ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

NĚKTERÉ MOŽNOSTI VYUŽITÍ PROGRAMU GEOGEBRA VE VÝUCE MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Tereza Lásková

Učitelství pro základní školy, obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Vedoucí práce: Mgr. Jan Frank, Ph.D.

Plzeň 2021

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni, 16. dubna 2021

....

vlastnoruční podpis

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce Mgr. Janu Frankovi, Ph.D., za cenné rady a připomínky, trpělivost, konzultace ať už osobní či online a podporu při vedení mé diplomové práce.

OBSAH

SEZNAM ZKRATEK

ČR = Česká republika

ICT = informační a komunikační technologie

IT = interaktivní tabule

MŠMT = Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

RVP = Rámcový vzdělávací program

RVP ZV = Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

s. r. o. = společnost s ručením omezeným

ZŠ = základní škola

ÚVOD

Geometrické učivo tvoří již od dávných dob významnou součást matematiky. Žáci jsou s novými pojmy v geometrii seznamováni na základě manipulace a pozorování. Učení se pouze definicím by nevedlo ke skutečnému osvojení učiva. Ani pozorováním pouze statické figury nelze vždy vyvodit všechny vlastnosti objektů. Programy dynamické geometrie nabízí možnost vnést do výuky geometrie nový prvek, a to, jak již název napovídá, dynamiku. Žáci mohou s objekty v těchto programech manipulovat a na tomto základě mohou sami vyvozovat například vlastnosti geometrických útvarů. Učitelé mohou díky těmto programům demonstrovat různá řešení konstrukčních úloh. Na vyšších stupních škol se programy mohou využívat i k důkazům matematických vět. Programy jsou učiteli využívány nejen během výuky, ale také při tvorbě didaktických materiálů, kterými mohou být například pracovní listy.

GeoGebra je celosvětově rozšířený program dynamické geometrie. Jedná se o jeden z nejčastěji využívaných počítačových softwarů ve výuce. Mnoho autorů zmiňuje využití programu především na druhých stupních základních škol a na středních školách, zejména ve výuce matematiky, fyziky či zeměpisu. Hlavním cílem diplomové práce je ukázat možnosti využití programu GeoGebra na 1. stupni základní školy.

Diplomová práce je rozdělena do šesti kapitol. V první kapitole je popsáno zařazení geometrického učiva v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání a utváření geometrických pojmů na 1. stupni základních škol. Ve druhé kapitole jsou definovány výukové metody využívané v hodinách matematiky se zvláštním zaměřením na aktivizující metody. Další kapitola diplomové práce je věnována analýze učebnic matematiky pro 1. stupeň základních škol, opět se zaměřením na geometrické učivo. Podrobně analyzována je řada učebnic od nakladatelství Taktik a řada učebnic od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. Následuje kapitola popisující kognitivní technologie využívané v hodinách matematiky, výhody a rizika jejich využívání. Na tuto kapitolu navazuje kapitola zaměřující se konkrétně na program GeoGebra. Zde je popsána dostupnost programu, prostředí programu a výhody a nevýhody jeho využívání. V poslední kapitole jsou rozebrány didaktické materiály, které byly vytvořeny v programu GeoGebra. Jedná se o pracovní listy a dynamické figury, které se vztahují k vybraným tématům geometrického učiva. V přílohách nalezneme plné verze těchto pracovních listů. Dynamické figury jsou umístěny na přiloženém CD, a to jako GeoGebra soubory (.ggb) a též jako dynamické pracovní listy (.html), které umožňují využití dynamických figur i na počítačích bez nainstalovaného programu GeoGebra.

1 POSTAVENÍ UČIVA GEOMETRIE V RVP ZV

1.1 RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM

Národní program rozvoje vzdělávání v České republice je nejvýše položeným dokumentem v struktuře vzdělávacích dokumentů. Tento dokument, vytvořený Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy ČR, nastiňuje základní strategii vzdělávací politiky a řadíme ho do státní úrovně kurikulárních dokumentů. Do této úrovně řadíme také rámcové vzdělávací programy pro předškolní, základní a střední vzdělávání. Všechny tyto dokumenty jsou veřejně přístupné. Školní úroveň je zpracována ve školních vzdělávacích programech, které vycházejí z RVP a jsou tvořeny jednotlivými školami.

Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání je rozčleněn do devíti vzdělávacích oblastí. Jednotlivé oblasti jsou dále tvořeny vzdělávacími obory.

1.2 MATEMATIKA A JEJÍ APLIKACE

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace klade důraz především na aplikování matematiky v reálném životě. Žáci v období 1. stupně získávají základní poznatky a dovednosti z matematiky, na které navazují v dalších stupních vzdělávání. Hlavním cílem vzdělávací oblasti je, aby žák porozuměl základním pojmům a vztahům mezi těmito pojmy. Žák během tohoto období pracuje se základní symbolikou a osvojuje si hlavní matematické postupy. Vzdělávací oblast se soustřeďuje také na rozvoj paměti, logického myšlení a srozumitelného vyjadřování. (RVP ZV, 2017)

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je tvořena stejnojmenným vzdělávacím oborem Matematika a její aplikace. Tento obor je pro 1. stupeň dále členěn na čtyři tematické okruhy:

- *„Čísla a početní operace*
- *Závislosti, vztahy a práce s daty*
- *Geometrie v rovině a v prostoru*
- *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*“ (RVP ZV, 2017 str. 30)

Očekávané výstupy jednotlivých okruhů jsou rozděleny na první a druhé období. První období zahrnuje 1. – 3. ročník základního vzdělávání, ve druhém období je zastoupen 4. a 5. ročník.

Vzhledem k zaměření diplomové práce je zde blíže popsán tematický okruh Geometrie v rovině a v prostoru. V rámci tohoto okruhu žáci pracují se základními geometrickými útvary. Hlavní činností je rozpoznávání těchto útvarů nejen v rovině, ale i v prostoru, která je obklopuje. Rovinné útvary žáci znázorňují, ve vyšších ročnících pak počítají jejich obvody a obsahy. Stejně jako celá vzdělávací oblast i tento okruh je zaměřen na běžné životní situace kolem nás. Žáci se snaží tyto situace geometricky modelovat. Důležitou částí je také porovnávání a měření délek úseček a velikostí úhlů. Již na prvním stupni žáci pracují s tělesy a jejich sítěmi. Opět se zaměřují především na pozorování v reálném životě. V rámci 1. stupně je velmi důležité, aby žáci získali správné návyky při rýsování například správné držení tužky, používání pravítka a kružítka. (RVP ZV, 2017)

Mezi očekávané výstupy 1. období zařazujeme:

„žák

- *rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci*
- *porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky*
- *rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině“* (RVP ZV, 2017 str. 33)

Mezi očekávané výstupy 2. období patří:

„žák

- *narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce*
- *sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran*
- *sestrojí rovnoběžky a kolmice*
- *určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu*
- *rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru“* (RVP ZV, 2017 str. 33)

Tematický okruh obsahuje učivo:

- *„základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník*
- *základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec*
- *délka úsečky; jednotky délky a jejich převody*
- *obvod a obsah obrazce*
- *vzájemná poloha dvou přímek v rovině*
- *osově souměrné útvary“* (RVP ZV, 2017 str. 34)

1.3 GEOMETRIE NA 1. STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Žáci přicházejí z předškolního vzdělávání do 1. ročníků se základními znalostmi rovinných geometrických tvarů čtverec, obdélník, trojúhelník a kruh. Žáci by měli umět tyto geometrické tvary pojmenovat a porovnat, protože již v předškolním vzdělávání pracují se vztahy „menší – větší“. (Divíšek, a další, 1989) Často je tato dovednost testována v rámci zápisů do 1. tříd. V předškolním věku je rozvíjena prostorová představivost dětí, osvojují si především pojmy vpravo, vlevo, uprostřed, nahoře, dole atd.

Tyto dovednosti jsou dále rozvíjeny v 1. ročníku základních škol. Zdůrazňován je především rozvoj logického myšlení žáků a osvojování si základních návyků a dovedností v rýsování. Míra osvojení těchto dovedností a návyků je základem hodnocení výkonu žáků v geometrii. *„Všechny poznatky se probírají ve dvou fázích: v první se klade důraz na porozumění, pochopení podstaty a až ve druhé fázi na pamětné osvojení a automatizaci.“* (Divíšek, a další, 1989 str. 24)

Žáci se s novými pojmy v geometrii neseznamují na základě definic. To by vedlo pouze k neúčelnému memorování a nedošlo by k opravdovému porozumění a osvojení látky. Pro žáka by byly geometrické pojmy odtrženy od reálného světa. Žákům jsou nové pojmy představovány intuitivně pomocí pozorování, demonstrování a manipulace. Po těchto činnostech následuje vyvození vlastnosti, která definuje nový pojem. Aby učitel zjistil, zda si žák daný geometrický pojem opravdu osvojil, měl by žáky vést k modelování pojmů či ukázkám na reálných předmětech. (Divíšek, a další, 1989)

Ve výuce geometrie není přesně stanoven určitý výchozí pojem, od kterého se musí odvíjet celé učení. Lze postupovat dvěma způsoby. Žáci se mohou intuitivně seznamovat s některými geometrickými pojmy (např. bod, úsečka). Na základě znalosti těchto pojmů učitel postupně vysvětluje pojmy další (např. trojúhelník). Tomuto postupu je vytýkáno, že žáci jsou nejprve seznamováni se složitějšími pojmy a až později pracují s pojmy pro ně známými. Výhodou však je přesnost tohoto postupu. Druhý způsob spočívá v tom, že si žáci nejprve intuitivně osvojují jednotlivé geometrické útvary, které jsou pro ně známé a mohou je pozorovat kolem sebe (např. čtverec). Tyto útvary se učí rýsovat a poznávají jejich vlastnosti. Po dokonalém osvojení jsou tyto pojmy systematicky utříděny. (Divíšek, a další, 1989)

Při výuce geometrie na 1. stupni je velmi důležité dbát na správné vyjadřování žáků. Proto je podstatné, aby i učitel ovládal správnou terminologii, jelikož právě on je pro žáka vzorem. Učitel by měl také znát definice geometrických pojmů, aby dokázal zhodnotit, zda dané látce žák opravdu rozumí.

2 VÝUKOVÉ METODY VYUŽÍVANÉ V UČIVU GEOMETRIE

2.1 DEFINICE VÝUKOVÉ METODY

Výukové metody řadíme mezi základní didaktické kategorie. Definic tohoto pojmu existuje nepřeberné množství.

Pedagogický slovník definuje pojem výuková metoda následovně: *„Výuková metoda charakterizuje činnost učitele vedoucího žáka k dosažení stanovených cílů."* (Průcha, a další, 2013 str. 355)

V obecném slova smyslu lze výukovou metodu označit jako cestu, která žákovi umožňuje dosáhnout stanovených cílů. Nelze ji však vnímat jako izolovaný činitel ve výukovém procesu. Je pouze jedním ze souboru didaktických prvků, které mají vliv na průběh výuky. Mezi tyto prvky můžeme zařadit například obsah výuky či organizační formy. Ve spojení s těmito prvky pak dosahuje učitel stanovených cílů. Výukové metody jsou v rámci výuky chápány jako dynamické složky, které se přizpůsobují aktuálním potřebám aktérů vyučovacího procesu, tedy učitelům i žákům. Vycházejí z jejich zkušeností a ve srovnání s organizačními formami či koncepcemi výuky dokáží rychleji reagovat na nové cíle a okolnosti ve třídě. (Maňák, a další, 2003)

Výukové metody úzce souvisí s celkovým pojetím výuky, které reflektuje společenské změny v historii. Zormanová (2012) rozlišuje transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky. Transmisivní pojetí odpovídá vyučování předávajícímu, ve kterém se výuková metoda chápe jako činnost učitele. Žákům jsou předávány hotové poznatky a jejich úloha spočívá v pasivním přijímání. Pro toto pojetí výuky jsou typické výkladové metody. Klady tohoto pojetí výuky spatřujeme v utřídění látky v uceleném systému. Jakýmsi protipólem k transmisivnímu pojetí je pojetí konstruktivistické. Toto pojetí je charakterizováno především aktivním vytvářením významů na základě poskytnutých informací. Přístup zdůrazňuje nutnost aktivního zapojení se žáka. Proto jsou pro toto pojetí typické aktivizující metody.

2.2 KLASIFIKACE VÝUKOVÝCH METOD

V současné době lze v odborné literatuře nalézt mnoho klasifikací výukových metod. Autoři těchto klasifikací využívají dělení na základě různých kritérií a aspektů.

Maňák a Švec ve své publikaci (2003) vytvořili kombinovaný pohled na výukové metody. Vytyčili tři hlavní skupiny výukových metod na základě složitosti edukačních vazeb. Tyto skupiny jsou:

1. *„Klasické výukové metody*

2. *Aktivizující výukové metody*

3. *Komplexní výukové metody"* (Maňák, a další, 2003 str. 49)

Klasické výukové metody odpovídají výuce označované jako tradiční. Lze je definovat jako metody využívající především frontální výuku, kdy učitel má nadřazenou roli. Maňák rozlišuje klasické výukové metody na:

- *„metody slovní (vysvětlování, popis, přednáška, práce s textem)*
- *metody názorně demonstrační (předvádění, pozorování, práce s obrazem)*
- *metody dovednostně praktické (frontální laborování a experimentování napodobování, práce v dílně, ve cvičné kuchyni, na školním pozemku)"* (Zormanová, 2012 str. 16)

Aktivizující výukové metody kladou důraz především na vlastní učební práci žáků při dosahování stanovených výchovně-vzdělávacích cílů, což vede k rozvoji jejich tvořivého myšlení a samostatnosti. Do této skupiny metod jsou zařazeny:

- *„diskuzní metody*
- *metody heuristické, řešení problémů*
- *metody situační*
- *metody inscenační*
- *didaktické hry"* (Maňák, a další, 2003 str. 49)

Komplexní výukové metody jsou charakterizovány jako složité metodické celky, které vznikají propojením vícero didaktických prvků například organizačních forem, metod nebo životních situací. Spojovacím prvkem je vždy výuková metoda. (Maňák, a další, 2003) Mezi komplexní výukové metody se řadí:

- *„frontální výuka*

- *skupinová a kooperativní výuka*
- *partnerská výuka*
- *individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků*
- *kritické myšlení*
- *brainstorming*
- *projektová výuka*
- *výuka dramatem*
- *otevřené učení*
- *učení v životních situacích*
- *televizní výuka*
- *výuka podporovaná počítačem*
- *sugestopedie a superlearning*
- *hypnopedie"* (Maňák, a další, 2003 str. 49)

Zormanová (2012) označuje některé z komplexních výukových metod a aktivizující výukové metody jako inovativní výukové metody. Tyto metody vyžadují pracnější přípravu učitele. Nutné je také materiální zajištění a postupná příprava žáka pro využívání těchto metod. U žáka na základě využívání těchto metod dochází k rozvoji samostatného jednání, schopnosti zpracovávat informace a spolupracovat ve skupině.

2.3 VOLBA VÝUKOVÝCH METOD

Učitel by měl zvolit vhodné výukové metody na základě detailního rozboru výchovně-vzdělávací situace. Kromě obsahu výuky a organizačních forem volbu výukové metody determinují specifika vyučovacího předmětu. Pro všechny předměty však obecně platí, že metodická jednotvárnost je nevhodná. Nelze využívat pouze jednu výukovou metodu pro všechny třídy, k dosažení jakéhokoliv stanoveného cíle či u všech organizačních forem.

Hlavními parametry při výběru výukových metod jsou především cíl a obsah výuky. Důležité je také zohlednit didaktické prostředky, kterými učitel disponuje, a zkušenosti učitele i žáka. Nesmí být opomenuty také individuální potřeby a zájmy žáků.

2.4 AKTIVIZUJÍCÍ VÝUKOVÉ METODY VE VÝUCE MATEMATIKY

V současné době výrazně sílí požadavek na aktivizaci žáků během výuky matematiky. Vhodně zvolená výuková metoda může tento požadavek naplnit. Během vyučovacích hodin se stále více do popředí dostávají aktivizující výukové metody. Tyto metody vzbuzují žákův zájem o učení a mění jeho přístup k samotné výuce. Učitel musí přizpůsobit těmto metodám nejen svoji přípravu, ale také svůj postoj k výukovému procesu, nesmí vystupovat z řídící pozice. Do této skupiny metod zařazujeme například metody diskuzní, inscenační či situační. *„Z povahy učiva přírodovědných/technických předmětů je zřejmé, že není možné například v hodinách matematiky, informatiky či fyziky aplikovat všechny z výše uvedených metod. Důraz je zde kladen spíše na metody heuristické a řešení problémů, případně na metody situační - řešení problémových úloh vycházejících z reálné události.“* (Frank, a další, 2018 stránky 300-301) Metody heuristické jsou charakteristické tím, že žák již není pasivním příjemcem informací. Učitel žáka vede, aby tyto informace sám objevoval a osvojoval si je.

V souvislosti s heuristickými metodami se dostává do popředí badatelsky orientovaná výuka. Jedná se o výuku, která je založena na činnosti bádání. Bádání se skládá z konkrétních činností jako je pozorování, kladení otázek, navrhování metod dalšího zkoumání, rozbor získaných dat, sepsání odpovědí a interpretace závěrů. Ve výuce matematiky se badatelsky orientovaná výuka projevuje tím, že žák si samostatně vytváří matematické znalosti na základě zkoumání, hledání řešení a pokusů s využíváním již známých matematických technik. (Samková, 2015) Velkou roli u tohoto typu výuky hrají také předchozí zkušenosti s obdobnými úkoly.

Badatelsky orientovanou výuku v hodinách matematiky může obohacovat vhodné využití počítače. Možností, jak jej do výuky zařadit je nespočet. Žák může pomocí počítače vyhledávat a zpracovávat potřebné informace. Mnoho studií poukazuje na klady využívání programu dynamické geometrie GeoGebra ve výuce matematiky.

3 ANALÝZA UČEBNIC SE ZAMĚŘENÍM NA GEOMETRICKÉ UČIVO

V současné době lze na trhu nalézt mnoho řad učebnic. Největším učebnicovým nakladatelstvím v České republice je nakladatelství Fraus. Toto nakladatelství vydává učebnice již 30 let. Všechny učebnice i pracovní sešity tohoto nakladatelství mají schvalovací doložku MŠMT. Nakladatelství také spolupracuje na mnoha projektech, například na projektu podporujícím zapojování interaktivních technologií do výuky. Nakladatelství vydává dvě řady učebnic matematiky pro 1. stupeň ZŠ. Jedná se o učebnice Matematika se Čtyřlístkem a novou generaci učebnic Matematika dle prof. Hejného. Tyto učebnice jsou vydávány též v elektronické interaktivní verzi. Dále na trhu můžeme nalézt učebnice matematiky od nakladatelství SPN, které bylo založeno roku 1994. Stejně jako nakladatelství SPN i nakladatelství Alter nabízí kromě učebnic a pracovních sešitů matematiky pro 1. stupeň také elektronické a interaktivní verze těchto materiálů. Pouze tištěné učebnice a pracovní sešity matematiky pro 1. stupeň vydává nakladatelství Studio 1 + 1. Dalšími nakladatelstvími na českém trhu jsou například nakladatelství Prodos, Didaktis nebo Prometheus.

Pro analýzu učebnic matematiky se zaměřením na geometrické učivo byly vytipovány řady učebnic od dvou zatím nezmíněných nakladatelství. Jedná se o nakladatelství Taktik a NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. Tyto řady učebnic byly zvoleny z důvodu, že se jedná o učebnice, které se v současné době stále častěji využívají na českých školách.

Při výběru učebnic je důležité, aby byly v souladu s RVP ZV a se vzdělávacími cíli, které jsou stanoveny školským zákonem. Schvalovací doložky MŠMT nejsou nutné, učebnice a pracovní sešity bez těchto doložek mohou být využívány při výuce. Výběr učebnic je plně v kompetenci ředitele školy a pedagogů.

Analýza učebnic je zaměřena na tři geometrická témata, kterými jsou základní útvary v rovině, osová souměrnost a vzájemná poloha přímek.

3.1 UČEBNICE OD NAKLADATELSTVÍ TAKTIK

Mladším ze zmíněných nakladatelství je nakladatelství Taktik, které vzniklo v roce 2007 na Slovensku. V České republice začalo vydávat až o rok později. Učebnice od tohoto nakladatelství nesou název Hravá matematika. Pro 1. a 2. ročník jsou vydávány pracovní učebnice, ke kterým jsou vytvořeny i interaktivní verze. V dalších ročnících jsou učebnice doplněny pracovními sešity. I k těmto pracovním sešitům jsou vytvořeny interaktivní sešity, díky kterým může učitel doplňovat úkoly přímo na tabuli. Součástí interaktivních sešitů jsou také různé animace a videa doplňující probíranou látku. (Taktik: O nás, 2021)

Jedná se o ucelenou řadu učebnic, která je v plně souladu s RVP ZV. Doložku MŠMT mají pouze některé díly učebnic, pracovních sešitů a pracovních učebnic. Na oficiálních webových stránkách nakladatelství je uvedeno, že doložky ke zbylým dílům jsou v řízení pro rok 2021.

Pro učitele jsou vydávány metodické příručky, ve kterých nalezneme řešení úkolů, možné využití mezipředmětových přesahů a nápady, jak lze s úkoly dále pracovat. Součástí metodických příruček jsou také aktivizační úlohy nebo tipy pro skupinovou práci.

Geometrické učivo je v učebnicích od nakladatelství Taktik řazeno vždy v druhé části učebnice a je zcela oddělené od předchozích témat (Obrázek 1). Učitel tak získává větší volnost v rozhodování, kdy toto učivo zařadí do výuky. Učitel může využít časový návrh tematického plánu, který je součástí metodických příruček. Stejným způsobem je učivo zařazeno i v pracovních učebnicích určených pro 1. a 2. ročníky.

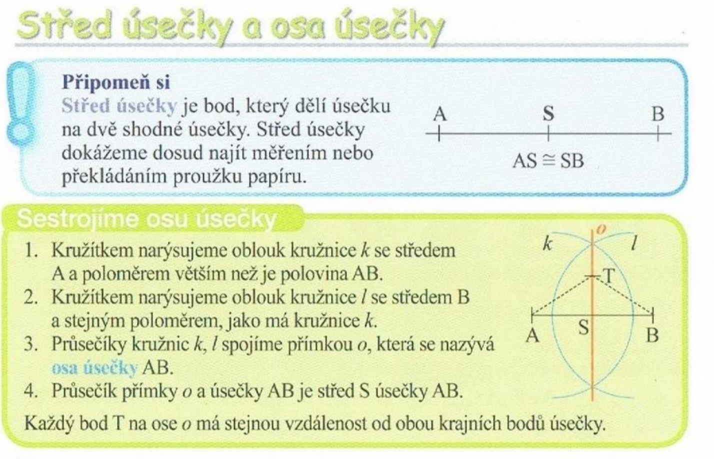

Obsah 2. dílu učebnice pro 5. ročník ZŠ

Obrázek 1 - Obsah 2. dílu učebnice pro 5. ročník ZŠ (Bártová, a další, 2017)

K orientaci v obtížnosti jednotlivých úkolů v učebnicích slouží modré kruhy, které jsou umístěny pod číslem úkolu. Jeden modrý kruh znamená nízkou obtížnost příkladu, dva modré kruhy znamenají střední obtížnost a nejobtížnější příklady jsou označeny třemi kruhy. V učebnicích vydaných tímto nakladatelstvím před rokem 2017 jsou obtížnější úkoly označeny znakem oranžové žárovky. V pracovních učebnicích jsou úkoly vyšší náročnosti značeny červeným kruhem.

V závěru geometrického učiva v každé učebnici je kapitola zaměřená na procvičení probírané látky a přípravu na kontrolní práci. Kontrolní práce nalezneme v metodických příručkách. Součástí pracovních učebnic jsou přílohy sloužící ke zpestření učiva. Přílohy si mohou žáci vystřihnout, čímž procvičují jemnou motoriku. Jedná se například o tangram, síť těles (krychle, válec, kvádr), osově souměrné obrázky k dokreslení nebo čtvercová schémata, která lze využít ke hře Geometrie šestnácti teček.

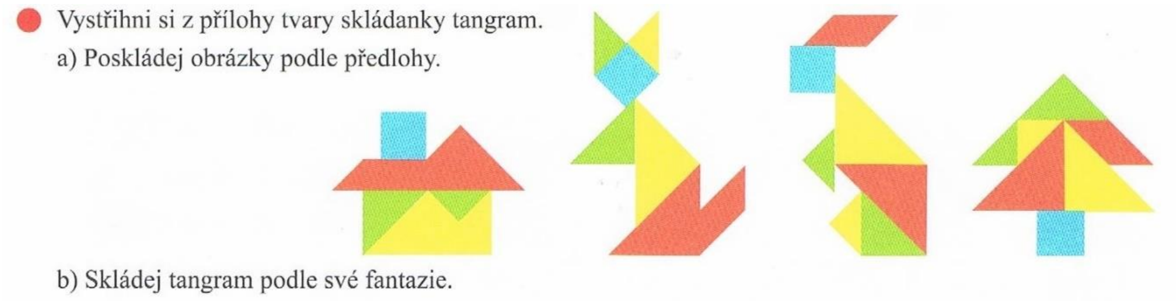
Výklad nové látky je v učebnici označen zeleným rámečkem, v modrém rámečku s vykřičníkem je již osvojené učivo, které si má žák připomenout (Obrázek 2).



Obrázek 2 - Ukázka výkladu a opakování v učebnici pro 4. ročník (Bártová, a další, 2016 str. 42)

3.1.1 ZÁKLADNÍ ÚTVARY V ROVINĚ

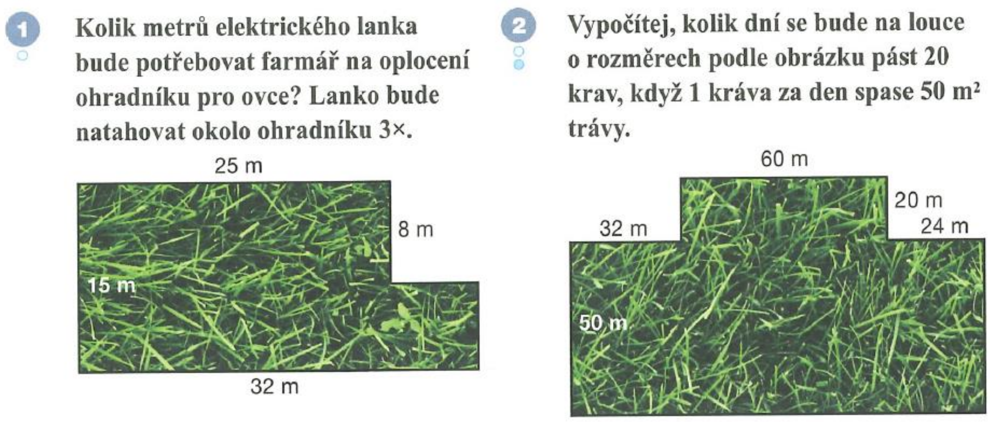
Pracovní učebnice pro 1. ročník jsou rozděleny do tří dílů. První seznámení s geometrickým učivem se nachází již v prvním dílu, konkrétně zde žáci pracují s geometrickými útvary čtverec, trojúhelník, kruh a obdélník. Ty vyhledávají na obrázku, kreslí je do čtvercové sítě a vybarvují je. Již zde se nachází úkol zaměřený na skládanku tangram, která je součástí přílohového listu. Žáci z této skládanky tvoří tvary nejen dle zadání, ale mohou skládat tangram i dle své vlastní fantazie (Obrázek 3).



Obrázek 3 - Úkol zaměřený na využití skládanky tangram (Faltinová, a další, 2017 str. 44)

V rámci učebnice pro 3. ročník je věnována pozornost rovině a rovinným útvarům. Žáci pracují se základními definicemi a vlastnostmi rovinných útvarů trojúhelník, čtverec, obdélník a čtyřúhelník. Úkoly jsou zaměřeny především na rozlišování pojmů protější a sousední strany, určování počtu vrcholů a určování vzájemné polohy stran rovinných útvarů. Tyto útvary rýsují pouze do čtvercové sítě. Ve druhém dílu jsou probírány další typy mnohoúhelníků. Nejčastějším zadáním úkolů je určování počtu vrcholů. Další část učebnice je zaměřena na obvod rovinných útvarů. Rovinné útvary jsou v rámci učebnice pro 3. ročník ukončeny konstrukcí trojúhelníku. Ta je zopakována v učebnici pro 4. ročník. Kromě rýsovacích úkolů jsou v učebnici pro 4. ročník také úkoly zaměřené na skládání z papíru. Konkrétně žáci skládají papírovou rybku a přitom počítají, kolik rovnoramenných trojúhelníků složili v průběhu činnosti. Konstrukce rovinných útvarů obdélníku a čtverce je spojena s opakováním obvodu těchto útvarů. Kromě klasického rýsování jsou v učebnici úkoly zaměřeny na modelování útvarů ze slámek. Je zaveden také nový rovinný útvar rovnoběžník. Typické úkoly na procvičení učiva jsou úkoly na dorýsování rovnoběžníků.

V učebnici pro 5. ročník je zopakováno učivo o čtverci a obdélníku a následuje výklad nového učiva o pravidelných obrazcích. Úkoly jsou zaměřeny zejména na výpočet obvodu útvaru na základě délky jeho strany nebo naopak. Co se týče rýsování, do učebnice je zařazena pouze konstrukce pravidelného šestiúhelníku, která vychází z rozdělení kružnice pomocí opisování oblouků z bodu zvoleného na kružnici. V učebnici je procvičováno počítání obvodů a obsahů složitějších útvarů pomocí čtvercové sítě a rozdělování útvarů na útvary, jejichž obsah umí žáci vypočítat. Tomuto učivu je věnována v učebnici dvoustrana se slovními úlohami (Obrázek 4), které jsou zaměřeny na využití učiva v reálném životě (např. kolik metrů pletiva je potřeba k oplocení parcely).

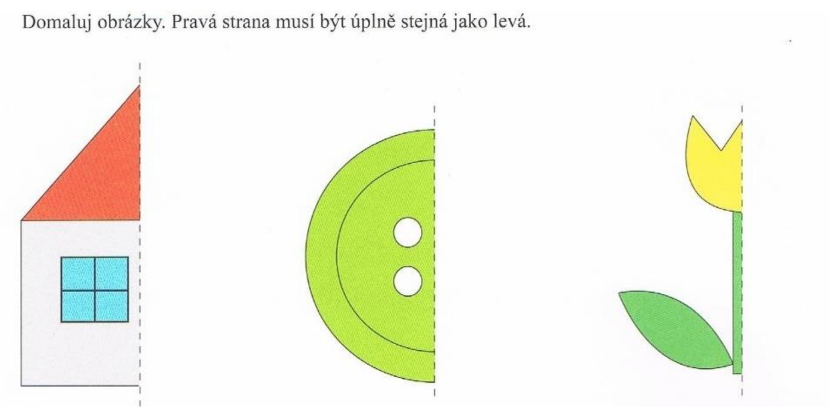


Obrázek 4 - Slovní úlohy (Bártová, a další, 2017 str. 60)

Rovinný útvar kruh byl nejprve probírán spolu s ostatními rovinnými útvary v rámci učebnice pro 1. ročník. V učebnici pro 3. ročník je toto učivo spojeno s tématem kružnice. Úkoly jsou zaměřeny především na rozlišování kruhu a kružnice. Dalším typem úkolů je rozhodnout, zda bod náleží nebo nenáleží kružnici či kruhu a samotné rýsování kružnice o daném poloměru. V učebnici pro 4. ročník je toto učivo zopakováno a rozšířeno o pojem oblouk. Úkoly jsou orientovány především na rýsování kružnice daného poloměru. V učebnici pro 5. ročník je učivo zaměřeno na určování vzájemné polohy dvou kružnic na základě společných bodů.

3.1.2 OSOVÁ SOUMĚRNOST

S osovou souměrností se žáci seznamují již ve druhém dílu pracovní učebnice pro 1. ročník (Obrázek 5). Nalezneme zde úkoly, ve kterých žáci domalovávají druhou polovinu osově souměrného obrázku a dokreslují písmena (např. písmena A, H, M). Stejné typy úkolů nalezneme i v pracovní učebnici pro 2. ročník.

