ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

FAKULTA PEDAGOGICKÁ

KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

Algoritmické myšlení v kontextu řešení matematických úloh na 1. stupni ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Eva Slavíková

Učitelství pro základní školy, obor Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Vedoucí práce: Mgr. Jan Krotký, Ph.D.

Plzeň, 2021

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Algoritmické myšlení v kontextu řešení matematických úloh na 1. stupni základní školy vypracovala samostatně pod odborným vedením vedoucího práce za použití v práci uvedených pramenů a literatury.

V Plzni, 1. března 2021

....
vlastnoruční podpis

Poděkování

Mé poděkování patří především vedoucímu diplomové práce Mgr. Janu Krotkému, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a podnětné připomínky, které mi během konzultací poskytl. Stejně tak děkuji své rodině a přátelům, kteří mě podporovali.

Abstrakt

Diplomová práce je zaměřena na oblast algoritmického myšlení v hodinách matematiky při využití robotických pomůcek u žáků na prvním stupni základní školy. V práci je řešena problematika zpracování problémových úloh, využívání moderních didaktických pomůcek k lepšímu pochopení a ověřování výsledků v předložených postupech.

Hlavním cílem je zkoumání účinnosti zvoleného pedagogického experimentu, který je zaměřený na rozvíjení intelektuálního růstu žáků v podnětném prostředí třídy. Mezi dílčí sledované oblasti patří rozvíjení jejich klíčových kompetencí směrem k budoucímu povolání, prohlubování spolupráce v kooperujících skupinách a propojení konstruktivistického přístupu s vhodným pedagogickým řízením.

Stanoveného cíle bylo dosaženo systematickou prací, v níž žáci dosahovali očekávaných výsledků. V praktické části jsou podrobněji zpracovány modelové úlohy, v nichž jsou zachycena jednotlivá řešení.

Abstract

The diploma thesis is focused on the area of algorithmic thinking in mathematics lessons when using robotic aids for students at the first stage of primary school. The work addresses the issue of processing problem tasks, the use of modern didactic aids to better understand and verify the results in the presented procedures.

The main goal is to examine the effectiveness of the chosen pedagogical experiment, which is focused on developing the intellectual growth of students in a stimulating classroom environment. The sub-monitored areas include the development of their key competencies towards the future profession, the deepening of cooperation in cooperating groups and the connection of a constructivist approach with appropriate pedagogical management.

The set goal was achieved through systematic work in which students achieved the expected results. In the practical part, model tasks are elaborated in more detail, in which individual solutions are captured.

Klíčová slova:

Algoritmické myšlení, konstruktivistický přístup, matematická prostředí, Hejného metoda, kódování, robotická pomůcka Ozobot

Keywords:

Algorithmic thinking, constructivist approach, mathematical environment, Hejného method, coding, the Ozobot

Obsah

ÚVOD

V teoretické části se věnuji několika pojmům objasňujících problematiku algoritmického procesu. Nejprve charakterizuji algoritmus a jeho znázornění. Specifikuji oblast myšlení, v němž vybírám pojmy vedoucích k jeho rozvoji. V souvislosti s myšlením zařazuji další pojem učení, které by mělo být jasně vymezené a naplánované. Celou tuto kapitolu propojuji v části nazvané algoritmické myšlení, v němž se uplatňuje rozvoj myšlení, algoritmus a systematické učení.

Analýza metod podle profesora Milana Hejného se týká specifických matematických prostředí, která jsou identifikována v praktické části diplomové práce. V ní se objevuje robotická pomůcka Ozobot, a proto v teoretické části má své místo kapitola věnovaná právě moderním robotickým pomůckám využívaných při výuce na prvním stupni základní školy.

V praktické části jsem vyjmenovala výukové cíle, očekávané výstupy z RVP a klíčové kompetence. Pro lepší pochopení ilustrovaných úloh jsem považovala za důležité, charakterizovat výukové prostředí, v němž se pedagogický experiment uskutečňuje.

V závěru práce hodnotím splnění cílů a očekávaných výstupů, celkovou úspěšnost v řešení. V diskuzi se porovnávám dílčí výsledky a na konci uvádím možnosti pro další experimentování.

