

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd
Katedra kybernetiky a řídicí techniky

Diplomová práce

PID autotuner pro astatické systémy

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 16. května 2019

.....

Declaration

I hereby declare that this master thesis is completely my own work and that I used only the cited sources.

Abstrakt

PID regulace je nezbytnou součástí průmyslových aplikací. Úspěšné zvládnutí základních úloh výběru typu regulátoru a seřízení jeho parametrů má zásadní ekonomické důsledky. Stávající PID regulátor PIDMA se zabudovanou funkcí automatického naladění parametrů firmy RexControls s.r.o. poskytuje dva algoritmy automatického naladění regulátorů pro statické a astatické systémy (s astatismem 1. řádu). Z praktických aplikací tohoto regulátoru bylo zjištěno, že proces automatického nastavení pro statické systémy s jednou dominantní časovou konstantou je velmi časově náročný. Tento nedostatek lze v jistých případech odstranit zadáním astatického typu řízeného systému místo skutečného statického typu. V práci je podrobně analyzována momentová metoda automatického nastavení a výše uvedený přístup k ladění statických systému s jednou dominantní časovou konstantou. Dále jsou vyjasněny podmínky za nichž lze tento postup použít. Na uvedeném příkladu je demonstrováno čtyřnásobné zkrácení procesu automatického nastavení parametrů regulátoru.

Klíčová slova: PID regulace, momentová metoda, statický systém, astatický systém, statický systém blížící se astatickému

Abstract

PID control is an essential part of industrial applications. Successful mastering of basic tasks of regulator type selection and adjustment of its parameters has fundamental economic consequences. Existing PID controller with built-in RexControls s.r.o. provides two automatic controller tuning algorithms for static and astatic systems (with 1st order astatism). From practical applications of this controller it has been found that the process of automatic adjustment for static systems with one dominant time constant is very time consuming. In some cases, this deficiency can be overcome by specifying the astatic type of controlled system instead of the actual static type. The thesis analyzes in detail the moment method of automatic adjustment and the above mentioned approach to debugging of static systems with one dominant time constant. The conditions under which this procedure can be used are also clarified. This example demonstrates a four-fold reduction in the automatic controller parameter setting process.

Keywords: PID regulation, moment method, static system, astatic system, static system approaching astatic

Obsah

1	Úvod	1
2	Přehled současného stavu	5
2.1	Ziegler-Nicholsovy metody	5
2.2	Fuzzy regulace	7
2.3	Reléový autotuner	10
3	Popis a vlastnosti PIDMA	11
3.1	PID autotuner pro statické systémy	11
3.1.1	Statické systémy	12
3.1.2	Formulace problému	13
3.1.3	Parametrizace extrémálních přenosů	17
3.1.4	Numerické řešení úlohy návrhu robustního PID regu- látoru	21
3.1.5	Robustní PID autotuner	22
3.2	PID Autotuner pro astatické systémy	24
3.2.1	Astatický systém	24
3.2.2	Identifikace systému	26
3.2.3	Identifikační experiment	33
4	Závěr	43
5	Zdroje	45

1 Úvod

Zhruba před 80 lety byl na trh uveden první pneumatický regulátor s derivační složkou. Od té doby proběhl bouřlivý vývoj od pneumatické implementace se přešlo na analogovou a poté na současnou mikroprocesorovou technologii. Zajímavé však je, že základní funkční vlastnosti průmyslového regulátoru se v podstatě nezměnily. Zákonem řízení zůstává standardní PID algoritmus. Stále stejný problém musí řešit i regulační technici, kteří seřizují dva či tři volné parametry PID regulátoru v procesu uzavírání regulačních smyček. Bez nadsázky lze tvrdit, že výběr typu regulátoru a seřízení jeho parametrů (případně spolu s návrhem akčního členu) jsou základními problémy průmyslové regulace. Úspěšné či neúspěšné zvládnutí těchto činností má v konkrétním případě obvykle značné ekonomické důsledky. Navzdory tomu není většina regulátorů v průmyslu (u nás ani ve světě) vhodně navržena nebo seřízena. Mnoho z nich dokonce trvale pracuje v otevřené smyčce a vyžaduje neustálou pozornost „nenahraditelného“ operátora. V současnosti se v průmyslové praxi používají zhruba čtyři postupy návrhu regulátorů typu PID: metoda pokus omyl, analytické metody, inženýrské metody, automatické seřizování. [8]

Regulace je nezbytnou součástí průmyslové praxe již více než 80 let. Navzdory technickému pokroku a obrovské inflaci teoretických pojednání o syntéze regulátorů v posledních 70 letech, jsou empirické či inženýrské metody natolik oblíbené a rozšířené v průmyslu, že se staly základem algoritmů pro automatické seřizování parametrů pro převážnou většinu kompaktních regulátorů uvedených na trh v posledních 30-ti letech. Skutečnost, že výrobci regulátorů téměř jednoznačně dávají přednost empirii před teorií je jistě velmi provokující. [8]

V článku Zieglera a Nicholse z r. 1942 [1] o optimálním seřizování regulátorů jsou popsány dvě nejznámější a nejpoužívanější empirické metody pro rychlé „optimální“ nastavení regulátorů na základě jednoduchého experimentu, kterým se určí dvě charakteristická čísla řízeného systému. Jak překvapivě málo stačí znát o řízeném procesu, abychom mohli podle těchto metod určit optimální parametry regulátoru. Přitom autoři své metody nijak nezduvodňují a pouze slibují, že až dozraje matematické odvození, bude publikováno. Zdá se, že k tomu zatím nedošlo. [8]

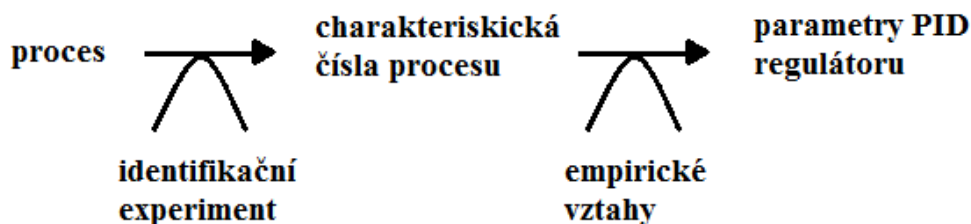
Nejvíce používaným postupem návrhu regulátorů v praxi je metoda pokus-

omyl, kdy se pro získání parametrů regulátoru přímo experimentuje s uzavřenou regulační smyčkou. Metodou jsou voleny hodnoty parametrů regulátoru a podle tvaru odezvy se subjektivně posuzuje jejich vhodnost. Pro dosažení většího efektu se často používají různá empirická pravidla. Pokud je tento postup v rukou zkušeného technika, může být poměrně úspěšný pro dobře regulovatelné systémy s krátkou dobou odezvy. V případě pomalejšího systému je tato metoda nevhodná kvůli velkým časovým nárokům.

V praxi nejspíše nejméně používanou metodou je metoda analytická. Ta využívá matematický model řízeného systému a analytických metod pro návrh regulátoru. Tento postup je zcela v souladu se obecnými postupy současné teorie automatického řízení. Metoda může být použitelná, pokud získáme dostatečně přesný model matematicko-fyzikální analýzou. Nicméně získání přesného matematického modelu je v průmyslu velmi náročné a ne vždy se nalezení takového modelu podaří.

Inženýrské metody jsou kompromisem mezi dvěma předešlými metodami. Nejprve jsou na základě experimentu zjištěna charakteristická čísla řízeného systému, která jsou následně převedena metodou pokus-omyl na parametry regulátoru. Mezi nejnámější inženýrské metody jistě patří časová a frekvenční metoda Zieglera a Nicholse [1]. Tyto metody nevyžadují exaktní znalost matematického modelu řízeného systému. Zatímco frekvenční metoda využívá pro stanovení parametrů regulátoru dvě charakteristická čísla - kritické zesílení a periodu kritických kmitů, tedy jediný tzv. kritický bod frekvenční charakteristiky, časová metoda vychází z počátku přechodové charakteristiky. Tento postup však není teoreticky příliš podložen a mluvíme tedy o empirických metodách návrhu regulátoru, které jsou známé tím, že v mnoha případech dávají špatné výsledky [9].

Metodu automatického seřizování je možné uplatnit pouze v případě regulátoru s funkcí autotuner. Tato funkce je již součástí většiny kompaktních regulátorů. Funkce autotuner umožňuje pohodlně stisknout příslušné tlačítko pro nastavení regulátoru a celý průběh nastavování proběhne automaticky. Proces nastavení parametrů ve většině autotunerů začíná identifikačním experimentem, kdy je řízený systém vybuzen nějakým budícím signálem. Z odezvy systému na budící impuls jsou odhadnuta charakteristická čísla procesu, která jsou následně přepočtena empirickými vztahy na parametry regulátoru. Tento proces je znázorněn na následujícím schématu [8]:



Obrázek 1.1: Schéma empirického autotuneru.

Ačkoli někdy mohou být charakteristická čísla interpretována jako parametry jednoduchého modelu procesu (např. systém 1. řádu a dopravním zpožděním), neodpovídají příslušné vztahy pro přepočtení charakteristických čísel na parametry regulátoru obvykle žádné analytické metodě vycházející z modelu procesu. Mnoho výrobců regulátorů a řídicích systémů využívají různé varianty Ziegler-Nicholových metod podle schématu na obr. (1.1) a dávají tedy zcela zřetelně přednost empirickým metodám před všemi výsledky moderní teorie řízení a to dokonce i navzdory dobře známé skutečnosti, že jejich „empirické“ autotunery jsou velmi nedokonalé a nespolehlivé. [8]

Popsaný stav vyvolal v posledních letech větší zájem akademických pracovišť o inženýrské metody seřizování regulátorů. Mnoho prací bylo věnováno především nejvíce populárním Zieglerovým-Nicholovým metodám, které byly opakovaně upravovány. Jednou z úprav bylo přidání třetího charakteristického čísla - statického zesílení řízeného systému. Výsledkem jsou mnohem spolehlivější, avšak stále empirické metody bez přesnějšího vymezení oboru aplikovatelnosti. Poznamenejme ještě, že přidáním třetího charakteristického čísla se stává identifikační experiment časově náročnější, a tudíž méně vhodný pro realizaci „rychlého“ průmyslového autotuneru. [8]

V této práci se budeme zabývat analýzou a modifikací algoritmu automatického nastavování zabudovaného v PID regulátoru PIDMA firmy Rex-Controls s.r.o. [8]. Základem této nové metody je tzv. množinový model procesu, který je definován jako množina přípustných přenosů, které vyhovují apriorní informaci a informaci získané z měření identifikačního experimentu. Apriorní informace určuje tvar přenosu a omezení na polohu pólů. Jejím cílem je vydělit z množiny všech lineárních systémů přesně definovanou a relativně úzkou množinu „rozumných“ systémů, pomocí nichž lze dostatečně přesně popsat uvažovaný okruh reálných procesů. Systémy z této třídy budeme nazývat apriorně přípustnými systémy. Informace získaná měřením se

skládá z několika málo charakteristických čísel procesu. Všechny apriorně přípustné přenosy s naměřenými charakteristickými čísly tvoří dohromady množinu přípustných systémů neboli množinový model. Úloha robustního návrhu regulátoru spočívá nyní v nalezení takového regulátoru, který zajistí splnění stanovených požadavků pro libovolný systém patřící do množinového modelu a který současně minimalizuje zvolené optimalizační kritérium.

Stávající identifikační algoritmus předpokládá, že uživatel poskytne doplňující apriorní informaci o řízeném systému, a to zda je systém statický nebo astatický. Podle této informace je potom zvolena odlišná metoda odhadu charakteristických čísel systému. Je-li řízený systém statický, avšak jedna jeho časová konstanta je oproti ostatním dominantní, potom se chování takového systému blíží chování astatického systému. V takovém případě, považuje-li se systém za statický, je doba trvání identifikačního experimentu nepříjemně dlouhá. Tento nedostatek lze někdy odstranit zadáním nesprávné dodatečné apriorní informace. Konkrétně změnou typu systému ze správného "statického" na nesprávný "astatický". Tímto trikem lze v jistých případech dosáhnout dramatického zkrácení doby identifikačního experimentu a získat i vhodné parametry nastavovaného PID regulátoru. Cílem této práce je prověřit tento v praxi používaný trik metodou simulace a vymežit podmínky za nichž je ho možné bezpečně použít.

2 Přehled současného stavu

2.1 Ziegler-Nicholsovy metody

Jak dobře víme, způsobů pro určení parametrů regulátoru je mnoho. Nejjednoduššími a stále ještě hojně používanými jsou metody Zieglera a Nicholse. Metody spočívají v nastavení parametrů regulátoru v provozním zapojení regulační smyčky a nevyžadují znalost exaktního matematického modelu řízeného systému.