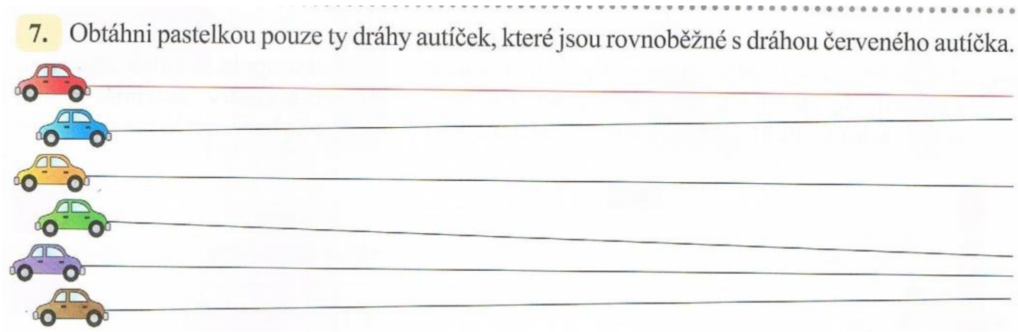


Obrázek 5 - Osová souměrnost v učebnici pro 1. ročník (Pítová, a další, 2017 str. 38)

V učebnici pro 4. ročník je první seznámení s pojmem osa souměrnosti. Úkoly jsou zaměřené především na rozhodování, zda jsou obrázky osově souměrné a na hledání osy souměrnosti (např. u dopravních značek nebo u písmen abecedy). Celkové zopakování tohoto učiva je zařazeno do učebnice pro 5. ročník, většina úkolů se již opakuje. Nově je zařazen například úkol na určování osově souměrných číslic. Učivo o osové souměrnosti je částečně zařazeno i do učiva o pravidelných obrazcích.

3.1.3 VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK

Ve druhém dílu pracovní učebnice pro 2. ročník se již žáci setkávají s pojmy rovnoběžné a různoběžné přímky. Vzájemná poloha přímek je v pracovní učebnici definována na základě existence společného bodu přímek. Rovnoběžné přímky nemají žádný společný bod, různoběžné přímky mají jeden společný bod. Většina úkolů je zaměřena na rozhodování o vzájemné poloze přímek. Pro žáky může být obtížná úloha 7 (Obrázek 6), protože je pro ně těžko představitelné, že průsečík přímek se nachází mimo nákresnu, která je pro ně představována stránkou v učebnici.



Obrázek 6 - Úkol zaměřený na rovnoběžné a různoběžné přímky (Vondrášková, a další, 2017 str. 53)

V učebnici pro 3. ročník je učivo o vzájemné poloze přímek rozšířeno. Žáci se učí zapisovat rovnoběžnost a seznamují se se zvláštním typem různoběžných přímek – s kolmými přímkami. Na základě této vzájemné polohy přímek je zaveden pravý úhel.

Učivo je zopakováno v rámci prvního dílu učebnice pro 4. ročník. V tomto dílu učebnice je zařazen výklad rýsování kolmic a rovnoběžek. V rámci některých úkolů jsou využity i mezipředmětové vztahy (Obrázek 7). Rozšířené je také učivo o pravém úhlu.

Obrázek 7 - Mezipředmětové propojení (Faltinová, a další, 2016 str. 73)

V učebnicích pro 5. ročník je žákům vysvětlena další vlastnost rovnoběžných přímek. Jedná se o vzdálenost rovnoběžek, tedy délku úsečky kolmé k těmto rovnoběžkám, jejíž krajní body jsou průsečíky rovnoběžek s touto úsečkou. Tato vzdálenost je stále stejná.

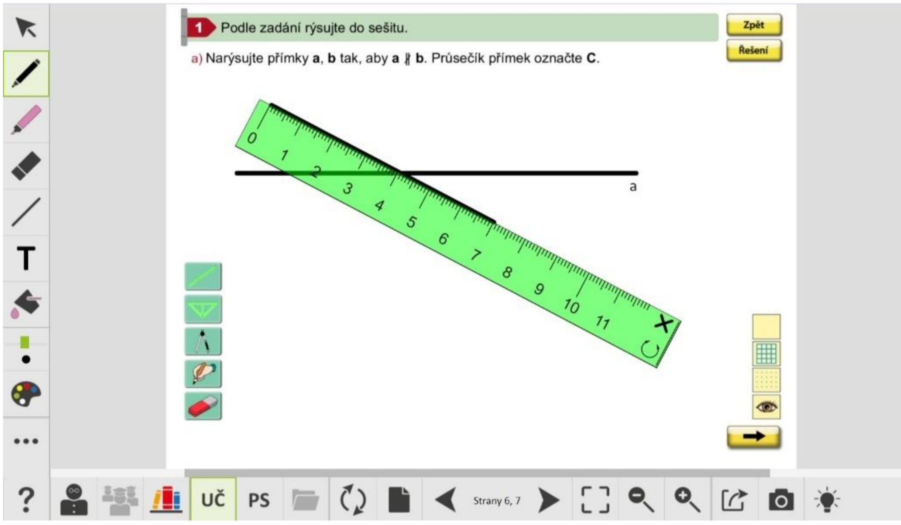
3.2 UČEBNICE OD NAKLADATELSTVÍ NOVÁ ŠKOLA, S. R. O.

Nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o., vydává ucelenou řadu učebnic a pracovních sešitů pod názvem Matýskova matematika. Toto pojmenování vychází od skřítka Matýska, který žáky provází celou řadou učebnic. V roce 2020 byl vytvořen také maňásek Matýsek, kterého mohou učitelé využívat během hodin matematiky. Všechny díly učebnic i pracovních sešitů jsou v souladu s RVP ZV a mají schvalovací doložku MŠMT. Tato ucelená řada podporuje rozvoj čtenářských dovedností. Již v 1. dílu mohou žáci číst zadání úkolů pomocí piktogramů. Tyto piktogramy jsou vysvětleny v úvodu učebnic, psané zadání úkolů je v zápatí stránek.

Řada učebnic Matýskova matematika je součástí uceleného sytému AMOS. Tato zkratka znamená spojení učebnic češtiny Čteme a píšeme s Agátou, učebnic matematiky s Matýskem a učebnic prvouky Objevujeme a poznáváme s Oskarem.

K učebnicím jsou natáčena výuková videa, která lze nalézt na webových stránkách *http://www.matyskova-matematika.cz/*. Ve videích jsou rozebírány příklady z učebnic a vysvětlována nová látka. Videa jsou natáčena spoluautorem učebnic Milošem Novotným.

Ke každé učebnici i pracovnímu sešitu od tohoto nakladatelství je vytvořena multimediální interaktivní učebnice (MIUč+). V interaktivní učebnici vidí uživatel všechny úkoly z učebnic i pracovních sešitů a může si zobrazit jejich řešení. U výkladové části jsou vytvořeny animace, které učivo podrobně vysvětlují. U konstrukčních úloh může uživatel využívat nástroje pravítko, tužka, guma, trojúhelník s ryskou nebo kružítko (Obrázek 8). Pozadí nákresny je měnitelné, uživatel může nastavit, zda chce mít prázdné pozadí, mřížku nebo tečkovanou nákresnu. V levé části obrazovky se zobrazují další nástroje, které jsou využitelné k jakémukoliv typu úkolu (nejen u konstrukčních úloh). Uživatel může díky nim psát do učebnice nebo zvýrazňovat zadání úkolů. Jeden z nástrojů slouží k vytváření geometrických útvarů jako je elipsa, obdélník nebo mnohoúhelník. Výhodnou pomůckou do výuky jsou stopky, které také nalezneme v panelu nástrojů. Součástí interaktivní učebnice jsou i testy a další úkoly rozšiřující dané učivo.

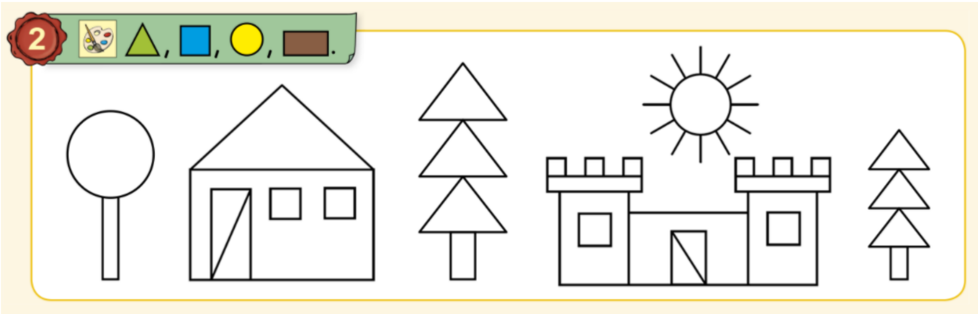


Obrázek 8 - Ukázka úkolu z multimediální interaktivní učebnice

Geometrické učivo není v učebnicích pro 1. a 2. ročník oddělováno od ostatních matematických témat. Geometricky zaměřené úkoly jsou různě zařazovány v učebnici a jsou často propojeny s aritmetickým učivem (např. spočítej kolik obdélníků je na obrázku). Od 3. ročníku je geometrické učivo odděleno do samostatných učebnic a pracovních sešitů s názvem Geometrie. Nejedná se o učebnice, které by navazovaly na předchozí díly učebnic, mohou být tedy využívány samostatně. K učebnicím jsou vytvořeny i doplňovací sešity, do kterých žáci zapisují výsledky úkolů z učebnice.

3.2.1 ZÁKLADNÍ ÚTVARY V ROVINĚ

První úkoly zaměřené na základní útvary v rovině se nacházejí hned na prvních stránkách učebnice pro 1. ročník. Jedná se o úkoly, kdy žáci rozeznávají v obrázku útvary čtverec, obdélník, kruh a trojúhelník a vybarvují je určenou barvou. Postupně jsou obrázky v učebnici složitější a žáci útvary kromě vybarvování také spočítají. Úkol, který by mohl být pro žáky obtížnější, lze vidět na Obrázek 9. Zadání úkolu je stále stejné – vyhledat geometrické útvary a vybarvit je dle zadání. Některé útvary zde však nejsou viditelné na první pohled, protože jsou složené z několika jiných útvarů. Například dva trojúhelníky, které tvoří dveře domečku, dohromady dávají obdélník. Při vypracovávání tohoto úkolu se můžeme žáků zeptat, zda by přišli i na jiné řešení, než které je v učebnici uvedeno (dveře jsou tvořeny dvěma trojúhelníky). V případě samostatné práce žáků je nutné ujasnit, zda dveře budeme brát jako dva trojúhelníky nebo jeden obdélník.



Obrázek 9 - Úkol z učebnice Matýskova matematika 1. díl (Doležalová, a další, 2018 str. 7)

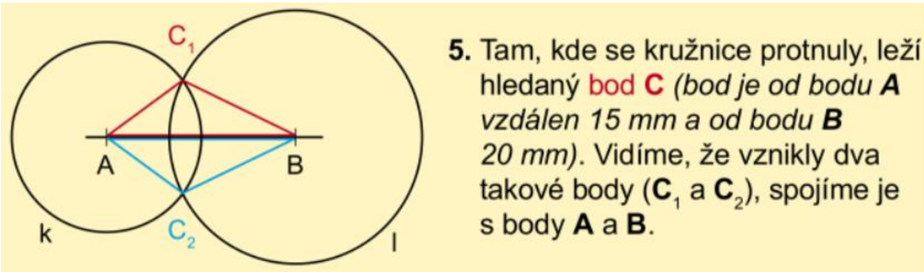
Dalším typem úkolu, který se v učebnici často opakuje, je dokreslování základních geometrických útvarů do logických řad. Tyto typy úkolů pokračují i v učebnicích pro 2. ročník, pouze se zvyšuje jejich obtížnost. Ve 3. dílu učebnice pro 2. ročník označují žáci vrcholy trojúhelníků, čtverců a obdélníků a zapisují délku jejich stran. Pracují s jednotkami délky centimetry, milimetry, a decimetry.

V učebnici pro 3. ročník je učivo o základních geometrických útvarech zopakováno na několika úkolech. Jako příklad uvedeme úkol, ve kterém žáci správnou odpověď označují křížkem (např. Čtverec má 4 strany.). Tyto úkoly kromě ověřování zvládnutí učiva slouží k rozvoji čtenářských dovedností. Rýsování v této fázi probíhá pouze na tečkované nebo čtverečkované papíry, které jsou součástí doplňovacích sešitů.

Na opakovací část učebnice navazuje učivo o mnohoúhelnících. Nejprve je zařazen stručný výklad, který obsahuje vyvození mnohoúhelníků jako uzavřené lomené čáry, která ohraničuje část roviny. Kromě pojmenovávání mnohoúhelníků je v učebnici probírán také jejich obvod a obsah, který je určován pomocí tečkovaného papíru. Vlastnosti využívaného tečkovaného papíru byly žákům sděleny v úvodu učebnice (např. vzdálenosti všech sousedních bodů ve vodorovném i svislém směru jsou 1 cm). U učiva o trojúhelníku jsou úkoly zaměřeny na správné popisování stran a vrcholů. Dále zde nalezneme slovní úlohy na výpočet obvodu trojúhelníku (Obrázek 10).

Obrázek 10 - Slovní úloha zaměřená na výpočet obvodu trojúhelníku (Novotný, a další, 2014 str. 38)

Pomocí kružítka se žáci učí konstruovat trojúhelník, jsou-li zadány délky všech tří stran. Při vzorové konstrukci (Obrázek 11) jsou žákům uváděny obě možnosti řešení, protože průnikem kružnic opsaných kolem krajních bodů úsečky AB vznikly dva průsečíky C_1 a C_2.

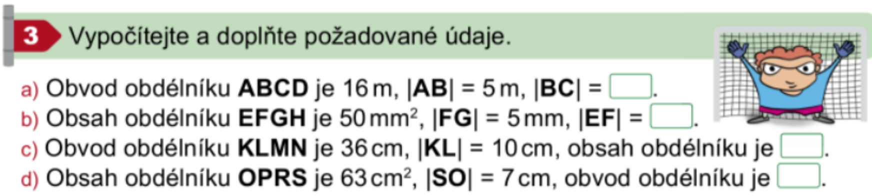


Obrázek 11 - Část konstrukce trojúhelníku pomocí kružítka (Novotný, a další, 2014 str. 58)

Následuje učivo o čtyřúhelnících. Zvláštní pozornost je věnována čtverci a obdélníku. Jejich vlastnosti jsou vyvozeny porovnáváním těchto dvou útvarů. Stejně jako u předchozího učiva o trojúhelníku, i zde se dále pracuje s obvodem a obsahem útvarů pomocí slovních úloh a již zmíněných typových úloh (tvrzení nebo rozhodování o správnosti zápisu).

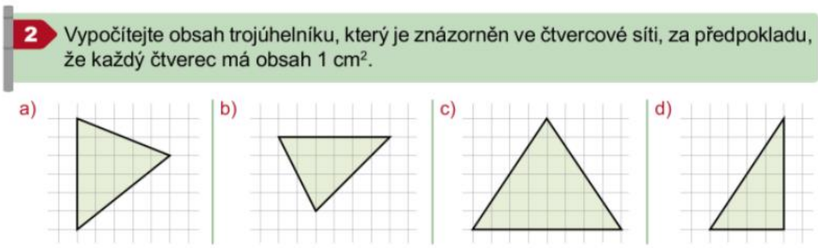
V učebnici pro 4. ročník je kromě konstrukce trojúhelníku pomocí kružítka uvedena i konstrukce pravoúhlého trojúhelníku pomocí trojúhelníku s ryskou. Žáci rozlišují také trojúhelníky rovnoramenné a rovnostranné. Výpočet obvodu trojúhelníku probíhá pomocí vzorečku a je procvičován především na slovních úlohách. Obsah trojúhelníku je určován za pomoci tečkovaného papíru, kdy žáci doplní trojúhelník na útvar, jehož obsah dokážou vypočítat (čtverec/obdélník).

Veškeré učivo o mnohoúhelnících je zopakováno v učebnici pro 4. ročník. Zvláštní důraz je kladen na výpočet obsahu mnohoúhelníků pomocí tečkovaného papíru. Čtyřúhelníky jsou v učebnici rozděleny na lichoběžníky, různoběžníky a rovnoběžníky, které jsou dále děleny na již známé čtverce, obdélníky a nově zavedené kosočtverce a kosodélníky. Žáci jsou seznámeni pomocí obrázkového návodu s konstrukcí čtverce a obdélníku. Typickými úkoly, které převládají v učebnici, jsou úkoly na doplňování zápisů dle nákresů. Žáci pracují s pravítkem a opakují si geometrické symboly (bod náleží/nenáleží útvaru, úsečka je kolmá na danou úsečku atd.). Rozšířené je také učivo o obsahu a obvodu těchto geometrických útvarů, kdy výpočet probíhá využíváním vzorečků. Znalosti těchto vzorečků jsou využívány pro výpočet strany útvaru, když je znám jeho obsah (Obrázek 12).



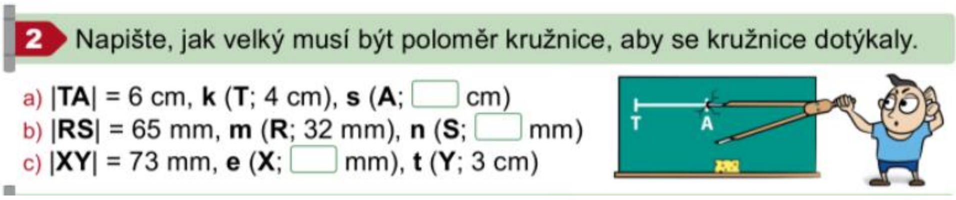
Obrázek 12 - Úkoly zaměřené na obsah obdélníku (Novotný, a další, 2015 str. 34)

Veškeré toto učivo je podrobněji procvičováno v učebnici pro 5. ročník. Nově je zavedeno učivo o úhlopříčkách ve čtverci a obdélníku. Na základě znalosti vlastností úhlopříček žáci konstruují čtverce. Počítání obsahů a obvodů čtverce a obdélníku je procvičováno především na slovních úlohách. V učebnici jsou rozšiřovány znalosti o trojúhelníku. Nově zaváděné jsou pojmy přepona a odvěsny u pravoúhlého trojúhelníku, ramena a základna u rovnoramenného trojúhelníku. Zvláštní pozornost je věnována výpočtu obsahu trojúhelníku ve čtvercové síti (Obrázek 13).



Obrázek 13 - Výpočet obsahu trojúhelníku ve čtvercové síti (Novotný, a další, 2017 str. 36)

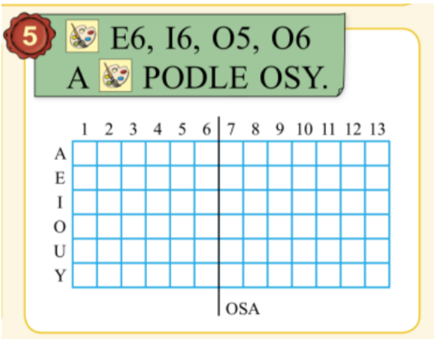
Stejně jako vlastnosti čtverce a obdélníku, tak i vlastnosti kruhu a kružnice jsou vyvozovány společně v učebnici pro 3. ročník. Žáci jsou seznámeni s pojmy průměr, poloměr a se zápisem kružnice pomocí středu a poloměru. Úkoly jsou zaměřeny především na určování, které body náleží a které nenáleží kruhu a kružnici. Postup rýsování kružnice je detailně popsán v obrázkovém návodu. Dále je učivo rozšířeno kapitolou o vzájemné poloze kružnice a přímky a o vzájemné poloze kružnic (Obrázek 14). Matoucí pro žáky by mohlo být označování průsečíků dvou kružnic. V učebnici jsou tyto průsečíky označovány barevnými kolečky, ačkoliv do této doby byly všechny body i průsečíky označovány křížky. V učebnici pro 4. a 5. ročník je toto učivo zopakováno.



Obrázek 14 - Úkol zaměřený na vzájemnou polohu kružnic (Novotný, a další, 2015 str. 17)

3.2.2 OSOVÁ SOUMĚRNOST

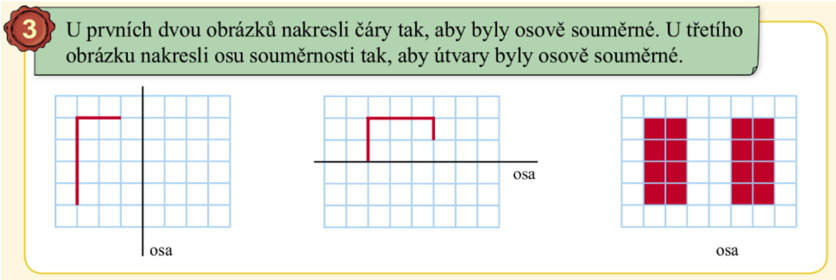
S osovou souměrností se žáci poprvé seznamují ve 3. dílu učebnice pro 1. ročník. V úkolech žáci dokreslují obrazce ve čtvercové síti podle osy souměrnosti. Některé úkoly jsou náročnější tím, že vzor si žáci nejprve nakreslí sami dle zadání a až poté dodělají obraz dle osy souměrnosti (Obrázek 15). Díky těmto úkolům si procvičují orientaci v tabulce (sloupec x řádek).



Obrázek 15 - Úkol zaměřený na osovou souměrnost (Doležalová, a další, 2018 str. 27)

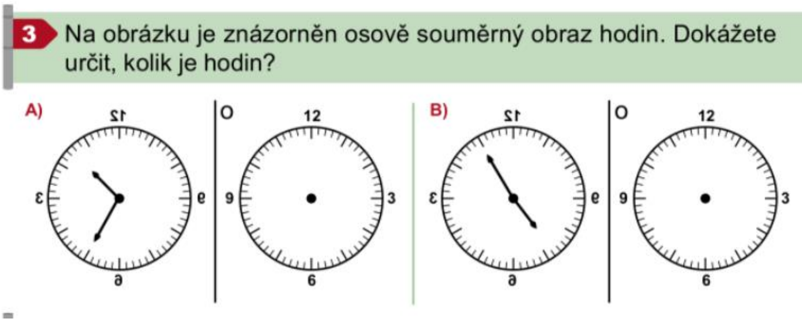
Dále jsou v tomto dílu učebnice úkoly, ve kterých jsou geometrické útvary přímkou rozděleny na dvě stejné části. Úkolem žáků je jednu polovinu geometrického útvaru vybarvit červenou a druhou žlutou barvou. Přímka, která útvar rozděluje, zde není označena jako osa souměrnosti, ačkoliv se o ní jedná. Učitel však může žáky na tuto skutečnost upozornit a rozvíjet tak jejich znalosti o osové souměrnosti do budoucna.

V kreslení osově souměrných obrazců a čar ve čtvercové síti žáci pokračují i v učebnicích pro 2. ročník. Přibývají obměny úkolů, kdy jsou zobrazeny dva shodné útvary a žáci mají nakreslit osu souměrnosti. V dalších úkolech již žáci ověřují, zda jsou obrazce ve čtvercové síti osově souměrné a pokud ano, osu souměrnosti sami nakreslí. Postupně již osy souměrnosti nekreslí, ale rýsují je do čtvercových sítí nebo dorýsují obrazce dle osy souměrnosti (Obrázek 16).



Obrázek 16 - Osově souměrné obrazce (Doležalová, a další, 2019 str. 7)

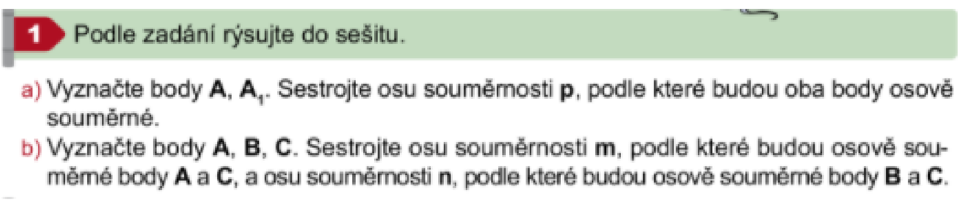
V učebnici pro 3. ročník je v rámci opakování látky zařazeno krátké výkladové shrnutí o tomto zobrazení. Dále jsou úkoly zaměřeny na rozhodování, zda jsou obrázky a písmena osově souměrné. Rozdíl oproti předchozím ročníkům je v tom, že obrázky již nejsou zobrazovány ve čtvercové síti. V logických úlohách je zařazeno cvičení na znázornění osově souměrného obrazu hodin (Obrázek 17).



Obrázek 17 - Osově souměrné hodiny (Novotný, a další, 2014 str. 64)

V učebnici pro 4. ročník pokračují stejné typy úkolů jako v předešlých učebnicích, pouze se zvyšuje jejich náročnost (složitější obrázky, více os souměrnosti). Po tomto zopakování následuje výklad konstrukce osově souměrných bodů. Zadání úkolů zůstává stejné, ale k rozhodnutí, zda jsou body osově souměrné, již žáci využívají trojúhelníku s ryskou.

Celkové zopakování již osvojených znalostí tohoto tématu je zařazeno i v učebnici pro 5. ročník. Náročnost typových úkolů se stále zvyšuje. Pomocí obrázkového návodu je žákům vysvětlen postup při konstrukci osově souměrných mnohoúhelníků. Konstruovat se učí také osu souměrnosti. Pochopení nového učiva je ověřeno v konstrukčních úlohách, které lze vidět na Obrázek 18.



1 Podle zadání rýsujte do sešitu.

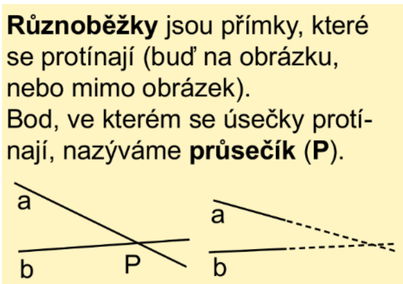
a) Vyznačte body **A**, **A_1**. Sestrojte osu souměrnosti **p**, podle které budou oba body osově souměrné.

b) Vyznačte body **A**, **B**, **C**. Sestrojte osu souměrnosti **m**, podle které budou osově souměrné body **A** a **C**, a osu souměrnosti **n**, podle které budou osově souměrné body **B** a **C**.

Obrázek 18 - Úkol zaměřený na konstrukci osy souměrnosti (Novotný, a další, 2017 str. 45)

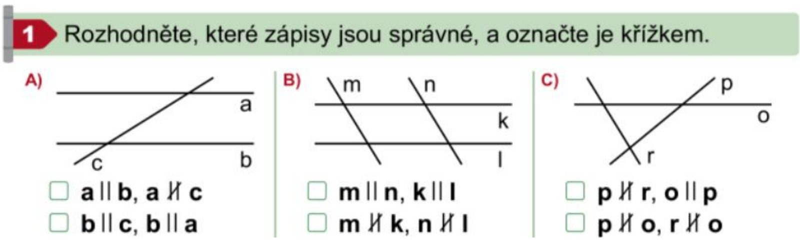
3.2.3 VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK

První seznámení se vzájemnou polohou přímek je v učebnici pro 3. ročník. Žákům jsou předkládány definice různoběžek a rovnoběžek. Ty jsou definovány jako přímky, které mají mezi sebou stále stejnou vzdálenost a nikde se neprotínají. V definici různoběžek v tomto dílu učebnice můžeme nalézt nepřesnost v užívaných pojmech. Různoběžky jsou zde definovány jako přímky, které se protínají. Nicméně v následujícím textu je pojem přímky chybně zaměněn za pojem úsečky (Obrázek 19).



Obrázek 19 - Definice různoběžných přímek (Novotný, a další, 2014 str. 27)

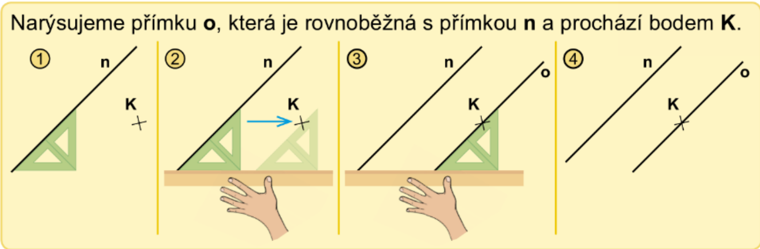
V úkolech žáci rozhodují o správnosti zápisu vzájemné polohy přímek nebo popisují přímky tak, aby platil zápis (Obrázek 20). První rýsování probíhá na tečkovaný nebo čtverečkovaný papír.



Obrázek 20 - Úkoly zaměřené na vzájemnou polohu přímek (Novotný, a další, 2014 str. 27)

Po rozdělení rovnoběžek a různoběžek jsou podrobněji rozebrány kolmé přímky včetně symbolu využívaného při zápisu této polohy přímek. Pomocí obrázkového návodu je vysvětlen postup rýsování kolmice procházející daným bodem.

V učebnici pro 4. ročník je zařazeno stručné zopakování učiva z předchozího ročníku. Úkoly zůstávají stejné jako v učebnici pro 3. ročník, pouze při rýsování již není využíván tečkovaný papír. Novým učivem je konstrukce rovnoběžek pomocí trojúhelníku s ryskou a pravítka. Stejně jako v předchozích výkladech i tato látka je vysvětlena pomocí obrázkového návodu (Obrázek 21) a procvičena na již zmíněných typech úkolů.



Obrázek 21 - Konstrukce rovnoběžek (Novotný, a další, 2015 str. 13)

V 5. ročníku je opět zařazeno opakování tohoto učiva. Procvičování je zaměřeno především na samotné rýsování přímek. Nové učivo se týká sestrojení kolmice pomocí kružítka. Této konstrukce je využíváno při sestrojování středu úsečky pomocí kružítka.

3.3 CELKOVÉ ZHODNOCENÍ ANALÝZY VYBRANÝCH ŘAD UČEBNIC

Nelze říci, která řada učebnic je vhodnější pro využívání ve výuce. Sama učebnice výuku netvoří, vždy záleží na učiteli, jak s ní bude pracovat. Ačkoliv jsou obě analyzované řady učebnic vydávány českými nakladatelstvími, jsou určeny pro 1. stupně základních škol a jsou v souladu s RVP ZV, nalezneme mezi nimi mnoho rozdílů jak v rozsahu učiva, tak ve způsobu jeho zavádění a procvičování. V této podkapitole jsou shrnuty některé odlišnosti nebo podobnosti mezi učebnicemi.

Obě řady učebnic oddělují geometrické učivo od ostatního učiva matematiky. O zařazení geometrického učiva tedy rozhoduje sám učitel. V učebnicích Hravá matematika nalezneme toto učivo zařazeno vždy v závěru učebnic, a to již od 1. dílu pracovní učebnice pro 1. ročník. Nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o., začleňuje geometrické učivo mezi zbylé učivo pouze v učebnicích pro 1. a 2. ročníky. Od 3. ročníku jsou vytvořeny speciální učebnice Geometrie, ve kterých nalezneme, jak název napovídá, pouze geometrické učivo. S tím souvisí i množství příkladů k procvičení učiva. V učebnicích Matýskova matematika je učivo rozděleno do menších úseků, které jsou o to více procvičeny.

Řada učebnic Matýskova matematika využívá k procvičování učiva stále stejné typy příkladů. Příkladem může být probírání rovinných útvarů, kdy typově podobné příklady se opakují u čtverce, obdélníku i trojúhelníku. Oproti tomu v učebnicích Hravá matematika nalezneme více různorodé úkoly. Poměrně jednotvárné jsou také slovní úlohy v učebnicích Matýskova matematika. Rozdíl je i v počtu slovních úloh. V učebnicích Hravá matematika jich nalezneme mnohem více a jsou zařazeny téměř ke každému geometrickému tématu. Lze uvést konkrétní příklad, kdy v učebnici Matýskova matematika pro 5. ročník jsou u učiva o povrchu krychle a kvádru zařazeny pouze 3 slovní úlohy. Oproti tomu v učebnici Hravá matematika lze najít 11 slovních úloh. Hravá matematika také navíc zařazuje úkoly na modelování geometrických situací (např. modelování vzájemných poloh přímek pomocí slámek).

Jak již bylo zmíněno, rozdíl mezi rozebíranými řadami učebnic je především v rozsahu učiva. Jako příklad lze uvést učivo o osové souměrnosti. V učebnicích Hravá matematika jsou úkoly zaměřeny pouze na dokreslování obrázků, ve vyšších ročnících na hledání osy souměrnosti. Se samotným pojmem osa souměrnosti se žáci seznamují až ve 4. ročníku. Oproti tomu v učebnicích Matýskova matematika jsou s tímto pojmem žáci seznámeni již v úvodu učiva v 1. ročníku. Hlavní rozdíl je v celkových dosažených znalostech tohoto učiva. Zatímco v Hravé matematice jsou nejobtíženějšími úkoly vyhledávání os souměrnosti obrázků, v Matýskově matematice je zařazena i konstrukce osově souměrných bodů a mnohoúhelníků.

