

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ELEKTROENERGETIKY A EKOLOGIE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Elektrodynamické síly při ohřevech elektromagnetickou
indukcí**

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
Fakulta elektrotechnická
Akademický rok: 2018/2019

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Jan MARIŇÁK**
Osobní číslo: **E16N0106P**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektroenergetika**
Název tématu: **Elektrodynamické síly při ohřevech elektromagnetickou indukcí**
Zadávající katedra: **Katedra elektroenergetiky a ekologie**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Uveďte fyzikální princip ohřevů elektromagnetickou indukcí.
2. Popište vznik elektrodynamických sil při tavení konstrukční oceli v indukční kelímkové peci 2,5 t /200 Hz.
3. Uveďte důsledky působení elektrodynamických sil na vsázku.
4. Navrhněte možnosti k omezení vlivu elektrodynamických sil na vsázku.
5. Vyslovte závěry pro praxi.

Rozsah grafických prací: podle doporučení vedoucího
Rozsah kvalifikační práce: 40 - 60 stran
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

1. Literaturu určí vedoucí práce při předběžném kontaktu.
2. Rudnev V.: Handbook of Induction Heating, CRC - USA.

Vedoucí diplomové práce: Prof. Ing. Jiří Kožený, CSc.
Katedra elektroenergetiky a ekologie

Datum zadání diplomové práce: 5. října 2018
Termín odevzdání diplomové práce: 30. května 2019


Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D.
děkan




Doc. Ing. Karel Noháč, Ph.D.
vedoucí katedry

V Plzni dne 5. října 2018

Abstrakt

Předkládaná diplomová práce je zaměřena na elektrodynamické síly, které vznikají při tavení kovů v indukčních kelímkových pecích. První část práce je zaměřena na stručnou teorii indukčního ohřevu. V další části je vysvětlena teorie elektrodynamických sil a dále je práce zaměřena na jejich vznik a na důsledky, které elektrodynamické síly při tavení způsobují. Část práce je zaměřena na princip kelímkových pecí, jejich stínění a vysvětlení teorie a důsledků elektromagnetické průzařnosti. V závěrečné části práce jsou provedeny výpočty pro zjištění, jak je možné důsledky působení elektrodynamických sil vhodně omezit pro efektivní tavení kovů.

Klíčová slova

Indukční ohřev, indukční kelímková pec, elektrodynamické síly, elektromagnetická průzařnost, víření a vzduť, tavení kovů

Abstract

The presented master thesis is focused on the theory of electrodynamic forces generated by melting metals in induction crucible furnaces. The first part is focused on a brief theory of induction heating. The next part explains the theory of electrodynamic forces and then the work is focused on their origin and on the consequences that electrodynamic forces cause during melting. Part of the thesis is focused on the principle of crucible furnaces, their shielding and explanation of theory and consequences of electromagnetic transparency effect. In the final part of thesis, calculations are made to determine the limitations of the effects of electrodynamic forces for efficient metal melting.

Key words

Induction heating, induction crucible furnace, electrodynamic forces, electromagnetic transparency effect, whirling and heaving, melting of metals

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této diplomové práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této diplomové práce, je legální.

.....

podpis

V Plzni dne 22.5.2019

Jan Mariňák

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jiřímu Koženému, CSc. za cenné profesionální rady, za pravidelné nápomocné konzultace a za celkové vedení mé práce.

Obsah

ÚVOD	1
1 OHŘEVY ELEKTROMAGNETICKOU INDUKČÍ	2
1.1 TEORETICKÉ ZÁKLADY VZNIKU TEPLA ELEKTROMAGNETICKOU INDUKČÍ	2
1.2 TEORIE OHŘEVU ELEKTROMAGNETICKOU INDUKČÍ	3
1.2.1 1. a 2. Maxwellova rovnice v diferenciálním tvaru	3
1.2.2 Vyjádření obecných vlnových rovnic	4
1.2.3 Curieho teplota	5
1.3 POROVNÁNÍ INDUKČNÍCH OHŘEVŮ S JINÝMI DRUHY OHŘEVU	5
1.3.1 Naměřené a vypočítané hodnoty	6
1.3.2 Technologie využívající indukční ohřev	8
2 ELEKTRODYNAMICKÉ SÍLY	8
2.1 TEORIE VZNIKU ELEKTRODYNAMICKÝCH SIL	8
2.2 MAGNETOHDRODYNAMIKA	9
2.3 LORENTZOVA SÍLA	11
2.3.1 Vznik Lorentzovy síly ve vsázce	11
3 INDUKČNÍ KELÍMKOVÉ PECE	12
3.1 PRINCIP KELÍMKOVÉ PECE	12
3.2 ODVOZENÍ ELEKTRODYNAMICKÉHO TLAKU VE VSÁZCE	13
3.3 VYJÁDŘENÍ ELEKTRODYNAMICKÉHO TLAKU VE VSÁZCE S VELKÝM ARGUMENTEM X_2	16
3.4 TLAK P_{3s} V ZÁVISLOSTI NA POLOMĚRU R_3 , U VSÁZKY S VELKÝM ARGUMENTEM X_2	19
3.5 ELEKTRODYNAMICKÝ TLAK U CÍVKY A VSÁZKY KONEČNÉ DÉLKY	20
3.6 JINÉ VYJÁDŘENÍ ELEKTRODYNAMICKÉHO TLAKU VE VSÁZCE	21
3.7 VÍŘENÍ A VZDUTÍ TAVENINY UVNITŘ KELÍMKU	22
3.8 ELEKTROMAGNETICKÁ PRŮZAŘNOST	23
3.8.1 Vysvětlení elektromagnetické průzařnosti	24
3.9 STÍNĚNÍ INDUKČNÍCH KELÍMKOVÝCH PECÍ	27
3.9.1 Stínění elektricky vodivým pláštěm	27
3.9.2 Stínění pomocí svazků transformátorových plechů	30
3.10 UŽITÍ TAVÍCÍCH KELÍMKOVÝCH PECÍ V PRAXI	30
4 VÝPOČET PARAMETRŮ INDUKČNÍ KELÍMKOVÉ PECE 2,5T/200 HZ	31
4.1 VÝPOČET ROZMĚRŮ	31
4.2 VÝPOČET VZDUTÍ	32
4.2.1 Změna vzdutí s ohledem na kmitočet	34
4.2.2 Omezení pro kmitočet 50 Hz	35

4.2.3	<i>Omezení vzdutí změnou délky induktoru l_1</i>	40
5	ZÁVĚR	42

Seznam symbolů a zkratek

B (T)	magnetická indukce
H ($A \cdot m^{-1}$)	intenzita magnetického pole
E ($V \cdot m^{-1}$)	intenzita elektrického pole
J ($A \cdot m^{-2}$)	proudová hustota
η (–)	účinnost
U (V)	napětí
I (A)	proud
R (Ω)	činný odpor
P (W)	výkon
γ ($S \cdot m^{-1}$)	měrná elektrická vodivost
μ_0 ($H \cdot m^{-1}$)	permeabilita vakua
ϵ_0 ($F \cdot m^{-1}$)	permitivita vakua
μ_R (–)	relativní permeabilita
ϵ_R (–)	relativní permitivita
f (Hz)	frekvence
ω (s^{-1})	úhlová frekvence
a (m)	hloubka vniku
S (m^2)	plocha
d (m)	průměr
l (m)	délka
m (kg)	hmotnost
ρ ($kg \cdot m^{-3}$)	měrná hustota
s ($kg \cdot m^{-3}$)	měrná hmotnost
ρ ($\Omega \cdot m$)	měrný odpor
h (m)	výška teoretického vzduť
p_{os} (Pa)	elektrodynamický tlak

dP_r (N)	síla působící na plochu dF (m^2)
q (W/m^2)	měrný příkon
V (m^3)	objem
r (m)	poloměr
dp_r (N/m^2)	měrný tlak ve vsázce
P_{21} ($W \cdot m^{-1}$)	vzniklé teplo ve vsázce
v ($m \cdot s^{-1}$)	rychlost vlnění

Úvod

Indukční ohřev je v dnešní době jeden z nejvyužívanějších elektrotepelných procesů. Důvodem jeho častého využívání je jeho vysoká účinnost a rychlost ohřevu, která je způsobená tím, že teplo vzniká přímo v zahřívané vsázce a tudíž zde nedochází k žádnému přestupu tepla, který by způsoboval tepelné ztráty. Při průchodu střídavého proudu vodičem vznikne elektromagnetické pole v okolí vodiči. Pokud do toho vodiče vložíme vodivou vsázku, vlivem střídavého elektromagnetického pole se do vsázky naindukují vířivé proudy, které způsobí její ohřev.

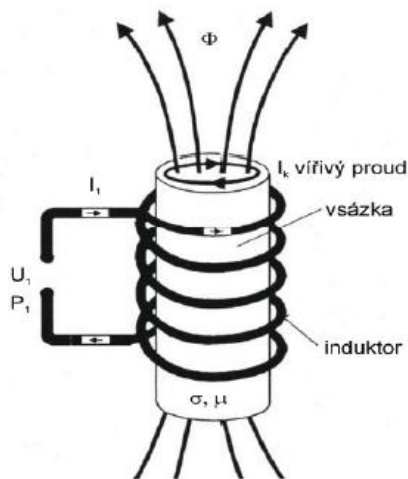
Tento princip ohřevu je využíván u indukčních kelímkových pecí, ve kterých protéká střídavý proud induktorem a v jeho elektromagnetickém poli dochází k tavení potřebného materiálu, který je uložen v nevodivém kelímku. Během tavení je zapotřebí, aby se materiál roztavoval rovnoměrně a aby při tavicím procesu nedošlo k vylévání taveniny ven z kelímku. Tyto činnosti ovlivňují víření a vzduť taveniny. Víření a vzduť jsou základní vlastnosti každého tavení v kelímkové peci, které určují výsledné parametry pece. Tyto vlastnosti jsou ovlivňovány různými faktory. Před začátkem tavení musíme předpokládat výslednou hodnotu vzduť, které ovlivňují elektrodynamické síly, jenž při ohřevu na taveninu působí. V této diplomové práci se budu zabývat způsoby, jak tyto síly omezit, aby nedocházelo k neočekávanému chování taveniny. Zjistíme, jak lze elektromagnetické síly odstínit a jak je ovlivňuje zadaný kmitočet induktoru a jeho umístění v prostoru pece.

1 Ohřevy elektromagnetickou indukcí

1.1 Teoretické základy vzniku tepla elektromagnetickou indukcí

Ohřevy elektromagnetickou indukcí lze provozovat pouze u elektricky vodivých materiálů. Zahřívání vodivého předmětu způsobují vířivé proudy, které se v něm indukují, pokud je předmět vložen do střídavého magnetického pole. Indukční ohřev lze zjednodušeně přirovnat k transformátoru, u kterého je sekundární vinutí představováno vsázkou a je spojeno nakrátko. Indukční ohřev není realizován tepelným spádem, jako tomu je například při ohřevech v elektrických odporových pecích (eventuálně ve pecích plynných), ale teplo je dopravováno do vsázky střídavým magnetickým polem. Teplo tedy vzniká přímo ve vsázce a díky tomu se stává vsázka nejteplejším objektem celé ohřívací soustavy. Všechny ostatní části soustavy mohou být studené. Toto je jedna z největších výhod indukčních ohřevů. Vsázka není s ničím mechanicky vázaná a nedochází tudíž k tepelným ztrátám při přechodu tepla z teplejšího do studenějšího materiálu.

Ohřev elektromagnetickou indukcí umožňuje realizovat velké měrné příkony do vsázky. U tohoto typu ohřevu lze ovlivnit rozložení teplotního pole ve vsázce vhodnou volbou kmitočtu napájecího proudu induktoru, ve kterém je vsázka vložena. [10,13]



Obr.1: Vznik tepla v indukčních zařízeních [13]

Ohřev elektromagnetickou indukcí si můžeme vysvětlit tak, že se vlastně jedná o přeměnu elektromagnetického vlnění na energii tepelnou. Při dopadu elektromagnetického vlnění na předmět z vodivého materiálu dojde k částečnému odrazu vlnění a část vlnění

projde do vodivého materiálu. Průchodem vlnění do vodivého materiálu dochází k vybuzení vířivých proudů.

V materiálu jsou obsaženy volné elektrony, u kterých dojde v důsledku vzniku vířivých proudů ke zvýšení kinetické energie. U těchto volných elektronů dochází ke srážkám s dalšími částicemi a elektrony začnou těmto částicím předávat svoji kinetickou energii. Vlivem předání kinetické energie se částice více rozkmitají a díky tomu dojde k růstu termodynamické teploty daného vodivého materiálu. U elektromagnetického vlnění dochází k utlumení v elektricky vodivém prostředí a energie se nemění jen na energii tepelnou, ale i na mechanickou energii. Díky tomu, že u ohřevů elektromagnetickou indukcí se uvažují periodické děje, tak se mechanická energie dále mění na tepelnou energii. Tento jev můžeme považovat za výhodu ohřevů elektromagnetickou indukcí, protože teplo vznikne přímo v daném materiálu, díky čemu se následně docílí menších tepelných ztrát a dosáhne se vyšší rychlosti ohřevu v porovnání např. s odporovým nepřímým ohřevem. [9,10,13]

1.2 Teorie ohřevu elektromagnetickou indukcí

Teorie vzniku ohřevu elektromagnetickou indukcí vychází z elektrodynamiky, která vyplývá z Maxwellových rovnic. Maxwellovy rovnice dávají vlnový charakter elektromagnetickému vlnění.

