

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

Diplomová práce

PROSTOROVÁ MANIPULACE PRUŽNÝCH TĚLES
POMOCÍ MAGNETICKÉHO POLE

Ondřej SODOMKA

2019

ANOTACE A KLÍČOVÁ SLOVA

Předložená práce je věnována studii, modelování a aplikacím magnetoreologických elastomerů (MRE). Byla provedena řada měření magnetických a mechanických vlastností, ze kterých vyplynul hyperelastický charakter a nelinearita saturace materiálu magnetickým polem. Dále bylo na základních experimentech prezentováno chování MRE v externím magnetickém poli. Na základě výsledků studie byl formulován monolitický matematický model. Závěry a výsledky těchto analýz byly uplatněny při úpravách dvou prototypů úchopových systémů využívajících MRE.

KLÍČOVÁ SLOVA

magnetoreologický elastomer, relativní permeabilita, magnetické pole, mechanika, hyperelastická, matematický model, prototyp

ANOTATION AND KEYWORDS

The study, mathematical modeling and applications of magnetorheological elastomers (MRE) are presented. A series of measurements of magnetic and mechanical properties was performed from which a hyperelastic behaviour and nonlinear magnetic saturation of the material emerged. After that, a group of experiments presenting the behaviour of MRE in the external magnetic field was performed. A monolithic mathematical model was formulated on the basis of these results. The obtained results and conclusions were used for adjustments of two gripper prototypes based on MRE's.

KEYWORDS

magnetorheological elastomer, relative permeability, magnetic field, mechanics, hyperelasticity, mathematical modeling, prototype

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval především vedoucímu práce Ing. Františku Machovi, Ph.D. za odborné vedení a skvělé připomínky k vypracování práce. Děkuji zároveň prof. Ing. Ivu Doleželovi, CSc. za odborné konzultace a Ing. Radku Kottnerovi, Ph.D. za odborné rady v oblasti mechaniky.

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení diplomovou práci, zpracovanou během mého studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně, s použitím uvedené odborné literatury, a pramenů a že veškerý software, použitý při jejím řešení a zpracování, byl využit s respektováním všech jeho licenčních podmínek.

V Plzni dne 30. května 2019

Ondřej Sodomka

SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

m	g	hmotnost
m_{Fe}/m	%	koeficient plnění
\mathbf{B}	T	magnetická indukce
\mathbf{H}	$\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$	intenzita magnetického pole
N	–	počet závitů cívky
U	V	elektrické napětí
I	A	elektrický proud
l, L	m	délka
μ	$\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$	permeabilita
\mathbf{A}	$\text{Wb} \cdot \text{m}^{-1}$	magnetický vektorový potenciál
\mathbf{J}	$\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$	proudová hustota
ϕ	Wb	magnetický indukční tok
\mathbf{F}	N	síla
\mathbf{f}	$\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$	vektor objemové hustoty sil
t	s	čas
ν	–	Poissonovo číslo
E	Pa	Youngův modul pružnosti
σ	Pa	mechanické napětí
ε	–	poměrné prodloužení
\mathbf{u}	m	vektor posuvů
w	$\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$	objemová hustota energie
W	J	energie
c_1, c_2, c_3	Pa	materiálový koeficient
\mathbf{I}	–	jednotková matice
κ	–	objemový modul pružnosti
MRE		Magnetoreologický elastomer
MR		Magnetoreologický

OBSAH

i ÚVOD DO PROBLEMATIKY	2
I.1 DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ	3
I.2 SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ	6
I.3 MOTIVACE A CÍLE PRÁCE	9
ii STUDIE MATERIÁLU	11
II.1 MAGNETICKÉ VLASTNOSTI	12
II.1.1 Analytický postup	12
II.1.2 Numerický postup	13
II.1.3 Shrnutí a diskuze výsledků	16
II.2 MECHANICKÉ VLASTNOSTI	18
II.2.1 Měření v tahu	19
II.2.2 Měření v tlaku	20
II.2.3 Shrnutí a diskuze výsledků	20
II.3 HYPERELASTICKÝ CHARAKTER	22
II.3.1 Elasticita a hyperelasticita	22
II.3.2 Identifikace materiálových parametrů	24
II.3.3 Shrnutí a diskuze výsledků	30
II.4 MECHANICKÉ VLASTNOSTI V MAGNETICKÉM POLI	32
II.4.1 Vliv magnetického pole na tuhost	32
II.4.2 Deformace a aktuace v magnetickém poli	34
II.4.3 Shrnutí a diskuze výsledků	37
iii MATEMATICKÝ MODEL	38
iv APLIKACE MAGNETOREOLOGICKÝCH ELASTOMERŮ	42
IV.1 ISILOVÉ ÚČINKY MAGNETICKÉHO POLE	43
IV.2 ROBOTICKÉ ÚCHOPOVÉ SYSTÉMY	45
IV.2.1 Prototyp <i>Beak</i>	45
IV.2.2 Prototyp <i>Manus</i>	49
IV.2.3 Shrnutí a diskuze výsledků	50
v ZÁVĚR	52

Část I

ÚVOD DO PROBLEMATIKY

DEFINICE ZÁKLADNÍCH POJMŮ

MAGNETOREOLOGICKÝ ELASTOMER (MRE) je kompozitní materiál s magneticky citlivými částicemi rozptýlenými či seřazenými v nemagnetické matici elastomeru [1]. Materiál vykazuje magnetoreologický efekt, čímž je umožněno externím magnetickým polem kontrolovat jeho vlastnosti. Po odstranění magnetického pole se materiálu obnoví jeho předchozí vlastnosti. Předmětem práce je tedy materiál, který vykazuje jak vlastnosti feromagnetických materiálů, tak i mechanické vlastnosti elastomerů, konkrétně materiálů na bázi silikonu. Magnetoreologickým¹ efektem je rozuměna změna materiálových vlastností vlivem aplikace externího magnetického pole [3]. Do odvětví materiálů vykazujících MR efekt patří rovněž magnetoreologické kapaliny.

Elastomerů vykazujících MR efekt existuje vícero druhů, což je dáno tím, že MRE není v současné době komerčně dostupné a je vyráběno prozatím jen v výzkumných laboratořích. Lze je rozlišit dle typů elastomeru či typu a úpravy použitých částic, díky nimž vykazují různé vlastnosti a odpovídá vhodné použití [4]. Základní rozdělení dotovaných částic může být na částice magneticky tvrdé a měkké. Magneticky tvrdé částice (například NdFeB [5]) mohou po magnetizaci vykazovat nenulovou remanentní indukci, čili je v aplikaci možno elastomery nejen přitahovat, ale i odpuzovat nebo je lépe řečeno polohovat [6]. Magneticky měkké částice (například Fe₈₅Si₁₅ [7]) jsou naopak charakteristické tím, že po odstranění externího magnetického pole se jejich vlastnosti okamžitě vrátí do původního stavu, nevykazují tedy žádnou remanentní indukci [8].

Dalším základním kritériem rozdělení MRE může být orientace částic v matici elastomeru, jež jsou materiálem získány typickým postupem výroby. Vlastnost je dána přítomností externího magnetického pole během fáze tuhnutí elastomeru. Jsou-li částice dostatečně uchycené v matici, aby nedošlo k jejich vytržení a přesunu, dojde přítomností magnetického pole pouze k jejich natočení a vytvoření řetězců. Tím materiál získá anizotropní magnetické vlastnosti [9].

Tato práce se bude věnovat izotropním magnetickým elastomerům bez magnetizace, jejichž výrobou a aplikací se zabývá ve své dizertační práci Ing. Vojtěch Skřivan. Stručný popis výrobního postupu používaného v rámci této práce je stručně popsán dále.

¹ Reologie je vědní obor mechaniky spjitých prostředí (mechaniky kontinua), který se věnuje zkoumání a modelování proudění a deformačních vlastností látek, zejména závislosti deformace a napětí [2].

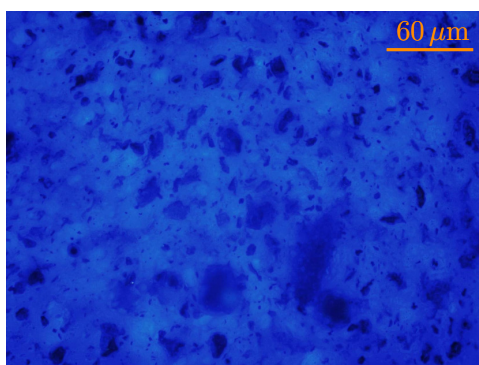
VÝROBNÍ POSTUP MRE

Výroba magnetoreologických elastomerů zkoumaných v této práci [7] je založena na míchání silikonové báze s katalyzátorem. Oba díly jsou části silikonové matrice, po jejichž smíchání začne fáze tuhnutí. Po smíchání této směsi se přidávají ferromagnetické částice (Fe85Si15 s průměrnou velikostí $27.2 \mu\text{m}$).

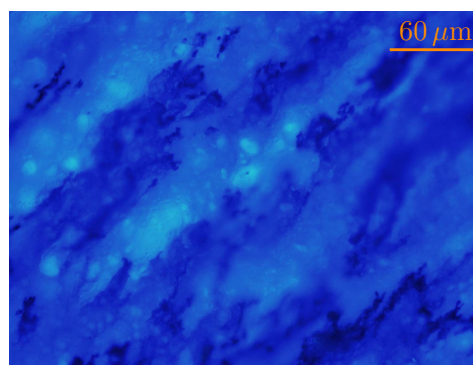
Před odlitím do formy se směs dává do vakuové komory, ve které se z ní odsaje nadbytečný vzduch, který se do směsi dostal předešlým mícháním. Materiál je možné opětovně umístit do vakuové komory po jeho odlití do formy. Směs však nesmí být v komoře příliš dlouho, neboť před ztuhnutím směsi nejsou částice stále pevně uchycené v matrici a mohou se oddělit a část jich zůstat na dně formy sypká a nenávaná. Fázi tuhnutí lze urychlit zvýšením teploty okolí na 60°C .

V rámci výzkumu MRE na Katedře teoretické elektrotechniky bylo testováno několik druhů adičních silikonů (například super-měkký adiční silikon *EcoFlex 00-30* nebo silikon s názvem *Dragon Skin FX-PRO*) a jejich aditiv (například *Glidesil*, *Slacker* či *Thinner*) k úpravě a adaptaci materiálových vlastností pro specifické aplikace. Zjednodušeně řečeno, *Glidesil* sloužil k vulkanizaci, povrchové úpravě odlitého silikonu, díky němuž se snížila jeho přilnavost, *Slacker* snižuje tuhost výsledného materiálu a *Thinner* prodlužuje dobu tuhnutí směsi, čímž je zjednodušena manipulace směsi v tekuté fázi.

Vzorky pro studii vlastností materiálu byly vyrobeny ze silikonu typu *FX-PRO*. Ke specifikaci materiálových vlastností vzorků je využíván tzv. koeficient plnění m_{Fe}/m určující poměr hmotnosti přidaných feromagnetických částic m_{Fe} ku celkové hmotnosti směsi m , neboť se zvyšujícím se množstvím částic vykazuje MRE silnější reakci na magnetické pole, snižují se však jeho elastické vlastnosti. Na základě výrobních experimentů se ukázalo, že je možné dosáhnout faktoru plnění až 80% (poměr silikonu ku feromagnetickým částicím 1 : 4). Při vyšším poměru nedojde k dostatečnému provázání jednotlivých složek.



Obr. 1: Detail struktury neorientovaného MRE získaného pomocí fluorescenční mikroskopie.



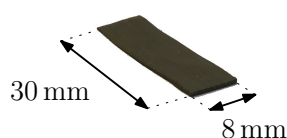
Obr. 2: Detail struktury orientovaného MRE získané pomocí fluorescenční mikroskopie.

MAGNETOELASTICKÝ JEV

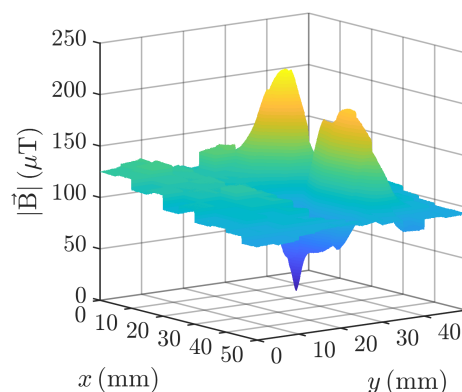
V současné době existují dvě formulace² popisující model chování MRE v magnetickém poli [10]. Přímá Eulerovská formulace, přístup postavený na zákonech zachování mechaniky kontinua, nebo nová plná Lagrangeovská formulace, založená na minimalizaci funkcionálu potenciální energie bez omezujících předpokladů.

Pro popis a modelování jsou uvažovány následující předpoklady.

Magnetizace částic je uvažována nulová. Vzorek MRE (Obr. 3) byl podroben citlivému měření magnetické indukce (Obr. 4) pomocí vyvinutého magnetického skeneru, který je blíže popisován v diplomové práci Bc. Martin Vítka [11]. Maximální naměřené hodnoty odpovídali řádově magnetickému poli Země včetně okolního rušení, magnetizace vzorku je tedy považována za zanedbatelnou.



Obr. 3: Vzorek MRE určený k měření remanentní indukce.



Obr. 4: Rozložení velikosti magnetické indukce ve vzorku MRE.

Rozmístění částic je uvažováno homogenní. Ze záběru fluorescenční mikroskopie (Obr. 1) je patrné náhodné rozmístění a velikost částic v silikonové matici. Částice jsou považovány za kulaté (nedochází k destrukci matrice při jejich orientaci), tuhé a makroskopické magnetické vlastnosti izotropní. Materiál je uvažován nestlačitelný [10] [12]. Dále není uvažován vliv orientace domén spontánní magnetizace částic či natáčení celých částic na objem ani tvar vzorku [4]. Ačkoliv byly tyto jevy dříve popsány [10], jejich vliv je z makroskopického hlediska zanedbatelný. Magnetostrikce MRE tedy není předmětem dále popisovaného výzkumu.

² Rozsah a hloubka obou formulací však sahá nad rámec této práce a jsou podrobněji popsány v publikaci [10].

i.2

SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Magnetoreologický efekt, byl poprvé objeven ve 40. letech Jacobem Rabinow [13] při výzkumu spojky využívající magnetoreologickou kapalinu. Kapaliny mají stále širokou škálu využití zahrnující brzdové systémy [14], tlumiče [15] či uchycení motorů a dalších [16]. Oproti kapalinám však elastomery nevykazují nevýhody jež kapaliny doprovází jako usazování částic, netěsnosti a náchylnost k poškození obalu, vysychání či znečišťování prostředí, čímž se elastomery stávají přednostní volbou při výzkumu a vývoji aplikací dříve využívajících kapalin [17].

Magnetoreologický elastomer byl publikován až v roce 1985 [18] ve snaze implementovat magnetoreologický efekt v lékařství a metrologii. První hlubší výzkum magnetoreologických elastomerů byl proveden až v roce 1996 [3], který porovnáním kvazistatického dipólového modelu s experimenty zkoumal modul tuhosti elastomeru při změně vnějšího magnetického pole a položil základy fyzikálního principu MR efektu u elastomerů. Od té doby výzkum magnetoreologických elastomerů přilákal pozornost a začalo přibývat více publikací popisujících výzkum MRE.

Stále probíhá aktivní výzkum materiálových vlastností jako je struktura [9], mechanické vlastnosti [19] [20] či výroba materiálu [21]. Materiál skrývá velký potenciál a proto je hojně využíván v leteckém průmyslu [22], strojírenství [23] [24], automobilovém průmyslu a dopravě [25] [26] [27] [28] nebo stavebnictví [8] [29].

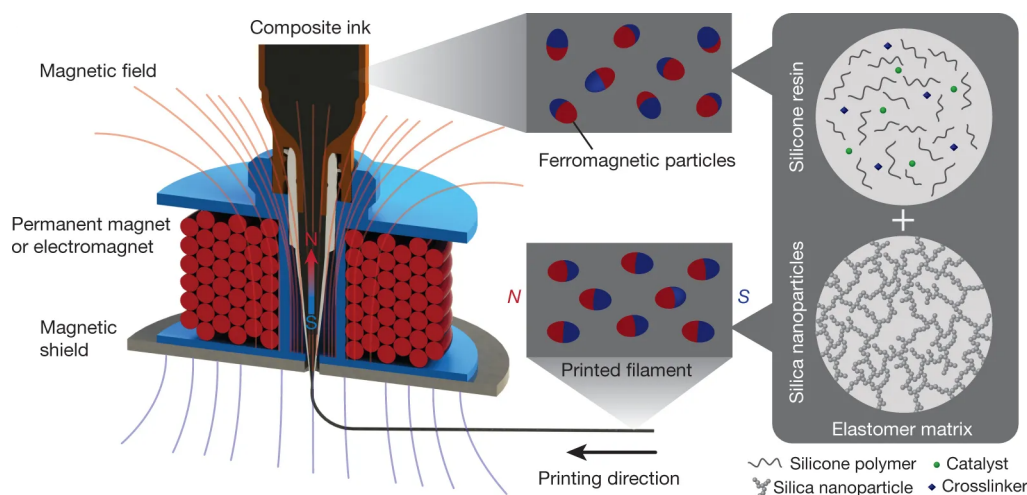
SOUČASNÉ APLIKACE MRE

Různé mechanické systémy jsou citlivé na vysokofrekvenční vibrace, které mohou vést k rychlejší únavě materiálu. Rovněž různá zařízení v lékařství či elektronice mohou být citlivá na krátkodobé či dlouhotrvající vibrace. Právě v oblasti tlumení vibrací leží řada aktuálních aplikací MRE [30] [31].

Zajímavým příkladem aktivního tlumení vibrací pomocí MRE mohou být ložiska dálničního mostu [30]. Tyto vibrace mohou způsobit různé povětrnostní podmínky, dopravní ruch na mostě, ale rovněž vzácnější události jako lehká lokální zemětřesení, které přináší řadu zatížení struktur mostu o různé intenzitě, které dlouhodobě oslabují materiál. Představená technika tlumení může najít řadu aplikací také v energetice a dalších výkonových odvětvích.

Zařízení se skládá z osmi cívek schopných generovat magnetické pole až 1.3 T skrze čtyři bloky magnetického obvodu. Magnetický obvod se skládá střídavě z ocelových plátů (použitá ocel 1018 pro její vysokou permeabilitu) a MRE vyrobený z TAP platinového silikonu dotovaného částicemi karbonylového železa. [30]

S rozvojem 3D tisku se rozvíjí také výroba MRE. V současné době byla představena technologie tisku magnetoreologických elastických struktur se současnou magnetizací [5]. Na Obr. 5 je patrný princip tisku. Filament z kompozitního materiálu s náhodně orientovanými dipólovými částicemi je pod tlakem dopraven do oblasti trysky, kde se vlivem nárůstu teploty uvolní uchycené částice ve filamentu. Díky magnetickému poli přiléhající cívký se částice natočí v jednom směru a filament je vytlačen mikro-tryskou.

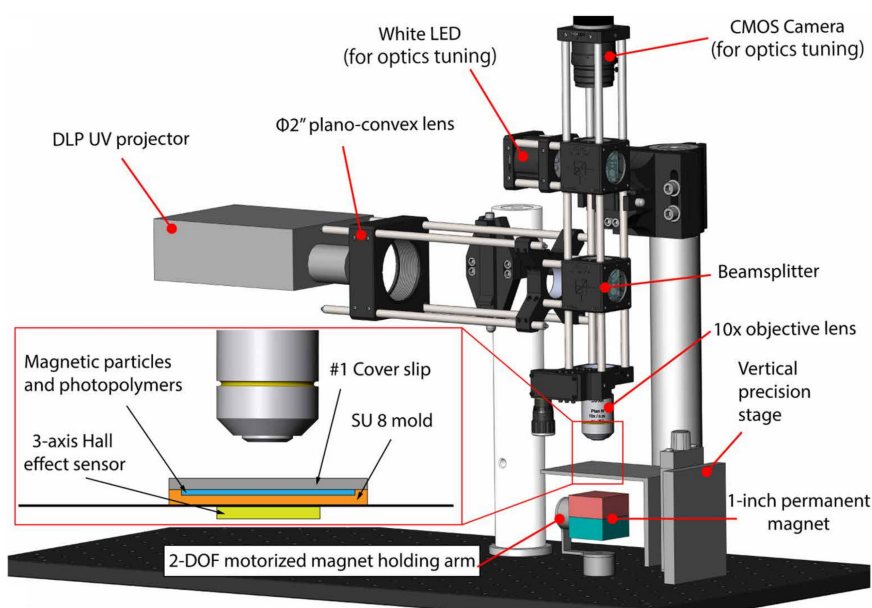


Obr. 5: Ilustrace principu 3D tisku MRE [5].

Magnetickým stíněním je zaručeno rovnoměrné rozložení magnetického pole v prostoru ústí trysky a tedy minimální vychylování filamentu při tisku. Materiál pro tisk je předem připraven mícháním neodymových částic (NdFeB), mikronizovaných křemičitých oxidů a silikonové matrice a následnou saturací a magnetizací silným magnetickým pulzem (přibližně 2.7 T).