Rozdílnost učebnic lze vidět i v zaměření na úkoly prostorové geometrie, které nebyly v rámci analýzy učebnic zmíněny. Učebnice Matýskova matematika zařazuje pravidelně celé stránky s úkoly zaměřenými na stavby krychlí od 3. ročníku. V těchto učebnicích nalezneme také logické úlohy, se kterými se žáci mohou setkat v rámci matematických soutěží nebo u příjímacích zkoušek na víceletá gymnázia. Rozšiřujícím učivem v této řadě učebnic jsou souřadnicové soustavy nebo konstrukce diagramů. V učebnicích Hravá matematika je této problematice věnována menší pozornost.

V učebnicích Matýskova matematika je kladen větší důraz na využívání geometrických symbolů. Ty jsou zařazovány již v nižších ročnících, než je tomu u učebnic Hravá matematika. Zároveň v těchto učebnicích nalezneme mnohem více konstrukčních úloh. U nich je vyžadována nejen samotná konstrukce, ale také náčrtek a zápis konstrukce. Rozdíl je také v počtu zobrazovaných řešení konstrukce. Například u konstrukce trojúhelníku jsou v učebnicích Matýskova matematika žákům ukazována dvě možná řešení (Obrázek 11), v Hravé matematice pouze jedno.

Obě řady učebnic nabízejí pro své uživatele i interaktivní verze učebnic, pracovní sešity k učebnicím a metodické příručky. Nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o., navíc natáčí výuková videa, která jsou volně přístupná na internetovém serveru YouTube.

4 KOGNITIVNÍ TECHNOLOGIE

4.1 KOGNITIVNÍ TECHNOLOGIE VE VÝUCE MATEMATIKY

Technologie dnes tvoří významnou součást procesu učení se matematice. S rozvojem moderních technologií roste i nutnost zařazovat je do tohoto procesu. Z tohoto důvodu se je snaží čím dál tím více učitelů začlenit do svých hodin.

Pod pojmem technologie rozumíme v této práci technologie kognitivní a technologie specificky matematické. Kognitivní technologie lze chápat jako technologie, díky kterým jedinec může překročit meze svých schopností v učení a přemýšlení. V souvislosti s počítači se jedná o počítačové prostředky, díky kterým dochází ke zlepšování procesu získávání poznatků. Specificky matematické technologie představují technologie, které jsou v první řadě určeny pro využívání v matematice a bývají označovány jako matematické softwary. (Vaníček, 2009)

Důležité je rozlišovat mezi informačními a komunikačními technologiemi (ICT) a počítačovými kognitivními technologiemi. Vaníček (2009) uvádí, že počítačové kognitivní technologie je možné vnímat jako podskupinu ICT. Pod ICT můžeme zařadit například využívání webových stránek během vyučovacích hodin či videokonference v době distanční výuky. Tyto technologie však nepřispívají k samotnému procesu učení ani k utváření matematických dovedností žáků.

Učitelé vnímají výhody a význam využívání počítačové technologie jako výukové pomůcky v hodinách matematiky. Při jejich využívání však nehraje důležitou roli pouze gramotnost matematická, ale i digitální. (Vaníček, 2011)

V následujícím rozdělení jsou uvedeny kognitivní technologie využívané ve výuce matematiky:

- *„počítačové algebraické systémy*
- *prostředí dynamické geometrie*
- *mikrosvěty*
- *tabulkové procesory*
- *počítačové laboratoře*

- *grafické kalkulačky*
- *uzavřená výuková prostředí*
- *interaktivní tabule“* (Vaníček, 2009 stránky 12-13)

Mezi počítačové algebraické systémy řadíme například produkty Mathematica nebo Derive. Jedná se o technologie, které zvládají velmi náročné numerické výpočty. Mikrosvěty jsou zastoupeny reprezentanty Scratch či Imagine Logo a jsou založeny na principu postupného zadávání příkazů, což vede k vytvoření grafiky. Ke zpracovávání dat a jejich převádění do grafů se využívají tabulkové procesory jako je například Microsoft Excel. Grafické kalkulačky nabízejí kromě výpočtu také grafy daných funkcí. Prostředí počítačových laboratoří je využíváno především pro propojení skutečného světa s počítači. Uzavřenými výukovými prostředími rozumíme různá výuková videa, testovací programy nebo počítačové hry, které mohou částečně nahrazovat vedení učitele. (Vaníček, 2009)

Příkladem kognitivních technologií, které lze využít při výuce matematiky na 1. stupni ZŠ, je interaktivní tabule a prostředí dynamické geometrie. S interaktivními tabulemi se setkáváme na českých školách čím dál více. Jejich oblíbenost lze vysvětlit jednoduše – učitel ji může využívat v kterémkoliv vyučovacím předmětu, může ji ovládat i žák, který se díky tomu více zapojuje do výukového procesu. Ovládat ji lze přímo pohybováním prstů po tabuli. Hlavním zástupcem je SMART Board.

Vzhledem k tématu diplomové práce se detailněji zaměříme na prostředí dynamické geometrie. Prostředí dynamické geometrie bývá označováno zkratkou DGE, která vychází z anglického překladu dynamical geometry enviroment. Jedná se o aplikaci, která je využívána k přesnému rýsování geometrických objektů dle principů konstrukční geometrie. Díky názornosti a téměř dokonalému modelování geometrických objektů bývá právě tento typ kognitivní technologie nejvíce začleňován do výuky matematiky. Na rozdíl od rýsování a načrtávání na tabuli či na papír, může v dynamických geometrických programech uživatel objekty uchopit, pohybovat s nimi a manipulovat s celými geometrickými figurami, aniž by se měnily vztahy mezi geometrickými objekty. Poslední zmíněnou vlastnost těchto programů lze demonstrovat na příkladu rovnoběžnosti přímky a roviny. Můžeme měnit polohu přímky, ale stále musí zůstat zachována její rovnoběžnost s rovinou. Zástupcem prostředí dynamické geometrie je software Cabri nebo GeoGebra. (Vaníček, 2009)

4.2 VÝHODY KOGNITIVNÍCH TECHNOLOGIÍ VE VÝUCE MATEMATIKY

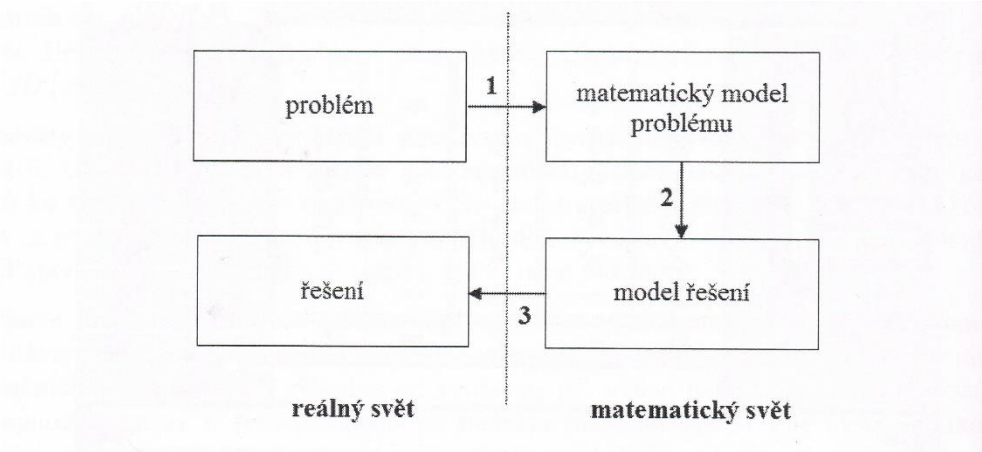
Mnoho pozitiv kognitivních technologií bylo již zmíněno v předešlém textu. Díky své názornosti přispívají technologie k urychlení procesu budování geometrických pojmů. Mezi další výhody jejich nasazení můžeme zařadit i to, že přispívají k rozvoji myšlení a porozumění žáků. Počítačové technologie dokážou ve stejném čase zpracovat různě složitá data a čísla. To nám umožňuje pracovat s reálnými daty, a ne s upravenými, která jsou často využívána za účelem jednoduchého výsledku. (Vaníček, 2009)

Na 1. stupni se můžeme často setkat u žáků s nepřesným označováním přímky jako „čáry“. Díky využívání technologií může docházet i ke zpřesňování vyjadřování a značení, protože technologie „neodpustí“ chybná označení a takto označený objekt nesestrojí.

„Nasazení kognitivních technologií do výuky přináší změny zahrnuté pod čtyři principy:

- *technologie umožňují vyučování orientované na žáka (např. individualizací přístupu);*
- *přinášejí studentům zážitek z toho být matematikem, výzkumníkem, konstruktérem;*
- *nabízejí bezprostřední zpětnou vazbu;*
- *přesouvají epistemologickou autoritu z učitele, žák se pak stává zodpovědnějším za své vzdělání.“* (Vaníček, 2009 str. 15)

Další výhodu lze uvést na příkladu matematických úloh (Obrázek 22). Při jejich řešení mívají žáci největší obtíže s převáděním problému z reálného světa do světa matematického a zpět. Kognitivní technologie mohou žákům usnadnit mezikrok – výpočet. Žáci tak budou mít více času na procvičování problémových částí úlohy. (Vaníček, 2009)



Obrázek 22 - Schéma řešení matematické úlohy (Vaníček, 2009 str. 14)

Zaměříme-li se konkrétně na prostředí dynamické geometrie, lze nalézt výhod hned několik. Využívání statických obrázků geometrických útvarů v učebnici slouží jako vhodná pomůcka během výuky matematiky. Díky programům dynamické geometrie však mohou učitelé i žáci manipulovat v tomto prostředí s jednotlivými objekty. Tím dochází k dokonalejšímu pochopení jejich vlastností. Jako příklad lze uvést dokazování trojúhelníkové nerovnosti. Během krátké doby jsme schopni vytvořit několik různých trojúhelníků. Budeme-li manipulovat s jedním z vrcholů trojúhelníku v prostředí dynamické geometrie, bude se měnit velikost stran vycházejících z tohoto vrcholu. Žákům tak můžeme demonstrovat, že součet délek dvou libovolných stran trojúhelníku je větší než délka strany třetí.

4.3 RIZIKA KOGNITIVNÍCH TECHNOLOGIÍ VE VÝUCE MATEMATIKY

Stejně jako u většiny věcí na světe i u kognitivních technologií lze říci, že všeho moc škodí. Musíme dbát na to, aby nedocházelo k nadměrnému využívání technologií v hodinách matematiky. Mohl by vyvstat problém, že se během výuky zaměříme více na technologie než na matematické učivo.

Vysokým rizikem pak je, že žáci budou využívat technologie, aby řešily matematické problémy místo nich. Zvláště současná doba nabitá počítačovou technologií často svádí žáky k tomu, aby použili počítač k vyřešení úkolu, aniž by se pokusili přijít na postup řešení sami. Dalším negativem je neefektivní využití technologií, které spočívá v tom, že učitel zadává žákům úkoly, které jsou dobře splnitelné použitím tužky a papíru, a vyžaduje jejich řešení pomocí počítače. (Vaníček, 2009)

Problém také může nastat, pokud učitel nedisponuje dostatečnými digitálními kompetencemi. Většinu hodiny pak stráví tím, že se snaží počítačovou technologii ovládnout a cílený obsah výuky opět ustupuje do ústraní.

Další možná negativa nasazení technologií se týkají problému:

- *„že v budoucnosti budou v důsledku používání technologií vyžadovány nepřemýšlivé dovednosti;*
- *že virtuální experiment odvede žáky od přirozeného životního prostředí;*
- *že v kurikulu zamřeném na technologie se sada úkonů rutinního chování početního charakteru jednoduše nahradí sadou úkonů rutinního ovládání modelování a řízení výpočtů na počítači."* (Vaníček, 2009 str. 16)

4.4 Různá hlediska využívání kognitivních technologií ve výuce matematiky

Při nasazení kognitivních technologií do výuky matematiky musíme zvažovat, jak tyto technologie ovlivní průběh vyučovacího procesu. Z psychologických aspektů nasazení technologií je významná především okamžitá kvalitní zpětná vazba. Při výuce geometrie pouze tradičním způsobem může nastat problém, kdy nelze určit, zda je chybný výsledek zapříčiněn nepřesným rýsováním nebo nedostatečným osvojením látky. Počítačové technologie zajistí odstranění problémů s nepřesným rýsováním. Žák se více soustředí na postup konstrukce a učitel se tak může zaměřit na hodnocení pouze znalosti látky. (Vaníček, 2009) Nesmíme však opomenout cíle výuky geometrie, do kterých řadíme i správné návyky rýsování a jeho postupné zpřesňování. Počítačové technologie nesmí zcela nahradit tradiční rýsování.

Zpětná vazba je díky technologiím žákovi poskytována okamžitě. Tím předcházíme upevnění chybných postupů, ke kterému může dojít, pokud mezi výkonem žáka a zpětnou vazbou uplyne delší doba. Možnou výhodou zpětné vazby poskytované počítačem je její diskrétnost. (Vaníček, 2009) Ta by měla být zajištěna i pokud zpětnou vazbu žákovi dává učitel. Avšak stále se na školách setkáváme se sdělováním hodnocení žákova výkonu před celou třídou. Výkon některých žáků tak může být ovlivněn strachem právě z tohoto hodnocení. Učitel by měl vnímat potřeby žáka a respektovat je.

Důležitým psychologickým aspektem využívání technologií je možnost vizualizace. Obecně lze říci, že čím více smyslů do procesu učení zapojujeme, tím kvalitnější tento proces je. Žák díky vizualizaci může lépe porozumět geometrickému problému a proces osvojení se urychlí. Tato vizualizace by však neměla nahradit náčrtky v plné míře. (Vaníček, 2009)

Abychom dosáhli co největší úspěšnosti při užití kognitivních technologií ve výuce, je potřeba změnit i přístup k výuce. Konstruktivistické pojetí výuky, které bylo již zmíněno v kapitole 2.1 (Definice výukové metody), klade důraz na aktivitu žáka při osvojování znalostí. Využívání kognitivních technologií podporuje toto pojetí a ukazuje se jako vysoce efektivní ve výuce matematiky.

Z pedagogického hlediska je u kognitivních technologií důležitá role učitele. Ukázalo se, že účinnější jsou ty typy technologií, které žákovi nabízejí *„prázdná prostředí, která teprve učitel naplní vzdělávacím významem ve chvíli, kdy žákovi zadá konkrétní úkoly*.“ (Vaníček, 2009 str. 26) To, zda počítačové technologie budou přínosem do výuky matematiky, opět ovlivňuje učitel. Pokud učitel pouze zkopíruje příklady z papíru do počítače, nepřináší do výuky nic nového, aktivizujícího a experimentálního. Nezastupitelná je i role učitele při klasifikaci žáků. Žák, který bude bezpečně ovládat danou látku v matematice, nemusí dostatečně ovládat danou technologii. Pokud učitel přenechá klasifikaci počítači, může dojít k vyhodnocení žáka jako neúspěšného, protože nejsou hodnoceny jeho matematické dovednosti, ale dovednost pracovat s technologií.

Kromě role učitele dochází i ke změně role žáka. Ten se stává hodnotitelem vlastního učení. Pro žáka je nezbytné naučit se ovládat technologie, aby mohl aplikovat své znalosti v praxi. (Schofield, 1995)

Kognitivní technologie zařazené do výuky matematiky nabízejí mnoho příležitostí k realizaci projektové výuky. Většina učitelů se však projektové výuce v této vzdělávací oblasti vyhýbá. Podotýkají, že projektová výuka je časově velmi náročná jak na přípravu, tak na realizaci. Zároveň zde panují obavy, že během projektů dojde u žáků k velkým rozdílům v osvojení učiva. Pozitiva projektové výuky spatřujeme v rozvoji týmové spolupráce a vlastním plánování dalších postupů při řešení problémů. (Vaníček, 2009)

Současné období, kdy se většina žáků základních i středních škol z důvodů pandemie vzdělává pouze distanční formou, ukazuje další možnost využití počítačových technologií.

„Kognitivní technologie lze zařadit jako výukové objekty nebo jejich součásti do e-learningových kurzů, čímž mohou využít výhod, které přináší distanční prvek a komunikativní nástroje elektronického vzdělávání." (Vaníček, 2009 str. 30) Toto využití technologií je podmíněno technickým zabezpečením a učitelovou připraveností. Proto je důležité, aby tato příprava na zařazení technologií do výuky probíhala již u studentů učitelských oborů na vysokých školách.

Nasazení technologií do výuky má také sociologický význam. Můžeme tím zajistit rovnocenný přístup k technologiím pro všechny žáky. Někteří žáci nemají mimo školu možnost naučit se s technologiemi pracovat. Jedná se například o žáky ze sociálně slabších rodin či o žáky s nějakým handicapem. Tito žáci by v budoucnu byli na trhu práce znevýhodněni, jelikož většina zaměstnavatelů dnes tyto znalosti vyžaduje. (Vaníček, 2009)

5 PROGRAM GEOGEBRA

5.1 CO JE TO GEOGEBRA

Program GeoGebra řadíme mezi programy dynamické geometrie. Do této skupiny programů lze zařadit také programy Cabri II Plus či Compass and Ruler, které se společně s GeoGebrou vyznačují atributy jako interaktivita, dynamika nebo vizualizace. Jak název GeoGebra napovídá, v programu je propojena geometrie s algebrou. Dále jsou zde také propojeny grafy, tabulkové procesory, statistika a analýza. (Žilková, 2011) Právě díky spojitosti s algebrou lze v současnosti program zařadit i mezi počítačové algebraické systémy.

Uživateli tohoto programu jsou povětšinou učitelé a žáci nejen vyšších stupňů vzdělávání, ale i stupně základního. Program těmto uživatelům umožnuje vytvářet matematické objekty a dále s nimi pracovat, například s nimi pohybovat či měnit jejich vlastnosti. Program není využitelný pouze v hodinách matematiky, ale i v jiných předmětech, což je dokázáno v mnoha diplomových pracích zaměřených právě na toto téma. Nejčastěji je využíván v předmětech fyzika a zeměpis.

Základy tohoto programu vytvořil v roce 2001 Rakušan Markus Hohenwarter ve své kvalifikační práci na Univerzitě v Salzburgu. Díky DOC stipendiu od Rakouské akademie věd mohl v tomto projektu pokračovat i v následujícím studiu. Již v tomto období vyhrál program několik cen například EASA 2002: European Academic Software Award. (Hohenwarter, a další, 2007) Od této doby na vývoji programu již spolupracuje více vývojářů a program získává další významná ocenění, která lze nalézt na oficiálních webových stránkách. Dnes je program rozšířený téměř po celém světě. Lze jej využívat ve více než 60 jazycích včetně jazyka českého.

5.2 WEBOVÉ STRÁNKY GEOGEBRA A DOSTUPNOST PROGRAMU

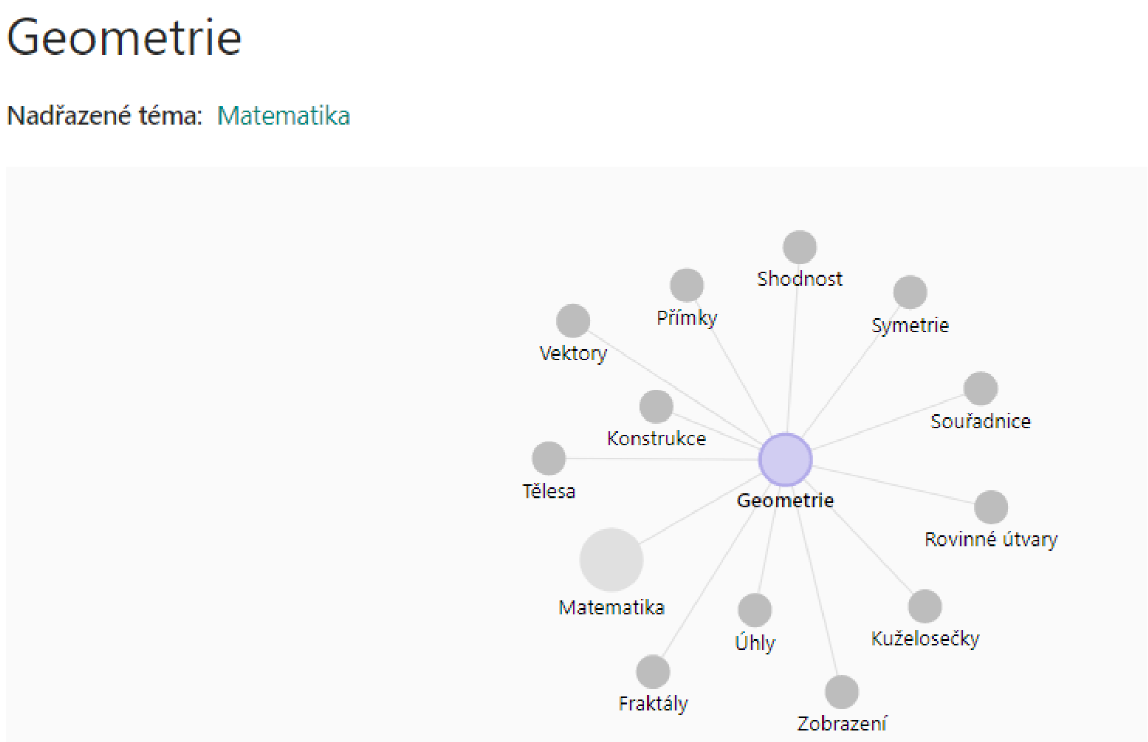
Program GeoGebra je možné bezplatně stáhnout z oficiálních webových stránek *https://www.geogebra.org/*. Stejně jako celý program i tyto stránky jsou přístupné v českém jazyce. V záložce Aplikace ke stažení nalezneme nejnovější stažitelnou verzi tohoto programu GeoGebra Klasik 6, která obsahuje celý balíček pro geometrii, pravděpodobnost, statistiku a algebru. Dále zde můžeme stáhnout předchozí verzi GeoGebra Klasik 5 či aplikaci 3D grafy, CAS kalkulačku nebo Grafický kalkulátor. Program lze spustit také online přímo na oficiálních webových stránkách. Aplikace jsou bezplatně stažitelné pro iOS, Android, Windows, Mac, Chromebooky i Linux. (GeoGebra, 2021)

Společnost GeoGebra využívá k propagaci programu sociální sítě jako je Facebook, Instagram, Twitter nebo YouTube. Zde jsou prezentovány novinky v rozvoji programu nebo zajímavé návody a tipy na práci s programem. Tyto novinky můžeme sledovat také přes záložku Novinky na oficiálních webových stránkách.

Velkým přínosem pro uživatele jsou sdílené materiály, které lze opět najít na webových stránkách v záložce Materiály. Materiály jsou rozděleny na dva typy – na aktivity a knihy. Liší se tím, že kniha může obsahovat celou řadu jednotlivých aktivit. Po přihlášení může uživatel do jím vytvořené knihy nahrávat nejen vlastní materiály, ale i materiály veřejně sdílené.

Na webových stránkách si může každý uživatel vytvořit vlastní profil, který je vázaný na e-mailovou adresu. Přihlášený uživatel může nahrávat vlastní materiály, ukládat oblíbené materiály jiných autorů, vytvářet knihy či zakládat třídy. U nahraných materiálů může uživatel nastavit jejich soukromí, tedy jestli bude materiál veřejný pro všechny uživatele, soukromý pouze pro vlastní potřeby nebo sdílený pouze přes přímý odkaz. Při nahrávání materiálů může uživatel uvést klíčová slova, díky kterým bude jeho materiál lépe dohledatelný pro ostatní uživatele. Dále lze uvést věkové rozmezí, pro které je materiál určen. Mezi další možné nastavitelné údaje patří popis nahrávaného materiálu nebo jazyk, ve kterém bude materiál dostupný.

Pro vyhledávání materiálů může uživatel využít pole označené lupou v horní části webových stránek, kam stačí pouze napsat hledané téma. Dalším možným postupem je vyhledávání materiálů pomocí interaktivního pole na webových stránkách v záložce Materiály. V tomto interaktivním poli je vytvořené schéma, které obsahuje různá témata matematiky např. funkce, pravděpodobnost nebo geometrii. Po kliknutí na příslušné téma se v poli objeví další podřazená témata (Obrázek 23) a automaticky se zobrazí pouze materiály obsahující tato témata.



Obrázek 23 - Interaktivní pole pro vyhledávání materiálů na webových stránkách (GeoGebra, 2021)

Materiály lze vyhledávat také přes jejich autory. V záložce Lidé jsou uživateli nabízeni nejaktivnější autoři. Určitého autora lze nalézt opět pomocí vyhledávacího pole s lupou. Uživatel může jiné autory sledovat a dostávat tak upozornění, když nahrají nový materiál.

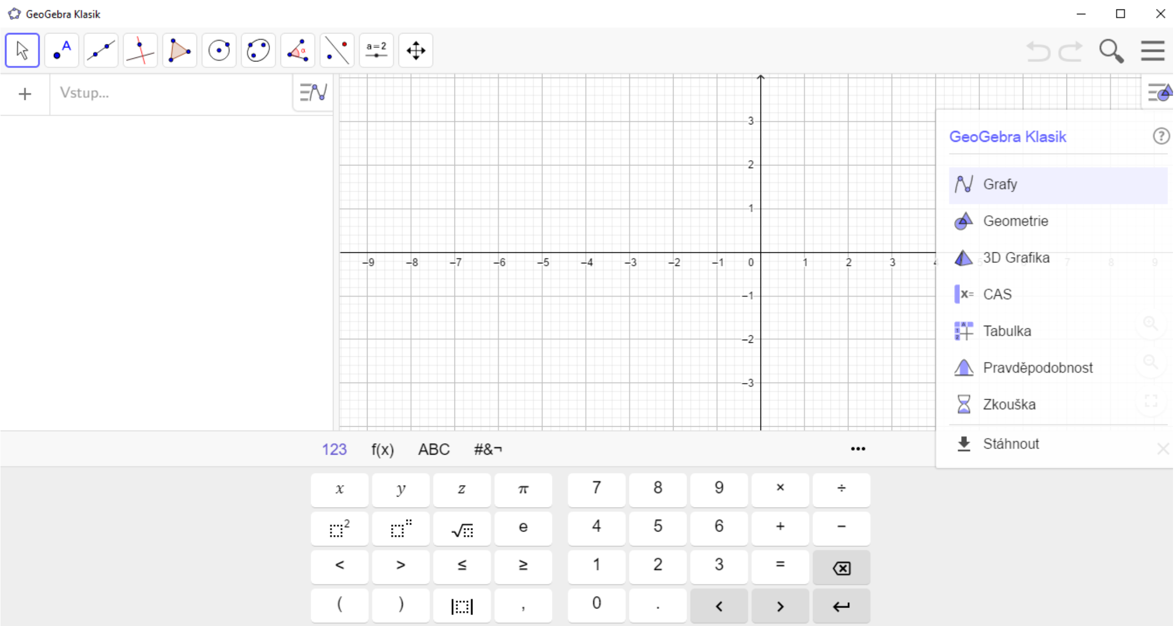
„Materiály vytvořené v GeoGebře je možné

- *uložit jako soubor GeoGebra soubor ggb*
- *uložit jako Dynamický pracovní list HTML s využitím Java appletů nebo HTML5*
- *vytisknout, případně i se zápisem konstrukce*
- *exportovat jako obrázek (PNG, SVG, PDF, EPS, EMF) nebo zdrojový soubor pro LaTeX a Asymptote.*
- *vytvořit samostatný applet, pro vložení na stránky Google, Mediawiki nebo Blogger*
- *nahrát konstrukci na GeoGebra.“* (International GeoGebra Institute, 2021)

5.3 PROSTŘEDÍ PROGRAMU GEOGEBRA

V rámci diplomové práce je popsáno prostředí programu verze GeoGebra Klasik 6. Jak již bylo dříve zmíněno, program GeoGebra lze využívat online na webových stránkách nebo ho lze stáhnout do počítače.

Po spuštění programu se uživateli zobrazí hlavní okno programu (Obrázek 24), ve kterém vidí panel nástrojů a grafické okno neboli nákresnu. Vlevo v hlavním okně se nachází algebraické okno se vstupním řádkem a vpravo startovací pole, ve kterém lze měnit jednotlivé perspektivy (pohledy). Ve spodní části obrazovky se uživateli zobrazí virtuální klávesnice, kterou lze využívat při zápisu do příkazového neboli vstupního řádku.

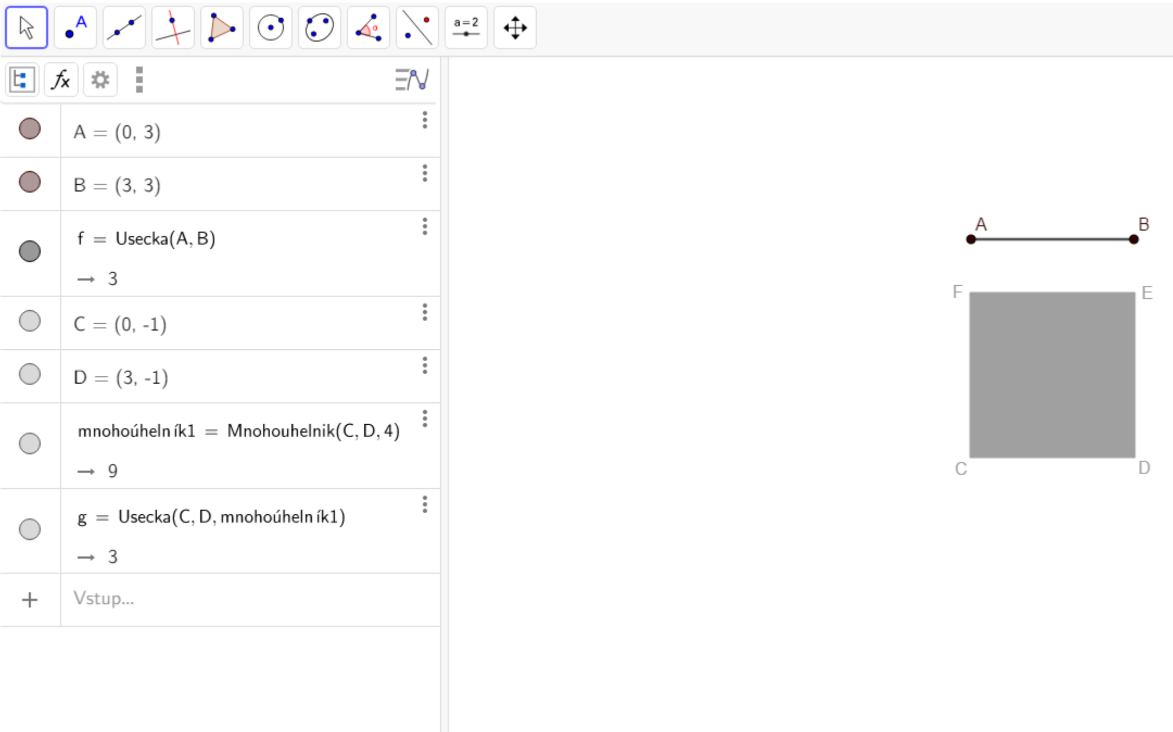


Obrázek 24 - Prostředí programu GeoGebra

Na nákresně se zobrazují vytvořené geometrické obrazce, se kterými může uživatel dále manipulovat, například je posouvat či měnit jejich velikost. Nákresnu je možno přibližovat a oddalovat pomocí kolečka myši. Vlastnosti nákresny můžeme upravovat. Lze zvolit například barvu nákresny nebo typ mřížky. Na výběr je mřížka hlavní, hlavní a vedlejší, polární a izometrická. Můžeme také nastavit styl čáry mřížky a přichycování bodů k mřížce. Lze však nastavit i to, aby se mřížka nezobrazovala. Stejně tak můžeme nastavit vlastnosti os, například jejich popis, jednotky, zobrazení a styl čar.