Elektromagnetické pole u indukčních ohřevů lze popsat pomocí vlnových rovnic. Vlnové rovnice jsou odvozeny rotací a vektorovým počtem aplikovaným na 1. a 2. Maxwellovu rovnici v diferenciálním tvaru. [12]

1.2.1 1. a 2. Maxwellova rovnice v diferenciálním tvaru

Maxwellovy rovnice jsou vyjádřené za pomoci vektoru intenzity elektrického pole E [V/m], vektoru intenzity magnetického pole H [A/m], permitivity a permeability:

$$1. \operatorname{rot} H = \gamma E + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$2. \operatorname{rot} E = -\mu_0 \mu_r \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ [H/m]} \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ [F/m]} \quad (1.4)$$

1.2.2 Vyjádření obecných vlnových rovnic

Magnetická složka je vyjádřena rovnicí:

$$\nabla^2 H = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial H}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1.5)$$

Elektrická složka je vyjádřena rovnicí:

$$\nabla^2 E = \gamma \mu_0 \mu_r \frac{\partial E}{\partial t} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \text{grad} \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad (1.6)$$

Pro odvození výsledného tvaru vlnových rovnic neuvažujeme volné náboje ρ , tedy předpokládáme, že $\rho = 0$. Následně rovnice uvažujeme ve dvou rozdílných prostředích: v elektricky vodivém a v elektricky nevodivém. V elektricky vodivém prostředí zanedbáme ε a v magneticky vodivém prostředí zanedbáme γ . Výsledný tvar obecných vlnových rovnic je:

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (1.8)$$

(Celý postup odvození je proveden v mé předchozí bakalářské práci [9] a vychází ze skript [12])

k - konstanta šíření elektromagnetického vlnění

$$k^2 = (\omega^2 \mu \varepsilon - j \omega \mu \gamma) \quad (1.9)$$

$$k^2 = -j \omega \mu \gamma \dots \text{hodnota } k^2 \text{ ve vodivém prostředí} \quad (1.10)$$

$$k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon \dots \text{hodnota } k^2 \text{ v nevodivém prostředí } (\gamma = 0) \quad (1.11)$$

∇^2 v rovinných souřadnicích vlnění:

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \quad (1.12)$$

Pro zjednodušení uvažujeme derivace pouze ve směru osy x (jednosměrné vlnění ve směru osy x), derivace ve směru osy y a z jsou nulové.

∇^2 ve válcových souřadnicích:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \quad (1.13)$$

Ve válcových souřadnicích závisí elektromagnetické vlnění pouze na poloměru r (předpoklad nekonečně dlouhého válce). Derivace podle Φ a z budou nulové. [12]

1.2.3 Curieho teplota

Curieho teplota je bod při zahřívání kovového, magnetického materiálu, ve kterém ohříváný materiál dosáhne teploty, kdy ztrácí své magnetické vlastnosti. Při překročení této teploty se z feromagnetických materiálů (s permanentním magnetickým polem) se stávají materiály paramagnetické. Dochází k tomu v důsledku toho, že hodnota tepelné energie v materiálu překročila hodnotu energie magnetické interakce. Překročení Curieho bodu při indukčních ohřevech má za následek změnu rozložení teplotního pole v zahříváném materiálu. [2]

Tab.1: Příklady Curieho bodu pro různé materiály[2]:

Materiál (-)	Curieho bod (°C)
Ni	354
Fe	770
Co	1115
AlNiCo	850

1.3 Porovnání indukčních ohřevů s jinými druhy ohřevu

Na jednoduchém měření si ukážeme porovnání účinnosti jednotlivých druhů ohřevů. Měření je provedeno pro nepřímý odporový ohřev, indukční ohřev a mikrovlnný ohřev. Jedná se o ohřev 1l vody na 95°C (u mikrovlnného ohřevu na teplotu, které dosáhne po 240 sekundách ohřevu). Sledované veličiny jsou: počáteční a koncový stav elektroměru a průběžná teplota zahříváné vody.

1.3.1 Naměřené a vypočítané hodnoty

Odporový ohřev:

Tab.2: Časový průběh ohřevu na odporovém ohříváči

T [°C]	22	22,5	25	29	35,5	41,5	45	49,5	53,5	57,5	62
t [s]	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
T [°C]	65	69	73	76	79	83,5	86	88,5	92	94,5	
t [s]	660	720	780	840	900	960	1020	1080	1140	1200	

Tab.3: Stav elektroměru při odporovém ohřevu

počáteční stav elektroměru [kWh]	256,55
koncový stav elektroměru [kWh]	256,78
spotřebovaná energie [kWh]	0,23

$$\eta = \frac{Q_v}{Q_{el}} = \frac{m \cdot c \cdot (\vartheta_k - \vartheta_0)}{P \cdot t} = \frac{1 \cdot 4180 \cdot (94,5 - 22)}{690 \cdot 1200} = \mathbf{0,36} \quad (1.14)$$

$$P = \frac{230}{1200} \cdot 3600 = 690W \quad (1.15)$$

Indukční ohřev:

Tab.4: Časový průběh ohřevu na indukčním ohříváči

T [°C]	20	30	38	47,5	65,5	65,5	73,5	82	89,5	95
t [s]	0	30	60	90	120	150	180	210	240	260

Tab.č.5: Stav elektroměru při indukčním ohřevu

počáteční stav elektroměru [kWh]	256,78
koncový stav elektroměru [kWh]	256,91
spotřebovaná energie [kWh]	0,13

$$\eta = \frac{Q_v}{Q_{el}} = \frac{m \cdot c \cdot (\vartheta_k - \vartheta_0)}{P \cdot t} = \frac{1 \cdot 4180 \cdot (95 - 20)}{1800 \cdot 260} = \mathbf{0,67} \quad (1.16)$$

$$P = \frac{130}{260} \cdot 3600 = 1800W \quad (1.17)$$

Mikrovlnný ohřev:

Tab.6: Časový průběh ohřevu v mikrovlnné troubě:

T [°C]	21	70,5
t [s]	0	240

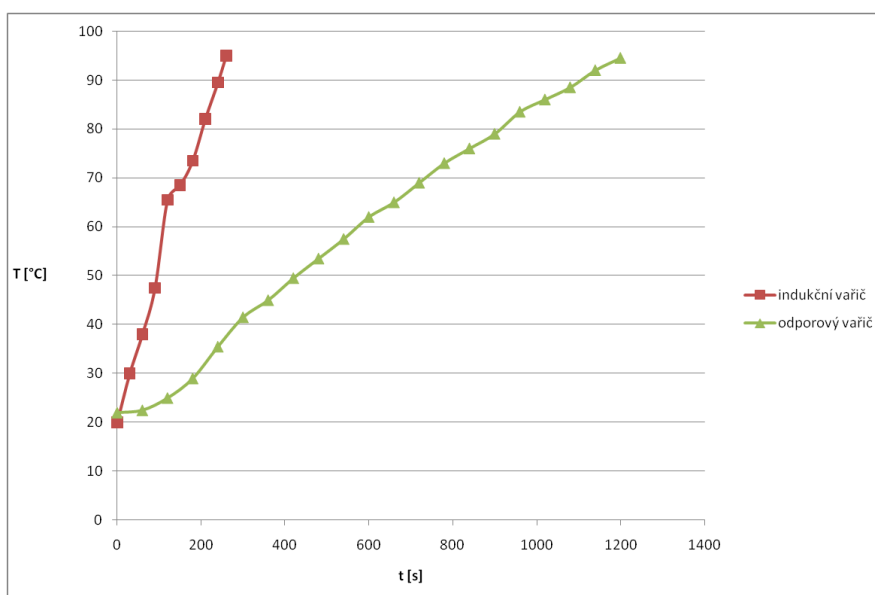
Tab.7: Stav elektroměru při mikrovlnném ohřevu

počáteční stav elektroměru [kWh]	256,91
koncový stav elektroměru [kWh]	257,01
spotřebovaná energie [kWh]	0,1

$$\eta = \frac{Q_v}{Q_{el}} = \frac{m \cdot c (\vartheta_k - \vartheta_0)}{P \cdot t} = \frac{1 \cdot 4180 \cdot (70,5 - 21)}{1500 \cdot 240} = \mathbf{0,578} \quad (1.18)$$

$$P = \frac{100}{240} \cdot 3600 = 1500W \quad (1.19)$$

Závěry z měření:



Obr.2: Průběh teploty v čase při ohřevu

Z měření vyplývá, že ze zkoumaných druhů ohřevů má největší účinnost indukční

ohřev. Hodnota účinnosti u indukčního ohřevu dosahuje téměř dvojnásobné hodnoty, než účinnost odporového vařiče. Tohoto výsledku dosáhl vařič díky tomu, že měl největší hodnotu příkonu (1800 W).

I z tohoto jednoduchého měření je vidět, že indukční zařízení dosahují mnohem vyšší účinnosti ohřevu, než jejich konkurenční zařízení, pracující na jiném principu. Právě vysoká účinnost ohřevu je důvod, proč se indukční zařízení využívají v mnoha technologických procesech.

1.3.2 Technologie využívající indukční ohřev

Indukční ohřev se v praxi využívá ve velkém množství technologických procesů. Je hojně využíván díky tomu, že umožňuje dobrou stabilizaci teploty u ohřívaného předmětu. Proces je řízen volně programovatelnými automaty, teplotu měří bezkontaktně pyrometry a při ohřevu hliníku nebo jeho slitin se využívají termočlánky. Velkou výhodou indukčního ohřevu je možnost jeho mechanizace a automatizace. Automatizace zapříčiní snížení potřeby lidské práce (snížení podnikových nákladů). U velmi výkonných zařízení je automatizace nezbytná.

Příklady využití indukčního ohřevu v praxi:

- pro tváření za tepla
- pro tavení železných i neželezných kovů s nízkým i středním kmitočtem
- pro povrchové kalení
- pro pájení
- speciální technologie: svařování, plasmový ohřev, žíhání, vakuové tavení, udržování teploty roztaveného skla [3]

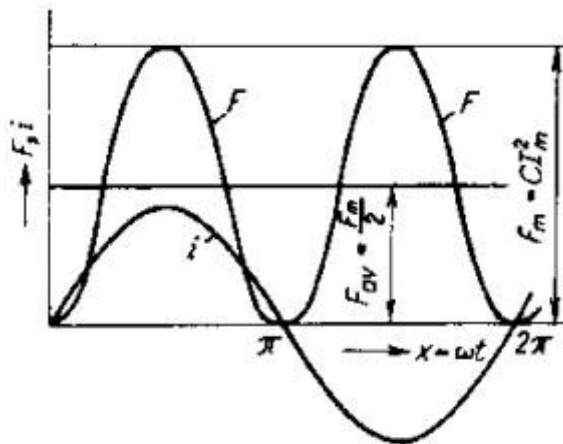
2 Elektrodynamické síly

2.1 Teorie vzniku elektrodynamických sil

Elektrodynamické síly vznikají interakcí magnetických polí. Pokud se blízko u sebe

vyskytuje více vodičů, skrz které protéká proud, poté můžeme mluvit o jejich vzájemné interakci. Elektrodynamické síly rozdělujeme na přitažlivé a odpuzivé podle toho, jaká je vzájemná poloha vodičů a jaký je směr proudu. Velikost elektrodynamických sil je při normálním provozu jakéhokoliv zařízení obvykle zanedbatelná. Při poruchových stavech ale elektrodynamické síly dosahují vysokých hodnot, jelikož jejich velikost narůstá s druhou mocninou velikosti proudu.

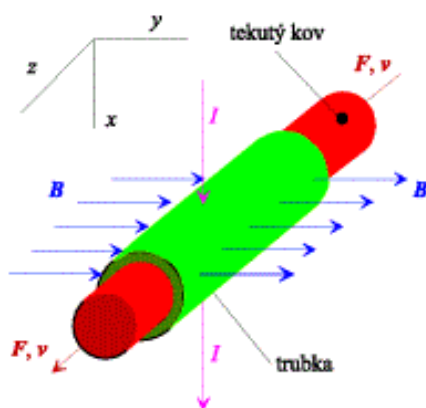
V praxi se problém s působením elektrodynamických sil řeší převážně u systému využívající střídavý proud. U stejnosměrného proudu je velikost elektrodynamické síly ustálená. Změna nastane pouze při vzniku přechodného děje. Pokud je síla vyvolána působením střídavého proudu, je její amplituda dvojnásobná a kmitá s dvojnásobnou frekvencí, než pokud je vyvolána proudem stejnosměrným. [4,5]



Obr.3: Průběh elektrodynamické síly způsobené střídavým proudem [6]

2.2 Magnetohydrodynamika

Magnetohydrodynamika kovů se týká silových účinků vnějšího magnetického pole, které působí na částice tekutého kovu, skrz který protéká elektrický proud.



Obr.4: Princip magnetohydrodynamicky kovů[4]

Na obrázku 4 je znázorněn tekutý kov v trubce. Trubka s tekutým kovem se nachází v magnetickém poli B (pole ve směru osy y) a kolmo k magnetickému poli protéká trubkou i tekutým kovem proud I (proud ve směru osy x). Síla F (síla ve směru osy z) působí na částice kovu v místě průtoku proudu. Síla F je úměrná součinu magnetické indukce B a proudu I a částicím kovu udává rychlost v .

V praxi jsou ovšem probíhající děje mnohem složitější. Jsou zde vyvolávány Joulovy ztráty, které způsobují proudy protékající tekutým kovem. Následně také dochází ke zvyšování teploty taveniny a také konstrukčních částí. K dalším teplotním změnám dochází vlivem teplotních ztrát (teplotní ztráty jsou způsobeny prouděním a sáláním do okolí). Teplotní změny ovlivňují fyzikální vlastnosti systému. Díky všem teplotním změnám, které se v systému odehrávají, jsou procesy týkající se tavení a tuhnutí kovů velmi komplikované. Na systém působí i další síly. Jedná se například o gravitační sílu, povrchová napětí či vztlakové síly vznikající z rozdílu teplot v různých vrstvách taveniny.

