

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ**

Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Magnetický tlumič pohybu feromagnetického jádra

**vedoucí práce: Doc. Ing. Bohuř Ulrych, CSc.
autor: Pavel Hanžlík**

2011

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Pavel HANŽLÍK**
Osobní číslo: **E08B0324P**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Elektronika a telekomunikace**
Název tématu: **Magnetický tlumič pohybu feromagnetického jádra**
Zadávací katedra: **Katedra aplikované elektroniky a telekomunikací**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Formulujte fyzikální podstatu problému.
2. Formulujte matematický model problému (včetně statické charakteristiky silového působení cívky na jádro a dynamické charakteristiky pohybu zmíněného jádra).
3. Formulujte počítačové modely problému statického (MKP) a současně problému dynamického (obyčejné nelineární diferenciální rovnice).
4. Proveďte ilustrativní výpočet statického i dynamického problému
 - technické zadání ilustrativního problému,
 - prezentujte obdržené výsledky (grafy, tabulky),
 - proveďte diskusi obdržených výsledků.
5. Závěr - výhled do budoucna.

Anotace

Předkládaná bakalářská práce je zaměřena na řešení statických charakteristik a dynamiky magnetického tlumícího zařízení. Jsou zde porovnávány vlastnosti systému tlumícího pohyb feromagnetického tělesa pomocí cívky. Důraz je kladen na průběh a maximální hodnoty magnetické síly a na dobu, za kterou je feromagnetické těleso zastaveno. Dynamické charakteristiky jsou řešeny numericky Eulerovou metodou.

Klíčová slova

Stacionární magnetické pole, cívka, feromagnetické těleso, statické charakteristiky, dynamické charakteristiky, tlumení pohybu, Eulerova metoda, pohybová rovnice, diferenciální rovnice, numerické řešení, nelinearita.

Abstract

This text is focused on the solution of static and dynamic characteristics of the magnetic damping device. Parameters of the damping system are compared and discussed. System dynamics is solved numerically using Euler method.

Key words

Magnetic field, ferromagnetic body, coil, damping, movement, static characteristics, dynamic characteristics, Euler method, differential equation, numerical solution, nonlinearity.

Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, zpracovanou na závěr studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této bakalářské práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této bakalářské práce, je legální.

V Plzni dne 4.7.2011

Jméno příjmení

Pavel Hanžlík

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Bohušovi Ulrychovi, CSc. za cenné rady, připomínky a metodické vedení práce.

Obsah

1. Úvod.....	9
2. Formulace problému	10
2.1. Statické charakteristiky	11
2.2. Dynamické charakteristiky	11
2.3. Fyzikální parametry	12
3. Matematický model	13
3.1. Statické charakteristiky	13
3.1.1. Definiční oblast.....	13
3.1.2. Diferenciální rovnice	13
3.1.3. Základní vztahy.....	14
3.1.4. Podmínky na rozhraní dvou prostředí.....	14
3.1.5. Okrajové podmínky	14
3.2. Dynamické charakteristiky	15
3.2.1. Diferenciální rovnice	15
3.2.2. Základní vztahy.....	16
3.2.3. Počáteční podmínky.....	16
4. Metody řešení	17
4.1. Statické charakteristiky - Metoda konečných prvků.....	17
4.1.1. Stručný popis metody	17
4.2. Dynamické charakteristiky - Eulerova metoda.....	18
4.3. Určení průběhu magnetické síly	19
5. Použité programy	21
5.1. Základní bloky programu.....	21
5.1.1. Preprocesor	21
5.1.2. Procesor	21
5.1.3. Postprocesor.....	22
5.2. QuickField	22
5.3. Octave	22
6. Řešené úlohy a jejich diskuse	23
6.1. Vstupní data a pomocné výpočty	23
6.1.1. Konfigurace 1	24
6.1.2. Konfigurace 2	25
6.1.3. Konfigurace 3	25
6.1.4. Konfigurace 4	26
6.2. Obdržené výsledky a jejich diskuse.....	26
6.2.1. Elektromagnetické pole a odpovídající statické charakteristiky.....	26
6.2.2. Dynamické charakteristiky uvažovaného tlumícího zařízení	32
7. Závěr	45
8. Použitá literatura	45
9. Seznam příloh	45
10. Seznam obrázků.....	46

Přehled označení a symbolů

Rozlišení charakteru veličin

Konstanty – běžné písmo (např. π)

Skalární veličiny (proměnné) – kurzíva (např. I , z)

Vektorové veličiny – tučná kurzíva (např. \mathbf{B} , \mathbf{J})

Magnetické pole

Označení	Jednotka	Význam
F_m	N	magnetická síla
\mathbf{B}	T	magnetická indukce
\mathbf{H}	A/m	intezita magnetického pole
z	m	výchylka tělesa
μ	H/m	permaebilita
S	m ²	plocha
$\mathbf{r}_0, \mathbf{z}_0, \varphi_0$	-	jednotkové vektory souřadného systému
\mathbf{A}	Wb/m	vektorový magnetický potenciál
\mathbf{J}	A/m ²	proudová hustota
Ω	-	definiční oblast

Geometrie soustavy

Označení	Jednotka	Význam
d	m	průměr
l	m	délka
h	m	výška cívky
z	m	výchylka tělesa

Dynamika soustavy

Označení	Jednotka	Význam
F_f	N	třecí síla
f_f	-	koeficient smykového tření
g	m/s^2	tíhové zrychlení
a	m/s^2	zrychlení tělesa
v	m/s	rychlost tělesa
z	m	výchylka tělesa
m	kg	hmotnost tělesa
ρ	kg/m^3	měrná hmotnost
V	m^3	objem tělesa

1. Úvod

V práci řeším tlumení pohybu feromagnetického předmětu pomocí cívky, která je protékána stejnosměrným proudem. Toto zadání vzniklo na základě problému, kterým se zabýval závod firmy Rieter CZ s.r.o. v Ústí nad Orlicí. Tato firma se zaměřuje na výrobu a vývoj textilních strojů.

Nejedná se o řešení zadaného úkolu pro tuto firmu, jde jen o zpracování zadání, jehož obsah se inspiroval z problému, který tato firma řešila.

Úkolem je zastavení pohyblivého tělesa pomocí elektromagnetu. Těleso se pohybuje po nosné tyči, která přesně určuje jeho dráhu. Důvodem k použití elektromagnetu je fakt, že zastavování tělesa mechanickým nárazem do materiálu, který je umístěn na konci dráhy, je velice hlučné. Také dochází k rychlému opotřebení polštářů tlumících pohyb, takže je nutná jejich častá výměna. Zastavení tělesa nárazem tedy není nevhodnější.

2. Formulace problému

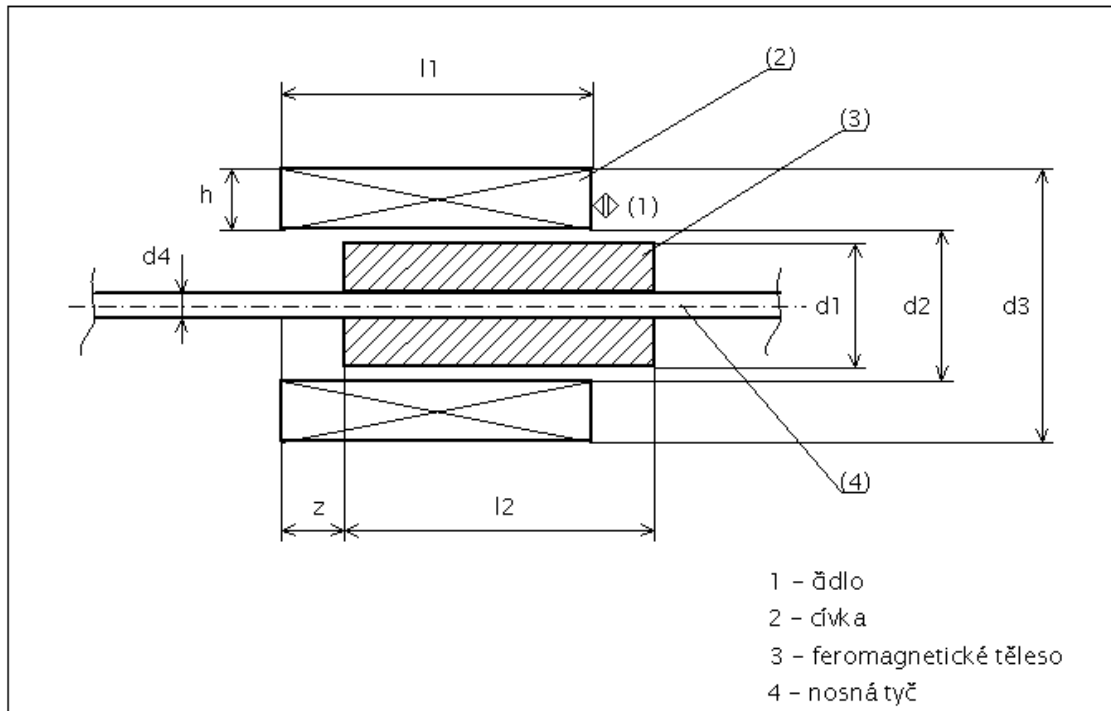
K zastavení pohybujícího se feromagnetického tělesa byla zvolena cívka, která je navinuta z měděného drátu o průměru 1mm. Touto cívkou protéká stejnosměrný proud, který v cívce a jejím okolí vyvolává stacionární magnetické pole. Tím vznikne elektromagnet. Na válcové jádro z feromagnetického materiálu vždy působí magnetická síla, která ho vtahuje dovnitř cívky, jde o chování feromagnetika po vložení do vnějšího magnetického pole. Těleso z feromagnetického materiálu je vtahováno do cívky, dokud není dosaženo rovnovážné polohy, tedy stavu minimální energie daného systému nebo dokud se těleso nedostane mimo oblast působení stacionárního magnetického pole cívky.

Způsob tlumení pohybu je následující: Feromagnetický váleček vjede do cívky, kterou zatím neprotéká žádný proud. Ke spuštění stejnosměrného proudu dojde až v okamžiku, kdy váleček začne opouštět cívku druhou stranou, toho lze dosáhnout například umístěním fotosenzoru nebo koncového spínače za cívku. V této práci se vychází z předpokladu, že je těsně za cívkou umístěn fotosenzor. Časový interval, po který bude cívkou protékat proud, je možné určit různě.

K vypnutí proudu může dojít například při snížení rychlosti válečku na nulovou hodnotu nebo se váleček nechá ustálit v rovnovážné poloze uvnitř cívky a pak se vypne proud. Ustálením válečku se rozumí snížení rychlosti na nulu a zároveň k působení minimální (v podstatě nulové) magnetické síly. Při trvalém sepnutí proudu dojde však ke kmitání soustavy, tělísko se pohybuje střídavým směrem po geometrické ose soustavy (nosná tyčka) s měnící se rychlostí. Kmitání je způsobeno v důsledku toho, že síla vždy vtahuje váleček dovnitř cívky. Dojde-li k zastavení feromagnetického válečku v nerovnovážné poloze (váleček má sice nulovou rychlost, ale magnetická síla není nulová, například se 1/3 válečku nachází uvnitř cívky a zbytek je mimo), váleček se vlivem působení magnetické síly začne pohybovat v opačném směru (dovnitř cívky) a jeho rychlost opět vzrůstá. Váleček začne opouštět cívku druhou stranou, v tuto chvíli bude magnetická síla opět bránit pohybu, za nějaký čas se váleček zastaví, magnetická síla ho však znovu vtahuje dovnitř cívky a váleček se rozpohybuje v opačném směru. Tento děj se bude opakovat dokud nedojde k úplnému utlumení kmitů (na těleso nepůsobí jen magnetická síla, ale i například třecí síla, ta vždy působí proti pohybu).

K vyšetření tlumení pohybu feromagnetického tělesa pomocí cívky je nutné vyřešit nejprve statické charakteristiky soustavy a následně její dynamiku.

Pro lepší přiblížení představy o geometrii řešené úlohy je zde uveden orientační výkres (Obr.1).



Obr. 1 - Geometrické přiblížení řešené úlohy

2.1. Statické charakteristiky

Výsledkem řešení statických charakteristik soustavy (cívka, feromagnetické jádro, nosná tyč, vzduch) je nalezení závislosti magnetické síly, která působí na feromagnetické těleso v závislosti na poloze válečku tedy: $F_m = f(z)$.

Statické charakteristiky jsou řešeny pro různé geometrické konfigurace a různou hodnotu proudové hustoty, to znamená pro různé proudy, kterými je cívka napájena. Více konfigurací je řešeno kvůli tomu, aby bylo možné porovnat vliv změny geometrie na výslednou charakteristiku magnetické síly F_m a následné srovnání tlumení pohybu feromagnetického tělesa. Tyto charakteristiky umožní nahlédnout na chování soustavy a jsou nezbytné pro vyřešení dynamiky celého systému.

2.2. Dynamické charakteristiky

Vyřešením dynamiky daného systému se rozumí nalezení závislosti rychlosti feromagnetického tělesa na poloze a čase. Při zjišťování závislosti: $v = f(z, t)$ se vychází z řešení pohybové rovnice (ta je uvedena v následující kapitole) a ze znalosti statické charakteristiky. Základním problémem je tedy nutnost postihnout změnu velikosti

magnetické síly, která působí na těleso v závislosti na jeho poloze, to musí být v průběhu výpočtu kontrolováno a dynamicky měněno. To znamená změnu koeficientů rovnice během výpočtu.

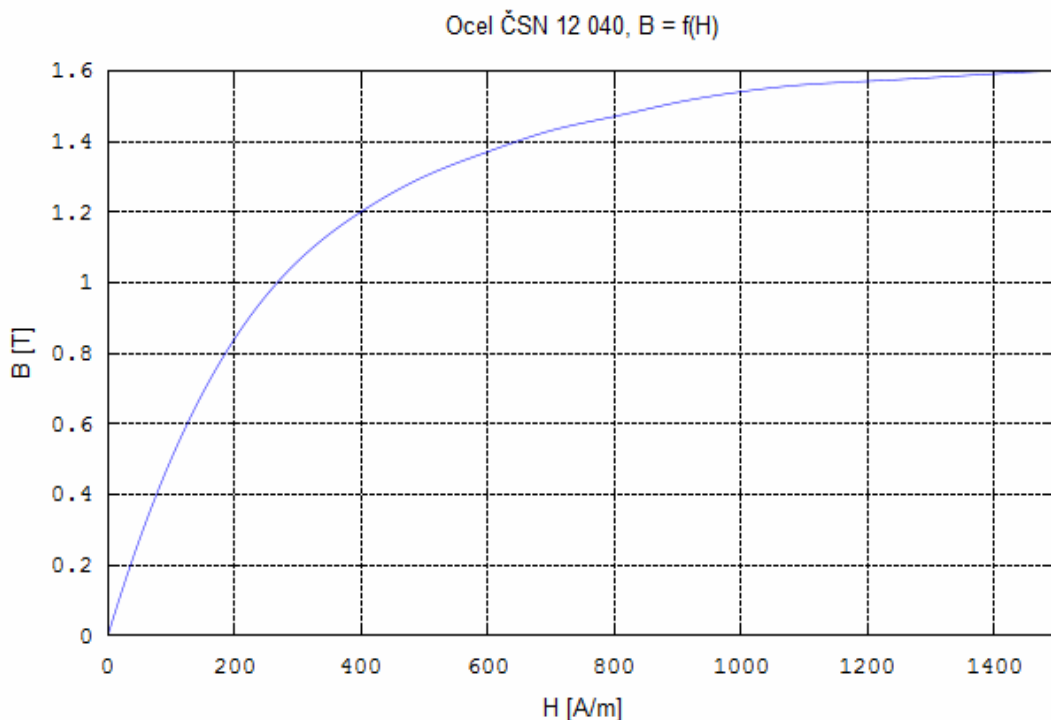
Hlavním cílem výpočtů je určení doby, za kterou bude rychlost feromagnetického tělesa nulová a zjistit uraženou dráhu. Případně určit dobu ustálení soustavy, pokud nedojde o odpojení napájení cívky a soustava se rozkmitá.

2.3. Fyzikální parametry

Pro konstrukci feromagnetického tělíska byla zvolena ocel ČSN 12 040, průběh závislosti $B = f(H)$ je uveden níže (Obr.2). Průměr tělesa $d1 = 40\text{mm}$, měrná hmotnost tělesa $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, délka l , hmotnost m a objem V jsou závislé na zvolené geometrické konfiguraci.

Cívka je navinuta z Cu drátu o průměru $d_v = 1\text{mm}$, počet závitů N_z je závislý na geometrické konfiguraci, stejně jako výška cívky h . Relativní permeabilita $\mu_r = 1$. Cívka je napájena stejnosměrným proudem I (resp. proudovou hustotou J). Proudová hustota je volena 1, 2, 3, 4 a 5 A/mm^2 , koeficient plnění cívky $\kappa = 0,7$.

Okolní prostředí je vzduch $\mu_r = 1$ a nosná tyč je z nemagnetického materiálu o průměru $d4 = 6\text{mm}$ a $\mu_r = 1$.