„V algebraickém okně se zobrazují souřadnice bodů a vektorů, délky úseček, velikosti úhlů, obsahy mnohoúhelníků, rovnice přímek a kuželoseček apod.“ (Svobodová, 2011 str. 7) Na obrázku (Obrázek 25) je demonstrována ukázka algebraického okna a nákresny. V algebraickém okně jsou uvedeny souřadnice krajních bodů úsečky AB a velikost této úsečky. Tuto úsečku lze vidět sestrojenou v nákresně. Dále je zde například uveden obsah sestrojeného pravidelného mnohoúhelníku (čtverce). Kliknutím na objekt v algebraickém okně se zvýrazní objekt v nákresně. Přímo v řádku v algebraickém okně můžeme objekt

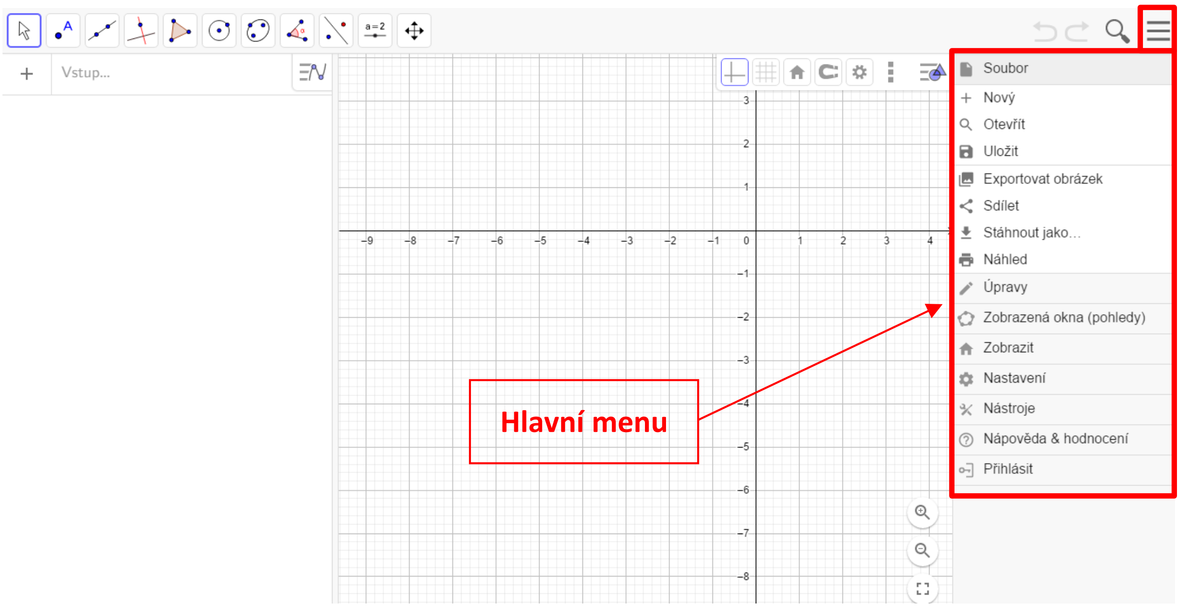
přejmenovat nebo změnit jeho souřadnice přepsáním. Pomocí kolečka v řádcích u vytvořených objektů nastavujeme jejich viditelnost. Kliknutím levého tlačítka myši na ikonu kolečka se objekt zneviditelní, opakovaným kliknutím se opět zviditelní. V nastavení algebraického okna lze zvolit zobrazování pomocných objektů, upravit řazení objektů na základě typu objektu, pořadí v konstrukci nebo závislosti objektu.



Obrázek 25 - Algebraické okno

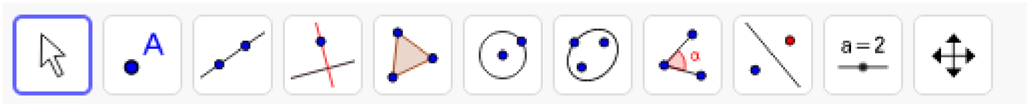
Algebraické a grafické okno jsou vzájemně propojeny. Jakákoliv změna v jednom okně vyvolá automaticky změnu v druhém okně. Například uchopíme-li bod A úsečky AB (nejedná se o úsečku s pevnou délkou) a budeme s ním pohybovat v nákresně, automaticky se budou měnit souřadnice tohoto bodu a velikost úsečky v algebraickém okně.

Hlavní menu (Obrázek 26) je označeno logem tří vodorovných čar. V hlavním menu nalezneme nabídku Soubor, ve které lze například vytvořit nový soubor či uložit vytvořený soubor. Dále se zde nachází nabídka Úpravy, která nabízí možnosti kopírování nebo kroku zpět a kroku vpřed. Hlavní menu také obsahuje nabídku Zobrazená okna a Zobrazit. V nabídce Nastavení lze zvolit jazyk programu, velikost písma při popisování objektů nebo na kolik desetinných míst chceme čísla zaokrouhlovat. V nabídce Nástroje můžeme upravovat panel nástrojů či přidávat další nástroje. Pro začínající uživatele je přínosná především nabídka Nápověda a hodnocení, ve které nalezneme manuál a tutoriály.



Obrázek 26 - Hlavní menu

Panel nástrojů (Obrázek 27) se nachází na horní liště, je kontextově uspořádaný a skládá se z konstrukčních tlačítek. Jak již bylo zmíněno, tento panel lze upravovat přes Hlavní menu v nabídce Nástroje. Zde můžeme vytvořit nový nástroj nebo spravovat panel nástrojů (např. odstranit některá konstrukční tlačítka). (International GeoGebra Institute, 2021)



Obrázek 27 - Panel nástrojů

Každé tlačítko v panelu nástrojů zastupuje sadu podobných konstrukčních nástrojů. Tuto sadu zobrazíme kliknutím levým tlačítkem myši na ikonu nástroje. Po kliknutí na námi zvolený nástroj se v dolní části nákresny zobrazí nápověda, jak tento nástroj používat. Jako příklad lze uvést nápovědu po vybrání nástroje Mnohoúhelník – Vyberte všechny vrcholy a pak znovu první bod. Na panelu nástrojů se během práce s programem zobrazují uživatelem naposledy využívané nástroje, nikoli původní ikony označující sadu konstrukčních nástrojů.

Panel nástrojů obsahuje například sadu pro výběr a manipulaci s objekty, sadu pro konstrukci bodů, sadu pro konstrukci přímek a vektorů, sady pro konstrukce mnohoúhelníků, kružnic, kuželoseček, sadu pro konstrukci zobrazení (osová, středová souměrnost, translace apod.), sadu pro vkládání pomocných objektů jako je posuvník nebo obrázek a sadu nástrojů pro manipulaci s nákresnou. Podrobný popis jednotlivých nástrojů lze nalézt na oficiálních webových stránkách *https://wiki.geogebra.org/*. (Krbec, 2015)

5.4 VÝHODY A NEVÝHODY VYUŽÍVÁNÍ PROGRAMU GEOGEBRA NEJEN V HODINÁCH MATEMATIKY

Některé výhody byly již zmíněny v předešlých kapitolách, například dostupnost programu, která je podrobněji popsána v kapitole 5.2. Tento bezplatně stažitelný program můžeme využívat jak online na oficiálních webových stránkách, tak lze stáhnout do počítače.

Další výhodou tohoto programu je dostupnost v mnoha jazycích včetně českého jazyka. V českém jazyce je i manuál, který byl vytvořen k verzi GeoGebra 4.0. Většina prvků však zůstala stejná i pro novější verze. Uživatelsky přívětivé je i ovládání programu, protože je velmi intuitivní. Při vytváření geometrických objektů pomocí panelu nástrojů se uživateli zobrazují nápovědy, které podrobně navádějí, jak s nástrojem pracovat. Výhodou je také možnost komunikovat a radit se s ostatními uživateli pomocí online fóra na webových stránkách *https://help.geogebra.org/.* Zde může uživatel položit otázku, nahlásit problém, sdílet nápad nebo komentovat jiná témata. Většina témat je však diskutována v anglickém jazyce.

Největší výhoda programu GeoGebra je spatřována v možnosti sdílet vytvořené materiály s ostatními uživateli. Učitelé, ale i ostatní uživatelé programu, mohou čerpat od ostatních uživatelů materiály a zároveň přispívat vlastní tvorbou.

Ve výukovém prostředí je největší výhodou dynamičnost programu GeoGebra. Žákovi nabízí lepší vizualizaci učiva a větší míru zapojení se do vyučovacího procesu. Využívání programu žákovi dává možnost experimentovat s geometrickými objekty a na základě vlastních zkušeností tak vyvozovat jejich vlastnosti. Dochází tak ke kvalitnějšímu osvojování matematických pojmů.

„Zavedení GeoGebry do výuky má podle mých zkušeností následující dopad

- *zvýšení efektivity vyučovacího procesu a přenesení aktivity na žáka*
- *časová úspora v hodině i domácí přípravě*
- *okamžitá názornost*
- *vyšší atraktivita matematiky*

- *tvorba vlastních pomůcek."* (Kopec, 2010)

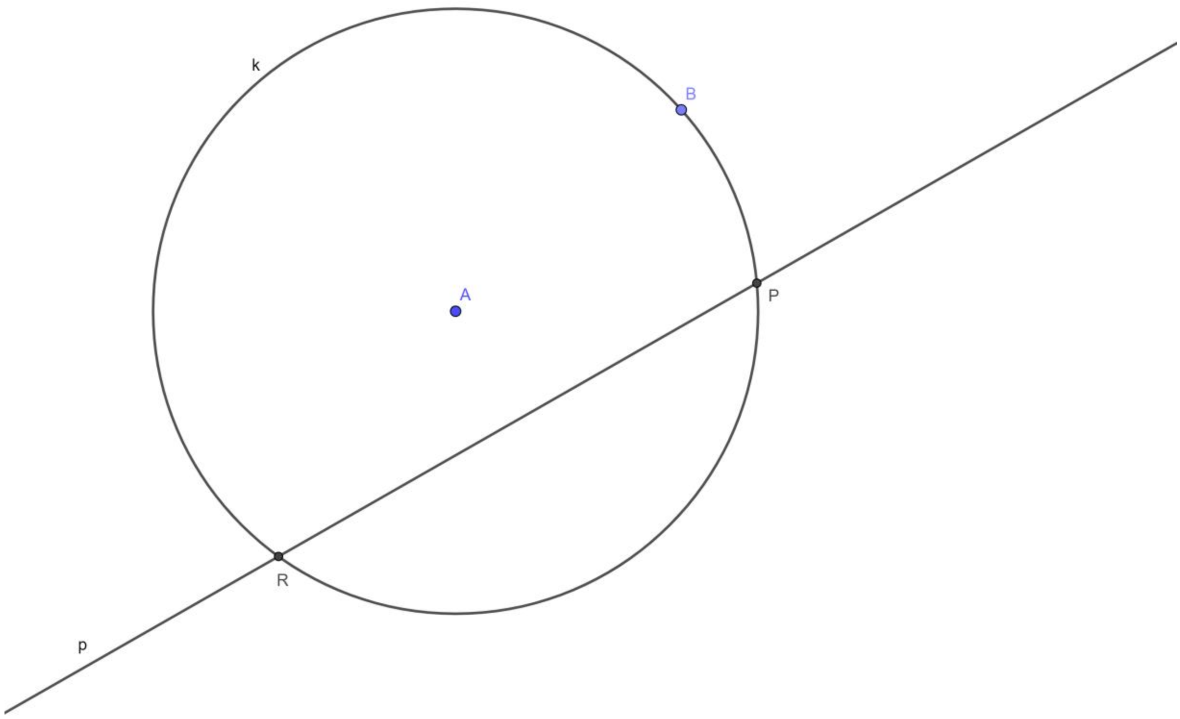
Ačkoliv dostupnost samotného programu je velmi přívětivá, můžeme spatřovat nevýhodu jeho využívání v nutnosti materiálního zajištění na škole. Různé způsoby využívání programu vyžadují různou vybavenost škol. Tento problém dnes již ustupuje do pozadí, jelikož vybavenost škol se stále zlepšuje. Počítačové učebny jsou dnes na školách běžné. Školy často pořizují tablety a interaktivní tabule nalezneme minimálně v odborných učebnách.

Další důležitou podmínkou pro využívání tohoto programu ve školním prostředí je odborná znalost učitelů, jak s programem pracovat a jak ho zapojovat do výuky. Právě tento požadavek bohužel stále mnoho učitelů vnímá jako nevýhodu využívání programu, ačkoliv další vzdělávání učitelů je přínosem pro jejich profesní rozvoj. Ke zvyšování informovanosti o programu GeoGebra nejen mezi odbornou veřejností přispívají instituty, které jsou zřizovány po celém světě. V České republice se nachází GeoGebra Institut v Ostravě. Tento institut byl založen roku 2016. Hlavní náplní institutů je pořádání kurzů pro učitele a workshopů pro žáky. Tyto kurzy jsou určeny pro základní školy (1. i 2. stupeň), střední i vyšší odborné školy a jsou akreditovány MŠMT. Instituty také nabízejí odborné poradenství pro uživatele programu a vytvářejí materiály, které mohou učitelé využívat ve výuce. Institut zareagoval na epidemiologickou situaci v roce 2020 a kurzy a workshopy jsou uskutečňovány online. Přehledný seznam nabízených kurzů a workshopů lze nalézt na webových stránkách institutu. (GeoGebra Institut Ostrava, 2021)

Pro využití ve školním prostředí je nevýhodou programu vyznačování nových bodů. Body jsou v nákresně automaticky vyznačovány kolečkem, zatímco ve výuce matematiky jsou využívány k vyznačování bodů křížky. Toto vyznačení lze změnit v Nastavení, které se uživateli zobrazí po kliknutí pravého tlačítka myši na bod v nákresně. V záložce Styl lze změnit vzhled bodu na požadovaný křížek. Kromě vzhledu bodu je možné v nastavení volit barvu bodu, popis bodu nebo jeho velikost.

Právě automatická barva bodů může být pro žáky matoucí, jelikož se odvíjí od jejich závislosti na objektech. Obecně v prostředí programu rozlišujeme tři typy závislosti objektu. *„Podle typu vazby mezi danými dvěma geometrickými objekty je/není možné s těmito objekty určitým způsobem pohybovat, případně vznikají a zanikají (např. body) v závislosti na manipulaci a aktuální poloze objektů, na základě kterých jsou sestrojeny."*

(Frank, 2018 str. 13) Volné objekty nejsou závislé na žádném dalším objektu. Na obrázku (Obrázek 28) je tento objekt představován bodem A. S tímto bodem můžeme volně manipulovat. Volné body mají v programu automaticky přednastavenou modrou barvu. Světle modrou barvou jsou označovány body, které uživatel vytvoří na již existujících objektech. Obecně tyto objekty nazýváme objekty na objektu. Na obrázku (Obrázek 28) je tento typ objektu představován bodem B, který byl vytvořen na kružnici *k*. S tímto bodem lze v programu pohybovat pouze po této kružnici. Posledním typem objektů jsou vázané objekty. Příkladem tohoto typu objektu jsou například průsečíky přímky *p* a kružnice *k*, které jsou znázorněny na obrázku (Obrázek 28) bodem P a bodem R. Body, které jsou tímto typem objektu, jsou automaticky označovány šedou barvou. *„S těmito objekty není možné přímo manipulovat, jejich polohu (a existenci) lze měnit pouze pomocí manipulace s objekty, na základě kterých jsou založeny.“* (Frank, 2018 str. 13)



Obrázek 28 - Ukázka závislosti objektů v programu GeoGebra

6 DIDAKTICKÉ MATERIÁLY VYTVOŘENÉ S VYUŽITÍM PROGRAMU GEOGEBRA

V této části diplomové práce nalezneme praktické využití programu GeoGebra ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Program byl využíván dvěma způsoby. Prvním způsobem rozumíme tvorbu pracovních listů. Veškeré obrázkové materiály použité v těchto pracovních listech byly vytvořeny v programu GeoGebra a následně přeneseny do textového editoru Microsoft Word, ve kterém byly pracovní listy dotvořeny. Druhé využití programu spočívalo ve vytvoření dynamických figur. Ty slouží buď k procvičení učiva nebo jako podpora při výkladu učiva. K některým dynamickým figurám byly vytvořeny pomocné pracovní listy, ve kterých nalezneme návody pro práci v programu GeoGebra nebo zadání úkolů.

Veškeré didaktické materiály jsou nejprve teoreticky popsány (téma, cílová skupina, cíle pracovního listu/dynamické figury, časová náročnost, pomůcky, popis). U popisu didaktických materiálů jsou zmíněny i náměty na další rozšiřující úkoly. Obrázky úkolů jsou v této části diplomové práce zmenšeny, kompletní verze pracovních listů nalezneme v přílohách práce.

Jak již bylo zmíněno v kapitole 3, v učebnicích od různých nakladatelství se často podstatně liší rozsah učiva. Při tvorbě pracovních listů a dynamických figur bylo vycházeno z řady učebnic Matýskova matematika od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. Didaktické materiály jsou vytvořeny pro 3.–5. ročníky základních škol. Zaměřují se na analyzovaná témata základní útvary v rovině, osová souměrnost a vzájemná poloha přímek.

6.1 ZÁKLADNÍ ÚTVARY V ROVINĚ

V diplomové práci je jak teoretická část, tak praktická část zaměřena na základní geometrické útvary. Jedná se o trojúhelníky, čtyřúhelníky a další mnohoúhelníky, kružnici a kruh. Ačkoliv trojúhelníky a čtyřúhelníky řadíme mezi mnohoúhelníky, učebnice toto učivo oddělují do různých kapitol. Stejně tak tomu je i v této kvalifikační práci.

Žáci se učí rozpoznávat čtverec, obdélník, kruh a trojúhelník již během předškolního vzdělávání. Tyto znalosti jsou rozšiřovány v každém ročníku 1. stupně základní školy.

Většina očekávaných výstupů tematického okruhu Geometrie v rovině a v prostoru pro 1. stupeň se týká právě tohoto učiva. Všechny očekávané výstupy lze nalézt v kapitole 1.2 Matematika a její aplikace. Pracovní listy jsou zaměřeny především na tyto očekávané výstupy:

- *„rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci*
- *narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce*
- *sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran*
- *určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu“* (RVP ZV, 2017 str. 33)

6.1.1 Pracovní list 1

Téma: Základní útvary v rovině – mnohoúhelníky

Cílová skupina: 3.–4. ročník

Cíle pracovního listu:

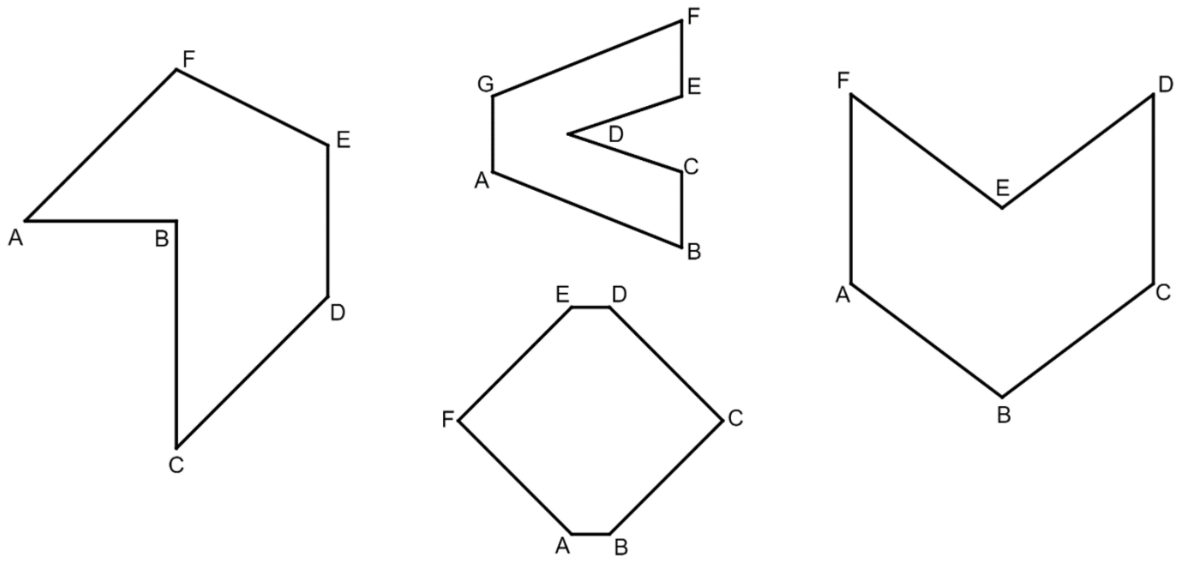
- Žák určí na základě popisu hledaný mnohoúhelník.
- Žák vypočítá pomocí čtvercové sítě obsah mnohoúhelníků.
- Žák určí, který mnohoúhelník nepatří do řady mnohoúhelníků a své rozhodnutí odůvodní.

Předpokládaná časová náročnost: 25 minut

Pomůcky: psací potřeby (tužka, pastelky)

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

V prvním úkolu (Obrázek 29) žáci rozhodují, který z mnohoúhelníků odpovídá zadanému popisu. Žáci vybarví šestiúhelník, který je osově souměrný a pro který platí, že strana AB je shodná s BC. Při společné kontrole pracovního listu žáci odůvodní své rozhodnutí. Jeden z nabízených mnohoúhelníků není šestiúhelník. Žákům lze zadat dodatečný úkol, aby určili, o jaký mnohoúhelník se jedná.

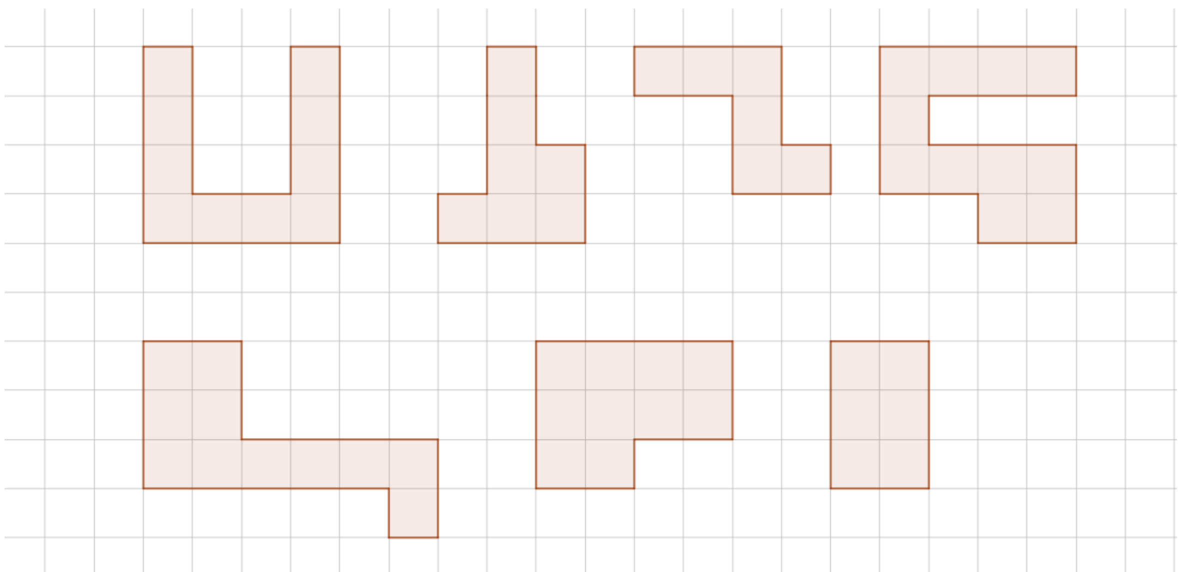


Obrázek 29 - Úkol 1 z pracovního listu 1 - mnohoúhelníky

Doplňujícím úkolem může být určení, které mnohoúhelníky jsou osově souměrné. Pokud by byl pracovní list zařazen až ve 4. ročníku v rámci opakování učiva, lze zařadit vyznačení osy souměrnosti.

Ve druhém úkolu (Obrázek 30) žáci určují obsah mnohoúhelníků znázorněných ve čtvercové síti. Následně označí stejným číslem mnohoúhelníky, které mají stejný obsah. Jeden z mnohoúhelníků je v úkolu zařazen navíc.

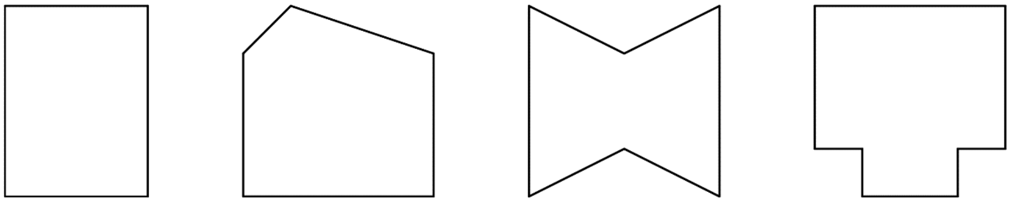
Zařadíme-li pracovní list ve 3. ročníku, vyjadřují žáci obsah ve čtvercích (např. obsah = 5 čtverců), až ve 4. ročníku pracují s jednotkami obsahu (především cm^2).



Obrázek 30 - Úkol 2 z pracovního listu 1 - mnohoúhelníky

U tohoto úkolu lze dále zadat výpočet obvodu mnohoúhelníků. Žákům uvedeme, že délka strany čtverce ve čtvercové síti je 1 cm. Žáci mohou dané mnohoúhelníky pojmenovávat.

Ve třetím úkolu (Obrázek 31) žáci nejprve zapíší, o jaký mnohoúhelník se jedná. Poté určí, který z nich nepatří do této řady. Své tvrzení musí zdůvodnit. V řadě se nachází čtyřúhelník, pětiúhelník, šestiúhelník a osmiúhelník. Úkol má dvě možná správná řešení. Prvním řešením je z řady vyčlenit pětiúhelník. Toto řešení lze odůvodnit dvěma způsoby. První způsob je založen na počtu stran, případně podle vrcholů nebo počtu úhlů, které svírají jejich strany. Pět je liché číslo, ostatní čísla jsou sudá. Druhý způsob vyčlenění je na základě osové souměrnosti. Pouze pětiúhelník není osově souměrný. Žáci by však mohli vybrat také osmiúhelník jako správné řešení. V tomto případě by řešení bylo založeno na číselné posloupnosti, kdy po šestiúhelníku následuje osmiúhelník a ne sedmiúhelník.



Obrázek 31 - Úkol 3 z pracovního listu 1 - mnohoúhelníky

6.1.2 PRACOVNÍ LIST 2

Téma: Základní útvary v rovině – mnohoúhelníky

Cílová skupina: 4.–5. ročník

Cíle pracovního listu:

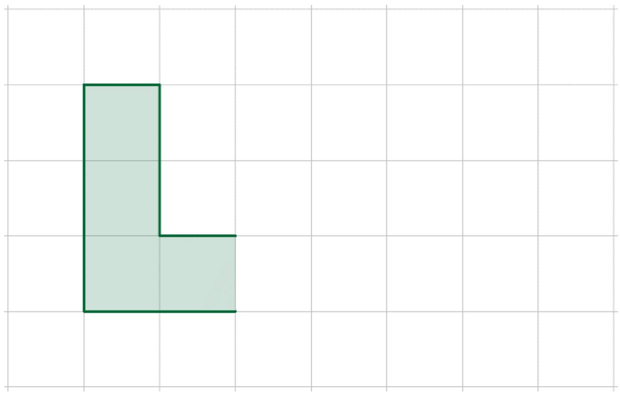
- Žák dorýsuje mnohoúhelník dle zadaného obsahu a obvodu do čtvercové sítě.
- Žák vypočítá délku stran BC a EF na základě znalosti obvodu mnohoúhelníku.
- Žák určí, která tvrzení, vztahující se k zadanému mnohoúhelníku, jsou pravdivá.
- Žák napíše pravdivou verzi tvrzení, která v předchozích úkolu označil za nepravdivé.

Předpokládaná časová náročnost: 20 minut

Pomůcky: rýsovací potřeby, psací potřeby

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

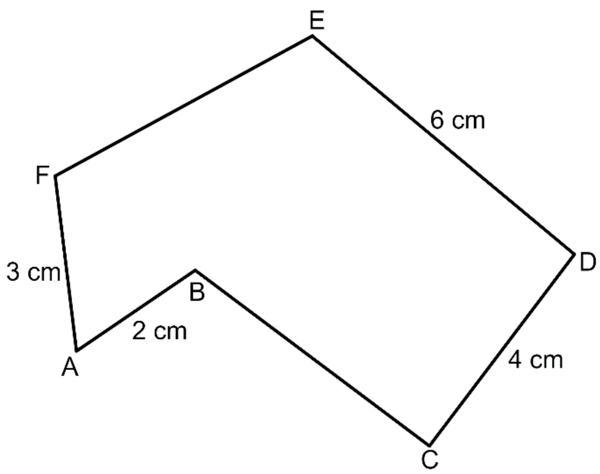
První úkol pracovního listu 2 (Obrázek 32) je zaměřen na dorýsování mnohoúhelníku do čtvercové sítě. Žáci znají obsah a obvod mnohoúhelníku, který má vzniknout. Z dřívějších ročníků již žáci vědí, že délka strany čtverce ve čtvercové síti je 1 cm.



Obrázek 32 - Úkol 1 z pracovního listu 2 – mnohoúhelníky

Úkol nemá pouze jedno správné řešení, žáci mohou sestrojit šestiúhelník nebo osmiúhelník. V rámci společné kontroly pracovního listu by žáci prezentovali a obhajovali svá řešení.

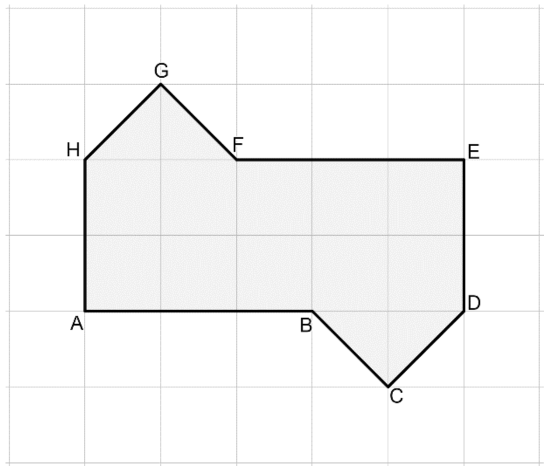
Ve druhém úkolu (Obrázek 33) tohoto pracovního listu žáci pracují s výpočtem obvodu mnohoúhelníku. Žáci znají délku čtyř stran šestiúhelníku a jeho obvod. Dále ze zadání úkolu vědí, že strana EF je shodná se stranou BC. Jejich úkolem je vypočítat délky stran EF a BC.



Obrázek 33 - Úkol 2 z pracovního listu 2 – mnohoúhelníky

Dalším úkolem může být konkrétní pojmenování mnohoúhelníku nebo vyznačení pravého úhlu v mnohoúhelníku.

Ve třetím úkolu (Obrázek 34) žáci rozhodují, zda jsou tvrzení o mnohoúhelníku pravdivá či nikoli. Nepravdivá tvrzení žáci opraví, opravená tvrzení přepíší pod tabulku v pracovním listě. Úkol je zaměřen na celkové zopakování – žáci rozhodují o kolmosti stran mnohoúhelníku, o jeho obsahu nebo o tom, zda je osově souměrný.



Obrázek 34 - Úkol 3 z pracovního listu 2 – mnohoúhelníky

Úkol lze rozšířit o požadavek na konkrétní pojmenování mnohoúhelníku.