V tekutých kovech vyvolá magnetohydrodynamické průběhy vnější magnetické pole. Toto pole je zpravidla časově a prostorově proměnné a jeho rozložení popisují Maxwellovi rovnice. Díky tomu se v tavenině, která je elektricky vodivá, indukují vířivé proudy. Vířivé proudy vyvolají Joulovy ztráty a následuje oteplení, jenž popisuje Fourierovou-Kirchhoffovou rovnice [7]. Interakce Joulových ztrát s budícím magnetickým polem generuje silové účinky, které působí na částice taveného kovu (již zmíněné silové účinky, na obrázku č. 4 znázorněny silou F). Tyto silové účinky způsobují proudění, které popisuje Navierovou-Stokesovou rovnice [8]. Do modelu lze také zahrnout například matematický popis tavení a tuhnutí či jiné děje. Rovnice, které popisují probíhající děje v tavenině, jsou všechny parciální diferenciální a většinou jsou nelineární a nestacionární. Rovnice jsou spřaženy pomocí funkcí teplotně závislých materiálových parametrů (jedná se například o magnetickou permeabilitu, elektrickou a tepelnou vodivost, měrnou hmotnost, měrné teplo...). Funkce teplotně závislých materiálových parametrů tvoří koeficienty popisujících rovnic. Aby měla takováto soustava jednoznačné řešení, musí se zajistit konkrétními okrajovými podmínkami. Okrajové podmínky ale není vždy snadné jednoduše stanovit.

Jelikož se jedná o trojnásobně či vícenásobně sdružené úlohy, je pro jejich řešení potřeba programový celek, který dokáže pracovat v minimálně dvourozměrných, ideálně ale v trojrozměrných geometriích. Vhodným programovým celkem pro řešení těchto úloh je například program ANSYS, který dokáže vyřešit i poměrně komplikované příklady. [4,11]

2.3 Lorentzova síla

Lorentzova síla je celková síla, která působí na náboj Q , pohybující se rychlostí v v magnetickém poli B .

$$F = Q \cdot (v \times B) \quad (2.1)$$

Pro tavení kovů v kelímkových pecích uvažujeme místo náboje Q proud, který prochází vodičem (taveným kovem) v objemovém elementu dV . Náboj dQ poté bude $dQ = p \cdot dV$ a síla následně bude:

$$dF = dQ \cdot (v \times B) = p \cdot (v \times B) = (J \times B) \cdot dV \quad (2.2)$$

Tudíž platí:

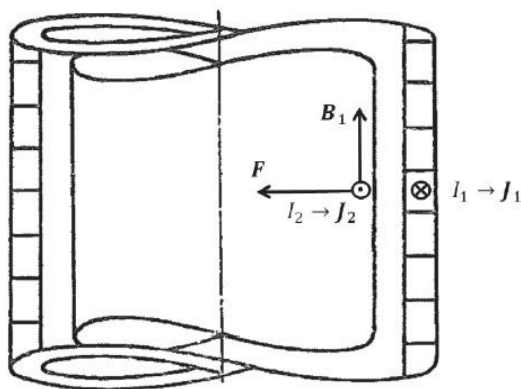
$$F = \int_V (J \times B) \cdot dV \quad (2.3)$$

[1]

2.3.1 Vznik Lorentzovy síly ve vsázce

Skrze cívku pece prochází elektrický proud I_1 a vzniká zde magnetická indukce B_1 . Ve vsázce se nachází naindukovaný proud I_2 a proudová hustota J_2 . Proudová hustota J_2 společně s magnetickou indukcí B_1 tvoří sílu F , která je kolmá k ose vsázky:

$$F = J_2 \times B_1 \quad (2.4)$$



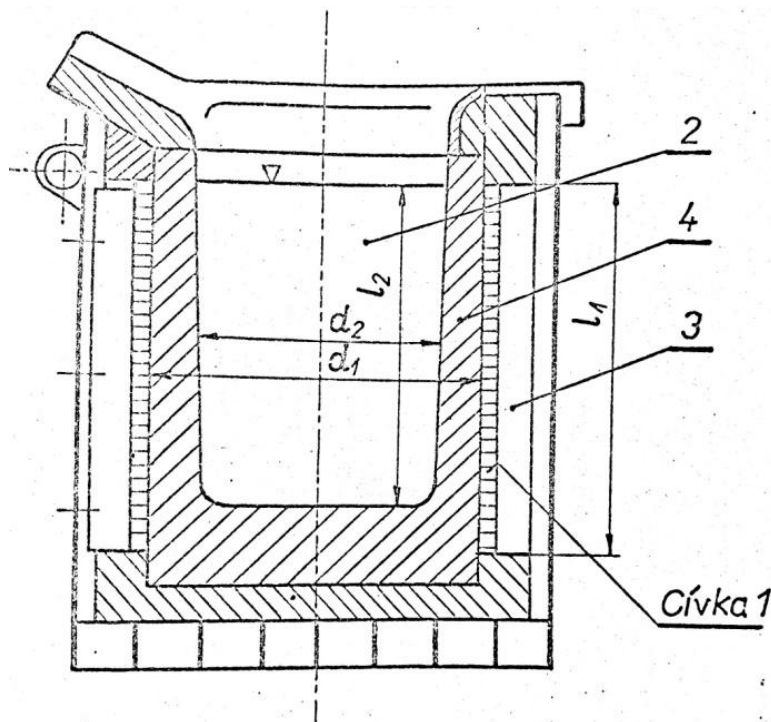
Obr.5: Vznik Lorentzovy síly ve vsázce [1]

[1]

3 Indukční kelímkové pece

3.1 Princip kelímkové pece

Tavící indukční kelímkové pece jsou nejvýznamnější a nejdůležitější zařízení pracující na principu ohřevu elektromagnetickou indukcí. Jejich využití je ve slévárnách pro tavení různých druhů ocelí a v hutnickém průmyslu, kde se používají pro výrobu ocelí a speciálních slitin s nejvyšší jakostí. Největší výhodou indukčních kelímkových pecí je to, že teplo vzniká přímo ve vsázce a že dochází k intenzivnímu víření roztavené vsázky uvnitř kelímku. Díky tomu je tavenina dokonale homogenní, čehož nelze dosáhnout u žádného jiného typu tavících pecí. K víření taveniny působením elektrodynamických sil na vsázku dochází automaticky, pokud cívkou prochází proud. [12]



Obr.6: Indukční kelímková pec tavící [12]

Hlavní částí indukční kelímkové pece je induktor, kterým protéká střídavý elektrický proud. V dutině cívky je zpravidla vložen elektricky nevodivý kelímek (na obr. 6 označen číslem 4), ve kterém je vložena vsázka (2).

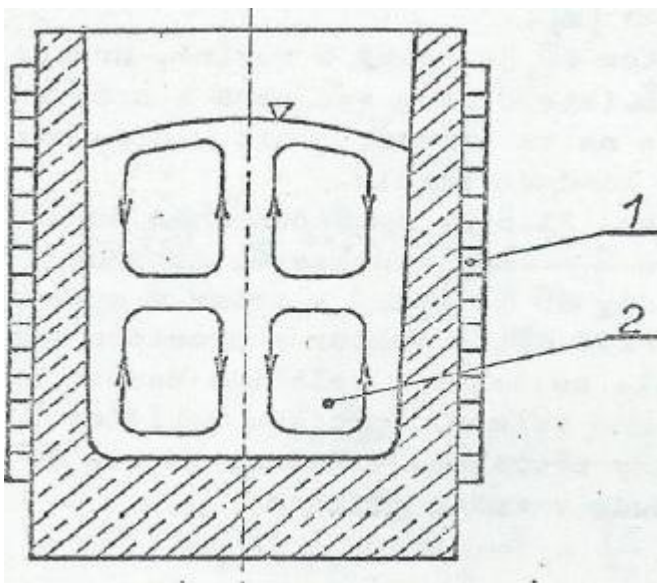
Tím, že cívkou protéká střídavý elektrický proud, vzniká magnetické pole, které se uzavírá mimo cívku. V okolí pece se obvykle nachází různé ocelové konstrukce. Je proto nutné učinit opatření proti průchodu magnetického toku těmito konstrukcemi. Pokud by

magnetický tok těmito konstrukcemi procházel, docházelo by k jejich zahřívání a vlivem toho by vznikaly nežádoucí ztráty, které by snižovaly elektrickou účinnost indukční kelímkové pece.

Z tohoto důvodu chceme, aby měl magnetický tok v okolí pece co nejmenší hodnotu. Toho lze dosáhnout vhodným stíněním pece. Používají se dva různé způsoby stínění indukčních kelímkových pecí: stínění pomocí dobře elektricky vodivého válcového pláště nebo stínění pomocí svazků transformátorových plechů. [12]

3.2 Odvození elektrodynamického tlaku ve vsázce

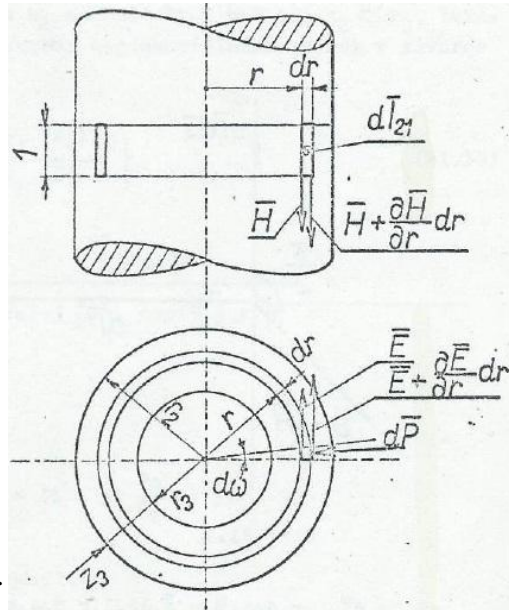
Elektrodynamický tlak ve vsázce odvozujeme pro indukční kelímkovou pec (na obr.č.7). V obrázku je znázornění řezu kelímkové pece s roztavenou vsázkou s naznačením proudění taveniny, které je vyvolané elektrodynamickými silami.



Obr.7: Kelímková pec tavící [12]

Kelímek má válcový tvar a je elektricky nevodivý. Obsahuje roztavenou vsázku a má cívku na své vnější straně. Cívka je vinutá z měděného dutého vodiče. Do cívky je přiveden střídavý proud. Na povrch vsázky dopadá válcové elektromagnetické vlnění vyzařované z vnitřní stěny cívky. Válcové elektromagnetické vlnění poté vstupuje do vsázky a způsobuje její zahřívání. Zahřívaná vsázka (kov) se roztaví a nastane její víření, díky kterému se tavenina dokonale promísí materiálně i teplotně.

Pro odvození elektrodynamického tlaku uvažujeme také válcovou vodivou vsázku o nekonečné délce. Taková vsázka je znázorněna na obr.8. [12]



Obr.8: Válcová vsázka o nekonečné délce [12]

Intenzity magnetického i elektrického pole dosahují maximálních hodnot na povrchu vsázky (znázorněno poloměrem r_2) a směrem do osy vsázky se hodnoty intenzit polí zmenšují podle vztahů daných cylindrickými funkcemi:

$$\bar{H} = \bar{H}_1 \cdot \frac{J_0(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (3.1)$$

$$\gamma \bar{E} = \bar{J} = \sqrt{-j} \cdot \frac{\sqrt{2}}{a_2} \cdot \bar{H}_1 \cdot \frac{J_1(x\sqrt{-j})}{J_0(x_2\sqrt{-j})} \quad (3.2)$$

$$\bar{H}_2 = \bar{H}_1 = N_{11} \cdot \bar{I}_1 = \bar{I}_{11} \quad (3.3)$$

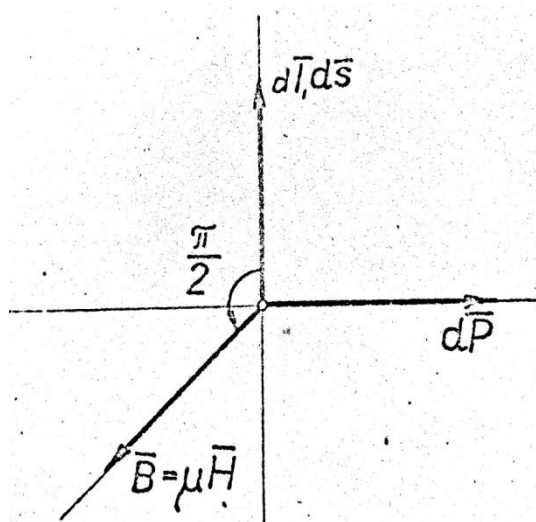
Na vnitřním povrchu cívky uvažujeme veličinu \bar{H}_1 , \bar{H}_2 znázorňuje fázor intenzity magnetického pole na povrchu vsázky. N_{11} značí počet závitů, které má cívka na 1m své délky. Fázor proudu v těchto závitěch je označen jako \bar{I}_1 . $(x\sqrt{-j})$ značí komplexní argument cylindrických funkcí nultého a 1. řádu, $x = \frac{r\sqrt{2}}{a_2}$ je reálná složka argumentu. [12]

Na průměru r vsázky uvažujeme elementární válec o radiální tloušťce dr a výšce 1m. Ve vyznačeném řezu na obrázku 8 (řez 1) protéká proud $d\bar{I}_{21} = \bar{J} \cdot dr$. Válcové proudové

vlákno, které je předmětem úvahy, se nachází v místě s magnetickou intenzitou \vec{H} a magnetickou indukcí \vec{B} . Platí, že na vodič, kterým protéká proud a který je umístěný v magnetickém poli, působí mechanická síla $d\vec{P}$. Tato síla je úměrná proudu \vec{I} a magnetické indukcí \vec{B} :

$$d\vec{P} = \vec{I} \cdot (d\vec{s} \cdot \vec{B}) \quad (3.4)$$

Na fázorovém diagramu si ukážeme orientaci fázorů jednotlivých veličin v prostoru:



Obr.9: Vektorové rozložení veličin v prostoru[12]

Znak $d\vec{s}$ označuje proudovodičový element ve směru proudu \vec{I} . Fázory $d\vec{s}$ a \vec{B} jsou vzájemně kolmé a společně vyznačují rovinu, ke které je kolmý vektor $d\vec{P}$. Vektor $d\vec{P}$ směřuje na stranu, z níž je vidět otočení od $d\vec{s}$ k \vec{B} v kladném smyslu. [12]

Na předchozím obrázku (obr. 9) je vyznačen směr proudu $d\vec{I}_{21}$, který je totožný se směrem \vec{E} . Dále je zde vyznačen směr indukce \vec{B} totožný se směrem \vec{H} . Vektor síly $d\vec{P}$ směřuje k ose vsázky a je kolmý jak k \vec{E} , tak ke směru proudu $d\vec{I}_{21}$. Síla $d\vec{P}$ je prostorový fázor s určitou orientací a zároveň veličina časově harmonicky proměnná. Velikost síly $d\vec{P}$ v závislosti na poloměru r bude:

$$d\vec{P}_r = d\vec{I}_{21} \cdot r \cdot d\omega \cdot \vec{B} = \vec{J} \cdot dr \cdot l \cdot r \cdot d\omega \cdot \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H} \quad (3.5)$$

Síla $d\vec{P}_r$ působí na ploše $dF = r \cdot d\omega \cdot l$. Proudový element na poloměru r působí

měrným tlakem $d\bar{p}_r$ směrem dovnitř na sousední vrstvu, která má také tloušťku dr . Měrný tlak $d\bar{p}_r$ je dán poměrem:

$$d\bar{p}_r = \frac{d\bar{F}_r}{dF} = \mu_0 \mu_r \cdot \bar{J} \cdot \bar{H} \cdot \frac{r \cdot d\omega \cdot dr}{r \cdot d\omega \cdot l} = \mu_0 \mu_r \cdot \bar{J} \cdot \bar{H} \cdot dr \quad (3.6)$$

Měrný tlak vychází v jednotkách ($\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$), což se podle soustavy SI rovná 1 pascal (Pa).