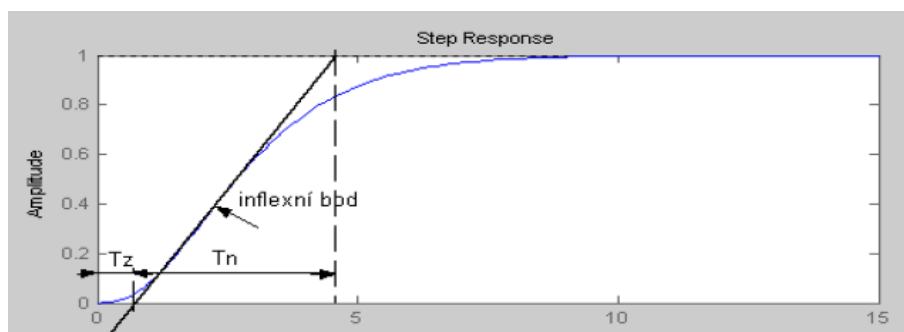
Článek Zieglera a Nicholse z roku 1942 [1] představil dvě inženýrské metody nastavení P, PI a PID regulátorů. Zajímavé však je, že metody byly představeny bez jakéhokoli matematického vysvětlení či důkazu. Metody tedy nejsou podloženy žádnou teorií, vznikaly na základě mnoha experimentů a mají tedy empirický charakter. Regulátory navržené takovým způsobem nemohou dostatečně splnit náročnější požadavky na kvalitu regulace. Přestože metody nejsou příliš spolehlivé pro svoji empirii, obě metody jsou v současné době často používané v průmyslové praxi.

Časová metoda

Ziegler-Nicholsova časová metoda vychází z přechodové charakteristiky získané experimentálně skokovou změnou vstupu regulovaného systému. Z této odezvy lze určit parametry P, PI a PID regulátorů, přitom předpokládáme, že přechodová charakteristika systému je monotónní a bez astatismu. Abychom mohli nastavit parametry regulátoru je třeba získat z naměřené odezvy dobu průtahu T_z a maximální strmost odezvy S , tedy směrnici tečny v inflexním bodě:

$$S = \frac{K_s}{T_n},$$

kde K_s je statické zesílení a T_n je doba náběhu. Na následujícím grafu můžeme vidět přechodovou charakteristiku řízeného systému:



Obrázek 2.1: Experimentálně získaná skoková odezva řízeného systému.

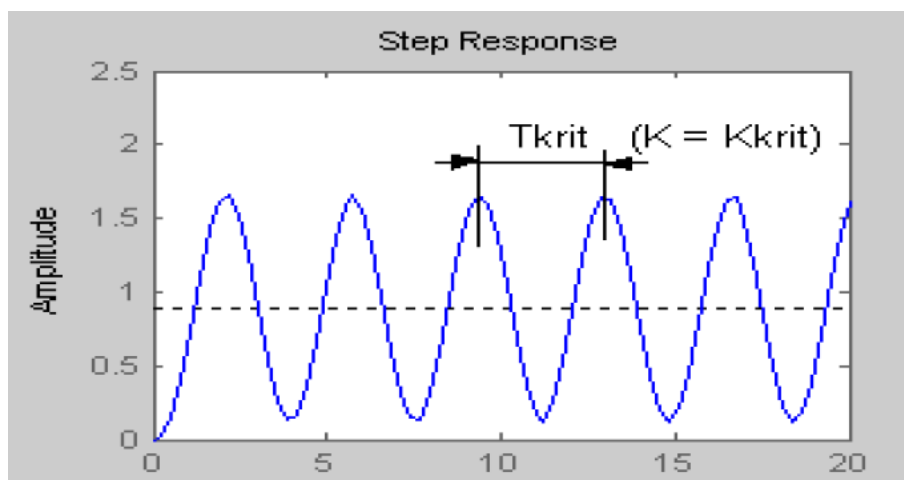
Z následující tabulky určíme parametry P, PI a PID regulátorů:

parametr	K	T_I	T_D
P	$\frac{1}{ST_z}$		
PI	$0.9\frac{1}{ST_z}$	$3.33T_z$	
PID	$1.2\frac{1}{ST_z}$	$2T_z$	$0.5T_z$

Tato metoda je však značně nespolehlivá a dokonce může vést i k nestabilitě uzavřené regulační smyčky. [2]

Frekvenční metoda

Druhou Ziegler-Nicholsovou metodou je metoda frekvenční, kterou lze nastavit parametry P, PI a PID regulátorů pomocí experimentu v uzavřené regulační smyčce. Nejprve regulátor v uzavřené smyčce nastavíme jako P-regulátor tím, že položíme $T_D = 0$ a $T_I \rightarrow \infty$. Dále zvětšujeme parametr zesílení K do doby vzniku netlumených kmitů, tedy do $K = K_{krit}$. Pak z průběhu regulované veličiny zjistíme periodu netlumených kmitů T_{krit} . Tento průběh můžeme vidět na následujícím grafu [2]:



Obrázek 2.2: Průběh netlumených kmitů regulované veličiny.

Parametry regulátorů jsou uvedeny v následující tabulce:

parametr	K	T_I	T_D
P	$0.5K_{krit}$		
PI	$0.45K_{krit}$	$0.83T_{krit}$	
PID	$0.6K_{krit}$	$0.5T_{krit}$	$0.12T_{krit}$

Metoda využívá pro získání parametrů regulátorů jediný bod frekvenční charakteristiky reprezentovaný kritickým zesílením K_{krit} a kritickou frekvencí $\omega_{krit} = \frac{2\pi}{T_{krit}}$. Podobně jako v předchozím případě je tato metoda také velmi nespolehlivá.

2.2 Fuzzy regulace

Fuzzy regulace řeší problém naladění parametrů PID regulátoru nepřímo. Místo přímého určení parametrů regulátoru specifikuje algoritmus řízení pomocí jistých pravidel z nichž jsou, volně řečeno, parametry regulátoru odvozeny. Aplikací fuzzy logiky v řízení technologických procesů hovoříme o fuzzy regulaci. Obecně je fuzzy logika nadstavbou booleovské dvouhodnotové logiky, kdy logické výroky jsou buď pravdivé nebo nepravdivé. Fuzzy logika umožňuje pracovat metodami reprezentace nejednoznačného tvrzení i s metodami uvažování, které tato nejednoznačná tvrzení využívají. Fuzzy

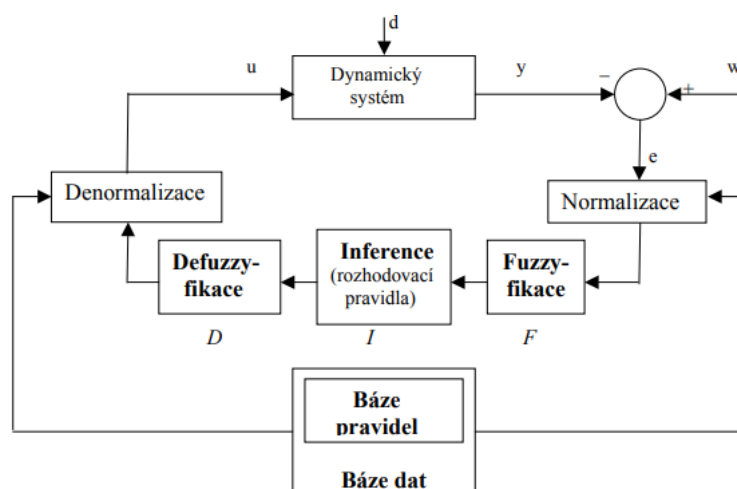
logiku rozdělujeme v užším slova smyslu na tzv. vícehodnotovou logiku, pro kterou je zavedena tzv. funkce příslušnosti, která každému prvku přiřazuje váhu důvěry, tedy tzv. stupeň příslušnosti. V širším slova smyslu fuzzy logika tvoří teorii přibližné dedukce a je odvozena od vícehodnotové fuzzy logiky. Především se zabývá lidským uvažováním, pracuje s přirozeným jazykem a využívá se ve fuzzy regulaci. [3]

Stejně jako klasický regulátor tak i fuzzy regulátor lze zapojit do uzavřené zpětnovazební smyčky nebo do složitějšího řídicího systému. Předpokladem je skutečnost, že matematický model není definován. Existuje však způsob, jak řídicí systém prostřednictvím fuzzy regulace ovládat skrze experta a na základě pravidel typu *jestliže - pak*.

Typickým znakem fuzzy regulace je používání empirických znalostí a zkušeností experta daného řídicího procesu. Takové znalosti nazýváme báze znalostí a tvoří ji [4]:

- a) báze dat je tvořena informacemi o stacionárních stavech, intervalech kde se pohybují hodnoty vstupních a výstupních veličin, jejich mezní hodnoty a funkce příslušnosti všech vstupních a výstupních fuzzy množin
- b) báze pravidel, kde jsou kvantitativně formulované zkušenosti včetně slovně definované strategie řízení, pomocí kterých je možno realizovat řízení, tedy generovat akční veličinu.

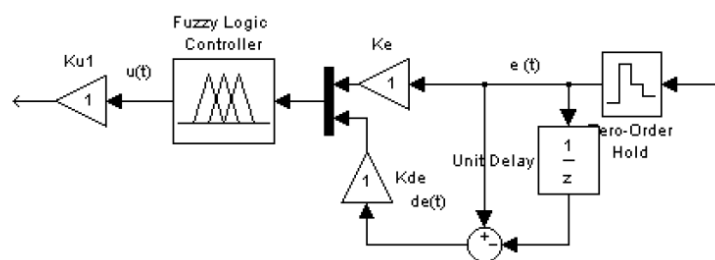
Obecnou strukturu fuzzy regulátoru lze vidět na následujícím schématu [4]:



Obrázek 2.3: Struktura fuzzy regulátoru.

Základ tvoří tři bloky: F = fuzzyfikace, I = inference a D = defuzzyfikace. Fáze F = fuzzyfikace transformuje změřená či zadaná data na fuzzy data. Před tímto blokem může být zapojen blok normalizace, který převádí naměřená fyzikální či zadaná data na normalizovanou hodnotu - univerzum. Dále v hlavní části regulátoru I = inferenci se provádí inferenční mechanismus z rozhodovacích pravidel, kdy ze vstupních fuzzy množin získáme množiny výstupní. Nakonec blok D = defuzzyfikace přiřadí výstupní fuzzy množině ostrou výstupní veličinu. Tato veličina může být následně přepočtena blokem denormalizace na fyzikální výstupní veličinu.

Seřízení jednoduchého fuzzy regulátoru závisí na bázi dat, vytvoření báze rozhodovacích pravidel a přiřazení funkcí příslušnosti k jednotlivým vstupním a výstupním proměnným, včetně volby metod fuzzyfikace a defuzzyfikace. Všechny tyto základní znalosti určitého řídicího systému se implementují softwarově, přičemž celá řada parametrů ovlivňuje dynamiku regulačních pochodů a proto je jejich nastavení velmi náročné. Proto se nastavení parametrů fuzzy regulátoru realizuje pomocí měřítek universa, kdy se vstupní i výstupní proměnné vynásobí konstantami vah a tím se změní měřítko univerza. Tato metoda je znázorněna na následujícím schématu [4]:

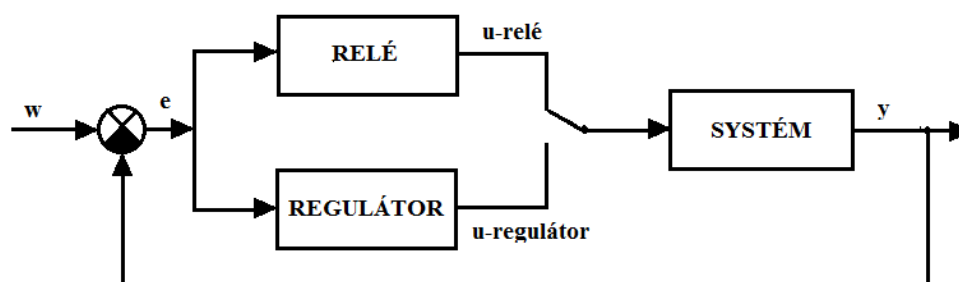


Obrázek 2.4: Struktura fuzzy regulátorů s vahami pro seřízení regulátoru.

Fuzzy regulace se používá např. pro koordinaci subsystémů řízení, řízení nelineárních systémů, řízení kvality produkce (multikriteriální řízení), korekce akčních veličin a v dalších případech, kdy konvenční řídicí systém vyžaduje časté korigující zásahy od operátora nebo jestliže je proces řízen ručně.

2.3 Reléový autotuner

Předpokladem je kmitání systému při jeho řízení pomocí relé s kritickou periodou T_{krit} . Tento předpoklad je splněn u většiny reálných systémů. Metoda získává parametry regulátoru určením kritického zesílení K_{krit} a kritické periody kmitů T_{krit} a následnou aplikací Ziegler-Nicholsovy metody. Na následujícím schématu můžeme vidět možné zapojení reléového autotuneru:



Obrázek 2.5: Schéma zapojení reléového autotuneru.

