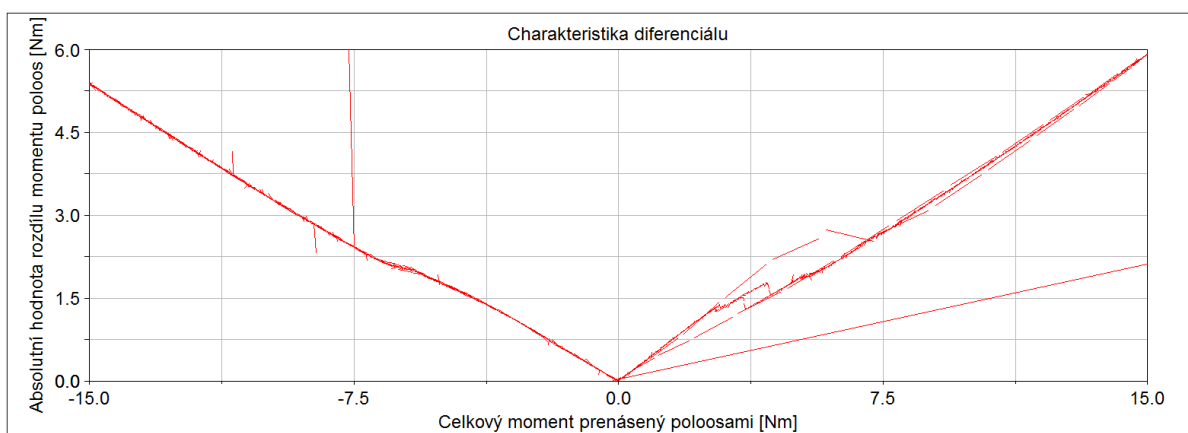


Obrázek 48: Charakteristika diferenciálu se silovým koeficientem 1.8

Ke změně charakteristiky dojde při zvětšení koeficientu torzního tlumení mezi koly a poloosami a také mezi poloosami a planetovými koly. Výchozí simulace měla koeficient tlumení nastaven na hodnotu $b_T = 1$ Nms/rad, na obr. 49 je koeficient tlumení roven $b_T = 10$ Nms/rad a na obr. 50 je koeficient tlumení $b_T = 100$ Nms/rad. Z výsledků je patrné, že koeficient torzního tlumení charakteristiku příliš neovlivňuje.

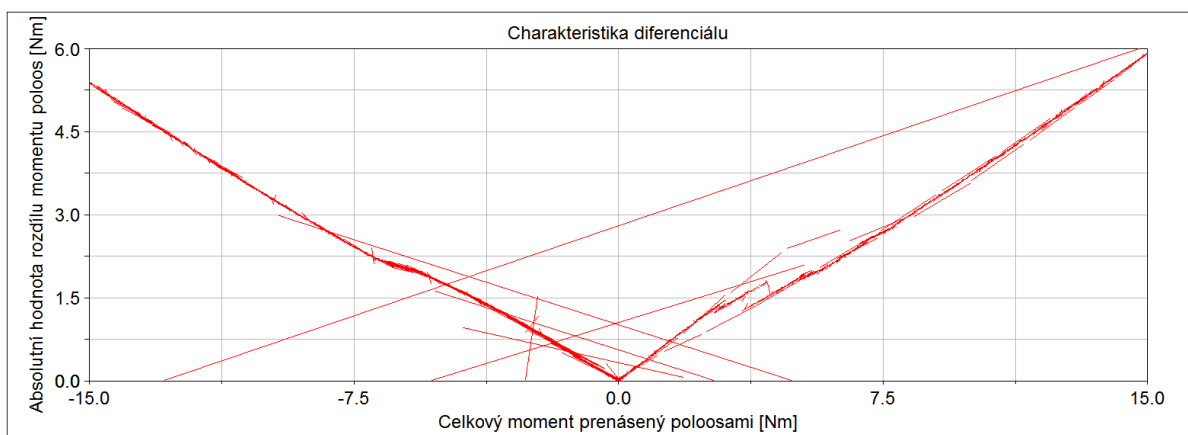


Obrázek 49: Charakteristika diferenciálu s torzním tlumením $b_T = 10$ [Nms/rad]