1 TEORETICKÁ ČÁST

V teoretické části jsou objasněny pojmy, které jsou provázány s částí praktickou. Algoritmické systémy se ve vyučování prolínají prakticky nepřetržitě, proto je jim v podkapitole věnována pozornost. Na ně navazuje klasifikace konkrétních úloh, které jsou zpracovány v učebnici Matematiky podle metody profesora Hejného na 1. stupni základní školy. Základní principy výuky podle profesora Hejného jsou silně propojeny s konstruktivistickým přístupem. Další část kapitoly popisuje konstruktivistický vyučovací styl, jehož podstata je založena na aktivizaci žákových poznávacích procesech. Poslední část analyzuje robotické didaktické pomůcky a jejich typové rozlišení. Zapojení různých robotických hraček do výuky podporuje u žáků rozvoj algoritmického myšlení a lze je použít v hodinách napříč všemi ročníky základní školy.

1.1 ALGORITMICKÉ MYŠLENÍ

Podstata tohoto způsobu myšlení, který celkově usnadňuje hledání správného řešení, spočívá v krokovém postupu. Jedná se o užitečný nástroj a jeho pochopení pomůže žákům v různých výukových předmětech. Hojně je využívaný v různých činnostech za účelem hledání nejefektivnějšího řešení. Žáci se tak učí přemýšlet v širších souvislostech. Schopnost vytvářet algoritmy pomáhá se vším, od psaní receptů až o udělování jednoduchých pokynů. *„An Algorithm is a method to solve a problem that consists of exactly defined instructions.“*[1]

1.1.1 ALGORITMY V KONTEXTU S MYŠLENÍM A UČENÍM

„Pokud napoprvé neuspěješ… Zkoušej to, zkoušej to znovu.“

T. H. PALMER

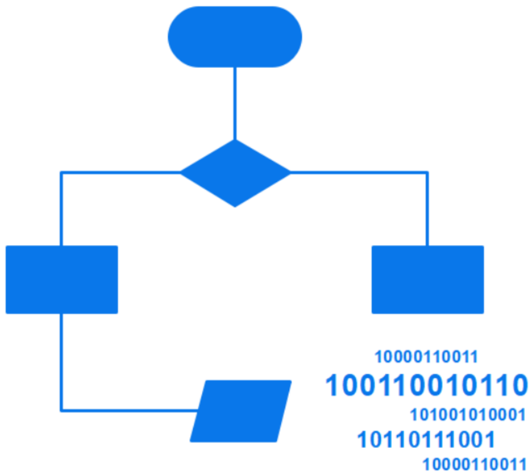
Objasnění pojmu

Zápis logické metody krok za krokem k vyřešení problémů se nazývá algoritmus. Jinými slovy, jde o postup vedoucí k řešení. V případě řešení matematického nebo počítačového problému je algoritmus právě tím prvním krokem. Vzorec algoritmu

[1] Algorithmic Thinking: The Key for Understanding Computer Science [online]. 1. Lithuania: Rolland Mittermeir, 2006 [cit. 2021-01-28]. ISBN 978-3-540-48218-5. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/221437678_Algorithmic_Thinking_The_Key_for_Understanding_Computer_Science

obsahuje kroky, které jsou v určitém pořadí a je potřeba toto pořadí dodržovat. V zásadě všechny algoritmy fungují logicky a vedou k získání nějakého výstupu.

Algoritmy jsou často reprezentovány ve formě vývojového diagramu pro snadnější vizuální porozumění. Algoritmus je tedy jádrem vývojového diagramu. Diagram znázorňuje jednotlivé kroky v polích propojené dohromady.



Obrázek 1: Algoritmický diagram[2]

Myšlení

Myšlení je charakterizováno jako proces, při němž se odrážejí určité jevy uvnitř našeho mozku. Jde o zpracování faktů a dat, představ, při kterých dochází k zpřesňování či identifikaci pojmů. Jedná se o vyšší formu poznání, ve které není pouhá reakce na objektivní skutečnost. Výsledkem je zpracovaná informace do nové formy vědění. Nový poznatek může být správný, ale také nemusí.

Základním rysem myšlení je induktivní a deduktivní usuzování. Při dedukci dochází k obecným soudům na základě určitých informací. Při indukci se vyvozují obecné soudy na základě určité pravděpodobnosti. Některé prameny uvádějí, že myšlení je proces analytický a syntetický a lze jej identifikovat v myšlenkových procesech. *„V odborné*

[2] Definition of Algorithm. Https://www.edrawsoft.com/ [online]. EdrawSoft: SHENZHEN EDRAW SOFTWARE Co., 2021 [cit. 2021-02-01]. Dostupné z: https://www.edrawsoft.com/explain-algorithm-flowchart.html

literatuře se uvádí myšlení konkrétní a abstraktní, myšlení adhezivní, myšlení analogické, asociální, akustické, emoční atd." [3]

Celkově lze shrnout, že určitá forma myšlení vychází z logiky, kdy je k nějakému objektu přiřazen pojem, z pojmu se formuje úsudek, přičemž soud a úsudek mají zde svou opodstatněnou roli. *„Myšlení může mít totiž výsledky pravdivé, odpovídající realitě nebo i nepravdivé, ale je to myšlení."* [4]

K rozvoji myšlení existuje celá řada obecně platných postupů a metod. Ve větší míře si hledají uplatnění ve výuce.