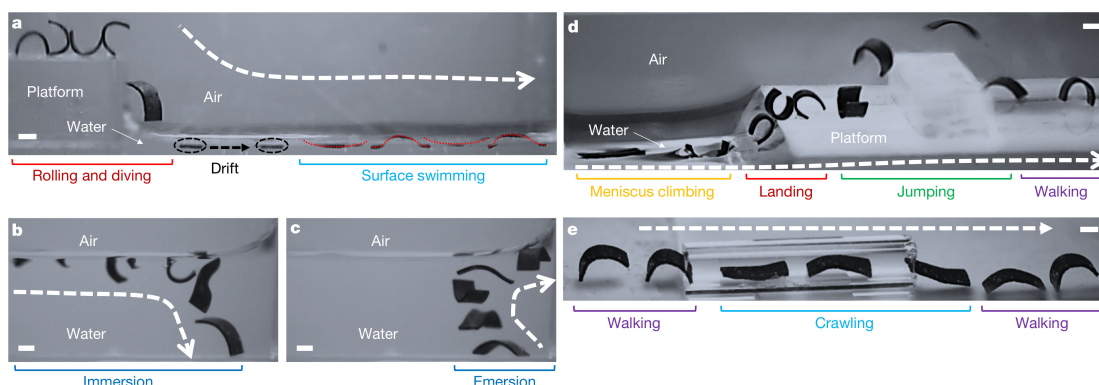
Novou technologií ve výrobě MRE je dále vytvrzování polohy orientovaných částic pomocí UV-záření [32]. Základní částí sestavy tvořící zařízení na Obr. 6 je projektor UV-záření a polohovatelný permanentní magnet s více stupni volnosti. Polohováním magnetu jsou natáčeny magneticky tvrdé, magnetizované částice materiálu dle požadavku. Následným ozářením dojde k vytvrzení světlocitlivé polymerní vrstvy a upevnění částic v současné poloze.

Oba výše uvedené postupy se zabývají výrobou flexibilních miniaturních robotů aktuovaných magnetickým polem. Pohybem a aktuací minirobotů se rovněž zabývá průlomová studie, jež představila techniku multimodálního pohybu struktury s komplexním rozložením magnetizace [6].



Obr. 6: Ilustrace zařízení pro orientaci částic a vytvrzování MRE pomocí UV-záření [32].

Na Obr. 7 jsou zobrazeny různé způsoby pohybu miniaturního prostorově nevázaného robota z MRE – (a) plavání, (b) potápění, (c) vynoření (d) skákání a (e) plazení. Podobným tématem se zabývá další studie [33], jejichž cílem je aplikace miniaturních robotů v lékařství, kde robot slouží k dopravě léčiva na požadované místo v lidském těle [34].

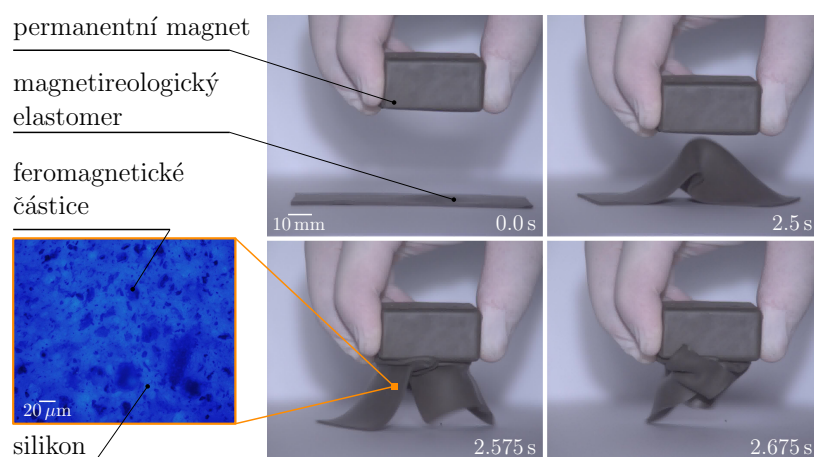


Obr. 7: Experimenty různého druhu pohybu miniaturního robota tvořeného MRE [6].

i.3

MOTIVACE A CÍLE PRÁCE

Ilustrativní příklad, uvedený na Obr. 8, zachycuje chování přibližně milimetrové fólie z magnetoreologického elastomeru v magnetickém poli silného permanentního magnetu, které bylo snímáno vysokorychlostní kamerou¹.



Obr. 8: Ilustrace chování MRE v silném magnetickém poli

Chování pevných kovových materiálů v magnetickém poli je z makroskopického hlediska prosté - materiál je přitážen ke zdroji pole a tím proces končí. U elastických materiálů však dochází dále ke změně tvaru a deformacím. MRE je tak z hlediska jeho chování v magnetickém poli často jen velmi těžko představitelné.

Na snímcích v Obr. 8 jsou zachyceny dva zajímavé okamžiky. Na druhém snímku je MRE přitahováno ke středu zdroje magnetického pole avšak na třetím a čtvrtém snímku se MRE dále přitahuje k hranám permanentního magnetu. K jednoznačnému popisu chování je třeba znát řada parametrů a informací o vlastnostech tohoto materiálu či o magnetickém poli na něj působící.

¹ Pro tyto typy experimentů byla v této práci využívána vysokorychlostní kamera Chronos 1.4 s objektivem 12.5 – 75 mm f/1.2.

Cílem práce je studie základních vlastností MRE a jeho popis pomocí fenomenologického matematického modelu. Tento model umožní porozumět chování MRE v magnetickém poli – velikosti a rozložení vnitřních sil a z nich vyplývající deformace a aktuace. Získané poznatky mohou následně umožnit návrh topologie magnetických obvodů s požadovanými vlastnostmi.

METODIKA PRÁCE

Všechna měření materiálových charakteristik, která jsou prezentována v této práci, byla prováděna opakovaně a dosažené výsledky byly vždy analyzovány na průměrných hodnotách. Vzorky použité pro měření permeability byly odlity vždy dva z jedné směsi, vyhodnocován byl rovněž jejich průměr.

Magnetické i mechanické modely jsou vždy numericky řešeny metodou konečných prvků v softwaru COMSOL Multiphysics. U všech modelů byla provedena konvergenční analýza jemnosti sítě a u magnetických polí umístění fiktivní hranice, tak že rozdíl výsledků celkové energie magnetického pole, sil či prodloužení nepřesáhly 0.5%.

Pro většinu problémů mechaniky byl zvolen přímý řešič MUMPS (Multifrontal Massively Parallel Sparse Direct Solver) [35]. Řešič MUMPS byl využit rovněž k řešení některých (viz. kapitola iv.1) modelů magnetických polí. Většina modelů magnetických polí však byla řešena iteračními řešiči především typu FGMRES [36] (Flexible Preconditioned Generalized Minimal Residual Method), Geometric Multigrid [37]. Všechny iterační metody implementované v COMSOL Multiphysics jsou přitom založené na metodě konjugovaných gradientů [38] využívajících numerických úprav řešené soustavy. Řešiče měli vždy nastaveny toleranci na jednu tisícinu.

Shrnutí a diskuze výsledků je vždy uvedena za každou ucelenou částí práce, a to z důvodu přehlednosti a možnosti odkazovat na konkrétní údaje, grafy a obrázky.

Na příloženém CD jsou pro přehlednost uloženy zdrojové soubory grafů, které byly využívány pro identifikaci koeficientů hyperelastického modelu MRE. Uvedené grafy zobrazují výsledky provedených analýz v trojrozměrném prostoru a jejich zobrazení z jednoho úhlu pohledu je tak často nedostatečné. Dále jsou přiložena videa z prováděných experimentů a také předtisk publikací na konferencích RoboSoft a Compumag.

Část II

STUDIE MATERIÁLU

ii.1

MAGNETICKÉ VLASTNOSTI

Z MAGNETICKÝCH VLASTNOSTÍ bylo nejdůležitější stanovení relativní permeability materiálu. K tomuto účelu sloužili vzorky identického tvaru s různým faktorem plnění, čímž bylo možné stanovit závislost relativní permeability na množství částic v materiálu.

Relativní permeabilita vzorku byla odhadována v rozmezí jednotek [17], [39] a bylo účelné ji tedy určit s velkou přesností. Na tomto parametru totiž silně závisí sycení materiálu a síla (kapitola iv.1), jež na něj působí. Za účelem přesného měření relativní permeability vzorku MRE bylo provedeno vícero pokusů. Z každého odlévání MRE o daném koeficientu plnění byly odlity dva vzorky, díky nimž se zaručila opakovatelnost provedených měření, každý vzorek byl změřen jednou.

K měření relativní permeability byl využit magnetický obvod na Obr. 9. Za předpokladu známých rozměrů (magnetický obvod 128×128 mm o čtvercovém průřezu 24×24 mm s navinutou cívkou o 1130 závitů) a stanovení materiálu obvodu je možno přímou aplikací Maxwellových rovnic určit relativní permeabilitu neznámého materiálu v mezeře.

II.1.1 ANALYTICKÝ POSTUP

Nejprve bylo třeba určit permeabilitu samotného železa magnetického obvodu (Obr. 10 modře), k čemuž byl nejprve zvolen analytický postup. Magnetický obvod byl upraven tak, aby měl dvě vzduchové mezery, jednu větší pro vkládání vzorku MRE (Obr. 10 δ) a jednu menší pro vložení sondy teslametru¹ (Obr. 10 l_0).

Využitím Ampérova zákona (1) ve stacionárním tvaru lze, při integraci po střední čáře magnetické indukce (Obr. 10 červeně)

$$\oint_c \mathbf{H} d\mathbf{l} = NI, \quad (1)$$

kde \mathbf{H} je intenzita magnetického pole a NI značí celkový proud procházející průřezem cívky, odvodit následující vztah

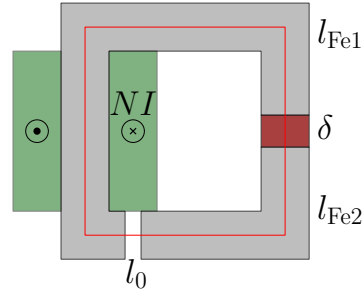
$$H_{\text{Fe1}}l_{\text{Fe1}} + H_{\text{Fe2}}l_{\text{Fe2}} + H_0l_0 + H_\delta l_\delta = NI, \quad (2)$$

¹ Pro tyto typy měření byl v této práci využíván teslametr Elimag MP-1 s 1D Halloovou sondou.

ii.1.2 NUMERICKÝ POSTUP



Obr. 9: Magnetický obvod použitý k měření permeability.



Obr. 10: Model měřícího obvodu s popisy k analytickému výpočtu.

kde označuje H je velikost intenzity magnetického pole pro daná místa v obvodu (Obr. 10) a l označuje délku úseků obvodu.

Ve výše uvedených výpočtech byla magnetická indukce uvažována konstantní po integrační čáře $B_{Fe} = B_0$ a byly zanedbány rozptylové toky do okolí. Jinými slovy byla permeabilita železa uvažována lineární, velká a vzduchové mezery dostatečně malé. Z výše uvedeného vztahu (2) lze odvodit relativní permeabilitu železa

$$\mu_{rFe} = \frac{l_{Fe1}l_{Fe2}}{\frac{NI\mu_0}{B} - l_0 - l_\delta}. \quad (3)$$

kde B označuje hodnotu měřené magnetické indukce v mezeře l_0 .

Uvažováním těchto předpokladů se však došlo k nereálným výsledkům, relativní permeabilita železa vycházela záporná ($\mu_{rFe} = -94$). S takto velkou chybou nebylo možné dále pokračovat ve výpočtu materiálové konstanty. Důvodem byl záporný člen ve jmenovateli $\frac{NI\mu_0}{B}$, což bylo projevem nelinearity obvodu.

II.1.2 NUMERICKÝ POSTUP

Nepřesnosti předpokladů analytického postupu měl odstranit numerický přístup k problému. Přístup byl založen na lineárním stacionárním trojrozměrném modelu magnetického měřícího obvodu realizovaného metodou MKP. Matematický model je založený na rovnici

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J}_{\text{ext}}, \quad (4)$$

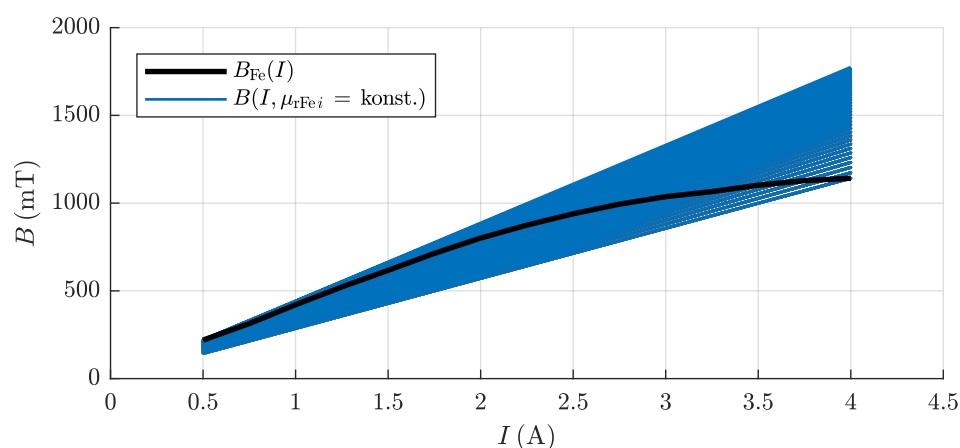
kde \mathbf{A} je magnetický vektorový potenciál a \mathbf{J}_{ext} označovalo externí proudovou hustotu. Model doplňovala jediná okrajová podmínka na umělé hranici $A = 0$.

Stanovení permeability bylo provedeno v několika krocích. Nejprve se provedlo měření magnetické indukce pro různé budící proudy $B_m(I)$ v reálném měřícím obvodu. V numerickém modelu se provedla analogická simulace $B_i(I, \mu_{Fei})$ pro $i = 36$ simulací s různou permeabilitou od $\mu_{rFe} = 100$ do $\mu_{rFe} = 275$ s krokem 5.

Zvolený rozsah a krok se projevily jako nevhodnější z předchozích pokusů. Na počátku a konci magnetizační křivky (kde se křivka více ohýbá) je permeabilita nízká a rychle se mění, krok numerického výpočtu by musel být jemnější. Tyto hodnoty permeability však nebylo nutné znát a simulace byla zaměřena spíše na střední část magnetizační křivky.

Porovnáním konkrétních naměřených hodnot magnetické indukce se simulací byla získána nelineární závislost magnetické indukce na budícím proudu $B_{\text{Fe}}(I)$ respektující nelineární permeabilitu železa.

Maximální hodnota relativní permeability železného obvodu $\mu_{\text{rFe}} = 275$ byla dosažena při nejnižším proudovém zatížení (magnetizační charakteristika železa vykazuje nejvyšší strmost), nicméně z hlediska relativní chyby $dB = 0.14\%$ v tomto místě jsou dále další simulace pro stanovení relativní permeability MRE prováděny v okolí zátěžného proudu $I = 1.25$ A, kde relativní chyba dosáhla hodnoty nejnižší $dB = 0.08\%$ a hodnota permeability železa $\mu_{\text{rFe}} = 230$.



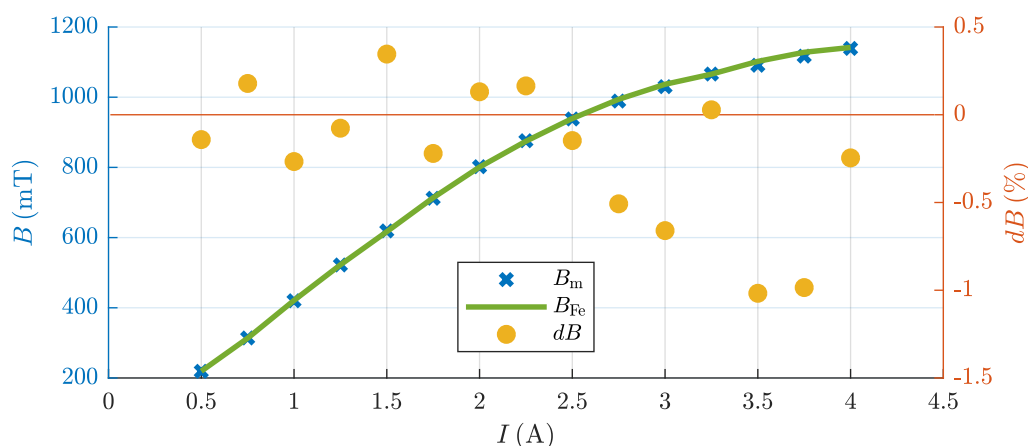
Obr. 11: Numerický postup získání nelineární magnetizační křivky železa. Křivky s konstantní permeabilitou $B_{\text{Fe}i}(I, \mu_{\text{rFe}i})$ (modrá), výsledná magnetizační křivka $B_{\text{Fe}}(I)$ (černá) získaná porovnáním s naměřenou.

Z modelu na Obr. 14 je vidět značná nerovnoměrnost magnetické indukce (v rozsahu od 0.4 do 1.6 T; barevnou škálou) v obvodu včetně rozptylových toků (bílymi čarami), jež jsou patrné v mezerách a jeho okolí.

Nyní, když je známo nelineární chování permeability železa, je možno stejným postupem stanovit relativní permeabilitu MRE. Byla provedena řada měření magnetické indukce závislé na budícím proudu cívky $B_i(I, \mu_{\text{Ui}})$ pro několik vzorků značených písmenem „U“ sloužících k měření jejich relativní permeability (Tab. 1).

Následně byl opět použit model magnetického měřicího obvodu, avšak do vzduchové mezery δ byl vložen vzorek MRE. Proběhla opět řada simulací variující konstantní permeability vzorku, permeabilita železa již byla z předešlého stanovení známá pro daný proud. Relativní permeabilita vzorku byla zvolena od 1 do 10 s krokem 0.2. Budící proud byl v

ii.1.2 NUMERICKÝ POSTUP



Obr. 12: Porovnání naměřené magnetizační křivky železa $B_m(I)$ (modrá) s křivkou obdrženou numerickým modelem $B_{Fe}(I)$ (zelená). Na ose (vpravo) je relativní chyba v procentech – v grafu vyznačena žlutými body

Tab. 1: Základní vlastnosti vzorků pro měření magnetických vlastností

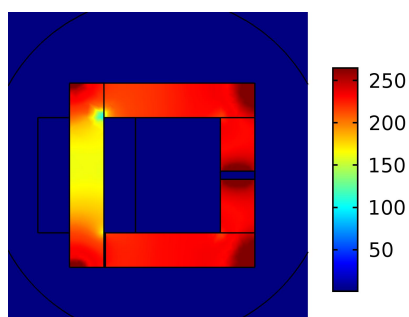
Název vzorku	Rozměry (mm)	Hmotnost (g)	Koeficient plnění m_{Fe}/m (%)
U ₁	24 × 24 × 5.7	6.0	59.9
U ₂	24 × 24 × 5.7	6.0	63.3
U ₃	24 × 24 × 5.7	7.7	69.4
U ₄	24 × 24 × 5.7	5.1	46.2

simulaci zvolen v rozsahu od 0.5 do 3.75 A s krokem 0.25 A (rozsah byl zvolen v provozní části magnetizační křivky měřícího obvodu, tak aby nedocházelo k výrazným výkyvům permeability železa vlivem jeho sycení). Celkem bylo tedy provedeno 644 simulací (bez zahrnutí simulací nutných k určení permeability železa).

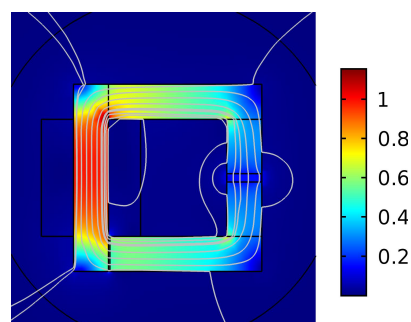
Na Obr. 15 vlevo jsou vyneseny hodnoty relativní permeability odpovídající konstantnímu budicímu proudu 1.25 A. Je vidět, že permeabilita vzorku roste nelineárně s plněním, čili je do budoucna vhodnější větší podíl železa k dosažení vyšší síly na materiál MRE. Dále jsou hodnoty aproximovány exponenciální funkcí $\mu_r = 12.77B^{5.8} + 1.32$ s chybou 0.4 RMS, tato funkce může být rovněž aplikována v modelu pro snazší stanovení relativní permeability dalších vzorků. Tuto funkci však nelze extrapolovat, neboť horní limit je dán mechanickými vlastnostmi materiálu.

Na obrázku vpravo jsou vyneseny magnetizační křivky vzorků. Jejich klesající trend se zvyšující se magnetickou indukci ukazuje vliv přesycení feromagnetických částic. Je však možné pozorovat i možné maximum trendu v oblasti kolem 400 mT. V tomto místě částice vykazují nejvyšší hodnotu permeability a působí nejvyšší silou.