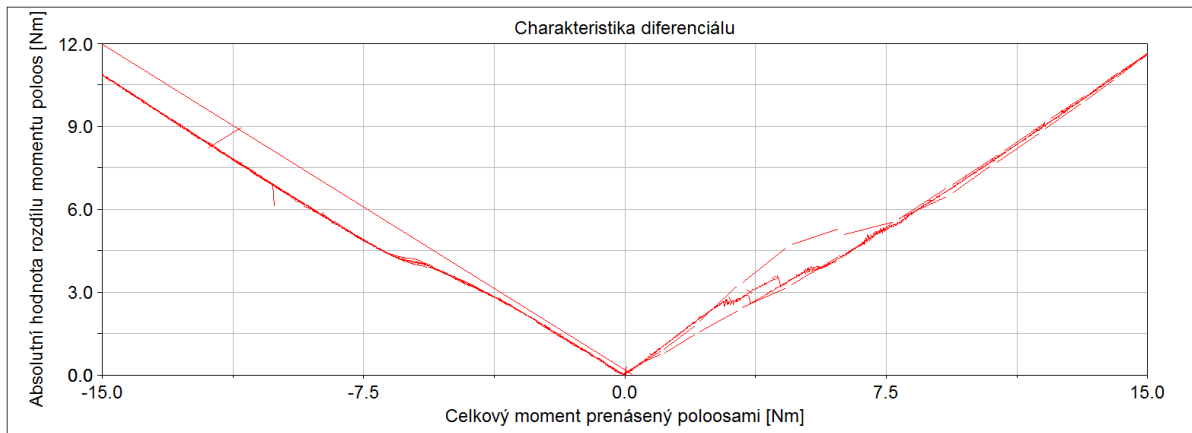
Obrázek 50: Charakteristika diferenciálu s torzním tlumením $b_T = 100$ [Nms/rad]

Mezi další parametry, které příliš neovlivní charakteristiku diferenciálu je tuhostní koeficient v zubových vazbách celého diferenciálu. Ve výchozí simulaci byl tuhostní koeficient $k = 3.2 \cdot 10^8$ N/m. Z obr. 51 je patrné, že výsledná charakteristika se pro nižší tuhost $k = 3.2 \cdot 10^4$ N/m téměř nezměnila. Díky zmenšení tuhosti ozubení se ovšem zvýšilo torzní rozkmitání diferenciálu.



Obrázek 51: Charakteristika diferenciálu s tuhostí v zubových vazbách $k = 3.2 \cdot 10^4$ [N/m]

Dle předpokladů charakteristiku diferenciálu nejvíce ovlivní třecí koeficient. Ve výchozí simulaci byl třecí koeficient nastaven na hodnotu 0.1. Z obr. 52 je možné pozorovat, že zvětšení třecího koeficientu o jednu desetinu na 0.2 zvýší dvakrát hodnoty na ose Y.



Obrázek 52: Charakteristika diferenciálu s koeficientem tření 0.2

6 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit výpočtové modely diferenciálů za účelem vyšetřování jejich třecích charakteristik. Jako vhodný nástroj pro modelování byl zvolen software Adams, určený pro analýzy vázaných mechanických systémů. Výsledné charakteristiky odpovídají předpokladům, tzn. u otevřeného diferenciálu je uzamykací poměr roven nule, naopak u diferenciálu samosvorného průběh charakteristiky není konstantní z důvodu uzamykání během zrychlování a zpomalování automobilu.

U parametrických studií bylo hlavním cílem zjistit, který z parametrů výslednou charakteristiku ovlivní nejvíce. Dle očekávání výsledky nejvíce ovlivní třecí koeficient a axiální předpětí. Dále je možné považovat za vlivný parametr silový koeficient u kontaktů mezi křížovým čepem a přítláčnými kroužky, který výsledný graf charakteristiky lehce vyhladil. Ostatní parametry charakteristiku téměř nezměnily.

Vytvořený model diferenciálu je dále využitelný při návrhu a hodnocení dynamických vlastností vozu formule SAE, který je vyvíjen na Západočeské univerzitě.