Učení

Učení je dlouhodobé ovlivňování člověka. Jde o aktivní proces, při němž získává, osvojuje a přetváří nové poznatky. Herbart rozdělil učení do čtyř formálních stupňů poznání, podle nichž by se mělo vyučovat. Sestavovat plány, organizovat vyučovací jednotky. Poznání by se mělo uskutečňovat na jasném získávání informací a budování představ. Propojení dříve získaných zkušeností s novými, které se posléze sdružují do určitého systému. Celý proces je uzavřen řešením určitého úkolu, vybavování asociací. Konstruktivistické učení vychází z myšlenky, že si žák do procesu učení přináší své poznání světa. Poznání může být odlišné od toho reálného. Postupně sám nebo pomocí druhých pracuje s novými informacemi, spojuje dosavadní poznání s novým.

Správné vedení vyučovacího procesu se vyznačuje schopností propojení minulých informací s novou látkou. Jestliže novému učivu žáci zcela porozumějí, mají výrazně lepší výsledky. Ve vyučování jsou pozornější a přistupují s větším zájmem. Udržet pozornost po celou dobu výuky je složité, a proto učitelé využívají různé druhy didaktických pomůcek. Správná vyváženost moderních pomůcek, například robotických rozvíjí navíc tvořivé myšlení a rozvíjí řadu klíčových kompetencí.

Propojení pojmů

Algoritmické myšlení se vyznačuje řetězením jednotlivých kroků myšlenkových operací vedoucích k vyřešení nějakého problému. Jednotlivé cykly myšlenkových procesů se dělí na

[3] HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. Velký psychologický slovník. Ilustroval Karel NEPRAŠ. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-686-5.

[4] LANGER, Stanislav. Algoritmy myšlení a možnosti jejich rozvíjení: příspěvek k teorii myšlení a k problematice učení. Hradec Králové: Kotva, c2004. ISBN 80-902210-3-3.

dvě základní skupiny. V první si žáci sami určují postupy k vyřešení nějaké úlohy, nejsou však přípustné žádné další. V té druhé naopak mohou vybírat ze dvou a více variant. Ve výuce matematiky se nejčastěji uplatňují jasně vymezená pravidla, jež rozvíjí logické a tvůrčí myšlení. Z hlediska originality byly rozděleny na dva typy. První typ algoritmu je typický tím, že se musí neustále opakovat. Opakuje se do té doby, než se dané myšlenkové procesy zautomatizují. Žáci se naučí postupovat podle jednotlivých kroků, které řadí podle zadané posloupnosti, však širší souvislosti si neuvědomují. V té druhé variantě dochází k samostatnému, tvořivému myšlení, ke kterému je vede učitel. *„Při řešení problémů zvažují různé druhy variant, dokonce si mohou vytvořit další možný algoritmus, který je zavede k témuž cíli. Je třeba znát jak dosavadní a osvědčené postupy, tak vyhledávat postupy nové.“* [5]

1.1.2 Algoritmické myšlení v praktickém využití na základní škole

Analýza současné situace ve školství volá po změnách a nová podoba Rámcového vzdělávacího obsahu by měla začlenit moderní způsob výuky propojeného s rozvojem informatického myšlení založeného na porozumění základních principů digitálních technologií. Učitelům přicházejí na pomoc projekty a publikace, jejichž smyslem je rozvoj tvořivých kompetencí v oblasti informatiky.

Algoritmické systémy lze zapojit do každého vyučovacího předmětu. Předkládané struktury budují pevnou základnu podstatných informací a rozvíjí kreativní myšlení. Vytvořením určitého procesu, který je rozfázovaný do posloupných kroků tak, aby vznikaly jednotlivé menší struktury a vztahy mezi nimi, vedly efektivně k cíli. To je podstata zařazení algoritmických cyklů do výuky. Většinou jeden algoritmus generuje další a žáci si díky těmto cyklům mohou uvědomit širší souvislosti.