Kritické zesílení lze pak vypočítat z amplitudy oscilující regulované veličiny a z parametrů relé [5]:

$$K_{krit} = \frac{4m}{A\pi},$$

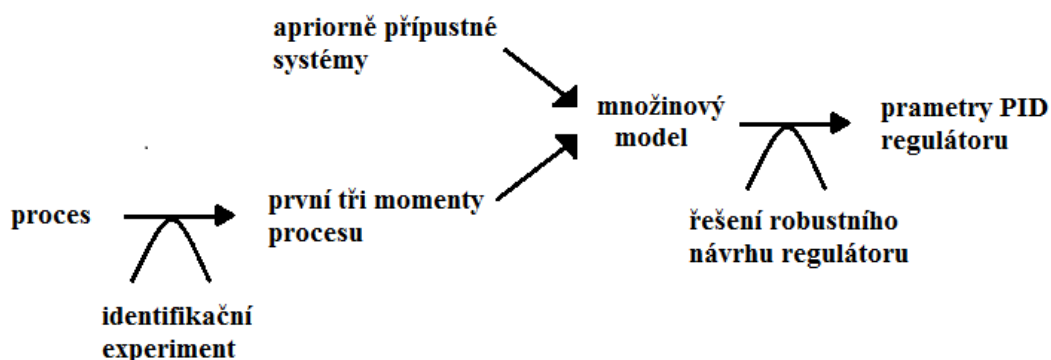
kde m je amplituda relé a A je amplituda regulované veličiny. Tento vztah však platí pouze pro relé bez hystereze. Periodu kritických kmitů T_{krit} můžeme změřit z průběhu oscilující regulované veličiny a na jejím základě pak určit vhodnou periodu vzorkování. V praxi lze metodu dobře použít, pokud je umožněno krátkodobé kmitání regulované soustavy. Metoda je velmi robustní a existuje i mnoho modifikací [5].

3 Popis a vlastnosti PIDMA

3.1 PID autotuner pro statické systémy

Empirické průmyslové autotunery často používané v praxi nezaručují získání optimálních parametrů regulátoru, neposkytují informace o podmínkách na vyhovující kvalitu regulace a dokonce ani nezaručují stabilitu uzavřené smyčky. V této části se budeme zabývat novým přístupem robustního návrhu průmyslových regulátorů, který odstraňuje nedostatky výše zmíněných empirických metod a zároveň zachovává jednoduchost.

Základním kamenem PID regulátoru s momentovým autotunerem = PIDMA je tzv. množinový model procesu definovaný jako množina všech apriorně přípustných přenosů, které vyhovují apriorní informaci a informaci z identifikačního experimentu. Danou apriorní informaci získáme z množiny všech lineárních systémů přesně definovanou množinu rozumných systémů s monotónní přechodovou charakteristikou, které budeme nazývat apriorně přípustné systémy. Druhou informaci získáme z identifikačního experimentu, kdy na vstup řízeného systému přivedeme vhodný obdélníkový puls a následně z odezvy systému odměříme první tři momenty = charakteristická čísla systému. Množinový model procesu je pak výsledkem souladu všech apriorně přípustných přenosů s naměřenými charakteristickými čísly. Úkolem je tedy nalézt takový regulátor, který splní zadané podmínky pro všechny systémy z množinového modelu. Postup pro získání parametrů regulátoru je znázorněn na následujícím schématu [6]:

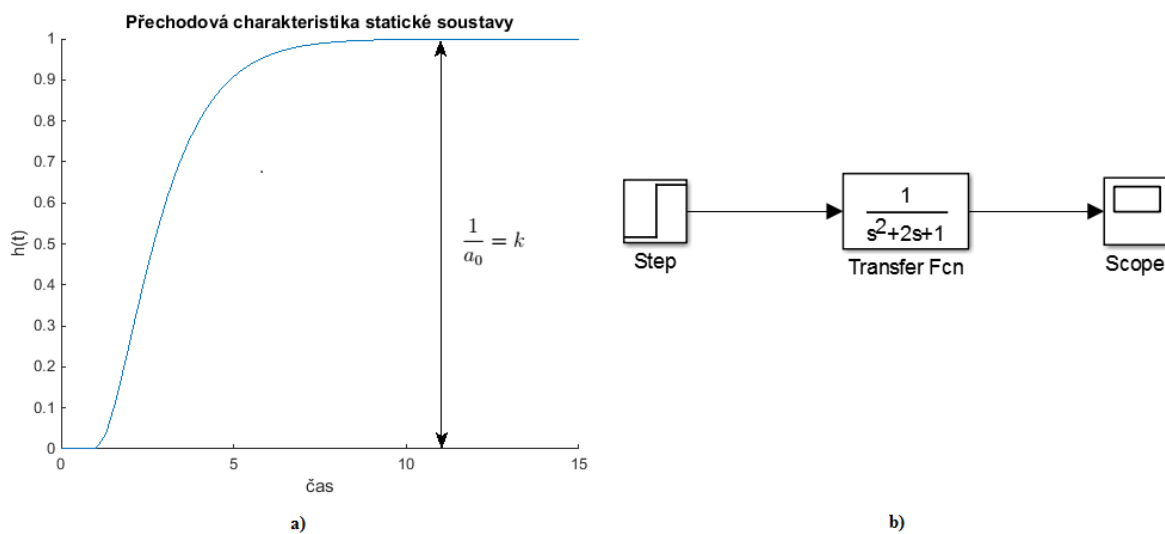


Obrázek 3.1: Obecné schéma robustního momentového autotuneru.

Tento postup je spolehlivý v případě, že řízený proces náleží do množiny apriorně přípustných systémů.

3.1.1 Statické systémy

Statické systémy jsou systémy, které při skokové změně vstupního signálu se systém na výstupu ustálí na konstantní hodnotu bez pomoci regulátoru. Na grafu (3.2a)) níže můžeme vidět přechodovou charakteristiku statického systému, tedy odezvu statického systému na jednotkový skok. Blokové schéma zapojení ze Simulinku lze vidět na obr. (3.2b)) :



Obrázek 3.2: (a) Přechodová charakteristika statického systému - odezva na jednotkový skok, kde $\frac{1}{a_0} = k_0$ je statické zesílení. (b) Schéma zapojení ze Simulinku.

Obecná diferenciální rovnice statického systému 2. řádu má tvar [7]:

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = u$$

Pro přenos statického systému platí [7]:

$$F(p) = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{\frac{1}{a_0}}{\frac{a_2}{a_0} p^2 + \frac{a_1}{a_0} p + 1} = \frac{k}{p^2 T_1 T_2 + p(T_1 + T_2) + 1},$$

kde T_1, T_2 jsou časové konstanty a k je statické zesílení.

3.1.2 Formulace problému

Uvažujeme regulační smyčku s PID regulátorem a řízeným systémem $F(s)$ daný vztahem [6]:

$$G(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right), \quad (3.1)$$

kde K je proporcionální zesílení, T_i je integrační a T_d je derivační časová konstanta, $\frac{T_d}{N}$ je časová konstanta derivační složky regulátoru, kde N je pevný parametr. Úkolem je najít takové volné parametry regulátoru $K > 0$, $T_i > 0$ a $T_d > 0$ aby regulační smyčka dodržela návrhové podmínky pro všechny systémy $F(s)$ z množinového modelu.

Definice 1. (Množinový model) Přenos $F(s)$ je přípustný, jestliže jsou splněny následující dvě podmínky:

(i) (Apriorně přípustné systémy) Přenos $F(s)$ je ve tvaru

$$F(s) = \frac{1}{p(s)},$$

kde $p(s)$ je libovolný polynom s nezápornými koeficienty stupně nejvýše n , jehož všechny kořeny jsou záporné reálné.

(ii) (Momentové podmínky) Přenos $F(s)$ splňuje následující tři momentové podmínky

$$\frac{F^{(i)}(0)}{i!} = f_i, \quad i = 0, 1, 2,$$

kde f_0, f_1, f_2 jsou daná reálná čísla (získaná v identifikačním experimentu) určující prvé tři členy rozvoje $F(s)$ v Taylorovu řadu v bodě $s=0$.

Množinu všech přípustných systémů budeme nazývat množinovým modelem procesu a budeme ji označovat symbolem $S^n(f_0, f_1, f_2)$.

Definice 1 obsahuje dvě podmínky. Prvním předpokladem (i) je, že a priori příпустné přenosy je možné popsat přenosem s reálnými stabilními póly bez nul, kdy stupeň polynomu ve jmenovateli je omezen shora nezáporným libovolným číslem n . Mezní případ, kdy $n \rightarrow \infty$ by pak zahrnoval všechny přenosy ve tvaru [6]:

$$F(s) = \frac{K_0 e^{-Ds}}{p(s)},$$

kde $D \geq 0$ a $p(s)$ je libovolný polynom s reálnými zápornými kořeny.

Předpoklad (i) definice 1 se zdá být rovnocenný s výrokem, že přenos $F(s)$ je ve tvaru [6]:

$$F(s) = \frac{K_0}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)}, \quad (3.2)$$

kde $K_0 > 0$, $\tau_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$. Rozložíme-li (3.2) do Taylorovy řady, získáme rozklad [6]:

$$F(s) = f_0 + f_1 s + f_2 s^2 + \dots,$$

kde

$$f_0 = K_0, \quad (3.3)$$

$$f_1 = -K_0 \sum_{i=1}^n \tau_i = -K_0 \mu, \quad (3.4)$$

$$f_2 = K_0 \sum_{l,k;l \leq k \leq n} \tau_l \tau_k = K_0 \frac{\sigma^2 + \mu^2}{2}. \quad (3.5)$$

Vztahy reprezentující f_0 , f_1 a f_2 je možné nahradit rovnocennými charakteristickými čísly procesu K_0 , μ a σ [6]:

$$K_0 = \int_0^{\infty} h(t) dt = m_0, \quad (3.6)$$

$$\mu = \frac{\int_0^{\infty} t h(t) dt}{\int_0^{\infty} h(t) dt} = \frac{m_1}{m_0}, \quad (3.7)$$

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^{\infty} (t - \mu)^2 h(t) dt}{\int_0^{\infty} h(t) dt} = \frac{m_2}{m_0} - \frac{m_1^2}{m_0^2}, \quad (3.8)$$

kde

$$m_i = \int_0^{\infty} t^i h(t) dt, \quad i = 0, 1, 2 \quad (3.9)$$

jsou první tři momenty váhové funkce $h(t)$ náležející přenosu $F(s)$. Pokud je váhová funkce $h(t)$ nezáporná, pak mají momenty jasný fyzikální význam, tedy K_0 je statické zesílení, μ je zpoždění a σ je doba reakce. Momenty snadno získáme z odezvy systému na obdélníkový impuls.

Následující lemma stanovuje, pro jakou hodnotu n a f_0 , f_1 , f_2 je množinový model $S^n(f_0, f_1, f_2)$ neprázdný [6]:

Lemma 1. *Množinový model $S^n(f_0, f_1, f_2)$ je neprázdný právě tehdy, jestliže platí*

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \leq \frac{f_2 f_0}{f_1^2} \leq 1. \quad (3.10)$$

Jestliže v (3.10) platí obě nerovnosti, potom $S^n(f_0, f_1, f_2)$ obsahuje nekonečně mnoho přípustných přenosů.

Definice 2. (Úloha návrhu robustního regulátoru) Předpokládejme, že je dáno pevné $n \in \{2, 3, \dots, \infty\}$ a reálná čísla f_0, f_1, f_2 splňují nerovnost (3.10). Nalezněte parametry regulátoru (3.1) tak, že

$$I \triangleq \frac{T_i}{K} \rightarrow \min \quad (3.11)$$

při splnění dvou následujících vedlejších podmínek pro libovolný přenos $F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)$:

- (i) (Stabilita) Nyquistova křivka $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$ splňuje podmínku stability uzavřené smyčky, tj. neobkličuje kritický bod -1 .
- (ii) (Bezpečnost ve stabilitě) Nyquistova křivka $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$ leží vně kruhu se středem $s = C$ a poloměrem R . Jinými slovy:

$$\forall \omega \geq 0 : L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega) \notin U(C, R),$$

kde $U(C, R) \triangleq \{s \in C : |s-C| < R\}$ je otevřený kruh v komplexní rovině.

Poznámka 1. Optimalizační kritérium (3.11) lze ekvivalentně zapsat jako minimalizaci integrálu odchylky při působení skokové poruchy na vstupu řízeného systému.

Vedlejší podmínka (ii) definice 2 může představovat různé požadavky, jako např. omezení citlivostní funkce [6]:

$$\sup_{\omega} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \leq M_s,$$

kde volíme:

$$C = -1, \quad R = \frac{1}{M_s}, \quad (3.12)$$

nebo omezení komplementární citlivostní funkce [6]:

$$\sup_{\omega} \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq M_p,$$

kde volíme:

$$C = \frac{M_p^2}{1 - M_p^2}, \quad R = \frac{M_p}{|M_p^2 - 1|}. \quad (3.13)$$

Abychom mohli řešit problém návrhu robustního regulátoru z definice 2, je třeba nějakým způsobem parametrizovat množinu přípustných přenosů množinového modelu procesu. Nicméně jak uvidíme v následující části, pro řešení úlohy bude třeba parametrizovat pouze tzv. extrémální přenosy, které jsou pro návrh robustního regulátoru stěžejní.

3.1.3 Parametrizace extrémálních přenosů

Nejprve nadefinujeme oboru hodnot množinového modelu [6]:

Definice 3. (*Obor hodnot množinového modelu*) Necht' ω je pevně daná frekvence, potom množinu

$$\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega) \triangleq \{F(j\omega) : F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)\}$$

budeme nazývat oborem hodnot množinového modelu $S^n(f_0, f_1, f_2)$ pro frekvenci ω .