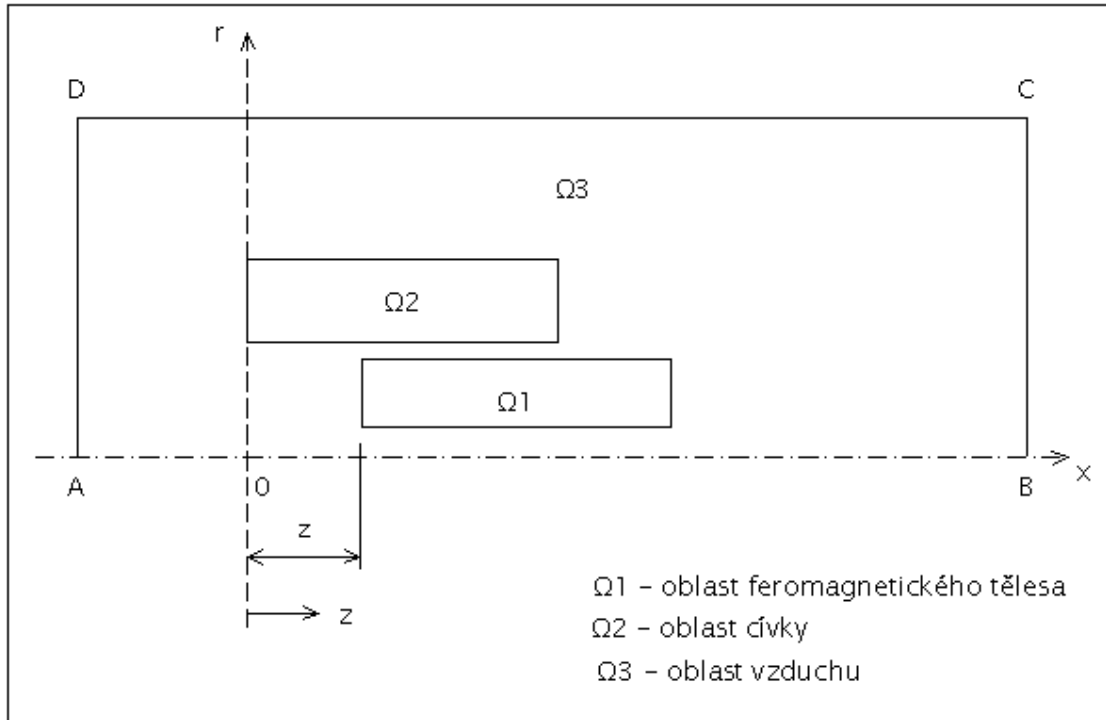


Obr. 2 – Ocel ČSN 12 040, $B = f(H)$

3. Matematický model

3.1. Statické charakteristiky

3.1.1. Definiční oblast



Obr. 3 - Definiční oblast

3.1.2. Diferenciální rovnice

Zde je uveden obecný tvar diferenciální rovnice, ze které vychází výpočet stacionárního magnetického pole.

$$\text{Diferenciální rovnice:} \quad \text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\text{Rovnice pro } \Omega 1: \quad \text{rot} \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Rovnice pro } \Omega 2: \quad \text{rot} \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{J} \quad (3)$$

$$\text{Rovnice pro } \Omega 3: \quad \text{rot} \text{rot} \mathbf{A} = 0 \quad (4)$$

$$\text{Složky } \mathbf{J}: \quad \mathbf{J} = \mathbf{r}_0 \cdot 0 + \mathbf{x}_0 \cdot 0 + \boldsymbol{\varphi}_0 \cdot \mathbf{J} \quad (5)$$

$$\text{Složky } \mathbf{A}: \quad \mathbf{A} = \mathbf{r}_0 \cdot 0 + \mathbf{x}_0 \cdot 0 + \boldsymbol{\varphi}_0 \cdot \mathbf{A} \quad (6)$$

$$\text{Za předpokladu } \mu = \textit{konst.}: \quad \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{A_\varphi}{r^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial x^2} = -\mu \cdot J_\varphi \quad (7)$$

Pokud v dané oblasti nejsou žádné externí zdroje magnetického pole, bude rovnice (7) homogenní.

3.1.3. Základní vztahy

$$\text{Permeabilita vakua:} \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \quad [\text{H/m}]$$

$$\text{Permeabilita:} \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (8)$$

$$\text{Vektorový magnetický potenciál:} \quad \text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (9)$$

$$\text{Elektrický proud:} \quad I = \int_S \mathbf{J} d\mathbf{S} \quad (10)$$

Pro úplnost je zde uvedena rovnice pro výpočet magnetické síly, podle které počítá sílu program QuickField. Tento program byl použit na vyřešení stacionárního magnetického pole. Kde S je povrch feromagnetického tělesa v cívce a \mathbf{n} je jednotkový vektor normály k povrchu tělesa.

$$\text{Magnetická síla:} \quad \mathbf{F}_m = \frac{1}{2} \oint_S [\mathbf{H}(\mathbf{nB}) + \mathbf{B}(\mathbf{nH}) - \mathbf{n}(\mathbf{HB})] d\mathbf{S} \quad (11)$$

3.1.4. Podmínky na rozhraní dvou prostředí

$$\text{Normálové složky:} \quad B_{1n} = B_{2n} \quad (12)$$

$$\text{Tečné složky:} \quad H_{1t} = H_{2t} \quad (13)$$

$$\text{Magnetický vektorový potenciál:} \quad \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{\partial A_1}{\partial n_{12}} = \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{\partial A_2}{\partial n_{12}} \quad (14)$$

Na rozhraní samozřejmě platí rovnost potenciálů.

3.1.5. Okrajové podmínky

$$\text{AB:} \quad A = 0 \quad (\text{antisymetrie}) \quad (15)$$

{BC,CD,DA}: Tyto hranice tvoří siločáru $A = \textit{konst.} = 0$ (spojitost v bodech), veškeré pole je uvnitř těchto hranic.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (16)$$

3.2. Dynamické charakteristiky

3.2.1. Diferenciální rovnice

Jedná se diferenciální rovnici druhého řádu. Jde o pohybovou rovnici, ve které se uvažuje smykové tření a magnetická síla. **Výpočet odporu vzduchu je zde z důvodu rozsahu bakalářské práce zanedbán.**

Výchozí pohybová rovnice:
$$m \cdot a = \sum_{n=1}^2 F_n \quad (17)$$

Pro zrychlení platí:
$$a = \frac{dv}{dt} \quad (18)$$

Kde zrychlení má složky:
$$a = x_0 \cdot a + r_0 \cdot 0 + \varphi_0 \cdot 0 \quad (19)$$

Složky rychlosti:
$$v = x_0 \cdot v + r_0 \cdot 0 + \varphi_0 \cdot 0 \quad (20)$$

Po dosazení vztahu (18) do vztahu (17) je získána první rovnice, která je použita pro určení dynamických charakteristik (je zde akceptován fakt, že rychlost i zrychlení mají pouze složku v ose x).

První rovnice:
$$m \cdot \frac{dv}{dt} = \sum_{n=1}^2 F_n \quad (21)$$

Přičemž se předpokládá, že síly mají pouze složky x, souřadný systém je upřesněn na obrázku (*Obr.3*).

V rovnici (21) jsou uvažovány dvě síly:

1) $F_1 = F_{m,z}$ získaná ze statických charakteristik, například (*Obr.9*).

2) $F_2 = F_f = m \cdot g \cdot f_f \quad (22)$

Zde je koeficient smykového tření zvolen $f_f = 0,1$ (kov na kov) a tíhové zrychlení je pro danou oblast $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Druhá rovnice:
$$v = \frac{dz}{dt} \quad (23)$$

Kde z je výchylka (poloha) pohyblivého tělesa v zavedeném souřadném systému (*Obr.3*).

Diferenciální rovnice (21) a (23) jsou řešeny numericky Eulerovou metodou, podstata řešení je popsána v kapitole 4.2.

3.2.2. Základní vztahy

Hmotnost tělesa:
$$m = \rho \cdot V \quad (24)$$

Objem tělesa:
$$V = \frac{\pi \cdot l^2}{4} \cdot (d_1^2 - d_4^2) \quad (25)$$

3.2.3. Počáteční podmínky

Pro vyřešení diferenciální rovnice druhého řádu musí být známy dvě počáteční podmínky. Počáteční podmínky se liší podle dané geometrické konfigurace. Jednotlivé konfigurace budou blíže popsány v 6. kapitole. Odlišnosti v počáteční výchylce tělesa jsou zde kvůli předpokladu, že se napájení cívky spustí v okamžiku, kdy váleček opouští cívku druhou stranou (pozice senzoru), to ilustruje obrázek v 1. kapitole (*Obr. 1*). Válečky jsou různě dlouhé, ale počátek souřadného systému se nemění (pro možnost porovnání), tím pádem vzniknou různé počáteční výchylky feromagnetických tělísek.

Konfigurace1:	$v(0) = 1\text{m/s}$	$z(0) = 0\text{m}$
Konfigurace2:	$v(0) = 1\text{m/s}$	$z(0) = -0,02\text{m}$
Konfigurace3:	$v(0) = 1\text{m/s}$	$z(0) = 0\text{m}$
Konfigurace4:	$v(0) = 1\text{m/s}$	$z(0) = 0,02\text{m}$

4. Metody řešení

4.1. Statické charakteristiky - Metoda konečných prvků

Řešení zadané úlohy bylo realizováno pomocí numerických metod, pro řešení magnetických polí a polí s těmito poli sdruženými (např. teplotní pole) jsou k dispozici různé numerické metody: Metoda konečných diferencí (MKD, FDM), Metoda konečných prvků (MKP, FEM), Metoda hraničních prvků (MHP, BEM). Konkrétně k určení statických charakteristik byla využita metoda konečných prvků (MKP, FEM). Stacionární magnetické pole bylo vyřešeno pomocí profesionálního programu QuickField.

4.1.1. Stručný popis metody

Výhoda MKP spočívá ve snadné realizaci tvarově složitých oblastí, pro řešení technických problémů se tato metoda používá poměrně často. Mezi nevýhody metody patří poměrně náročná formulace problému a složitá programová realizace. Pokud je při vytváření výpočtové sítě použit trojúhelník jako základní prvek, měl by být pokud možno co nejvíce rovnostranný.

Podstatou metody konečných prvků je hledání minima energetického funkcionálu v uzlových bodech diskretizované oblasti (například pomocí trojúhelníků). Jako uzlové body se mohou volit například vrcholy trojúhelníků.

Postup tohoto hledání lze stručně shrnout do několika dílčích kroků, tyto kroky jsou blíže popsány v následujícím textu.

- 1) Proveďte se diskretizace oblasti, rozdělení oblasti na konečný počet elementárních prvků (nejčastěji trojúhelníků), které tvoří podoblasti. Vzájemná poloha trojúhelníků může být následující: nemají žádný společný bod, mají jeden společný bod nebo mají společnou stranu. Žádný z trojúhelníků nesmí být protínán rozhraním.
- 2) Zvolí se souřadná soustava a pro každou podoblast se zvolí stupeň polynomu, kterým se bude hledaná funkce v dané podoblasti aproximovat. Také se musí určit uzlové body a parametry uzlů (funkční hodnoty nebo parciální derivace funkce v uzlových bodech sítě).

- 3) Hledaná funkce se v celé oblasti aproximuje po částech polynomem, u sousedících prvků se volí hodnoty uzlových parametrů shodné, tím se docílí spojitosti hledané funkce.
- 4) Následně dojde k minimalizaci funkcionálu v uzlových bodech sítě, to vede k sestavení a vyřešení soustav rovnic.

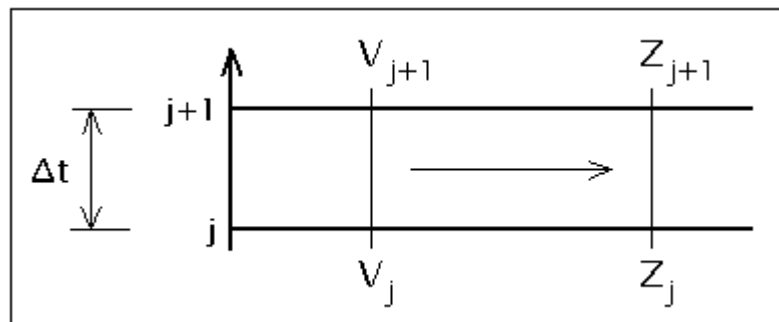
V průběhu výpočtu je nezbytné kontrolovat konvergenci výsledků. Přesnost řešení je ovlivněna především počtem uzlů v diskretizované oblasti, vzdáleností hranic oblasti a stupněm polynomu, kterým je aproximována hledaná funkce. Je jasné, že se zde projeví hranice možností použité výpočetní techniky (množství uzlů sítě).

4.2. Dynamické charakteristiky - Eulerova metoda

Pro vyřešení rovnic (21) a (23) bylo třeba zvolit nějakou numerickou metodu na řešení diferenciálních rovnic a software, pomocí kterého bude metoda realizována. Vzhledem k potřebě použití dalšího algoritmu pro výběr magnetické síly a nutnosti propojení tohoto algoritmu s algoritmem samotného výpočtu diferenciálních rovnic, byl pro výpočty zvolen program Octave, který umožňuje napsání vlastního výpočtového skriptu.

Na numerické řešení diferenciálních rovnic, tedy i problému, který je v této práci řešen, je k dispozici celá řada metod (např. Metoda Runge – Kutta). Nicméně s ohledem na zaměření své bakalářské práce jsem zvolil Eulerovu metodu.

Princip zvolené metody je vysvětlen pomocí vztahů (26) a (29), také je pro ilustraci uveden obrázek (*Obr.4*).



Obr. 4 – Ilustrace metody

Přesnost výpočtu rovnic touto metodou je závislá hlavně na kroku výpočtu (časový krok Δt), rovnice byly řešeny s krokem $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$ s.

$$\text{Derivace rychlosti:} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{v_{j+1} - v_j}{\Delta t} = F_j \quad (26)$$

Kde F_j je celková síla působící na feromagnetické těleso, konkrétní předpis pro časovou

$$\text{hladinu } j \text{ je následující:} \quad F_j = \frac{F_{m_j}}{m} + \frac{F_{t_j}}{m} \quad (27)$$

$$\text{Vyjádření rychlosti:} \quad v_{j+1} = F_j \cdot \Delta t + v_j \quad (28)$$

$$\text{Obdobně derivace dráhy:} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{z_{j+1} - z_j}{\Delta t} = v_j \quad (29)$$

$$\text{Vyjádření dráhy:} \quad z_{j+1} = v_j \cdot \Delta t + z_j \quad (30)$$

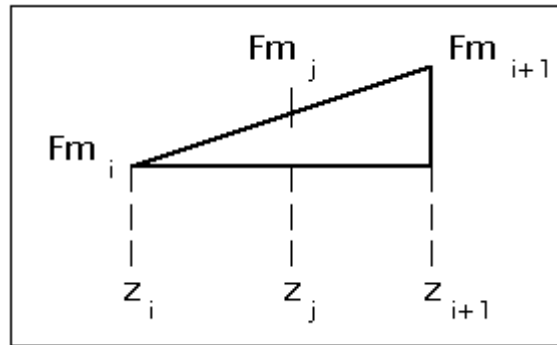
Vyčíslením vztahů (28) a (30) se získají hodnoty potřebné pro získání dynamických charakteristik, výpočty jsou opakovány pro jednotlivé časové hladiny ($j = 1, 2, \dots$) až do dosažení nulové hodnoty rychlosti.

Při vyčíslování vztahu (28) je nutno interpolovat průběh síly F_{m_j} do jednotlivých časových hladin j . To lze provést například pomocí podobnosti trojúhelníků, vztah (31).

4.3. Určení průběhu magnetické síly

Při řešení pohybových rovnic je nutné respektovat závislost magnetické síly F_m na výchylce tělesa z . To znamená v každém kroku výpočtu dohledat magnetickou sílu ze znalosti polohy a upravit koeficient v řešené diferenciální rovnici. Průběh závislosti magnetické síly na poloze tělesa je znám z určení statických charakteristik dané geometrické konfigurace soustavy např. (*Obr.9*).

Pro výběr F_{m_j} podle známé polohy feromagnetického tělesa byla zvolena metoda, která je založena na principu podobnosti trojúhelníků. Kvůli lepší ilustraci problému je zde uveden obrázek (*Obr.5*). Kde z_j symbolizuje současnou polohu tělesa a z_i jsou body, ve kterých je známa hodnota síly F_{m_i} podle statické charakteristiky.