Reference

- [1] SLAVÍK, Jaromír, Vladimír STEJSKAL a Vladimír ZEMAN. *Základy dynamiky strojů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1997. ISBN 80-01-01622-6.
- [2] ACHTENOVÁ, Gabriela a TŮMA, Vladislav . *Vozidla s pohonem všech kol*. Praha: BEN –technická literatura, 2009. ISBN 978-80-7300-236-7.
- [3] VIRLEZ, Geoffrey. *Multibody Modelling of Mechanical Transmission Systems in Vehicle Dynamics*. PhD thesis, Universite de Liege, June 2014.
- [4] Mitsubishi-Motors. [online]. *Bezpečnostní systémy podvozku a systémy 4WD vozů Mitsubishi*. [Cit. 3. 17. 2019].
- [5] NOVOTNÝ, Ivan. [online]. *Diferenciál, jak vlastně funguje? - AUTOREVUE.CZ*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na http://www.autorevue.cz/diferencial-jak-vlastne-funguje_4
- [6] JAN, Zdeněk a ŽDÁNSKÝ, Bronislav. *Automobily 2: převody*.3.vydání. Brno: 2004. ISBN 978-80-87143-12-4.
- [7] JAN, Zdeněk a ŽDÁNSKÝ, Bronislav. *Výkladový automobilový slovník*. Brno: 2003. ISBN 80-7226-986-0.
- [8] Torsen differential. [online]. *Audi* [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <http://m.audi-quattro-highlights.de/en/aqh/Technologies/Torsen-differential>
- [9] Mathworks. [online]. *Open differential* [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://www.mathworks.com/help/autoblks/ref/pendifferential.html>.
- [10] Elektronická učebnice, Olomoucký kraj. [online]. *Konstrukce rozvodovky - stálý převod*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/1479>.
- [11] NĚMEC, V. Investice do rozvoje vzdělávání [online]. *Rozvodovky*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://www.spszengrova.cz/texty/texty/SIV/Rozvodovky-UT.pdf>.
- [12] Katedra vozidel a motorů. Fakulta strojní, technická univerzita v Liberci. [online]. *Teorie vozidel*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <http://www.kvm.tul.cz/getFile/id:2783>
- [13] Mladý mechanik [online]. *Rozvodovky a diferenciály*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <http://mladymechanik.webnode.sk/okruhy/rozvodovky/>
- [14] MX-5 NUTZ [online]. *Differentials forum*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <http://www.mx5nutz.com/forum/index.php?showtopic=104651>
- [15] MX-5 NUTZ [online]. *Differentials forum*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <http://www.mx5nutz.com/forum/index.php?showtopic=104651>.

- [16] Tundra solutions [online]. *Project traction*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://www.tundrasolutions.com/forums/tundra/90666-project-traction/>
- [17] VLK, František. *Převody motorových vozidel*. Brno: 2000. ISBN 80-238-5275-2.
- [18] Dana Incorporated [online]. *Electronic Limited Slip Differential technology for light vehicles*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://www.youtube.com/watch?v=RikvtuZ32BY>
- [19] HowStuffWorks. LAMB, Robert [online]. *What is an eLSD?* [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://auto.howstuffworks.com/elstd2.htm>
- [20] International Journal of Automotive Technology [online]. *DEVELOPMENT OF A HYDRAULIC LIMITED SLIP DIFFERENTIAL SYSTEM USING A PRESSURE GENERATOR*. Copyright © 2008 KSAE 1229-9138/2008/040-09.
- [21] Mathworks [online]. *Limited Slip Differential with Clutches*. [Cit. 3. 17. 2019]. Dostupné na <https://www.mathworks.com/help/physmod/sdl/examples/limited-slip-differential-with-clutches.html>
- [22] BERNADES, Marc Ollé. Chalmers University of Technology [online]. *Torque split between left and right drive shaft over a front wheel drive differential*. [Cit. 3. 17. 2019].
- [23] LSD differentials [online]. *Introduction to Limited Slip Differentials (LSD)*. [Cit. 5. 1. 2019]. Dostupné na http://club4ag.com/faq_and_tech_pages/limited_slips_differential_101.htm
- [24] Autorubrik [online]. [Cit. 5. 1. 2019]. Dostupné na <http://www.autorubrik.sk/clanky/ako-funguje-spojka-haldex/>
- [25] Audiklub.cz [online]. [Cit. 5. 1. 2019]. Dostupné na <https://audiklub.cz/techwiki/haldex>
- [26] Wikipedia [online]. *Computer aided engineering*). [Cit. 4. 10. 2019]. Dostupné na https://cs.wikipedia.org/wiki/Computer_aided_engineering
- [27] Wikipedia [online]. *Mechanika tuhého tělesa*. [Cit. 5. 12. 2019]. Dostupné na https://cs.wikipedia.org/wiki/Mechanika_tuh%C3%A9ho_t%C4%9Blesa
- [28] BROUSIL, J., SLAVÍK, J., ZEMAN, V. *Dynamika*, Praha, SNTL, 1989

