Hodnocení vedoucího bakalářské práce

autor: **LUCIE OROSOVÁ**

studijní program: Matematická studia,

téma: **„Grafické řešení algebraických rovnic třetího a vyšších stupňů – historický pohled"**

Autorka si pro zpracování své bakalářské práce ponechala stejné téma jako v předchozím studiu. Rozdělila ji do čtyř kapitol. V první připomíná některé základní definice a tvrzení z úvodního kurzu algebry nebo matematiky na VŠ, definici a konstrukci paraboly a hyperboly, z čehož lze usoudit, že předpokládá u čtenáře znalosti na úrovni zhruba střední školy. Druhá kapitola, která spolu s první tvoří asi třetinu celé práce, připomíná, jak graficky vyřešit soustavu dvou lineárních rovnic a kvadratickou rovnici. Tato část je elementární, grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic je dosud standardní součástí výuky na gymnáziu. Tématu více odpovídá až třetí a čtvrtá kapitola.

V teoretické části nebylo nutné uvádět hned několik různých konstrukcí paraboly a hyperboly –nebyly totiž úkolem uvedeným v zásadách pro vypracování. V podkapitole nazvané „2.1 lineární rovnice" nejsou řešeny graficky lineární rovnice, ale jejich soustavy, přestože byla autorka konkrétním příkladem upozorněna na to, jakým rovnicím se má v podkapitole věnovat. Čtenář tak nemá možnost pochopit princip grafického řešení rovnic na jednoduchém příkladě, i když podkapitola 2.1 byla patrně právě z tohoto důvodu do práce začleněna. V tomto ohledu je lépe zpracovaná kapitola č. 2.2 o grafickém řešení kvadratických rovnic pomocí paraboly a přímky, i když tato skutečnost není předem (např. na str. 17 v textu nebo v názvu) sdělena. V části 2.3 se řeší soustava v neznámých x, y tvořená středovou rovnicí kružnice a směrnicovou rovnicí přímky, dosazením se získá kvadratická rovnice. Čtenář z toho mohl usoudit, že bude vyvozen obecnější postup, jak najít řešení kvadratické rovnice pomocí kružnice a přímky. Obecný postup však uveden nebyl. V dalším se autorka zabývá pouze ryze kvadratickými rovnicemi ($x^2 = 0$, $x^2 = 0{,}75$, $x^2 + 3 = 0$), kde se používá stejná myšlenka, která mohla být zobecněna i pro rovnice typu $x^2 + px + q = 0$. Třetí, nejrozsáhlejší část práce, odpovídá záměru, s jakým bylo téma zadáno. Autorka se nechala strhnout dostupností literatury a uvedla řadu podobných metod, které tak vzaly prostor rovnicím vyšších stupňů. V části 3.1 se věnovala především řešení ryze kubické rovnice a to nejčastěji v podobě $x^3 = 2$. (Podkapitola 3.1 tvoří dokonce 40 % vlastního textu práce!) Řešení jiných rovnic nebo vysvětlení, jak obecnější úlohy vedoucí na rovnici $px^3 = q$ převést na délský problém, není popsáno. Pokud by postupy byly rozčleněny dle „techniky" (např. stereometrické metody, metody užívající kuželosečky, postupy s mechanismy a přibližné metody), vedlo by to k užitečnému vzájemnému porovnání metod. V některých postupech není zřejmé sestrojení bodů důležitých pro řešení délského problému (např. na str. 41 konstrukce bodů P_1, P_2, na str. 44 sestrojení bodů M, N). Na druhou stranu je zbytečně podrobně vysvětlena základní konstrukce známá žákům 9. ročníku ZŠ (rozdělení úsečky na šest shodných úseček na str. 47 nebo na tři shodné úsečky na str. 53). Názvem podkapitoly 3.2 je přislíbeno řešení obecných kubických rovnic pomocí trisekce. Postrádám tedy vysvětlení, jak obecnou kubickou rovnici připravit pro řešení pomocí dělení úhlu, příklad na str. 51 totiž považuji za nedostačující. V části 3.3 je popsáno řešení kubické rovnice bez kvadratického členu pomocí kubické paraboly a přímky a řešení kubické rovnice bez lineárního členu pomocí kisoidy a přímky. Čtvrtá kapitola obsahuje pouze jednu metodu řešení rovnic čtvrtého stupně, a to řešení pomocí pevné paraboly $y = x^2$ a kružnice. Historický kontext zcela chybí.