6.1.3 DYNAMICKÁ FIGURA 1 A PRACOVNÍ LIST 3

Téma: Základní rovinné útvary – mnohoúhelníky

Cílová skupina: 4. ročník

Cíle dynamické figury:

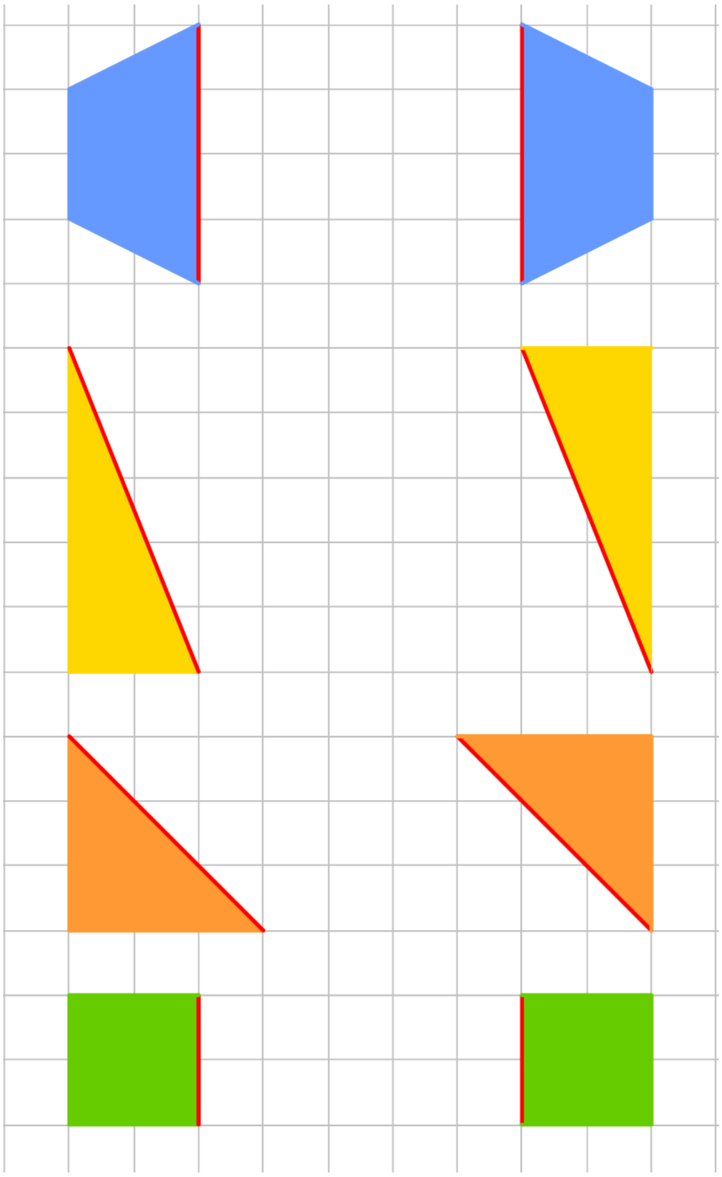
- Žák pojmenuje geometrické útvary.
- Žák vytvoří hypotézu, který útvar vznikne spojením stejně barevných útvarů.
- Žák svoji hypotézu ověří manipulací útvarů v dynamickém pracovním listě.

Předpokládaná časová náročnost: 15 minut

Pomůcky: počítač (tablet) nebo interaktivní tabule, pracovní list 3

Popis dynamické figury:

Žákům nejprve rozdáme pracovní listy (Příloha 3 – Pracovní list 3), do kterých budou zapisovat své pozorování. Prvním úkolem je, aby žáci pojmenovali jednotlivé geometrické útvary. Poté žáci vytvoří hypotézu, které geometrické útvary vzniknou spojením stejně barevných útvarů červeně vyznačenou stranou. Následně žáci svoji hypotézu potvrdí či vyvrátí manipulací útvary v dynamickém pracovním listě nebo v programu GeoGebra.



Obrázek 35 - Dynamická figura 2

Žáci mohou spojovat dané útvary i jiným způsobem než pouze červeně vyznačenou stranou. Například spojením žlutých nebo oranžových pravoúhlých trojúhelníků vzniknou kosodélníky.

6.1.4 PRACOVNÍ LIST 4

Téma: Základní útvary v rovině – čtyřúhelníky

Cílová skupina: 4.–5. ročník

Cíle pracovního listu:

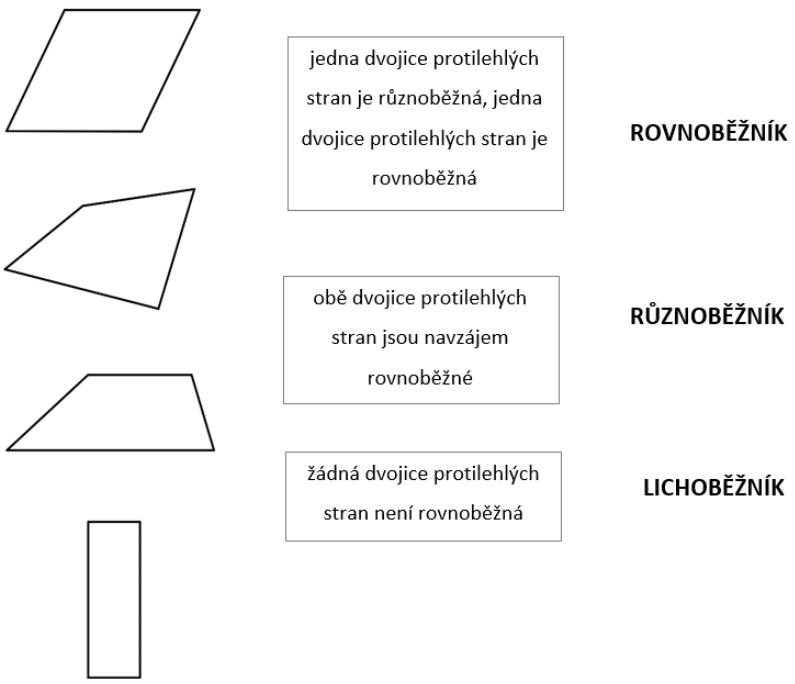
- Žák přiřadí definice a názvy k daným čtyřúhelníkům.
- Žák určí rozměry zadané místnosti dle plánku.
- Žák vypočítá obsah obdélníku.
- Žák sestrojí čtyřúhelník dle zadání.
- Žák vyznačí pravé úhly ve čtyřúhelníku.

Předpokládaná časová náročnost: 30 minut

Pomůcky: rýsovací potřeby (trojúhelník s ryskou, pravítko), psací potřeby

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

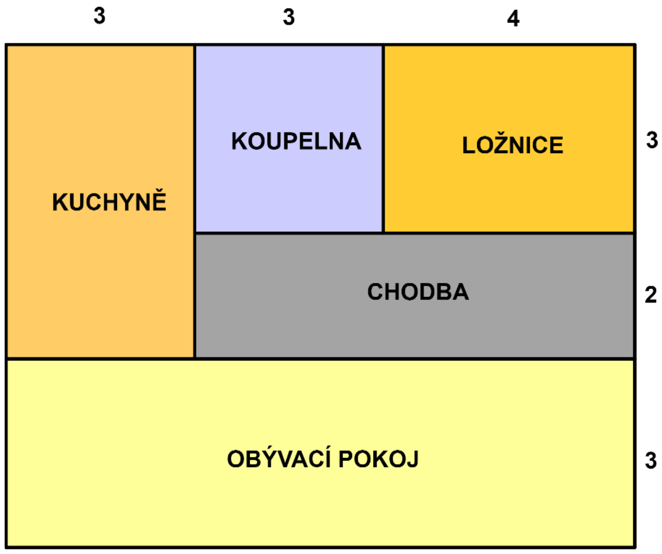
První úkol pracovního listu 4 (Obrázek 36) je zaměřen na ověření znalostí čtyřúhelníků. Žáci v učebnici Geometrie 4 rozlišují lichoběžníky, rovnoběžníky a různoběžníky. Jelikož se jedná o rozšiřující učivo pro 1. stupeň, je úkol zaměřen pouze na znalost základních vlastností těchto čtyřúhelníků. Žáci spojí útvar se správnou definicí, definici následně spojí s názvem čtyřúhelníku.



Obrázek 36 - Úkol 1 z pracovního listu 4 - čtyřúhelníky

Jako doplňující úkol lze zařadit, aby žáci u rovnoběžníků a lichoběžníku barevně vyznačili dvojice rovnoběžných stran útvarů.

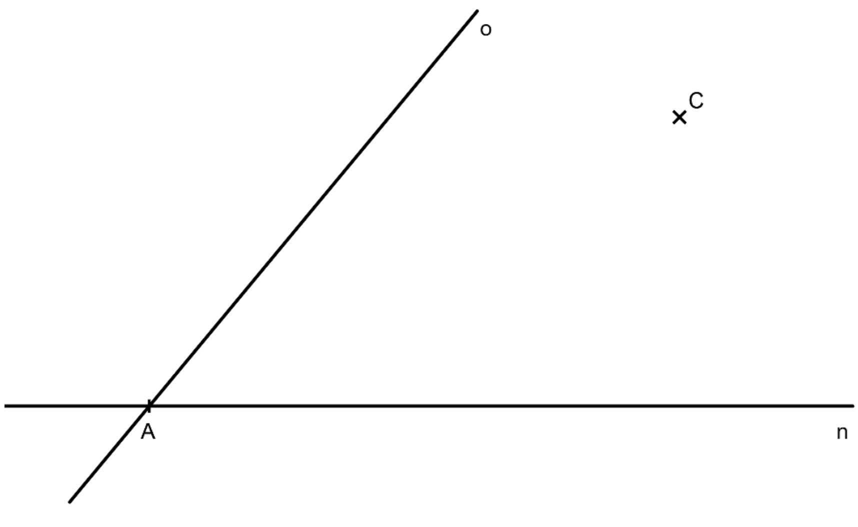
Druhý úkol (Obrázek 37) je zaměřen na výpočet obsahu obdélníku. Žákům je představen plán bytu, rozměry jsou určeny pouze u některých pokojů. Aby žáci mohli vypočítat obsah obdélníku znázorňující obývací pokoj, musí určit jeho rozměry. Ty získají sečtením rozměrů zadaných u ostatních pokojů (kuchyně, koupelny a ložnice).



Obrázek 37 - Úkol 2 z pracovního listu 4 – čtyřúhelníky

Dále žáci určí, který pokoj nemá tvar obdélníku. Jako rozšiřující úkol můžeme žákům zadat výpočet celkové obytné plochy nebo výpočet ceny koberce, když budou znát cenu za 1 m^2 koberce.

Třetí úkol (Obrázek 38) je zaměřen na konstrukci čtyřúhelníku. Žáci při konstrukci využívají své znalosti rýsování rovnoběžných a kolmých přímek. V úkolu je využito symbolického zápisu. Poté pojmenují průsečíky dle zadání.



Obrázek 38 - Úkol 3 z pracovního listu 4 - čtyřúhelníky

Dále žáci zapíší, jaký útvar konstrukcí vznikl (čtyřúhelník – lichoběžník). Ve čtyřúhelníku vyznačí pravé úhly. Dalším úkolem by mohlo být vypsání protějších stran čtyřúhelníku nebo barevné odlišení protějších vrcholů.

6.1.5 PRACOVNÍ LIST 5

Téma: Základní geometrické útvary – trojúhelníky

Cílová skupina: 4. ročník

Cíle pracovního listu:

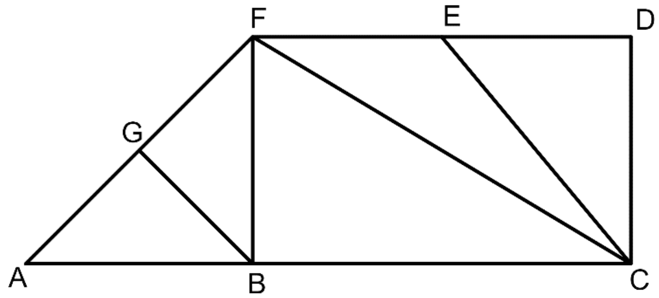
- Žák určí počet trojúhelníků na obrázku.
- Žák vyhledá pravoúhlé trojúhelníky a rovnoramenné trojúhelníky.
- Žák vypočítá obvod trojúhelníku.
- Žák vypočítá ze zadaného obvodu délku strany rovnostranného trojúhelníku.
- Žák sestrojí trojúhelníky dle zadaného postupu.
- Žák porovná délky úseček.

Předpokládaná časová náročnost: 30 minut

Pomůcky: rýsovací potřeby, psací potřeby (tužka, pastelky)

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

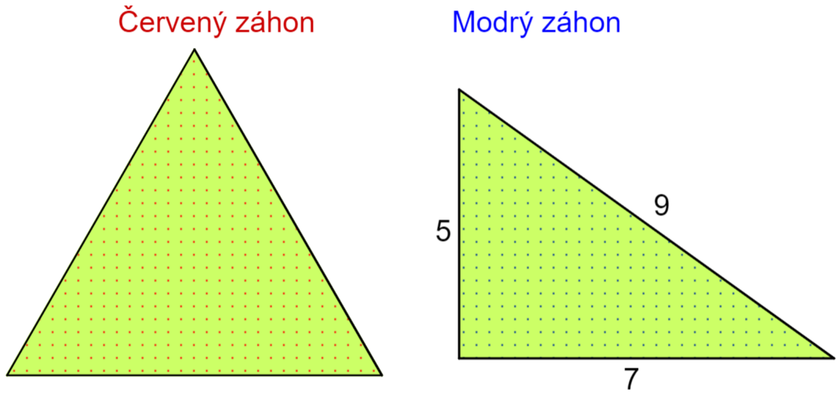
V úvodním úkolu pracovního listu 4 (Obrázek 39) žáci vypíší všechny trojúhelníky na obrázku. Celkově je na obrázku 8 trojúhelníků (ABG, GBF, FBC, FCE, ECD, ABF, CDF, ACF). Poté žáci podtrhnou červenou barvou pravoúhlé trojúhelníky a zelenou barvou zakroužkují rovnoramenné trojúhelníky.



Obrázek 39 - Úkol 1 z pracovního listu 5 - trojúhelníky

Při společné kontrole s žáky zopakujeme základní rozdělení trojúhelníků dle stran. Vzhledem k zařazení učiva v učebnici jde v rámci tohoto úkolu zopakovat také učivo o čtyřúhelnících a mnohoúhelnících. Žáci mohou pojmenovávat různé mnohoúhelníky a vyjmenovávat jejich vlastnosti (např. čtyřúhelník BCEF, jedná se konkrétně o lichoběžník, který má dvě strany rovnoběžné a dvě různoběžné).

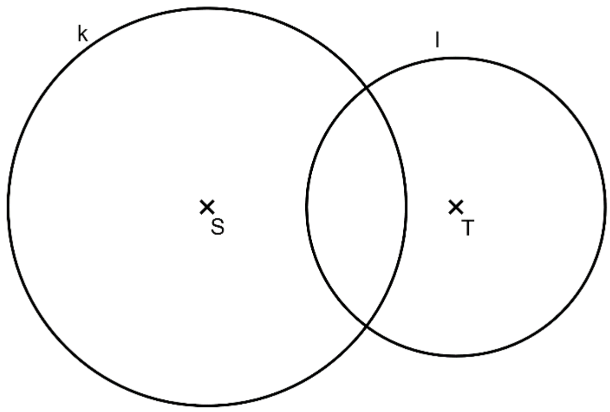
Druhým úkolem (Obrázek 40) je slovní úloha, která je zaměřena na výpočet obvodu trojúhelníku a vlastnosti rovnostranného trojúhelníku. V úvodu úkolu žáky upozorníme, aby nezapomněli na náležitosti slovních úloh (zápis, otázka, výpočet, odpověď). Slovní úloha má dva podúkoly. V prvním úkolu mají žáci vypočítat, kolik pletiva bude potřeba na oplocení obou záhonů. Žáci nejprve ze zadaných rozměrů vypočítají obvod trojúhelníku Modrý záhon. Ze zadání ví, že obvod tohoto trojúhelníku je stejný jako obvod trojúhelníku, který představuje Červený záhon.



Obrázek 40 - Úkol 2 z pracovního listu 5 – trojúhelníky

V druhé části úkolu žáci vypočítají délky stran trojúhelníku představujícího Červený záhon. Ze zadání úkolu žáci ví, že je tento trojúhelník rovnostranný a z předchozí části úkolu znají jeho obvod. Stačí tedy, aby obvod vydělili třemi.

Třetím úkolem (Obrázek 41) je konstrukce trojúhelníků. Žákům jsou zadány kružnice k (S; 4 cm) a l (T; 3 cm). Nejprve žáci pojmenují průsečíky těchto kružnic M a N. Poté sestrojí trojúhelníky, jejichž vrcholy budou tvořeny středy kružnic a průsečíkem. Vzniknou tak dva shodné pravoúhlé trojúhelníky STM a STN.



Obrázek 41 - Úkol 3 z pracovního listu 5 – trojúhelníky

Žáci rozhodnou, zda se jedná o rovnoramenné, rovnostranné nebo různostranné trojúhelníky. Poslední cvičení tohoto pracovního listu se vztahuje ke konstrukci, kdy žáci porovnávají zadané strany trojúhelníků a doplňují symboly <, > nebo =.

Doplňujícím úkolem by mohlo být ověření, zda jsou vzniklé trojúhelníky pravoúhlé. Díky tomu dojde také ke kontrole přesnosti rýsování žáků. Dále bychom se žáků mohli zeptat, zda by v konstrukci dokázali vytvořit další trojúhelníky. Ty by vznikly sestrojením přímky procházející body MN. Tato přímka by byla kolmá k úsečce ST.

6.1.6 DYNAMICKÁ FIGURA 2

Téma: Kružnice a kruh

Cílová skupina: 3.–5. ročník

Cíle dynamické figury:

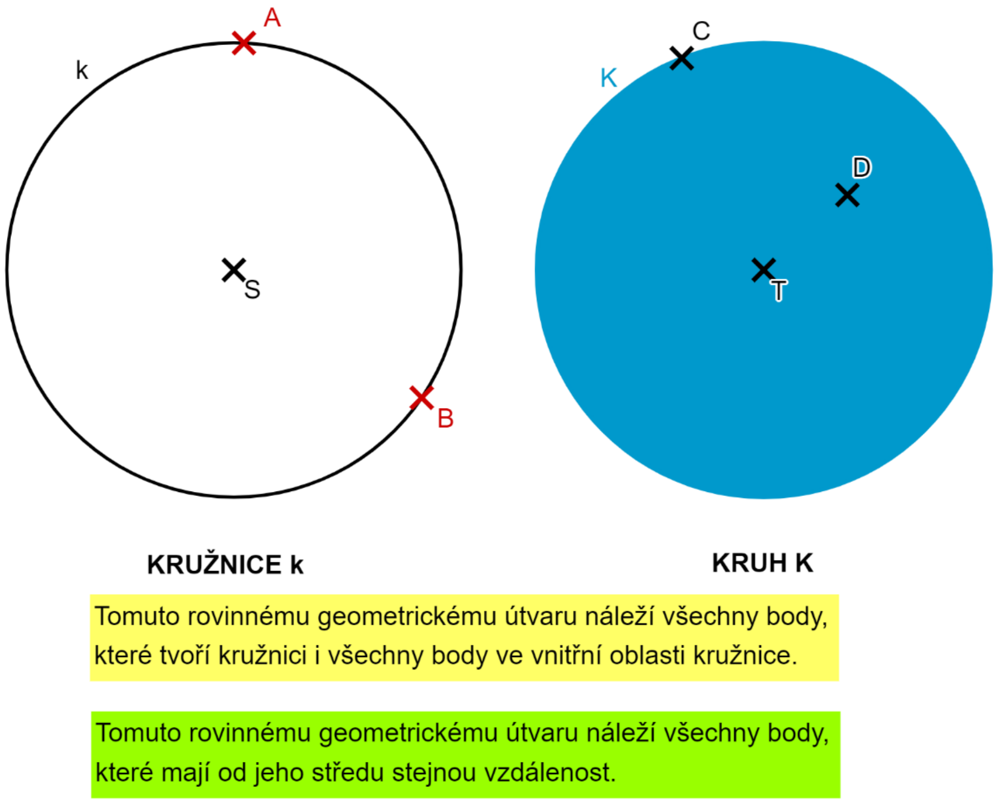
- Žák manipuluje se zadanými body A, B, C, D pomocí nástroje ukazovátko v dynamickém pracovním listu.
- Žák na základě vlastní manipulace s body přiřadí zadané definice ke kruhu a kružnici.
- Žák vlastními slovy popíše rozdíl mezi kružnicí a kruhem.

Předpokládaná časová náročnost: 15 minut

Pomůcky: počítač (tablet) nebo interaktivní tabule

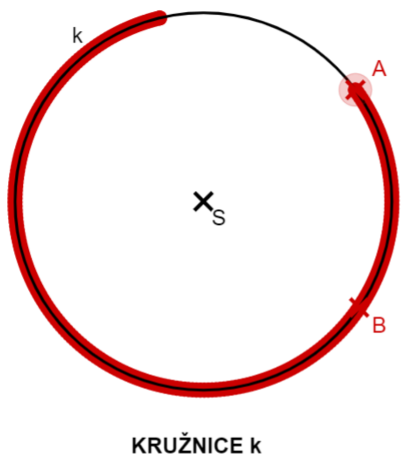
Popis dynamické figury:

Dynamická figura (Obrázek 42) je zaměřena na výklad učiva o kružnici a kruhu. Na základě manipulace s body A, B, C, D žáci vyvodí, která z uvedených definic patří ke kružnici a která ke kruhu. K manipulaci s body i textovými poli budou žáci využívat nástroj ukazovátko. Body byly vytvořeny pomocí nástroje Bod na objektu. Body A a B jsou vázány na kružnici, C a D na kruh a při manipulaci náleží pouze jim.



Obrázek 42 - Dynamická figura 2

Body A a B se pohybují pouze po kružnici *k*, protože A, B ϵ *k*. Na základě toho učitel žákům vysvětlí, že kružnice je čára, kterou tvoří všechny body, které mají od středu kružnice stejnou vzdálenost (definice z učebnice Geometrie 3). S pojmem množina všech bodů se pracuje až ve vyšších ročnících. Tuto definici můžeme žákům přiblížit tím, že bodům A, B zapneme stopu a poté spustíme animaci (Obrázek 43). Body budou po spuštění animace za sebou zanechávat stopu, která bude přesně kopírovat zadanou kružnici. Výsledná stopa však není geometrickým objektem a nemůžeme s ní dále pracovat.



Obrázek 43 - Ukázka stopy bodu A v dynamické figuře 2

6.1.7 PRACOVNÍ LIST 6

Téma: Základní geometrické útvary – kružnice a kruh

Cílová skupina: 3. ročník

Cíle pracovního listu:

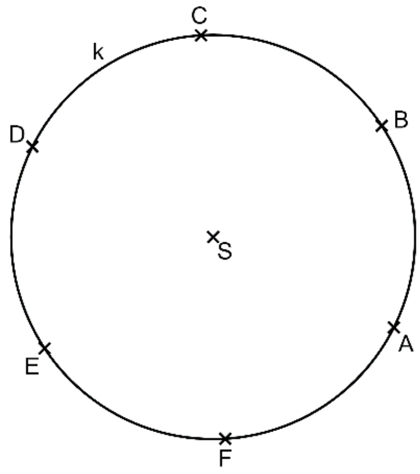
- Žák sestrojí kružnice se zadanými středy a poloměrem.
- Žák doplní na základě popisu správné pojmenování geometrických objektů.

Předpokládaná časová náročnost: 25 minut

Pomůcky: kružítko, psací potřeby (tužka, pastelky)

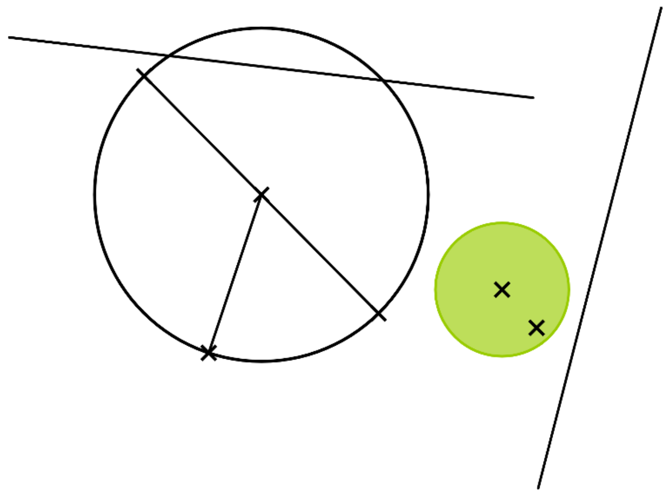
Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

V prvním úkolu (Obrázek 44) tohoto pracovního listu je žákům zadána kružnic *k* se středem v bodě S. Dále jsou zadány body A, B, C, D, E a F, které kružnici náleží. Úkolem žáků je sestrojit kružnice se středy v těchto bodech a poloměrem stejným jako je poloměr kružnice *k*. Tyto kružnice označí stejnými písmeny jako jsou jejich středy (pouze malými písmeny). Po sestrojení konstrukce žáci určí, který bod náleží všem sestrojeným kružnicím a zda tento bod náleží také zadané kružnici *k*. Výsledný útvar mohou žáci po dokončení pracovního listu vybarvit dle vlastní fantazie.



Obrázek 44 - Úkol 1 z pracovního listu 6 - kružnice a kruh

Ve druhém úkolu (Obrázek 45) jsou zopakovány základní pojmy týkající se kružnice, kruhu a vzájemné polohy kružnice a přímky. Žáci na základě zadaného popisu pojmenují jednotlivé geometrické útvary (např. úsečka AC odpovídá poloměru kružnice *k*). Celé zadání nalezneme v přílohách.



Obrázek 45 - Úkol 2 z pracovního listu 6 - kružnice a kruh

6.1.8 DYNAMICKÁ FIGURA 3 A PRACOVNÍ LIST 7

Téma: Základní geometrické útvary – kružnice – vzájemná poloha kružnic

Cílová skupina: 4.–5. ročník

Cíle dynamické figury:

- Žák pomocí nástroje posuvník nastavuje délku úsečky S_1S_2.

- Žák na základě vlastního pozorování vyvodí možné vzájemné polohy dvou kružnic včetně počtu průsečíků.
- Žák zapíše své pozorování do pracovního listu.

Předpokládaná časová náročnost: 15 minut

Pomůcky: počítač (tablet) nebo interaktivní tabule, pracovní list 7

Popis dynamické figury:

Dynamická figura (Obrázek 46) je zaměřena na učivo o vzájemné poloze kružnic, které je žákům zaváděno již v učebnici pro 3. ročník řady Matýskova matematika. Dynamická figura je využitelná jak při výkladu učiva, tak při jeho procvičování.

Žákům jsou zadány kružnice *k* (S_1; 5 cm), *m* (S_2; 2 cm) a úsečka S_1S_2 (spojnice středů kružnic). V programu GeoGebra byl vytvořen posuvník, pomocí kterého žáci nastavují délku úsečky S_1S_2 a sledují, jak hodnoty ovlivňují celkovou konstrukci. Posuvníkem lze nastavit pouze celočíselné hodnoty od 0 do 10.

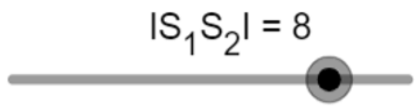
Úkolem žáků je nastavovat různé hodnoty posuvníku (délku úsečky S_1S_2) a pozorovat vzájemnou polohu kružnic. K dané dynamické figuře je vytvořen i pracovní list, který žáci vyplní na základě svého pozorování.

V první části pracovního listu je žákům vysvětlen postup, jak pracovat s posuvníkem (Obrázek 46). I přesto, že žáci budou mít tento návod stále k dispozici, zařadíme v úvodu práce s dynamickou figurou společný výklad, jak při práci s posuvníkem postupovat.

Je dána kružnice *k* (S_1; 5 cm) a *m* (S_2; 2 cm). Úsečka S_1S_2 spojuje středy těchto kružnic.

Tvým úkolem je měnit délku této úsečky a na základě toho určovat společné body kružnic.
Tím, že budeš měnit délku úsečky, se bude měnit také vzájemná poloha kružnic *k* a *m*.

Délku úsečky nastavuješ pomocí **posuvníku** v pravém horním rohu nákresny:



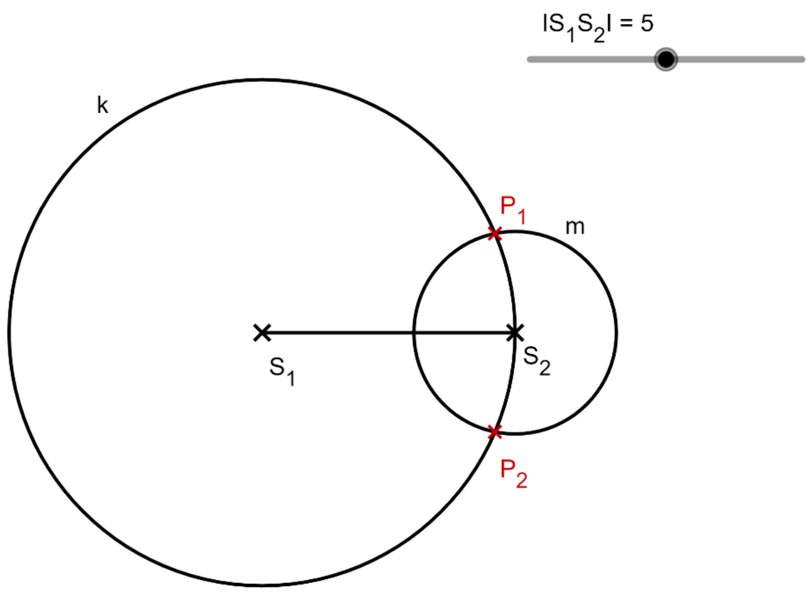
Na obrázku vidíš posuvník, hodnota je 8. To znamená, že délka úsečky S_1S_2 je 8 cm. Délku úsečky změníš uchopením černého kolečka a posunutím doleva nebo doprava.

Obrázek 46 - Ukázka pracovního listu k dynamické figuře 3

Následně na základě vlastního pozorování doplní žáci následující úkoly:

1. Urči délku úsečky S_1S_2, aby kružnice měly dva společné body (kružnice se protínají). Uveď alespoň dvě řešení:
2. Jak tyto společné body nazýváme?
3. Urči délku úsečky S_1S_2, když kružnice budou mít pouze jeden společný bod (kružnice se dotýkají):
4. Urči délku úsečky S_1S_2, když kružnice nebudou mít žádný společný bod (kružnice se nedotýkají). Uveď alespoň 2 řešení:

Na obrázku (Obrázek 47) vidíme jedno z možných řešení prvního úkolu, ve kterém žáci mají určit délku úsečky, jestliže kružnice mají 2 společné body. Žáci by v tomto případě zapsali do pracovního listu, že délka úsečky S_1S_2 je 5 cm.



Obrázek 47 - Ukázka řešení úkolu z pracovního listu k dynamické figuře 3

Žáků bychom se mohli dále ptát, jaká situace nastane, když zvolíme hodnotu posuvníku 0. V tomto případě je střed úsečky *k* zároveň středem úsečky *m*, tedy $S_1 = S_2$. U třetího úkolu dynamické figury 3 lze při společné kontrole zdůraznit, že kromě vnějšího dotyku kružnic existuje i dotyk vnitřní.

6.2 OSOVÁ SOUMĚRNOST

Osová souměrnost je shodné zobrazení v rovině, se kterým žáci pracují již na 1. stupni základní školy. Mezi shodná zobrazení v rovině dále řadíme středovou souměrnost, rotaci, translaci a identitu. Se středovou souměrností se žáci seznamují na 2. stupni ZŠ, s ostatními zobrazeními až na střední škole.

V RVP ZV je učivo o osové souměrnosti zařazeno jak do 1. období, tak do 2. období. Učivo o osové souměrnosti je dále rozvíjeno na 2. stupni základní školy. Z tohoto důvodu je velmi důležité, aby si žáci dostatečně osvojili základní poznatky učiva již na 1. stupni.

Pracovní listy jsou vytvořeny tak, aby bylo u žáků dosaženo těchto očekávaných výstupů RVP ZV:

- *„rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině*
- *rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru“* (RVP ZV, 2017 str. 33)

Pracovní listy jsou zaměřeny na procvičování učiva zařazeného v učebnici pro 3. a 5. ročník. Dynamická figura taktéž slouží k procvičení učiva.

6.2.1 PRACOVNÍ LIST 8

Téma: Osová souměrnost

Cílová skupina: 3. ročník

Cíle pracovního listu:

- Žák dokreslí do čtvercové sítě obrázek dle zadané osy souměrnosti.
- Žák rozhodne, který erb je osově souměrný.
- Žák určí osově souměrná písmena.
- Žák dokreslí minci, aby byla osově souměrná dle zadané osy.