Seznam obrázků

1	Jednotlivé dráhy kol při průjezdu zatáčkou, převzato z [4]	2
2	Princip funkce diferenciálu: a) přímá jízda, b) průjezd zatáčkou, převzato z [4] .	3
3	Otevřený diferenciál, převzato z [9]	4
4	Čelní diferenciál, převzato z [11]	5
5	Kuželový diferenciál, převzato z [10]	6
6	Závěra diferenciálu (červená barva), převzato z [12]	7
7	Haldex spojka, převzato z [25]	8
8	a) LSD diferenciál - schéma, b) pohyby přítlačných kroužků, převzato z [23] . .	9
9	Elektronický samosvorný diferenciál, převzato z [18]	10
10	Hydraulický samosvorný diferenciál, převzato z [20]	10
11	Diferenciál Torsen - typ A, převzato z [14]	12
12	Diferenciál Torsen - typ B, převzato z [15]	12
13	Diferenciál Torsen - typ C, převzato z [16]	13
14	Viskózní spojka, převzato z [17]	14
15	ASD systém, převzato z [3]	14
16	Kinematické schéma otevřeného diferenciálu	22
17	Model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS	23
18	Model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS	23
19	Model otevřeného diferenciálu se skříní v programu ADAMS	24
20	Kompletní model otevřeného diferenciálu v programu ADAMS	24
21	Momentová funkce levé planety působící na satelit č. 4 v programu ADAMS .	26
22	Vizualizace vazeb - connectors (rotační vazby a pevná vazba)	26
23	Kinematické schéma samosvorného diferenciálu	27
24	Výpočtový model samosvorného diferenciálu	28
25	Lamely s vnitřním (6) a vnějším (7) ozubením	28
26	Zubové vazby vnějších a vnitřních lamel	29
27	Vazby, pružiny a momenty	30
28	Kompletní vizualizace modelu samosvorného diferenciálu	30
29	Graf testovací rychlosti vozidla v závislosti na čase použité pro pravé kolo . . .	32
30	Graf testovací rychlosti vozidla v závislosti na čase použité pro levé kolo	33
31	Graf testovacího momentu v závislosti na čase	33
32	Úhlové rychlosti levého a pravého kola, klece a křížového čepu	34
33	Třecí charakteristika otevřeného diferenciálu	34
34	Výpočtový model kotoučů pro testování třecího momentu	35
35	Kinematické schéma modelu válců	36
36	Výpočtový model kotoučů s vazbami a silovými účinky	37
37	Úhlová rychlost kotoučů, kdy je různá rotace předepsána oběma krajním ko- toučům	38
38	Úhlová rychlost kotoučů pro předepsanou rotaci na modrý kotouč	38
39	Úhlová rychlost kotoučů pro předepsanou rotaci na růžový kotouč	38
40	Výchozí charakteristika diferenciálu	39
41	Třecí momenty pravého a levého kola	40
42	Charakteristika samosvorného diferenciálu bez třecích momentů	40
43	Posuvy lamel v průběhu simulace	41
44	Legenda k obr. 43	41

45	Průběh kontaktních sil mezi lamelami	41
46	Charakteristika diferenciálu s přepětím na krajní pravé lamele	42
47	Charakteristika diferenciálu s penetrací v kontaktu 10^{-8} m	43
48	Charakteristika diferenciálu se silovým koeficientem 1.8	43
49	Charakteristika diferenciálu s torzním tlumením $b_T = 10$ [Nms/rad]	44
50	Charakteristika diferenciálu s torzním tlumením $b_T = 100$ [Nms/rad]	44
51	Charakteristika diferenciálu s tuhostí v zubových vazbách $k = 3.2 \cdot 10^4$ [N/m]	44
52	Charakteristika diferenciálu s koeficientem tření 0.2	45