„Spojení logiky s matematikou zdůvodňoval B. Russell. Matematika má však svá specifika a to především v možnostech širokých a různě větvených algoritmů myšlení. Kromě toho tyto algoritmy korespondují většinou se skutečností v reálném světě, takže se stávají pomocníky při řešení problémů v různých disciplínách.“ [6]

[5] LANGER, Stanislav. Algoritmy myšlení a možnosti jejich rozvíjení: příspěvek k teorii myšlení a k problematice učení. Hradec Králové: Kotva, c2004. ISBN 80-902210-3-3.
[6] LANGER, Stanislav. Algoritmy myšlení a možnosti jejich rozvíjení: příspěvek k teorii myšlení a k problematice učení. Hradec Králové: Kotva, c2004. ISBN 80-902210-3-3.

1.2 Analýza metod podle prof. Milana Hejného

Profesor Hejný publikoval řadu přínosných publikací týkajících se jiného přístupu k učení. V mnoha školách byly jeho metody uchopeny a implementovány do výuky. Některé z jeho prací úspěšně prezentovali i v zahraničí. Hejného metoda je postavena na respektování dvanácti klíčových principů. Tyto principy tvoří ucelený koncept, podle něhož žáci sami s radostí objevují matematiku.

1.2.1 Základní principy metody

Metoda profesora Hejného je založena na několika základních principech. **Budování schémat** profesor Hejný představuje jako první. Schémata jsou v principu založené na vlastních zkušenostech, proto když se implementují do výuky matematiky, bývají propojené s tím, co už žáci dávno vědí. Ve struktuře schématu si ukládají do paměti podstatné informace, a proto si je snadněji zapamatují.

„Matematická schémata jsou stejně jako jiná schémata navzájem silně propojena. Například schémata pojmu racionální číslo, vzniká propojením schémat pojmů přirozené číslo, zlomek, desetinné číslo a záporné číslo.“ [7]

Dalším principem je **práce v prostředích.** S týmem jich profesor Hejný vytvořil celkem třicet. Všechna prostředí evidují matematické úlohy, které na sebe navzájem navazují, mají obdobný námět, však každá úloha funguje trochu jiným způsobem. Uplatňuje se jiný typ učení. Žáci si v daných prostředích budují schémata, objevují širší souvislosti, pracují na různých úrovních a při řešení se cítí bezpečně.

Důležité je neopomenout **prolínání témat**. *„Pokud si jednotlivá témata dáváme do souvislostí, které navíc odpovídají našim vlastním zkušenostem, jsme schopni si kdykoliv jednotlivý poznatek odvodit či lehce vybavit.“* [8] Zmíněná matematická prostředí jsou záměrně oddělená, avšak se během roku opakují. Vždy s náročnějším úkolem, při jehož

[7] Hejného metoda: Budování schémat: dítě ví i to, co jsme ho neučili. H-mat.cz [online]. Praha: h-mat.o.p.s., 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/budovani-schemat?fbclid=IwAR098GQHFBZLGjMNRtpixRkFCCaN4OnY397MpR_W69qseo_3cpaG1bUvU2g

[8] Metodické kluby - Metodika realizace. Hejného metoda: Zasloužená radost z poznání [online]. Praha: H-mat, 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/sites/default/files/Matematicke_kluby_Metodika.pdf?fbclid=IwAR0o4wCkIoHChGbETvEXA5FCb4XaObOcSNfBbPOUSBeQUvOHMO8nP32k8js

řešení žáci volí stejnou nebo jinou strategii. Opakováním témat nejsou matematické poznatky izolovány a žáci si poznatky lépe zapamatují.

Žáci v popisovaných matematických prostředí především **rozvíjejí svou osobnost**. Učí se samostatně uvažovat. Při řešení hledají důkazy nebo ověřují své strategie. Diskutují o výsledku, prosazují své názory a učí se přijímat názory druhých. Rozvíjejí řadu klíčových kompetencí.

Skutečná motivace přichází bezděčně, protože je všem žákům přirozená. Žáci jsou neustále vtahováni do dění řešení a touží objevovat skryté výsledky. Motivace žáků není vynucená, naopak pozitivně stimulovaná do dalšího poznávání.

Reálné zkušenosti se připojují hned za motivaci a tvoří další přidanou hodnotu v principech profesora Hejného. Do matematických prostředí se dostávají přes zkušenosti a zážitky žáků. *„Vezměme si třeba krychli, pro malé děti běžně pojmenována spíše jako kostka, a stavba komínů či tvorbu krychlových staveb. Skrze hru s kostkami dítě objevuje jednotlivé vlastnosti krychle a postupně se seznamuje s trojrozměrným prostorem, zároveň dochází díky zkušenostem a diskuzím i k rozvoji geometrické terminologie*.“ [9]

Radost z matematiky vyplývá z úspěšného řešení. Jestliže žáci řeší úlohu vždy o něco složitější, překonávají různé překážky. To je aspekt, který podporuje pozitivní pocity. Radost z dosaženého úspěchu, dokončení úkolu ve spolupráci s ostatními, u žáků posiluje **skutečnou motivaci** směrem k budoucím úkolům. Jde o dlouhodobě udržitelný proces.