Vzhledem ke skutečnosti, že jsem připravovanou bakalářskou práci viděla poprvé zhruba dva týdny před mezním termínem jejího odevzdání, je v práci značný počet věcných i formálních chyb. Uvedu aspoň některé. Na str. 5, resp. 8 bylo vhodné upravit text k obrázkům tak, aby odpovídal základní poloze kuželosečky, nebo upravit obrázky tak, aby odpovídaly textu, tj. obecné poloze. Na str. 6 nevede zadání k jednoznačnému výsledku, chybí doplnit, že za osu paraboly budeme považovat osu x. Podle definice 1.3.1 na str. 8 je hyperbola tvořena pouze „jednou větví". V konstrukci na str. 9 nemůže být poloměr p libovolný. V prvních bodech popisu konstrukce na str. 10 chybí určit polohu bodu S vůči ose x. Na str. 17 je vhodné doplnit, že $a \neq 0$ v kvadratické rovnici. Na str. 38_1 není jasné vůči jaké krychli má krychle s vypočtenou hranou dvojnásobný objem. Na str. 53 chybí doplnit, jak úsečky AX_1 a AX_2 souvisí s řešením problému dělení úhlu. Asymptoty jako přímky nemohou svírat úhel 120° (str. 57). Na str. 58^3 nejsou zmíněné trojúhelníky rovnostranné.

Formální chyby v matematickém textu vadí především tehdy, když předpokládáme čtenáře na úrovni absolventa SŠ. Na str. 4^{12} zůstal i po upozornění chybný zápis polynomu pomocí symbolu Σ. Různé formátování symbolů, které mají stejný význam (např. na str. 4 znamená n i n totéž, na str. 25 se pro násobení užívá symbol „·", na str. 35 „*"), může být matoucí. Na str. 10 se v textu píše, že bodem A_1 prochází přímka r_1, obrázek 6 tomu neodpovídá. Souřadnice bodu jsou většinou zapisovány jako na str. 22, S = [0; 0], ale jinde (např. na str. 27, 33 atd.) pomocí kulatých závorek, $P_1(x, y)$. Nejednotně je zapisován i znak pro desetinou čárku (na str. 43 je tečka i čárka). Na str. 45 se nesprávně píše „průsečík rovnic". Na str. 57 je text „V bodech A a C vyneseme z bodů A, C úhly o velikosti $90° - \varphi$" matematicky nesmyslný a bez obrázku 46 nepochopitelný. Na str. 58^8 je uveden tzv. implikační zápis, řetězec rovností je třeba rozdělit. V textu na str. 60^6 se píše o řešení dané kvadratické rovnice, zadána je však kubická rovnice.

Práce obsahuje i další formální nedostatky, drobnosti jako chybějící či přebývající čárky na str. 4^4, $6^{8,9,11,13}$, 6_1, 10^8 atd., překlepy na str. 6^5 „Průsečím přímky m a osy…", na str. 6_1 „…průsečí …", nadužívání slov „naše", „nás", „nám" na str. 6, 11, 15, 16, 18 atd., nejednotnost v označení problému zdvojení krychle (na str. 25 „délský problém, délská úloha", na str. 2 nebo 50 „Delický problém"). Na některých místech jsou nevhodné formulace (např. na str. 6^5 „… rovnoběžnou přímku m k ose", na str. 7 „Mějme zadáno ohnisko … a řídící přímka …" , na str. 10^5 „… jsou rovny velikostí úseček", na str. 34_3 „hrana hledané krychle … má hranu …", na str. 44^3 „… zkompletoval poznatky o kuželosečkách se zaměřením normály …", na str. 473 „Z poslední průsečíku, který …"). Objevily se i gramatické chyby – na str. 9 „Získaní čtyři průsečíky", na str. 13 „…pak je samozřejmě řešeních nekonečně mnoho.", na str. 21_4 a 34_3 „…vyplívá…", na str. 40^4 „… navádí své přátele, aby se nesnažily řešit …", „Dioklovi kisoidy" na str. 61^4, 61^{10} s chyby ve skloňování řeckých jmen (např. na str. 40^5 „… pomocí složitých konstrukcí Archytase nebo Menaechmuse…").