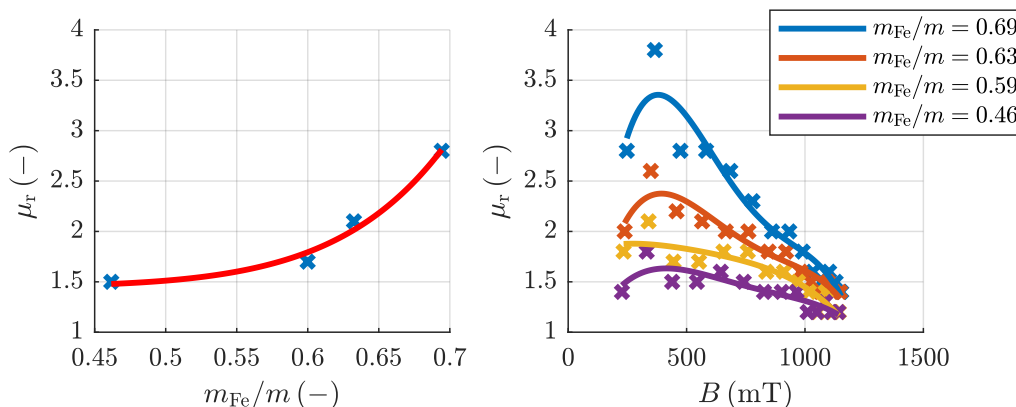
ii.1.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ



Obr. 13: Sycení magnetického obvodu a rozložení relativní permeability - hodnotu udává barevná škála (-).



Obr. 14: Rozložení magnetické indukce v měřícím obvodu - udává barevná škála (T) a siločáry.



Obr. 15: Na obrázku vlevo je zobrazení růstu relativní permeability s koeficientem plnění $\mu_r(m_{Fe}/m)$ a vpravo jsou magnetizační charakteristiky vzorků s různým plněním $\mu_r(B, m_{Fe}/m)$.

II.1.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ

Ze studie magnetických vlastností vyplývá, že relativní permeabilita MRE roste s koeficientem plnění a je silně nelineární v závislosti na magnetické indukci (maximální hodnoty relativní permeability μ_r bylo dosaženo při magnetické indukci přibližně $B = 0.5$ T).

Získaná magnetizační charakteristika použitého magnetického obvodu může být také dále využita při analýze nelinearity vzorků magnetických materiálů. Nelineární model stacionárního magnetického pole s těmito daty byl použit pro zobrazení rozložení relativní permeability na Obr. 13 a magnetické indukce Obr. 14.

ii.1.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ

Nelineárních magnetizačních charakteristik a jejich strmosti by se dalo v blízké době využít při výzkumu selektivního polohování magnetickým polem (prostorové, nezávislé polohování vícero geometricky identických těles externím magnetickým polem). Budou-li tělesa tvořena rozdílným materiálem, tak aby jejich magnetizační křivky byly vzájemně posunuty, bude teoreticky možné docílit přesycení jednotlivých těles při různých hodnotách magnetické indukce. Na přesycená tělesa pak bude působit výrazně nižší síla než na tělesa nepřesycená. Pouhou volbou budícího proudu by se tak dalo docílit selektivního polohování. Tyto vlastnosti i chování budou dále předmětem zkoumání.

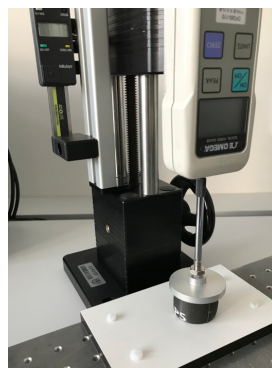
ii.2

MECHANICKÉ VLASTNOSTI

Ke stanovení mechanických vlastností magnetoreologických elastomerů byly odlity dva druhy vzorků k měření v tahu a tlaku (Tab. 2). Vzorky k měření v tahu mají válcový tvar o průměru 20 mm a délce 100 mm v ustáleném stavu, značené jsou písmenem "S". Vzorky k měření v tlaku, značené písmenem "P", jsou široké 35 mm a o délce 32.65 mm (je zachován objem obou vzorků) v ustáleném stavu. Ke zkoumání mechanických vlastností mají vzorky S5 a P5 shodný koeficient plnění, odpovídající koeficientu plnění v nejčastěji vyráběných odlitcích. Byl však odlit i vzorek z čistého silikonu S1 pro porovnání. Měření byla provedena pětkrát za sebou pro všechny vzorky k vymezení chyby měření.



Obr. 16: Přípravek použitý k měření vzorků v tahu.



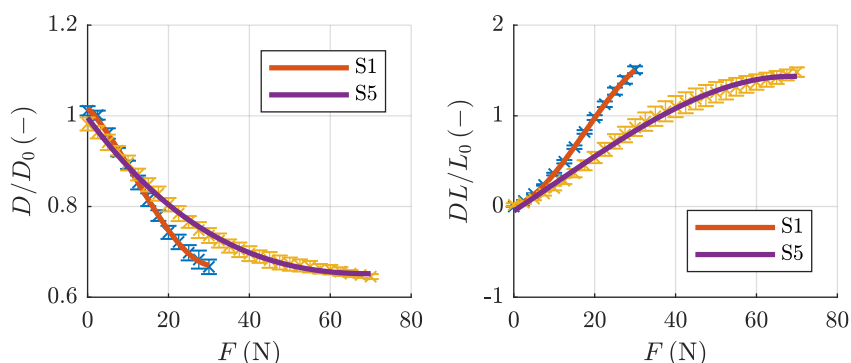
Obr. 17: Přípravek použitý k měření vzorků v tlaku.

Tab. 2: Základní vlastnosti vzorků pro měření mechanických

Název vzorku	Rozměry (mm)	Hmotnost m (g)	Koeficient plnění m_{Fe}/m (%)
S1	$\varnothing 20 \times 100$	32.5	0.0
S2	$\varnothing 20 \times 100$	57.4	54.5
S5	$\varnothing 20 \times 100$	59.4	53.4
P5	$\varnothing 35 \times 32.7$	60.5	53.4

II.2.1 MĚŘENÍ V TAHU

Pro měření byl sestaven přípravek k měření se siloměrem¹. Měření bylo koncipováno následujícím způsobem. Vzorky typu S byly uchyceny do čelistí, vytištěných z materiálu Flexfill 98A, a sevřeny šroubem, jenž zároveň procházel vzorkem. Přesah čelistí činil 3 centimetry (Obr. 16) – prodloužení se počítalo vůči rozteči šroubů ve vzorku v ustáleném stavu. Průměr vzorku se měřil ve stejném místě – vždy v polovině vzorku.



Obr. 18: Měření v tahu. Křivky popisující průměr (vlevo) a prodloužení (vpravo) vzorků působením axiální mechanické síly. Vzorek S1 je z čistého silikonu a S5 odpovídá MRE s plněním 53%. Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření.

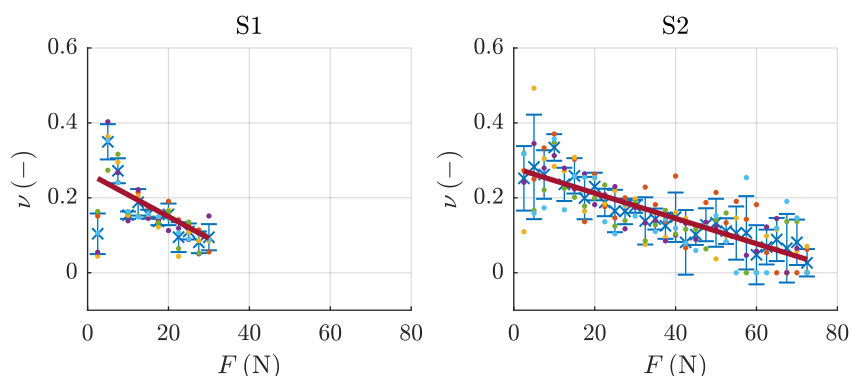
Na Obr. 18 vlevo je vynesena závislost působení síly na zužování vzorků S1 a S5, na obrázku vpravo je pak závislost prodloužení na působící síle. Na první pohled je patrná tuhost materiálů - k dosažení stejného prodloužení či zúžení materiálu je zapotřebí několikanásobná síla oproti vzorku S1. Měřen byl vzorek i S2, jenž má oproti S5 téměř shodný koeficient plnění. Pro tento vzorek se stanovovali koeficienty charakterizující materiál.

Jedním z těchto koeficientů je například Poissonovo číslo, popisující vztah mezi příčnými a podélnými deformacemi. Poissonova čísla se porovnávala se vzorky S1 a S2 ($m/m_{(Fe)} = 54\%$). Trend Poissonova čísla (Obr. 19) vzorků S1 i S2 ukazuje první známky charakteru chování materiálu. Silikon ani MRE nejsou lineárně elastické materiály. Poissonovo číslo lineárně elastického materiálu má konstantní hodnotu. To však neplatí pro uvedená měření.

Na Obr. 20 vpravo je zobrazeno chování Youngova modulu pružnosti v tahu pro materiály, které nejsou lineárně elastické. Pro lineárně elastické materiály by modul měl opět konstantní hodnotu. Youngův modul nám zde říká, že tuhost materiálů stoupá se zvyšujícím se pnutím. Zajímavější je však graf na Obr. 20 vlevo zobrazující závislost pnutí na prodloužení materiálu (angl. Stress-strain curves) pro všechny tři vzorky S1, S2 a S5. Tyto křivky se používají k popisu vlastností jednotlivých typů materiálu. Je vidět že vzorky S2 a S5 se téměř překrývají, z toho důvodu je dále postupováno pouze se vzorkem S5,

¹ Pro tyto typy měření byl v této práci využit digitální siloměr Omega DFG60-110.

ii.2.2 MĚŘENÍ V TLAKU



Obr. 19: Porovnání Poissonových čísel pro vzorky S1 a S2 ($m/m_{(Fe)} = 54.5\%$). Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření. Jednotlivými body jsou pak vyneseny Poissonovy čísla pro každé měření.

pro který existuje dvojice pro měření tlaku. Dle Martinse [40] odpovídá průběh tahového diagramu S1 a S5 tzv. hyperelastickému charakteru.

II.2.2 MĚŘENÍ V TLAKU

Vzorek typu P byl umístěn volně na upevněnou vodorovnou rovinu a kolmo shora bylo působeno silou. (Obr. 17) Prodloužení se počítalo vůči původní délce vzorku v ustáleném stavu. Průměr vzorku se měřil vždy ve stejném místě – v polovině vzorku.

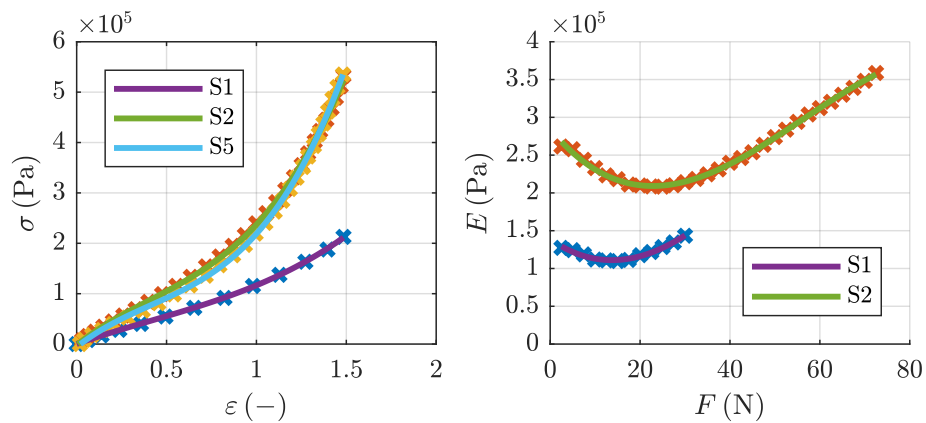
Na Obr. 21 vlevo je vynesena závislost působení síly na rozšiřování vzorku P5, na obrázku vpravo je pak závislost prodloužení na působící síle. Oproti měření v tahu jsou křivky lineární a při působení velkých sil docházelo ke ztlačení vzorku. Vzorek se také ztlačil, k výraznému stlačení byly zapotřebí vyšší síly.

II.2.3 SHRNUÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ

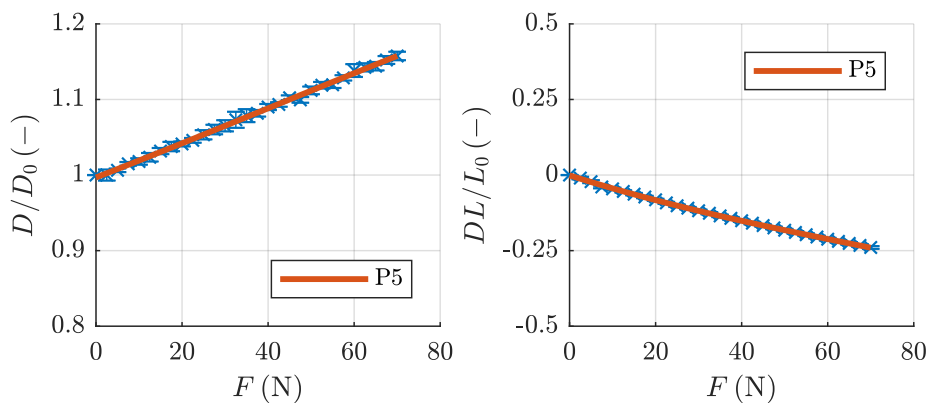
Z analýzy mechanických vlastností vyplývá především značná tuhost MRE (k prodloužení čistého silikonu a MRE o 150% je silový rozdíl přibližně 40 N), při stlačování je MRE výrazně tužší. Naměřené charakteristiky tlaku se však jeví lineární oproti měření tahu, jež vykazuje nelineární charakter. Z tahového diagramu materiálu vyplývá hyperelastický charakter MRE.

Po opakovaných měřeních při nízkých silách působících na vzorek S1 je patrná výraznější odchylka od lineární aproximace naměřených hodnot, což může být známkou plasticity materiálu. Pravděpodobně byl materiál natahován nad svoji mez elasticity a v ustáleném stavu se tímto způsobem projeví trvalé známky deformace. Plasticita je patrná i na vzorku S2, není ovšem pro jeho tuhost tak výrazná.

ii.2.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ



Obr. 20: Tahový diagram (vlevo) a Youngův modul pružnosti v tahu (vpravo)



Obr. 21: Měření v tlaku. Křivka popisující rozšiřování (vlevo) a zkracování (vpravo) vzorku působením axiální mechanické síly. Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření.

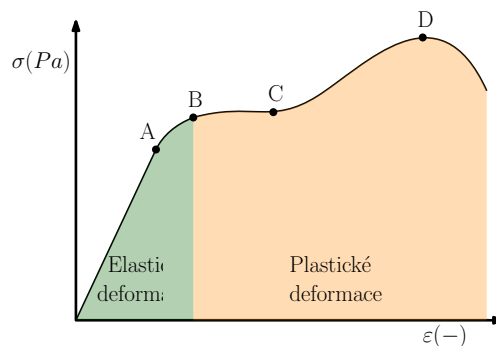
ii.3

HYPERELASTICKÝ CHARAKTER

Než se pustím do vysvětlování, domnívám se, že je potřeba úvod k hyperelasticitě samotné, k čemu slouží, jak se projevuje či jak se s ní počítá a podobně. Jelikož jsem byl z mého pohledu vržen do víru neznáma mechaniky, dovolil jsem si lehce prozaičtější, chronologický přístup k vyložení následující problematiky namísto tradičního odborného postupu.

II.3.1 ELASTICITA A HYPERELASTICITA

Zkouška tahem, zatížení materiálu na tah, je nejčastěji užívanou zkouškou k vyhodnocení mechanických vlastností materiálu. Jedná se o jednu z řad statických zkoušek - zjednodušeně řečeno se při vyhodnocování neuvažuje doba trvání zkoušky. Zkoušený materiál je upraven do vzorku, předem stanovených parametrů, který je upevněn a natahován v trhacím zařízení často až do roztržení vzorku. Stroj během zkoušení zaznamenává řadu veličin, jejichž vyhodnocením je získán tahový diagram (závislost zatěžovacího napětí na prodloužení vzorku), ze kterého lze odečíst řadu informací o materiálu.



Obr. 22: Tahový diagram oceli.

Na obrázku 22 je vidět výsledný tahový diagram oceli s řadou charakteristických okamžiků a vlastností. Pole vyznačené zelenou odpovídá elastickým deformacím a pole žluté

deformacím plastickým. Po směru narůstání deformace jsou body mez úměrnosti (A), mez elasticity (B), mez kluzu (C) a mez pevnosti (D). Po překročení každého z těchto okamžiků dochází k mechanicky zajímavým dějům. Dle zaměření této práce je však nejzajímavějším okamžikem mez úměrnosti a elasticity, tyto meze jsou velmi blízko sebe a udávají velikost mechanického napětí, po kterou se vzorek deformuje lineárně. Po bod úměrnosti totiž platí Hookův zákon a lineární deformace oceli vznikající ve vzorku jsou jednoznačně zachyceny Lamého rovnicí elasticity

$$\left(\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E}{2(1+\nu)} \right) \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}) + \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} = 0, \quad (5)$$

kde E označuje Youngův modul pružnosti v tahu, ν je Poissonovo číslo, \mathbf{u} popisuje pole posuvů a \mathbf{f} značí další hustoty vnitřních sil.

Je-li Lamého rovnice uvedena v tomto transparentním tvaru (5), jsou přímo patrné parametry na kterých je závislá. Z tohoto důvodu bylo v předešlých odstavcích zkoumáno Poissonovo číslo ν či Youngův modul pružnosti E pro MRE. Tato rovnice a její parametry však platí pouze pro lineární elasticitu například oceli, jejíž tahový diagram byl na Obr. 22. Tahový diagram MRE (Obr. 20 či 23) však lineární není.

Jakým způsobem jsou tedy popsány vznikající deformace a posuny nelineárního materiálu? Odpovědí se zabývá právě hyperelasticita, jež je definována pomocí vztahů deformace a pnutí k velikosti deformační energie akumulované v materiálu.

Hustota deformační energie je pro lineárně elastický materiál definována jako

$$w_S = \frac{1}{2} \sigma \epsilon, \quad (6)$$

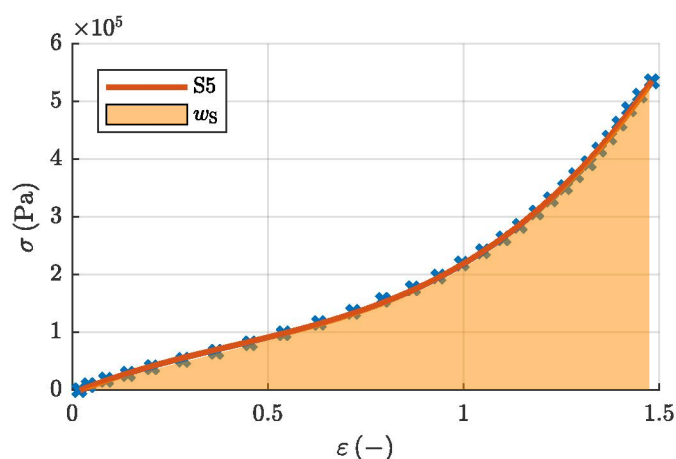
což odpovídá ploše pod křivkou lineárního tahového diagramu a pomocí deformační energie (11) pak lze dopočítat deformace nastávající v materiálu (9). Způsob pro stanovení deformační energie pro nelineární tahové diagramy však není jednoznačný a existuje mnoho způsobů, jakým popsat deformační energii daného materiálu (Obr. 23) - tyto způsoby se nazývají hyperelastické modely.

Existují tři typy hyperelastických modelů, jakými lze popsat hustotu energie. Mechanistické modely, jež jsou přímo odvozené a podložené teoretickými předpoklady a úvahami (zabývají se strukturou materiálu až na molekulární úrovni), čemuž odpovídá jejich složitost. Zástupci tohoto typu modelů jsou Arruda-Boyce [41] nebo Neo-Hookean.

Fenomenologické modely, jež vznikly pozorováním chování na makroskopické úrovni a nejsou přímo odvozené z obecné teorie. Aproximují hustotu deformační energie různými funkcemi a parametry. Modelů tohoto typu je nejvíce, patří mezi ně například Mooney-Rivlin (z teorie rozsáhlých deformací [42] [43]), Ogden [44] [45] nebo Yeoh [46].

A třetím typem jsou hybridní hyperelastické modely, jež kombinují fenomenologický a mechanistický přístup. Zástupcem tohoto typu je například model Gent [47].

Ve své práci jsem vybral model Yeoh (10), jež byl tvarově nejpodobnější k tahovému diagramu MRE a dalšími typy jsem se hlouběji nezabýval. Význam jednotlivých členů



Obr. 23: Geometrické vyjádření hustoty deformační energie.

modelu Yeoh je popsán v části iii. Yeoh model lze použít doplněním třech materiálových konstant c_1 , c_2 a c_3 a právě identifikací těchto konstant se věnuje následující sekce.