Obor hodnot množinového modelu $\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$ můžeme chápat jako zobecněný bod frekvenční charakteristiky pro frekvenci ω , protože obsahuje všechny body $F(j\omega)$ příslušné všem přípustným přenosům $F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)$. Dále ukážeme, že pro konečné n je množina $\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$ ohraničena konečným počtem hladkých křivek a tuto hranici budeme značit symbolem $\partial\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$.

V dalším bodě nadefinujeme extrémální přenosy [6]:

Definice 4. (*Extrémální přenosy*) Přípustný přenos $F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)$ se nazývá extrémální, jestliže existuje alespoň jedna frekvence $\omega > 0$ taková, že $F(j\omega) \in \partial\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$

Uvažujme nyní obvod se zpětnou vazbou, jehož otevřená smyčka má přenos $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$, kde $G(s)$ je pevný přenos regulátoru a $F(s)$ probíhá množinový model $S^n(f_0, f_1, f_2)$. Necht' P představuje vlastnost přenosu $F(s)$, že vedlejší podmínky definice 2 jsou splněny. Za těchto předpokladů platí následující lemma [6]:

Lemma 2. *Necht' $L(0) \notin U(C, R)$ pro libovolné $F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)$, potom je vlastnost P splněna pro všechny přípustné přenosy $F(s) \in S^n(f_0, f_1, f_2)$ právě tehdy, jestliže je P splněna pro všechny extrémální přenosy.*

Skutečnost vyplývající z lemmatu 2 je, že extrémální přenosy tvoří přijatelnou „testovací množinu systémů“, která při návrhu robustního regulátoru významně snižuje výpočetní složitost. Abychom toho však mohli využít, je třeba zavést efektivní způsob parametrizace všech extrémálních přenosů. Omezíme se na případ, kdy $f_0 = 1$ a $f_1 = -1$, který odpovídá obecnému případu pro normalizaci v zesílení a v čase (viz vztahy (3.3 - 3.5) a to bez ztráty obecného řešení. Pak podle lemmatu 1 je množinový model $S^n(1, -1, f_2)$ neprázdný právě tehdy, jestliže [6]:

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \leq f_2 \leq 1. \quad (3.14)$$

Pokud položíme $f_2 = \frac{1}{2}(1 + \sigma^2)$, potom bude nerovnost (3.14) splněna, jestliže $\sigma^2 \in \langle \frac{1}{n}, 1 \rangle$.

Věta 1. *(Parametrizace všech extrémálních přenosů) Necht' k je největší celé číslo menší nebo rovno číslu $\frac{1}{\sigma^2} + 1$, potom přenos $F(s)$ je extrémální přenos množinového modelu $S^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$, $n > 3$, právě tehdy, jestliže může být vyjádřen ve tvaru*

$$F(s) = \frac{1}{(\tau_\nu(\alpha)s + 1)^{n_1}(\vartheta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_2}(\zeta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_3}}, \quad (3.15)$$

kde $\nu = (n_1, n_2, n_3)$ je uspořádaná trojice přirozených čísel (multiindex) probíhající dále definovaný seznam závisující na hodnotě k :

(i) Pro $k = 2$ je seznam multiindexů následující:

$$(a) (1, 1, 1), (1, 2, 1), \dots, (1, n-2, 1),$$

(b) $(n-2, 1, 1)$.

(ii) Pro $k \in \{3, 4, \dots, n-1\}$ je seznam multiindexů následující:

(a) $(1, k-1, 1), (1, k, 1), \dots, (1, n-2, 1)$,

(b) $(n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (n-k+1, 1, k-2)$,

(c) $(n-k, 1, k-1)$,

(d) $(1, k-2, 1)$.

(iii) Pro $k = n$ je seznam multiindexů následující:

(b) $(n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (1, 1, n-2)$,

(d) $(1, n-2, 1)$.

Dále parametry $\tau_\nu(\alpha), \vartheta_\nu(\alpha)$ a $\zeta_\nu(\alpha)$ jsou dány vztahy:

$$\begin{aligned}\tau_\nu(\alpha) &= \alpha \\ \vartheta_\nu(\alpha) &= \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_2}(n_2 + n_3)}, \\ \zeta_\nu(\alpha) &= \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} + \frac{\sqrt{n_2}\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_3}(n_2 + n_3)},\end{aligned}$$

kde α probíhá interval $I_\nu \triangleq \langle a_\nu, b_\nu \rangle$, jehož krajní body závisí na multiindexu ν . Je-li ν obsažen v řádce (a) příslušného seznamu multiindexů, potom

$$\begin{aligned}a_\nu &= 0, \\ b_\nu &= \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_2 + n_3}(n_1 + n_2 + n_3)}.\end{aligned}$$

Podobně je-li ν obsažen v řádce (b) nebo (d), potom

$$\begin{aligned}a_\nu &= \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_2 + n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1}(n_1 + n_2 + n_3)}, \\ b_\nu &= \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1 + n_2}(n_1 + n_2 + n_3)}.\end{aligned}$$

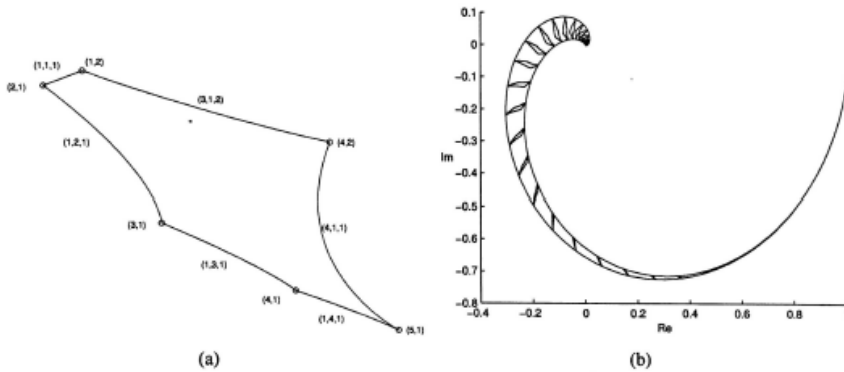
Konečně je-li ν obsažen v řádce (c), potom

$$a_\nu = 0,$$

$$b_\nu = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3} \sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1 + n_2}(n_1 + n_2 + n_3)}.$$

Hlavním přínosem věty 1 pro řešení návrhové úlohy (viz definice 2) je především efektivní algoritmus pro výpočet všech extrémálních přenosů, tedy těch přípustných přenosů, které se mohou aktivně podílet na na vedlejších podmínkách optimalizační návrhové úlohy (lemma 2). Jak plyne z definice 4, extrémální přenosy odpovídají krajním bodům oboru hodnot $\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$, $\omega > 0$, a proto je vhodné podrobně vyšetřit vlastnosti $\partial\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$. Pro stručnost uvedeme pouze ilustrační příklad, ze kterého lze nahlédnout obecný případ [6].

Příklad 1 (Hranice oboru hodnot) Necht' $n = 6$, $\sigma = 0.6$, $\omega = 2$. Hranice $\partial\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$ je zobrazena na obr. (3.3a)). JE to uzavřená křivka, složená ze šesti hladkých oblouků, z nichž každý přísluší jednomu multiindexu $\nu = (n_1, n_2, n_3)$ ze seznamu z věty 1 pro případ $k = 3$. Zobecněný bod frekvenční charakteristiky množinového modelu $S^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$ je tedy křivoúhelník se šesti vrcholy. Extrémální přenosy příslušné těmto vrcholům jsou zřejmě pro řešení naší optimalizační úlohy nejdůležitější, neboť dotyk mezi křivoúhelníkem a omezující kružnicí (viz definice 2) velmi pravděpodobně nastane právě v jednom nebo ve dvou vrcholech křivoúhelníka. Na obr (3.3b)) je zobrazen obor hodnot $\mathcal{F}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$ pro různé frekvence ω .



Obrázek 3.3: (a) Hranice $\mathcal{F}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); 2)$ pro $\sigma = 0.6$. (b) Zobecněné body frekvenční charakteristiky množinového modelu $S^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$, $\sigma = 0.6$, s vnitřní a vnější obálkou.

3.1.4 Numerické řešení úlohy návrhu robustního PID regulátoru

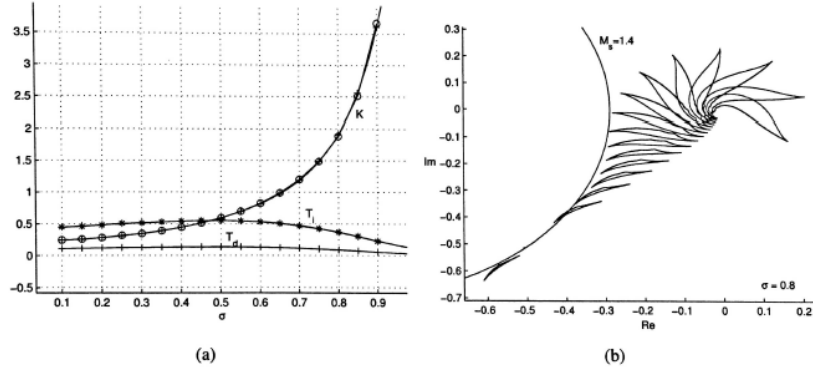
V této části budou prezentovány výsledky numerického řešení návrhu robustního PID regulátoru popsané v definici 2. Řešení úlohy bylo založeno na tvrzeních lemmatu 2 a věty 1 a na univerzální optimalizační proceduře - nekonvexní optimalizaci s omezením a tudíž můžeme úlohu efektivně řešit pro libovolné konečné n , dokonce i pro $n = \infty$. Uvažujeme množinový model $S^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$, kde $\sigma^2 \in \langle \frac{1}{n}, 1 \rangle$ a předpokládáme, že parametry PID regulátoru (3.1) splňují omezení $\frac{T_i}{T_d} = 4$, $N = 10$ a že kruh $U(C, R)$ omezující tvar Nyquistových křivek (viz definice 2) je určen vztahem (3.12), kde $M_s = 1.4$. Výsledkem jsou optimální parametry pro $\sigma \in \langle \sqrt{\frac{1}{n}}, 1 \rangle$, které jsou aproximovány funkcí ve tvaru [6]:

$$f(\sigma) = a_0 e^{a_1 \sigma + a_2 \sigma^2 + a_3 \sigma^3 + a_4 \sigma^4},$$

kde koeficienty a_0, a_1, \dots, a_4 pro aproximaci zesílení K a integrační časové konstanty T_i jsou uvedeny v následující tabulce [6]:

	K	T_i
a_0	0.24516	0.39194
a_1	-0.80519	1.5168
a_2	9.8104	-3.3509
a_3	-13.164	6.0921
a_4	7.7177	-5.4964

Derivační časová konstanta bude díky omezení dána vztahem $T_d = \frac{T_i}{4}$. Na následujícím grafu (3.4a)) je zobrazena závislost optimálních parametrů regulátoru na parametru σ , na grafu (3.4b)) pak několik zobecněných bodů Nyquistovy křivky při splnění vedlejší podmínky návrhové úlohy.



Obrázek 3.4: (a) Optimální parametry PID regulátoru pro množinový model $S^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$, $n = \infty$, $M_s = 1.4$, $\frac{T_i}{T_d} = 4$ a $N = 10$. (b) Zobecněné body Nyquistovy křivky pro $\sigma = 0.8$ a kružnici $M_s = 1.4$.