Obr. 5 - Podobnost trojúhelníků

Podobnost trojúhelníků:

$$\frac{F_{m_{i+1}} - F_{m_i}}{z_{i+1} - z_i} = \frac{F_{m_j} - F_{m_i}}{z_j - z_i} \quad (31)$$

Vyjádření F_{m_j} :

$$F_{m_j} = \frac{(F_{m_{i+1}} - F_{m_i}) \cdot (z_j - z_i)}{z_{i+1} - z_i} + F_{m_i} \quad (32)$$

Nevýhodou tohoto postupu je fakt, že dochází k proložení jednotlivých sousedních bodů statické charakteristiky pomocí přímky, to snižuje přesnost výpočtu. Aby se chyba vzniklá proložením bodů zmenšila, je nutné počítat s větším počtem bodů charakteristiky, více bodů lze získat pomocí vhodné interpolace bodů statické charakteristiky. V této práci byla použita spline interpolace realizována programem Octave.

Algoritmus výpočtu rovnic je následující: Nejprve dojde na základě znalosti z_j (současná poloha) k výběru magnetické síly F_{m_j} podle vztahu (32) a určení její orientace, poté se vypočítají hodnoty následující rychlosti (v_{j+1}) a polohy (z_{j+1}) pomocí vztahů (28) a (30). Celý cyklus se opakuje dokud není rychlost nulová, je možné nechat výpočet běžet do ustálení soustavy (utlumení kmitů).

5. Použité programy

Jak již bylo řečeno v předchozím textu, byly k vyřešení zadaného problému použity různé programy. Konkrétně k řešení stacionárního magnetického pole posloužil profesionální SW QuickField a k výpočtu dynamických charakteristik volně šířitelný SW Octave. V této kapitole bude popsána základní architektura a vlastnosti zvolených programů.

5.1. Základní bloky programu

Většina současného komerčního i volně šířitelného SW (určeného k řešení matematických a fyzikálních problémů) se skládá ze třech hlavních bloků. Každý blok programu slouží pro vykonávání specifických úkonů při výpočtu zadané úlohy a různou formu zpracování dat. V každém bloku jsou vymezeny možnosti zásahu uživatele do výpočtu.

Tyto tři bloky programu se nejčastěji nazývají preprocesor, procesor a postprocesor. Jednotlivé bloky pracují do značné míry samostatně.

5.1.1. Preprocesor

Slouží ke zpracování vstupních dat, která zadává obsluha programu, většinou pomocí interaktivního uživatelského rozhraní.

Jde o následující data: Geometrické parametry oblastí (někdy je možný import z jiných programů), počáteční podmínky, okrajové podmínky, popis a ošetření singularit, externí zdroje pole, materiálové konstanty a charakter prostředí, vytvoření výpočtové sítě v dané oblasti (obsluha zvolí jemnost sítě), volba 2D nebo 3D úlohy.

5.1.2. Procesor

V této části je jádro výpočtového algoritmu, zde dochází k samotnému řešení zadaného problému. V uzlech sítě se určují hodnoty hledané veličiny (potenciály, teplota, deformace...). Většina programů se dělí právě podle možností procesoru, například na řešení stacionárních a nestacionárních polí, teplotní pole, 2D nebo 3D úlohy, harmonická pole.

5.1.3. Postprocessor

Hlavním úkolem bloku je finální zpracování dat, vypočítaných v procesoru. Jedná se hlavně o dopočítání dalších veličin ze znalosti rozložení řešeného pole a grafické prezentování výsledků. Jde především o znázornění siločar, ekvipotenciál nebo zobrazení různých vektorů polí (popřípadě jen některých složek vektoru). Dalším důležitým úkolem je dopočítání různých integrálních veličin daného pole.

Tento blok také umožňuje export dat buď v podobě tabulek nebo grafů, formát výstupů lze většinou volit.

5.2. QuickField

Je profesionální program od společnosti Tera Analysis zaměřený na řešení elektromagnetických polí a dalších fyzikálních polí s nimi sdruženými. Tento program má propracované uživatelské rozhraní, lze zvolit různé souřadné soustavy, stupeň aproximačního polynomu, jemnost výpočtové sítě atd. Samozřejmostí je výpočet integrálních veličin a kvalitní grafické znázornění řešených polí.

Při řešení práce byla použita verze QuickField 5.0 - Profesional (5.0.3.52), výpočty tímto programem byly prováděny na Katedře teoretické elektrotechniky (KTE), která má licenci na tento SW.

5.3. Octave

Je SW určený pro různé matematické a fyzikální výpočty od triviálních operací s maticemi po řešení diferenciálních rovnic. Program obsahuje jednoduché grafické rozhraní a nástroje pro tvorbu funkcí, skriptů a vizualizaci výsledků. Jedná se v podstatě o volně šiřitelnou alternativu k výpočetnímu prostředí Matlab. I SW Octave obsahuje různé přídatné moduly stažitelné na stránkách vyvojářů, tyto moduly jsou určeny k řešení určitých specifických problémů. Octave i grafické rozhraní QtOctave je open source.

Při řešení této práce byla použita starší verze tohoto programu. Vzhledem k tomu, že byl napsán výpočtový skript, u kterého nebylo zapotřebí používat žádné rozšíření běžných funkcí SW Octave a grafické výstupy této verze jsou dostačující není použití starší verze problém. Konkrétně byla použita verze GNU Octave 3.0.0 a grafické rozhraní QtOctave 0.7.2.

6. Řešené úlohy a jejich diskuse

Aby bylo možné porovnat vlastnosti magnetického brždění feromagnetického tělíska, muselo se zvolit několik odlišných geometrických konfigurací pro danou úlohu. Konfigurace se liší ve velikosti cívky a délce feromagnetického tělesa.

Zároveň je zvolená konfigurace napájena různě velkými stejnosměrnými proudy (resp. proudovými hustotami) a pro každý případ jsou vyřešeny statické charakteristiky a dynamika soustavy.

Dynamické chování soustavy je vyšetřováno dokud není rychlost nulová, pokud nastane situace, že $v = 0$ (tato rychlost je označena jako v_{STOP} , je zaznamenána uražená dráha z_{STOP} a doba potřebná k zastavení tělesa t_{STOP} . Pro úplnost je u konfigurace 1 napájené $J = 4A/mm^2$ dynamika vyřešena do úplného ustálení soustavy, to znamená, že váleček je v rovnovážné poloze uvnitř cívky (rychlost v a dráha z se již nemění a rychlost je nulová), v tomto případě je zaznamenán čas ustálení t_{KLID} .

6.1. Vstupní data a pomocné výpočty

V této podkapitole jsou uvedeny pomocné vztahy pro výpočet počtu závitů ve vinutí cívky v závislosti na rozměrech cívky a pro určení proudu, který protéká jedním závitem cívky.

Zároveň jsou zde přesně popsány geometrické parametry jednotlivých úloh, pro představu co který parametr znamená je ve 2. kapitole (Formulace problému) uveden obrázek (*Obr.1*). Pro každou konfiguraci je rovněž vypočítána hmotnost feromagnetického tělesa a třecí síla, která na něj působí.

Ze vztahů (34) a (35) vychází výpočet počtu závitů a proudu, který bude protékat cívkou. Koeficient plnění cívky κ byl zvolen, ze znalosti geometrie soustavy lze pak vypočítat S_{Cu} podle vztahu (33) a dále podle vztahu (34) určit počet závitů cívky. Vztah pro výpočet proudu (35) lze odvodit ze vztahu (10) a obrázku (*Obr.1*). Proudová hustota byla zvolena, geometrie soustavy byla dána, výpočet proudu bylo možné provést pomocí vztahu (35).

S_{Cu} – je plocha mědi v průřezu vinutí cívky $\kappa = 0,7$ $d_v = 0,001m$

Pro S_{Cu} platí:

$$S_{Cu} = \frac{\kappa \cdot l_1 \cdot (d_3 - d_2)}{2} \quad (33)$$

Počet závitů:

$$N_z = \frac{S_{Cu} \cdot 4}{\pi \cdot d_v^2} \quad (34)$$

$$\text{Výpočet proudu závitem:} \quad I = J \frac{(d3 - d2) \cdot l1}{2 \cdot N_z} \quad (35)$$

$$\text{Výška cívky:} \quad h = \frac{d3 - d2}{2} \quad (36)$$

6.1.1. Konfigurace 1

Konfigurace 1 je v této práci brána jako výchozí geometrie systému, se kterou se budou srovnávat výsledky získané během řešení dalších geometrických konfigurací dané úlohy.

Geometrické parametry systému:

$$l1 = l2 = 0,120\text{m} \quad d1 = 0,040\text{m} \quad d2 = 0,042\text{m} \quad d3 = 0,070\text{m} \\ d4 = 0,006\text{m} \quad h = 0,014\text{m}$$

Parametry feromagnetického tělesa:

Základní vztahy potřebné k výpočtu jsou uvedeny ve 3.kapitole a jsou to vztahy (22), (24) a (25). Zde je uvedeno jejich rozepsání pro přehlednost, při popisu dalších konfigurací již výpočet rozepisován nebude.

$$V_{\text{Fe}} = \frac{\pi \cdot l2}{4} \cdot (d1^2 - d4^2) = \frac{\pi \cdot 0,120}{4} \cdot (0,040^2 - 0,006^2) = 147,404 \cdot 10^{-6} \text{m}^3$$

$$\rho_{\text{Fe}} = 7850 \text{kg/m}^3 \quad g = 9,81 \text{m/s}^2 \quad f_f = 0,1$$

$$m_{\text{Fe}} = \rho_{\text{Fe}} \cdot V_{\text{Fe}} = 7850 \cdot 147,404 \cdot 10^{-6} = 1,1571 \text{kg}$$

$$F_f = f_f \cdot m_{\text{Fe}} \cdot g = 0,1 \cdot 1,1571 \cdot 9,81 = 1,1351 \text{N}$$

Parametry cívky:

Zdrojem stacionárního magnetického pole je cívka, ta je napájena různými proudovými hustotami a to $J = 1, 2, 3, 4$ nebo 5 A/mm^2 ($I_1 = 1,125 \text{A}$, $I_2 = 2,243 \text{A}$, $I_3 = 3,365 \text{A}$, $I_4 = 4,486 \text{A}$ a $I_5 = 5,607 \text{A}$).

$$N_z = \frac{S_{\text{Cu}} \cdot 4}{\pi \cdot d_v^2} = \frac{\kappa \cdot l1 \cdot (d3 - d2) \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot d_v^2} = \frac{0,7 \cdot 0,120 \cdot (0,070 - 0,042) \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot 0,001^2} = 1498$$

$$I_1 = J \frac{(d3 - d2) \cdot l1}{2 \cdot N_z} = 1 \cdot 10^6 \frac{(0,070 - 0,042) \cdot 0,120}{2 \cdot 1498} = 1,125 \text{ A}$$

6.1.2. Konfigurace 2

Zde je jádro cívky (bržděné feromagnetické těleso) prodlouženo o 0,02m vzhledem k tělesu v Konfiguraci 1.

Geometrické parametry systému:

$$\begin{array}{llll} l1 = 0,120\text{m} & l2 = 0,140\text{m} & d1 = 0,040\text{m} & d2 = 0,042\text{m} \\ d3 = 0,070\text{m} & d4 = 0,006\text{m} & h = 0,014\text{m} & \end{array}$$

Parametry feromagnetického tělesa:

$$\begin{array}{lll} \rho_{\text{Fe}} = 7850 \text{ kg/m}^3 & g = 9,81 \text{ m/s}^2 & f_f = 0,1 \\ V_{\text{Fe}} = 171,971 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 & m_{\text{Fe}} = 1,3399 \text{ kg} & F_f = 1,3144 \text{ N} \end{array}$$

Parametry cívky:

$$\begin{array}{l} N_z = 1498 \quad J = 1, 2, 3, 4 \text{ nebo } 5 \text{ A/mm}^2 \text{ (} I_1 = 1,125 \text{ A, } I_2 = 2,243 \text{ A,} \\ I_3 = 3,365 \text{ A, } I_4 = 4,486 \text{ A a } I_5 = 5,607 \text{ A).} \end{array}$$

6.1.3. Konfigurace 3

Tato konfigurace se od Konfigurace 1 odlišuje tím, že byla zvětšena výška cívky o jednu polovinu své původní výšky. To má za následek vytvoření podstatně silnějšího magnetického pole, čas potřebný k zastavení tělesa se zkrátí.

Geometrické parametry systému:

$$\begin{array}{llll} l1 = l2 = 0,120\text{m} & d1 = 0,040\text{m} & d2 = 0,042\text{m} & d3 = 0,084\text{m} \\ d4 = 0,006\text{m} & h = 0,021\text{m} & & \end{array}$$

Parametry feromagnetického tělesa:

$$\begin{array}{lll} \rho_{\text{Fe}} = 7850 \text{ kg/m}^3 & g = 9,81 \text{ m/s}^2 & f_f = 0,1 \end{array}$$

$$V_{\text{Fe}} = 147,404 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \quad m_{\text{Fe}} = 1,1571 \text{ kg} \quad F_f = 1,1351 \text{ N}$$

Parametry cívky:

Z následujících hodnot je vidět, že se napájecí proud téměř nemění, díky zvětšení cívky je dosaženo větší brzdící síly při stejné proudové hustotě.

$$N_z = 2246 \quad J = 1, 2, 3, 4 \text{ nebo } 5 \text{ A/mm}^2 \quad (I_1 = 1,122 \text{ A}, I_2 = 2,24 \text{ A}, I_3 = 3,366 \text{ A}, I_4 = 4,488 \text{ A} \text{ a } I_5 = 5,61 \text{ A}).$$

6.1.4. Konfigurace 4

Zde je jádro cívky (bržděné feromagnetické těleso) naopak zkráceno o 0,02m vzhledem k tělesu v Konfiguraci 1.

Geometrické parametry systému:

$$\begin{aligned} l1 &= 0,120 \text{ m} & l2 &= 0,100 \text{ m} & d1 &= 0,040 \text{ m} & d2 &= 0,042 \text{ m} \\ d3 &= 0,070 \text{ m} & d4 &= 0,006 \text{ m} & h &= 0,014 \text{ m} \end{aligned}$$

Parametry feromagnetického tělesa:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Fe}} &= 7850 \text{ kg/m}^3 & g &= 9,81 \text{ m/s}^2 & f_f &= 0,1 \\ V_{\text{Fe}} &= 122,836 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 & m_{\text{Fe}} &= 0,9643 \text{ kg} & F_f &= 0,9459 \text{ N} \end{aligned}$$

Parametry cívky:

$$N_z = 1498 \quad J = 1, 2, 3, 4 \text{ nebo } 5 \text{ A/mm}^2 \quad (I_1 = 1,125 \text{ A}, I_2 = 2,243 \text{ A}, I_3 = 3,365 \text{ A}, I_4 = 4,486 \text{ A} \text{ a } I_5 = 5,607 \text{ A}).$$

6.2. Obdržené výsledky a jejich diskuse

6.2.1. Elektromagnetické pole a odpovídající statické charakteristiky

V této kapitole je uvedeno rozložení a tvar výsledného elektromagnetického pole v uvažovaném zařízení, na základě kterého byly počítány statické charakteristiky jednotlivých geometrických konfigurací.

Dále jsou již uvedeny konkrétní statické charakteristiky pro jednotlivé geometrické uspořádání soustavy. Informace o parametrech jednotlivých konfigurací jsou uvedeny v předchozí podkapitole. V kapitole (2. Formulace problému) je informační obrázek (*Obr.1*).

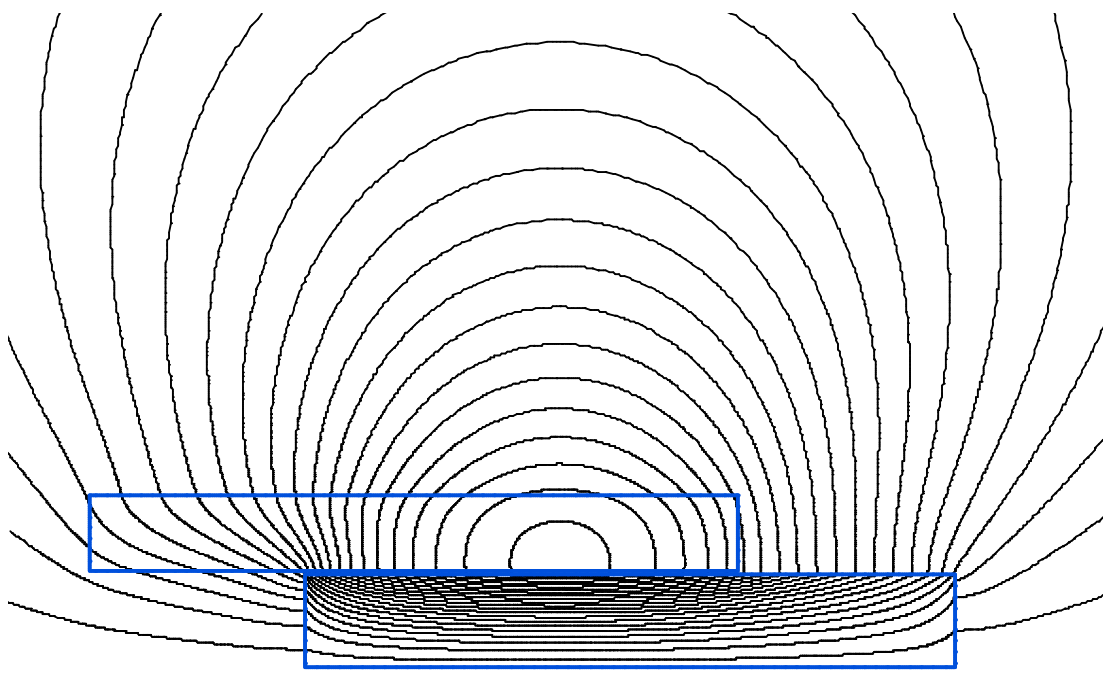
Uvedené výsledky byly získány pro řešení v rozsahu 100000 – 130000 výpočetních uzlů pole, vzhledem k omezení použité výpočetní techniky a nemožnosti požadovaného rozšíření uvažovaných hranic elektromagnetického pole je nutné brát **získané výsledky** spíše **orientačně**.