Předpokládaná časová náročnost: 30 minut

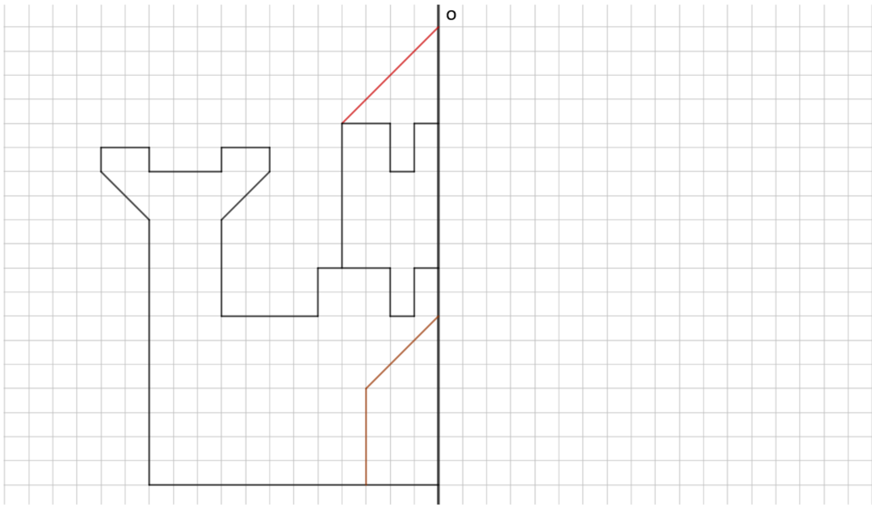
Pomůcky: pravítko, psací potřeby

Mezipředmětové vztahy: Člověk a jeho svět (erby rodů a obcí)

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

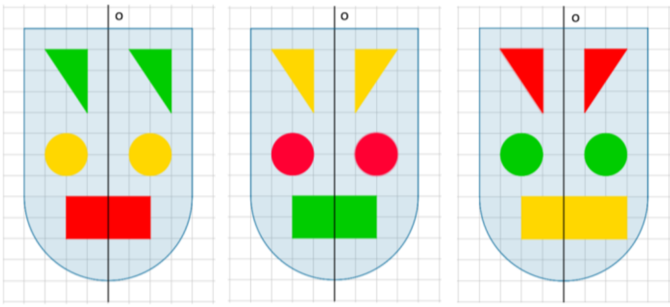
Každý žák obdrží vlastní pracovní list, který slouží k procvičení základních poznatků o osové souměrnosti. Motivací pro tento pracovní list je návštěva hradu, na kterém žil rod Souměrných.

V prvním úkolu (Obrázek 48) žáci dokreslují do čtvercové sítě osově souměrný hrad. Doplňujícím úkolem může být dokreslení dalších detailů hradu (např. okna). Žáci však musí stále dbát na zadání úkolu, hrad musí být osově souměrný dle osy o.



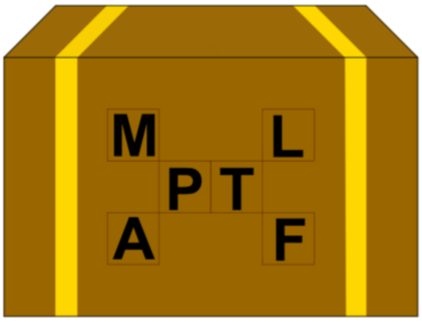
Obrázek 48 - Úkol 1 z pracovního listu 8 – osová souměrnost

Ve druhém úkolu (Obrázek 49) žáci rozhodují, který z nabízených erbů patřil rodu Souměrných. Ze zadání vědí, že tento erb musí být souměrný dle osy souměrnosti o. Rozšiřujícím úkolem je pojmenování jednotlivých geometrických útvarů, které se v erbech nacházejí. V rámci mezipředmětových vztahů lze zařadit v hodině prvouky (Člověk a jeho svět) učivo o erbech. Žákům ukážeme erb známých panovnických rodů, u nich žáci mohou určovat, zda jsou osově souměrné. Příkladem osově souměrného erbu panovnického rodu je erb Jagellonců.



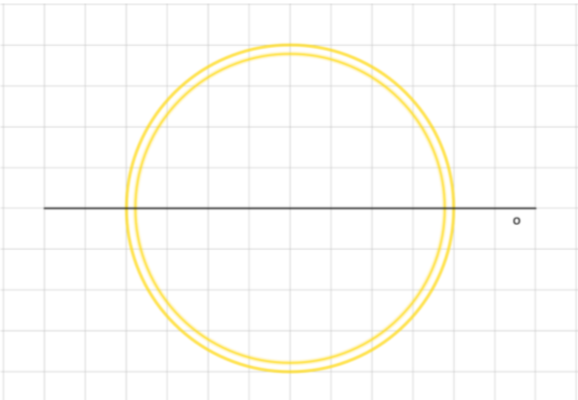
Obrázek 49 - Úkol 2 z pracovního listu 8 – osová souměrnost

Třetí úkol (Obrázek 50) je zaměřen na určování osově souměrných písmen. Jako motivace je využita truhla, ve které je ukrytý poklad. Aby žáci truhlu otevřeli a poklad získali, musí najít heslo. Heslo je tvořeno osově souměrnými písmeny na truhle.



Obrázek 50 - Úkol 3 z pracovního listu 8 – osová souměrnost

V posledním úkolu pracovního listu (Obrázek 51) žáci navrhují, jak by mohly vypadat mince, které nalezli v truhle. Podmínkou pro tvorbu mince je, že musí být osově souměrná dle zadané osy o. Tento úkol žákům dává prostor pro vlastní fantazii. Do mince mohou dokreslit obrázky nebo narýsovat geometrické obrazce. Vzhledem k cílové skupině (3. ročníku) byla k dotváření mince zvolena čtvercová síť.



Obrázek 51 - Úkol 4 z pracovního listu 8 – osová souměrnost

6.2.2 PRACOVNÍ LIST 9

Téma: Osová souměrnost

Cílová skupina: 5. ročník

Cíle pracovního listu:

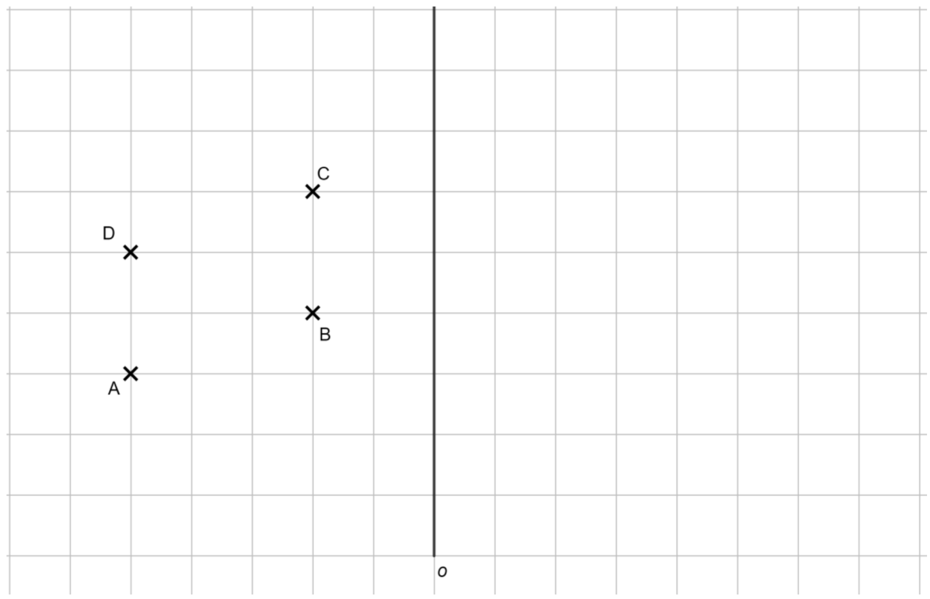
- Žák sestrojí čtyřúhelník, který je obrazem čtyřúhelníku ABCD v osové souměrnosti.
- Žák rozhodne o správnosti určení osy souměrnosti.
- Žák dokreslí alespoň jednu osu souměrnosti k zadaným útvarům.

Předpokládaná časová náročnost: 25 minut

Pomůcky: rýsovací potřeby, psací potřeby (tužka, pastelky)

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

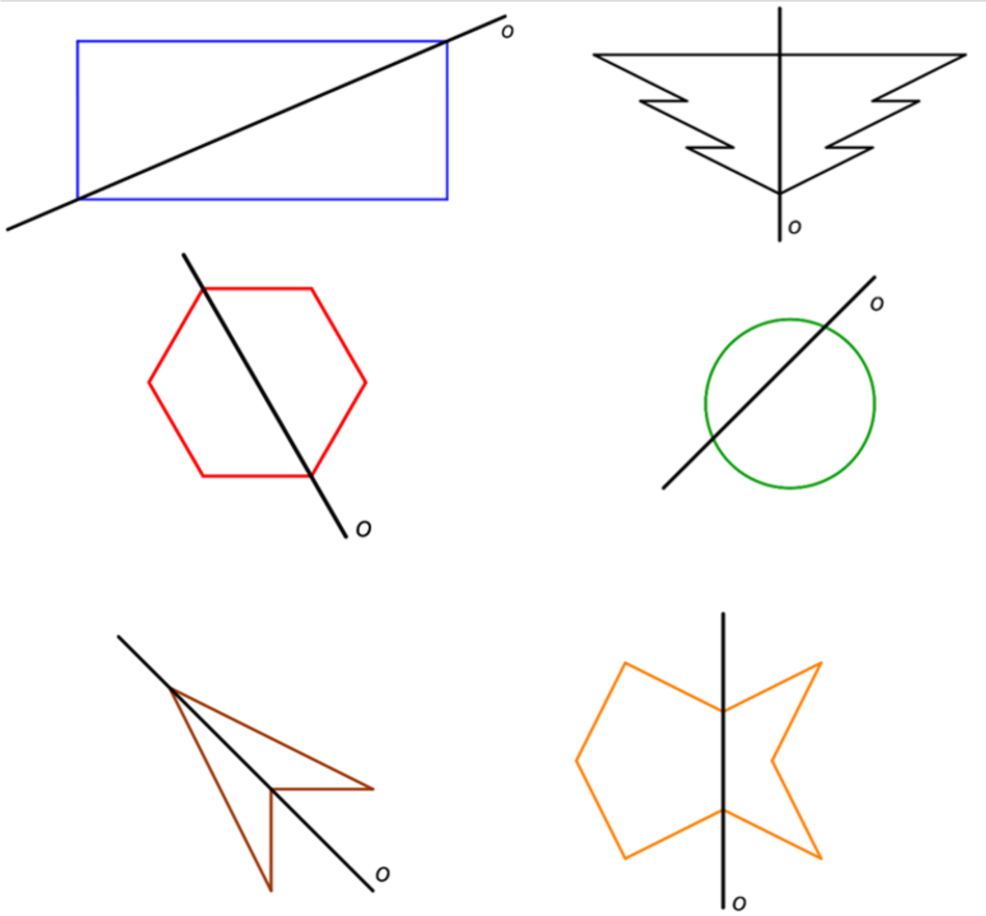
V prvním úkolu (Obrázek 52) žáci sestrojí čtyřúhelník ABCD. Následně ve čtvercové síti sestrojí čtyřúhelník $A_1B_1C_1D_1$, který je osově souměrný s čtyřúhelník ABCD dle zadané osy o.



Obrázek 52 - Úkol 1 z pracovního listu 9 – osová souměrnost

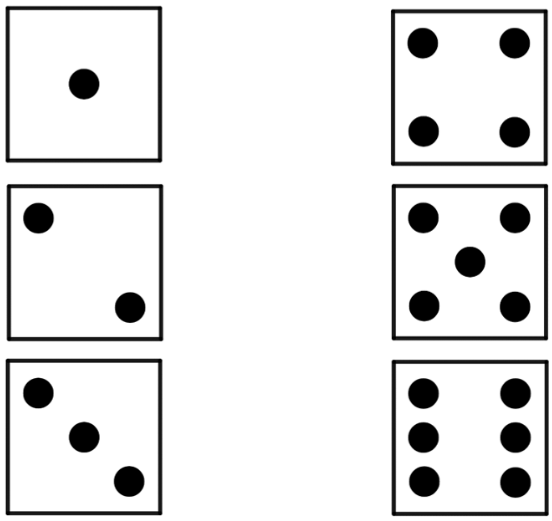
Úkol lze zadat i bez čtvercové sítě, poté by se jednalo již o náročnější úkol. Dalším úkolem k této části pracovního listu může být konkrétní pojmenování čtyřúhelníku. V tomto případě se jedná o rovnoběžník, konkrétně kosodélník. S žáky zopakujeme základní vlastnosti kosodélníku (obě dvojice protilehlých stran jsou navzájem rovnoběžné, protilehlé strany jsou stejně dlouhé). Můžeme také připomenout, které další rovnoběžníky žáci znají.

Druhý úkol (Obrázek 53) je zaměřen na rozhodování, zda je správně určena osa souměrnosti u geometrických útvarů. Všechny geometrické útvary v úkolu jsou osově souměrné. Zadání úkolu lze rozšířit o vyznačení osy souměrnosti u těch útvarů, u kterých byla osa vyznačena chybně. Dalším možným úkolem je určení, o jaký geometrický útvar se jedná (u mnohoúhelníků určit konkrétně např. šestiúhelník).



Obrázek 53 - Úkol 2 z pracovního listu 9 - osová souměrnost

Ve třetím úkolu (Obrázek 54) žáci pracují se stěnami hrací kostky. Zadání tohoto úkolu je, aby žáci vyznačili alespoň jednu osu souměrnosti u každé stěny. Stěny hrací kostky jsou tvořeny čtverci. Jako pomůcku lze využít hrací kostku a zrcátko. Musíme však dbát na to, abychom žákům dali hrací kostku bez zaoblených hran, aby její stěny tvořily opravdu čtverce. Žáci pak mohou hledat osu souměrnosti s využitím zrcátka.



Obrázek 54 - Úkol 3 z pracovního listu 9 – osová souměrnost

6.2.3 DYNAMICKÁ FIGURA 4

Téma: Osová souměrnost

Cílová skupina: 3.–5. ročník

Cíle dynamické figury:

- Žák manipulací s geometrickými útvary sestrojí osově souměrný obrázek robota.
- Žák rozhodne, které geometrické útvary jsou využity při vytvoření obrázku robota.

Předpokládaná časová náročnost: 15 minut

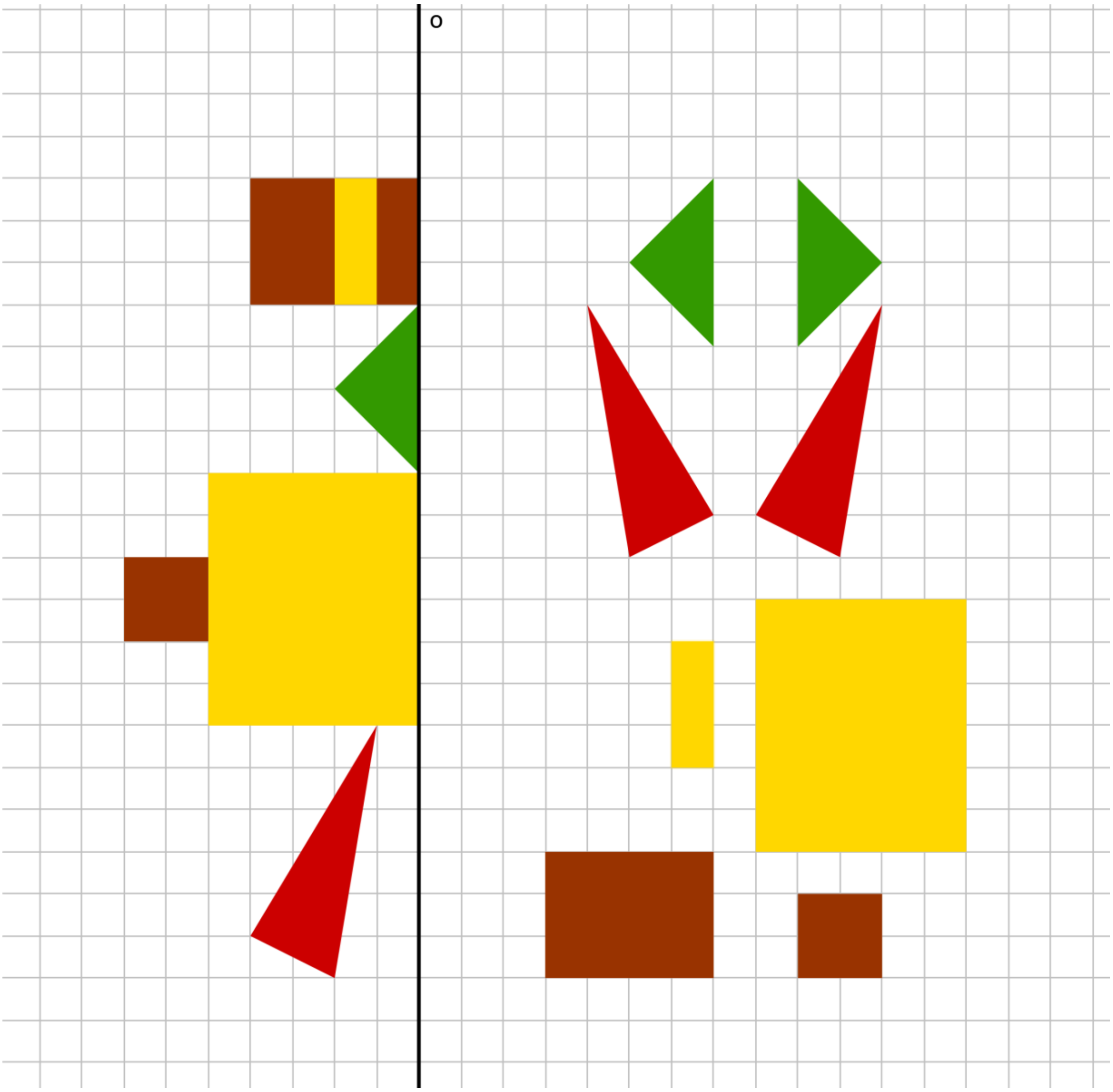
Pomůcky: počítač nebo interaktivní tabule

Popis dynamické figury:

Dynamickou figuru (Obrázek 55) lze využívat dvěma způsoby. První způsob je, že dynamickou figuru zobrazíme na interaktivní tabuli. V tomto případě bude výuka organizována frontální formou, kdy žáci budou chodit k IT a plnit zadání na ní. Druhý způsob spočívá v samostatné (případně skupinové) práci žáků s počítači nebo tablety.

Úkolem žáků je vytvořit osově souměrného robota dle zadané osy souměrnosti o ve čtvercové síti. Robot se skládá z geometrických útvarů. Levá polovina robota (vzor) je žákům již zadána. V pravé části nákresny jsou umístěny geometrické útvary. Žáci manipulací s těmito útvary vytvoří osově souměrný obrázek robota. K manipulaci s útvary v programu

GeoGebra využívají nástroj ukazovátko. Některé geometrické útvary jsou v úkolu zařazeny navíc a žáci je při vytváření robota nevyužijí.



Obrázek 55 - Dynamická figura 4

Ročník, ve kterém tuto dynamickou figuru zařadíme, ovlivňuje možné rozšiřující úkoly. Příkladem rozšiřujícího úkolu pro 3. ročník je pojmenovávání geometrických útvarů. V 5. ročníku již žáci mohou vypočítat obsah geometrických útvarů ve čtvercové síti (kromě červeného trojúhelníku).

Pokud žáci prostředí programu GeoGebra dobře ovládají, lze kontrolu úkolu provést samostatně na počítači. V dynamické figuře žáci vytvoří pomocí nástroje osová souměrnost obrazy zadaných geometrických útvarů. Nejprve vybereme daný nástroj v panelu nástrojů, levým tlačítkem myši označíme geometrický útvar a poté vybereme osu souměrnosti.

Pokud vzniklé obrazy útvarů překrývají útvary umístěné žáky, je úkol splněn správně. Jestliže bude zařazena i samostatná kontrola úkolu, zvýší se jeho časová náročnost.

6.3 VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK V ROVINĚ

V učivu 1. stupně je zařazena vzájemná poloha přímek pouze v rovině. Ačkoliv očekávaný výstup týkající se tohoto učiva nalezneme až v rámci 2. období, které odpovídá 4. a 5. ročníku, v obou analyzovaných řadách učebnic bylo učivo zařazováno již v období prvním. Konkrétně u řady učebnic Matýskova matematika, ke které se vytvořené pracovní listy a dynamické figury vztahují, nalezneme učivo o vzájemné poloze přímek v rovině již v učebnici pro 3. ročník.

Očekávaný výstup v RVP ZV, který se týká tohoto učiva je velmi krátký a výstižný.

Žák:

- *„sestrojí rovnoběžky a kolmice“* (RVP ZV, 2017 str. 33)

6.3.1 PRACOVNÍ LIST 10

Téma: Vzájemná poloha přímek v rovině

Cílová skupina: 3.–4. ročník

Cíle pracovního listu:

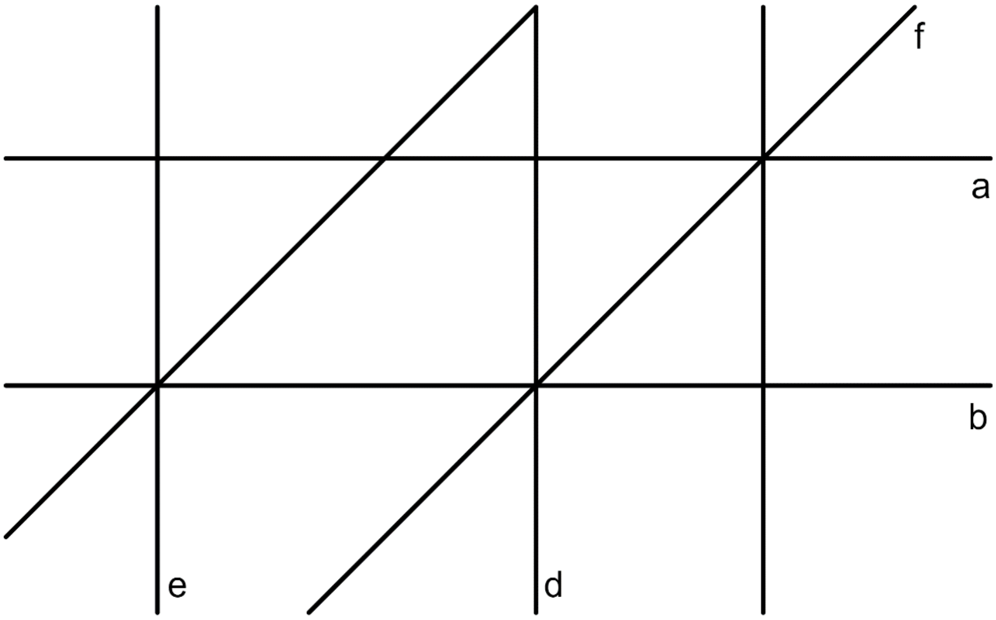
- Žák pojmenuje přímky na základě popisu vzájemné polohy přímek.
- Žák určí správnost zápisu vzájemné polohy přímek na obrázku.
- Žák označí průsečíky určených přímek zadanými písmeny.
- Žák určí počet trojúhelníků na obrázku.
- Žák určí vzájemnou polohu zadaných přímek.
- Žák sestrojí rovnoběžné a kolmé přímky dle zadání.

Předpokládaná časová náročnost: 25 minut

Pomůcky: rýsovací potřeby (trojúhelník s ryskou, pravítko), psací potřeby

Popis pracovního listu a náměty na další úkoly:

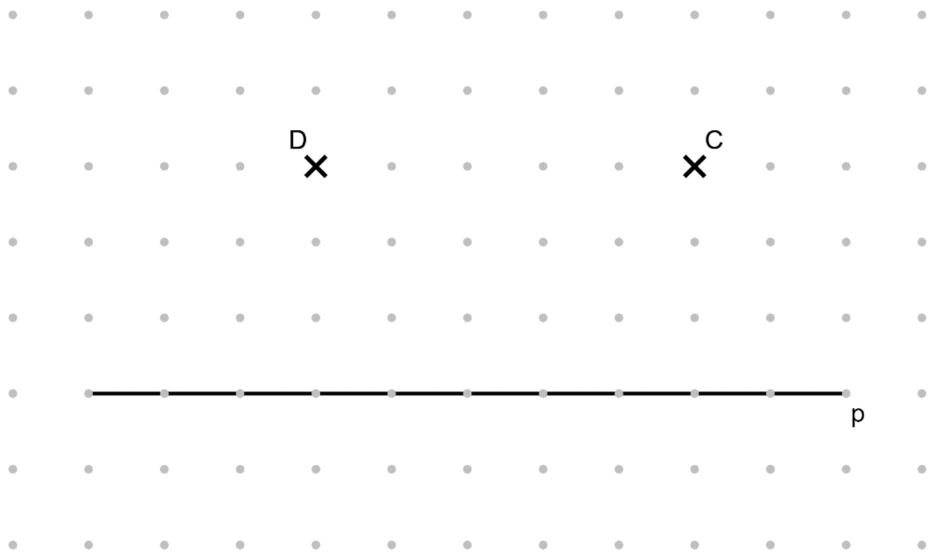
V prvním úkolu (Obrázek 56) žáci například rozhodují o správnosti zápisu vzájemné polohy přímek, označují průsečíky přímek nebo pojmenovávají přímky dle popisu. Veškeré úkoly lze nalézt v pracovním listě v přílohách. Kromě tohoto učiva jsou v pracovním listě zařazeny i úkoly na určování geometrických útvarů. Žáci určují počet trojúhelníků v obrázku a pojmenují vzniklý geometrický útvar (čtyřúhelník, ve 4. ročníku určí konkrétně lichoběžník).



Obrázek 56 - Úkol 1 z pracovního listu 10 - vzájemná poloha přímek

Jestliže pracovní list bude zařazen ve 4. ročníku, lze navíc přidat úkoly zaměřené na rýsování rovnoběžných přímek (např. Narýsuj přímku *h*, která je rovnoběžná s přímkou *f* a prochází bodem C.).

Ve druhém úkolu (Obrázek 57) žáci sestrojují rovnoběžné a kolmé přímky v tečkované síti. Tečkovaná síť byla zvolena z důvodu, že v rámci 3. ročníku rýsují žáci tyto přímky pouze do ní nebo do čtvercové sítě. Pokud by byl pracovní list zařazen až jako závěrečné opakování ve 4. ročníku, bylo by možné tento úkol využít bez tečkované sítě.



Obrázek 57 - Úkol 2 z pracovního listu 10 - vzájemná poloha přímek

Žáci dle zadání dorýsují rovnoběžné a kolmé přímky do tečkované sítě a označí průsečíky. Poté vzniklý geometrický útvar pojmenují. V rámci společné kontroly můžeme zařadit opakování základních vlastností tohoto geometrického útvaru.

6.3.2 DYNAMICKÁ FIGURA 5 A PRACOVNÍ LIST 11

Téma: Vzájemná poloha přímek

Cílová skupina: 3.–4. ročník

Cíle dynamické figury:

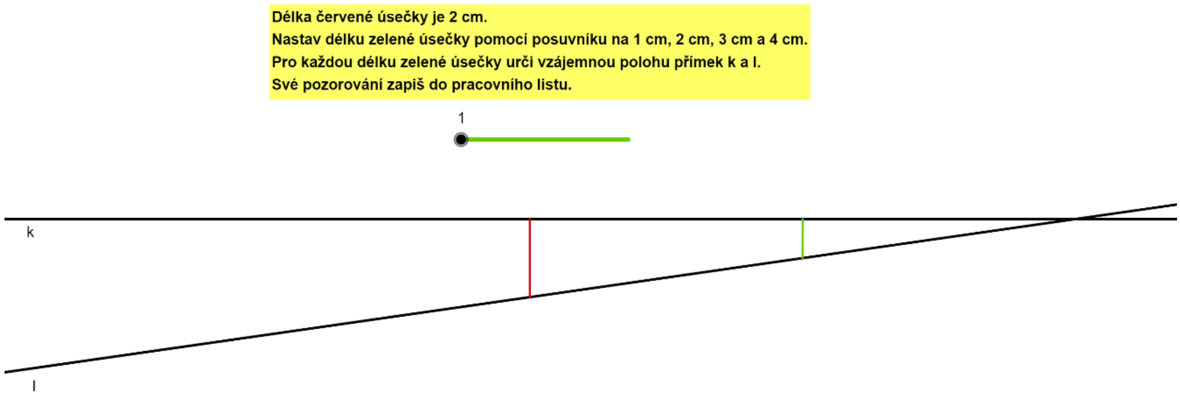
- Žák pomocí nástroje posuvník mění délku zadané úsečky.
- Žák na základě vlastního pozorování určí možné vzájemné polohy dvou přímek.
- Žák zapíše své pozorování do pracovního listu.
- Žák na základě vlastního pozorování vyvodí definici rovnoběžných přímek.

Předpokládaná časová náročnost: 10 minut

Pomůcky: počítač (tablet) nebo interaktivní tabule, pracovní list 11

Popis dynamické figury:

Dynamická figura (Obrázek 58) je zaměřena na učivo o vzájemné poloze přímek v rovině, konkrétně na vyvození definice pro rovnoběžné přímky. V učebnici pro 3. ročník je žákům předkládána definice rovnoběžek takto: *„Rovnoběžky jsou přímky, které mají mezi sebou* *stále stejnou vzdálenost a nikde se neprotínají*". (Novotný, a další, 2014 str. 27) Dynamická figura slouží k tomu, aby se žáci na základě vlastního pozorování pokusili tuto definici sami vyvodit.



Obrázek 58 - Ukázka dynamické figury 5 – vzájemná poloha přímek

K dynamické figuře byl vytvořen i pracovní list, ve kterém je nejprve stručný popis, jak pracovat s posuvníkem, a zadání úkolu. V dynamické figuře jsou zadány přímky *k* a *l* a červená úsečka s pevnou délkou 2 cm. Žáci nastavují pomocí posuvníku délku zelené úsečky a zapisují, jak se s délkou této úsečky mění vzájemná poloha přímek. Svoje pozorování zapisují do připravené tabulky v pracovním listě, kam zaznamenávají také existenci průsečíku přímek *k* a *l*. Na základě svého pozorování žáci odpoví na otázku, co musí platit pro délku zelené úsečky, aby byly přímky *k* a *l* rovnoběžné. Aby zadané přímky byly rovnoběžné, musí mít zelená úsečka stejnou délku jako červená úsečka, v tomto případě 2 cm.

Dynamickou figuru lze využívat jak k samostatné práci žáků, tak při frontální výuce, kdy bychom figuru promítali na interaktivní tabuli a závěry pozorování vyvozovali společně.

ZÁVĚR

Hlavním cílem diplomové práce bylo ukázat možná využití programu dynamické geometrie GeoGebra ve výuce matematiky na 1. stupni základních škol. Programy dynamické geometrie umožňují uživatelům manipulovat s objekty, ve výukovém prostředí mohou žáci díky tomu sami vyvozovat vlastnosti geometrických objektů. Učitelům tyto programy usnadňují a urychlují práci jak během výuky, tak při přípravě na ni. Program GeoGebra byl zvolen pro svoji dostupnost a intuitivní ovládání, což bylo podrobně pospáno v kapitole zaměřující se na tento program. V práci byly dále popsány výhody i možné nevýhody využívání programu ve výuce.

V programu byly vytvořeny didaktické materiály, které jsou určeny pro 3.–5. ročník základních škol. Témata pro tvorbu didaktických materiálů byla nejprve analyzována ve dvou zvolených řadách učebnic od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o., a Taktik. Analyzovanými tématy byly základní útvary v rovině, osová souměrnost a vzájemná poloha přímek. V rámci této analýzy bylo zjištěno, že obě řady učebnic jsou velmi kvalitní a dobře použitelné ve všech ročnících 1. stupně základní školy. Liší se pouze rozsahem probíraného učiva u jednotlivých témat, typem zařazovaných úkolů a obdobím, kdy je dané téma probíráno. Didaktické materiály byly vytvořeny v závislosti na řadě učebnic Matýskova matematika od již zmíněného nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s.r.o.

V diplomové práci byla představena dvě možná využití programu GeoGebra ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. V prvním případě byl program GeoGebra použit k tvorbě obrázkových materiálů do pracovních listů, které slouží k procvičení učiva. Pracovní listy byly dále dotvořeny v textovém editoru Microsoft Word. U každého pracovního listu byla zmíněna cílová skupina žáků, téma a časová dotace, potřebné pomůcky pro vypracování pracovního listu, popis úkolů a možné rozšiřující úkoly.