II.3.2 IDENTIFIKACE MATERIÁLOVÝCH PARAMETRŮ

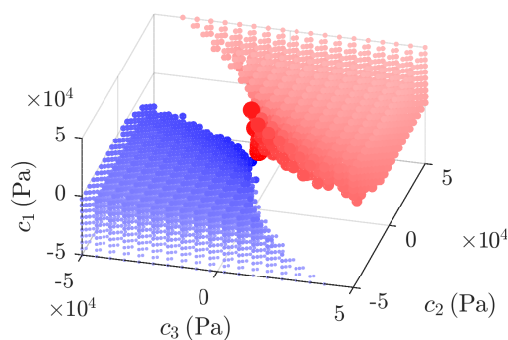
Exaktně stanovit materiálové konstanty hyperelastického modelu Yeoh lze dvěma způsoby. Jednoznačně určit invarianty gradientního deformačního tenzoru a materiálové konstanty dopočítat, což je matematicky složitá úloha, nebo materiálové konstanty určit optimalizačními metodami. Zvolen byl postup využívající optimalizační metody.

Ke stanovení konstant popisujících konkrétní materiál je třeba optimalizačními metodami určit množinu kombinací materiálových koeficientů odpovídajících libovolným deformacím materiálu. Pouze měření v tahu však plně nerespektuje libovolné deformace a bylo třeba množinu kombinací tahu porovnat s další měřenou deformací. Z tohoto důvodu byla prováděno i měření v tlaku, aby bylo možné mezi sebou množiny možných koeficientů konfrontovat a získat řešení pro konkrétní materiál.

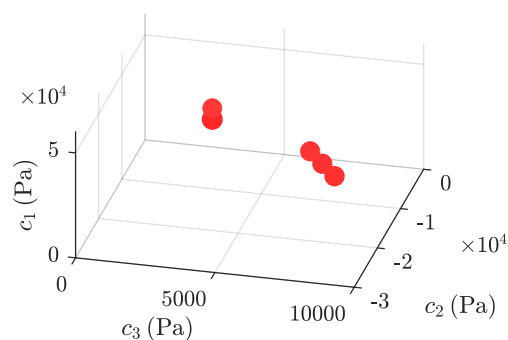
Pro představu o významu koeficientů Yeoh modelu byla provedena řada systematicky stanovených parametrických analýz. Veškeré následující analýzy a modely byly založeny na MKP (metoda konečných prvků). Geometrie modelu měla prostý válcový tvar, doplněný třemi okrajovými podmínkami. Pro simulace tahu byla fixní podmínka na horní ploše a zatížení na dolní, dále bylo u dolní plochy stanovená nulová deformace v radiálním směru. Simulace tlaku měla podmínky naopak, tedy fixní na dolní ploše a nulovou radiální deformaci se zatížením na horní. V modelech bylo vždy simulováno zatížení $F = 30 \text{ N}$. Pro podrobnější pohled na získané výsledky jsou uvedené 3D grafy uloženy na příloženém disku.

Prvotní rozsah parametrické analýzy pro určení koeficientů pro simulaci tahu byl zvolen dle stanovení koeficientů modelu Yeoh pro čistý silikon [40] [27]. Bylo očekáváno,

že koeficienty budou řádově podobné právě s koeficienty čistého silikonu. Rozsah byl stanoven v rozmezí $\pm 5 \cdot 10^4$ Pa pro každý koeficient, na kterém bylo vždy 20 bodů v každém směru, celkem tedy bylo v tomto prostoru 8000 zkoumaných kombinací.



Obr. 24: Výsledky prvotní analýzy koeficientů pro simulaci tahu při zatížení $F = 30$ N.



Obr. 25: Zobrazení výsledků prvotní analýzy s prodloužením $\varepsilon_S = 84.51 \pm 5\%$.

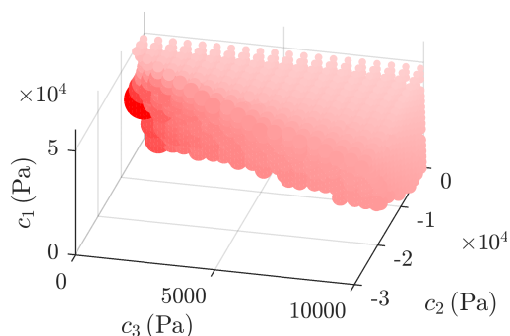
Zobrazení této prvotní analýzy koeficientů pro simulaci tahu pouze při $F = 30$ N je na Obr. 24. Jednotlivé body v grafu odpovídají jedné kombinaci koeficientů dle souřadného systému, červeně jsou zobrazená kladná prodloužení, modře prodloužení záporná, tedy zkrácení, jež nemají při kladně působící síle v tahu fyzikální význam. Velikost prodloužení, resp. zkrácení, odpovídá přímo úměrně sytosti barvy a velikosti bodů.

Z tohoto grafu lze vyčíst několik zajímavých informací o chování prodloužení vzorku při simulaci tahu v závislosti na materiálových koeficientech. Na první pohled je patrné, že polarita koeficientu c_1 odpovídá polaritě prodloužení, tj. c_1 je kladné pro kladná prodloužení a naopak. Dále je patrné, že MKP model se nedopočetl řešení v každém z definovaných bodů. Důvodem je že výpočet nedokonvergoval k řešení, model Yeoh v tomto prostoru pravděpodobně není definován.

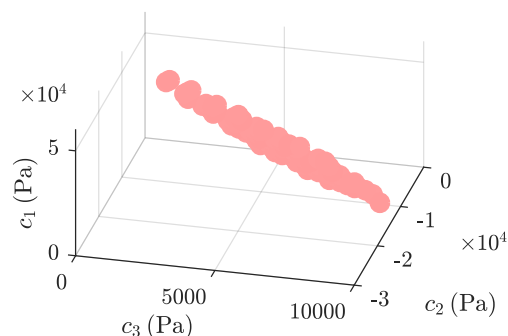
Pro sílu $F = 30$ N bylo v tahu naměřeno prodloužení (Obr. 18) $\varepsilon_{Sm} = 84.51\%$ (index "S" značí tah a "m" značí fyzicky změřenou hodnotu). Koeficienty c_1 se pohybují pouze v kladných hodnotách, koeficient c_2 v záporných a c_3 opět v kladných. Pro nedostatek dat byl interval zobrazených prodloužení zúžen $\pm 5\%$ od ε_{Sm} a graf byl vykreslen se stejnými daty znovu (Obr. 25).

Dle zjištění z tohoto grafu s příliš řídkou hustotou bodů byla provedena následná parametrická analýza pro podrobnější pohled. Rozsah prostoru byl zvolen $c_1 \in \langle 0, 5 \rangle \cdot 10^4$ Pa, $c_2 \in \langle -3, 0 \rangle \cdot 10^4$ Pa, a $c_3 \in \langle 0, 10 \rangle \cdot 10^3$ Pa. Počet zkoumaných bodů zůstal stejný, tedy $20 \times 20 \times 20 = 8000$.

Výsledky této analýzy jsou na Obr. 26 se zobrazením všech prodloužení. Během výzkumu se začíná projevovat nestabilita a nejistota modelu. S koeficienty blíže k nule model diverguje, případně rostou prodloužení nade všechny meze, z tohoto důvodu byl vyňat bod kombinace $c_1 = 0$ Pa, $c_2 = 0$ Pa, $c_3 = 1.053 \cdot 10^4$ Pa.



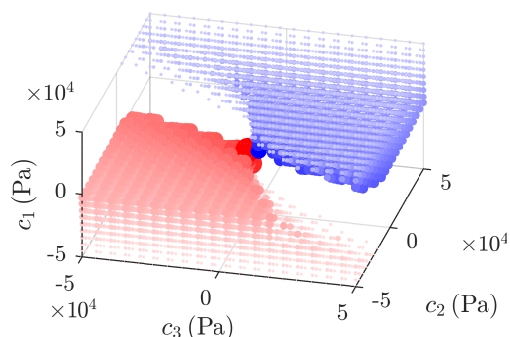
Obr. 26: Výsledky následné analýzy koeficientů pro simulaci tahu při zatížení $F = 30$ N.



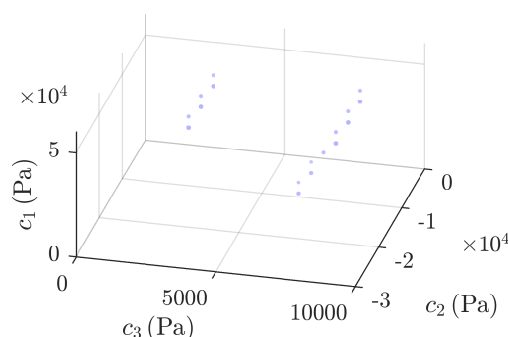
Obr. 27: Zobrazení výsledků následné analýzy s prodloužením pouze $\varepsilon_S = 84.51 \pm 1.5\%$.

Při zobrazení prodloužení pouze $\varepsilon_S = 84.51 \pm 1.5\%$, bylo dosaženo výsledků na obrázku 27. Vidíme nyní množinu prodloužení odpovídající zatížení $F = 30$ N s chybou prodloužení $\pm 1.5\%$.

Nyní je tedy stanovená množina tahu odpovídající zatížení $F = 30$ N. Stejný postup byl aplikován při stanovení množiny tlaku při shodném zatížení. Při působení silou $F = 30$ N se vzorek během měření zkrátil o $\varepsilon_{Pm} = 11.81\%$ (Index "P" značí zkrácení a "m" značí fyzicky naměřenou hodnotu).

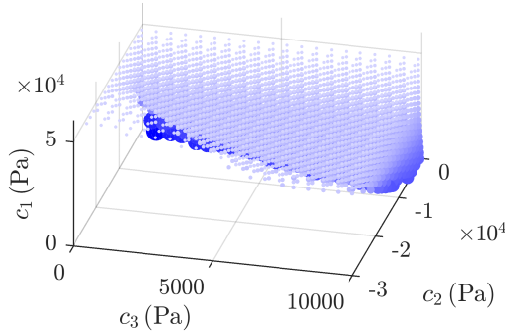


Obr. 28: Výsledky prvotní analýzy koeficientů pro simulaci tlaku při zatížení $F = 30$ N.

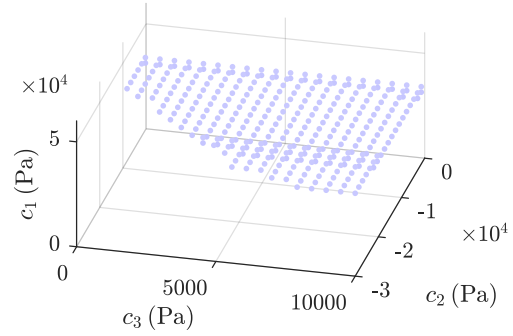


Obr. 29: Zobrazení výsledků prvotní analýzy se zkrácením $\varepsilon_P = 11.81 \pm 1.5\%$.

Analogicky s postupem měření v tahu i zde byla provedena řada parametrických analýz. Na obrázku 28 je opět prvotní analýza. Při působení silou v opačném směru oproti simulacím tahu jsou způsobené deformace obrácené - tahové deformace odpovídají záporné polaritě koeficientu c_1 a jsou vykreslovány červeně, tlakové deformace odpovídají kladné polaritě koeficientu c_1 , označeny modře (zkrácení vzorku je uvažováno kladné).



Obr. 30: Výsledky následné analýzy koeficientů pro simulaci tlaku při zatížení $F = 30\text{ N}$.



Obr. 31: Zobrazení výsledků následné analýzy se zkrácením pouze $\varepsilon_P = 11.81 \pm 0.5\%$.

Všechny body zobrazující kombinace koeficientů tlaku byly zvětšeny dvakrát pro lepší patrnost v obrázcích.

Nyní se zúženým intervalem zkrácení $\varepsilon_{Pm} = 11.81 \pm 1.5\%$ je rozsah prvotní parametrické analýzy simulace tlaku (Obr. 29) podobného rozsahu jako u tahu 25 se zúženým prodloužením. Byly zkoumány naprosto shodné kombinace koeficientů jako při simulacích tahu, avšak již v tomto grafu je patrné rozdílné rozmístění bodů v prostoru.

Následná, jemnější analýza pro simulaci tlaku je na Obr. 30 a zobrazení se zkrácením $\varepsilon_{Pm} = 11.81 \pm 0.5\%$ je na Obr. 31. Výsledná množina bodů popisující zkrácení vzorku dle simulovaného zkrácení ε_P rovněž připomíná plochu. Průnik právě plochy tahu a tlaku vymezuje množinu kombinací koeficientů (Obr. 32), které odpovídají prodloužení v tahu i zkrácení v tlaku dle naměřených hodnot.

Díky těmto řízeným parametrickým analýzám byla získána představa o významu materiálových koeficientů. Všechny kombinace koeficientů do této chvíle však popisovali deformace při 30 N a bylo nutné určit koeficienty v každém bodě tahové charakteristiky.

Dalším úkolem bylo tedy sestavit vícekomponentní model, sestávající z modelu tahu i tlaku, a na jeho základě optimalizovat kombinace koeficientů. Funkcionál optimalizace byl stanoven jako

$$F(\varepsilon_S, \varepsilon_P) = (\varepsilon_S - \varepsilon_{Sm})^2 + [(\varepsilon_P - \varepsilon_{Pm}) \cdot 10]^2, \quad (7)$$

kde ε_S značí okamžité prodloužení simulace tahu, ε_{Sm} označuje hodnotu naměřeného prodloužení při konkrétní síle, ε_P reprezentuje okamžité zkrácení simulace tlaku a ε_{Pm} označuje hodnotu naměřeného zkrácení při konkrétní síle. Funkcionál respektuje pouze prodloužení, a to z důvodu urychlení konvergence.

Jelikož byly hodnoty prodloužení ε_S a zkrácení ε_P nesouměřitelné, byl funkcionál $F(\varepsilon_S, \varepsilon_P)$ upraven tak, aby každému členu byla přikládána přibližně stejná váha. Tato váha byla určena podle výsledků předchozích měření.

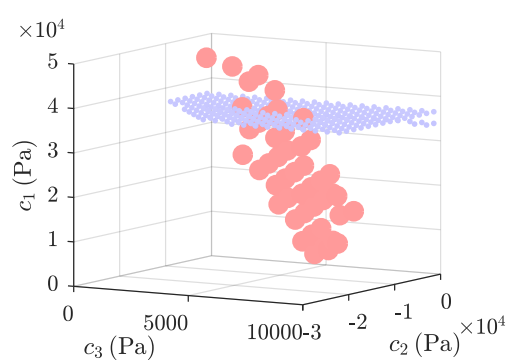
Až do této chvíle nebyla použita žádná optimalizace, především proto, abych měl kontrolu nad rozložením všech bodů, respektive nad kombinacemi koeficientů, a zpětnou vazbu k prodloužení či zkrácení. Nyní, když už je znám užší rozsah a přibližné místo průniku množin tahu a tlaku, bude vybrána nejvhodnější optimalizační metoda.

Rovněž k optimalizacím byl použit COMSOL Multiphysics, vybíráno bylo mezi gradientní metodou Coordinated Search [48] a heuristickými metodami Nelder Mead [49] a Monte Carlo [50]. Porovnání optimalizačních metod bylo provedeno na modelu s definovaným funkcionálem dle (7), jehož řešení pro zatížení 30 N již bylo známo z parametrických analýz dříve. Všechny metody začínali ve stejném počátečním bodě (v obrázcích značeno jako tmavě zelené kolečko) a optimum (oranžové kolečko) hledali ve stejném prostoru dle tabulky 3.

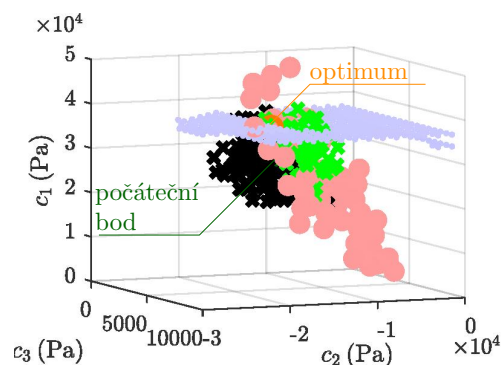
Tab. 3: Nastavení a vymezení prostoru optimalizačních metod.

Název parametru	Počáteční bod (Pa)	Dolní mez (Pa)	Horní mez (Pa)
c_1	$3 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
c_2	$-1.5 \cdot 10^4$	$-2 \cdot 10^4$	$-1 \cdot 10^4$
c_3	$5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$

Na Obr. 33, 34 a 35 je vidět porovnání výstupů optimalizačních metod. Jelikož není cílem jedno globální optimum, ale množina bodů s nejnižším funkcionálem (7), jako nejvhodnější metoda se ukázala metoda Monte Carlo. Tato metoda umožňuje nalézt vícero optim oproti ostatním metodám (Nelder Mead a Coordinated Search), jež směřují vždy k optimu jednomu. Proto byla dále využívána metoda Monte Carlo a od metod Coordinated Search a Nelder Mead se upustilo.



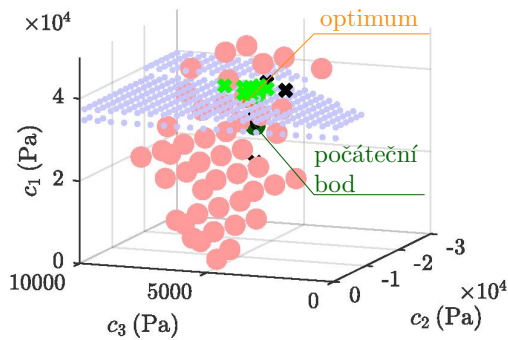
Obr. 32: Zobrazení průniku obou množin tahu a tlaku při zatížení 30 N.



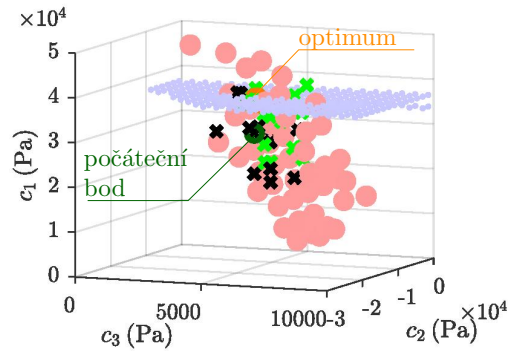
Obr. 33: Zobrazení postupu optimalizační metody Monte Carlo.

Obrázky 32 - 35 mají všechny stejný rozsah a pro lepší orientaci je v každém zobrazen průnik množin určený dříve. U optimalizačních metod je tmavě zeleným kolečkem vy-

ii.3.2 IDENTIFIKACE MATERIÁLOVÝCH PARAMETRŮ



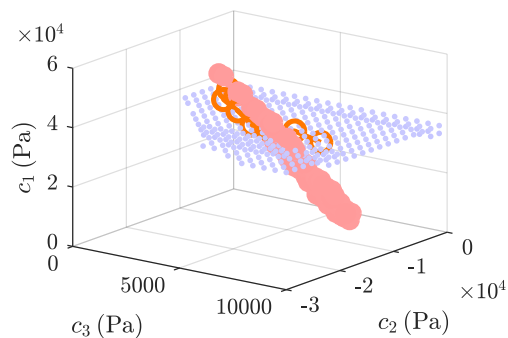
Obr. 34: Zobrazení postupu optimalizační metody Coordinated Search.



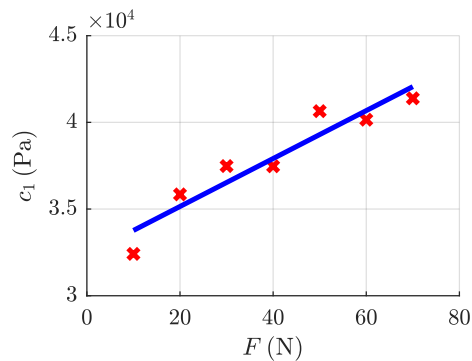
Obr. 35: Zobrazení postupu optimalizační metody Nelder-Mead.

značena počáteční kombinace koeficientů, světle zeleným křížkem je značené úspěšné dopočtení deformace a černým křížkem kombinace s nekonvergujícím řešením. Z optimalizace Monte Carlo je nejlépe patrná hranice konvergence po kterou je možné počítat deformace danou kombinací koeficientů.

Numerickými experimenty bylo dále zjištěno, že různému zatížení odpovídá různá kombinace koeficientů c_1 , c_2 a c_3 – koeficienty jsou nelineární. Pro úplný mechanický model MRE bylo potřeba dále určit lokální optima pro různá zatížení pomocí optimalizace Monte Carlo. S ohledem na provedená měření (kapitola ii.2) byl zvolen rozsah zatížení F od 10 N do 70 N. S krokem 10 N byla vždy provedena optimalizace a nalezené kombinace s nejnižším funkcíonálem byly aproximovány polynomem.