Chybí citace postupů konstrukcí na str. 6 (tzv. příčková konstrukce paraboly), na str. 7 (tzv. bodová konstrukce paraboly), na str. 9 (tzv. bodová konstrukce hyperboly) i postupy konstrukcí hyperboly na str. 10, 11 a 12. Nenašla jsem ani souhrnný odkaz na zdroje, podle jakých byly zpracovány podkapitoly 3.1.1 až 3.1.7, 3.2, 3.3 a 4.

Autorka při sepisování postupovala samostatně, vzorové příklady a obrázky vhodně doplňují text, který je s výjimkou některých míst srozumitelný. Naučila se pracovat s matematickým softwarem (GeoGebra, Maple, Bentley Microstation), což jistě užije i v dalším studiu. Grafická stránka práce je na výborné úrovni.

Kontrolou plagiátorství bylo zjištěno, že text práce se neshoduje s jinými dokumenty. Text bakalářské práce je proto původní.

Bakalářskou práci bylo jistě možné předložit k obhajobě v lepší podobě a vyvarovat se řady mnohdy zbytečných chyb. Domnívám se, že i přesto splňuje zásadní požadavky kladené na bakalářskou práci, a proto ji doporučuji uznat jako bakalářskou práci v oboru Matematická studia a hodnotit ji stupněm *dobře*.

V Plzni dne 24. 8. 2018

Mgr. Martina Kašparová, Ph. D.
vedoucí bakalářské práce

Otázky a náměty k diskusi

1. Opravte definici 1.3.1 na str. 8.
2. Proč na str. 9 nemůže být poloměr p libovolný?
3. Vyřešte zvolenou lineární rovnici graficky.
4. Zobecněte postup uvedený v 2.3 na vyřešení rovnice $x^2 + px + q = 0$, resp. $x^2 + 6x + 4 = 0$.
5. Na str. 38_1 upravte text tak, aby byl srozumitelný z hlediska matematiky i českého jazyka.
6. Jak se sestrojí body P_1 a P_2 v Eratosthenově metodě? (str. 40)
7. Jak bylo vypočteno q_2 na str. 42, tj. celá část z převrácené hodnoty rozdílu třetí odmocniny ze 2 a čísla 1? Pokud byl k výpočtu použit nějaký stroj, ukažte jiný postup.
8. Jakému zlomku odpovídá aproximace třetí odmocniny ze dvou uvedená na str. 43 a z jakého řetězového zlomku byla získána?
9. Jak se metoda řetězových zlomků uplatní při grafickém řešení rovnice $x^3 = 2$? (str. 42)
10. Jak se sestrojí body M a N v Apolloniově metodě? (str. 44)
11. Proč je Apolloniova metoda zařazena v podkapitole 3.1.7 o přibližných konstrukcích?
12. Proč se dle tvrzení na str. 46_2 přibližujeme k požadovanému výsledku a v čem tkví výhoda Vargiova postupu?
13. K čemu sloužilo analytické vyjádření Hippiovy křivky? (str. 54)
14. Řešte kubickou rovnici $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$ pomocí trisekce (str. 51), kubické paraboly (str. 60) a kisoidy (str. 61).
15. Lze metodou pevné paraboly vyřešit rovnici $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 1 = 0$? Pokud ano, jak? (str. 62)