Druhým typem vytvořeného didaktického materiálu byly dynamické figury. K některým dynamickým figurám byly vytvořeny i pracovní listy, které slouží k zaznamenávání pozorování žáků a následnému vyvození definic. Tyto dynamické figury byly vytvořeny tak, aby žáci pomocí manipulace s objekty mohli vyvozovat vlastnosti daných objektů nebo si procvičit již probrané učivo. Význam vytvořených dynamických figur spočívá i v tom, že se jejich užitím žáci seznámí s prostředím programu GeoGebra. Dynamické figury jsou uloženy na přiloženém CD jako soubory GeoGebra (soubor ggb) a zároveň jako dynamické pracovní listy HTML. Výhodou dynamického pracovního listu HTML je, že lze otevřít i na počítači či tabletu, na kterém není nainstalován program GeoGebra.

Programy dynamické geometrie nemají nahrazovat klasické rýsování tužkou na papír, ale vnášejí do výuky nové možnosti, lepší vizualizaci učiva a aktivizují žáky. Zároveň jejich začleněním do výuky rozvíjíme u žáků i digitální gramotnost, která je v současné době velmi často spojována právě s výukou na 1. stupni základních škol. V RVP ZV platném od 1. 9. 2021 byla nahrazena vzdělávací oblast Informační a komunikační technologie novou vzdělávací oblastí Informatika. Zároveň byla navýšena časová dotace na 2 hodiny minimálně ve 4. a 5. ročníku základních škol. Do RVP ZV byla také začleněna nová klíčová kompetence, a to kompetence digitální. Jeden z cílů zařazení digitálních technologií do výuky je, aby žáci dokázali využívat tyto technologie nejen ve svém volném čase, ale i k učení a řešení problémů. K naplnění tohoto cíle může přispět i zařazení dynamických figur vytvořených v této práci do výuky matematiky.

RESUMÉ

Diplomová práce je zaměřena na možnosti využití programu dynamické geometrie GeoGebra ve výuce matematiky na 1. stupni základních škol. V práci je nejprve popsáno zařazení geometrického učiva do RVP ZV, vyvozování geometrických pojmů na 1. stupni a výukové metody. Následuje analýza dvou řad učebnic matematiky pro 1. stupeň zaměřená na témata základní útvary v rovině, osová souměrnost a vzájemná poloha přímek. Dále jsou v práci charakterizovány kognitivní technologie. Programu GeoGebra je věnována samostatná kapitola, ve které je popsána jeho dostupnost, prostředí programu a výhody a nevýhody začlenění do výuky matematiky.

V práci jsou představena dvě možná využití programu v primárním vzdělávání. V programu jsou vytvořeny dynamické figury sloužící k vyvozování vlastností geometrických objektů a manipulaci s nimi. Druhé využití programu GeoGebra spočívá v tvorbě obrázkových materiálů do pracovních listů. Dynamické figury i pracovní listy jsou určeny pro 3. – 5. ročníky základních škol a navazují na učivo probírané v řadě učebnic Matýskova matematika od nakladatelství NOVÁ ŠKOLA, s. r. o.

The thesis deals with possibilities of using the dynamic geometry software GeoGebra in teaching mathematics at the 1st stage of elementary school. At first the thesis describes the inclusion of geometric curriculum in Framework Education Programme for Elementary Education, the process of creating geometric terms and teaching methods.The next part is the analysis of two series of mathematics textbooks for elementary schools. This analysis is focused on these geometric topics – plane figures, axial symmetry and relative position of two lines. In the following part the cognitive technologies are characterized. The description of programme GeoGebra is in the separate chapter of the thesis. This chapter is devoted to the availability of the programme, the interface, advantages and disadvantages of using it in teaching.

The thesis presents two possible of uses of the programme in primary education. In the programme dynamic figures were created to deduce the properties of geometric objects and manipulate with them. The second possible use of GeoGebra is to create illustrated materials into worksheets. These dynamic figures and worksheets are intended for the

3rd-5th grades of elementary schools. They follow the curriculum covered in the textbooks Matyskova matematika of the publishing house NOVÁ ŠKOLA, s. r. o.

SEZNAM LITERATURY

BÁRTOVÁ, Marie, a další, 2016. *Hravá matematika 4 - 2. díl učebnice pro 4. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978-80-7563-025-4.

BÁRTOVÁ, Marie, a další, 2017. *Hravá matematika 5 - 2. díl učebnice pro 5. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978-80-7563-052-0.

DIVÍŠEK, Jiří, a další, 1989. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství. ISBN 80-04-20433-3.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František, 2018. *Matýskova matematika, 1. díl: Počítání do pěti.* Brno: NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. ISBN 978-80-7600-048-3.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František, 2018. *Matýskova matematika, 3. díl - Počítání do dvaceti.* Brno: NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. ISBN 978-80-7600-054-4.

DOLEŽALOVÁ, Alena Bára, NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František, 2019. *Matýskova matematika, 4. díl: Počítání do dvaceti s přechodem.* Brno: NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. ISBN 978-80-7600-082-7.

FALTINOVÁ, Magdaléna, PÍTOVÁ, Lenka a ŠVIHLOVÁ, Zuzana, 2017. *Hravá matematika 1 - 1. díl pracovní učebnice pro 1. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978-80-7563-095-7.

FALTINOVÁ, Magdaléna, PÍTOVÁ, Lenka a VONDRÁŠKOVÁ, Štěpánka, 2016. *Hravá matematika 4 - 1. díl učebnice pro 4. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978.80-87881-72-9.

FRANK, Jan a VRBÍK, Václav, 2018. Jedno méně obvyklé užití program GeoGebra. In: *MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA.* Sv. 27, 4. ISSN 1210-1761.

FRANK, Jan, 2018. Využití počítačové simulace v řešení vybraných Apolloniových a Pappových úloh. In: *ISVK FPE 2018: Sborník příspěvků 8. Interdisciplinární studentské vědecké konference doktorandů FPE.* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni. ISBN 978-80-261-0828-3.

GeoGebra, 2006. [Online] 2021. [cit. 20.2.2021.] Dostupné z: https://www.geogebra.org/.

GeoGebra Institut Ostrava, 2016 [online]. VŠB-TUO. 2021. [cit. 28.2.2021] Dostupné z: http://ggi.vsb.cz/

HOHENWARTER, Markus a PREINER, Judith, 2007. Dynamic Mathematics with GeoGebra. *Mathematical Association of America.* [Online] [cit. 20.2. 2021.] https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/dynamic-mathematics-with-geogebra.

KOPEC, Tomáš, 2010. *Možnosti využití GeoGebry při výuce matematiky*. [online] *Metodický portál: Články, 5.6.*2010. [cit. 28.2.2021] Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/k/g/8477/MOZNOSTI-VYUZITI-GEOGEBRY-PRI-VYUCE-MATEMATIKY.html/.

KRBEC, Martin, 2015. *GeoGebra ve výuce matematiky v sekundární škole.* Olomouc. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Fakulta pedagogická. Vedoucí práce David NOCAR.

MAŇÁK, Josef a ŠVEC, Vlastimil, 2003. *Výukové metody.* Brno: Paido. ISBN 80-7315-039-5.

NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František, 2015. *Geometrie pro 4. ročník: Matýskova matematika.* Brno: NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. ISBN 978-80-7289-751-3.

NOVOTNÝ, Miloš a Novák, František, 2017. *Geometrie pro 5. ročník: Matýskova matematika.* Brno : NOVÁ ŠKOLA, s. r. o., 2017. ISBN 978-80-7289-957-9.

NOVOTNÝ, Miloš a NOVÁK, František, 2014. *Geometrie: Matýskova Matematika: Učebnice pro 3. ročník základní školy.* Brno: NOVÁ ŠKOLA, s. r. o. ISBN 978-80-7289-665-3.

O nás: Vydavatelství Taktik, 2013 [online]. Vydavatelství Taktik. 2021 [cit. 1.3.2021] Dostupné z: https://www.etaktik.cz/o-nas/

PÍTOVÁ, Lenka a ŠVIHLOVÁ, Zuzana, 2017. *Hravá matematika 1 - 2. díl pracovní učebnice pro 1. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978-80-7563-096-4.

PRŮCHA, Jan, WALTEROVÁ, Eliška a MAREŠ, Jiří. 2013. *Pedagogický slovník.* Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0403-9.

Příručka GeoGebra, 2011 [online]. International GeoGebra Institute. 2021. [cit. 24.2.2021] Dostupné z: https://wiki.geogebra.org/cs/P%C5%99%C3%ADru%C4%8Dka

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2017 [online]. Praha: MŠMT. [cit. 3.1.2021] Dostupné z http://www.msmt.cz/file/43792_1_1/

SAMKOVÁ, Libuše, 2015. Badatelsky orientované vyučování. In: PECH, Pavel, a další. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7394-531-2

SCHOFIELD, Janet Ward. 1995. *Computers and Classroom Culture.* Cambridge: Cambridge University Press. str. 271. ISBN 052147924X.

SVOBODOVÁ, Lenka, 2011. *Užití programu GeoGebra ve vybraném učivu matematiky a jeho výhody.* Plzeň. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Fakulta pedagogická. Vedoucí práce Lukáš HONZÍK.

VANÍČEK, Jiří, 2009. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie.* Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-394-8.

VANÍČEK, Jiří, 2011. Role technologie pro rozvoj matematické gramotnosti. In: HOŠPESOVÁ, Alena, a další. *Matematická gramotnost a vyučování matematice.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. ISBN 978-80-7394-259-5.

VONDRÁŠKOVÁ, Štěpánka a HUBKOVÁ, Martina, 2017. *Hravá matematika 2 - 2. díl pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ.* Praha: TAKTIK International, spol. s. r. o. ISBN 978-80-7563-093-3.

ZORMANOVÁ, Lucie, 2012. *Výukové metody v pedagogice.* Praha: Grada Publishing, a. s. ISBN 978-80-247-4100-1.

ŽILKOVÁ, Katarína, 2011. Dynamické geometrické systémy (DGS) - Softvérová podpora vzdelávania. In: *Journal of Technology and Information Education.* Sv. 3, 1, stránky 59-63. ISSN: 1803-537X.

SEZNAM OBRÁZKŮ

PŘÍLOHY

Pracovní listy

Příloha č. 1: Pracovní list 1 – mnohoúhelníky

Příloha č. 2: Pracovní list 2 – mnohoúhelníky

Příloha č. 3: Pracovní list 3 vytvořen k Dynamické figuře 1

Příloha č. 4: Pracovní list 4 – čtyřúhelníky

Příloha č. 5: Pracovní list 5 – trojúhelníky

Příloha č. 6: Pracovní list 6 – kružnice a kruh

Příloha č. 7: Pracovní list 7 vytvořen k Dynamické figuře 3

Příloha č. 8: Pracovní list 8 – osová souměrnost

Příloha č. 9: Pracovní list 9 – osová souměrnost

Příloha č. 10: Pracovní list 10 – vzájemná poloha přímek

Příloha č. 11: Pracovní list 11 vytvořen k dynamické figuře 5

Dynamické figury lze nalézt na přiloženém CD.

Dynamická figura 1 – mnohoúhelníky

Dynamická figura 2 – kružnice a kruh

Dynamická figura 3 – vzájemná poloha kružnic

Dynamická figura 4 – osová souměrnost

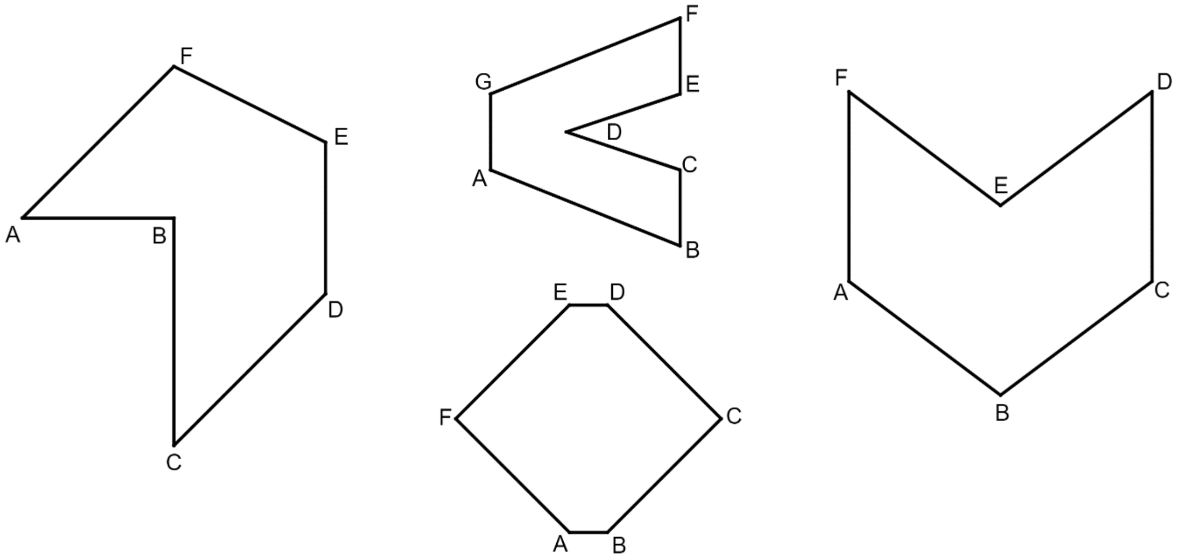
Dynamická figura 5 – vzájemná poloha přímek

Příloha č. 1

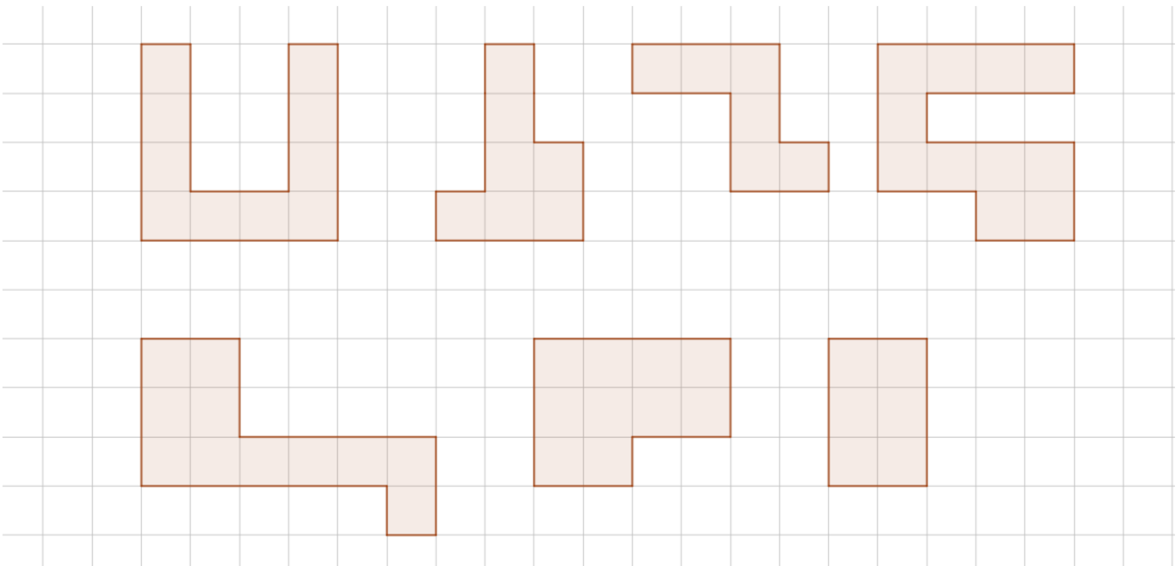
PRACOVNÍ LIST – MNOHOÚHELNÍKY

1. Vybarvi mnohoúhelník, který splňuje všechny následující podmínky:

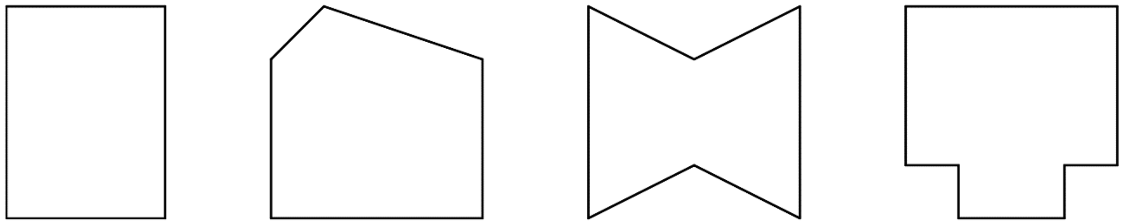
- jedná se o šestiúhelník
- je osově souměrný
- AB ≅ BC



2. Označ stejnými čísly mnohoúhelníky se stejným obsahem. Jeden z mnohoúhelníků je v úkolu zadán navíc.



3. Na řádek napiš, o jaký mnohoúhelník se jedná.



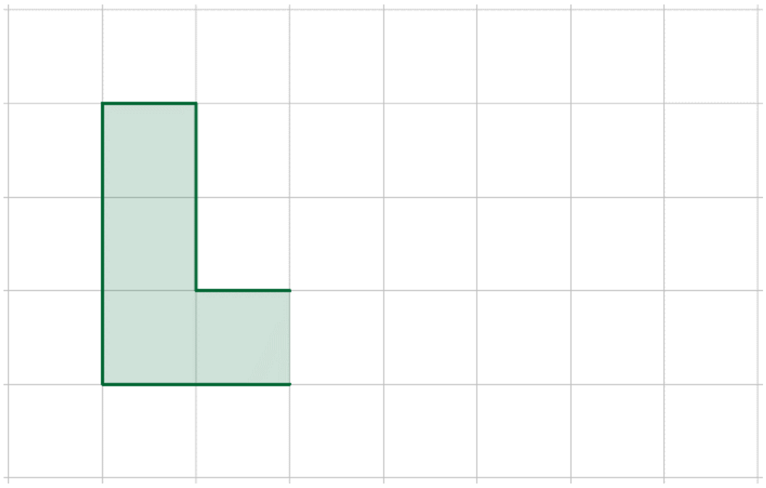
4. Urči, který mnohoúhelník nepatří do předchozí řady. Své rozhodnutí zdůvodni.

Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

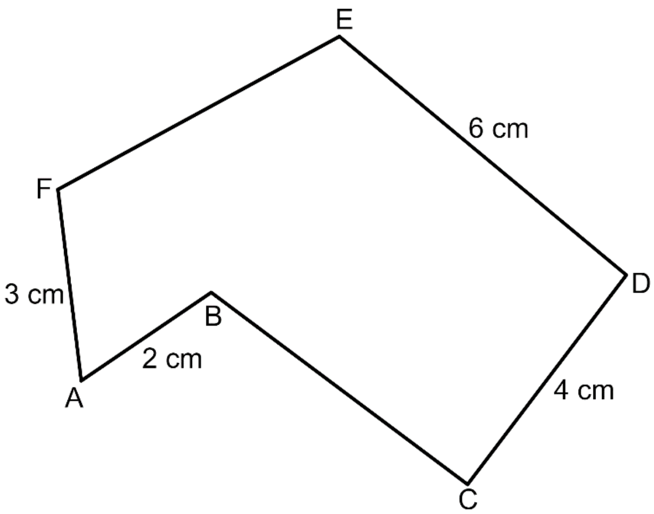
Příloha č. 2

PRACOVNÍ LIST – MNOHOÚHELNÍKY

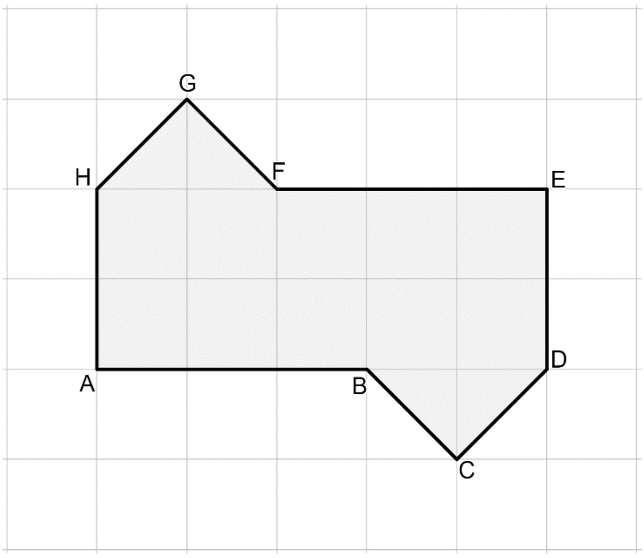
1. Dorýsuj útvar ve čtvercové sítě tak, aby vznikl mnohoúhelník, který má obvodu o = 14 cm a obsah S = 6 cm^2. (Délka strany čtverce ve čtvercové je 1 cm.)



2. Urči chybějící délky stran BC a EF. Obvod mnohoúhelníku ABCDEF je o = 25 cm a BC ≅ EF.



3. Urči, zda je tvrzení o mnohoúhelníku pravdivé, nepravdivá tvrzení oprav správně pod tabulku.



TVRZENÍ		
Mnohoúhelník je osově souměrný.	**ANO**	**NE**
FG ⊥ GH	**ANO**	**NE**
Mnohoúhelník má 14 stran.	**ANO**	**NE**
Obsah mnohoúhelníku je 12 cm^2.	**ANO**	**NE**
V mnohoúhelníku jsou pouze 2 pravé úhly.	**ANO**	**NE**

Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

Příloha č. 3

PRACOVNÍ LIST – MNOHOÚHELNÍKY

1. Zapiš názvy barevných geometrických útvarů do tabulky:

modrý geometrický útvar	
žlutý geometrický útvar	
oranžový geometrický útvar	
zelený geometrický útvar	

2. Které geometrické útvary vzniknou spojením stejně barevných útvarů červeně vyznačenou stranou? Své odhady zapiš do tabulky.

1	spojením modrých geometrických útvarů vznikne:	
2	spojením žlutých geometrických útvarů vznikne:	
3	spojením oranžových geometrických útvarů vznikne:	
4	spojením zelených geometrických útvarů vznikne:	

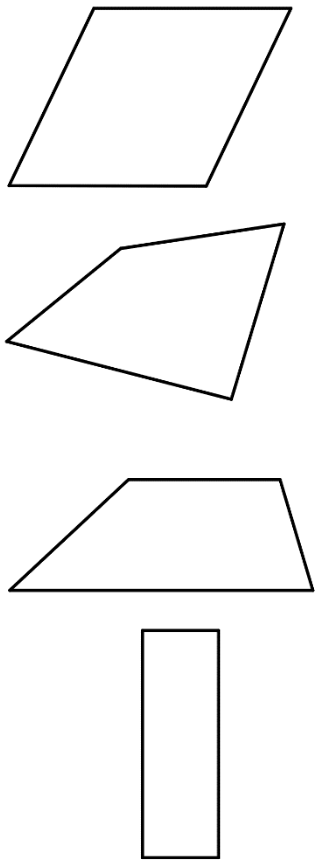
3. Nyní ověř své odhady v programu GeoGebra. Spoj stejně barevné útvary červeně vyznačenou stranou. K manipulaci s útvarem využij nástroj Ukazovátko, které nalezneš v panelu nástrojů.

Útvary, které jsi určil v předchozí tabulce správně, podtrhni zeleně. Nesprávně určené útvary podtrhni červeně a celou větou přepiš, které útvary vznikly.

Příloha č. 4

PRACOVNÍ LIST – ČTYŘÚHELNÍKY

1. Spoj čtyřúhelník se správnou definicí, definici spoj s názvem čtyřúhelníku.



jedna dvojice protilehlých stran je různoběžná, jedna dvojice protilehlých stran je rovnoběžná

obě dvojice protilehlých stran jsou navzájem rovnoběžné

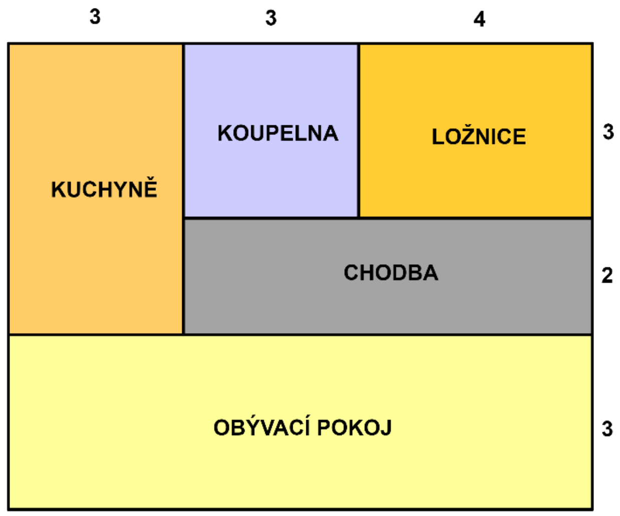
žádná dvojice protilehlých stran není rovnoběžná

ROVNOBĚŽNÍK

RŮZNOBĚŽNÍK

LICHOBĚŽNÍK

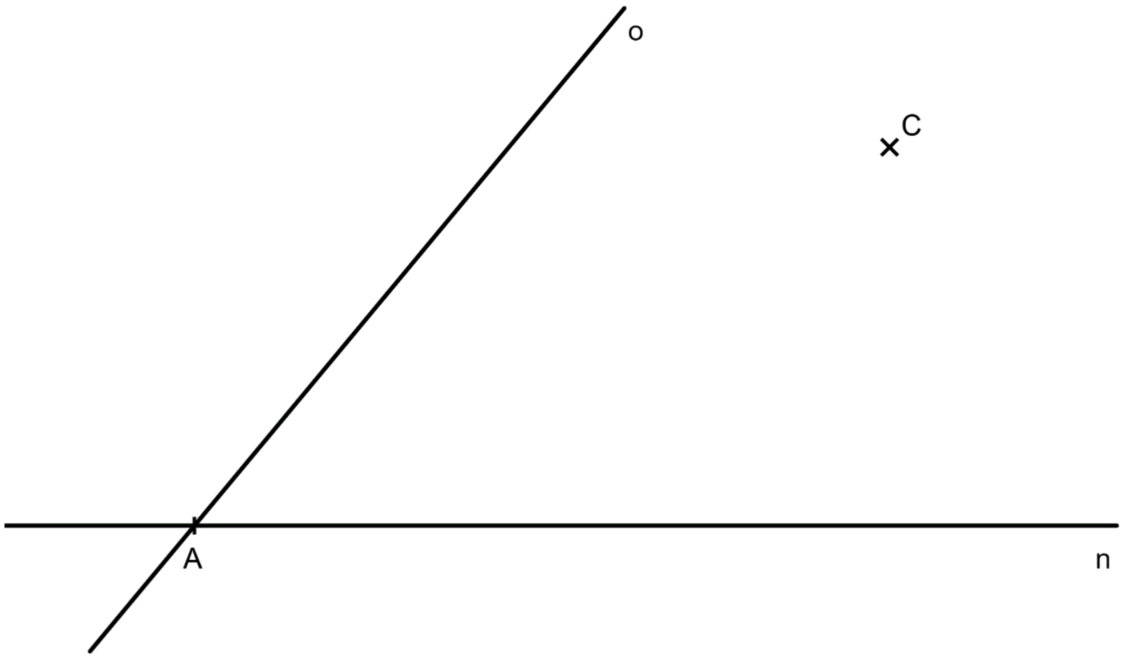
2. Na obrázku vidíš plán bytu Čtyřúhelníkových. Majitelé bytu plánují vyměnit koberec v obývacím pokoji. Vypočti, kolik m^2 koberce budou muset majitelé koupit. Rozměry pokojů jsou uvedeny v m.



Pouze jedna z místností v bytě nemá tvar obdélníku. Která je to místnost a jaký má tvar?

3. Sestroj přímky ***p*** a ***q*** tak, aby platilo:

- $p \parallel n$, $C \in p$
- $q \perp n$, $C \in q$



4. Průsečík přímek ***n*** a ***q*** označ **B**, průsečík přímek ***o*** a ***p*** označ **D**.

5. Jak se nazývá útvar, jehož vrcholy jsou ABCD?

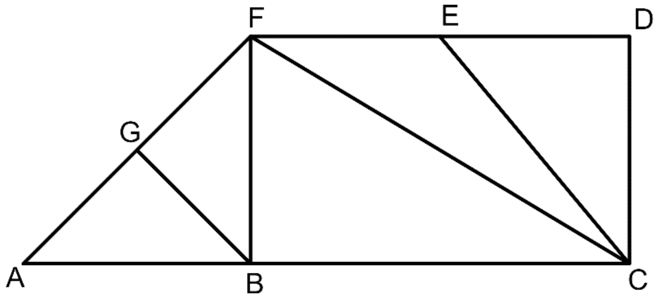
6. Označ pravé úhly v tomto útvaru.

Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

Příloha č. 5

PRACOVNÍ LIST – TROJÚHELNÍKY

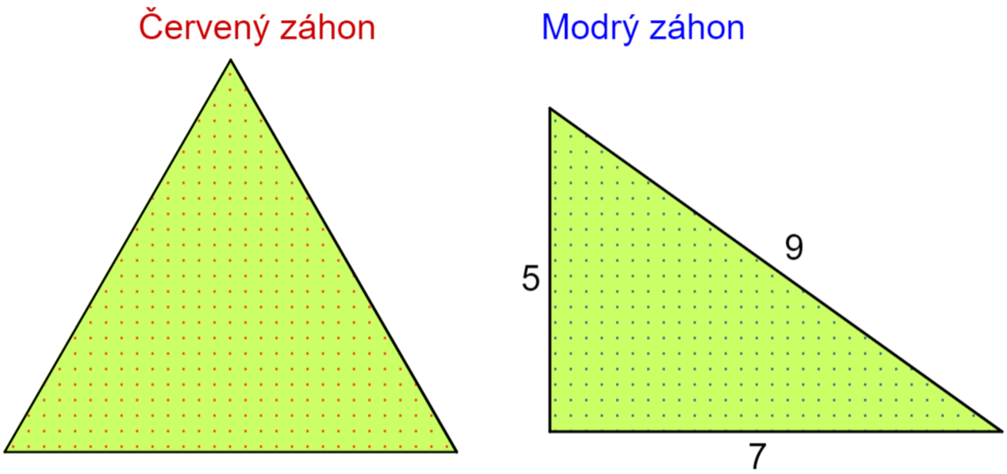
1. **1.** Vypiš všechny trojúhelníky z obrázku. Poté červeně podtrhni názvy pravoúhlých trojúhelníků. Zeleně zakroužkuj názvy rovnoramenných trojúhelníků.



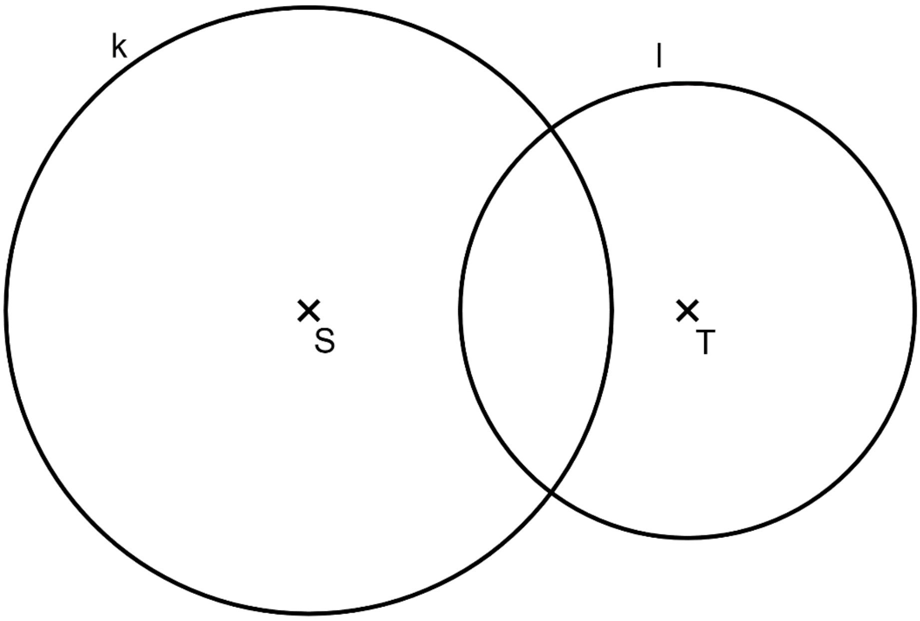
2. Maminka vytvořila modrý a červený květinový záhon trojúhelníkového tvaru. Rozhodla se, že záhony oplotí. Rozměry modrého záhonu jsou uvedeny na obrázku.

a) Urči, kolik pletiva bude maminka potřebovat na oplocení obou záhonů, víš-li, že oba záhony mají stejný obvod.

b) Urči délku stran červeného záhonu, který má tvar rovnostranného trojúhelníku.



3. Průsečíky kružnic *k* a *l* označ M a N. Sestroj trojúhelník STM a trojúhelník STN. Jaké trojúhelníky vznikly – rovnoramenné, rovnostranné nebo různostranné?