Všechny statické charakteristiky jsou řešeny pro vychylování tělesa z rovnovážné polohy uvnitř cívky, z toho plyne, že počáteční výchylka (a tedy i poloha) tělesa vzhledem k nulovému bodu soustavy, který je přiblížen v kapitole (3. Matematický model) na obrázku matematického modelu pro výpočet statických charakteristik (*Obr.3*), se pro jednotlivé konfigurace liší, proto jsou u charakteristik rozdílné počátky osy x.

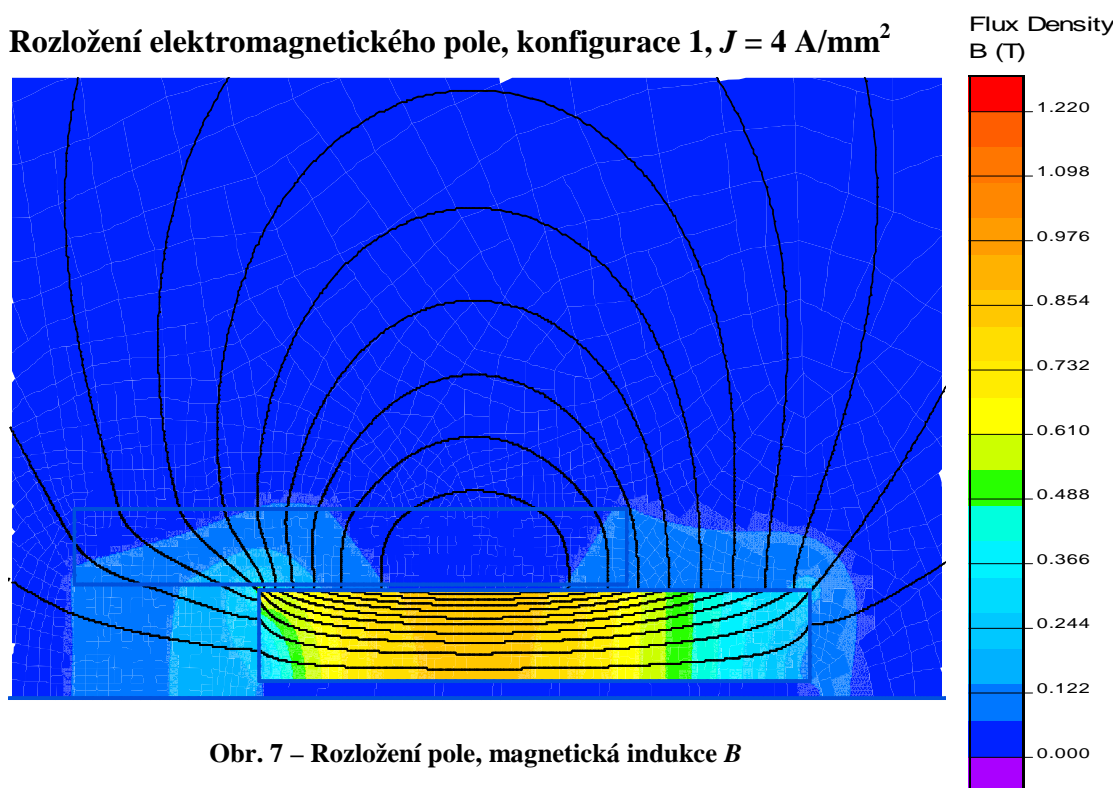
Rozložení elektromagnetického pole

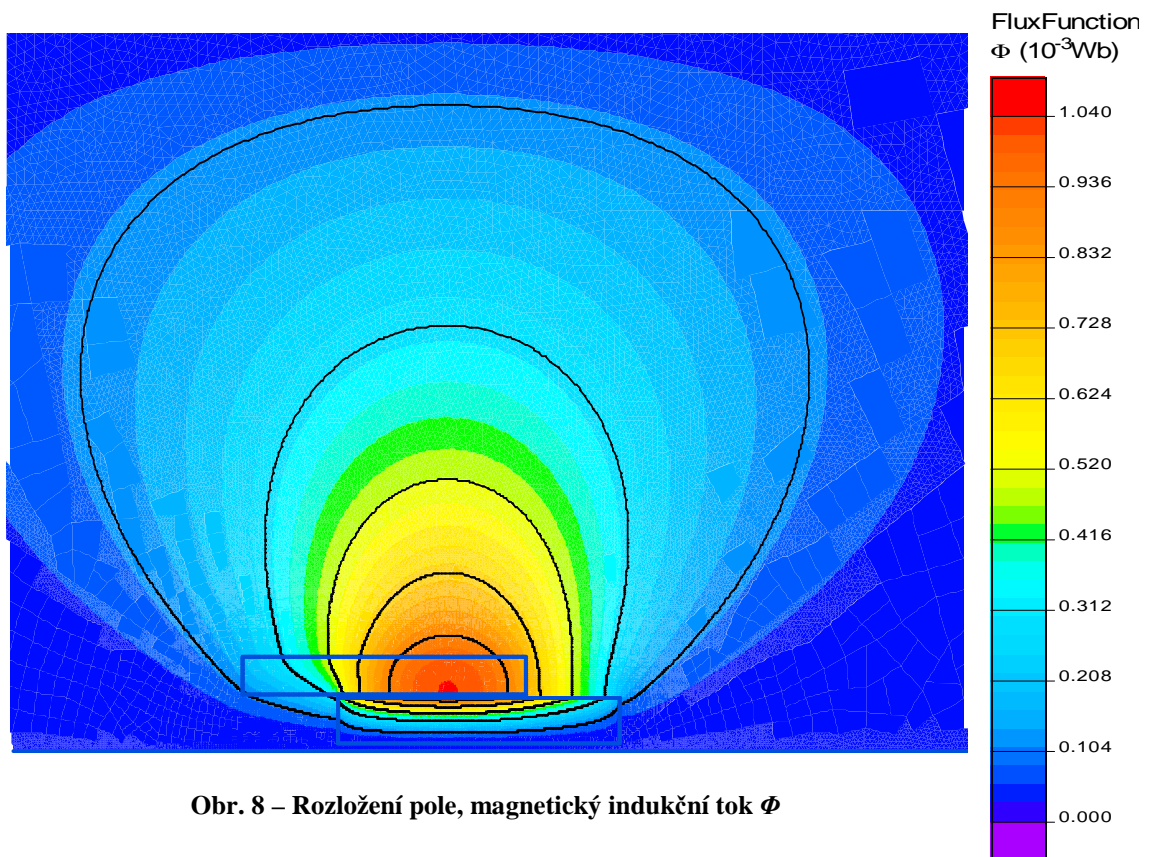
Následující obrázky (*Obr.6*, *Obr.7* a *Obr.8*) ukazují tvar siločar a rozložení elektromagnetického pole konfigurace 1 pro proudovou hustotu $J = 4 \text{ A/mm}^2$. Pro ostatní geometrické konfigurace a různé napájení řešených soustav je tvar siločar i rozložení pole dosti podobné. Samozřejmě maximální hodnoty veličin elektromagnetického pole se liší, v této práci jde ovšem o výsledné statické charakteristiky a na těch je patrný vliv změny konfigurace na výslednou maximální brzdnou sílu. Obrázky elektromagnetického pole jsou zde uvedeny pro představu o charakteru a tvaru pole dané úlohy.

Obrázky jsou výřezy z celkové oblasti, kde bylo pole řešeno, tyto výřezy zobrazují oblast, která je dostatečná k ilustrování tvaru a rozložení řešeného elektromagnetického pole. Výřezy z celé oblasti jsou zde kvůli větší přehlednosti.

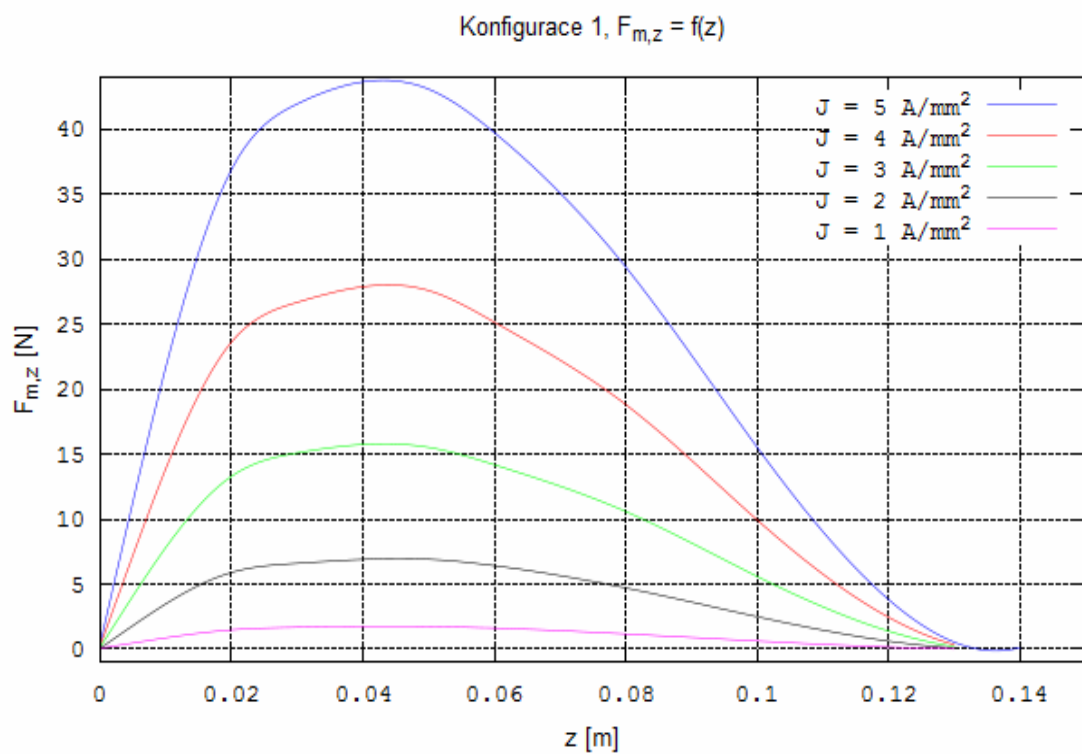
Tvar siločar elektromagnetického pole, konfigurace 1, $J = 4 \text{ A/mm}^2$ 

Obr. 6 – Siločáry elektromagnetického pole

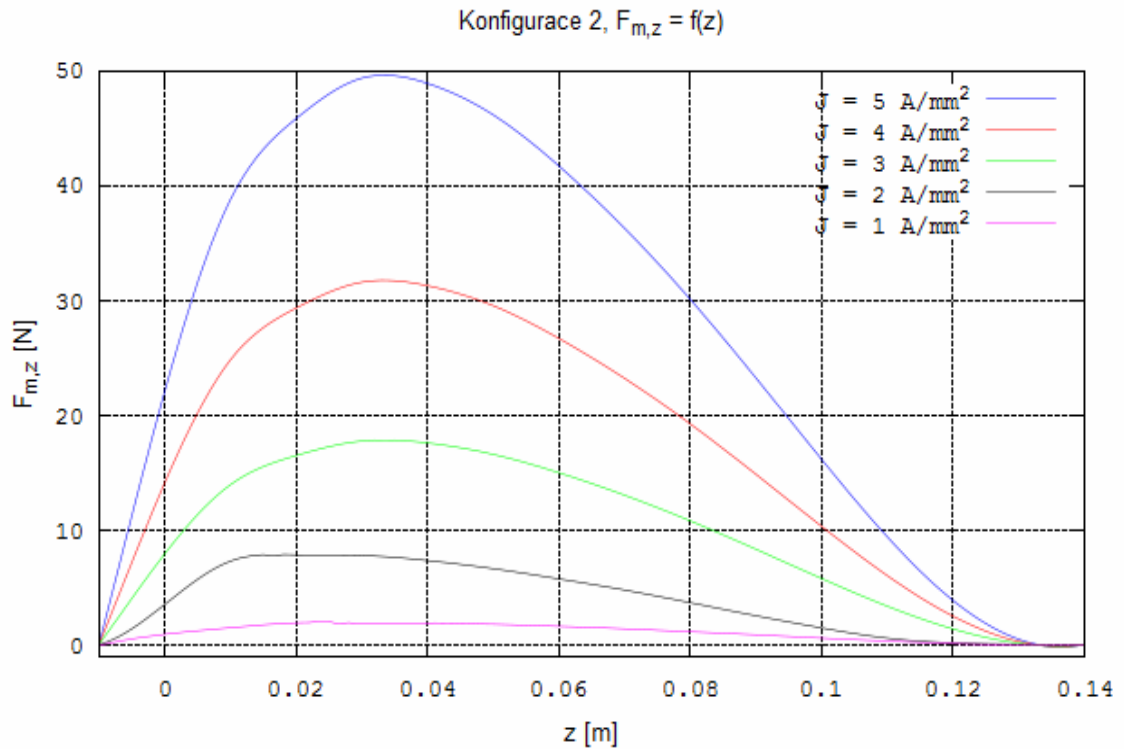
Rozložení elektromagnetického pole, konfigurace 1, $J = 4 \text{ A/mm}^2$ Obr. 7 – Rozložení pole, magnetická indukce B



Statické charakteristiky, konfigurace 1

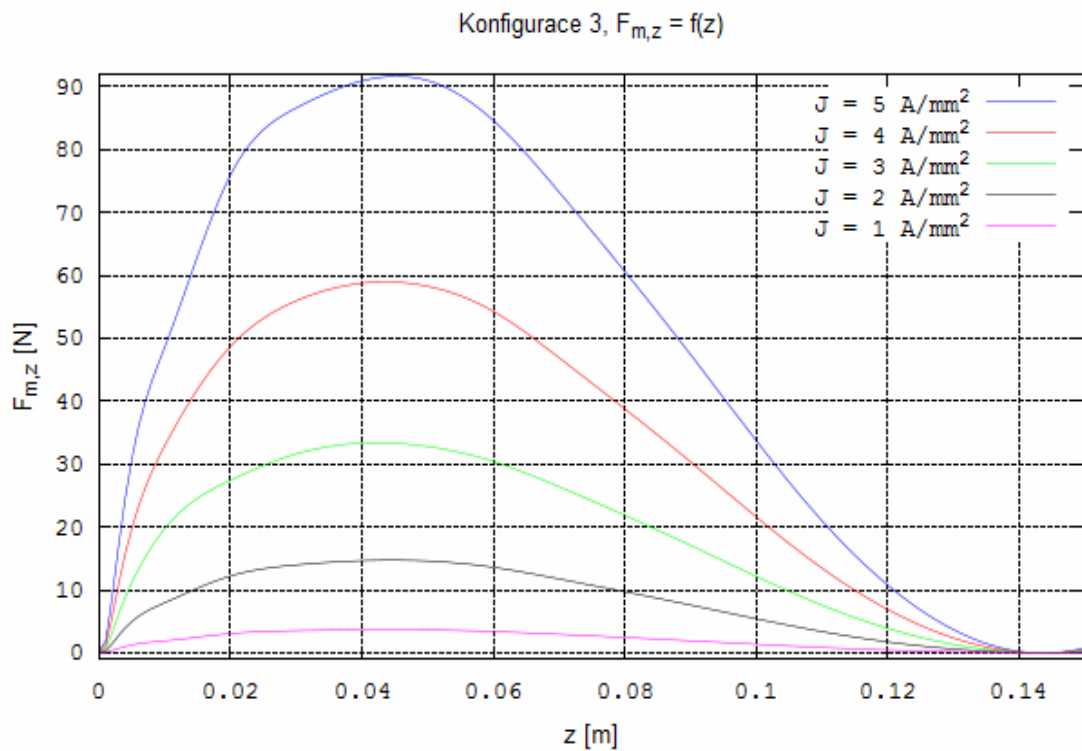


Statické charakteristiky, konfigurace 2



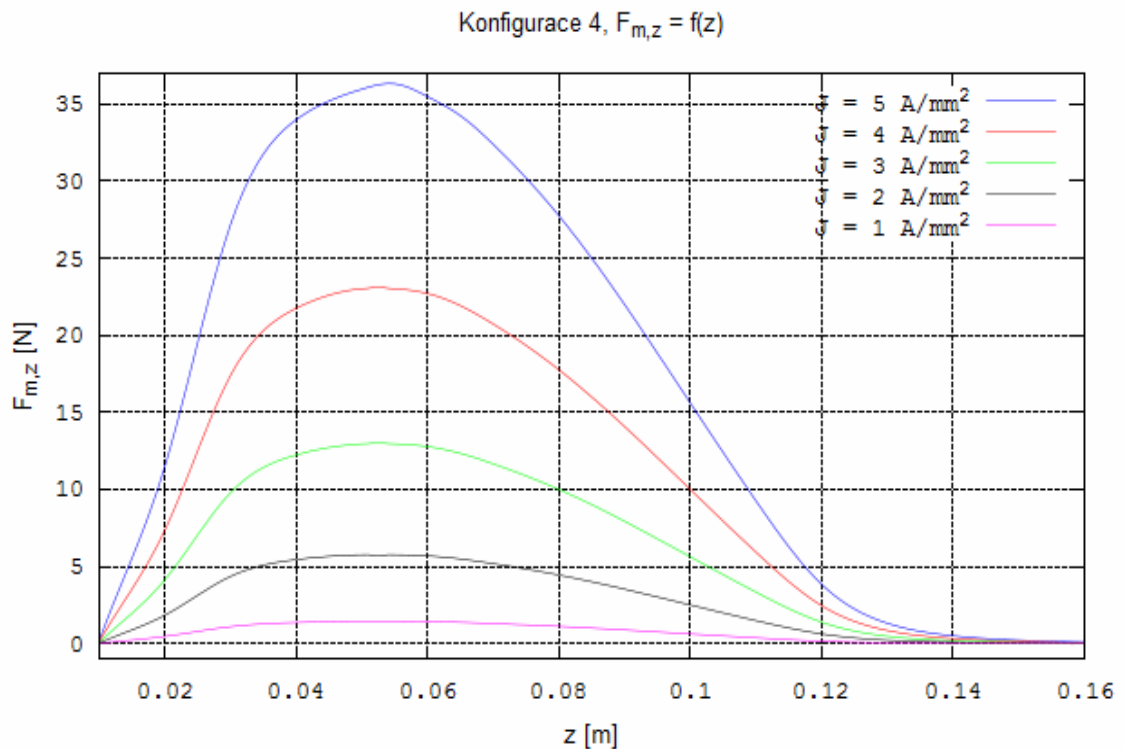
Obr. 10 – Statické charakteristiky pro konfiguraci 2