Výsledný tlak p_3 na daném poloměru, pro který platí že: $r_3 < r_2$, dostaneme pomocí integrací jednotlivých dílčích tlaků $d\bar{p}_r$ postupně v jednotlivých vrstvách, které mají tloušťku dr . Integrujeme postupně po integrační čáře od povrchu (poloměr r_2) až do poloměru r_3 :

$$\bar{p}_3 = \mu_0 \mu_r \int_{r_2}^{r_3} \bar{J} \cdot \bar{H} \cdot dr \quad (3.7)$$

Dále dosadíme za \bar{J} a \bar{H} z rovnic (3.1) a (3.2) a také za μ_0 :

$$\bar{p}_3 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{-j} \frac{\sqrt{2}}{a_2} \mu_r \cdot \frac{H_1^2}{J_0^2 \cdot (x_2 \sqrt{-j})} \cdot \int_{r_2}^{r_3} J_0 \cdot (x \sqrt{-j}) \cdot J_1 \cdot (x \sqrt{-j}) \cdot dr \quad (3.8)$$

Po vyřešení integrálu dostáváme výsledný vztah pro fázor měrného tlaku \bar{p}_3 :

$$\bar{p}_3 = 2 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot H_1^2 \cdot \left\{ 1 - \frac{J_0^2 \cdot (x_3 \sqrt{-j})}{J_0^2 \cdot (x_2 \sqrt{-j})} \right\} \quad (3.9)$$

Výraz pro fázor měrného tlaku \bar{p}_3 obsahuje reálnou a imaginární složku. Pro odvození elektrodynamického tlaku se však použije pouze složka reálná. [12]

3.3 Vyjádření elektrodynamického tlaku ve vsázce s velkým argumentem x_2

Hodnota argumentu x_2 u tavících pecí bývá většinou výrazně větší než 10 a hloubka vniku a_2 je výrazně menší než poloměr r_2 . Je proto možné provést náhradu cylindrických funkcí za jednodušší funkce exponenciální. Výraz v závorce z rovnice 3.9 se poté velmi zjednoduší:

$$A = 1 - \frac{J_0^2 \cdot (x_3 \sqrt{-j})}{J_0^2 \cdot (x_2 \sqrt{-j})} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{J_0^2 \cdot (x_3 \sqrt{-j})}{J_0^2 \cdot (x_2 \sqrt{-j})} = \frac{\exp\left(-j\frac{\pi}{8}\right) \cdot \exp(\sqrt{j}x_3)}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot x_3}} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot x_2}}{\exp\left(-j\frac{\pi}{8}\right) \cdot \exp(\sqrt{j}x_2)} = \\ &= \sqrt{\frac{x_2}{x_3}} \cdot \exp[-\sqrt{j} \cdot (x_2 - x_3)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\sqrt{j} \cdot (x_2 - x_3) = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{a_2} \cdot (r_2 - r_3) = (1+j) \cdot \frac{z_3}{a_2} = pz_3, \text{ kde } p = \frac{1+j}{a_2} \quad (3.12)$$

$$\bar{A} = \sqrt{\frac{x_2}{x_3}} \cdot \exp\left[-\frac{1+j}{a_2} \cdot z_3\right] \quad (3.13)$$

Veličina $z_3 = r_2 - r_3$ značí vzdálenost od povrchu vsázky, do které se provádí integrace. Teplo se u indukčních tavicích pecí zpravidla vytváří v povrchové vrstvě z_3 , která má ve srovnání s poloměrem r_2 velmi malou tloušťku. [12]

Výraz 3.10 bude roven:

$$\bar{A} = 1 - \exp\left[-\frac{2z_3}{a_2}\right] \cdot \exp\left[-j\frac{2z_3}{a_2}\right] \quad (3.14)$$

Všechny kroky této úvahy stále vyplývají z předpokladu, že vsázka i cívka mají nekonečnou délku. Fázor tlaku \bar{p}_3 z rovnice 3.9 bude:

$$\begin{aligned} \bar{p}_3 &= 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^{-2} \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{2z_3}{a_2}\right] \cdot \left[\cos \frac{2z_3}{a_2} - j \sin \frac{2z_3}{a_2}\right]\right\} = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \\ &\cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^{-2} \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{2z_3}{a_2}\right] \cdot \cos \frac{2z_3}{a_2} + j \cdot \exp\left[-\frac{2z_3}{a_2}\right] \cdot \sin \frac{2z_3}{a_2}\right\} = \text{Re}(\bar{p}_3) + j\text{Im}(\bar{p}_3) \quad (Pa) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Z výrazu 3.15 se pro vyvolání elektrodynamického tlaku v roztavené vsázce uplatní pouze reálná část:

$$\text{Re}(\bar{p}_3) = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \bar{H}_1^{-2} \cdot \left\{1 - \exp\left[-\frac{2z_3}{a_2}\right] \cdot \cos \frac{2z_3}{a_2}\right\} \quad (Pa) \quad (3.16)$$

Dále provedeme odvození elektrodynamického tlaku v ose vsázky. Odvození se provádí pro nulový poloměr r_3 , pro $z_3 = r_2$ a hloubku vniku a_2 výrazně menší, než je tloušťka z_3 . Už pro hodnotu $\frac{z_3}{a_2} = 3$ je $\exp\left(-\frac{2z_3}{a_2}\right) = 0,0024788$ a $\cos \frac{2z_3}{a_2} = 1$. Zanedbáme tedy druhý člen v závorce rovnice 3.16 proti 1. Poté:

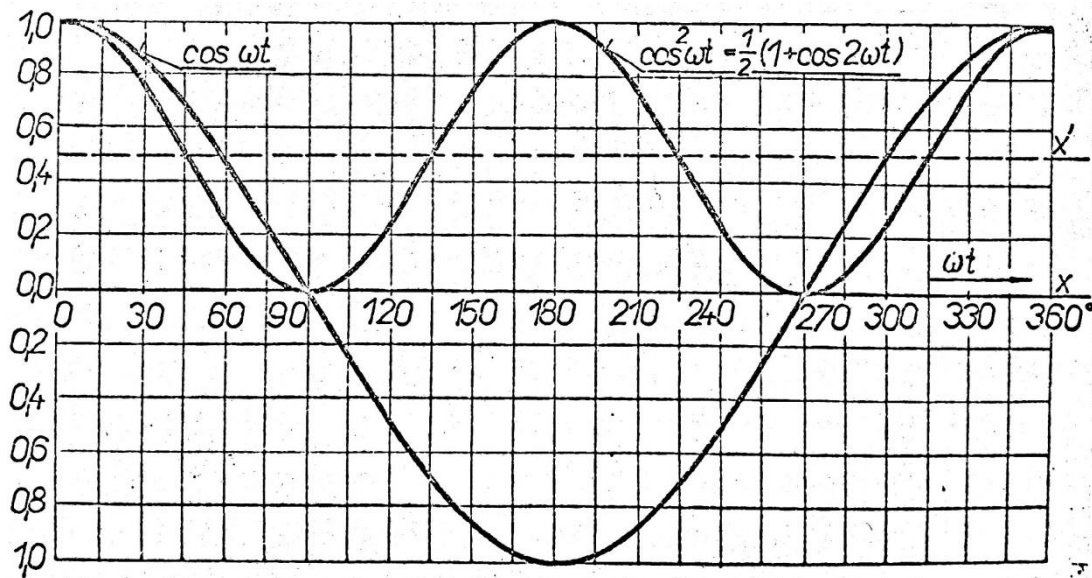
$$\operatorname{Re}(\overline{p_0}) = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \overline{H_1}^2 = \operatorname{Re}(\overline{p_3}) = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot \overline{I_1})^2 \text{ (Pa)} \quad (3.17)$$

Proud $\overline{I_1}$ je v induktoru harmonicky proměnný:

$$\overline{I_1} = I_1 \cdot \exp(j\omega t) = I_1 \cdot (\cos \omega t + j \sin \omega t) \text{ (A)} \quad (3.18)$$

Reálná složka $I_1 \cdot \cos \omega t$ udává časový průběh proudu. U elektrodynamického tlaku uvažujeme pro časový průběh reálnou složku:

$$p_0 = 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \cos^2 \omega t \text{ (Pa)} \quad (3.19)$$



Obr.10: Časový průběh elektrodynamického tlaku p_0 v ose vsázky[12]

Časový průběh proudu I_1 udává pořadnice křivky $\cos \omega t$. V obr.10 lze vidět, že proud I_1 střídavě nabývá kladných i záporných hodnot, zatímco časový průběh elektrodynamického tlaku ($\cos^2 \omega t$) je pouze v kladných hodnotách. Více názorný výsledek dostaneme ještě, pokud vyjádříme ($\cos^2 \omega t$) pomocí dvojnásobného argumentu s poloviční amplitudou:

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos 2\omega t) \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} p_0 &= 6,28 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega t\right) = \\ &= 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 + 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 \cdot \cos 2\omega t \text{ (Pa)} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Časový průběh elektrodynamického tlaku p_0 vznikne součtem stejnosměrné složky, která je rovna poloviční amplitudě, se složkou střídavou, která je podél nové osy X' a má poloviční amplitudu a dvojnásobný kmitočet (obr.10 a rovnice 3.21). Kladné a záporné rázy

harmonického proudu se ke stálé složce elektrodynamického tlaku přičítají střídavě, proto se jejich účinek vzájemně vyruší (v důsledku setrvačnosti hmoty). Finální výsledek určuje pouze stejnosměrná složka rovnice 3.21. Výsledná střední hodnota elektrodynamického tlaku p_{os} v ose vsázky nekonečné délky je tedy rovna:

$$p_{os} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot (N_{11} \cdot I_1)^2 = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \quad (Pa) \quad (3.22)$$

[12]

3.4 Tlak p_{3s} v závislosti na poloměru r_3 , u vsázky s velkým argumentem x_2

Pro vyjádření tlaku p_{3s} vycházíme z výrazu pro reálnou složku tlaku $\text{Re}(\bar{p}_3)$ (3.16). Vydeme z časového průběhu tlaku \bar{p}_3 . Obsah závorky v rovnici 3.16 na časový průběh nemá žádný vliv. Stejně jako při odvozování tlaku v ose vsázky je pro časový průběh důležitý pouze výraz před závorkou.