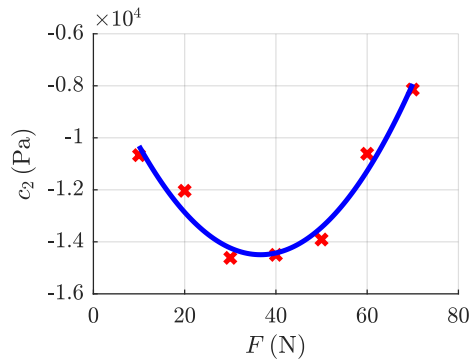


Obr. 36: Nalezená lokální optima v prostoru koeficientů.

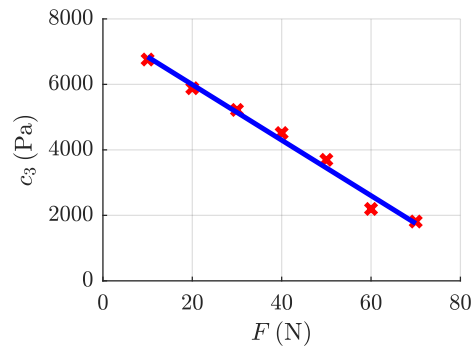


Obr. 37: Zobrazení závislosti koeficientu c_1 na síle F .

ii.3.3 SHRNU TÍ A DISKUSE VÝSLEDKŮ



Obr. 38: Zobrazení závislosti koeficientu c_2 na síle F .



Obr. 39: Zobrazení závislosti koeficientu c_3 na síle F .

Z dat na obrázcích 37 - 39 jednoznačně vystupuje trend chování jednotlivých koeficientů při zvyšování zatížení. Hodnoty nalezených koeficientů s nejnižším funkcíonálem byly aproximovány následujícími polynomy

$$c_1(F) = 138.24 \cdot F + 32383.71, \quad (8a)$$

$$c_2(F) = 5.90 \cdot F^2 - 432.00 \cdot F - 6582.87, \quad (8b)$$

$$c_3(F) = -84.80 \cdot F + 7688.76. \quad (8c)$$

Rovnice byly implementovány do mechanického modelu (9) a ověřeny v plném rozsahu zatížení (od 10 do 70 N). Byl tak vytvořen model materiálu MRE s hyperelastickým charakterem a nelineárními materiálovými koeficienty pro různá zatížení.

II.3.3 SHRNU TÍ A DISKUSE VÝSLEDKŮ

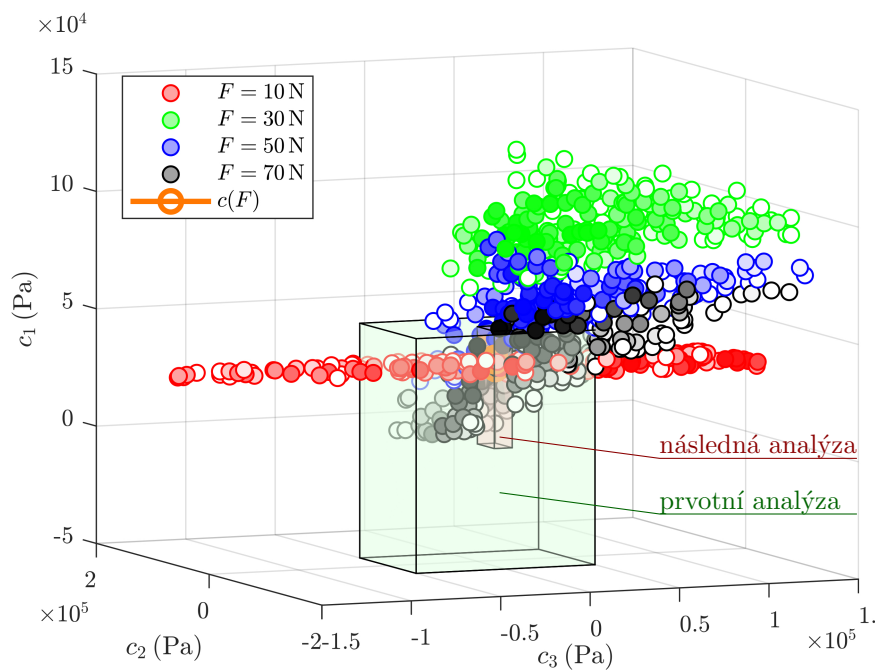
Numerickými postupy byly stanoveny materiálové koeficienty modelu Yeoh popisující hyperelastický charakter MRE. Na základě obdržených výsledků byly závislosti koeficientů vyjádřeny rovnicemi (8) a pro představu i zobrazeny v grafech (Obr. 37 - 39).

Mechanický model odpovídá provedeným měřením v tahu s chybou do 6% a pro měření tlaku s chybou do 3%. Při tahových deformacích $\varepsilon_S > 100\%$ však model začíná při náhodných zatížení divergovat. Tyto deformace odpovídají zatížení od 40 N dále a jsou pravděpodobně následkem nepřesné identifikace kombinací parametrů optimalizací.

Z tohoto důvodu byla provedena Monte Carlo optimalizace s výrazně širším rozsahem ($c_1 \subseteq \langle 0, 15 \rangle \cdot 10^4$ Pa, $c_2 \subseteq \langle -15, 15 \rangle \cdot 10^4$ Pa, a $c_3 \subseteq \langle -15, 15 \rangle \cdot 10^4$ Pa) a vyšším počtem analyzovaných kombinací koeficientů (20 000 kombinací).

ii.3.3 SHRNU TÍ A DISKUSE VÝSLEDKŮ

V grafu na Obr. 40 je zobrazen opět prostor kombinací koeficientů. Červeně jsou zobrazeny nalezené kombinace koeficientů (vždy je zobrazeno 50 kombinací s nejnižší hodnotou funkcionálu) při síle $F = 10$ N, zeleně $F = 30$ N, modře $F = 50$ N, černě $F = 70$ N a závislost koeficientů na síle $c(F)$ určená dříve je vyznačena oranžovou čarou přibližně uprostřed prostoru (kvůli množství dat není zřetelná). Intenzita barvy jednotlivých bodů udává hodnotu funkcionálu (tmavší jsou nižší). Světle zelený kvádr ukazuje rozsah prvotní parametrické analýzy a červený menší kvádr ukazuje rozsah následné parametrické analýzy s užším rozsahem, ve kterém byly prováděny původní optimalizace.



Obr. 40: Výsledky rozsáhlé optimalizace.

Z výsledků je patrné, že velké množství lokálních optim pro různé zatížení se nachází mimo červeně zobrazený rozsah a původně provedené optimalizace tyto kombinace koeficientů nepostihují. Průnik množin, které byly použity pro určení daného rozsahu optimalizací byl tedy příliš omezen. Parametrická analýza byla provedena pouze pro zatížení $F = 30$ N, ale nejlepší výsledky získané pro toto zatížení leží mimo původně stanovený rozsah prvotní analýzy. Řešenou optimalizační úlohu lze tedy považovat za multimodální a tedy obsahuje řádově stejná optima ve velmi širokém rozsahu.

Pro přesnou identifikaci nelineárních koeficientů c_1 , c_2 a c_3 Yeoh modelu by bylo zapotřebí provést výrazně rozsáhlejší optimalizaci. Prozatím získané výsledky reprezentované rovnicemi (8) jsou pro aktuálně řešené aplikace MRE dostatečné.

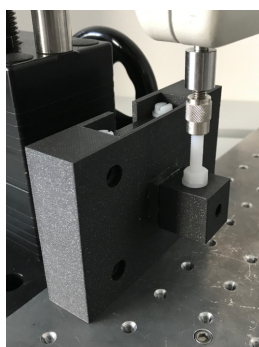
ii.4

MECHANICKÉ VLASTNOSTI V MAGNETICKÉM POLI

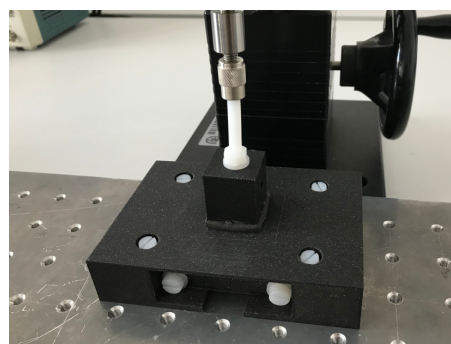
K analýze chování MRE ve vnějším magnetickém poli byla provedena řada experimentů. Zkoumal se vliv magnetického pole na změnu mechanických vlastností (tuhosti) a deformace či aktuace v externím magnetickém poli.

II.4.1 VLV MAGNETICKÉHO POLE NA TUHOST

Tato sekce se zabývá účinky magnetického pole na MRE ve smyslu mechanických vlastností. Všechny závěry v této sekci byly výsledkem statických měření ve smyku, tahu i tlaku. K měření se využili vzorky z měření permeability (viz. Tabulka 1), konkrétně vzorky typu U₂.



Obr. 41: Přípravek použitý k experimentům ve smyku.

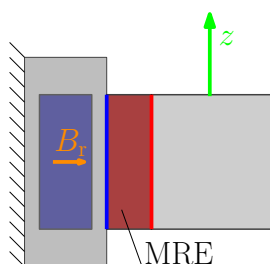


Obr. 42: Přípravek použitý k experimentům v tahu či tlaku.

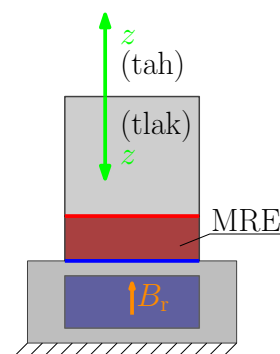
Experimenty byly vždy prováděny na měřícím stojanu, na který byly pevně uchyceny struktury vytištěné z PLA na 3D tiskárně (Obr. 41, 42). Jedna strana testovaného vzorku byla vždy přilepena k pohyblivé struktuře (červeně) a druhá strana vzorku ke struktuře nepohyblivé (modře), jak ukazuje Obr. 43 a 44. Změny geometrie při zatížení vzorku byly zaznamenávány pomocí mikroskopu¹ a mikrometru a zatížení pomocí siloměru.

¹ Pro tyto typy měření byl v této práci využit digitální mikroskop Dino-Lite AM73915MZT.

ii.4.1 VLIV MAGNETICKÉHO POLE NA TUHOST

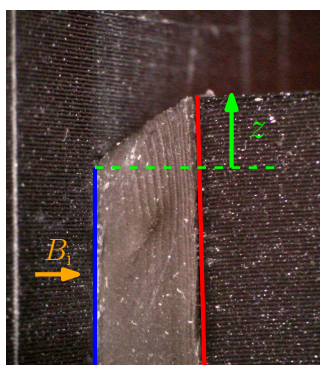


Obr. 43: Schématické uchycení vzorku pro měření ve smyku.

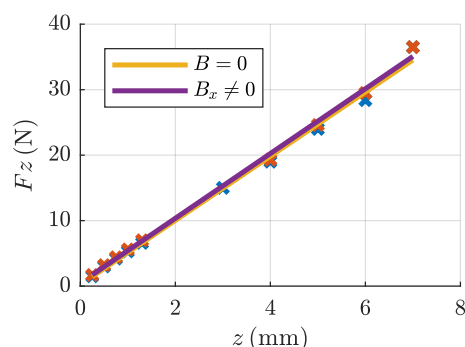


Obr. 44: Schématické uchycení vzorku pro měření v tahu či tlaku.

Pevná struktura byla při měření smyku uchycena vertikálně a zdroj externího magnetického pole (NdFeB permanentní magnet, viz. sekce ii.4.2) působil v ose x (oranžově), při měření tahu a tlaku pevná struktura byla uchycena ve vodorovné poloze a externí magnetické pole působil v ose z (oranžově). Volná struktura se vždy pohybovala ve směru osy z (zeleně) a jednotlivá měření byla vždy provedena se zdrojem externího magnetického pole a pro porovnání také bez něj.



Obr. 45: Detail měření ve smyku.

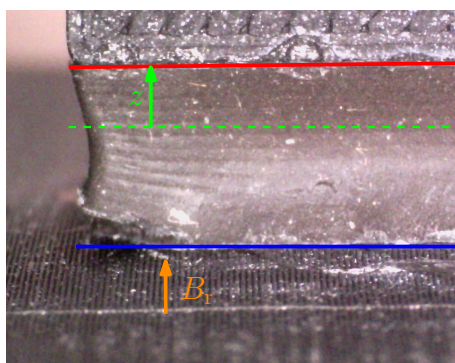


Obr. 46: Výsledky měření ve smyku.

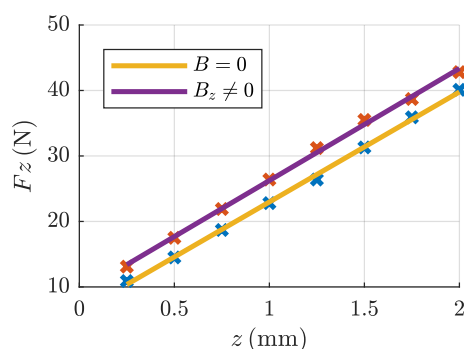
Výsledky měření ve smyku jsou zobrazeny v grafu na Obr. 46. Průběhy proložené přímkou jsou takřka totožné. Dle tohoto měření nemá externí magnetické pole výrazný vliv na mechanické vlastnosti MRE ve smyku.

Měření v tahu je na Obr. 48. Průběhy jsou proložené rovněž přímkou. Jejich trendy jsou zdánlivě rovnoběžné s konstantním rozdílem 3.3 N. MRE tedy v tahu vykazují lehce vyšší tuhost v magnetickém poli než bez něj. Rozdíl však není tak závratný. Měření v tlaku na Obr. 50 je zajímavější. Oba průběhy mají kvadratický charakter a s vyšší deformací se ztlačněji rozbíhají. Již při deformaci 1 mm je silový rozdíl 10 N a dále narůstá.

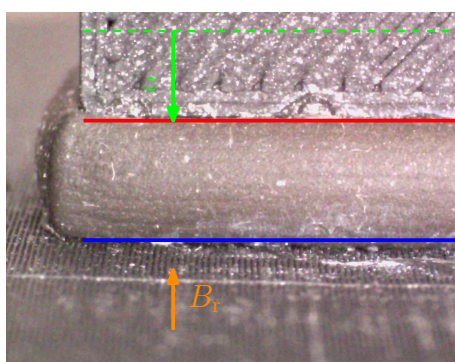
ii.4.2 DEFORMACE A AKTUACE V MAGNETICKÉM POLI



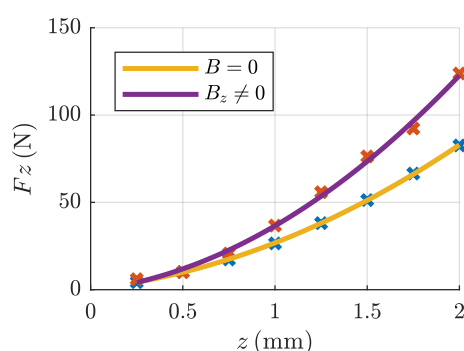
Obr. 47: Detail měření v tahu.



Obr. 48: Výsledky měření v tahu.



Obr. 49: Detail měření v tlaku.



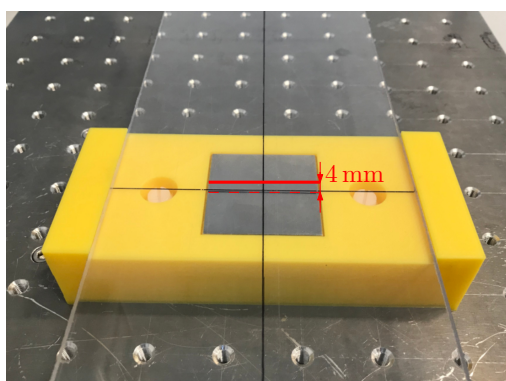
Obr. 50: Výsledky měření v tlaku.

II.4.2 DEFORMACE A AKTUACE V MAGNETICKÉM POLI

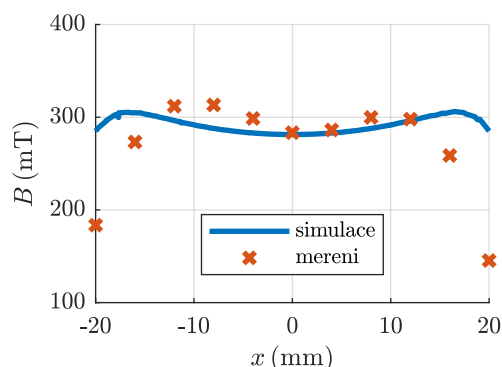
Dále byla provedena řada experimentů zkoumající deformaci či aktuaci MRE v externím magnetickém poli. Pro tyto účely byl vytvořen přípravek (Obr. 51) umožňující statické a stabilní umístění permanentního magnetu nad nímž lze pohybovat různými vzorky elastomerů po průhledné desce z PMMA (plexisklo). Některé vzorky (Obr. 57) použité v tomto experimentu byly malých rozměrů (jednotky milimetrů), aby se snížilo tření vzorku s podložkou a vzorek se tak mohl volně pohybovat.

Permanentní magnet použitý při těchto experimentech je neodymový magnet o rozměrech $40 \times 40 \times 20$ mm a s remanentní indukcí přibližně 1.3 T. Magnetické pole magnetu bylo měřeno a modelováno po čáře (Obr. 51 silná červená čára) rovnoběžné s osou symetrie přibližně 4 mm nad povrchem magnetu. Opět byl použitý statický model magnetického pole dle rovnice 4 numericky řešený v trojrozměrné kartézském souřadnicovém systému.

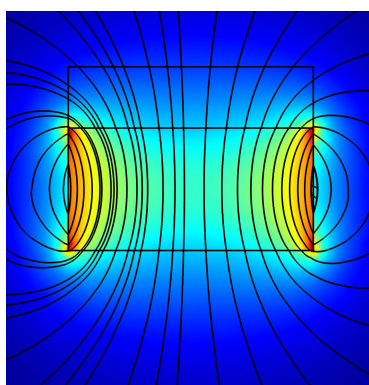
Na Obr. 52 jsou zobrazeny výsledky měření. Křivka popisuje simulované hodnoty magnetické indukce B nad povrchem magnetu, body jsou vyznačeny naměřené hodnoty. Z



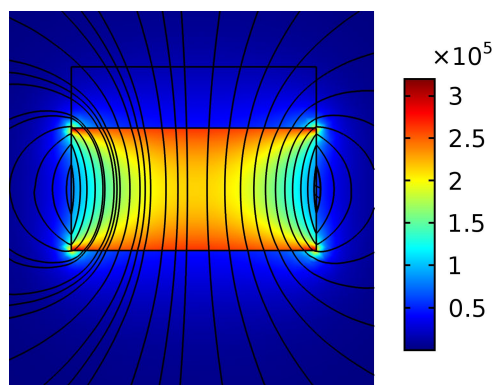
Obr. 51: Přípravek použitý k experimentům s usazeným permanentním magnetem.



Obr. 52: Porovnání naměřených a simulovaných hodnot permanentního magnetu.



Obr. 53: Rozložení magnetické indukce permanentního magnetu – dle barevné škály (T).



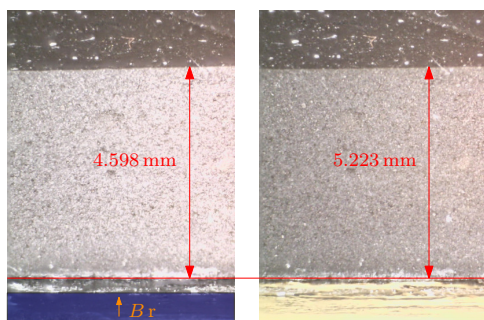
Obr. 54: Rozložení hustoty energie magnetického pole permanentního magnetu – dle barevné škály (J/m^3).

měření jednoznačně vyplývá, že pole u středu magnetu v této výšce není nejsilnější. Nejvyšší hodnoty magnetické indukce se nachází blíže ke krajům, kde se siločáry zakřívují.

Na Obr. 53 je zobrazené rozložení magnetické indukce permanentního magnetu v řezu. U povrchu magnetu jsou patrné vyšší hodnoty magnetické indukce na okrajích než u jeho středu. Rozložení hustoty energie magnetického pole je zobrazeno na Obr. 54 opět v řezu. Na každé hraně je patrný nárůst hustoty energie oproti okolí. Jsou to oblasti ve kterém jsou siločáry nahuštěny a silně zakřiveny.

Pro základní analýzu aktuace a deformací MRE byla provedena řada experimentů. Na Obr. 55 je zobrazen vliv statického magnetického pole na nepohyblivý vzorek umístěný nad středem magnetu. Stlačení magnetickým polem vzorku (vzorek U₃ dříve použitý k měření permeability) je měřitelné, avšak nepříliš výrazné. Na Obr. 56 byl nad střed

permanentního magnetu umístěn vzorek s přibližně 20 mm dlouhými výstupky. Vzorek se zdeformoval po směru siločar (Obr. 53).