Statické charakteristiky, konfigurace 3



Obr. 11 - Statické charakteristiky pro konfiguraci 3

Statické charakteristiky, konfigurace 4



Obr. 12 - Statické charakteristiky pro konfiguraci 4

Z vypočítaných charakteristik je patrné, že největší magnetickou sílu (tedy brzdící sílu) dokáže vytvořit konfigurace 3 s proudovou hustotou $J = 5 \text{ A/mm}^2$, konfigurace 3 se od výchozí konfigurace 1 liší ve výšce cívky. Zároveň je vidět, že změna velikosti cívky (konkrétně její výšky h) se projeví podstatně výrazněji než změna délky feromagnetického tělesa (porovnávána je maximální vytvořená magnetická síla), klíčová je samozřejmě také proudová hustota J . Nejnižší magnetické síly F_m vyvolala konfigurace 4 (rozměry cívky jsou shodné s konfigurací 1, ale feromagnetické těleso je zkráceno).

Všechny charakteristiky mají přibližně stejný průběh, to je vzhledem ke značné podobnosti jednotlivých konfigurací pochopitelné. Lze říci, že změnou geometrie daného zařízení se ovlivňují hlavně maximální vytvořené brzdící síly (tedy F_m).

Charakteristiky rovněž ukazují, že dané brzdící zařízení lze celkem dobře vyladit pro konkrétní účely poměrně jednoduchou úpravou rozměrů použitých součástí.

6.2.2. Dynamické charakteristiky uvažovaného tlumícího zařízení

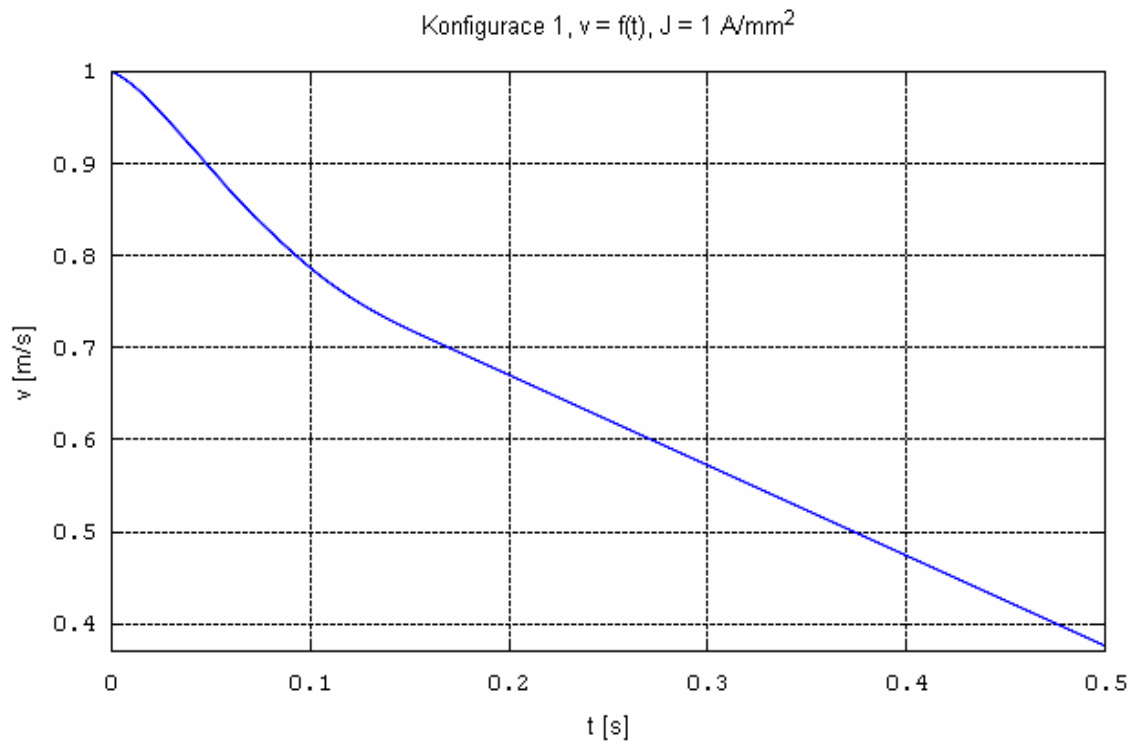
Dynamické charakteristiky jsou řešeny pro situaci, že brzdit systém začíná v okamžiku, kdy feromagnetické těleso míjí čidlo, pozice čidla je na obrázku (*Obr.1*). To znamená, že počáteční dráha tělesa se liší podle geometrické konfigurace. Výpočet běží, dokud není rychlost tělesa nulová. Pro geometrickou konfiguraci 1 a proudovou hustotu $J = 4 \text{ A/mm}^2$ je vyřešeno zakmitání soustavy.

Protože při proudové hustotě $J = 1 \text{ A/mm}^2$ nedojde k zastavení tělesa, jsou charakteristiky pro tuto proudovou hustotu znázorněny zvlášť, aby výsledky byly přehledné a snáze porovnatelné.

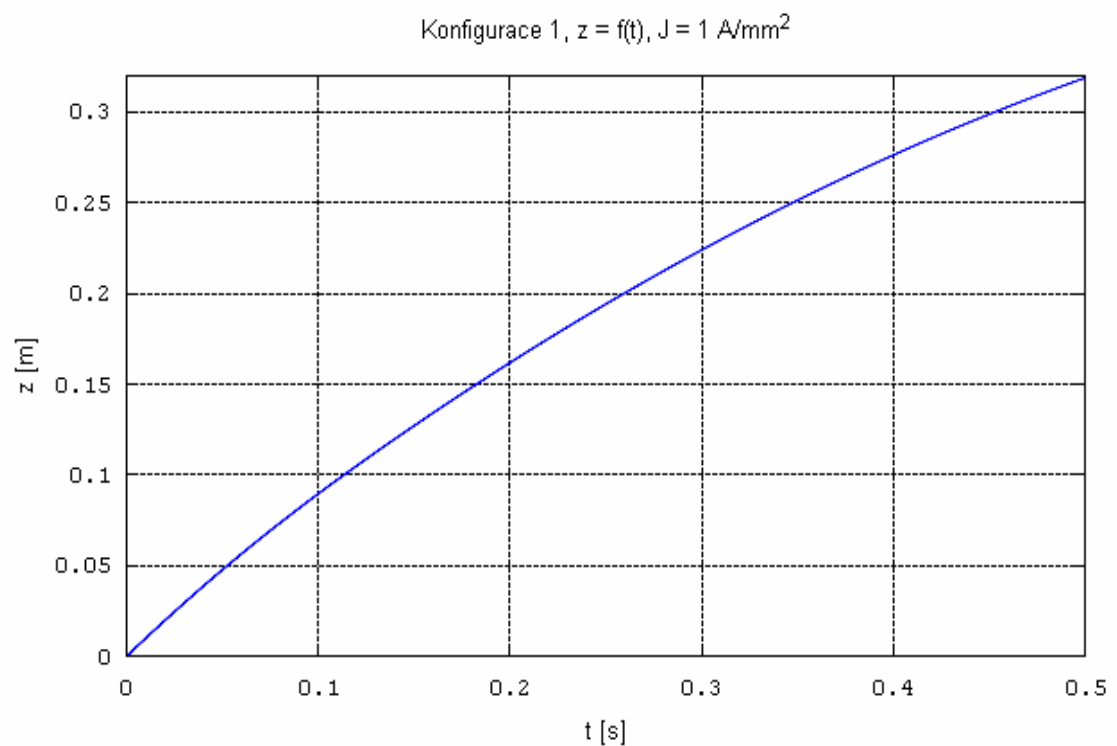
Dynamické charakteristiky, konfigurace 1, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

V tomto případě nedojde působením magnetické síly F_m k zastavení feromagnetického tělesa, těleso jen projede cívkou, kde je rychlost částečně snížena a dále je jeho pohyb už tlumen jen třecí silou. Charakteristiky zobrazují závislost rychlosti na čase a dráhu uraženou tělesem za čas, viz následující obrázky (*Obr.13* a *Obr.14*). Za čas $t = 0,5\text{s}$ byl výpočet ukončen, protože k zastavení tělesa by došlo vlivem tření (v podstatě se jedná o rovnoměrně zpomalený pohyb) za delší dobu a jak je vidět z charakteristiky (*Obr.14*) urazilo by těleso značnou dráhu a muselo by být zastaveno jiným způsobem.

Kvalitativně shodná situace nastává pro všechny geometrické konfigurace při proudové hustotě $J = 1 \text{ A/mm}^2$, to lze zjistit z uvedených dynamických charakteristik (*Obr.19, 20, 23, 24, 27, 28*).



Obr. 13 – Dynamická charakteritika $v = f(t)$ pro konfiguraci 1, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

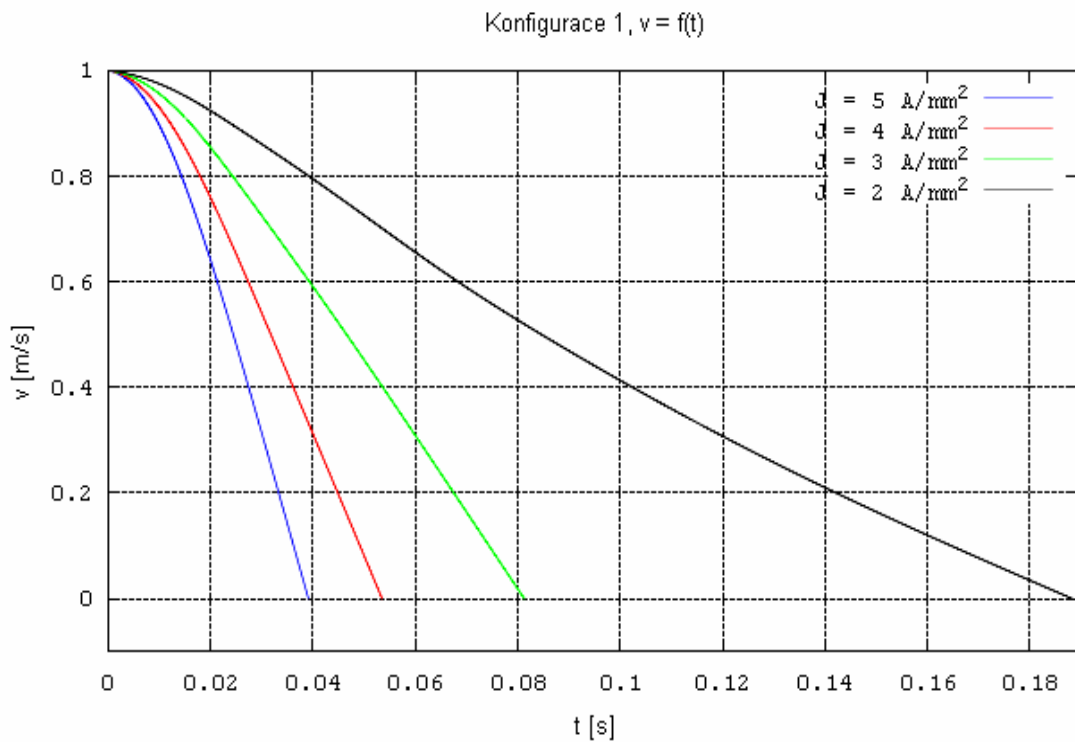


Obr. 14 - Dynamická charakteritika $z = f(t)$ pro konfiguraci 1, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

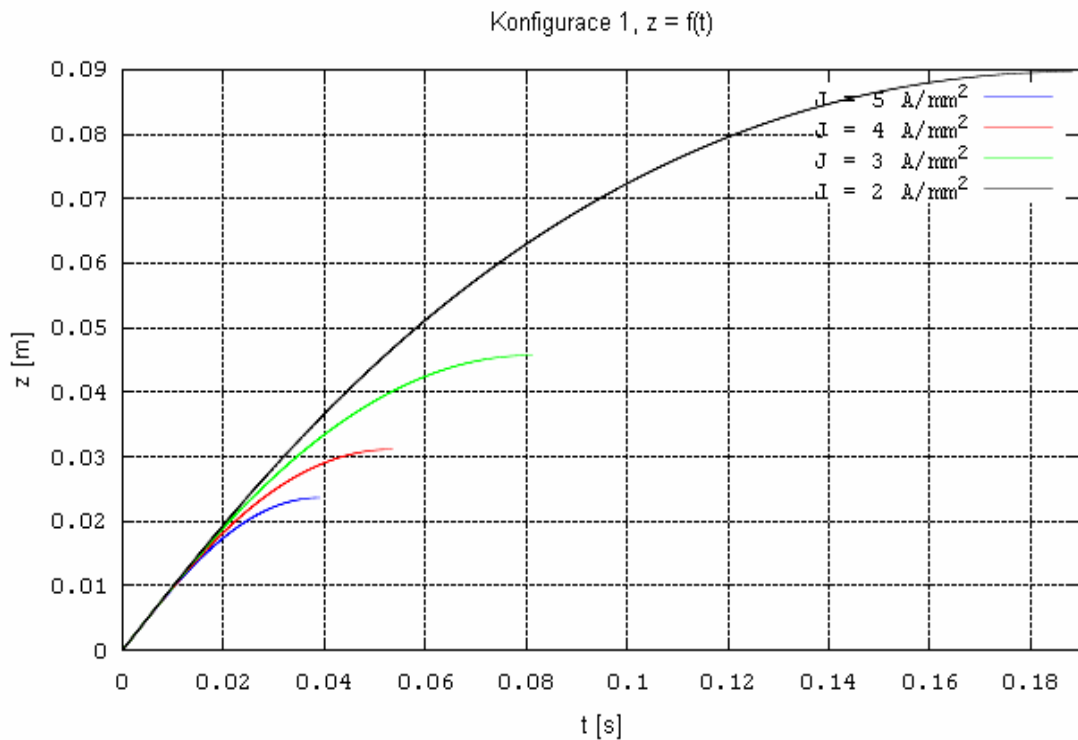
Dynamické charakteristiky, konfigurace 1, $J = 2, 3, 4, 5 \text{ A/mm}^2$

Naproti tomu pro další uvažované proudové hustoty již dojde k poklesu rychlosti tělesa na nulu. Rozdílná je však doba, za kterou dojde k zastavení tělesa a tedy i dráha tělesem uražená. Charakteristiky jsou uvedeny níže (*Obr.15* a *Obr.16*).

Pro konfiguraci 3 a konfiguraci 4 byly získány kvalitativně stejné výsledky, tvar charakteristik je uveden na dalších stránkách této práce (*Obr.25, 26, 29, 30*).