[12]

Stejně jako v předchozím případě je hledaný tlak p_3 na poloměru r_3 dán stejnosměrnou a střídavou složkou. Účinek kladných a záporných půlvln střídavé složky se ale vyruší a časový průběh tlaku p_3 bude dán pouze stejnosměrnou složkou. Střední hodnota p_{3s} tedy bude:

$$p_{3s} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \cdot \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{2z_3}{a_2}\right)\right] \cdot \cos \frac{2z_3}{a_2} \right\} \quad (Pa) \quad (3.23)$$

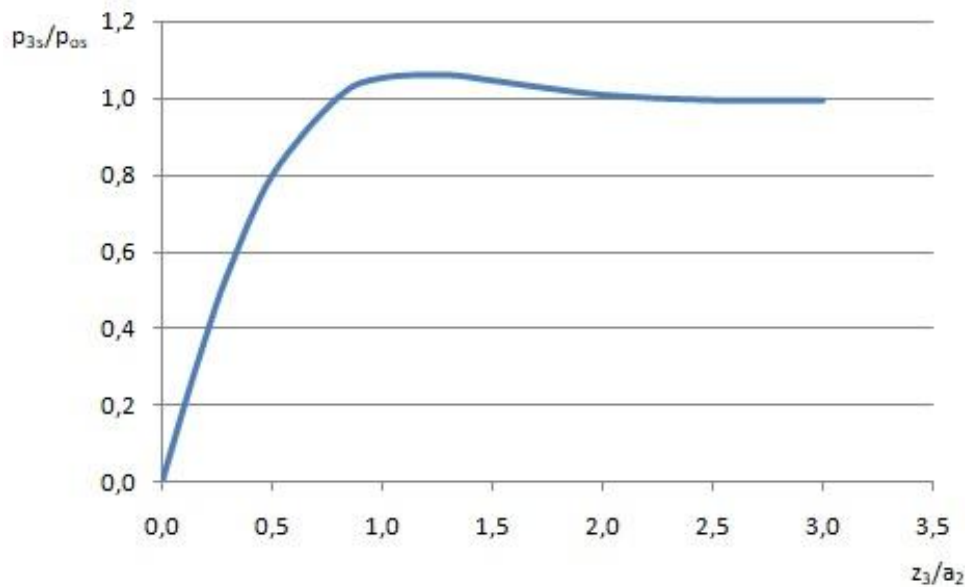
Aby bylo znázornění průběhu přehlednější, je vhodné vytvořit poměr tlaku na poloměru r_3 (p_{3s}) k tlaku v ose vsázky (p_{os}):

$$\frac{p_{3s}}{p_{os}} = \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{2z_3}{a_2}\right)\right] \cdot \cos \frac{2z_3}{a_2} \right\} \quad (3.24)$$

Výraz 3.24 vyčíslíme pro $\frac{z_3}{a_2}$ od hodnoty 0 až do hodnoty 3:

Tab.8: Závislost poměru $\frac{p_{3s}}{p_{os}}$ na poměru $\frac{z_3}{a_2}$:

z_3/a_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0	2,5	3,0
p_{3s}/p_{os}	0	0,198	0,383	0,547	0,801	1,006	1,056	1,064	1,049	1,012	0,998	0,998



Obr. 11: Závislost poměru $\frac{p_{3s}}{p_{os}}$ na poměru $\frac{z_3}{a_2}$ [12]

V obrázku 11 je vidět, že elektrodynamický tlak v roztavené vsázce nekonečné délky z nulové hodnoty na povrchu poměrně rychle roste a brzy dosáhne svého maxima. Maximum je dosaženo pro hodnotu vzdálenosti z_3 , která odpovídá hloubce vniku a_2 . Po dosažení maxima tlak lehce poklesne a ustálí se ve vzdálenosti z_3 rovnající se trojnásobku hloubky vniku a_2 . [12]

3.5 Elektrodynamický tlak u cívky a vsázky konečné délky

Pokud by vsázka i cívka měli nekonečnou délku, účinek elektrodynamického tlaku v ose vsázky by se nemohl nijak projevit. Elektrodynamický tlak u reálných pecí s konečnou délkou cívky a vsázky způsobuje zvedání hladiny v okolí osy vsázky. Toto zvedání hladiny vyvolá rozlévání vzniklé vyvýšeniny a dochází k trvalé cirkulaci taveniny. [12]

Pokud bychom se snažili zabránit vzniklému vyvýšení na hladině taveniny například způsobem, že do osy lázně ponoříme keramickou trubku o průřezu F (m^2), v této trubce by došlo ke zvýšení hladiny roztaveného kovu vlivem elektrodynamického tlaku p_{os} o výšku h_0 (m). Pokud známe měrnou hmotnost roztaveného kovu s ($kg \cdot m^{-3}$) a máme tíhové zrychlení $g=9,81$, dostaneme hodnotu teoretického vzduť h_0 (m):

$$p_{os} \cdot F = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \cdot F = 9,81 \cdot s \cdot h_0 \cdot F \quad (3.25)$$

$$h_0 = \frac{p_{os}}{9,81 \cdot s} = 3,20 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\mu_r}{s} \cdot I_{11}^2 \quad (m) \quad (3.26)$$

Z této rovnice vypočítáme teoretické vzduť, které by mělo být menší, než je tloušťka

vrstvy strusky. Kdyby vzduť nebylo Enží, docházelo by k obnažování lázně a následně k její oxidaci. Skutečné vzduť je v důsledku rozlévání vsázky menší než vypočítané vzduť teoretické. Takže při výpočtu vzduť můžeme počítat ještě s rezervou. [12]

Respektováním skutečnosti, že intenzita magnetického pole H_{2s} na povrchu vsázky je větší u vsázky nekonečné délky než u vsázky s konečnou délkou, kdy $H_2 = H_1 = N_{11} \cdot I_1$, můžeme výpočet teoretického vzduť upřesnit. Ze známých vzorců odvodíme:

$$H_{2s} = I_{21s} = H_1 \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{F_{12}}{\alpha_2} \quad (A \cdot m^{-1}) \quad (3.27)$$

Poté je teoretické vzduť:

$$h_s = 6,4 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\mu_r}{s} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot H_{2s}\right)^2 \quad (3.28)$$

[12]

3.6 Jiné vyjádření elektrodynamického tlaku ve vsázce

Při vyjadřování elektrodynamického tlaku sledujeme jeho závislosti na měrném příkonu q . Měrný příkon q je přiváděn do válcové vsázky každým m^2 povrchu. Pro vyjádření elektrodynamického tlaku vyjdeme ze vztahu pro měrný příkon u vsázky nekonečné délky:

$$q = \frac{\pi}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{f \cdot \rho \cdot \mu_r} \cdot 10^{-3} \cdot I_{11}^2 \quad (3.29)$$

I_{11} značí hodnotu proudu v části cívky o osové délce 1 m. Dále známe výraz pro střední hodnotu elektrodynamického tlaku p_{os} :

$$p_{os} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot I_{11}^2 \quad (3.30)$$

Z rovnice (3.29) si vyjádříme I_{11}^2 a dosadíme do rovnice (3.30):

$$p_{os} = 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{\sqrt{10} \cdot q}{\sqrt{f \cdot \rho \cdot \mu_r}} \cdot 10^3 = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} \quad (3.31)$$

Z výrazu pro střední hodnotu elektrodynamického tlaku získáme výraz pro teoretickou výšku vzduť:

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot s} \cdot p_{os} = 0,3223 \cdot \frac{q}{s} \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} \quad (3.32)$$

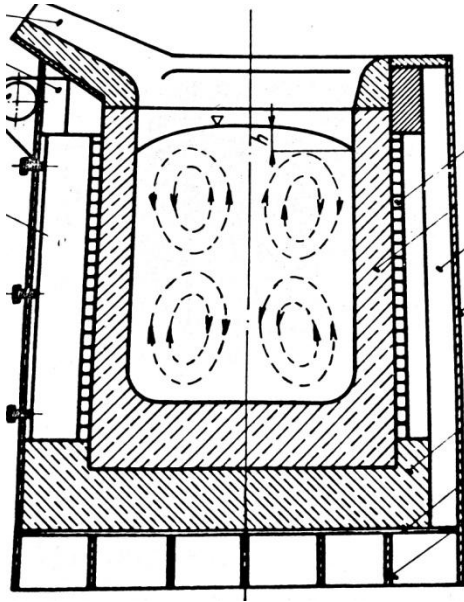
Z výrazu (3.32) je patrné, že vzduť hladiny taveniny je přímo úměrné odmocnině z relativní permeability μ_r a měrnému příkonu q . Nepřímo úměrné je vzduť k měrné hmotnosti s a odmocnině z kmitočtu f a měrného odporu ρ . [12]

3.7 Víření a vzduť taveniny uvnitř kelímku

Jak již bylo řečeno na začátku kapitoly, víření taveniny v kelímku je největší výhodou tavicích indukčních kelímkových pecí. Víření taveniny způsobují elektrodynamické síly $F = J_2 \times B_1$, které vznikají následkem naindukovaných proudů do vsázky. Víření následně zajistí dokonalé promíchání taveniny.

Působení elektrodynamických sil jde ovlivnit mnoha různým způsoby a tím lze i upravovat charakter a intenzitu víření. Mezi takové způsoby patří volba vhodného kmitočtu, změna velikosti kelímku, různé polohy induktoru oproti vsázce a také změna množství dodávané energie. Příliš velké víření taveniny může také ovlivňovat tloušťku stěny kelímku.

Ovšem i víření může mít negativní dopady na tavicí proces. Pokud je víření ve vsázce příliš velké, může dojít k poškození vrstvy strusky na povrchu taveniny a poté dochází k její oxidaci, což snižuje kvalitu taveniny. Z toho vyplývá, že vzduť taveniny by nemělo dosáhnout větší velikosti, než jakou má struska tloušťku. Podle velikosti pece mívá struska tloušťku 6-8 cm. Toto je velmi důležité respektovat hlavně při návrhu pecí na kmitočet sítě 50 Hz. Je nutné dostatečně snížit měrný příkon q . [4,12]



Obr.12: Víření a vzduť taveniny v kelímku[13]

Vzduť v indukčních kelímkových pecích je způsobeno v blízkosti stěn kelímku a zároveň také přetlakem, který vzniká v ose vsázky. Hydrostatické síly poté způsobují odtékání taveniny ke stěně kelímku a u osy kelímku dochází ke vzdouvání. [4]

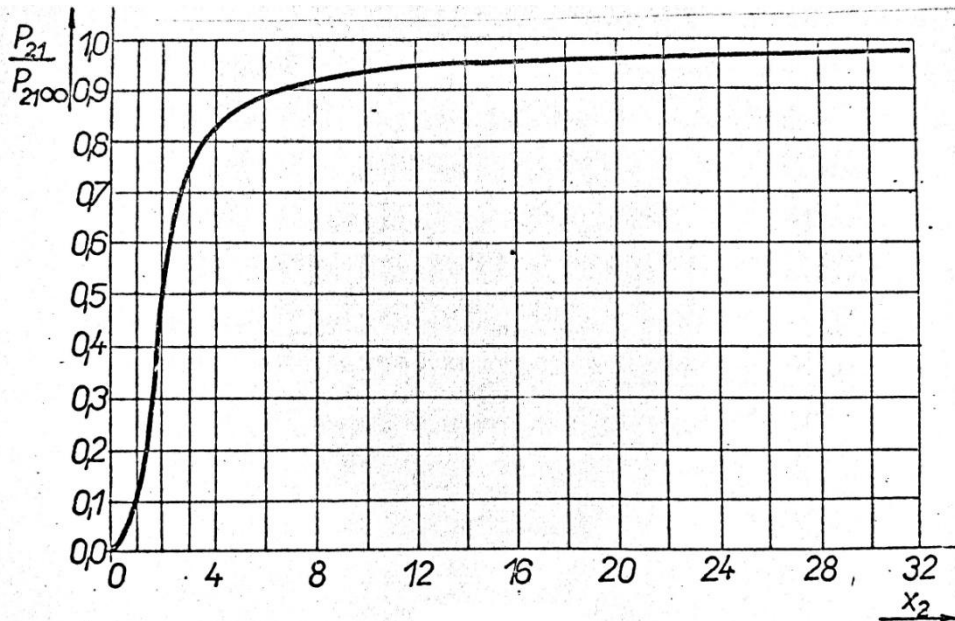
3.8 Elektromagnetická průzařnost

Elektromagnetická průzařnost je jev, který vzniká při indukčních ohřevch. Vznik tohoto jevu je nežádoucí a nastává, pokud se špatně zvolí hloubka vniku naindukovaných proudů a_2 ($a_2 = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$) v porovnání s poloměrem r_2 válcové vsázky, která je ohřívána. Pro výpočet je používán argument válcové vsázky x_2 :

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} \sqrt{2} \quad (3.33)$$

Vzniklé teplo ve vsázce označujeme jako P_{21} . Jeho hodnotu vypočteme z předchozího vztahu (3.14). Platí, že pro množství tepla P_{21} , které vznikne ve válcové vsázce s průměrem r_2 a s intenzitou magnetického pole H_2 , je dán vztah:

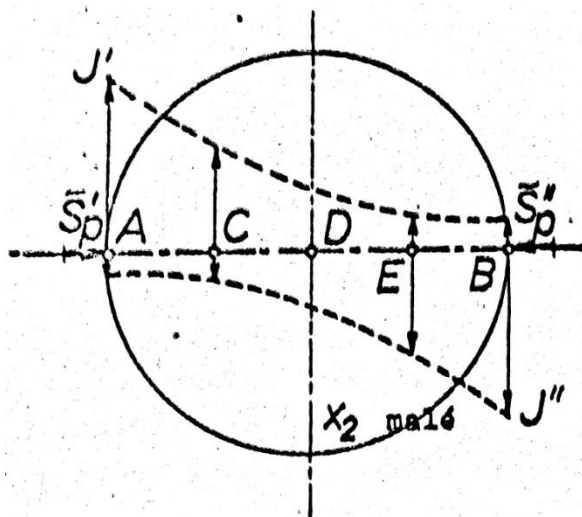
$$P_{21} = \rho \cdot \pi \cdot x_2 \cdot P(x_2) \cdot H_2^2 \quad (3.34)$$



Obr.13: Diagram závislosti vzniklého tepla ve vsázce argumentu x_2 [12]

Předchozí diagram znázorňuje, jak na argumentu x_2 závisí elektromagnetická energie, jenž je ve vsázce přeměněna na teplo. V diagramu je vidět, že pokud má argument x_2 malou hodnotu, tak i funkce $P(x_2)$ bude dosahovat nízkých hodnot. V tom případě je ohříváný materiál pro dané elektromagnetické vlnění takzvaně průzařný. To znamená, že vlnění materiálem projde, ale na teplo se přemění jen částečně. [12,14]

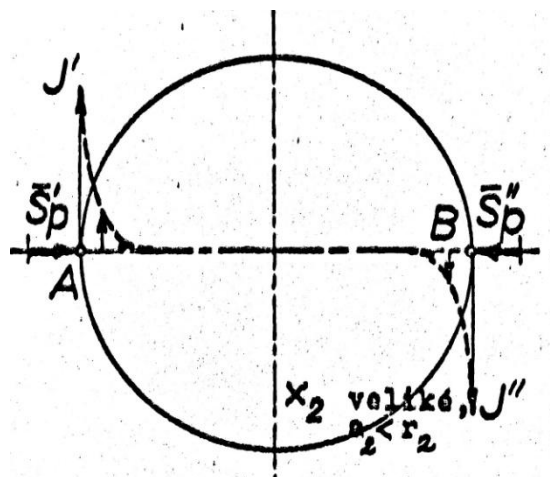
3.8.1 Vysvětlení elektromagnetické průzařnosti



Obr.14. :Průzařná válcová vsázka[12]

Obrázek 14 znázorňuje případ průzařné válcové vsázky. K tomu dojde při zvolení malého kmitočtu. Poté bude velká hloubka vniku a následně argument x_2 bude mít malou hodnotu.