Při aktivizaci vlastních sil, žáci přicházejí na řešení většinou sami. **Vlastní poznatek** je mnohem silněji zakořeněn než poznatek převzatý. V jednotlivých matematických prostředích žáci prožívají úspěchy, setkávají se s různými pojmy. Získané znalosti ověřují různými způsoby, o nich pak diskutují s ostatními.

Role učitele významně ovlivňuje vztah žáků k matematice. Je-li učitel pouhým nositelem poznatků a nevyžaduje kreativní podoby řešení, nepřipouští diskuse, pak žáci pozitivní vztah těžko naleznou. Během přípravy na vyučovací hodinu by měl zvážit všechny

[9] Metodické kluby - Metodika realizace. Hejného metoda: Zasloužená radost z poznání [online]. Praha: H-mat, 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/sites/default/files/Matematicke_kluby_Metodika.pdf?fbclid=IwAR0o4wCkIoHChGbETvEXA5FCb4XaObOcSNfBbPOUSBeQUvOHMO8nP32k8js

možnosti pozitivního ovlivňování a pamatovat na potřeby žáků. Učitel by měl žáky především poznat a vytvořit jim takové prostředí, ve kterém by řešili své úlohy bezpečně a nebáli se přiznat chybu.

Právě **práce s chybou** provází nejednu hodinu matematiky vedenou podle profesora Hejného. Na chyby by měli žáci nahlížet jako na cestu vedoucí ke správnému výsledku. Chybuje každý a chybuje se téměř pořád, a proto by měl učitel ve své hodině vést výuku **s přiměřenými výzvami**.

Přiměřenost, pocit bezpečí a lásky rozvíjí klima ochoty a vzájemné pomoci. To jsou klíčové aspekty při výuce profesora Hejného. Učitelé, kteří se rozhodnou jít cestou prožitků, přiměřených výzev v dynamickém prostředí, kde jsou chyby vnímány jako prostředek ke správnému výsledku, kde **podporují spolupráci** a využívají různé organizační metody, by měli mít kompetence a zvláštní pedagogické nadšení.

1.2.2 Konstruktivistický vyučovací styl

V konstruktivisticky vedené třídě se obvykle přesouvá aktivita na žáky. Učebna není místem, kdy prvenství zaujímá učitel a žáci sedí pasivně v lavicích, právě naopak aktivně se zapojují. Učí se společně, učí se jeden od druhého. Atmosféra ve třídě, její dynamika se formuje postupně a musí být učitelem kladně ovlivňována. „*Konstruktivistické pojetí výuky předpokládá nasazení takových výukových strategií, které aktivizují žákovy poznávací procesy a vedou k rozvoji samostatnosti, představivosti, fantazie, logického myšlení i tvůrčích schopností osobnosti*.“ [10]

Učitel přemýšlí o způsobu předávání informací konstruktivistickým způsobem. Řeší řadu otázek vedoucích k navození žádoucích didaktických situací, aby mohl podpořit vzájemnou interaktivitu se žáky. Nepřehlíží potřeby žáků, poznává strukturu skupiny a snaží se jí vhodně ovlivňovat. Ve svých hodinách žáky aktivně zapojuje do předem pečlivě připravených experimentů, moderuje zajímavé tematické hry, rozvíjí diskuse k určitému tématu nebo obohacuje výuku vhodnými pomůckami.

[10] ZORMANOVÁ, Lucie. Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod. Praha: Grada, 2012. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4100-0.

Matematika v pojetí konstruktivistického vyučování podporuje schopnost samostatného uvažování a hledání vlastní cesty k vyřešení výsledku.

1.2.3 VYBRANÁ MATEMATICKÁ PROSTŘEDÍ

Charakteristika jednotlivých matematických prostředí umožňuje demonstrovat vybrané matematické problémy, které jsou ilustrovány v praktické části. Zmiňovaná prostředí mají svá specifika, a proto jsou vloženy jejich krátké analýzy.