Obr. 15 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 1

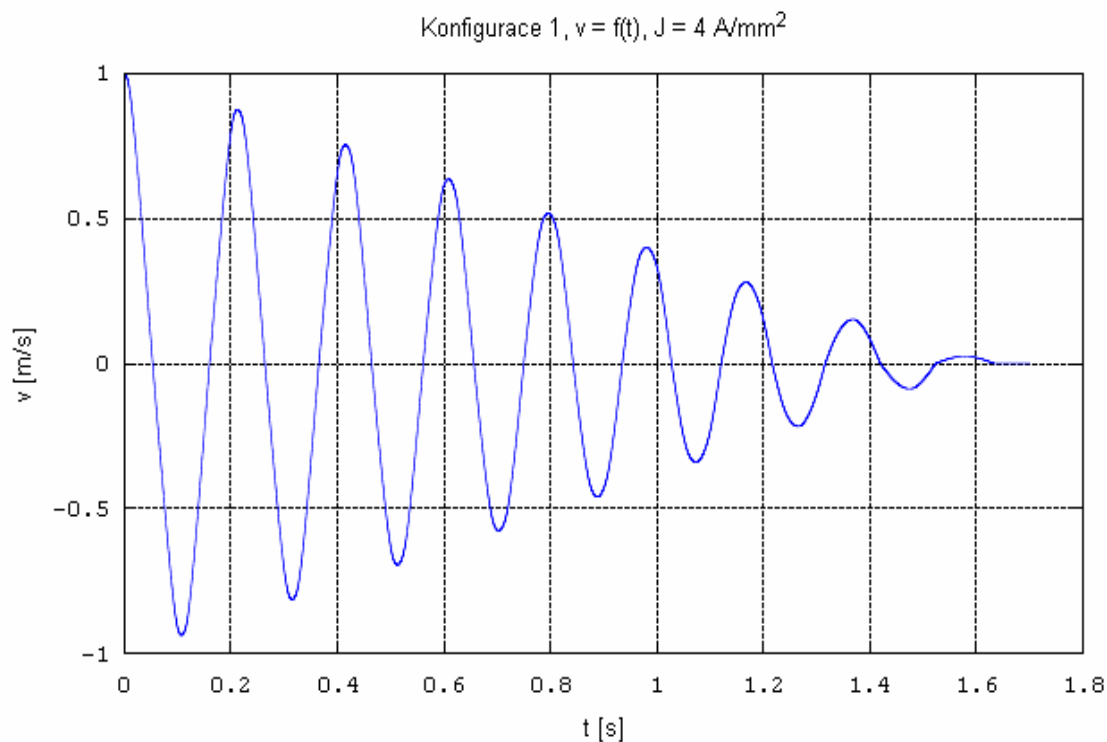


Obr. 16 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 1

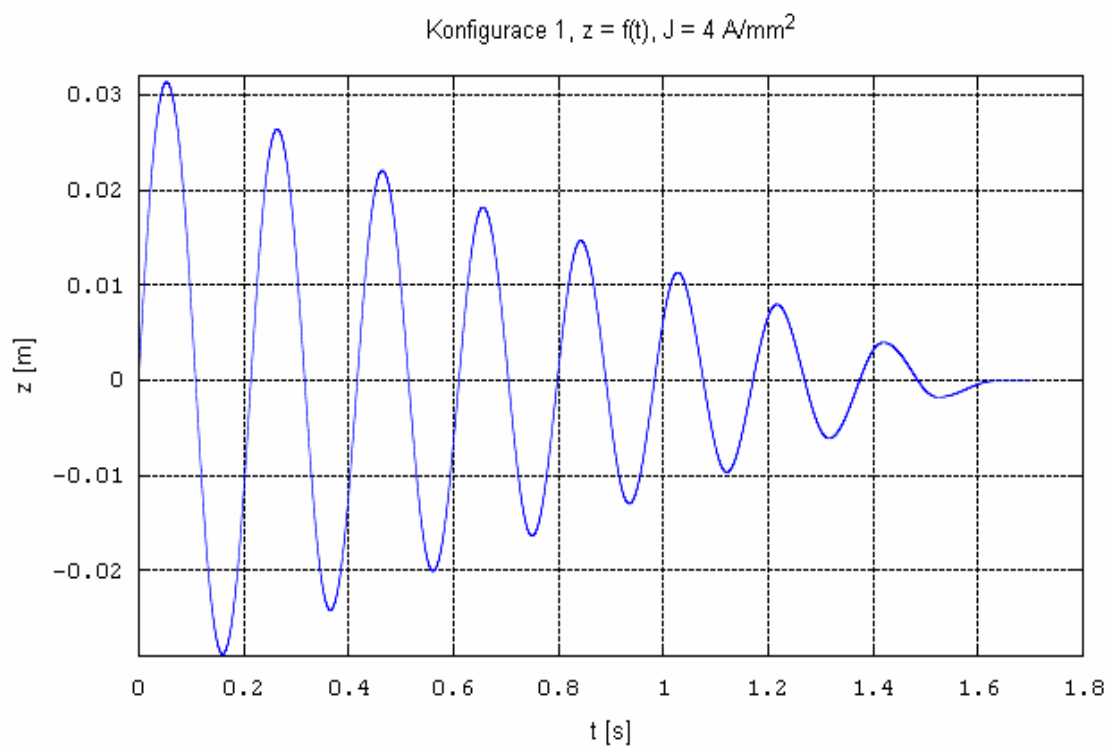
Dynamické charakteristiky, kmitání soustavy, konfigurace 1, $J = 4 \text{ A/mm}^2$

Za předpokladu, že nebude napájení cívky vypnuto po dosažení nulové rychlosti tělesa, dojde k rozkmitání soustavy. Tato situace je znázorněna pomocí dalších charakteristik (*Obr.17* a *Obr.18*).

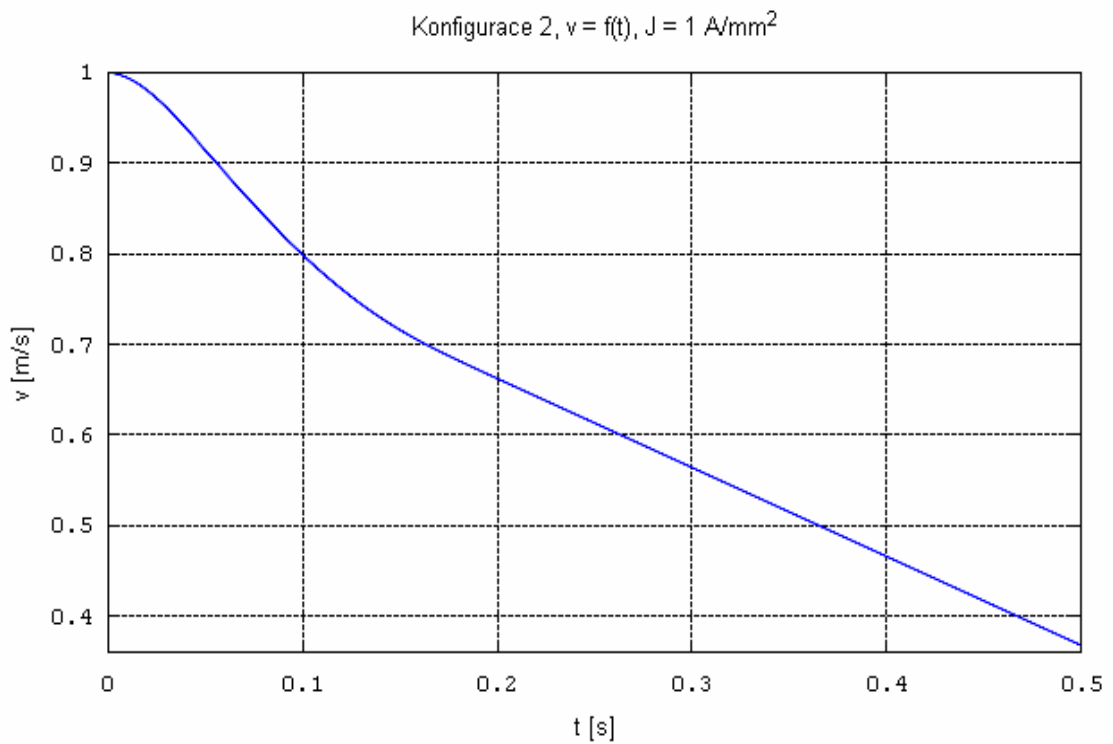
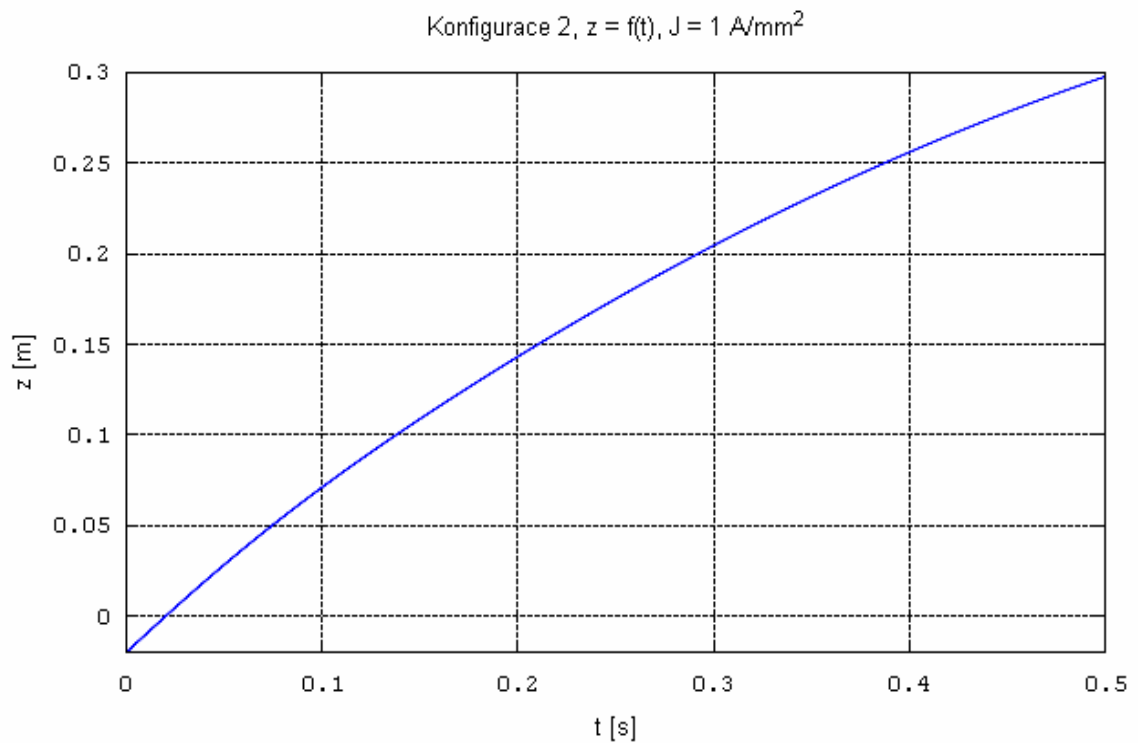
Jedná se o vznik tlumených kmitů soustavy (respektive k pohybu feromagnetického tělesa kolem rovnovážné polohy v ose x), k ustálení dojde přibližně za $t_{\text{STOP}} = 1,64\text{s}$.



Obr. 17 - Dynamická charakteritika $v = f(t)$ pro konfiguraci 1, kmitání, $J = 4 \text{ A/mm}^2$



Obr. 18 - Dynamická charakteritika $z = f(t)$ pro konfiguraci 1, kmitání, $J = 4 \text{ A/mm}^2$

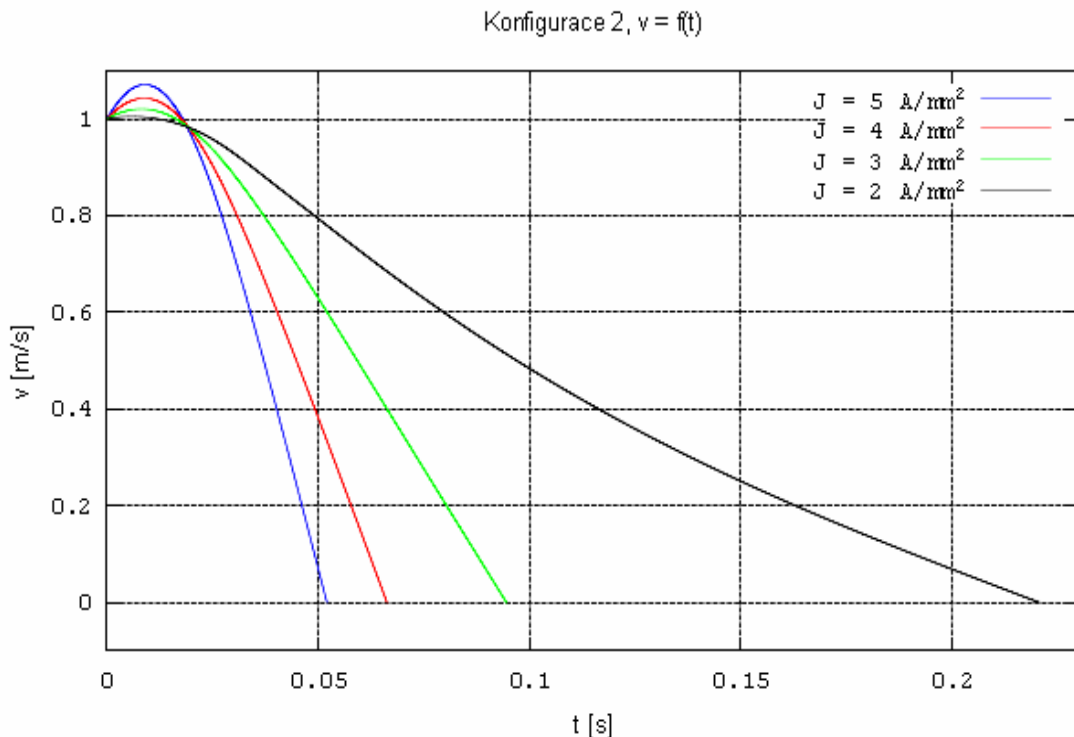
Dynamické charakteristiky, konfigurace 2, $J = 1 \text{ A/mm}^2$ **Obr. 19 - Dynamická charakteritika $v = f(t)$ pro konfiguraci 2, $J = 1 \text{ A/mm}^2$** **Obr. 20 - Dynamická charakteritika $z = f(t)$ pro konfiguraci 2, $J = 1 \text{ A/mm}^2$**