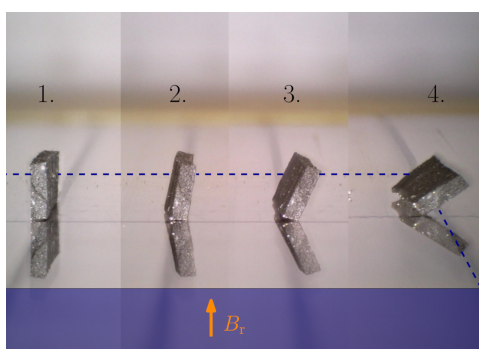
Obr. 55: Stlačení vzorku ve statické poloze permanentním magnetem.



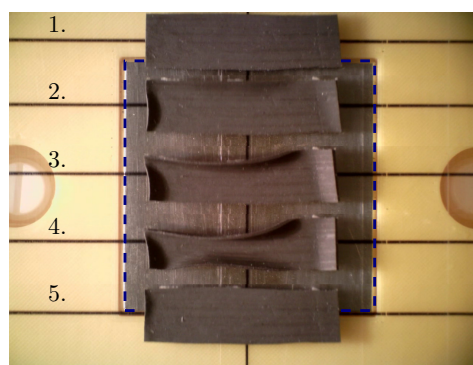
Obr. 56: Naklánění výstupků vzorku nad permanentním magnetem.

Dále byl v externím magnetickém poli byl proveden experiment s velmi malým vzorkem (přibližně $2 \times 8 \times 0.5$ mm), kterým bylo pohybováno nad permanentním magnetem přibližně po dráze shodné s dříve měřenou (viz Obr. 51). Na Obr. 57 jsou zobrazeny celkem čtyři polohy tohoto vzorku ve statické poloze, 1. poloha je ve středu magnetu, dále bylo postupováno k hraně. Z experimentů je patrné, že síly působící na vzorek jej opět vychylují ve směru siločar magnetického pole.

Pro ilustraci chování malého vzorku byl proveden podobný doplňující experiment (Obr. 58). Vzorkem ($30 \times 8 \times 0.5$ mm - tentýž vzorek uváděný na Obr. 3) bylo pohybováno opět 4 mm po dráze shodné s měřením. Snímky z Obr. 58 byly prováděny v pěti polohách nad permanentním magnetem. Z výsledků jsou patrné deformace vzorku, nyní však jeho deformaci pravděpodobně bránili adhezní síly s podložkou.



Obr. 57: Změna polohy (1. - 4.) vzorku posouváním nad permanentním magnetem B_r .



Obr. 58: Změna polohy (1. - 5.) vzorku posouváním nad permanentním magnetem.

II.4.3 SHRNU TÍ A DISKUSE VÝSLEDKŮ

V návaznosti na studii magnetických a mechanických vlastností MRE bylo zkoumáno chování MRE v externím magnetickém poli. Výsledky ukázali, že magnetické pole má na MRE při smykovém či tahovém zatížení nepatrný vliv. V tlaku však rozdíl vznikajících sil roste zároveň se zvyšujícím se zatížením. MRE je v tlaku za přítomnosti magnetického pole znatelně tužší.

Dále byly provedeny základní experimenty deformace a aktuace MRE ve vnějším magnetickém poli. Z experimentů je patrné vychylování vzorků ve směru růstu magnetické indukce (Obr. 52) a pravděpodobně také k oblastem s vyšší hustotou energie (Obr. 54), tedy místům s vyšší hustotou siločar. Je potřeba zopakovat, že i když jsou vzorky feromagnetické, vykazují nepatrnou magnetizaci (Obr. 4). Je-li magnetizace trvalá, mohla by přispět k výslednému chování vzorků (Obr. 57 a 58) v magnetickém poli.

Část III

MATEMATICKÝ MODEL

Mechanika obecného elastického materiálu je popsána Lamého rovnicí elasticity. V tenzorové formě ji lze zapsat následovně

$$\nabla \cdot (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{u}) \otimes \mathbf{S} + \mathbf{f}_V = 0, \quad (9)$$

kde \mathbf{I} značí jednotkovou matici, \mathbf{u} je vektor posuvů, \mathbf{S} je druhý Piola-Kirchhoffův tenzor pnutí a konečně \mathbf{f}_V značí vektor měrné hustoty dalších vnitřních sil. Tenzor pnutí \mathbf{S} je doplněn Yeoh modelem, aby byla respektována hyperelasticita materiálu MRE. Obecný Yeoh model popisuje skalární hustotu energie pnutí W_S ve formě

$$W_S = c_1(I_1 - 3) + c_2(I_1 - 3)^2 + c_3(I_1 - 3)^3 + \frac{1}{2}\kappa(J - 1)^2 \quad (10)$$

zde I_1 reprezentuje první z invariant Cauchyho-Green deformačního tenzoru, c_1 , c_2 a c_3 jsou materiálové koeficienty, κ je objemový modul pružnosti a J značí determinant deformačního gradientního tenzoru pnutí \mathbf{F} . Poslední člen modelu Yeoh udává stlačitelnost materiálu. Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor pnutí je pak získán vztahem

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W_S}{\partial \epsilon}, \quad \epsilon = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \mathbf{F}), \quad (11)$$

kde ϵ zastupuje Green-Lagrangeův tenzor pnutí.

Rozložení magnetického pole je popsáno parciálně diferenciální rovnicí pro magnetický vektorový potenciál \mathbf{A} ve formě

$$\nabla \times (\mu(|\mathbf{B}|)^{-1}(\nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{B}_r)) = \mathbf{J}_{\text{ext}}, \quad (12)$$

kde μ popisuje nelineární permeabilitu (Obr. 15), symbol \mathbf{B}_r zastupuje remanentní indukci permanentních magnetů a \mathbf{J}_{ext} reprezentuje externí proudovou hustotu.

Sdružení rovnic (9) a (12) je pak založeno na Maxwellovu tenzoru pnutí

$$\sigma_M = -\frac{1}{2\mu}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})\mathbf{I} + \frac{1}{\mu}\mathbf{B} \otimes \mathbf{B}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (13)$$

kde \mathbf{B} je magnetická indukce či hustota magnetického indukčního toku. Vektor měrných sil \mathbf{v} pak musí být uvažován jako $\mathbf{f}_V = \nabla \cdot \sigma_M$ pro úplné monolitické řešení.

Slabé sdružení, založené na integrální Maxwellově síle \mathbf{F}_M definované jako

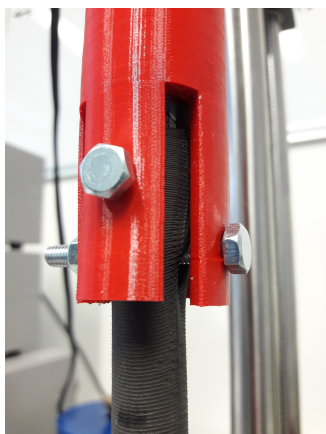
$$\mathbf{F}_M = \iint_S \sigma_M d\mathbf{S}, \quad \mathbf{f}_V = \mathbf{F}_M \cdot V^{-1} \quad (14)$$

může být také využito, avšak přijdeme tím o přesné rozložení hustoty objemových sil v modelu.

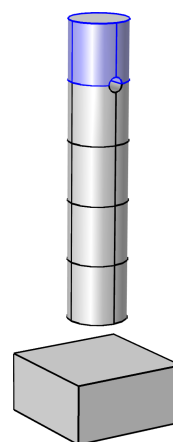
ILUSTRATIVNÍ PŘÍKLAD

Slabé sdužení bylo ověřeno na experimentu [51] dle uspořádání na Obr. 61 (vlevo). Vzorek typu S2 s plněním $m_{Fe}/m = 54.5\%$ byl na jedné straně uchycen do čelistí a umístěn nad permanentní magnet (magnet viz. sekce ii.4.2). Při experimentu bylo naměřeno prodloužení vzorku $dL_m = 5.2\text{ mm}$.

Okrajové podmínky mechanického modelu byly stanoveny pouze fixní. Na Obr. 59 je detail uchycení vzorku do čelistí při měření tahu. Dle neurčitosti nepohyblivých a uchycených částí vzorku byly fixní okrajové podmínky nastaveny dle Obr. 60 (modře), tedy na horní straně otvoru pro šroub a po stranách horní části válce, kde vzorek přidržovali čelisti. Okrajová podmínka magnetického modelu byla pouze jedna - nulový vektorový potenciál na okraji fiktivní hranice.

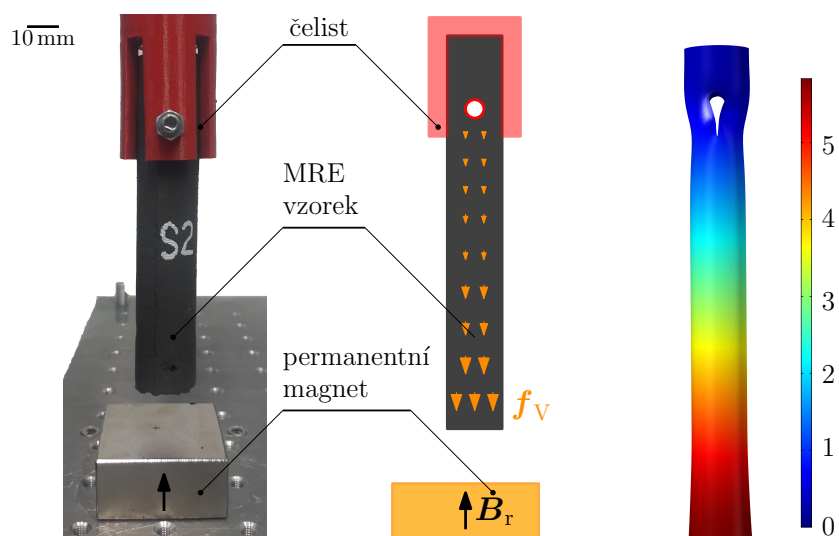


Obr. 59: Detail uchycení vzorku při měření tahu.



Obr. 60: Geometrie modelu a nastavení fixní okrajové podmínky.

Ke sdužení mechanického modelu s magnetickým je použito integrální Maxwellovy síly jež byla stanovena pro pět částí modelovaného vzorku zvlášť. Tímto způsobem bylo docíleno kompromisu mezi rozložením sil f_v dle Maxwellova tenzoru (Obr. 61 uprostřed) a celkovou integrální silou působící na vzorek. Konstanty hyperelastického modelu Yeoh byly pro spodní část zvoleny dle odpovídající síly $F = 5\text{ N}$. Pro čtyři horní části, jejichž silové zatížení bylo zanedbatelně nízké, byly konstanty nastaveny na shodnou hodnotu $F = 0.05\text{ N}$. Výsledky modelu jsou na Obr. 61 (vpravo).



Obr. 61: Fotografie uspořádání experimentu (vlevo), schématické uspořádání experimentu (uprostřed) a výsledný slabě sdužený model (vpravo) – barevná škála udává velikost posunutí (mm).

Výsledek modelu udává prodloužení vzorku přibližně $dL = 5.6$ mm. Simulované protažení odpovídalo měření s chybou 7%. Tato chyba bude dána přesností stanovení materiálových koeficientů hyperelastického modelu.

Část IV

APLIKACE MAGNETOREOLOGICKÝCH ELASTOMERŮ

iv.1

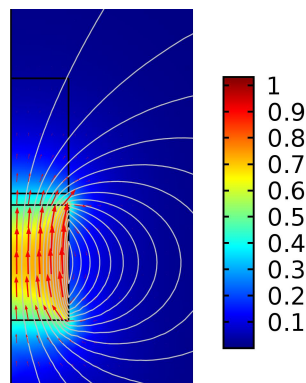
SILOVÉ ÚČINKY MAGNETICKÉHO POLE

RELATIVNÍ PERMEABILITA MRE je v rozmezí jednotek (kapitola ii.1). V následující kapitole bude diskutován vliv relativní permeability na vznikající sílu v porovnání s magnetickou indukcí zdroje externího magnetického pole. Cílem je zjistit do jaké míry je nutno navyšovat koeficient plnění MRE ke znatelnému zvýšení sil na úkor elasticity.

Provedený numerický experiment je zaměřen na porovnání vlivu relativní permeability a remanentní indukce permanentního magnetu. Pro tento účel byl sestaven jednoduchý model - feromagnetické tělísko (Obr. 62 šedě) umístěné naproti permanentnímu magnetu (Obr. 62 modře).



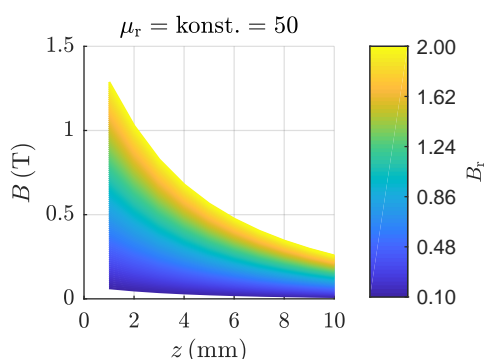
Obr. 62: Geometrie modelu permanentního magnetu (modře) a feromagnetického tělíska (šedě).



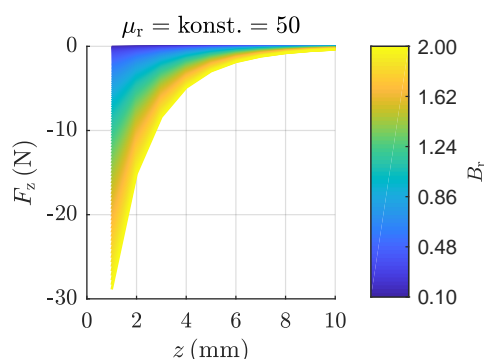
Obr. 63: Rozložení magnetické indukce v modelu - barevná škála (T), vektory a siločáry.

Na modelu byla následně provedena parametrická analýza sestávající ze tří parametrů - remanentní indukce permanentního magnetu B_r , relativní permeability feromagnetického tělíska μ_r a vzdálenosti mezi tělískem a zdrojem pole v ose z . Rozmezí parametrů bylo zvoleno $B_r \subseteq \langle 0.1, 2 \rangle$ T (100 hodnot v daném rozsahu), $\mu_r \subseteq \langle 1, 100 \rangle$ s krokem 1 a $z \subseteq \langle 1, 10 \rangle$ mm s krokem 1 mm. Výsledky simulace ukazují velikost magnetické indukce B ve středu mezi objekty, sílu F_z působící v ose z na feromagnetické tělísko a to pro každou jeho pozici.

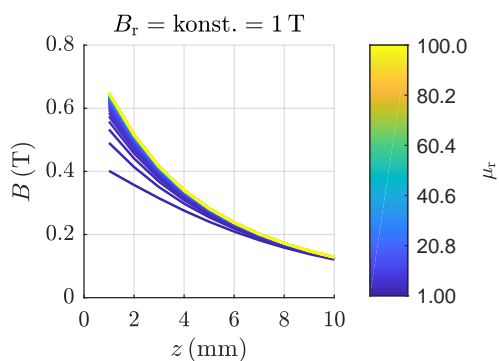
SILOVÉ ÚČINKY MAGNETICKÉHO POLE



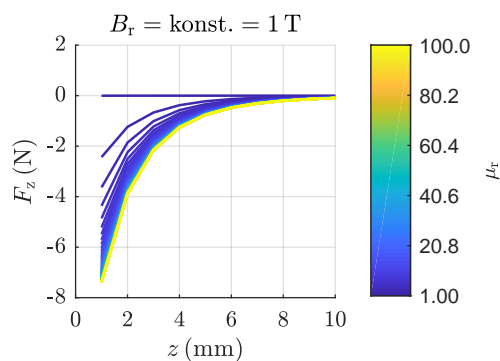
Obr. 64: Analýza závislosti $B = f(z, B_r)$ s konstantním parametrem parametrem $\mu_r = \text{konst.} = 50$



Obr. 65: Analýza závislosti $F_z = f(z, B_r)$ s konstantním parametrem parametrem $\mu_r = \text{konst.} = 50$



Obr. 66: Analýza závislosti $B = f(z, \mu_r)$ s konstantním parametrem parametrem $B_r = \text{konst.} = 1 \text{ T}$



Obr. 67: Analýza závislosti $F_z = f(z, \mu_r)$ s konstantním parametrem parametrem $B_r = \text{konst.} = 1 \text{ T}$

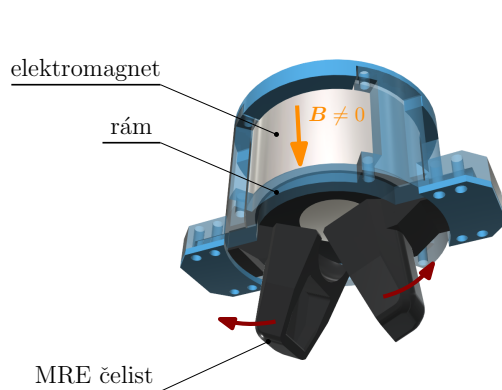
Z výsledků analýzy je patrné, že s lineárně rostoucí remanentní indukci (Obr. 64) se magnetická indukce v mezeře mění rovnoměrně. Pochopitelně, neboť hodnota magnetické indukce je na remanentní přímo závislá a změna indukce proto bude lineární. Tuto vlastnost analogicky přebírá závislost síly (Obr. 65).

Zajímavější jsou proto výsledky s měnící se relativní permeabilitou (Obr. 66), neboť s lineární změnou permeability se hodnota indukce v mezeře mění nerovnoměrně. Je dobré připomenout, že se zvoleným krokem remanentní indukce je na dříve daném rozmezí zkoumáno 100 hodnot, avšak v tomto grafu je patrných pouze několik křivek. Z tohoto důvodu napomáhá barevná škála, díky níž lze vyvodit, že drtivá většina křivek je nahuštěna ve svrchní vrstvě. Jelikož spodní křivka musí odpovídat $\mu_r = 1$, pak s dalším jednotkovým přírůstkem skočí hodnota indukce o několik desítek procent (při $z = 1 \text{ mm}$ je přírůstek 22%), avšak od určité hodnoty μ_r se již magnetická indukce B v mezeře příliš nemění.

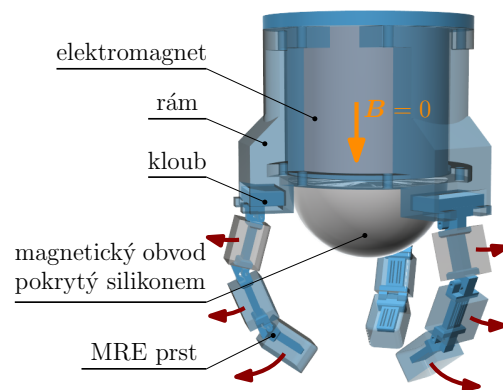
iv.2

ROBOTICKÉ ÚCHOPOVÉ SYSTÉMY

Tato kapitola je věnována soft-robotickým úchopovým systémům, jejichž koncepce jsou nedílnou součástí dizertační práce Ing. Vojtěcha Skřivana. Pozornost je věnována prototypu *Beak* (Obr. 68) a prototypu *Manus* (Obr. 69).



Obr. 68: Koncept prototypu *Beak*.



Obr. 69: Koncept prototypu *Manus*.

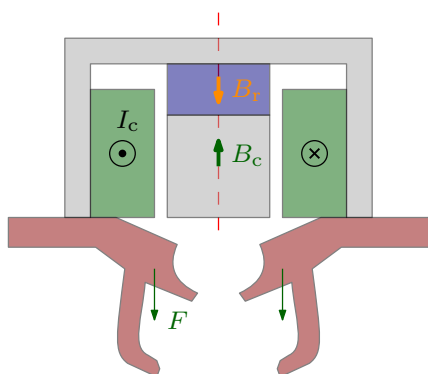
Kritickým faktorem obou prototypů je síla působící na MRE struktury v rozevřeném či nedověřeném stavu, kdy není plně uzavřený magnetický obvod. V přímém kontaktu MRE s magnetickým obvodem, vzniká značná síla (desítky Newtonů). Tato síla však se vzdáleností rapidně klesá, jak ukazuje studie v předchozí kapitole (iv.1). Právě zvýšení silových účinků u obou prototypů je předmětem této kapitoly.

IV.2.1 PROTOTYP *BEAK*

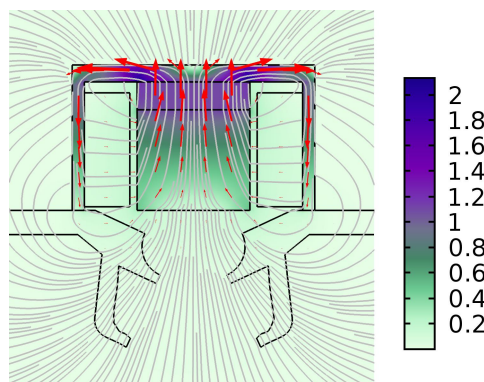
Prototyp *Beak* Obr. 68 je úchopový systém využívající magnetického pole k aktuaci dvou čelistí vyrobených z magnetoreologického elastomeru [7]. Čelisti jsou umístěny pod zdrojem magnetického pole, které je přitáhne a uzavře.