3.1.5 Robustní PID autotuner

V této části popíšeme způsob, jak získané výsledky použít k automatickému nastavování PID regulátoru. Nejprve je nutno z identifikačního experimentu řízeného procesu získat charakteristická čísla K_0 , μ a σ . Tato čísla lze podle vztahů (3.6 - 3.9) vypočítat integrací váhové funkce, tedy odezvy systému na Diracův puls. Diracův impuls je impulsem, který nabývá nekonečné hodnoty v jediném bodě a tudíž je pro identifikační experiment nerealizovatelný. Je tedy nutné uvažovat realizovatelné řešení a k tomu poslouží následující lemma, kde definujeme zpoždění μ a dobu reakce systému σ pomocí vztahů (3.7) a (3.8) [6]:

Lemma 3. *Necht' systém s přenosem $F_i(s)$ má rezidentní zpoždění μ_i a dobu reakce σ_i , $i = 1, 2, \dots, m$, potom systém s přenosem*

$$F(s) = F_1(s)F_2(s) \cdot \dots \cdot F_m(s)$$

má zpoždění

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_m$$

a pro jeho dobu reakce platí

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_m^2.$$

Dále uvažujeme sériové zapojení $H(s)$ přenosu $T(s)$ [6]:

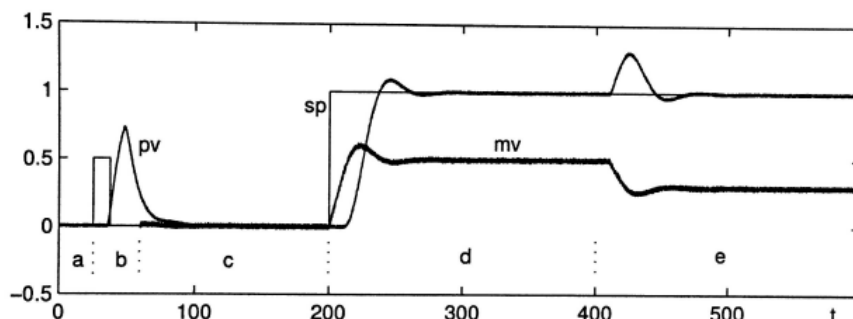
$$T(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-Ds})$$

s řízeným systémem $F(s)$. Pokud na vstup bloku $T(s)$ přivedeme Diracův puls získáme na výstupu bloku $T(s)$ a zároveň na vstupu řízeného systému $F(s)$ obdélníkový signál s jednotkovou amplitudou a délkou D . Charakteristická čísla K_{0H} , μ_H a σ_H sériového zapojení $H(s)$ lze vypočítat pomocí vztahů (3.6 - 3.9) z impulsní charakteristiky, tedy odezvy řízeného systému na tento obdélníkový signál. Z lemmatu 3 plyne pro charakteristická čísla řízeného procesu K_0 , μ a σ následující [6]:

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{K_{0H}}{D} \\ \mu &= \mu_H - \frac{D}{2} \\ \sigma^2 &= \sigma_H^2 - \frac{D^2}{12} \end{aligned}$$

Z takto získaných charakteristických čísel a použitím tabulky z předešlé části již lze určit hledané optimální parametry robustního PID regulátoru. Následující obrázek demonstruje použití navrženého autotuneru na systém s přenosem [6]:

$$F(s) = \frac{e^{-10s}}{(2s+1)(8s+1)}$$

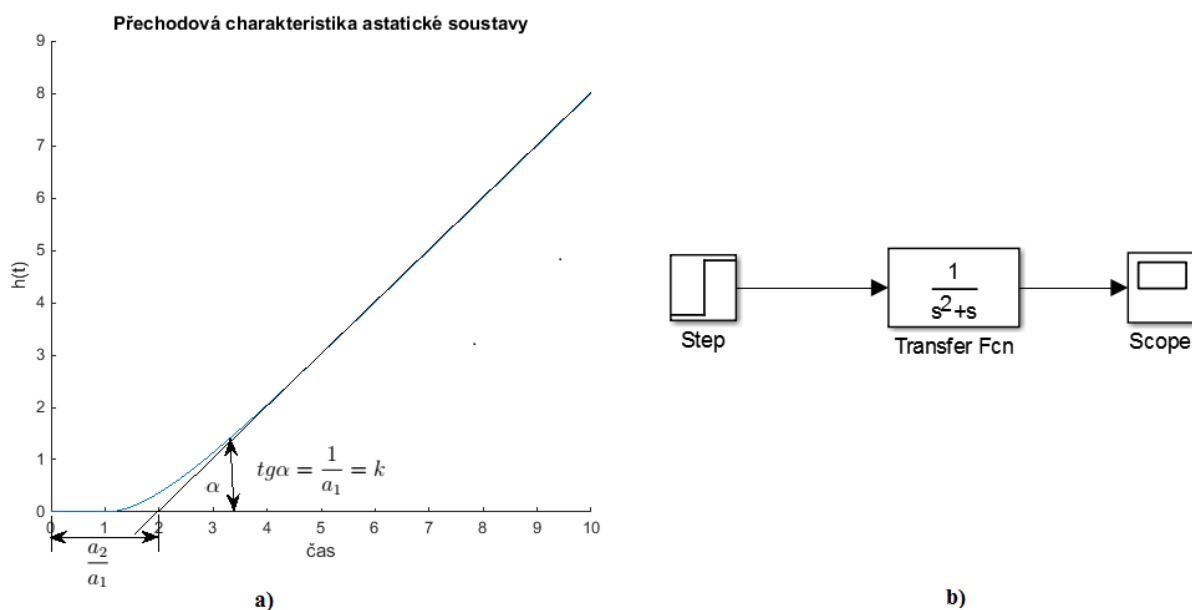


Obrázek 3.5: Ukázka použití autotuneru na statický systém druhého řádu s dopravním zpožděním. Signály: pv - regulovaná veličina, sp - požadovaná hodnota, mv - výstup regulátoru. Fáze autotuneru: a - odhad driftu a šumu regulované veličiny, b - identifikační experiment, c - činnost regulátoru s novými parametry v automatickém režimu, d - odezva na skok v požadované hodnotě, e - odezva na skok v poruše na vstupu řízeného systému.

3.2 PID Autotuner pro astatické systémy

3.2.1 Astatický systém

Astatické systémy jsou charakteristické tím, že mají vždy integrační charakter. To znamená, že při skokové změně vstupního signálu se systém na výstupu neustálí na konstantní hodnotu bez pomoci regulátoru. Pokud v praxi budeme působit nenulovým vstupním signálem, výstup systému bude růst až na hodnotu danou fyzikálním omezením. Soustavy s astatismem se vyznačují také tím, že v diferenciální rovnici je koeficient a_0 rovný nule. Následující graf (3.6a)) ilustruje chování astatického systému pokud přivedeme na vstup systému jednotkový skok podle schématu na obr. (3.6b)), tedy přechodovou charakteristiku systému:



Obrázek 3.6: (a) Přejchodová charakteristika astatického systému - odezva na jednotkový skok, kde $\frac{a_2}{a_1}$ je doba průtahu. (b) Schéma zapojení ze Simulinku.

Obecná diferenciální rovnice astatického systému 2. řádu má tvar [7]:

$$a_2 y'' + a_1 y' = u$$

Pro přenos astatického systému platí [7]:

$$F(p) = \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p} = \frac{1}{a_1 p} \frac{1}{\frac{a_2}{a_1} p + 1} = \frac{k}{p(\frac{a_2}{a_1} p + 1)},$$

kde k je rychlostní konstanta, pro kterou platí [7]:

$$k = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{a_2 p^2 + a_1 p} = \frac{1}{a_1}.$$

3.2.2 Identifikace systému

Nechť $P(s)$ označuje striktně ryzí ($\lim_{s \rightarrow \infty} P(s) = 0$) a stabilní přenos a $h(t)$ jeho impulsní funkci. Tedy platí [10]:

$$P(s) = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st} dt \quad (3.16)$$

Momenty impulsní funkce (soustavy) definujeme následujícími vztahy [10]:

$$\begin{aligned} m_0 &= \int_0^{\infty} h(t) dt \\ m_k &= \frac{1}{m_0} \int_0^{\infty} t^k h(t) dt, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.17)$$

Tedy znalost momentů je rovnocenná se znalostí příslušného frekvenčního přenosu a jeho derivací na nulové frekvenci. Definiční vztahy (3.17) však nelze přímo použít pro vyčíslení momentů, neboť impulsní funkce není přímo měřitelná. Pro tento účel následně uvedeme dva praktické postupy, které ale mohou být rozumně použity pouze pro několik prvních momentů. Dostatečně přesný výpočet je obvykle možný pouze pro první tři momenty. Poznamenejme ještě, že momenty m_k , $k = 0, 1, \dots$ impulsní funkce těsně souvisí s Markovskými parametry g_k , $k = 0, 1, \dots$ přenosu $P(s)$. Platí totiž [10]:

$$\begin{aligned} P(s) &= g_0 + g_1 s + g_2 s^2 + \dots = P(0) + P^{(1)}(0)s + \frac{1}{2!}P^{(2)}(0)s^2 + \dots = \\ &= m_0 \left(1 - m_1 s + \frac{1}{2!}m_2 s^2 + \dots \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ze vztahu (3.18) vyplývá, že pokud známe konečný počet momentů (nebo Markovských parametrů), potom není přenos $P(s)$ určen jednoznačně. Zdá se tedy, že existuje nekonečný počet způsobů, jak doplnit řadu v (3.18). Pokud tedy neexistuje omezení pro toto doplňování, je znalost konečného počtu

momentů zcela bezcenná. Chceme-li takto dospět k určitému užitečnému výsledku, musíme nutně předpokládat jistou apriorní informaci o identifikované soustavě. [10]

Dále bude výhodné, pokud přejdeme od posloupnosti momentů soustavy k jiné ekvivalentní posloupnosti charakteristických čísel σ_k , $k = 0, 1, \dots$. Tato posloupnost, tedy její první tři momenty mají jasný fyzikální význam a navíc, pokud známe charakteristická čísla pro jednotlivé soustavy zapojené do série, potom lze jednoduše určit příslušnou posloupnost charakteristických čísel pro celkové sériové zapojení. Vzájemný přepočítání momentů na charakteristická čísla a naopak je dán následujícími vztahy [10]:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= m_0, & m_0 &= \sigma_0 \\ \sigma_1 &= m_1, & m_1 &= \sigma_1 \\ \sigma_2 &= m_2 - m_1^2, & m_2 &= \sigma_2 + \sigma_1^2 \\ \sigma_3 &= \frac{1}{2}m_3 - \frac{3}{2}m_1m_2 + m_1^3, & m_3 &= 2\sigma_3 + 3\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^3 \\ \dots & & \dots & \end{aligned} \quad (3.19)$$

Lze snadno ukázat, že první tři charakteristická čísla σ_0 , σ_1 , σ_2 udávají v případě nezáporné $h(t)$ pro $t \geq 0$ v teorii automatického řízení $\sigma_0 = \kappa$ zesílení soustavy, $\sigma_1 = \mu$ rezidentní časovou konstantu (přibližně časové zpoždění průchodu plusu soustavou) a $\sqrt{\sigma_2} = \sigma$ přibližný celkový čas průchodu pulsu soustavou. [10].

Pro další účely bude užitečným následující tvrzení, které lze snadno dokázat užitím (3.17) a (3.18) [10]:

Tvrzení 1. *Nechť $\sigma_k^{(1)}$ a $\sigma_k^{(2)}$ jsou charakteristické posloupnosti dvou sériově zapojených soustav s přenosy $P_1(s)$ a $P_2(s)$, potom charakteristická posloupnost σ_k výsledného sériového zapojení s přenosem $P(s) = P_1(s)P_2(s)$ je dána vztahy $\sigma_0 = \sigma_0^{(1)}\sigma_0^{(2)}$ a $\sigma_k = \sigma_k^{(1)}\sigma_k^{(2)}$, $k = 1, 2, \dots$*

Abychom mohli toto tvrzení pohodlně užívat, odvodíme nyní charakteristická čísla přenosu s neceločíselným řádem [10]:

$$P(s) = \frac{(\theta s + 1)^m}{(\tau s + 1)^n} = 1 - (n\tau - m\theta)s + ((n\tau - m\theta)^2 n\tau^2 - m\theta^2)s^2 + \dots \quad (3.20)$$

kde θ , τ , m , n jsou reálná čísla. Odtud z (3.17) a (3.18) obdržíme [10]:

$$\sigma_0 = 1, \sigma_1 = n\tau - m\theta, \sigma_2 = n\tau^2 - m\theta^2, \sigma_3 = n\tau^3 - m\theta^3, \dots \quad (3.21)$$

Pokud máme obecný přenos ve tvaru [10]:

$$P(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (\theta_i s + 1)^{m_i}}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)^{n_i}}, \quad (3.22)$$

potom podle tvrzení 1 a vztahů (3.21) je jeho charakteristická posloupnost následující [10]:

$$\sigma_0 = K, \sigma_1 = \sum_{i=1}^n n_i \tau_i - \sum_{i=1}^m m_i \theta_i, \sigma_2 = \sum_{i=1}^n n_i \tau_i^2 - \sum_{i=1}^m m_i \theta_i^2, \dots \quad (3.23)$$

Charakteristickou posloupnost tedy můžeme získat z přenosu bez jakéhokoliv počítání. Uved'me ještě charakteristickou posloupnost dopravního zpoždění $P_{DT}(s) = e^{-Ds}$, která má tvar [10]:

$$\sigma_0 = 1, \quad \sigma_1 = D, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = 0, \dots \quad (3.24)$$

a tvarovače nultého řádu s přenosem $P_{ZOH}(s) = (1 - e^{-Ls})/s$ [10]:

$$\sigma_0 = L, \quad \sigma_1 = \frac{L}{2}, \quad \sigma_2 = \frac{L^2}{12}, \quad \sigma_3 = 0, \dots \quad (3.25)$$

Vztahy (3.24) a (3.25) lze odvodit stejným způsobem jako vztah (3.21).

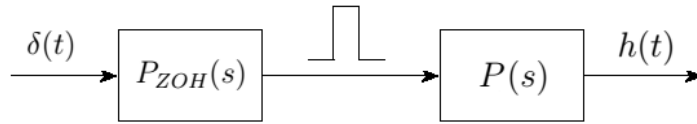
Dále budeme pracovat pouze s prvními třemi charakteristickými čísly σ_0 , σ_1 , σ_2 a zavedeme pro ně jednodušší označení κ , μ , σ^2 . Následující část bude zaměřena na odhad těchto parametrů z identifikačního experimentu.

Identifikace statického systému

Uvažujeme stabilní statický systém $P(s)$ popsany vztahem:

$$P(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)}. \quad (3.26)$$

Pro získání charakteristických čísel použijeme metodu vybuzení procesu z ustáleného stavu testovacím vstupem typu puls. Dále uvažujeme sériovém spojení $H(s)$ tvarovače nultého řádu $P_{ZOH}(s)$ (viz (3.25)) a identifikovaného procesu, který je zobrazen na následujícím schématu [10]:



Obrázek 3.7: Pulsní identifikační experiment.