Dynamické charakteristiky, konfigurace 2, $J = 2, 3, 4, 5 \text{ A/mm}^2$

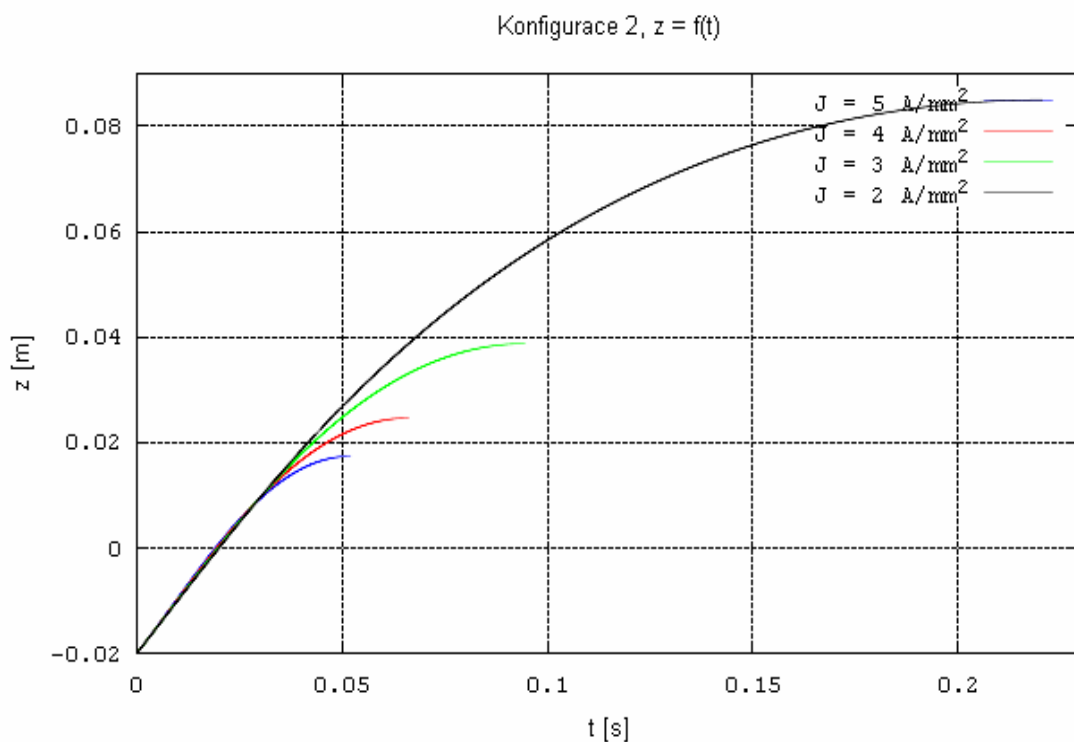
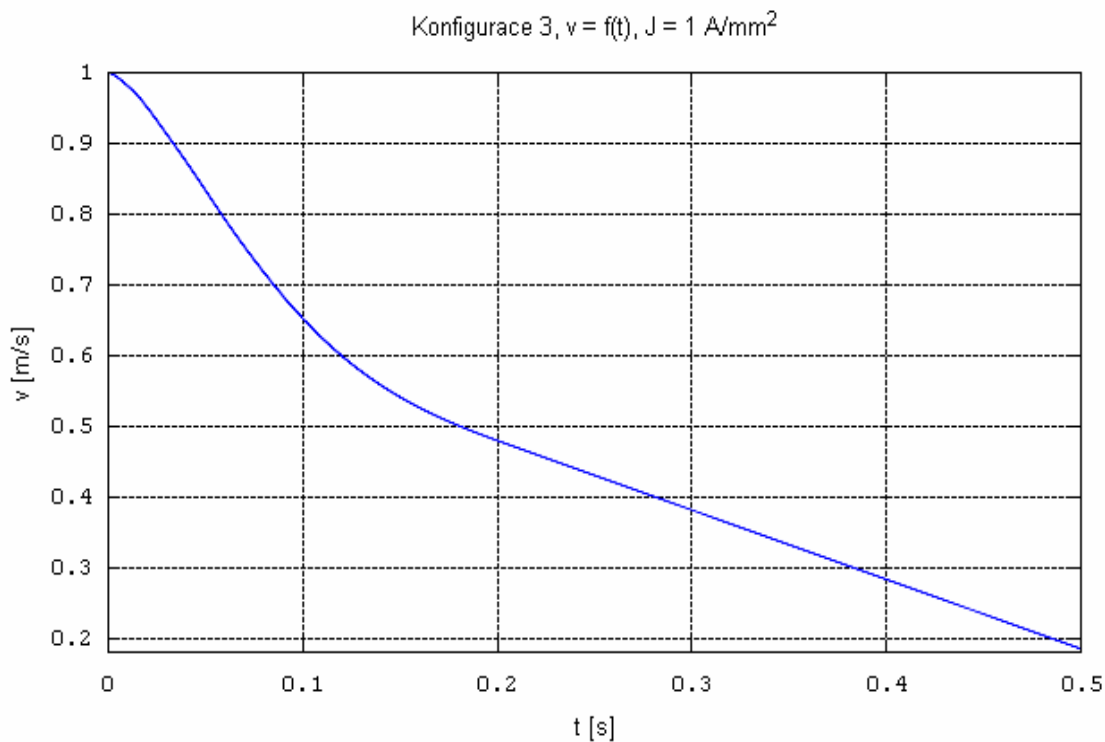
Obdržené charakteristiky jsou téměř shodné jako u ostatních konfigurací, jediná odlišnost ve tvaru charakteristik je v počátečním nárůstu rychlosti, to je způsobeno tím, že zařízení začíná brzdit, když těleso dosáhne senzoru za cívkou. Pozice senzoru se nemění, ale délka tělesa je v případě konfigurace 2 delší než je délka cívky, těleso je tedy nejprve vtaženo magnetickou silou do cívky (dojde k urychlení) a až v případě, kdy se těleso dostane z rovnovážné polohy (v rovnovážné poloze je F_m nulová, těleso je uvnitř cívky a objem tělesa je rozložen stejnou měrou od pomyslného středu cívky v ose souřadného systému x) je pohyb tělesa vlivem F_m tlumen jako v ostatních případech.

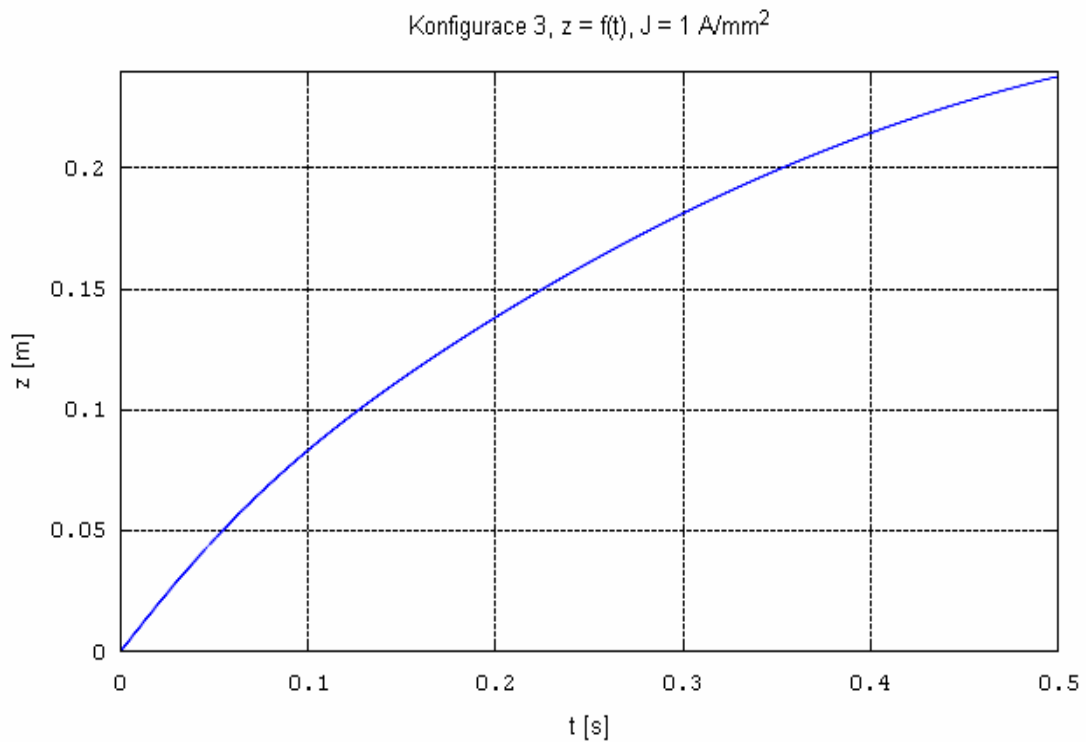
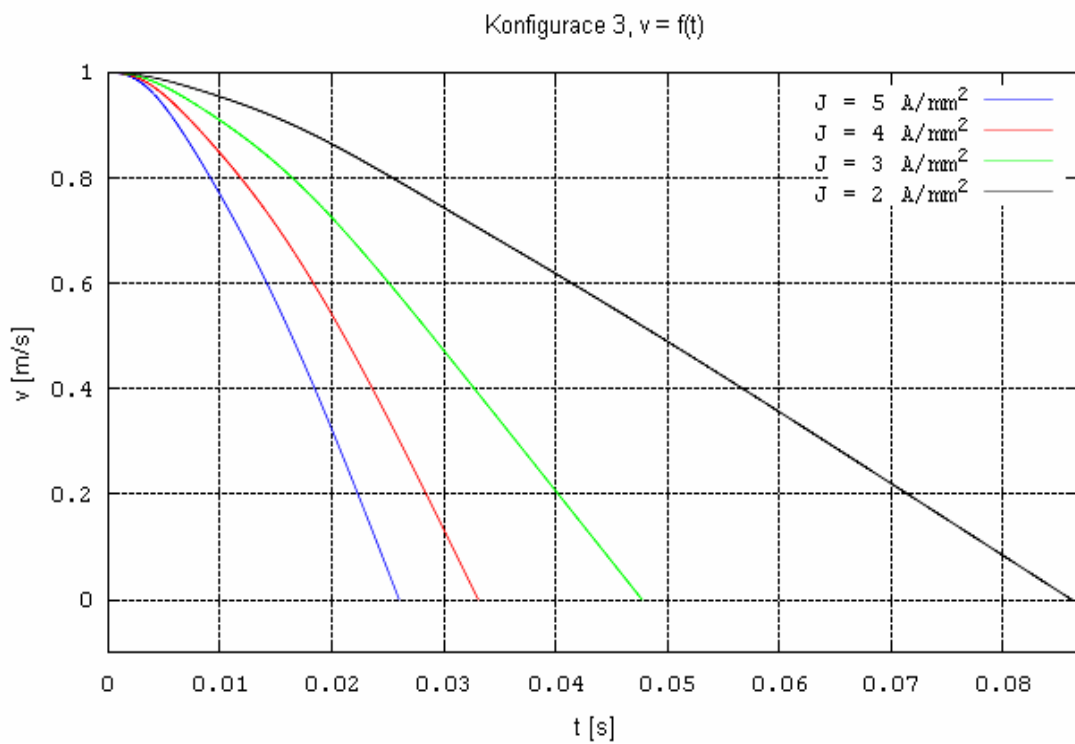
Je jasné, že vlivem počátečního urychlení se také prodlužuje doba zastavení feromagnetického tělesa a dráha, kterou těleso urazí (vzhledem k počáteční podmínce).

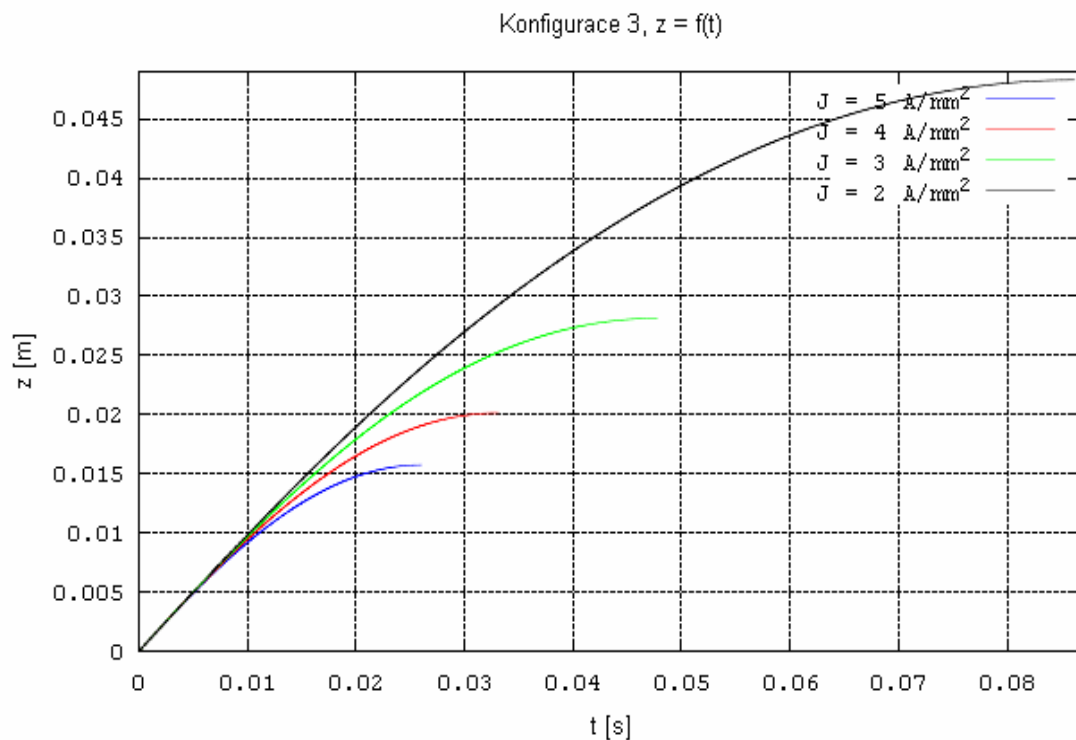
Pro proudovou hustotu $J = 1 \text{ A/mm}^2$ jsou charakteristiky shodné jako u zbylých konfigurací, protože počáteční magnetická síla, která vtahuje těleso dovnitř a urychluje ho je v těchto místech (viz. *Obr.10*) tak malá, že rychlost tělesa v podstatě neovlivní. Vliv proudové hustoty na urychlení je ostatně partný z následujícího grafu (*Obr.21*).



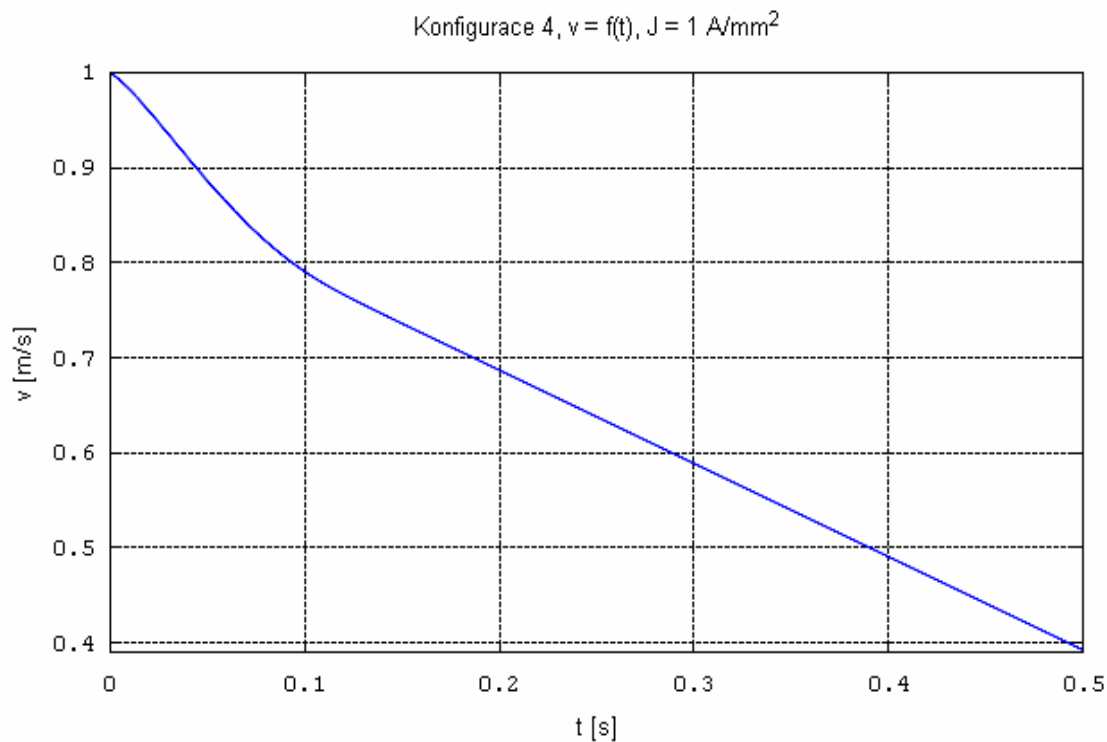
Obr. 21 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 2

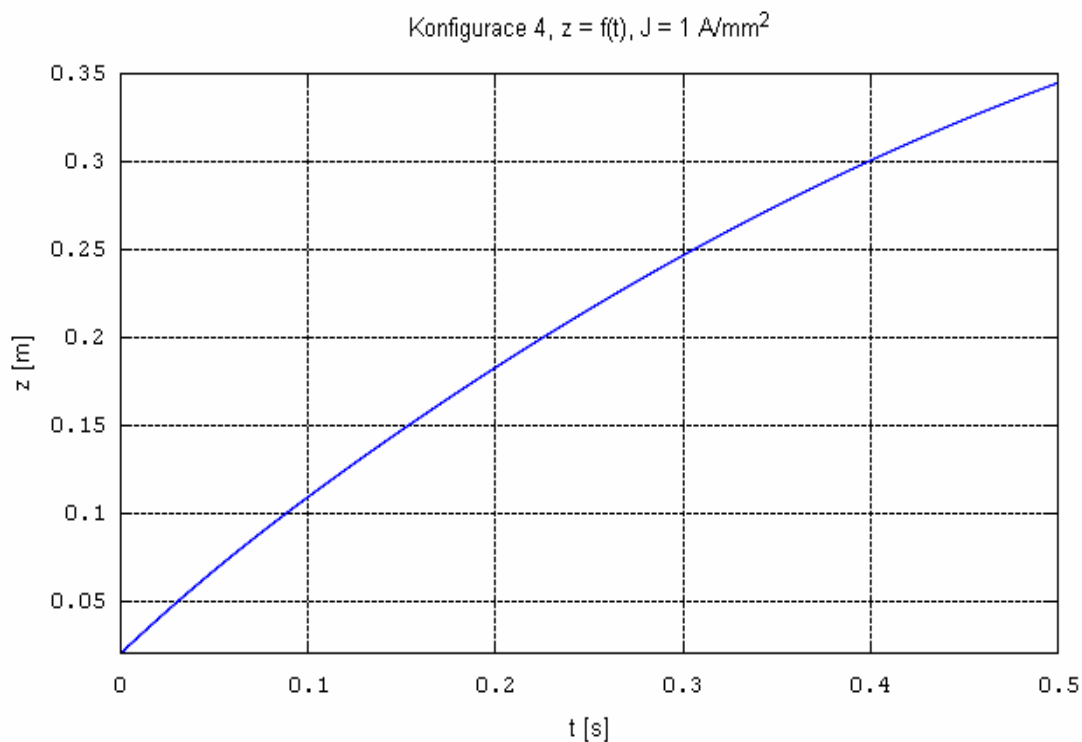
Obr. 22 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 2**Dynamické charakteristiky, konfigurace 3, $J = 1 \text{ A/mm}^2$** Obr. 23 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 3, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