V obrázku 14 jsou vyznačené protilehlé body A a B, ve kterých dopadají na válcovou vsázku elektromagnetická vlnění z povrchu cívky, označené jako zářivé vektory \overline{S}_p' a \overline{S}_p'' . Dopadem obou elektromagnetických vlnění \overline{S}_p' a \overline{S}_p'' na povrch vsázky se ve vsázce indukují vířivé proudy. Pro zjednodušení jsou namísto naindukovaných vířivých proudů znázorněny jejich proudové hustoty J' a J'' . Z obrázku č. 14 vyplývá, že například v bodě E je hustota proudu J'' , která je způsobena elektromagnetickým vlněním z pravé strany větší, než proudová hustota J' , vyvolána elektromagnetickým vlněním z levé strany. Obě proudové hustoty jsou opačného směru, tudíž výslednou proudovou hustotu bude udávat jejich rozdíl. Elektromagnetická vlnění \overline{S}_p' a \overline{S}_p'' postupují proti sobě, čímž se vzájemně zeslabují. Výsledný naindukovaný proud je tudíž malý a tím je malé i vyvinuté množství tepla ve vsázce. [12,14]



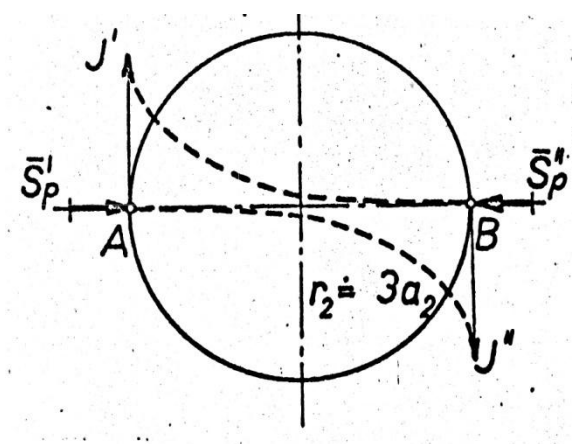
Obr.15: Povrchově ohřívání válcové vsázky[12]

Obrázek 15 znázorňuje situaci, kdy je zvolen vysoký kmitočet, tudíž bude malá hloubka vniku oproti poloměru vsázky r_2 a argument x_2 dosáhne vysoké hodnoty. V protilehlých bodech A a B opět na vsázku dopadají stejně jako v předchozím případě elektromagnetická vlnění \overline{S}_p' a \overline{S}_p'' , která se ale tentokrát utlumí v tenké vrstvě u povrchu vsázky. Tato vrstva odpovídá asi trojnásobné hodnotě hloubky vniku. Jelikož dojde k utlumení obou vlnění už u povrchu vsázky, vlnění se v tomto případě nesetkají a nedochází k jejich vzájemnému působení. Na povrchu vsázky dojde k přehřívání zahřívajícího materiálu a vznikají tepelné

ztráty vyzařováním do okolí. K rovnoměrnému prohřátí celého průřezu válcové vsázky dochází pomocí šíření tepla do nitra vsázky vedením od povrchové vrstvy, kde teplo vzniká.

Aby bylo šíření tepla ve vsázce vedením snadnější, je vhodné, aby povrchová vrstva, ve které teplo vzniká, nebyla příliš tenká. Toho lze dosáhnout vhodnou volbou kmitočtu. Kmitočet nesmí být zvolen příliš vysoký, aby hloubka vniku elektromagnetického vlnění do vsázky měla dostatečnou velikost. Optimální kmitočet by měl být takový, že bude platit vztah mezi poloměrem r_2 a hloubkou vniku a_2 :

$$r_2 = (2,5 \div 3) \cdot a_2 \quad (3.35)$$



Obr.16: Optimální prohřívání válcové vsázky[12]

V obrázku 16 je znázorněn průběh hustoty proudů, které jsou vyvolané dopadem elektromagnetického vlnění z obou stran, pro případ optimálního kmitočtu a tudíž poměru mezi r_2 a a_2 . V ose válcové vsázky dosahují hustoty proudů malé hodnoty. Střední hodnota poloměru r_2 má hodnotu $2,75 \cdot a_2$. Pro tuto střední hodnotu poloměru následně dostaneme hodnotu argumentu x_2 :

$$x_2 = \frac{r_2}{a_2} \cdot \sqrt{2} = 2,75 \cdot \sqrt{2} = 3,89 \quad (3.36)$$

Z diagramu v obrázku 13 lze odečíst, že pro hodnotu argumentu $x_2=3,89$ dochází vsázkou k pohlcení více než 80% elektromagnetické energie z dopadajícího elektromagnetického vlnění. [12,14]

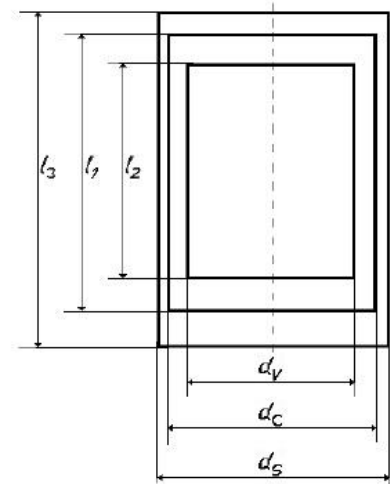
3.9 Stínění indukčních kelímkových pecí

(Tato část je převzata z mnou vypracované bakalářské práce [9])

3.9.1 Stínění elektricky vodivým pláštěm

Magnetické indukční siločivky v dutině cívky nejsou zcela rovnoběžné s osou cívky (u konců cívky se rozbíhají a procházejí jak cívkou, tak i stíněním). Pro lepší znázornění problému ale budeme předpokládat, že tyto siločivky jsou rovnoběžné s osou cívky. Tento předpoklad nebude chybou ovlivňovat výrazy pro vlastní a vzájemnou indukčnost, neboť tyto výrazy vycházejí ze skutečného rozložení magnetického pole.

V obrázku 17 můžeme vidět nahrazení skutečné cívky a stínění souosými válci, které mají nulovou tloušťku: d_c je náhradní průměr cívky, d_s je náhradní průměr stínění, d_v je náhradní průměr vsázky a délky 11, 12, 13 náhradních válců jsou rovny skutečným délkám cívky, vsázky a stínění.



Obr.17: Tři vodivé souosé válce [12]

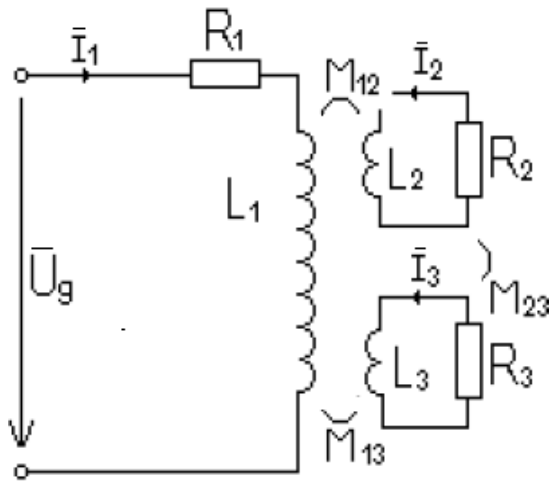
Hloubku vniku ($a = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$) naindukovaných proudů budeme uvažovat menší než skutečný průměr. Poté platí vztahy:

$$\text{Pro cívku: } d_c = d_1 + a_1 \quad (3.37)$$

$$\text{Pro vsázku: } d_v = d_2 - a_2 \quad (3.38)$$

$$\text{Pro stínící plášť: } d_s = d_3 + a_3 \quad (3.39)$$

Tuto soustavu tří souosých válců můžeme popsat pomocí ekvivalentního elektrického obvodu:



Obr. 18: Elektrické schéma kelímkové pece se stínícím vodivým pláštěm [12]

V obr. 18 jsou vyznačeny: vlastní indukčnosti všech tří částí složeného obvodu (tj. primární cívky, vsázky a stínění) L_1, L_2, L_3 , vzájemné indukčnosti M_{12}, M_{23}, M_{13} , činné odpory všech tří částí R_1, R_2, R_3 a napájecí napětí U_g . [9,12]

Stínění vodivým pláštěm je založeno na principu Lorentzova zákona a na elektromagnetické indukci. Pole, které vyvolá stínící plášť, pak působí proti poli, které bylo vyvoláno induktorem. U těchto dvou polí dojde k superpozici, v důsledku toho nastane snížení velikosti magnetického pole vně stínícího pláště, což má za následek odstínění pece.

$$\overline{\Phi_z} = \overline{\Phi_{I1}} - \overline{\Phi_{I3}} \quad (3.40)$$

Dále se částečně sníží magnetické pole uvnitř induktoru, což sníží celkovou účinnost ohřevu. Ve stínění poté výsledné pole indukuje napětí U_3 :

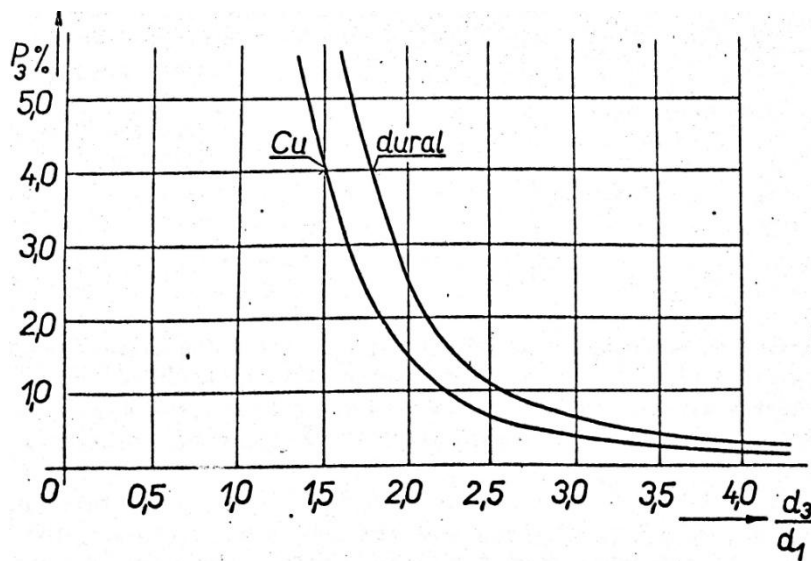
$$\overline{U_3} = R_3 \cdot I_{3e} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_z = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot \Phi_z = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_z \quad (3.41)$$

Z výsledku vyplývá, že ve stínění vznikne takové napětí, aby se ve stínícím plášti mohl vytvořit takový proud I_3 , který bude procházet přes odpor R_3 a který vytvoří pole, které bude působit proti rozptylovému toku vyvolanému induktorem, a tudíž bude stínit.

Aby bylo stínění dostatečně účinné, je vhodné použít materiál s dobrou elektrickou vodivostí. Nejčastěji se používá měď, případně dural. Stínící plášť umístíme

kolem induktoru tak, aby vnitřní průměr zvoleného stínícího pláště byl dvojnásobný, než vnitřní průměr induktoru. Tloušťku pláště volíme v závislosti na hloubce vniku. Pro dosažení minimálních ztrát je tloušťka pláště: $d_{opt} = \frac{a \cdot \pi}{2}$. Pokud zvolíme větší tloušťku, bude stínění v provozu mechanicky odolnější. Při optimální tloušťce minimální elektrický odpor a ztráty v plášti odpovídají vztahu:

$$P_3 = R_3 \cdot I_{3e}^2 \quad (3.42)$$



Obr. 19: Závislost ztrát ve stínicím plášti z mědi a z duralu na průměru cívkového pláště [12]

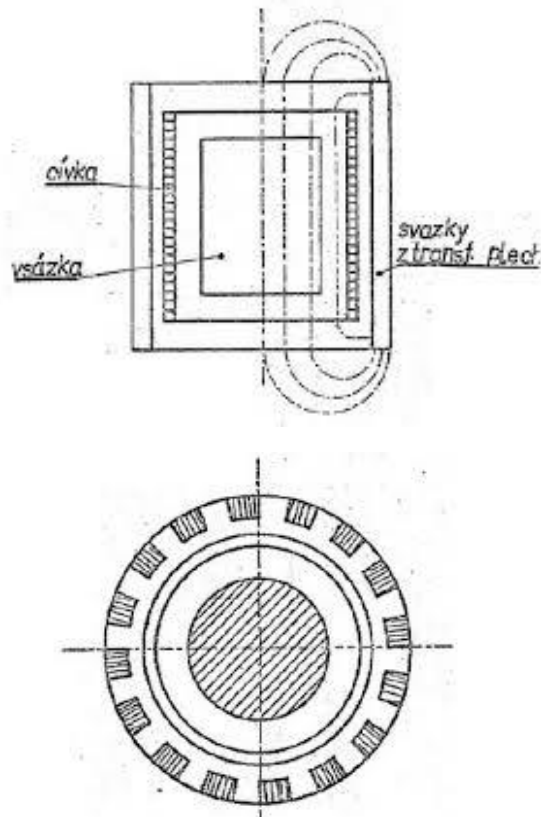
Ztráty ve stínění na svislé ose jsou udávány procenty příkonu z pece. Z grafu v obr. 19 je vidět, že čím je větší průměr cívkového pláště, tím menší ztráty ve stínění jsou.

Ztrátám 1,5% z výkonu odpovídá poměr $\frac{d_3}{d_1} = 2$, tudíž vnitřní průměr stínícího pláště vychází $d_3 = 2 \cdot d_2$. Pec vychází bachratá a vyžaduje větší prostor. [9,12]

Stínění elektricky vodivým pláštěm (nejčastěji měděným) se zpravidla používá u menších kelímkových pecí, většinou do maximální hmotnosti vsázky 1 tuna. U větších pecí je toto řešení těžko realizovatelné s ohledem na jejich velké rozměry. Vytvořit dostatečně velký měděný pás pro stínění velkých pecí by bylo materiálově velice náročné. Pro větší pece se častěji využívá stínění svazky transformátorových plechů.