Impulsní funkce přenosu $H(s)$ je zřejmě identická s odezvou procesu $P(s)$ na obdélníkový puls [10]:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{pro } t \in [0, L] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases} \quad (3.27)$$

Charakteristická čísla κ_H , μ_H , σ_H^2 přenosu $H(s)$ tedy můžeme určit z odezvy systému $P(s)$ na obdélníkový vstup (3.26) použitím definičních vztahů (3.17) a (3.19). Pro výpočet charakteristických čísel procesu $P(s)$ použijeme tvrzení 1 [10]:

$$\kappa = \frac{\kappa_H}{L}, \quad \mu = \mu_H - \frac{L}{2}, \quad \sigma^2 = \sigma_H^2 - \frac{L^2}{12}. \quad (3.28)$$

Poznamenejme, že odezvu systému $P(s)$ na obdélníkový testovací signál není nutné měřit až do ustáleného stavu. Měření je vhodné ukončit ve fázi,

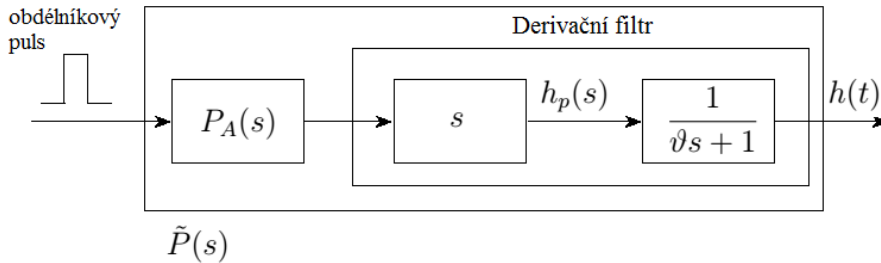
kdy odezva již exponenciálně klesá a její zbylo část extrapolovat vhodnou exponenciální funkcí. Tímto způsobem lze výrazně zkrátit délku identifikačního experimentu.

Identifikace astatického systému

Uvažujeme astatický systém $P_a(s)$, který lze popsat jako sériové spojení statického systému a integrátoru:

$$P_a(s) = \frac{1}{s}P(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)}. \quad (3.29)$$

Identifikaci astatického systému $P_a(s)$ nelze provádět stejným způsobem jako u statického systému. Abychom byly schopni identifikovat astatický systém $P_a(s)$, musíme se nejprve nějakým způsobem „zbavit“ astatismu. Toho lze docílit sériovým zapojením derivačního filtru $s/(\vartheta s + 1)$ a identifikovaného astatického procesu $P_a(s)$. Schéma zapojení je zobrazeno na následujícím schématu:



Obrázek 3.8: Sériové zapojení astatického systému $P_a(s)$ a derivačního filtru pro identifikační experiment.

Výsledný přenos $\tilde{P}(s)$ sériového zapojení bude mít tvar:

$$\tilde{P}(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)} \frac{s}{\vartheta s + 1} = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)(\vartheta s + 1)} \quad (3.30)$$

Tímto způsobem „vykrátíme“ nežádoucí astatický člen systému a nyní lze proces identifikovat stejným způsobem jako v případě statického systému. Charakteristická čísla κ_H , μ_H , σ_H^2 celkového sériového spojení mohou být opět určena z odezvy $h(t)$ užitím definičních vztahů (3.17) a (3.19). Hledaná charakteristická čísla procesu $P_a(s)$ jsou podle tvrzení 1 dána vztahy:

$$\kappa = \kappa_H, \quad \mu = \mu_H - \vartheta, \quad \sigma^2 = \sigma_H^2 - \vartheta^2. \quad (3.31)$$

Identifikace statického systému blízkého astatickému

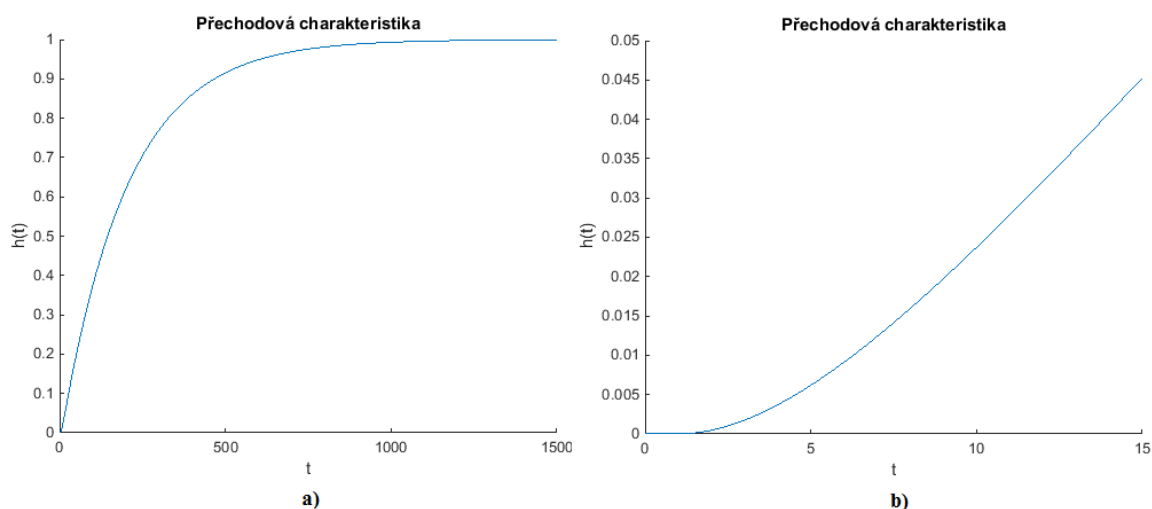
Cílem práce bylo zjistit, jakým způsobem lze identifikovat statický systém, který se blíží astatickému. Takový systém lze popsat následujícím vztahem:

$$P_{bs}(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)} \cdot \frac{1}{\vartheta s + 1}, \quad \vartheta \gg 1, \quad (3.32)$$

kde ϑ je „hodně velká“ časová konstanta. Zlomek $1/(\vartheta s + 1)$ lze upravit vytknutím ϑ a pokud platí, že $\vartheta \gg 1$, pak vzniklý člen ve jmenovateli $1/\vartheta$ se bude limitně blížit nule a lze jej tedy zanedbat:

$$\frac{1}{\vartheta s + 1} = \frac{\frac{1}{\vartheta}}{s + \frac{1}{\vartheta}} \doteq \frac{1}{s} \quad (3.33)$$

Tímto způsobem získáme integrační člen s nenulovým zesílením $1/\vartheta$. Statický systém, který se blíží astatickému $P_{bs}(s)$ lze tedy za určitých podmínek považovat za astatický. Na následujícím grafu demonstruje odezvu takového systému $P_{bs}(s) = 1/(5s + 1)(200s + 1)$ na jednotkový skok, tedy jeho přechodovou charakteristiku:

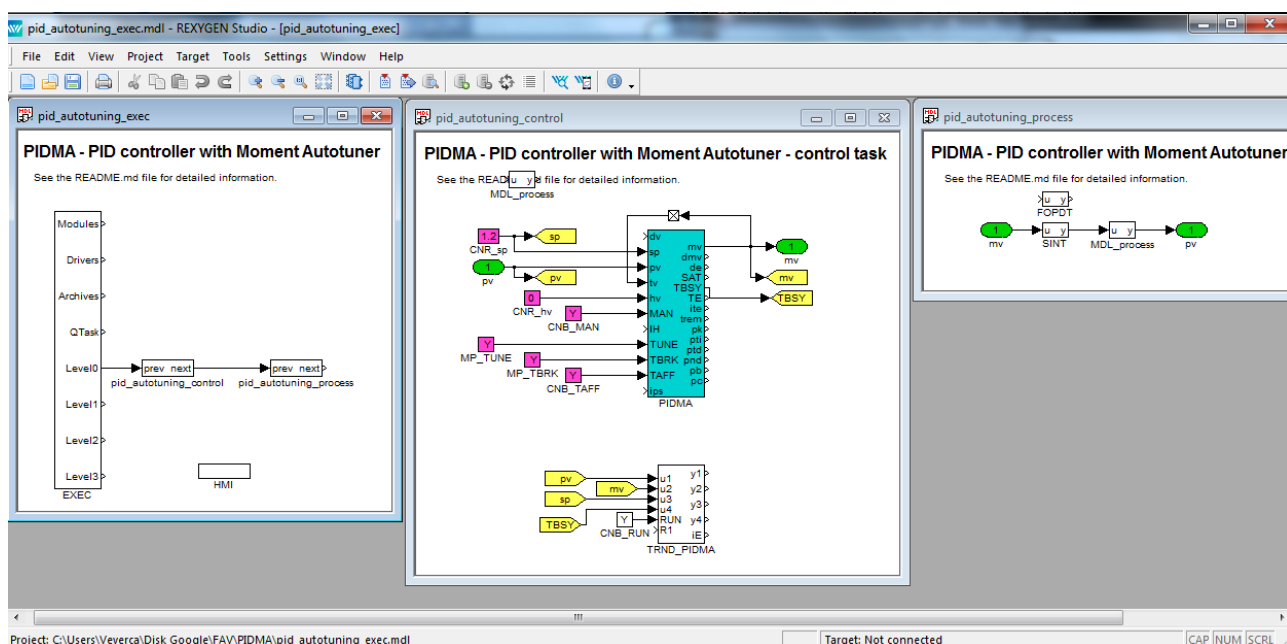


Obrázek 3.9: a) Přechodová charakteristika statického systému který se blíží astatickému pro celkový čas $t = 1500s$. b) Přechodová charakteristika statického systému, který se blíží astatickému pro celkový čas $t = 15s$.

Na první pohled se zdá, že graf (3.9a)) je přechodovou charakteristikou nějakého statického systému a graf (3.9b)) představuje přechodovou charakteristiku astatického systému. Nicméně, oba grafy, které zde vidíme, představují přechodovou charakteristiku jediného systému $P_{bs}(s) = 1/(5s + 1)(200s + 1)$. Jak si můžeme všimnout, na grafu (3.9a)) se charakteristika ustálí na konstantní hodnotě přibližně okolo času $t = 1400s$, zatímco druhý graf (3.9b)) má celkový čas $t = 15s$. Statickému systému, který se blíží astatickému systému, tedy statickému systému s jednou „velkou“ časovou konstantou trvá poměrně dlouhou dobu než se ustálí, oproti grafu (3.2a)), kdy se přechodová charakteristika statického systému ustálí za necelých 15 sekund. To je poměrně velký časový rozdíl a pokud bychom chtěli provést identifikaci takového systému, trval by identifikační experiment velmi dlouho. Kdybychom ale tuto charakteristiku vykreslili pouze na zmíněných 15 sekundách, vypadalo by to, jako bychom vykreslovali přechodovou charakteristiku astatického systému, jak je vidět na grafu (3.9b)). Tedy na krátkém časovém okamžiku lze statický systém blížící se astatickému považovat za astatický a proto zkusíme tento systém identifikovat jako astatický systém.

3.2.3 Identifikační experiment

Identifikační experiment byl proveden v prostředí REXYGEN firmy RexControls s.r.o. [8]. Uživatelské prostředí lze vidět na následujícím obrázku:



Obrázek 3.10: Uživatelské prostředí REXYGEN.

Uživatel nejprve zadá v bločku MDL_process svůj systém a následně v bločku PIDMA zvolí, zda se jedná o systém statický (volba „Static process“) či astatický (volba „Astatic process“).

Identifikační experiment statického systému

Nejprve jsme provedli identifikační experiment na statickém systému:

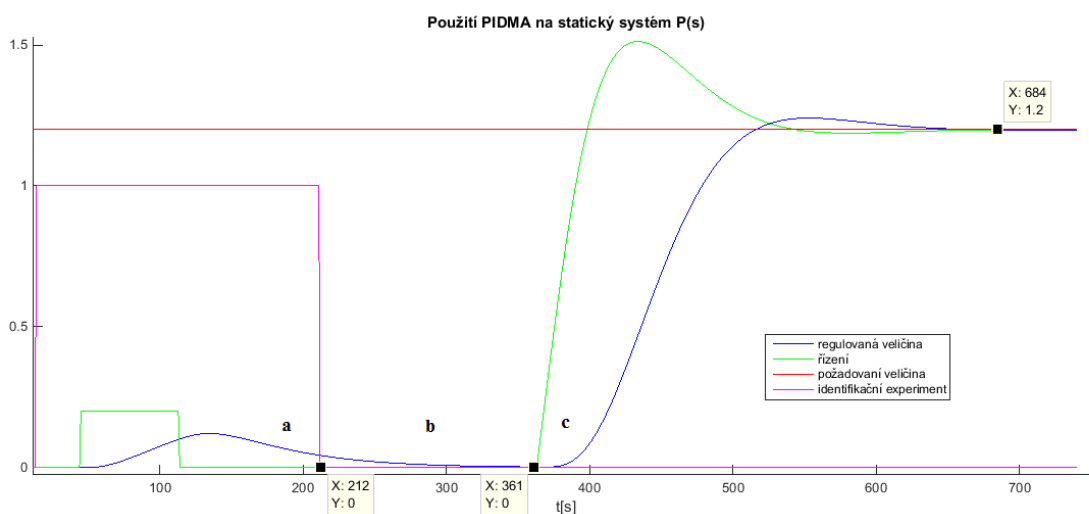
$$P(s) = \frac{1}{(\vartheta s + 1)(5s + 1)(2s + 1)} = \frac{1}{(s + 1)(5s + 1)(2s + 1)},$$

kde $\vartheta = 1$. Získali jsme následující parametry regulátoru:

$$K = 1.6979$$

$$T_i = 4.9993$$

$$T_d = 1.0098$$



Obrázek 3.11: Použití PIDMA na statický systém $P(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

Z grafu vidíme, že identifikační experiment statického systému $P(s)$ proběhl za čas $t = 212$ s a regulace na požadovanou hodnotu trvala $t = 323$ s.