Zdroj magnetického pole tohoto prototypu je tvořen permanentním magnetem s cívkou navinutou po jeho obvodu (přídržný elektromagnet) [52]. Magnetické pole B_r působí neustále a buzením magnetického pole cívky B_C jej lze zeslabit a tím eliminovat magne-

tické pole B v oblasti čelistí ($B = B_C + B_r$). Princip prototypu je zobrazen na Obr. 70, a jeho rozložení magnetického pole na Obr. 71.



Obr. 70: Původní funkční schéma prototypu *Beak*.



Obr. 71: Rozložení magnetického pole v původním prototypu – dle barevné škály (T).

Na Obr. 70 je zobrazen schématický řez prototypem. Vespod jsou umístěny čelisti z MRE (vyznačené hnědě) na které působí pole přiloženého magnetického obvodu (šedý). Je-li cívka vypnutá, působí na čelisti pole permanentního magnetu B_r a jsou přitahovány vzhůru - čelisti se deformují a zavírají. Po vybuzení cívky proudem I_C dojde magnetickým polem cívky B_C k vyrušení pole magnetu B_r a prototyp se vlivem elasticity materiálu (vnitřního pnutí F) otevře.

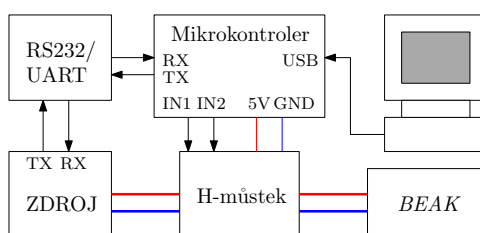
Prototyp má v tomto uspořádání silně nelineární závislost síly na vzdálenosti od zdroje. Její velikost při rozevřených čelistech prototypu je tedy velmi nízká. V následujících sekcích budou prezentovány výsledky analýzy ovládacích elektromagnetů s cílem zvýšení silových účinků - řízení externího magnetického pole a úprava magnetického obvodu.

Řízení magnetického pole

Zvýšení síly působící na MRE čelisti prototypu *Beak* lze dosáhnout inverzním buzením cívky elektromagnetu, kterým se výrazně zvýší hodnota magnetické indukce v oblasti čelistí. Možnost řízení napájení cívky, poskytuje také příležitost ovládat dynamiku čelistí.

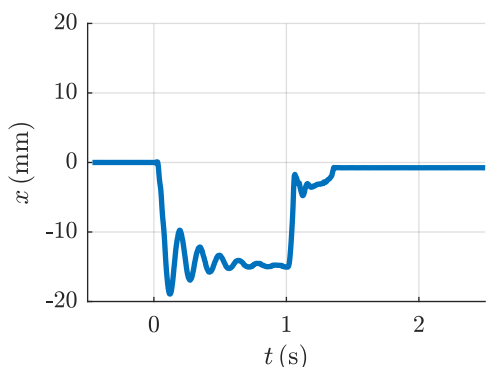
Pro ovládání prototypu bylo vyvinuto elektronické zařízení. Zařízení využívá mikrokontroleru, který komunikuje s programovatelným zdrojem prostřednictvím protokolu UART a převodníku na RS232 v externí jednotce s integrovaným obvodem MAX232. Mikrokontrolerem je řízena velikost napájecího napětí ovládací cívky elektromagnetu. Orientace napájecího napětí je ovládána pomocí externího H-můstku řízeného stejným mikrokontrolerem. Blokové schéma je vykresleno na Obr. 72. Pomocí elektronického zařízení je tak možno prototyp ovládat centrálně z PC a napájet různými druhy signálů.

iv.2.1 PROTOTYP BEAK

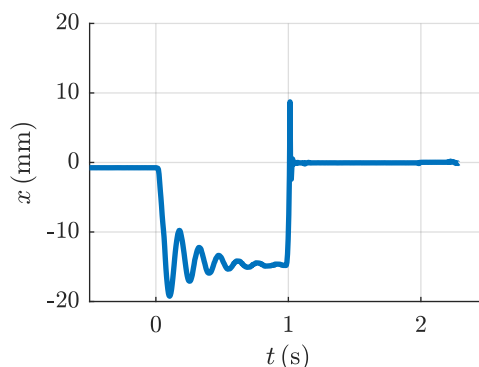


Obr. 72: Blokové schéma ovládání prototypu. Černé čáry symbolizují datové vodiče, barevné čáry vodiče napájecí.

Při neřízeném spínání obvodu odpovídá dynamickému průběhu levé čelisti prototypu Obr. 73¹. Skokový nárůst napětí $U = 20\text{ V}$ na cívce prototypu uvolní čelisti, jež se s kmitáním ustálí v otevřené poloze. Při odepnutí napájení se čelisti vrací do sevřené polohy ($B \neq 0$), avšak vlivem nedostatečné síly a nesymetrie čelistí nedojde k plnému uzavření čelistí. Na průběhu zavírání je také patrný odskok a následné pomalé uzavírání čelisti.



Obr. 73: Pozice x levé čelisti závislá na čase t při zapnutí a vypnutí elektromagnetu.



Obr. 74: Pozice x levé čelisti závislá na čase t při zapnutí a řízeném vypnutí elektromagnetu.

Přepólováním napájení cívky elektromagnetu pomocí H-můstku lze vytvořit inverzní budící proud, který magnetickou indukci B_C přispívá k poli magnetu B_r a zvyšuje sílu F působící na čelisti (Obr. 74). Doba neřízeného sevření je 346 ms a doba řízeného je 57 ms. Překmit patrný v Obr. 74 je způsoben chybou optického měření.

Řízení proudu elektromagnetu lze tedy využít pro zvýšení síly pro uzavírání MRE čelistí. Nicméně, inverzní buzení cívky zvyšuje energetickou náročnost celého systému. Proto byla provedena numerická studie věnující se úpravě magnetického obvodu.

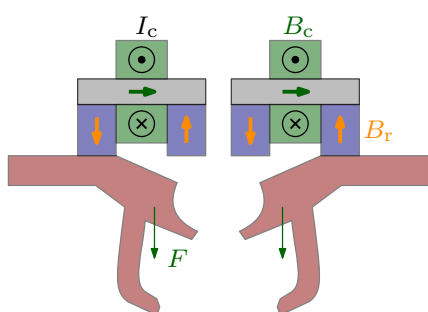
¹ Pro toto měření byla v využívána opět vysokorychlostní kamera. Následná analýza vzniklého videozáznamu byla provedena aplikací Tracker (Video Analysis and Modeling Tool).

Úprava magnetického obvodu

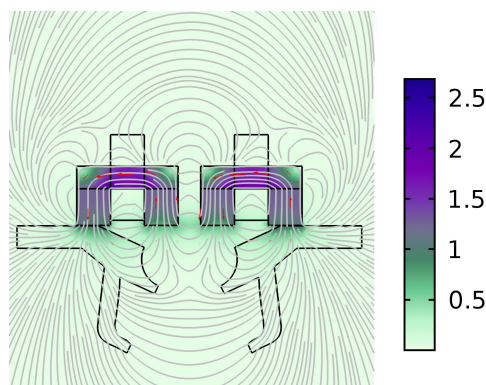
Je-li permanentní magnet umístěn v horní části magnetického obvodu (Obr. 75), je celkový magnetický indukční tok v oblasti čelistí výrazně snížen o rozptylové toky, které se uzavírají ze středního sloupku do pláště magnetického obvodu s konečnou hodnotou relativní permeability (Obr. 71). Mírného zlepšení je možné dosáhnout přesunutím magnetu na konec středního sloupku, čímž se dosáhne nižších rozptylových toků.

Magnetická indukce v oblastí obou čelistí u daného elektromagnetu však dosahuje jen velmi nízkých hodnot a působí na obě čelisti stejně (Obr. 71). Rozdělíme-li magnetický obvod na dvě části s antiparalelní orientací středních magnetů (Obr. 76), vznikne mezi oběma částmi silné magnetické pole, které bude čelisti přitahovat ($F = 0.41$ N pro předchozí verzi magnetického obvodu a $F = 17.95$ N pro nově navrhovaný obvod).

Aby bylo možné výsledky porovnávat, byl u upraveného magnetického obvodu zachován celkový objem a průřez simulovaných permanentních magnetů, nicméně, síla vznikající na MRE čelisti je v takovém případě příliš vysoká, aby jí bylo možno plně eliminovat ovládací cívkou. Výsledky analýzy slouží tedy k ilustraci možné úpravy prototypu s cílem zvýšení silového působení. Pro reálný prototyp je tedy nutné použít magnetů s výrazně nižší remanentní indukcí.



Obr. 75: Funkční schéma navrženého prototypu.



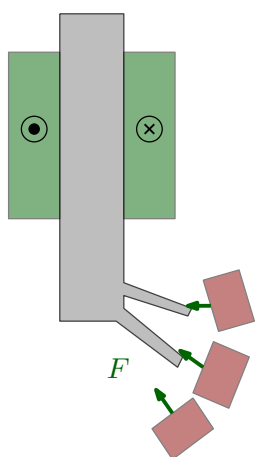
Obr. 76: Rozložení magnetické indukce v upraveném prototypu – dle barevné škály (T).

K otevírání čelistí budou sloužit dvě cívky soustředěné kolem dílčích částí magnetického obvodu, jejichž buzení umožní superpozici magnetických indukčních toků eliminaci magnetického pole v oblasti čelistí. Tato koncepce elektromagnetu umožní směřovat indukční tok pro každou čelist zvlášť a tím nezávislé řízení každé čelisti.

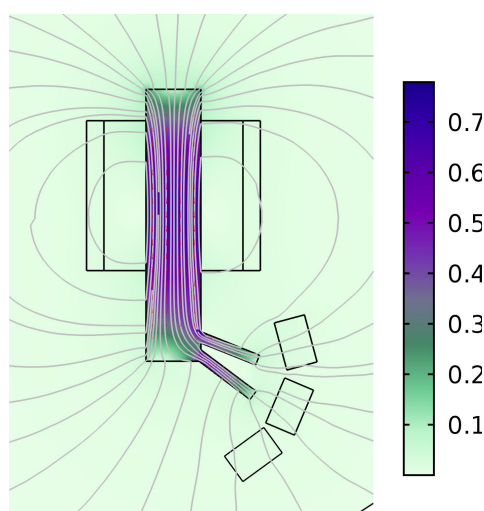
IV.2.2 PROTOTYP MANUS

Prototyp *Manus* (Obr. 69 a 83) je úchopový systém využívající magnetického pole k aktuaci tří prstů prostorově otočených po 120° . Každý prst je složen ze tří článků z magnetoreologického elastomeru, které jsou vzájemně propojeny pomocí vnitřní struktury vyrobené z PLA. Tyto prsty jsou umístěny pod zdrojem magnetického pole, které články přitáhne a prototyp tak sevře Obr. 84. Koncept prototypu je inspirován lidskou rukou. Pro přehlednost bude dále zobrazován vždy jen jeden prst.

Zdroj magnetického pole prototypu *Manus* je tvořen válcovou cívkou navinutou na magnetickém jádře. Princip a rozložení magnetického pole prototypu je patrné na Obr. 77 a 78. První prototyp *Manus*, byl ovládán velmi vysokými proudy, proto bylo analyzováno rozložení magnetického pole a obvod byl následně upraven.



Obr. 77: Schématický řez prototypem. Budecí cívka (zeleně), magnetické jádro (šedě) a prsty z MRE (hnědé).

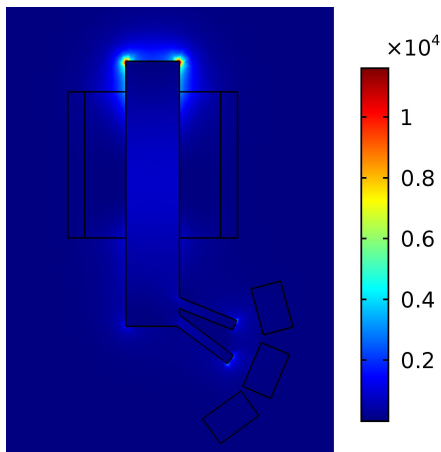


Obr. 78: Rozložení magnetické indukce v prototypu před úpravami – dle barevné škály (T).

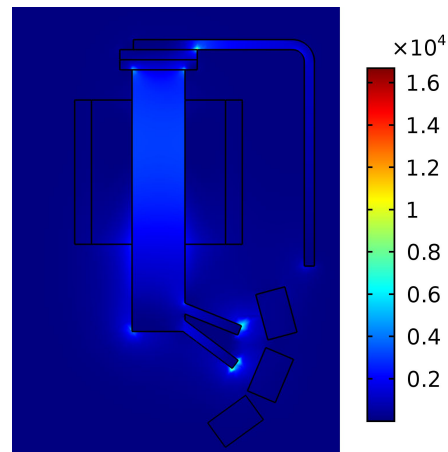
Analýzou hustoty energie magnetického pole prvního prototypu (Obr. 79) bylo zjištěno, že nejvyšší hustoty je dosahováno ve vrchní části magnetického obvodu (jádra ovládacího elektromagnetu). Hustota energie v těchto místech dosahovala více jak 10 kJ/m^3 . Jelikož je výkon elektromagnetu konstantní a omezený (Jouleovy ztráty v cívce elektromagnetu způsobující jejich výrazné oteplení), je důležité maximum energie magnetického pole směřovat do prostoru aktuovaných prstů a maximalizovat tak sílu působící na prsty a magnetickým obvodem.

Směrování magnetického toku bylo provedeno kovovými pásy mířenými do oblasti prstů (Obr. 81), tím se snížila se hustota energie v horní části a soustředila se do prostoru prstů (Obr. 80). Síla působící na všechny články jednoho MRE prstu byla před úpravou

iv.2.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ



Obr. 79: Rozložení hustoty energie magnetického pole prototypu – dle barevné škály (J/m^3).



Obr. 80: Rozložení hustoty energie magnetického pole upraveného prototypu – dle barevné škály (J/m^3).

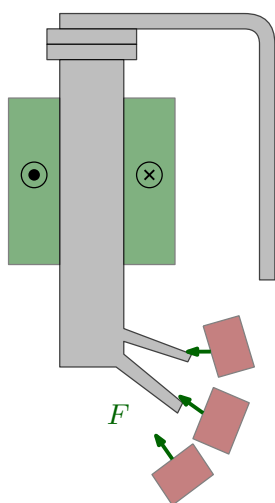
$F = 0.04\text{ N}$ a po úpravě $F = 0.11\text{ N}$. Uzavření obvodu je tedy pro dosažení silových účinků zásadní úpravou.

IV.2.3 SHRNU TÍ A DISKUZE VÝSLEDKŮ

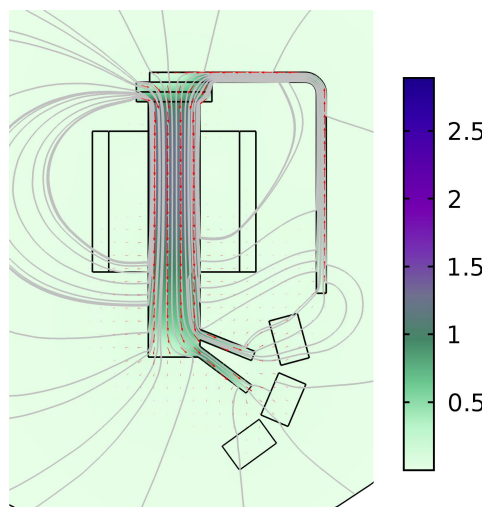
Z provedené analýzy silových účinků plyne, že pro návrh elektromechanických zařízení využívajících MRE je zásadní hodnota relativní permeability elastomeru. Ta je však omezena maximálním koeficientem plnění (i). Při nízkých hodnotách relativní permeability její malý nárůst výrazně ovlivní magnetickou indukci v mezeře a tím i velikost síly.

Další navýšení silových účinku je pak možné zvýšením energie zdroje magnetického pole (remanentní indukce permanentních magnetů nebo příkon ovládacích cívek). Jak však ukazuje analýza úprav magnetického obvodu prototypu *Beak*, při zachování stejného příkonu je možné změnou topologie obvodu výrazně zvýšit silové působení. Díky řízení budícího proudu ovládacího elektromagnetu lze následně docílit zvýšení dynamických vlastností pohyblivých částí zařízení. U prototypu *Manus* se navýšení silových účinků dosáhlo uzavřením magnetického obvodu. Využití nástavců magnetického jádra (Obr. 77) sice zvýší magnetickou indukci v oblasti MRE prstů ale reálného zvýšení je možné dosáhnout až při uzavření magnetického obvodu.

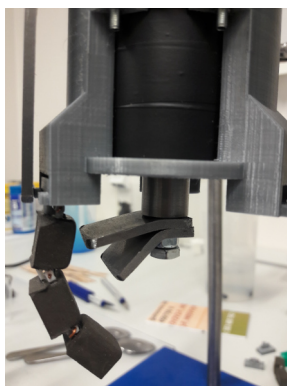
Pro návrh zařízení využívající MRE lze tak z výše popsaných zkušeností formulovat následující doporučení: maximální možný koeficient plnění MRE odpovídající potřebné elasticitě materiálu (maximalizace relativní permeability), optimalizace topologie magnetického obvodu (maximální hustota energie magnetického pole v oblasti ovládaného MRE tělesa) a v poslední řadě pak navýšení celkové energie systému (remanentní indukce permanentních magnetů nebo příkon budících cívek).



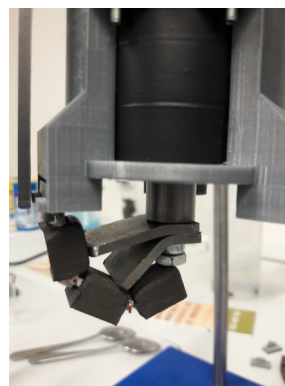
Obr. 81: Schématický řez prototypem po úpravě magnetického obvodu (uzavření magnetického obvodu).



Obr. 82: Rozložení magnetického pole kolem upraveného prototypu podle barevné škály (T).



Obr. 83: Fotografie prototypu *Manus* v otevřené poloze.



Obr. 84: Fotografie prototypu *Manus* v sevřené poloze.

Část V

ZÁVĚR

Předložená práce je věnována studii, modelování a aplikacím magnetoreologických elastomerů. Byla provedena měření, experimenty a analýzy jejichž výsledky a závěry byly uplatněny v návrhu dvou prototypů soft-robotických úchopových systémů.

SHRNUTÍ PRÁCE

První části práce je věnována stručné rešerši dosavadních znalostí týkajících se fyzikálních principů MRE, jeho modelování a nejčastějších či nejzajímavějších aplikací.

Druhá část práce popisuje studii magnetických vlastností MRE (stanovení nelineární charakteristiky relativní permeability a její závislosti na koeficientu plnění) a vlastností mechanických (tahové diagramy, hyperelastický charakter materiálu a koeficienty jeho modelu). Na konci byl experimentálně analyzován vliv magnetického pole na mechanické vlastnosti MRE, a to jak pro prostorově vázaná, tak nevázaná tělesa. Část dosažených výsledků byla publikována v rámci mezinárodní konferenci RoboSoft 2019 [7].

Ve třetí části je formulován monolitický matematický model, který je následně ověřen na ilustrativním, slabě sdruženém a numericky řešeném příkladu. Formulovaný model bude publikován v rámci mezinárodní konferenci Compomag 2019 [51].

A konečně čtvrtá část je věnována analýze silových účinků magnetického pole a návrhu ovládacích elektromagnetů pro dva prototypy robotických úchopových systémů – prototypy *Beak* a *Manus*. Na základě získaných zkušeností byla následně formulována doporučení pro návrh zařízení využívající MRE.

SMĚRY POKRAČOVÁNÍ PRÁCE

Další pokračování výzkumu MRE bude směřovat jak k hlubší studii fundamentálních principů chování MRE v obecném prostředí silného nehomogenního magnetického pole, tak k novým aplikacím MRE v oblasti elektromechaniky a energetiky.

K dosažení maximální přesnosti hyperelastického modelu bude k vyčíslení jeho koeficientů potřeba využít funkcionál závislý také na průřezu. V oblasti modelování a simulací bude výzkum zaměřen na numerickou interpretaci Maxwellova tenzoru pnutí pro přesné vyjádření rozložení objemových sil v materiálu vlivem magnetického pole. Již také probíhá výzkum materiálu s orientovanými částicemi a také částicemi magneticky tvrdými (NdFeB). Výsledky tohoto výzkumu otevřou rozsáhlé možnosti využití a aplikací MRE.

S ohledem na současné aplikace MRE v oblasti energetiky a výkonových systémů se jako perspektivní využití jeví prvky zajišťující tlumení kmitů při kontaktu pohyblivých částí lineárních elektromagnetických aktuátorů s pevnou konstrukcí. Tyto prvky naleznou uplatnění například v oblasti elektromagnetických ventilů [53], které patří mezi jedny z nejčastěji využívaných regulačních prvků pro řízení toku tekutin. Náhradou běžných elastických tlumících a těsnících materiálů lze v této oblasti dosáhnout výrazného zvýšení přídržných sil elektromagnetu (až desítky procent) při zachování požadované elasticity i těsnosti.