Krychlové stavby

Níže zmiňované matematické prostředí vytváří prostor pro poznávání vlastností krychle a současně rozvíjí prostorovou představivost. Základem úloh s krychlovými stavbami je poznávání krychle jako objektu, řešení manipulativních úloh, popisování jednotlivých kroků a zavedení symbolů, které žáci používají k zakreslování plánu k daným stavbám. Úlohy s těmito manipulativními pomůckami jsou žákům představovány v několika fázích. Nejprve je žáci stavějí, používají pojmy jako podlaží, přízemí a patra, později připojují pojmy z geometrie. V další fázi používají plán, do něhož zapisují symbolicky počty krychlí v daném podlaží. Úlohy postupně gradují, přidává se evidence a kombinatorika. Žáci evidují počty krychlí jednotlivých staveb v tabulce a porovnávají důležité údaje. V dalších činnostech krychle přesouvají a zaznamenávají změny v plánu staveb. V poslední fázi jsou žákům představené bokorysy. Žáci začínají řešit povrch a objem dané stavby.

Tyto úlohy jsou koncipované především k tomu, aby žáci v tomto prostředí poznávali krychlové stavby, zdůvodňovali jednotlivé kroky a získávali co nejvíce zkušeností. Popis konstrukce stavby se skládá z jednotlivých kroků, algoritmický postup se propojuje s ikonickými znaky. Podstatný není vždy jen výsledek, ale potřeba o stavbách hovořit. *„Reakce dětí při porovnávání staveb ať již shodných, nebo zrcadlově souměrných, nebo jinak pozměněných bývají spontánní, radostné a nabyté diskusemi.“* [11]

Zlomky

Podstata tohoto prostředí tkví v utváření představ o zlomku jako o části nějakého celku. Od prvního ročníku se žáci učí přehýbat papír na polovinu, skládají tangramy. Překládají proužky papíru tak, aby našli jeho střed. Nejdříve utvářejí představu o polovině.

[11] Didaktické prostředí. Hejného metoda [online]. Praha: H-mat, 2018 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi

Aktivně manipulují s předměty. Tyto činnosti se propojují se zkušenostmi, přiřazují pojmy a vznikají představy o zlomku. Poznávání jednotlivých částí se děje postupně, vzniká krokový algoritmus, jehož výsledkem je reprezentace zlomku.

V konceptu identifikace zlomku jsou tři základní koncepty. Celek jako základní objekt, z něhož jsou odnímány jeho části. Dalším konceptem je polovina, kdy žáci rozlišují dvě stejné části z daného objektu. Vždy musejí mít na paměti, že koncept poloviny je myšlen jako dvě stejně velké části. Tyto zkušenosti jsou dalšími úlohami rozvíjeny, postupně dochází k jejich zobecnění a z komunity izolovaných modelů se sjednocují do skutečného poznání zlomku. Ve čtvrtém ročníku jsou žáci schopni řešit vizualizované úlohy se zlomky, rovněž v kontextu části jako veličiny včetně času, úsečky, rovinného obrazce.

Rovnice

Vytvořené matematické prostředí dědy Lesoně je hlavně založené na propedeutice rovnic. Rovnice jsou implementovány do prostředí farmy, kterou vlastní farmář děda Lesoň. Pro žáky je prostředí přitažlivé právě díky zvířatům, která v nich figurují. Zvířata mají danou sílu, veličinu, své číslo.

Úlohy se zvířaty dědy Lesoně jsou koncipovány na principu porovnávání. Zpočátku žáci porovnávají sílu dvou zvířat. Později tvoří družstva, v nichž se vzájemně přetahují. Úlohy postupně gradují a žáci se učí vhodnou strategií odhalit neznámou v podobě masky. Za maskou se skrývá zvíře, které po doplnění do rovnice vyrovnává sílu obou družstev. Síla každého zvířete je v úloze vyjádřená ikonickým zápisem, až po určité době se přechází na číselný zápis. Přidáváním ikony zvířete nebo odebráním žáci budují strategii pro budoucí práci s rovnicemi. Ekvivalentní úpravy tímto způsobem používají přirozeně, většinou je v číselné podobě používají v dalších ročnících. V tomto prostředí je žákům umožněný prostor pro diskuzi k vyjádření použité strategie.

Hra SOVA

Didaktická hra SOVA je vložena do prostředí, ve kterém mají žáci získávat představy a zkušenosti s dvourozměrnými a trojrozměrnými geometrickými objekty. Edukační hra je zařazována především za účelem zvyšování zájmu o geometrii, rozvíjení slovní zásoby z oblasti geometrie a vedení smysluplného dialogu. Hra spočívá v postupném kladení otázek a navazující odpovědi odkrývají geometrický objekt. Postavit otázky není pro žáky jednoduchý úkol. Zpočátku pracují s předem připravenými rozhovory dvou dětí, z nichž vyvozují podstatu hry. Pokud žáci získají dostatek zkušeností, formují vlastní rozhovory. Ve hře SOVA žáci pokládají otázky, které by měly obsahovat pouze podstatné informace. Schopnosti tvořit takové otázky u žáků rozvíjí schopnosti uvažovat strategicky, jasně identifikovat objekt zájmu a přemýšlet v širších souvislostech.