Identifikační experiment astatického systému

Jako další jsme identifikovali astatický systém:

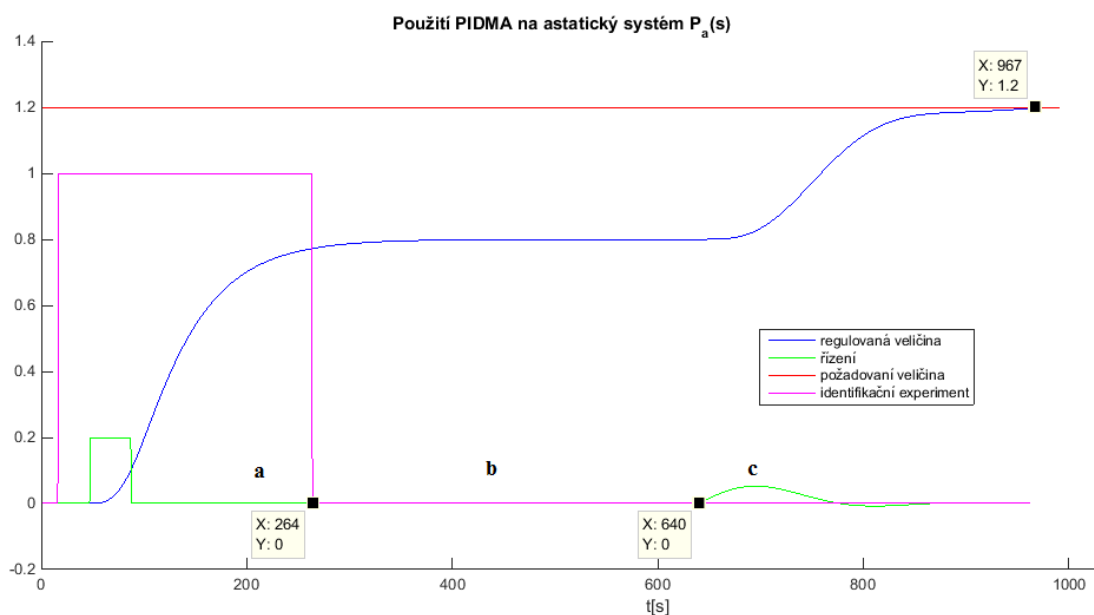
$$P_a(s) = \frac{1}{s(5s + 1)(2s + 1)}$$

a v identifikačním experimentu jsme získali následující parametry regulátoru:

$$K = 0.4590$$

$$T_i = 12.6653$$

$$T_d = 2.8230$$



Obrázek 3.12: Použití PIDMA na astatický systém $P_a(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

Zde vidíme, že identifikace astatického systému proběhla za čas $t = 264$ s a regulace trvala $t = 327$ s.

Identifikační experiment statického systému blízkého astatickému

Dále jsme zkusili identifikační experiment statického systému blízkého se astatickému systému:

$$P_{bs}(s) = \frac{K}{(\vartheta s + 1)(5s + 1)(2s + 1)} = \frac{\frac{1}{\vartheta}K}{(s + \frac{1}{\vartheta})(5s + 1)(2s + 1)}$$

1) $\vartheta = 1000$

$$P_{bs}(s) = \frac{\frac{1}{1000}1000}{(s + \frac{1}{1000})(5s + 1)(2s + 1)} = \frac{1}{(s + \frac{1}{1000})(5s + 1)(2s + 1)}$$

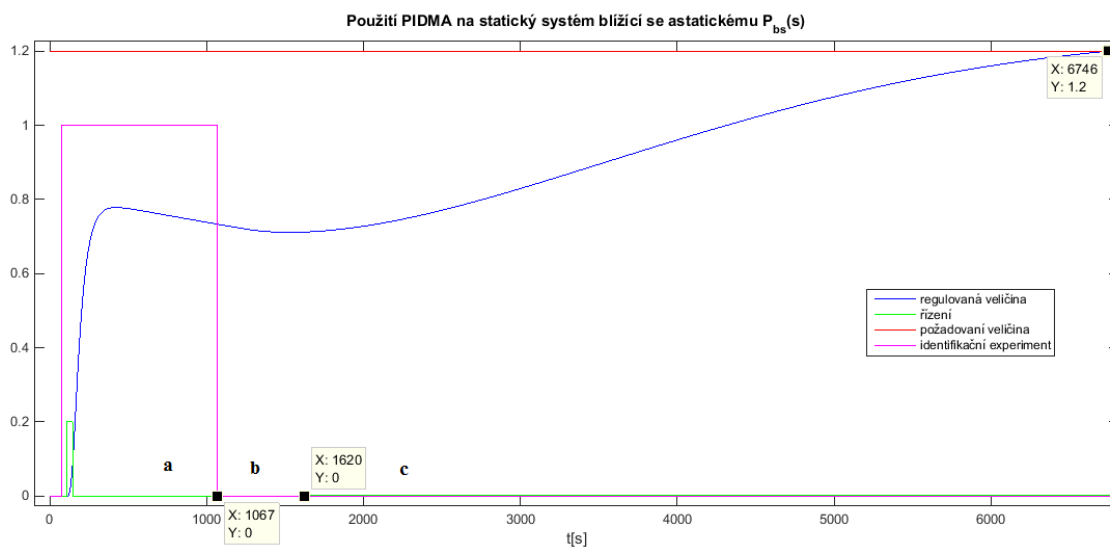
V bločku PIDMA jsme zadali „Static process“. Získali jsme tyto parametry regulátoru:

$$K = 0.0045$$

$$T_i = 380.8371$$

$$T_d = 76.9291$$

Následující graf ilustruje průběh identifikačního experimentu:



Obrázek 3.13: Použití PIDMA na statický systém blížící se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

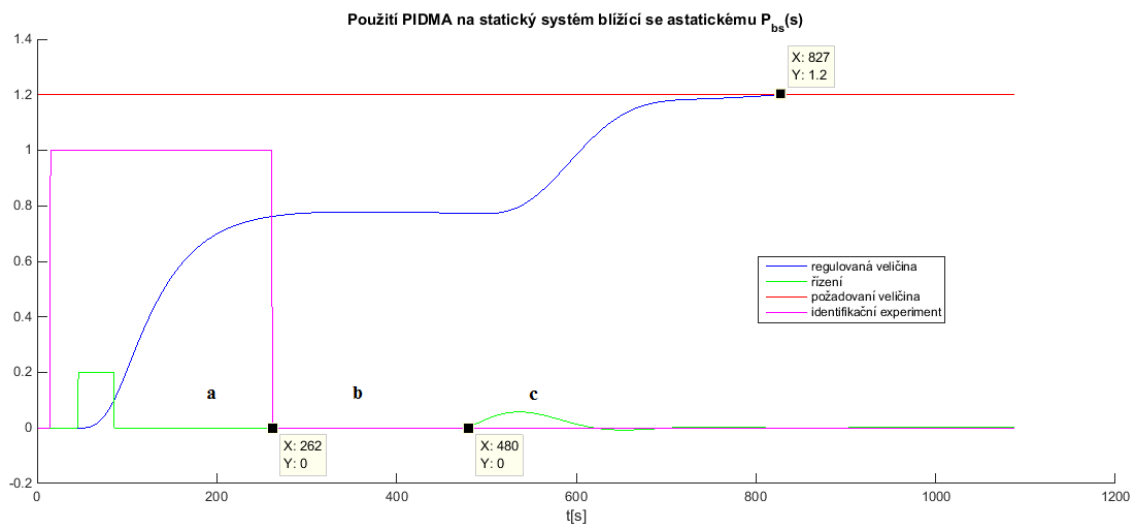
Jak z grafu vidíme, průběh identifikačního experimentu statického systému blížícího se astatickému trvá samozřejmě mnohem déle než u předchozích dvou případů, neboť obsahuje dominantní časovou konstantu. Konkrétně končí v čase $t = 1067\text{s}$. Tato doba trvání identifikačního experimentu pro systémy blížící se astatickému systému je nepříjemně dlouhá. Z grafu je taktéž patrné, že doba regulace na požadovanou veličinu trvá také velmi dlouho.

Dále jsme systém brali jako astatický a v bločku PIDMA jsme zadali „Astatic process“. Získali jsme následující parametry regulátoru:

$$K = 0.4491$$

$$T_i = 12.7274$$

$$T_d = 2.8369$$



V tomto případě identifikační experiment proběhl v čase $t = 262\text{s}$. To je výrazně (přibližně čtyřnásobně) kratší doba než v předešlém případě,

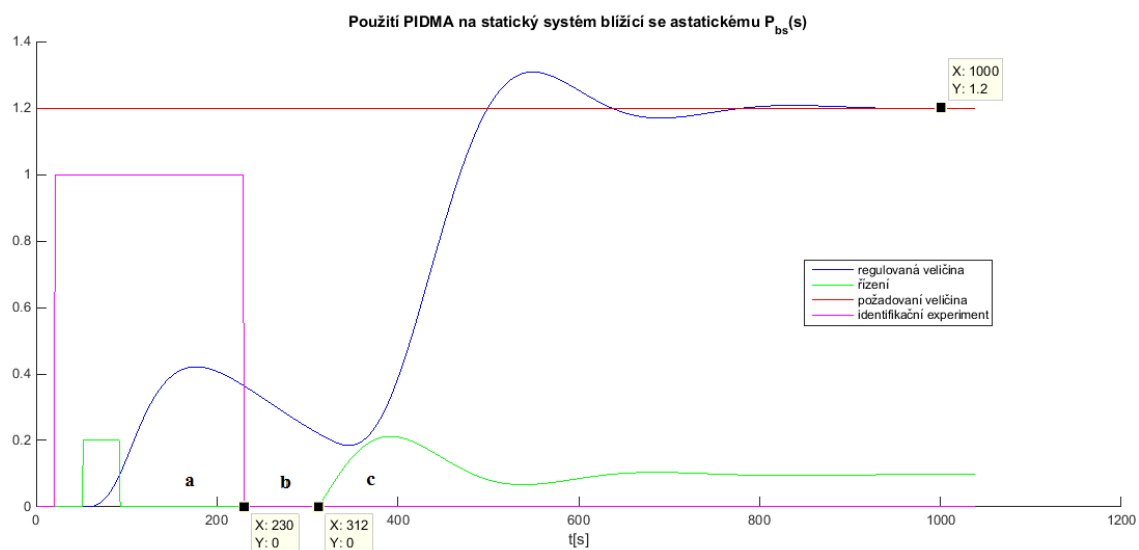
Obrázek 3.14: Použití PIDMA na statický systém blížící se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

kdy jsme statický systém blížící se astatickému pokládali v bločku PIDMA za statický. Také doba regulace na požadovanou veličinu se podstatně zkrátila. Zatímco v předešlém případě „Static process“ je doba regulace $t = 5126s$, v případě „Astatic process“ regulace trvá $t = 347s$, což je přibližně $14x$ kratší doba. Výrazně se liší i výsledné parametry navrženého regulátoru. Statické zesílení K je pro volbu „Static process“ přibližně $100x$ menší než pro volbu „Astatic process“ čímž se výrazně snižuje přesnost regulace. Integrační složka T_i je pro volbu „Static process“ přibližně $30x$ větší než pro volbu „Astatic process“ a tím se snižuje přeregulování. Hodnota derivační složky pro volbu „Static process“ je také přibližně $27x$ větší než pro volbu „Astatic process“ a tím se také zmenšuje přeregulování.