[9,12]

3.9.2 Stínění pomocí svazků transformátorových plechů



Obr. 20: Uspořádání pece se stíněním transformátorovými plechy [12]

Většina z magnetického toku, který je buzený cívkou, se uzavírá přes dobře magneticky vodivou cestu vně cívky. Díky zařazení svazků z transformátorových plechů (magneticky vodivé svazky) dojde ke zmenšení odporu pro magnetický tok, který tudíž vzroste. Vlivem toho dojde k nárůstu indukčnosti pecní cívky z hodnoty L_1 na L_1' , k nárůstu indukčnosti vsázky z L_2 na L_2' a tudíž nastane změna i u vzájemné indukčnosti M_{12} . [9,12]

3.10 Užití tavicích kelímkových pecí v praxi

Kelímkové pece se z konstrukčního hlediska rozdělují na:

- 1) Vysokofrekvenční pece
- 2) Středo frekvenční pece
- 3) Pece na síťovou frekvenci

Vysokofrekvenční indukční kelímkové pece se využívají hlavně jako laboratorní pece se vsázkou o hmotnosti několik gramů až několik set gramů. Tyto pece se používají k tavení

většiny technických kovů.

[15]

Středofrekvenční indukční kelímkové pece se konstruují na mnohem větší hmotnosti vsázky než pece vysokofrekvenční. Nejčastěji je to pro vsázky od několika desítek kilogramů až hmotnosti přes 10 tun. Menší středofrekvenční pece (40 až 250 kg) se využívají ve slévárnách přesného lití. V ocelářských slévárnách se středofrekvenční pece používají k odlévání odlitek střední a malé hmotnosti na formovacích linkách.

[15]

Indukční kelímkové pece konstruované na síťovou frekvenci se často instalují do sléváren lití a slouží zde převážně jako pece udržovací pro ohřev tekuté litiny roztavené v jiném zařízení, ale mohou fungovat i jako pece tavící. Pece konstruované na síťovou frekvenci se staví od hmotnosti 1 tona až do 80 tun. V ocelářských slévárnách se používají je zřídka. Tyto pece pracují nejlépe s tekutým zbytkem 25 až 75 %. To znamená, že například se z pece odlévají 3 tuny kovu a zbylých 9 tun zůstává v peci. Vsázka je dosazována do tekutého kovu a nesmí proto být mokrá nebo zaolejaná. Provoz pecí s tekutým zbytkem se nepoužívá ve slévárnách, kde často dochází ke změně sortimentu vyráběných ocelí. V České republice v současné době nenalezneme v ocelářských slévárnách v provozu žádnou indukční pec na síťovou frekvenci. Ve slévárnách litiny jsou indukční pece na síťovou frekvenci (do 10 tun) postupně nahrazovány středofrekvenčními pecemi.

[15]

4 Výpočet parametrů indukční kelímkové pece 2,5t/200 Hz

4.1 Výpočet rozměrů

Jako první krok ve výpočetním řešení musím vypočítat základní rozměrové parametry zadané indukční kelímkové pece. Začínám výpočtem objemu vsázky, což je nejdůležitější parametr pro určení objemu kelímku. Objem vsázky se vypočítá ze zadané hmotnosti vsázky a její měrné hmotnosti. Jako tavený materiál byla zvolena konstrukční ocel, jejíž měrná hmotnost podle tabulek je: $s = 7,85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

$$V = \frac{m}{s} = \frac{2500}{7,85 \cdot 10^3} = 0,318 \text{ m}^3$$

Pro vnitřní prostor kelímku uvažuji válec se středním průměrem d_2 . Nyní je důležité

vhodně zvolit poměr mezi průměrem a délkou vsázky. Tento průměr $\frac{d_2}{l_2}$ se volí mezi hodnotami 0,7 (pro menší pece) až 0,8 (pro větší pece). Já zvolím hodnotu 0,78.

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot \frac{d_2}{0,78} = \frac{\pi \cdot d_2^3}{3,12} = 1,007 \cdot d_2^3 = 0,318 \text{ m}^3$$

Z této rovnice si vyjádřím hodnotu d_2 a následně dopočtu i délku vsázky l_2 :

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{V}{1,007}} = \sqrt[3]{\frac{0,318}{1,007}} = 0,681 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = \frac{0,681}{0,78} = 0,873 \text{ m}$$

V dalším kroku si vypočítám hloubku vniku naindukovaných proudů, jejíž hodnotu budu potřebovat pro určení průměru kelímku:

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_2}{\omega \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 8000}} = 3,979 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Výpočet hodnoty vnitřního průměru induktoru d_1 vychází z průměru vsázky d_2 , ke kterému přičtu dvojnásobek tloušťky kelímku l_k :

$$l_k = 0,13 \text{ m} \text{ (zvoleno s ohledem na obsah pece pro 2500 kg vsázky)}$$

$$d_1 = d_2 + 2 \cdot l_k = 0,681 + 2 \cdot 0,13 = 0,941 \text{ m}$$

Délka induktoru se obvykle volí 1,1x delší než délka vsázky:

$$l_1 = 1,1 \cdot l_2 = 1,1 \cdot 0,873 = 0,960 \text{ m}$$

4.2 Výpočet vzduť

Pro výpočet teoretické hladiny vzduť vycházím z těchto hodnot: Hmotnost vsázky $m = 2500 \text{ kg}$, příkon pece jsem s ohledem na hmotnost vsázky stanovil na $P_g = 900 \text{ kW}$, účinnost je $\eta_c = 0,71$, pec je stíněna svazky transformátorových plechů, cívka má vnitřní

průměr $d_1 = 0,941$ m, její délka je $l_1 = 0,960$ m, vsázka má průměr $d_2 = 0,681$ m a délku $l_2 = 0,873$ m, dochází k tavení konstrukční oceli, měrná hmotnost oceli je $s = 7,85 \cdot 10^3$ kg/m³ a měrný odpor oceli $\rho = 1 \cdot 10^{-6}$ Ω · m. Zadaný kmitočet je 200 Hz.

Nejprve spočítám skutečný absorbovaný příkon vsázkou:

$$P_2 = \eta_c \cdot 900 = 639 \text{ kW}$$

Měrný příkon q poté bude:

$$q = \frac{P_2}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{639 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 311,123 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

Pro výpočet střední hodnoty elektrodynamického tlaku použiji vztah 3.31:

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 311,123 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{200 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 6956,311 \text{ Pa}$$

Teoretické vzduť hladiny vypočítám pomocí výrazu 3.32:

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 6956,311 = 0,090 \text{ m}$$

Výsledná hodnota teoretického vzduť hladiny taveniny vyšla 9 cm. Hodnotu vzduť lze různými způsoby omezit. Vzduť lze omezit například změnou rozměrů induktoru nebo také zvýšením kmitočtu. Vzduť lze také omezit snížením magnetické intenzity, jejíž snížení o polovinu způsobí pokles vzduť hladiny taveniny o čtvrtinu.

Pro porovnání přidávám výpočet teoretického vzduť stejné pece jako při předchozím výpočtu s tím rozdílem, že příkon tentokrát bude $P_g = 260$ kW. Je to poslední zaznamenaná skutečná hodnota příkonu u pece s totožnými parametry před její havárií.

$$P_2 = \eta_c \cdot 260 = 184,6 \text{ kW}$$

$$q = \frac{P_2}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{184,6 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 89,880 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 89,880 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{200 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 2009,601 \text{ Pa}$$

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 2009,601 = 0,026 \text{ m}$$

Výsledná hodnota teoretického vzduť při příkonu pece $P_g = 260 \text{ kW}$ je 2,6 cm. Z této hodnoty je patrné, že změna hodnoty teoretického vzduť je přímo úměrná se změnou příkonu pece.

Z důvodu, že teoretické vzduť je přímo úměrné změně příkonu, nelze přistupovat ke zrychlení tavící procesu tím, že se bude neustále navyšovat příkon tavící pece. Při takovémto nepřiměřeném navyšování příkonu by docházelo k nepřiměřenému vzduť taveniny a výraznému vymílání kelímku.

4.2.1 Změna vzduť s ohledem na kmitočet

Aby mohl být zachován vhodný příkon pece s ohledem na hmotnost vsázky, je nutné omezit hodnotu teoretického vzduť jinak, než snižováním příkonu. Jednou z možností omezení je zvýšení kmitočtu:

Výpočet vzduť pro hodnotu kmitočtu 500 Hz:

Hodnoty $P_2 = 639 \text{ kW}$ a $q = 311,123 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ zůstanou stejné jako u prvního, neupravovaného výpočtu.

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 311,123 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{500 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 4399,557 \text{ Pa}$$

Výsledné teoretické vzduť je poté:

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 4399,557 = 0,057 \text{ m}$$

Při kmitočtu 500 Hz je výsledné vypočtené teoretické vzduť 5,7 cm, tudíž došlo k poklesu o 3,3 cm oproti při kmitočtu 200 Hz. Hodnota 5,7 cm se blíží k ideálnímu rozmezí 6-8 cm pro teoretické vzduť taveniny.

Výpočet vzduť při kmitočtu 1000 Hz:

Hodnoty P_2 a q zůstávají nezměněné. Poté:

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 311,123 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{1000 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 3110,957 \text{ Pa}$$

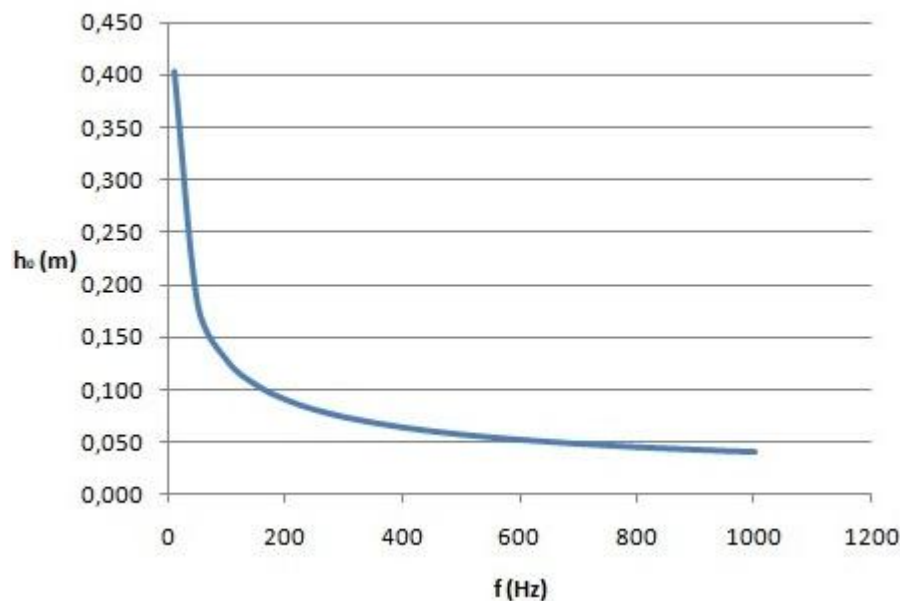
$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 3110,957 = 0,040 \text{ m}$$

Při navýšení kmitočtu na 1000 Hz došlo ke snížení teoretického vzduť na hodnotu 4 cm, což už je nižší, než je ideální hodnota teoretického vzduť, tudíž takto výrazné navýšení kmitočtu pro zadanou pec je nepotřebné. Postačí zvýšení na 500 Hz.

Průběh závislosti vzduť na kmitočtu:

Tab.9: Závislost teoretického vzduť na hodnotách kmitočtu:

f (Hz)	10	50	100	150	200	250	300	350	400	450	
h ₀ (m)	0,404	0,181	0,128	0,104	0,090	0,081	0,074	0,068	0,064	0,060	
f (Hz)	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
h ₀ (m)	0,057	0,054	0,052	0,050	0,048	0,047	0,045	0,044	0,043	0,041	0,040



Obr. 21: Závislost teoretického vzduť na kmitočtu

4.2.2 Omezení pro kmitočty 50 Hz

Jako extrémní případ můžeme označit tavení v dané indukční kelímkové peci při síťovém kmitočtu 50 Hz. V tabulce 8 je dáno, že hodnota teoretického vzduť je pro síťový kmitočty 18,1 cm, což je absolutně nepřijatelné. S ohledem na velikost vzduť je nutné pro

tavení při síťovém kmitočtu provést určité úpravy:

Pro snížení výšky vzdutí potřebujeme snížit měrný příkon q . Nejjednodušší úpravou by bylo snížení příkonu pece. Jak jsem již předvedl v dřívějších výpočtech, výška vzdutí je přímo úměrná příkonu pece. Pro získání hodnoty vzdutí v ideálním rozmezí 6-8 cm je nutno vzdutí 18,1 cm snížit asi 2,6krát. Toho docílíme tím, že i příkon pece snížíme 2,6krát, tudíž z hodnoty 900 kW příkon poklesne na 346,154 kW. Celkové rozmezí příkonů pro rozsah ideálního vzdutí je od 298,342 kW až do 397,790 kW. Tato úprava je sice jednoduchá, ale není úplně vhodná, protože takto výrazným poklesem příkonu dojde k velkému nárůstu celkové doby tavicího procesu.

Z hodnot celkového rozmezí přípustných příkonů lze lehce dopočítat přípustné rozmezí měrných příkonů q :

$$q_{min} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 298,342 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 103,135 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$q_{max} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 397,790 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 137,513 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

Těchto hodnot měrných příkonů se nemusí dosáhnout pouze tím, že se výrazně sníží příkon pece, ale lze také upravovat rozměry vsázky, případně rozumně propojit obě úpravy.