Obr. 24 - Dynamická charakteritika $z = f(t)$ pro konfiguraci 3, $J = 1 \text{ A/mm}^2$ Dynamické charakteristiky, konfigurace 3, $J = 2, 3, 4, 5 \text{ A/mm}^2$ Obr. 25 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 3

Obr. 26 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 3

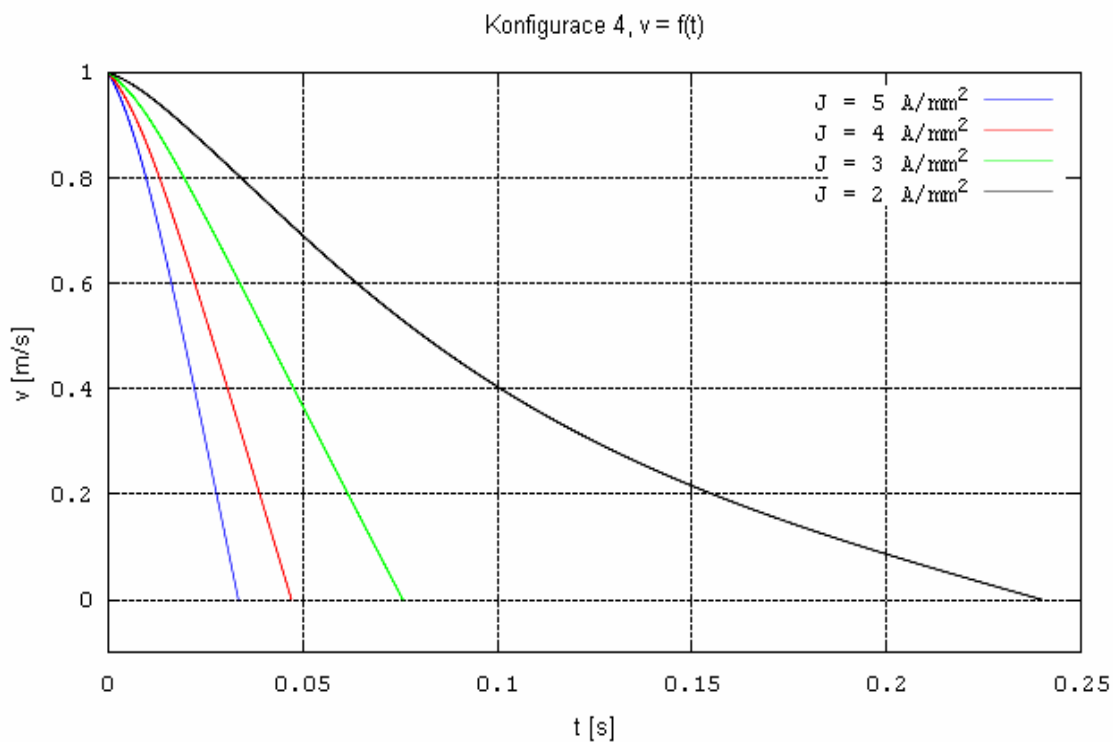
Dynamické charakteristiky, konfigurace 4, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

Obr. 27 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 4, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

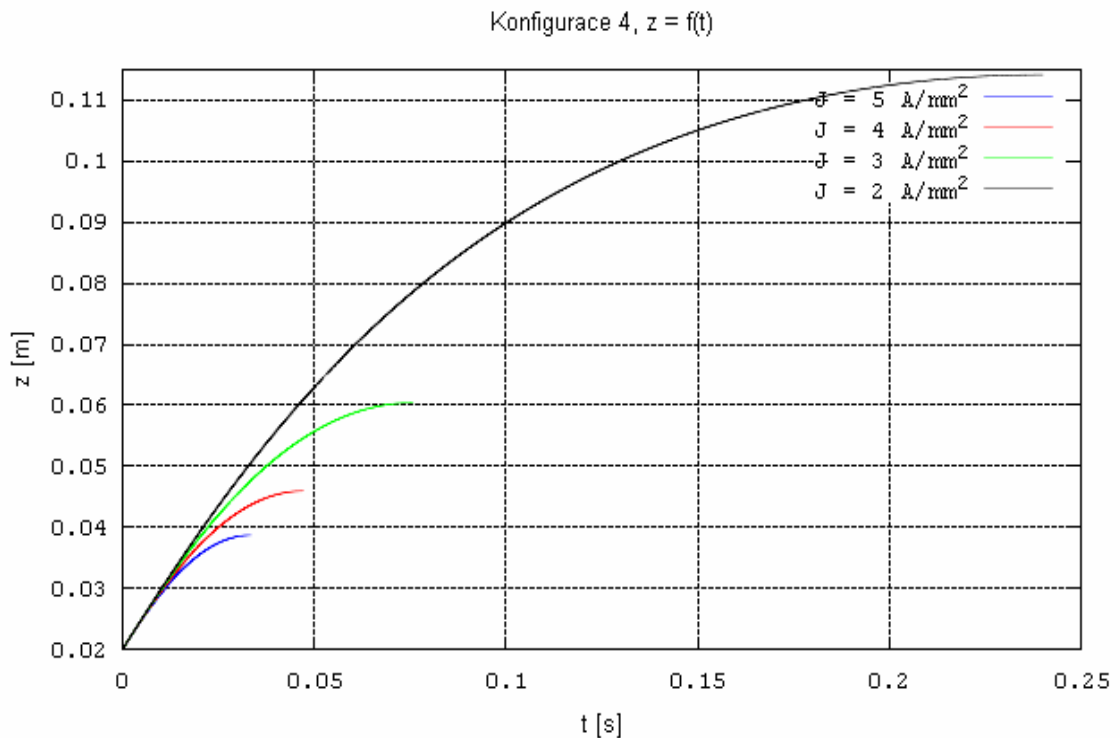


Obr. 28 - Dynamická charakteritika $z = f(t)$ pro konfiguraci 4, $J = 1 \text{ A/mm}^2$

Dynamické charakteristiky, konfigurace 4, $J = 2, 3, 4, 5 \text{ A/mm}^2$



Obr. 29 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 4

Obr. 30 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 4

Časy zastavení a uražená dráha

Pro porovnání jsou zde uvedeny informace o době zastavení, dráze a případně rychlosti (pokud těleso nebylo zastaveno) pro jednotlivé konfigurace. Jednotlivé veličiny jsou indexovány podle odpovídající proudové hustoty.

Konfigurace 1

$t_{1STOP} = 500,00\text{ms}$	$z_{1STOP} = 318,70\text{mm}$	$v_{1STOP} = 0,37602\text{m/s}$
$t_{2STOP} = 188,32\text{ms}$	$z_{2STOP} = 89,687\text{mm}$	
$t_{3STOP} = 81,270\text{ms}$	$z_{3STOP} = 45,732\text{mm}$	
$t_{4STOP} = 53,500\text{ms}$	$z_{4STOP} = 31,153\text{mm}$	
$t_{5STOP} = 39,115\text{ms}$	$z_{5STOP} = 23,652\text{mm}$	

Konfigurace 2

$t_{1STOP} = 500,00\text{ms}$	$z_{1STOP} = 297,69\text{mm}$	$v_{1STOP} = 0,36794\text{m/s}$
$t_{2STOP} = 220,55\text{ms}$	$z_{2STOP} = 84,982\text{mm}$	
$t_{3STOP} = 94,515\text{ms}$	$z_{3STOP} = 38,761\text{mm}$	
$t_{4STOP} = 66,235\text{ms}$	$z_{4STOP} = 24,659\text{mm}$	
$t_{5STOP} = 52,025\text{ms}$	$z_{5STOP} = 17,403\text{mm}$	

Konfigurace 3

$t_{1STOP} = 500,00\text{ms}$	$z_{1STOP} = 237,93\text{mm}$	$v_{1STOP} = 0,18516\text{m/s}$
$t_{2STOP} = 86,190\text{ms}$	$z_{2STOP} = 48,284\text{mm}$	
$t_{3STOP} = 47,765\text{ms}$	$z_{3STOP} = 28,148\text{mm}$	
$t_{4STOP} = 33,105\text{ms}$	$z_{4STOP} = 20,144\text{mm}$	
$t_{5STOP} = 26,030\text{ms}$	$z_{5STOP} = 15,756\text{mm}$	

Konfigurace 4

$t_{1STOP} = 500,00\text{ms}$	$z_{1STOP} = 344,61\text{mm}$	$v_{1STOP} = 0,39264\text{m/s}$
$t_{2STOP} = 240,01\text{ms}$	$z_{2STOP} = 144,14\text{mm}$	
$t_{3STOP} = 75,740\text{ms}$	$z_{3STOP} = 60,415\text{mm}$	
$t_{4STOP} = 47,135\text{ms}$	$z_{4STOP} = 45,959\text{mm}$	
$t_{5STOP} = 33,480\text{ms}$	$z_{5STOP} = 38,716\text{mm}$	

Jak již napovídaly statické charakteristiky zařízení, nejrychleji zabrzdí feromagnetické těleso konfigurace 3 (pro $J = 5 \text{ A/mm}^2$).

Z obdržných dat je zřejmé, že řešené tlumící zařízení má poměrně široké spektrum chování. Těleso může projet cívkou a být zpomaleno, úplné zastavení tělesa za různý časový interval, tlumené kmity. Z toho vyplývá možnost konstruktéra zvolit parametry takové, které budou odpovídat požadovanému chování konkrétného zařízení. Ovlivňování parametrů daného tlumícího zařízení je dáno změnou geometrie soustavy a také zvolenou proudovou hustotou (proudem).

7. Závěr

Uvažované zařízení je schopno splňovat požadavky konstruktéra v širokém rozsahu, to vyplývá ze získaných dat. Samotné zařízení není ani nijak zvlášť složité. Nicméně jedná se pouze o první etapu výzkumu daného zařízení.

Obdržené výsledky první etapy by bylo nutné v první řadě ověřit experimentálně na zjednodušeném fyzikálním modelu daného zařízení a případně potvrdit proměřením prototypu řešeného tlumícího zařízení.

Do budoucna by také bylo potřeba zamyslet se nad možnostmi řízení daného zařízení, například na ovládání spínání proudu, časování celého zařízení, zvolení vhodného senzoru pro detekci feromagnetického tělesa.

8. Použitá literatura

- [1] Mayer D., Ulrych B.: Elektromagnetické aktuátory. BEN, Praha 2008.
- [2] Mayer D., Ulrych B.: Základy numerického řešení elektrických a magnetických polí. SNTL/ALFA, Praha 1988
- [3] Mayer D., Polák J.: Metody řešení elektrických a magnetických polí. SNTL/ALFA, Praha 1983
- [4] Mayer D.: Teorie elektromagnetického pole. Západočeská univerzita v Plzni, 2004
- [5] Leinveber J., Vávra P.: Strojnické tabulky. ALBRA, Praha 2003
- [6] www.quickfield.com
- [7] www.gnu.org/software/octave/

9. Seznam příloh

Příloha 1A – Základ skriptu pro výpočet dynamických charakteristik47,48

10. Seznam obrázků

Obr. 1 - Geometrické přiblížení řešené úlohy	11
Obr. 2 – Ocel ČSN 12 040, $B = f(H)$	12
Obr. 3 - Definiční oblast	13
Obr. 4 – Ilustrace metody	18
Obr. 5 - Podobnost trojúhelníků	20
Obr. 6 – Siločáry elektromagnetického pole	28
Obr. 7 – Rozložení pole, magnetická indukce B	28
Obr. 8 – Rozložení pole, magnetický indukční tok Φ	29
Obr. 9 – Statické charakteristiky pro konfiguraci 1	29
Obr. 10 – Statické charakteristiky pro konfiguraci 2	30
Obr. 11 - Statické charakteristiky pro konfiguraci 3	30
Obr. 12 - Statické charakteristiky pro konfiguraci 4	31
Obr. 13 – Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 1, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	33
Obr. 14 - Dynamická charakteristika $z = f(t)$ pro konfiguraci 1, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	33
Obr. 15 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 1	34
Obr. 16 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 1	35
Obr. 17 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 1, kmitání, $J = 4 \text{ A/mm}^2$..36	
Obr. 18 - Dynamická charakteristika $z = f(t)$ pro konfiguraci 1, kmitání, $J = 4 \text{ A/mm}^2$..36	
Obr. 19 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 2, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	37
Obr. 20 - Dynamická charakteristika $z = f(t)$ pro konfiguraci 2, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	37
Obr. 21 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 2	38
Obr. 22 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 2	39
Obr. 23 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 3, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	39
Obr. 24 - Dynamická charakteristika $z = f(t)$ pro konfiguraci 3, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	40
Obr. 25 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 3	40
Obr. 26 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 3	41
Obr. 27 - Dynamická charakteristika $v = f(t)$ pro konfiguraci 4, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	41
Obr. 28 - Dynamická charakteristika $z = f(t)$ pro konfiguraci 4, $J = 1 \text{ A/mm}^2$	42
Obr. 29 - Dynamické charakteristiky $v = f(t)$ pro konfiguraci 4	42
Obr. 30 - Dynamické charakteristiky $z = f(t)$ pro konfiguraci 4	43

Příloha 1A – Základ skriptu pro výpočet dynamických charakteristik

%vypocet konfigurace 1, uvazovani kmitu, J = 4 A/mm2

```

maximum = 340000;           %rozsah vektoru pro vypocty
krok = 0.000005;           %casovy krok 5e-6s
Fm2 = zeros(1,maximum);    %vytvoreni "prazdnych" vektoru
z = zeros(1,maximum);
rychlost = zeros(1,maximum);
t = zeros(1,maximum);
t(1) = 0;                   %pocatecni cas 0s

```

%-----

```

%Vypocet treci sily
koef = 0.1;                 %koeficient smykoveho treni, uvazovan jako konstanta, kov - kov
g = 9.81                    %grav. zrychleni, m/s2
m = 1.1571214;             %hmotnost zelezneho telesa v kg pro config1
Fg = m*g;                  %vypocet tihove sily
Ft = koef*Fg               %treci sila, zjednoduseni, uvazovani konst. koef. smyk. Treni

```

%-----

```

rychlost(1) = 1;           %pocatecni rychlost 1m/s
z(1) = 0;                  %pocatecni draha 0m
i=1;                       %nastaveni pocatecniho indexu pro vyhledavani magnet.sily
j=1;                       %nastaveni pocatecniho indexu pro vypocet rovnic

```

%-----

```

%tabulkove vyjadreni zavislosti Fm na poloze
%neprolozene hodnoty

```

```

Fmx =
[0.34,2.45,9.94,18.18,25.14,27.57,26.66,23.61,13.87,0.25,13.87,23.61,26.66,27.57,25.14,18.81,
,9.94,2.45,0.34];
drahax = [-0.130,-0.120,-0.100,-0.080,-0.060,-0.050,-0.030,-0.020,-0.010,0,0.010,0.020,0.030,
0.050,0.060,0.080,0.100,0.120,0.130];

```

%-----

```

%prolozeni pomoci spline
draha = -0.130:0.005:0.130;
Fm = interp1(drahax,Fmx,draha,'spline');

```

%-----

```

while(1)                   %cyklus celeho vypoctu
%cast hledani sily Fm
    while(1)               %cyklus hledani magneticke sily ze znalosti polohy
        if(z(j)>max(drahax)) %podminky pro hledani sily
            Fm2(j)=0;
            break
        end
        if(z(j)<min(drahax))
            Fm2(j)=0;
            break
        end
    end
end

```

```

    if(draha(i)==z(j))
    Fm2(j)=Fm(i);
    i=1;
    break
    end

    if((draha(i)<z(j))&&(draha(i+1)>z(j)))
    Fm2(j)=((Fm(i+1) - Fm(i))*(z(j) - draha(i))) / (draha(i+1) - draha(i)))+Fm(i);
    i=1;
    break
    else
    i=i+1;
    end

    end                                     %ukonceni cyklu hledani sily

%-----
%cast pocitani rovnic

    if((z(j)>=0)&&(rychlost(j)>0))           %urceni orientace sil
    Fm2(j) = -Fm2(j);
    Ft = - koef*Fg;
    End

    if((z(j)>=0)&&(rychlost(j)<0))
    Fm2(j) = -Fm2(j);
    Ft = koef*Fg;
    End

    if((z(j)<=0)&&(rychlost(j)>0))
    Fm2(j) = Fm2(j);
    Ft = -koef*Fg;
    End

    if((z(j)<=0)&&(rychlost(j)<0))
    Fm2(j) = Fm2(j);
    Ft = koef*Fg;
    End

    rychlost(j+1) = ((Fm2(j)+Ft)/m)*krok + rychlost(j);           %vypocet dif. rovnic
    z(j+1) = rychlost(j)*krok + z(j);
    t(j+1) = t(j)+krok;
    j = j+1;
    if(j>maximum)                                               %hlidani mezi vytvoreneho vektoru
    break
    end

    end                                     %ukonceni cyklu celeho vypoctu

```