4. Doplň **<, >, =**

|SM| |SN|	|SM| |TM|	|NT| |MT|

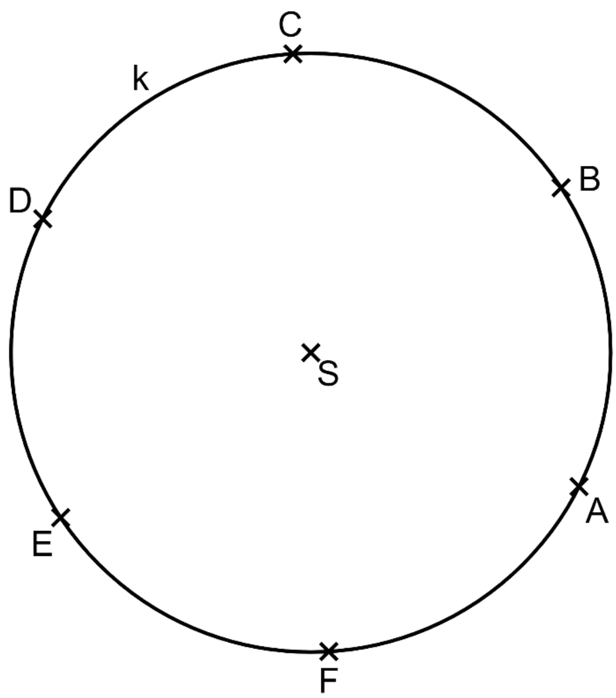
Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

Příloha č. 6

PRACOVNÍ LIST – KRUŽNICE A KRUH

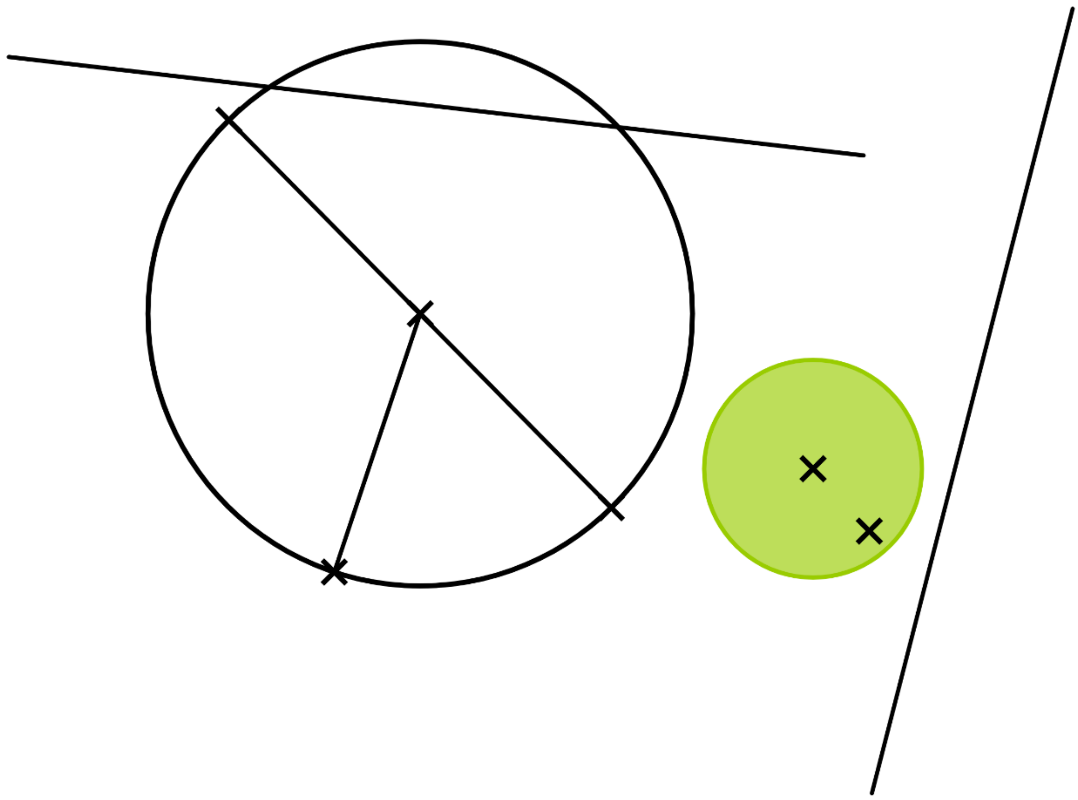
1. Je dána kružnice *k* se středem v bodě S. Sestroj kružnice se středy v bodech A, B, C, D, E a F. Poloměr všech těchto kružnice je shodný s poloměrem kružnice *k*. Sestrojené kružnice pojmenuj stejnými (ale malými) písmeny jako jsou pojmenovány jejich středy.

Který bod náleží všem vytvořeným kružnicím. Náleží tento bod i kružnici *k*?



2. Pojmenuj body, přímky, kružnici a kruh na obrázku, aby odpovídaly popisu:

- Bod A je střed kružnice *k*.
- Úsečka AC odpovídá poloměru kružnice *k*.
- Bod B je střed kruhu *M*.
- Úsečka DE odpovídá průměru kružnice *k*.
- Bod L náleží kruhu *M*, ale není jeho středem.
- Přímka *p* nemá s kružnicí *k* žádný společný bod.
- Přímka *r* protíná kružnici *k*.



Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

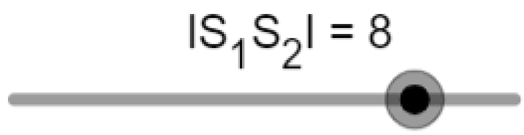
Příloha č. 7

PRACOVNÍ LIST – VZÁJEMNÁ POLOHA KRUŽNIC

Jsou dámy kružnice *k* (S_1; 5 cm) a *m* (S_2; 2 cm). Úsečka S_1S_2 spojuje středy těchto kružnic.

Tvým úkolem je měnit délku této úsečky a na základě toho určovat společné body kružnic. Tím, že budeš měnit délku úsečky, se bude měnit také vzájemná poloha kružnic *k* a *m*.

Délku úsečky nastavíš pomocí **posuvníku** v pravém horním rohu nákresny:



Na obrázku vidíš posuvník, hodnota je 8. To znamená, že délka úsečky S_1S_2 je 8 cm. Délku úsečky změníš uchopením černého kolečka a posunutím doleva nebo doprava.

Úkol

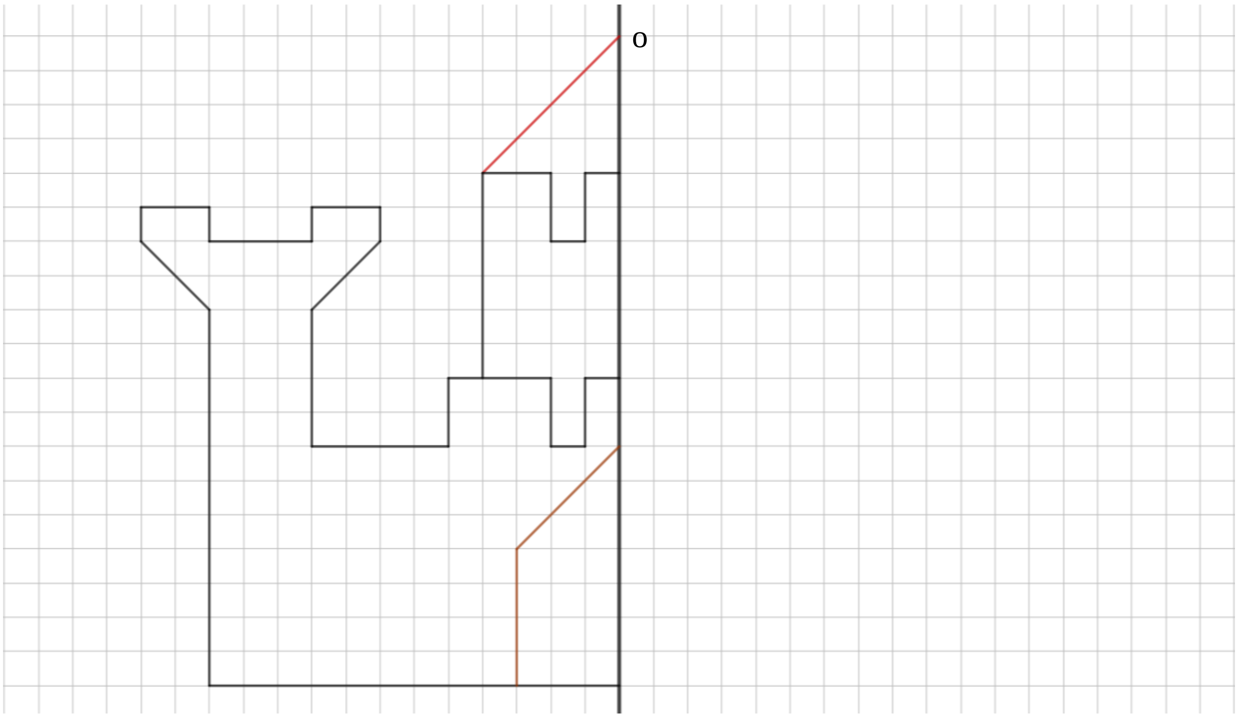
1. Urči délku úsečky S_1S_2, aby kružnice měly dva společné body (kružnice se protínají). Uveď alespoň dvě řešení:
2. Jak tyto společné body nazýváme?
3. Urči délku úsečky S_1S_2, když kružnice budou mít pouze jeden společný bod (kružnice se dotýkají):
4. Urči délku úsečky S_1S_2, když kružnice nebudou mít žádný společný bod (kružnice se nedotýkají). Uveď alespoň 2 řešení:

Příloha č. 8

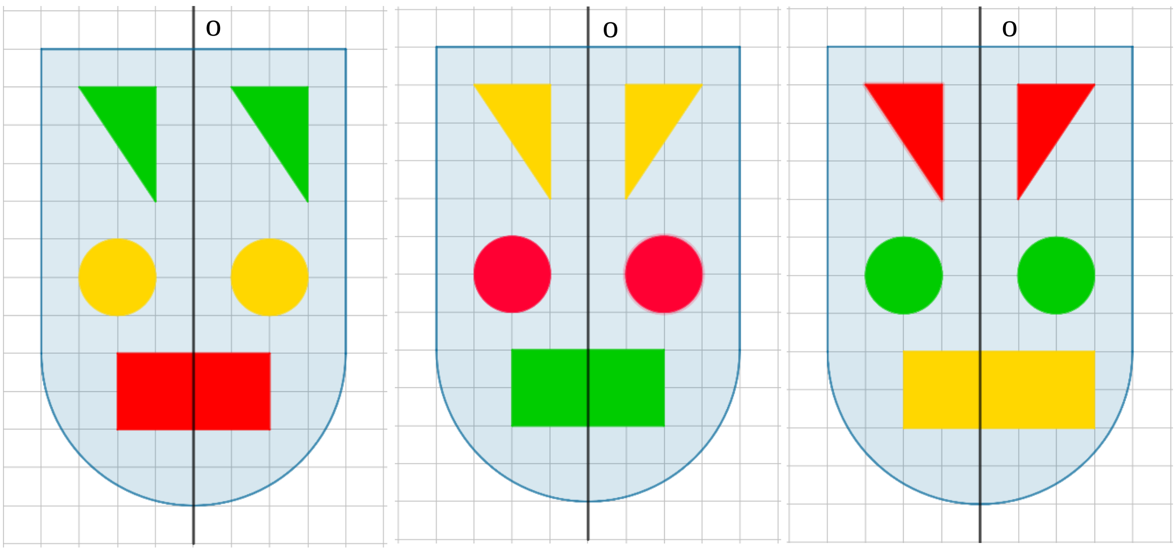
ROD SOUMĚRNÝCH

1. Rod Souměrných žil na hradě Souměrnost. Bohužel do dnešní doby se dochovala pouze polovina tohoto hradu. Víme však, že hrad byl osově souměrný.

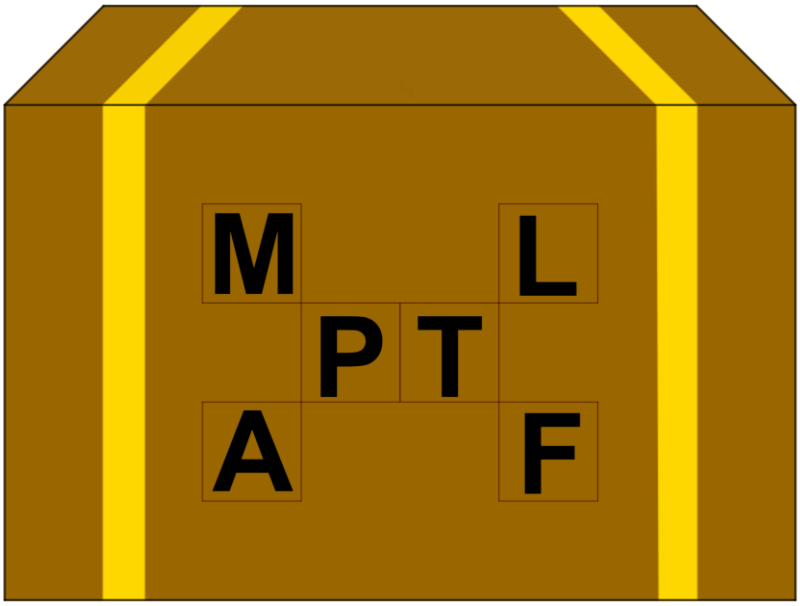
Dokresli plánek tohoto hradu do čtvercové sítě tak, aby byl souměrný dle osy o.



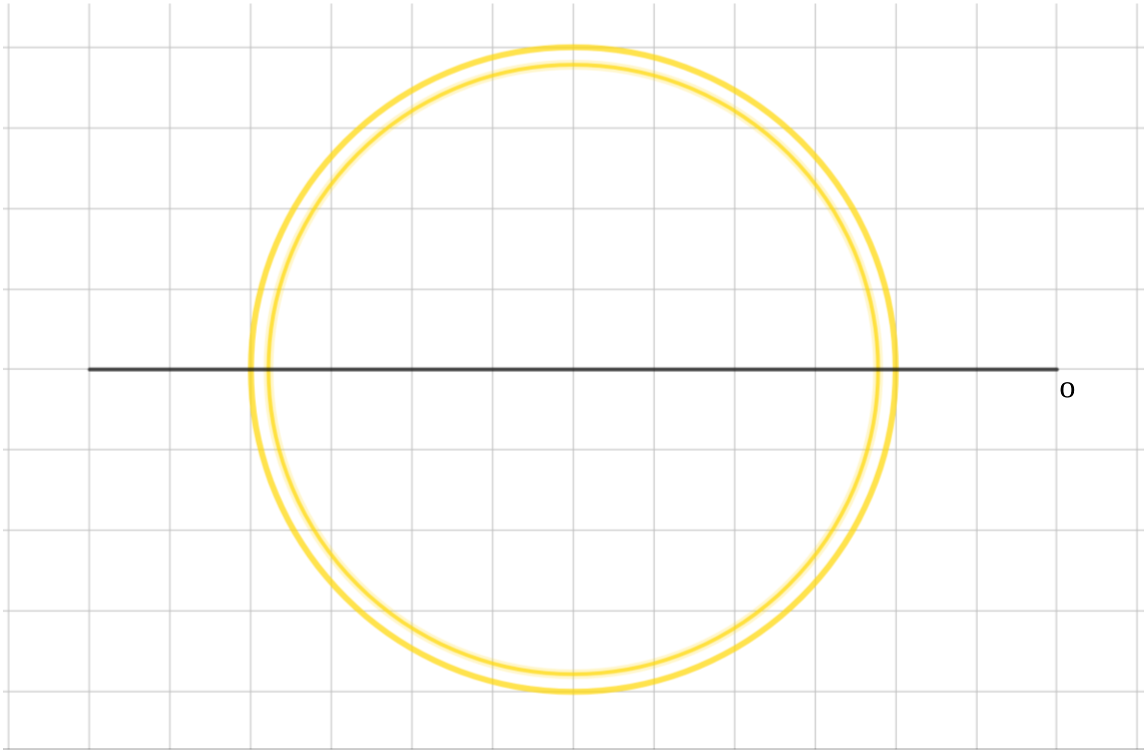
2. Každý rod má svůj erb. Erb rodu Souměrných je osově souměrný dle osy o. Vyber, který z nabízených erbů patřil tomuto rodu.



3. V hradu Souměrnost byla nalezena tajná truhla rodu Souměrných. Abys zjistil, co je uvnitř truhly ukryto, musíš zadat správné heslo. To získáš tím, když určíš, na kterých tlačítkách se nachází osově souměrná písmena.



4. Truhla byla plná mincí rodu Souměrných. Zkus navrhnout, jak by takové mince mohly vypadat. Nezapomeň, že i mince tohoto rodu musely být osově souměrné dle osy o.

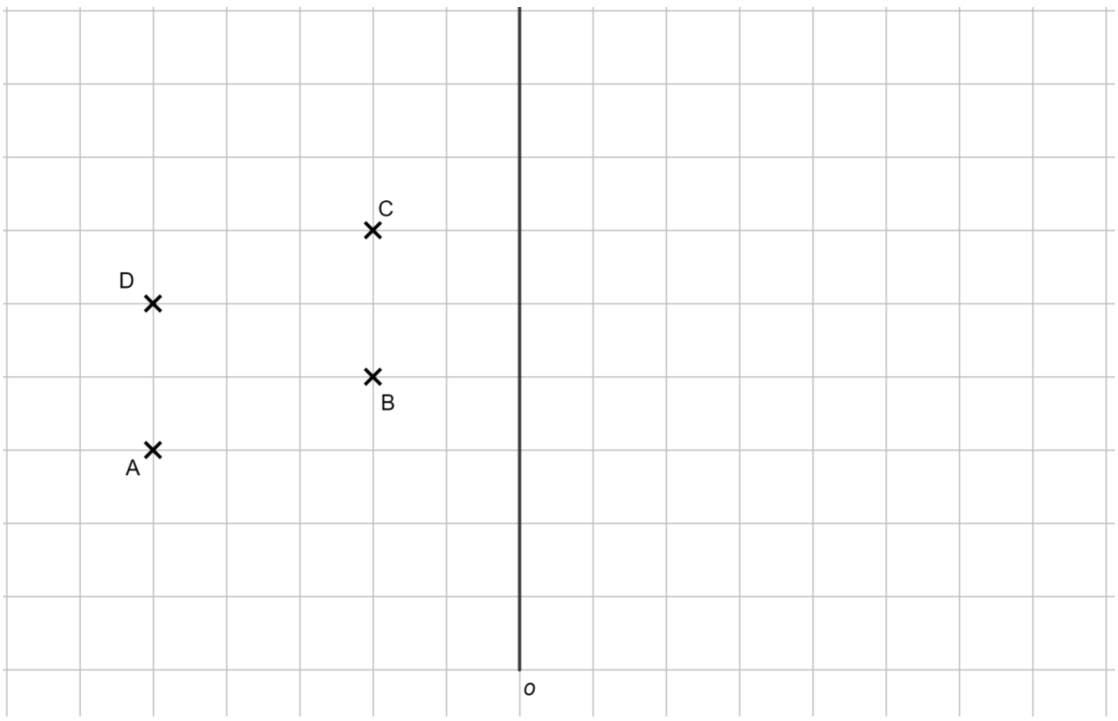


Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

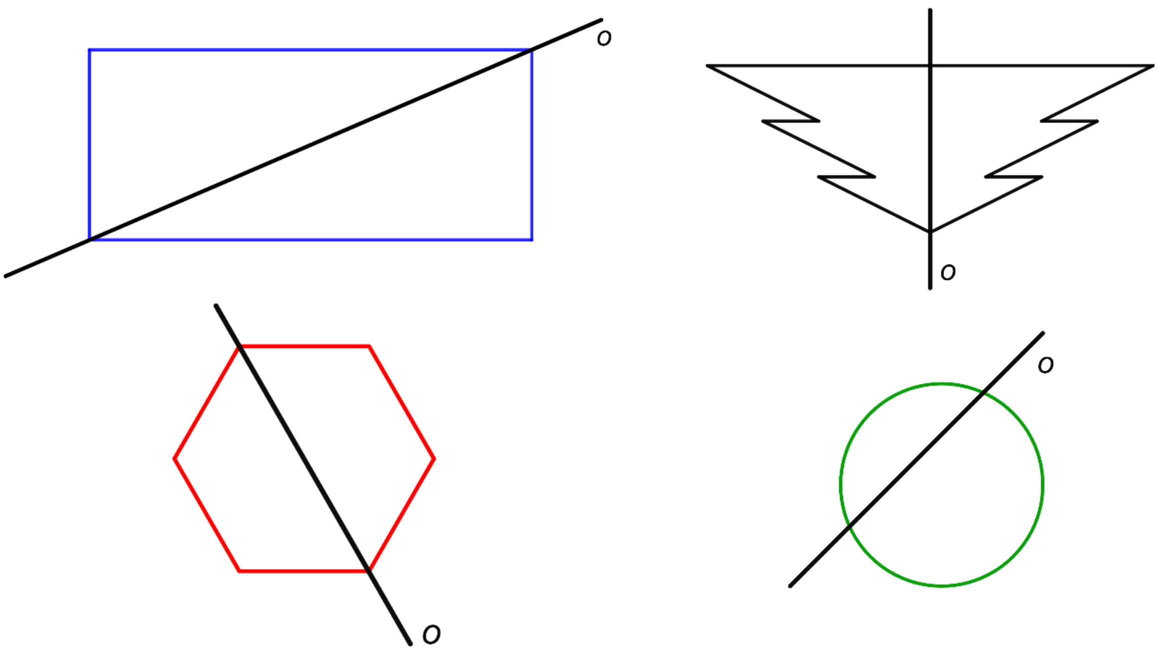
Příloha č. 9

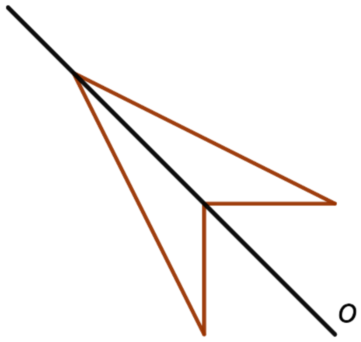
PRACOVNÍ LIST – OSOVÁ SOUMĚRNOST

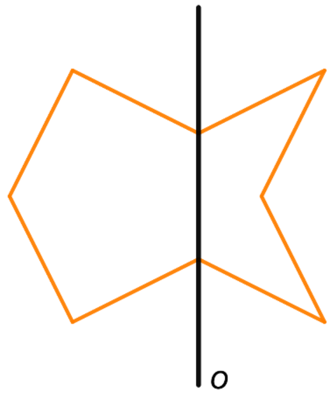
1. Sestroj čtyřúhelník ABCD. Poté sestroj čtyřúhelník $A_1B_1C_1D_1$, který bude osově souměrný se čtyřúhelníkem ABCD dle osy o.



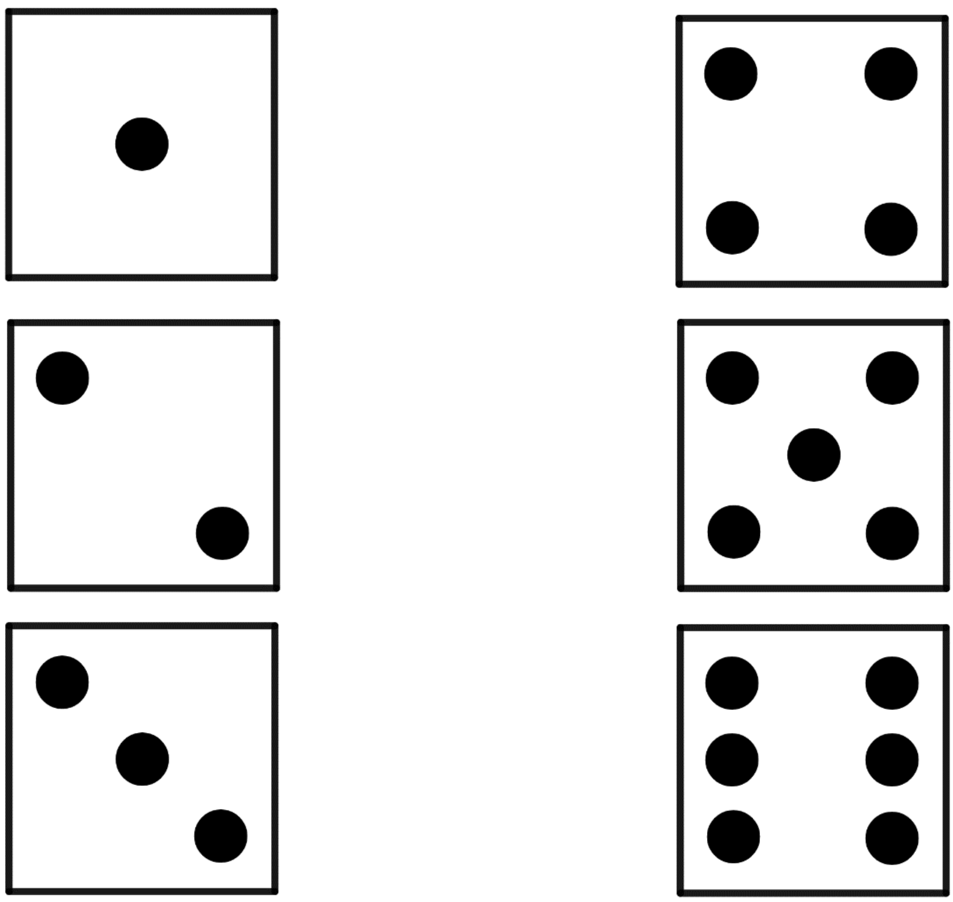
2. Vybarvi geometrické útvary, u kterých je správně vyznačena osa souměrnosti.







3. Stěny hrací kostky jsou tvořeny šesti čtverci. Každá stěna je označena různým počtem kulatých bodů. Vyznač alespoň jednu osu souměrnosti u každé stěny hrací kostky.



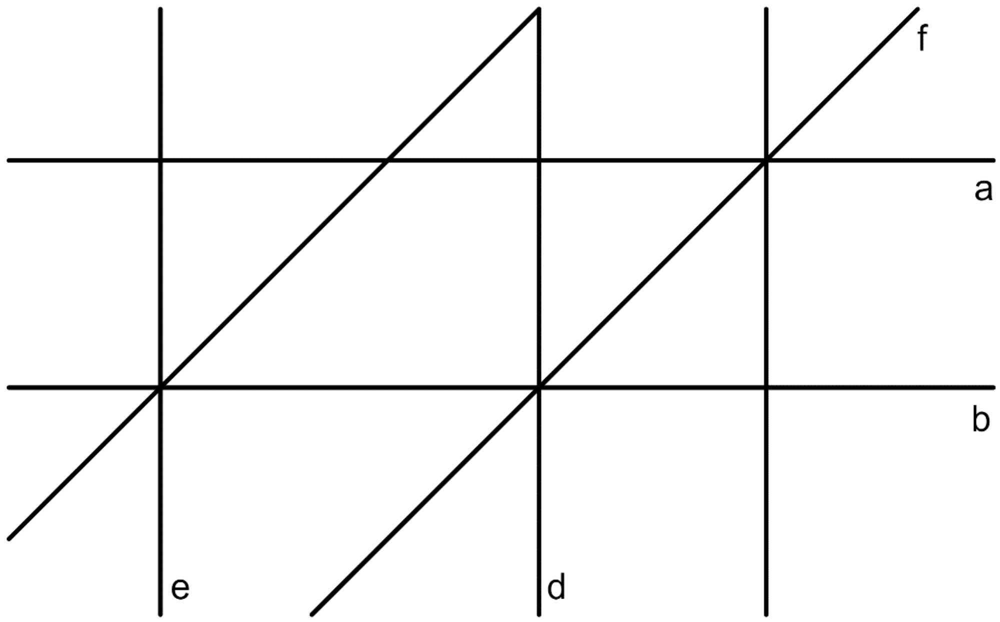
Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

Příloha č. 10

PRACOVNÍ LIST – VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK

1. Splň následující úkoly:

- Která přímka je rovnoběžná s přímkou *a*?
- Dosud nepojmenovanou přímku, která je rovnoběžná s přímkou *d* a zároveň je různoběžná s přímkou *f*, pojmenuj jako přímku *c*.
- Vypiš přímky, které jsou rovnoběžné s přímkou *e*:
- Přímku, která je rovnoběžná s přímkou *f*, pojmenuj jako přímku *g*.
- Urči, zda platí tyto zápisy. Správné zápisy zakroužkuj.
    - f ⊥ d
    - d ∦ g
    - e ⊥ b
    - f ∦ a
- Kolik trojúhelníků je na obrázku?
- Pojmenuj průsečíky:
    - Průsečík přímek *a* a *g* pojmenuj D.
    - Průsečík přímek *b* a *e* pojmenuj A.
    - Průsečík přímek *a* a *d* pojmenuj C.
    - Průsečík přímek *b* a *d* pojmenuj B.
- Jak se nazývá vzniklý geometrický útvar ABCD?

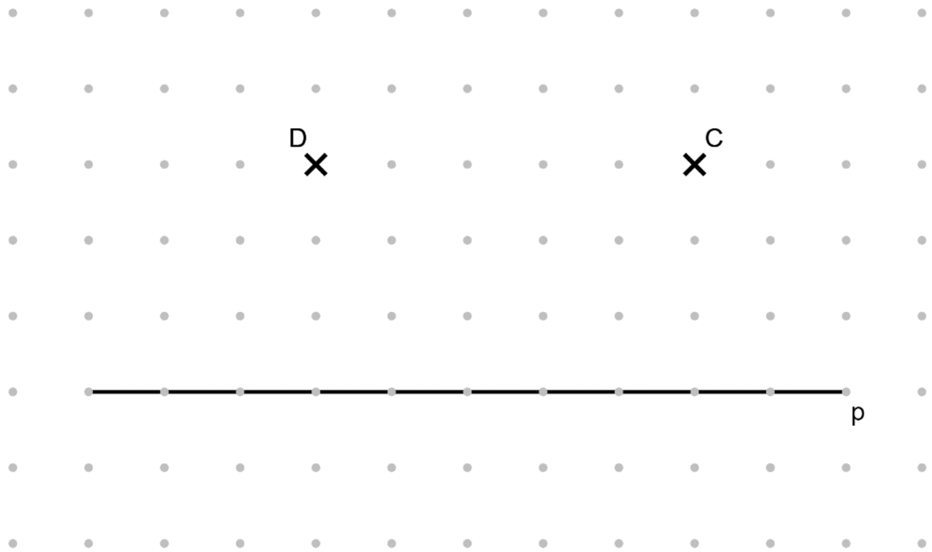


2. Narýsuj přímku *r* tak, aby platilo $p \parallel r$, $C \in r$.

Poté sestroj přímku *s* tak, aby platilo $s \perp r$, $D \in s$.

Dále sestroj přímku *t*, pro kterou platí $s \parallel t$, $C \in t$.

Průsečík přímek *s* a *p* označ A a průsečík přímek *t* a *p* označ B.



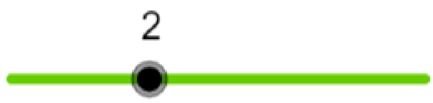
Jak se nazývá vzniklý geometrický útvar ABCD?

Veškeré obrázkové materiály byly vytvořeny autorem materiálu v programu GeoGebra Klasik 6

Příloha č. 11

PRACOVNÍ LIST – VZÁJEMNÁ POLOHA PŘÍMEK

Jsou dány přímky *k* a *l*. Červená úsečka má délku 2 cm. Tvým úkolem je nastavit délku zelené úsečky postupně na 1 cm, 2 cm, 3 cm a 4 cm. Délku zelené úsečky nastavíš pomocí posuvníku:



Na obrázku vidíš posuvník s nastavenou hodnotou 2. To znamená, že délka zelené úsečky je 2 cm. Délku úsečky změníš uchopením černého kolečka a posunutím doleva nebo doprava.

Do tabulky zapiš svoje pozorování:

Délka zelené úsečky	**Vzájemná poloha přímek *k* a *l*** rovnoběžné – různoběžné	**Existuje průsečík přímek *k* a *l*** ANO – NE
1 cm		
2 cm		
3 cm		
4 cm		

Na základě svého pozorování odpověz na následující otázku.

Co musí platit pro délku zelené úsečky, aby byly přímky *k* a *l* rovnoběžné?