2) $\vartheta = 12.4$

$$P_{bs}(s) = \frac{\frac{1}{12.4}12.4}{(s + \frac{1}{12.4})(5s + 1)(2s + 1)} = \frac{1}{(s + \frac{1}{12.4})(5s + 1)(2s + 1)}$$

Dále jsme hledali hodnotu ϑ , pro kterou ještě bude tento postup, tedy nesprávné označení statického systému za astatický v bločku PIDMA fungovat. Metodou pokus-omyl jsme zjistili, že pro hodnotu $\vartheta = 12.4$ postup ještě funguje. Pro hodnoty $\vartheta < 12.4$ nastane v identifikačním experimentu chyba, kdy autotuner zřejmě „pozná“, že se nejedná o astatický systém ale o statický systém. Neproběhne tedy identifikační experiment a nedojde ani k nastavení parametrů regulátoru. Následující graf ilustruje průběh identifikačního experimentu pro dominantní časovou konstantu $\vartheta = 12.4$, kdy v bločku PIDMA byl zadán typ „Astatic process“:



Obrázek 3.15: Použití PIDMA na statický systém blížící se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

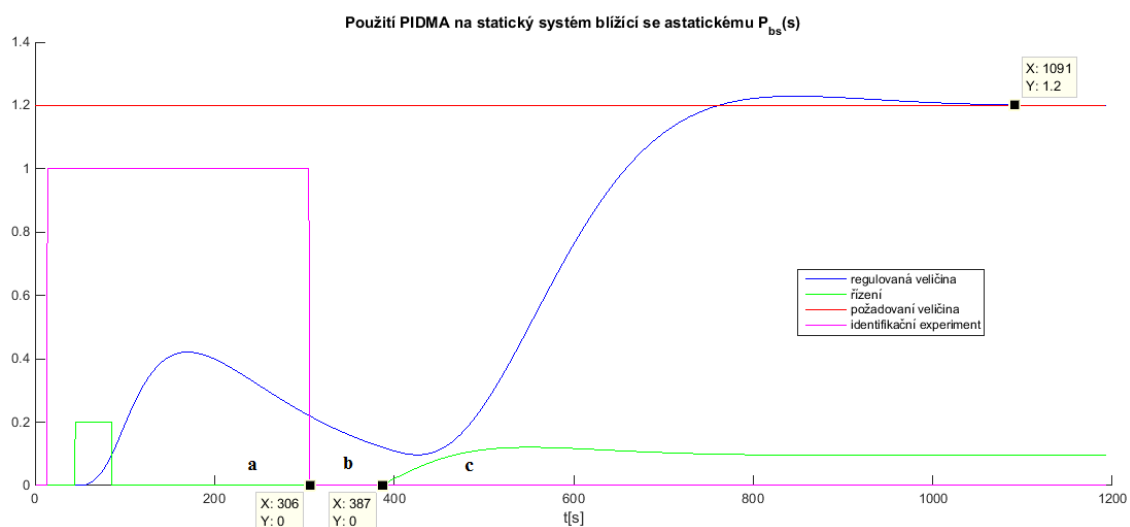
Parametry nastaveného regulátoru:

$$K = 0.3554$$

$$T_i = 9.0303$$

$$T_d = 2.0128$$

Identifikační experiment pro $\vartheta = 12.4$ proběhl za $t = 230s$ a regulace trvala $t = 688s$. Následně jsme tento systém v bločku PIDMA označili jako „Static process“ a vygenerovali následující průběh identifikace a regulace:



Obrázek 3.16: Použití PIDMA na statický systém blížící se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

Dostali jsme následující parametry regulátoru: Parametry nastaveného regulátoru:

$$\begin{aligned} K &= 0.1491 \\ T_i &= 12.1767 \\ T_d &= 2.4597 \end{aligned}$$

V tomto případě identifikační experiment proběhl za $t = 306\text{s}$, což je $1.3x$ delší doba než u nastavená „Astatic process“ a regulace trvala $t = 704\text{s}$, tedy srovnatelně dlouho jako u nastavení „Astatic process“. Parametry výsledných regulátorů jsou si také podstatně bližší než v případě 1).

3) $\vartheta = 10000$

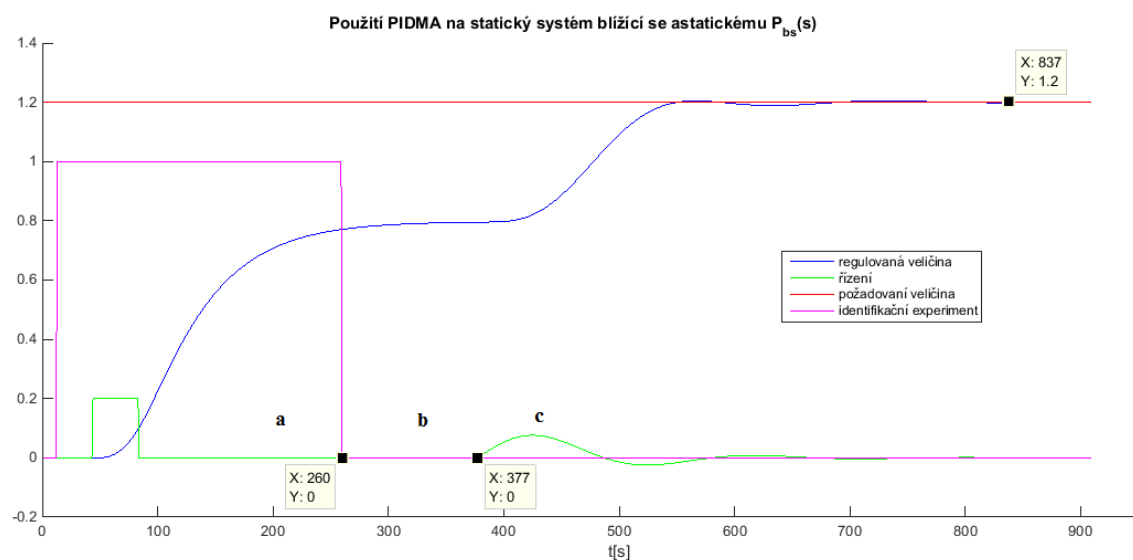
$$P_{bs}(s) = \frac{\frac{1}{10000} 10000}{(s + \frac{1}{10000})(5s + 1)(2s + 1)} = \frac{1}{(s + \frac{1}{10000})(5s + 1)(2s + 1)}$$

Další simulace byla provedena pro hodně velkou dominantní časovou konstantu $\vartheta = 10000$. Nejprve jsme v bločku PIDMA nastavili typ „Astatic process“ a získali následující parametry regulátoru a průběh:

$$K = 0.6206$$

$$T_i = 10.1367$$

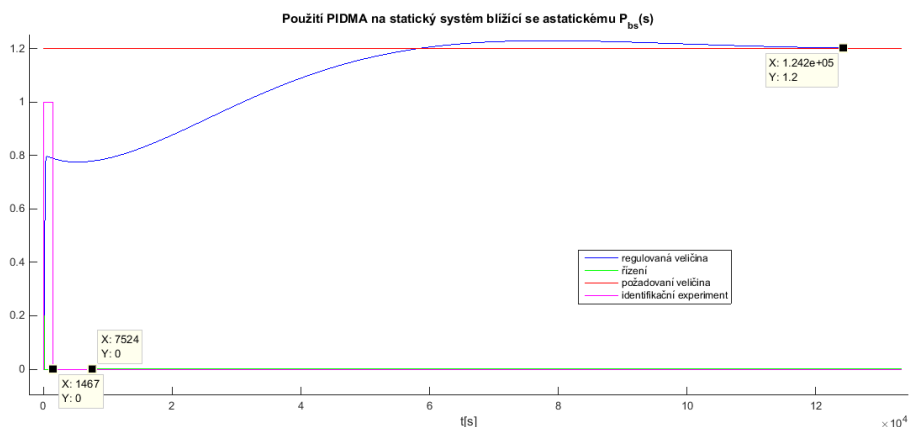
$$T_d = 2.3872$$



Obrázek 3.17: Použití PIDMA na statický systém blížící se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

Z grafu vidíme, že identifikace systému proběhla v čase $t = 260$ s a regulace na požadovanou hodnotu v čase $t = 460$ s. Jak si můžeme všimnout z předešlých simulací, u všech je doba trvání identifikačního experimentu přibližně stejná ($\{262, 230, 260\}$) a to i přes velké rozdíly dominantní časové konstanty. Dále jsme v bločku PIDMA nastavili „Static process“ a obdrželi následující parametry a průběh simulace:

$$\begin{aligned}
 K &= 0.000896 \\
 T_i &= 2020.9014 \\
 T_d &= 408.2221
 \end{aligned}$$



Obrázek 3.18: Použití PIDMA na statický systém blíží se astatickému $P_{ab}(s)$. Fáze autotuneru: a - identifikační experiment, b - činnost regulátoru s novými parametry v manuálním režimu, c - činnost autotuneru v automatickém režimu a regulace na požadovanou hodnotu.

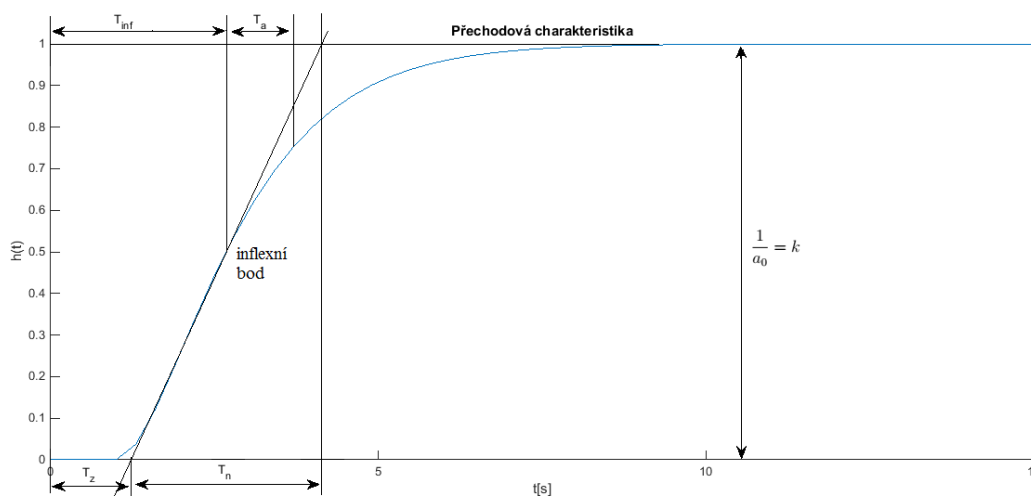
Pro případ „Static process“ proběhl identifikační experiment v čase $t = 1467$ s. To je $5.6x$ delší čas než pro případ „Astatic process“. Regulace pak zabere čas $t = 116676$ s, to je $253x$ delší doba regulace než pro případ „Astatic process“. Zde vidíme, že je-li časová konstanta dostatečně dominantní vůči ostatním časovým konstantám, potom nesprávné označení „Astatic process“ pro statické systémy funguje.

4 Závěr

V Diplomové práci je řešen problém identifikace statického systému, který se blíží astatickému. Standardní metoda pro statické systémy trvá nepříjemně dlouho, pokud je v systému obsažena dominantní časová konstanta. Byla navržena nová technika, jak standardní algoritmus automatického nastavení pro astatické systémy použít pro systémy blíží se astatickým systémům. Tento postup lze použít pro řízené systémy, jejichž přechodová charakteristika vyhovuje následujícímu testu:

Test použití typu „Astatic process“

- 1) Přechodovou charakteristiku nahradíme tečnou v inflexním bodě, úsečkou doby zpoždění a úsečkou odpovídající statickému zesílení, viz následující obrázek:



Obrázek 4.1: Přechodová charakteristika.

- 2) Určíme časy:

- T_z ... doba zpoždění
- T_{inf} ... čas odpovídající inflexnímu bodu

- T_n ... doba náběhu
- T_a ... doba měřená od t_{inf} do okamžiku, kdy se přechodová charakteristika odchyluje od tečny v inflexním bodě o více než 10%

3) Jestliže

$$\frac{T_{inf} - T_z}{T_n} < C_1,$$

($C_1 = 0.1$ přibližně) a

$$\frac{T_a}{T_{inf} - T_z} > C_2,$$

($C_2 = 10$ přibližně), potom lze pro statický řízený systém použít typ systému „Astatic process“.

Tato technika se ukázala jako úspěšná.

Byla nalezena mezní hodnota ϑ , pro kterou ještě postup nesprávného označení statického systému za astatický bude fungovat. Pro hodnotu $\vartheta = 12.4$ proběhne identifikační experiment bez problému společně s nastavením parametrů regulátoru, zatímco pro hodnoty $\vartheta < 12.4$ identifikační experiment neproběhne a tím nedojde ani k nastavení parametrů regulátoru.

Dále bylo zjištěno, že pokud je časová konstanta ϑ dostatečně dominantní vůči ostatním časovým konstantám, potom tento postup funguje. Se zvětšující se dominantní časovou konstantou se zlomek

$$\frac{1}{\vartheta s + 1} = \frac{\frac{1}{\vartheta}}{(s + \frac{1}{\vartheta})} \simeq \frac{1}{s}$$

stále více blíží integračnímu členu a tím je potom systém vhodnější pro nastavení PIDMA typu „Astatic process“.

5 Zdroje

- [1] J.G.Ziegler, N.B.Nichols: Optimum settings for Automatic Controllers, 1942
- [2] J.Melichar, M.Goubelj: Lineární systémy 2, 2017
- [3] L.Müller: Znalostní systémy, 2002
- [4] O.Modrlák: Fuzzy řízení a regulace - Teorie automatického řízení II., 2002
- [5] C.C.Hang, K.J.Åström, Q.G.Wang: Relay feedback auto-tuning of process controlleers - a tutorial review, 2002
- [6] M.Schlegel, P.Balda, M.Štětina: Robustní PID autotuner: Momentová metoda, 2003
- [7] F.Tůma: Teorie řízení, 2009
- [8] M.Schlegel: Nový přístup k robustnímu návrhu průmyslových regulátorů, 2000
- [9] K.J.Åström, T.Hägglund: The future of PI control, 2001
- [10] M.Schlegel: Robustní identifikace procesů pro automatické ladění regulátorů, 2008