V případech, v nichž dochází k nepochopení, jsou odhalovány komunikační šumy a neporozumění geometrické terminologie. Tato hra významně podporuje vnitřní motivaci a utváří pozitivní proaktivní klima ve třídě.

Dřívka

„Obrazce ze dřívek připomínají sirkové hlavolamy. Hry se dřívky rozvíjejí jemnou motoriku a dávají prostor dětské fantazii. Výtvory dítěte často obsahují geometrické obrazce – čtverec, obdélník, trojúhelník.“ [12]

V tomto matematickém prostředí jsou základním aspektem geometrické tvary a jejich identifikace. Žáci modelují geometrické obrazce podle zadaných pravidel a prohlubují své poznatky z oblasti dvojrozměrného prostoru. K manipulativní činnosti se přidávají pojmy, které žáci při svých činnostech aktivně používají. Často jejich slovník obohatí slova jako čára, lomená čára, později se přidají termíny shodnost, stejnolehlost, posunutí. Těmito činnostmi žáci získají znalosti z oblasti geometrie, rozvíjí se jim logické uvažování a učí se hledat všechna možná řešení. Úlohy s dřívkovými obrazci žáci skládají v kooperativních skupinách, v nichž diskutují o problémech, či argumentují.

Po určitém čase úlohy gradují a do popředí se dostávají úlohy s aritmetickým podkladem. Žáci dřívka ubírají a přidávají, přemisťují určitý počet k jinému obrazci. Postupně se žáci připravují na počítání obvodu a obsahu, přičemž dřívko představuje neobvyklou jednotku délky.

Logická úloha

Výše zmiňovaná matematická prostředí rozvíjí u žáků logické myšlení. Žáci při řešení logické úlohy uplatňují své čtenářské dovednosti a analytické schopnosti. Při setkání s úlohou zapojí své schopnosti analyzovat situaci a rozeznávat určité uspořádání nějakých

[12] Didaktické prostředí. Hejného metoda [online]. Praha: H-mat, 2018 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi

prvků. Jakmile si všimnou určitého problému, hledají širší souvislosti a systém, ve kterém jsou prvky seskupeny. Tato prostředí jsou nestandardního charakteru a ve většině případů souvisejí s učivem matematiky. Prvky rozvíjející logické myšlení mají všechna prostředí výše zmíněná.

V praktické části je představená analýza úlohy, která je téměř identická s úlohou s dřívky. K řešení této úlohy ale žáci potřebovali objevit dosud neznámé, a proto ve fázi řešení žáci používají postupy, které dosud ještě nevyužili. *„Velmi často používají intuice, vhledu a experimentu, grafického znázornění.“* [13]

1.3 ROBOTICKÉ POMŮCKY PRO ROZVOJ ALGORITMICKÉHO MYŠLENÍ

Zavedení robotických pomůcek do výuky poskytuje silnou motivaci a značné zlepšení v učení. Většina osnov na základních školách zahrnuje řadu projektů, které pokrývají přírodní vědy a matematiku, ale menší úsilí se vynakládá na řešení problémů. Využití jednoduchých robotických systémů může žákům do výuky přinést řadu výhod. Algoritmus, který využívají při manipulaci s robotickými pomůckami, žákům umožní rozvíjet kompetence v rámci samostatné práce nebo v rámci spolupráce. Při manipulaci s roboty mohou přemýšlet o strategiích, kterou využijí při programování, uvažují systematicky a naučí se vnímat moderní technologie pozitivně.

1.3.1 TYPOVÉ ROZLIŠENÍ ROBOTŮ NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Moderní robotické pomůcky používá řada škol. Vzrůstá jejich role ve výuce, kde výrazně ovlivňují procesy učení. Učitelé je hodně využívají v hodinách informatiky, své místo si rovněž hledají v jiných předmětech. Žákům rozvíjejí logické myšlení, sestavují algoritmické sekvence pro dosažení vytyčeného cíle. Učitel může robotickou hračku využít k účelu, který potřebuje. Výčet jednotlivých robotických pomůcek využívaných na základní škole poskytuje výhody v podobě pochopení algoritmu, vytváření jednoduchých programů a umožňuje předvídat chování robotů.

[13] BUDÍNOVÁ, Irena, Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ a Helena DURNOVÁ. Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele. 2. vydání. Brno: Edika, 2018. ISBN 978-80-266-1275-9.