Zajímavou a prozatím neprostudovanou aplikací MRE ve výkonových systémech se zdá být také jejich využití jako pružných součástí magnetických obvodů (transformátory, elektrické točivé stroje a jiné), kde využití MRE s vysokým koeficientem plnění umožní eliminovat rozptylové toky a současně také vibrace vznikající při provozu zařízení. MRE by tak mohlo být využito pro tlumení elektrodynamických sil či hlučnosti elektrických strojů, jejich izolaci vůči kapalinám (MRE je hydrofobní materiál), ochraně nemagnetických součástí nebo například k vyrovnávání dilatací vlivem tepelné roztažnosti (MRE je odolné teplotám více jak 200° C). Například nanesením velmi slabé vrstvy MRE při vrstvení transformátorových plechů by bylo také možné dosáhnout tlumení elektrodynamických sil a vibrací. MRE tedy poskytuje jedinečnou příležitost pro výrobu tvarově adaptabilního magnetického obvodu.

LITERATURA

- [1] J David Carlson and Mark R Jolly. Mr fluid, foam and elastomer devices. *mechatronics*, 10(4-5):555–569, 2000.
- [2] Howard A Barnes, John Fletcher Hutton, and Kenneth Walters. *An introduction to rheology*. Elsevier, 1989.
- [3] Mark R Jolly, J David Carlson, Beth C Muñoz, and Todd A Bullions. The magnetoviscoelastic response of elastomer composites consisting of ferrous particles embedded in a polymer matrix. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 7(6):613–622, 1996.
- [4] Joko Sutrisno, Agus Purwanto, and Saiful Amri Mazlan. Recent progress on magnetorheological solids: materials, fabrication, testing, and applications. *Advanced engineering materials*, 17(5):563–597, 2015.
- [5] Yoonho Kim, Hyunwoo Yuk, Ruike Zhao, Shawn A Chester, and Xuanhe Zhao. Printing ferromagnetic domains for untethered fast-transforming soft materials. *Nature*, 558(7709):274, 2018.
- [6] Wenqi Hu, Guo Zhan Lum, Massimo Mastrangeli, and Metin Sitti. Small-scale soft-bodied robot with multimodal locomotion. *Nature*, 554(7690):81, 2018.
- [7] Vojtěch Skřivan, Ondřej Sodomka, and František Mach. Magnetically guided soft robotic grippers. In *2nd IEEE International Conference on Soft Robotics*. IEEE, 2019.
- [8] Yancheng Li and Jianchun Li. A highly adjustable base isolator utilizing magnetorheological elastomer: experimental testing and modeling. *Journal of vibration and acoustics*, 137(1):011009, 2015.
- [9] Lin Chen, XL Gong, and WH Li. Microstructures and viscoelastic properties of anisotropic magnetorheological elastomers. *Smart Materials and Structures*, 16(6):2645, 2007.
- [10] SV Kankanala and N Triantafyllidis. On finitely strained magnetorheological elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 52(12):2869–2908, 2004.
- [11] Martin Vítek. Zařízení pro mapování stacionárního magnetického pole v rovině. Master’s thesis, Západočeská univerzita v Plzni, 2019.

- [12] Jiun-Shyan Chen and Chunhui Pan. A pressure projection method for nearly incompressible rubber hyperelasticity, part i: Theory. *Journal of Applied Mechanics*, 63(4):862–868, 1996.
- [13] Jacob Rabinow. The magnetic fluid clutch. *Electrical Engineering*, 67(12):1167–1167, 1948.
- [14] Hatim Malvasi, Hardik Mistry, Paritosh Handore, Smit Mistry, and Subhasis Sarkar. A review paper on magneto-rheological fluid based braking system. 2019.
- [15] Xianju Yuan, Tianyu Tian, Hongtao Ling, Tianyu Qiu, and Huanli He. A review on structural development of magnetorheological fluid damper. *Shock and Vibration*, 2019, 2019.
- [16] Do Xuan Phu and Seung-Bok Choi. Magnetorheological fluid based devices reported in 2013–2018: Mini-review and comment on structural configurations. *Front. Mater.* 6: 19. doi: 10.3389/fmats, pages 2013–2018, 2019.
- [17] Yancheng Li, Jianchun Li, Weihua Li, and Haiping Du. A state-of-the-art review on magnetorheological elastomer devices. *Smart materials and structures*, 23(12):123001, 2014.
- [18] Zvi Rigbi and Leif Jilken. The response of an elastomer filled with soft ferrite to mechanical and magnetic influences. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 37(3):267–276, 1983.
- [19] Kristin M Popp, Matthias Kröger, Wei hua Li, Xian Zhou Zhang, and Prabuono B Kosasih. Mre properties under shear and squeeze modes and applications. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(15):1471–1477, 2010.
- [20] Christophe Collette, Gregory Kroll, Gregory Saive, Vincent Guillemier, and More Avraam. On magnetorheologic elastomers for vibration isolation, damping, and stress reduction in mass-varying structures. *Journal of intelligent material systems and structures*, 21(15):1463–1469, 2010.
- [21] WH Li and Masami Nakano. Fabrication and characterization of pdms based magnetorheological elastomers. *Smart Materials and Structures*, 22(5):055035, 2013.
- [22] Paweł Skalski. Aviation structurewith a magnetorheological elastomer. *Machine Dynamics Research*, 40(3), 2017.
- [23] Lian-hua Wang, Xing-long Gong, Hua-xia Deng, Zhen-chao Ni, and Qing-he Kong. Adaptive tuned vibration absorber based on magnetorheological elastomers and its optimal control. *Journal of Experimental Mechanics*, 22:429, 2007.

- [24] Xiaojie Wang, Faramarz Gordaninejad, Mert Calgar, Yanming Liu, Joko Sutrisno, and Alan Fuchs. Sensing behavior of magnetorheological elastomers. *Journal of Mechanical Design*, 131(9):091004, 2009.
- [25] P Skalski and K Kalita. Implementation of magnetorheological elastomers in transport. *Prace Instytutu Lotnictwa*, 2016.
- [26] John M Ginder, Mark E Nichols, Larry D Elie, and Seamus M Clark. Controllable-stiffness components based on magnetorheological elastomers. In *Smart structures and materials 2000: smart structures and integrated systems*, volume 3985, pages 418–426. International Society for Optics and Photonics, 2000.
- [27] Jan Heczko, Radek Kottner, and Tomáš Kroupa. Identification of parameters of a nonlinear material model considering the effects of viscoelasticity and damage. *CMC: Computers, Materials & Continua*, 33(3):257–273, 2013.
- [28] Lingyu Sun, Wei Li, Shirong Guo, and Weiwei Chen. A magnetorheological-elastomer-based energy absorption device for car crash protection. *International Journal of Vehicle Design*, 63(2-3):223–240, 2013.
- [29] Dingxin Leng, Haiyan Xiao, Lei Sun, Guijie Liu, Xiaojie Wang, and Lingyu Sun. Study on a magnetorheological elastomer-base device for offshore platform vibration control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30(2):243–255, 2019.
- [30] Siddaiah Yarra, Faramarz Gordaninejad, Majid Behrooz, Gokhan Pekcan, Ahmad M Itani, and Nelson Publicover. Performance of a large-scale magnetorheological elastomer-based vibration isolator for highway bridges. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 29(20):3890–3901, 2018.
- [31] Hartmut Krehmer and Peter Rumpel. Switchable bearing bush for a motor vehicle, July 26 2018. US Patent App. 15/745,732.
- [32] Tianqi Xu, Jiachen Zhang, Mohammad Salehizadeh, Onaizah Onaizah, and Eric Diller. Millimeter-scale flexible robots with programmable three-dimensional magnetization and motions. *Science Robotics*, 4(29):eaav4494, 2019.
- [33] Haojian Lu, Mei Zhang, Yuanyuan Yang, Qiang Huang, Toshio Fukuda, Zuankai Wang, and Yajing Shen. A bioinspired multilegged soft millirobot that functions in both dry and wet conditions. *Nature communications*, 9(1):3944, 2018.
- [34] Jinxing Li, B Esteban-Fernández de Ávila, Wei Gao, Liangfang Zhang, and Joseph Wang. Micro/nanorobots for biomedicine: Delivery, surgery, sensing, and detoxification. *Sci. Robot*, 2(4), 2017.

- [35] Patrick R Amestoy, Iain S Duff, Jean-Yves L'Excellent, and Jacko Koster. Mumps: a general purpose distributed memory sparse solver. In *International Workshop on Applied Parallel Computing*, pages 121–130. Springer, 2000.
- [36] Youcef Saad. A flexible inner-outer preconditioned gmres algorithm. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14(2):461–469, 1993.
- [37] John W Ruge and Klaus Stüben. Algebraic multigrid. In *Multigrid methods*, pages 73–130. SIAM, 1987.
- [38] Magnus Rudolph Hestenes and Eduard Stiefel. *Methods of conjugate gradients for solving linear systems*, volume 49. NBS Washington, DC, 1952.
- [39] P Frick, S Khripchenko, S Denisov, D Sokoloff, and J-F Pinton. Effective magnetic permeability of a turbulent fluid with macroferroparticles. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 25(4):399–402, 2002.
- [40] PALS Martins, RM Natal Jorge, and AJM Ferreira. A comparative study of several material models for prediction of hyperelastic properties: Application to silicone-rubber and soft tissues. *Strain*, 42(3):135–147, 2006.
- [41] Ellen M Arruda and Mary C Boyce. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41(2):389–412, 1993.
- [42] Melvin Mooney. A theory of large elastic deformation. *Journal of applied physics*, 11(9):582–592, 1940.
- [43] RSI Rivlin. Large elastic deformations of isotropic materials. i. fundamental concepts. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 240(822):459–490, 1948.
- [44] RW Ogden. Elastic deformations of rubberlike solids. In *Mechanics of solids*, pages 499–537. Elsevier, 1982.
- [45] Y Shen, M Farid Golnaraghi, and GR Heppler. Experimental research and modeling of magnetorheological elastomers. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15(1):27–35, 2004.
- [46] Christine Renaud, Jean-Michel Cros, Zhi-Qiang Feng, and Bintang Yang. The yeoh model applied to the modeling of large deformation contact/impact problems. *International Journal of Impact Engineering*, 36(5):659–666, 2009.
- [47] AN Gent and AG Thomas. The deformation of foamed elastic materials. *Journal of Applied Polymer Science*, 1(1):107–113, 1959.

Literatura

- [48] Waltraud Huyer and Arnold Neumaier. Global optimization by multilevel coordinate search. *Journal of Global Optimization*, 14(4):331–355, 1999.
- [49] John A Nelder and Roger Mead. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4):308–313, 1965.
- [50] Nicholas Metropolis and Stanislaw Ulam. The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247):335–341, 1949.
- [51] Ondřej Sodomka, Vojtěch Skřivan, and František Mach. Magnetic forces behind hyperelastic behavior of magnetorheological elastomers. *Compumag*, 2019.
- [52] Lukas Koudela. Numerical calculation and experimental verification of forces during regulation of permanent magnet. In *2014 ELEKTRO*, pages 580–583. IEEE, 2014.
- [53] Karel Pospíšil. Koaxiální bistabilní elektromagnetický ventil s permanentními magnety. Master's thesis, Západočeská univerzita v Plzni, 2017.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1	Detail struktury neorientovaného MRE získaného pomocí fluorescenční mikroskopie.	4
Obrázek 2	Detail struktury orientovaného MRE získané pomocí fluorescenční mikroskopie.	4
Obrázek 3	Vzorek MRE určený k měření remanentní indukce.	5
Obrázek 4	Rozložení velikosti magnetické indukce ve vzorku MRE.	5
Obrázek 5	Ilustrace principu 3D tisku MRE [5].	7
Obrázek 6	Ilustrace zařízení pro orientaci částic a vytvrzování MRE pomocí UV-záření [32].	8
Obrázek 7	Experimenty různého druhu pohybu miniaturního robota tvořeného MRE [6].	8
Obrázek 8	Ilustrace chování MRE v silném magnetickém poli	9
Obrázek 9	Magnetický obvod použitý k měření permeability.	13
Obrázek 10	Model měřicího obvodu s popisy k analytickému výpočtu.	13
Obrázek 11	Numerický postup získání nelineární magnetizační křivky železa. Křivky s konstantní permeabilitou $B_{Fei}(I, \mu_{rFei})$ (modrá), výsledná magnetizační křivka $B_{Fe}(I)$ (černá) získaná porovnáním s naměřenou.	14
Obrázek 12	Porovnání naměřené magnetizační křivky železa $B_m(I)$ (modrá) s křivkou obdrženu numerickým modelem $B_{Fe}(I)$ (zelená). Na ose (vpravo) je relativní chyba v procentech – v grafu vyznačena žlutými body	15
Obrázek 13	Sycení magnetického obvodu a rozložení relativní permeability - hodnotu udává barevná škála (-).	16
Obrázek 14	Rozložení magnetické indukce v měřicím obvodu - udává barevná škála (T) a siločáry.	16
Obrázek 15	Na obrázku vlevo je zobrazení růstu relativní permeability s koeficientem plnění $\mu_r(m_{Fe}/m)$ a vpravo jsou magnetizační charakteristiky vzorků s různým plněním $\mu_r(B, m_{Fe}/m)$	16
Obrázek 16	Přípravek použitý k měření vzorků v tahu.	18
Obrázek 17	Přípravek použitý k měření vzorků v tlaku.	18
Obrázek 18	Měření v tahu. Křivky popisující průměr (vlevo) a prodloužení (vpravo) vzorků působením axiální mechanické síly. Vzorek S1 je z čistého silikonu a S5 odpovídá MRE s plněním 53%. Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření.	19

Seznam obrázků

Obrázek 19	Porovnání Poissonových čísel pro vzorky S1 a S2 ($m/m_{\text{Fe}} = 54.5\%$). Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření. Jednotlivými body jsou pak vyneseny Poissonovy čísla pro každé měření.	20
Obrázek 20	Tahový diagram (vlevo) a Youngův modul pružnosti v tahu (vpravo)	21
Obrázek 21	Měření v tlaku. Křivka popisující rozšiřování (vlevo) a zkracování (vpravo) vzorku působením axiální mechanické síly. Errorbary ukazují směrodatnou odchylku měření.	21
Obrázek 22	Tahový diagram oceli.	22
Obrázek 23	Geometrické vyjádření hustoty deformační energie.	24
Obrázek 24	Výsledky prvotní analýzy koeficientů pro simulaci tahu při zatížení $F = 30\text{ N}$	25
Obrázek 25	Zobrazení výsledků prvotní analýzy s prodloužením $\varepsilon_S = 84.51 \pm 5\%$	25
Obrázek 26	Výsledky následné analýzy koeficientů pro simulaci tahu při zatížení $F = 30\text{ N}$	26
Obrázek 27	Zobrazení výsledků následné analýzy s prodloužením pouze $\varepsilon_S = 84.51 \pm 1.5\%$	26
Obrázek 28	Výsledky prvotní analýzy koeficientů pro simulaci tlaku při zatížení $F = 30\text{ N}$	26
Obrázek 29	Zobrazení výsledků prvotní analýzy se zkrácením $\varepsilon_P = 11.81 \pm 1.5\%$	26
Obrázek 30	Výsledky následné analýzy koeficientů pro simulaci tlaku při zatížení $F = 30\text{ N}$	27
Obrázek 31	Zobrazení výsledků následné analýzy se zkrácením pouze $\varepsilon_P = 11.81 \pm 0.5\%$	27
Obrázek 32	Zobrazení průniku obou množin tahu a tlaku při zatížení 30 N .	28
Obrázek 33	Zobrazení postupu optimalizační metody Monte Carlo.	28
Obrázek 34	Zobrazení postupu optimalizační metody Coordinated Search.	29
Obrázek 35	Zobrazení postupu optimalizační metody Nelder Mead.	29
Obrázek 36	Nalezená lokální optima v prostoru koeficientů.	29
Obrázek 37	Zobrazení závislosti koeficientu c_1 na síle F	29
Obrázek 38	Zobrazení závislosti koeficientu c_2 na síle F	30
Obrázek 39	Zobrazení závislosti koeficientu c_3 na síle F	30
Obrázek 40	Výsledky rozsáhlé optimalizace.	31
Obrázek 41	Přípravek použitý k experimentům ve smyku.	32
Obrázek 42	Přípravek použitý k experimentům v tahu či tlaku.	32
Obrázek 43	Schématické uchycení vzorku pro měření ve smyku.	33
Obrázek 44	Schématické uchycení vzorku pro měření v tahu či tlaku.	33
Obrázek 45	Detail měření ve smyku.	33
Obrázek 46	Výsledky měření ve smyku.	33

Seznam obrázků

Obrázek 47	Detail měření v tahu.	34
Obrázek 48	Výsledky měření v tahu.	34
Obrázek 49	Detail měření v tlaku.	34
Obrázek 50	Výsledky měření v tlaku.	34
Obrázek 51	Přípravek použitý k experimentům s usazeným permanentním magnetem.	35
Obrázek 52	Porovnání naměřených a simulovaných hodnot permanentního magnetu.	35
Obrázek 53	Rozložení magnetické indukce permanentního magnetu – dle barevné škály (T).	35
Obrázek 54	Rozložení hustoty energie magnetického pole permanentního magnetu – dle barevné škály (J/m^3).	35
Obrázek 55	Stlačení vzorku ve statické poloze permanentním magnetem. . .	36
Obrázek 56	Naklánění výstupků vzorku nad permanentním magnetem. . . .	36
Obrázek 57	Změna polohy (1. - 4.) vzorku posouváním nad permanentním magnetem B_r	36
Obrázek 58	Změna polohy (1. - 5.) vzorku posouváním nad permanentním magnetem.	36
Obrázek 59	Detail uchycení vzorku při měření tahu.	40
Obrázek 60	Geometrie modelu a nastavení fixní okrajové podmínky.	40
Obrázek 61	Fotografie uspořádání experimentu (vlevo), schématické uspořádání experimentu (uprostřed) a výsledný slabě sdužený model (vpravo) – barevná škála udává velikost posunutí (mm). . . .	41
Obrázek 62	Geometrie modelu permanentního magnetu (modře) a feromagnetického tělíska (šedě).	43
Obrázek 63	Rozložení magnetické indukce v modelu - barevná škála (T), vektory a siločáry.	43
Obrázek 64	Analýza závislosti $B = f(z, B_r)$ s konstantním parametrem parametrem $\mu_r = \text{konst.} = 50$	44
Obrázek 65	Analýza závislosti $F_z = f(z, B_r)$ s konstantním parametrem parametrem $\mu_r = \text{konst.} = 50$	44
Obrázek 66	Analýza závislosti $B = f(z, \mu_r)$ s konstantním parametrem parametrem $B_r = \text{konst.} = 1 \text{ T}$	44
Obrázek 67	Analýza závislosti $F_z = f(z, \mu_r)$ s konstantním parametrem parametrem $B_r = \text{konst.} = 1 \text{ T}$	44
Obrázek 68	Koncept prototypu <i>Beak</i>	45
Obrázek 69	Koncept prototypu <i>Manus</i>	45
Obrázek 70	Původní funkční schéma prototypu <i>Beak</i>	46
Obrázek 71	Rozložení magnetického pole v původním prototypu – dle barevné škály (T).	46

Seznam obrázků

Obrázek 72	Blokové schéma ovládání prototypu. Černé čáry symbolizují datové vodiče, barevné čáry vodiče napájecí.	47
Obrázek 73	Pozice x levé čelisti závislá na čase t při zapnutí a vypnutí elektromagnetu.	47
Obrázek 74	Pozice x levé čelisti závislá na čase t při zapnutí a řízeném vypnutí elektromagnetu.	47
Obrázek 75	Funkční schéma navrženého prototypu.	48
Obrázek 76	Rozložení magnetické indukce v upraveném prototypu – dle barevné škály (T).	48
Obrázek 77	Schématický řez prototypem. Budící cívka (zeleně), magnetické jádro (šedé) a prsty z MRE (hnědé).	49
Obrázek 78	Rozložení magnetické indukce v prototypu před úpravami – dle barevné škály (T).	49
Obrázek 79	Rozložení hustoty energie magnetického pole prototypu – dle barevné škály (J/m^3).	50
Obrázek 80	Rozložení hustoty energie magnetického pole upraveného prototypu – dle barevné škály (J/m^3).	50
Obrázek 81	Schématický řez prototypem po úpravě magnetického obvodu (uzavření magnetického obvodu).	51
Obrázek 82	Rozložení magnetického pole kolem upraveného prototypu po – dle barevné škály (T).	51
Obrázek 83	Fotografie prototypu <i>Manus</i> v otevřené poloze.	51
Obrázek 84	Fotografie prototypu <i>Manus</i> v sevřené poloze.	51

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1	Základní vlastnosti vzorků pro měření magnetických vlastností	15
Tabulka 2	Základní vlastnosti vzorků pro měření mechanických	18
Tabulka 3	Nastavení a vymezení prostoru optimalizačních metod.	28