Změna rozměrů vsázky pro stanovený příkon pece 900 kW:

Pro určování nových rozměrů vsázky musí být zachován zvolený poměr mezi průměrem a délkou vsázky: $\frac{d_2}{l_2} = 0,78$. Vycházíme z hodnot měrných příkonů q_{min} a q_{max} .

$$q_{min} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot d_2 \cdot 0,960} = 103,135 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot 103,135 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 2,054 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 2,633 \text{ m}$$

$$q_{max} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 137,513 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot 137,513 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 1,541 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 1,976 \text{ m}$$

Při stanoveném příkonu pece 900 kW pro kmitočet 50 Hz jsou rozměry vsázky pro udržení ideálního rozmezí výšky vzdutí:

- 1) Pro maximální měrný příkon je délka vsázky 1,976 m a průměr vsázky 1,541 m.
- 2) Pro minimální měrný příkon je délka vsázky 2,633 m a průměr vsázky 2,054 m.

V návaznosti na nové rozměry vsázky dochází také ke změně objemu a hmotnosti vsázky. Pro výpočet je nejdůležitějším parametrem průměr vsázky d_2 . Tuto hodnotu volím z intervalu $\langle 1,976; 2,633 \rangle$, což jsou hraniční hodnoty průměru vsázky pro zadaný příkon a kmitočet. Zvolím hodnotu $d_2 = 2,1 \text{ m}$.

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot \frac{d_2}{0,78} = \frac{\pi \cdot d_2^3}{3,12} = 1,007 \cdot d_2^3 = 1,007 \cdot 2,1^3 = 9,325 \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot s = 9,325 \cdot 7,85 \cdot 10^3 = 73397,500 \text{ kg}$$

Pec o příkonu 900 kW a kmitočtu 50 Hz je schopna pojmout při přípustném vzdutí objem vsázky $9,325 \text{ m}^3$ na hmotnost vsázky 73,398 tuny. Tento objem vsázky a její hmotnost jsou příliš velké a konstrukce takovéto pece by byla materiálově a prostorově příliš náročná.

Změna rozměrů vsázky pro snížený příkon pece 800 kW:

$$q_{min} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 800 \cdot 10^3}{\pi \cdot d_2 \cdot 0,960} = 103,135 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 800 \cdot 10^3}{\pi \cdot 103,135 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 1,826 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 2,341 \text{ m}$$

$$q_{max} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 800 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 137,513 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 800 \cdot 10^3}{\pi \cdot 137,513 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 1,370 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 1,756 \text{ m}$$

Při stanoveném příkonu pece 800 kW pro kmitočet 50 Hz jsou rozměry vsázky pro udržení ideálního rozmezí výšky vzdutí:

- 1) Pro maximální měrný příkon je délka vsázky 1,756 m a průměr vsázky 1,370 m.
- 2) Pro minimální měrný příkon je délka vsázky 2,341 m a průměr vsázky 1,826 m.

Výpočet objemu a hmotnosti vsázky: (volím $d_2 = 1,5$)

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot \frac{d_2}{0,78} = \frac{\pi \cdot d_2^3}{3,12} = 1,007 \cdot d_2^3 = 1,007 \cdot 1,5^3 = 3,399 \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot s = 3,399 \cdot 7,85 \cdot 10^3 = 26682,150 \text{ kg}$$

Pec o příkonu 800 kW a kmitočtu 50 Hz je schopna pojmout při přípustném vzdutí objem vsázky 3,399 m³ na hmotnost vsázky 26,682 tuny. I tyto hodnoty objemu a hmotnosti vsázky jsou příliš velké a převyšují realizovatelné konstrukční možnosti pece.

Změna rozměrů vsázky pro snížený příkon pece 700 kW:

$$q_{min} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 700 \cdot 10^3}{\pi \cdot d_2 \cdot 0,960} = 103,135 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 700 \cdot 10^3}{\pi \cdot 103,135 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 1,598 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 2,048 \text{ m}$$

$$q_{max} = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 700 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,960} = 137,513 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{0,71 \cdot 700 \cdot 10^3}{\pi \cdot 137,513 \cdot 10^3 \cdot 0,960} = d_2$$

$$d_2 = 1,198 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{d_2}{0,78} = 1,536 \text{ m}$$

Při stanoveném příkonu pece 700 kW pro kmitočet 50 Hz jsou rozměry vsázky pro udržení ideálního rozmezí výšky vzdutí:

- 1) Pro maximální měrný příkon je délka vsázky 1,536 m a průměr vsázky 1,198 m.
- 2) Pro minimální měrný příkon je délka vsázky 2,048 m a průměr vsázky 1,598 m.

Výpočet objemu a hmotnosti vsázky: (volím $d_2 = 1,3$)

$$V = \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \cdot \frac{d_2}{0,78} = \frac{\pi \cdot d_2^3}{3,12} = 1,007 \cdot d_2^3 = 1,007 \cdot 1,3^3 = 2,212 \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot s = 2,212 \cdot 7,85 \cdot 10^3 = 17364,200 \text{ kg}$$

Pec o příkonu 700 kW a kmitočtu 50 Hz je schopna pojmout při přípustném vzdutí objem vsázky 2,212 m³ na hmotnost vsázky 17,364 tuny. Hodnoty objemu a hmotnosti jsou v tomto případě již výrazně nižší, než pro příkon 900 kW, ale i tyto hodnoty jsou svojí velikostí nepřijatelné.

Z výsledků je zřejmé, že pomocí navýšení rozměrů vsázky lze také regulovat hladinu vzdutí v ideálním rozmezí. Ovšem bylo by rozměrově a materiálově náročné omezovat vzdutí pouze změnou rozměrů vsázky, proto je ideální najít vhodnou kombinaci snížení příkonu pece se zvětšením rozměrů vsázky (protože čím více se sníží příkon pece, tím méně se musí navyšovat rozměry vsázky pro udržení ideálního vzdutí). Pro výše vypočtené porovnávací příklady je u všech zvolených kmitočtů konstrukce takovéto pece na síťový kmitočet prakticky nerealizovatelná. Pec na síťový kmitočet musí mít nízký příkon pro udržení potřebné hladiny teoretického vzdutí. Díky nízkému příkonu by tavení v takovéto peci bylo velmi neefektivní a z toho důvodu se kelímkové pece na síťový kmitočet převážně používají jako pece udržovací, kdy zajišťují stálý ohřev již roztaveného kovu.

4.2.3 Omezení vzduť změnou délky induktoru l_1

Při původním výpočtu jsem zvolil délku induktoru $l_1 = 1,1 \cdot l_2 = 0,960$ m. Pro tuto délku byla výsledná hodnota teoretického vzduť 9 cm. S ohledem na změnu délky induktoru dojde také ke změně hladiny vzduť.

1) Zmenšení délky induktoru: ($l_1 = 0,5 \cdot l_2 = 0,437$ m)

$$q = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,437} = 683,475 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 683,475 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{200 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 15281,624 \text{ Pa}$$

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 15281,624 = 0,198 \text{ m}$$

Při snížení délky induktoru na hodnotu $l_1 = 0,5 \cdot l_2$ dojde ke zvýšení hladiny vzduť na 19,8 cm. Změna hodnoty vzduť je nepřímo úměrná ke změně délky induktoru a snižování délky induktoru je tudíž nepřijatelné.

2) Zvětšení délky induktoru: ($l_1 = l_2 = 0,873$ m)

$$q = \frac{\eta_c \cdot P_g}{\pi \cdot d_2 \cdot l_1} = \frac{0,71 \cdot 900 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,681 \cdot 0,873} = 342,129 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$$

$$p_{os} = 3,162 \cdot q \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{f \cdot \rho}} \cdot 10^{-4} = 3,162 \cdot 342,129 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{\frac{1}{200 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \cdot 10^{-4} =$$

$$= 7649,565 \text{ Pa}$$

$$h_0 = \frac{1}{g \cdot s} \cdot p_{os} = \frac{1}{9,81 \cdot 7,85 \cdot 10^3} \cdot 7649,565 = 0,099 \text{ m}$$

Při zvýšení délky induktoru na hodnotu $l_1 = l_2$ dojde ke snížení hladiny vzduť na přípustnou hodnotu 9,9 cm. Tudíž je patrné, že pro snížení hladiny vzduť je nutné navyšovat délku induktoru nad délku vsázky. Další zvyšování délky induktoru nad délku vsázky nemá žádný praktický význam, protože měrný odpor q přechází z cívky do vsázky pouze po délce vsázky a tudíž se účinná délka

induktoru i při jeho dalším prodloužení nezmění. Pro omezení teoretického vzduť je tedy ideální varianta mít induktor o minimální délce, jako je délka vsázky a poté musíme k omezení vzduť přidat další úpravy pece.

5 Závěr

V této diplomové práci na téma elektrodynamické síly při ohřevech elektromagnetickou indukcí jsem se nejprve zabýval teorií indukčního ohřevu. Toto téma již bylo vysvětleno v mé předchozí bakalářské práci, proto jsem ho nyní zpracoval stručněji pouze s vysvětlením základních principů a postup odvození vlnových rovnic je zde pouze naznačen. Pro představu výhody indukčního ohřevu jsem provedl jednoduché měření k porovnání s dalšími druhy ohřevů.

V druhé části jsem se zabýval teorií vzniku elektrodynamických sil a následně silami, které působí na roztavenou vodivou vsázku, kterou protéká elektrický proud. Tyto síly jsou klíčovým parametrem pro průběh tavení kovů v pecích. Způsobují víření a vzduť taveniny v pecích. Víření taveniny je hlavní parametr, díky němu je tavení pomocí elektromagnetické indukce výhodné.

V další části jsem zpracoval poznatky o indukčních kelímkových pecích. Odvodil jsem zde vznik elektrodynamického tlaku. Odvození elektrodynamického tlaku bylo důležité vzhledem k navazujícím výpočtům na výšku vzduť. Dále jsem se zabýval stíněním kelímkových pecí a elektromagnetickou průzračností, která je při ohřevech elektromagnetickou indukcí velmi nežádoucí.

V závěrečné části mé diplomové práce jsem pro zadanou pec 200 Hz/ 2,5 t vypočetl její parametry a provedl jsem výpočet na výšku teoretického vzduť. Dále jsem pomocí dalších výpočtů hledal možnosti pro omezení hladiny teoretického vzduť. Nejprve jsem snižoval příkon pece a z výpočtů vyplynulo, že hladina teoretického vzduť je přímo úměrná změně příkonu pece. Snižování příkonu sice způsobí snížení hladiny teoretického vzduť na potřebnou velikost (6-8 cm), ovšem snížení příkonu také způsobí snížení účinnosti tavicího procesu a časové prodloužení tavby, což by v průmyslovém závodu bylo neekonomické.

Jako další jsem provedl výpočty se změněnou délkou l_1 induktoru. Z výsledků je patrné, že vzduť klesá se zvětšováním délky induktoru. Zvětšování délky induktoru má ovšem smysl pouze do délky vsázky, další zvětšování už se do výpočtu hladiny vzduť nepromítne. Pro případ zadané pece tato samostatná úprava pro snížení vzduť byla nedostatečná.

Zvlášť jsem provedl výpočty pro indukční kelímkovou pec s hmotností vsázky dle zadání, ale se síťový kmitočet 50 Hz. Tyto výpočty se odvíjely od měrných příkonů q_{\min} a q_{\max} , které jsem si vypočetl jako hraniční hodnoty pro povolenou hladinu vzduť. Cílem výpočtů bylo zjistit změnu rozměrů vsázky, tak aby byla dodržena vhodná hladina vzduť, oproti původnímu výpočtu pro 200 Hz. Nové rozměry vsázky jsem počítal pro postupně

snižované hodnoty příkonů. Z nových rozměrů vsázky jsem dopočetl nový objem a hmotnost vsázky v peci. Tyto hodnoty jsou ovšem svojí velikostí nepřijatelné pro realizaci takovéto pece.

Ze všech vypočtených výsledků docházím k závěru, že žádný z vyšetřovaných způsobů omezování vzduší nelze označit jako nejvýhodnější. Pro zajištění kvalitního, účinného a hlavně ekonomicky výhodného provozu je nutno vzhledem k charakteru tavení a materiálovým možnostem najít vhodnou kombinaci všech omezovacích způsobů.

Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] Mayer, D. *Teorie elektromagnetického pole*, ZČU, Plzeň, 2001
- [2] <https://www.goudsmitmagnets.com/cz/wiki/211/curieova-teplota>
- [3] <https://www.roboterm.cz/home/co-je-indukcni-ohrev>
- [4] <http://www.odbornecasopisy.cz/elektro/casopis/tema/moderni-prumyslove-technologie-zalozene-na-procesech-v-tekutych-kovech-rizenych-elektromagnetickym-polem—14316>
- [5] Bušov, Bohuslav. *Učební texty – Elektrické přístroje (BEPR)* [online]
- [6] http://www.ueen.feec.vutbr.cz/cz/images/stories/OPVK_ePower/BEPR/Prezentace_BEPR.pdf
- [7] http://147.33.74.135/knihy/uid_isbn-978-80-7080-002-7/pdf/147.pdf
- [8] https://cs.wikipedia.org/wiki/Navierova%20%80%93Stokesova_rovnice
- [9] Mariňák, J. *Rozptylová magnetická pole při ohřevech elektromagnetickou indukcí*, Bakalářská práce, Plzeň, 2016
- [10] Rudnev, V. *Handbook of Induction Heating*, CRC-USA
- [11] Davidson, P.A. *An introduction to magnetohydrodynamics*, [online]: <http://ebooks.cambrige.org/ebook.jsf?bid=CBO9780511626333>
- [12] Langer, E.; Kožený, J. *Elektrotepelná zařízení indukční: Základy teorie, výpočty, konstrukce* Ediční středisko VŠSE Plzeň, 1982
- [13] Rada, J a KOL. *Elektrotepelná technika* SNTL/ALFA 1985
- [14] Uhlíř, M. *Elektromagnetická průzařnost při indukčních ohřevech*, Diplomová práce, Plzeň, 2014
- [15] http://metalurgie.707.cz/2_9_1.html