Bee-Bot

Robotická pomůcka svým tvarem připomíná včelku. Jednoduchá konstrukce robota je výborným nástrojem pro výuku pravolevé orientace, prostorové představivosti a pro rozvoj informatického myšlení. Pohybuje se po 15 cm krocích. Žáci ji mohou ovládat pomocí tlačítek, které má na vrchní části těla. Umí se otáčet do pravého úhlu a pohybuje se dopředu i dozadu, doleva a doprava. Napájet ji lze pomocí USB kabelu napojeného k PC. Lze ji připojit pomocí bluetooth k aplikaci na mobilním telefonu nebo na tabletu.

Blue-Bot

Blue-Bot svými vlastnostmi a vzhledem připomíná Bee-bota, je ovšem o něco pokročilejší. Tělo má pokryté průhledným krytem, takže žáci vidí jeho elektronické vnitřnosti. Lze jej programovat přes bluetooth připojení k tabletu, k mobilnímu telefonu nebo k počítači. Žáci mohou robota ovládat manuálně pomocí tlačítek, stejně jako Bee-bota. Výhodou uživatelského rozhraní je možnost nahrávat zvuky, které se přehrají při potvrzení po zadání příkazu. Při výuce algoritmů je možné hračku připojit na tzv. taktilní programovací podložku, na které lze zadávat sekvenci příkazů prostřednictvím speciálních destiček s příkazy. Pomocí kartiček žáci mohou naplánovat jednotlivé kroky a současně podle nich mohou kontrolovat chování robota.

Pro-Bot

Robot Pro-Bot se podobá svým designem automobilu a je vhodný pro věkovou kategorii starších žáků na 1. stupni základních škol. Pro-Bot se pohybuje pomocí šipek a je schopen přijímat složitější příkazy. Jeho krok je dlouhý 25 cm vpřed, vzad a je schopný otočit se o 90 stupňů. V podstatě je jeho chování podobné jako u Bee-Bota a Blue-Bota. Uvnitř robota jsou umístěny světelné senzory, přední světla, dotykové senzory a přijímače zvuku. Naprogramovaný algoritmus je jasně zobrazen na displeji. Je možné ho propojit s Windows 7. Žáci mohou robota umístit na papírovou podložku, kde zanechá svou stopu. Tuto schopnost mohou využít v řadě zajímavých úkolů a vzdělávacích scénářů.

Ino-Bot

Ino-Bot je robot s průhledným pouzdrem a je vybaven moderní elektronikou. Na rozdíl od jednodušších modelů není robot programovatelný pomocí tlačítek, ale pomocí bluetooth připojení k tabletu či počítači. Bezdrátové připojení umožňuje optimální svobodu pohybu robota. Programování se provádí v prostředí Scratch ve Windows nebo prostřednictvím Blockly pro iOS, Android. Tato prostředí jsou virtuální a lze v nich naprogramované objekty libovolně na obrazovce přesouvat. Jeho vlastnosti ovlivňují čtyři optické senzory přiblížení, senzory na měření vzdálenosti a další senzory pro sledování předkreslené čáry, mikrofon či snímač jasu.[14]

Lego WeDo

Základní sada Lego WeDo 2.0 je moderní lego stavebnice se softwarem pro programování. Stavebnice obsahuje LEGO kostky a programovatelné digitální technologie, díky nimž mohou žáci posouvat hranice své kreativity, výzkumu a mohou si vzájemně vyměňovat nápady. Vymyslet nové strategie, manipulací s postavenými modely pochopit širší souvislosti v konstruování. Robotickou stavebnici ocení spíše starší žáci základní školy.

Robotická pomůcka	Věk
Bee-Bot	6 až 8 let
Blue-Bot	6 až 10 let
Pro-Bot	6 až 13 let
Ino-Bot	8 až 14 let
Lego WeDo	9 až 16 let

Tabulka 1: Rozdělení robotických pomůcek

1.3.2 Robotické pomůcky v praxi

Robotické pomůcky mají výborné vlastnosti, které lze využít v rámci výuky. Žáky jsou považovány za zábavné a poutavé, protože mají pocit, že s nimi mohou komunikovat přímo. Pomocí programovacích robotů mohou zjistit, zda mají tímto směrem nadání a zda mohou tímto způsobem zlepšovat své technické dovednosti. Činnosti s nimi jsou zábavné a motivují ke smysluplnému učení založeného na řešení problémů. Při strategickém řešení problémů dochází k rozvoji algoritmického, logického myšlení a analytického uvažování.

[14] *čerpáno z:* Katalog robotických pomůcek. Brno, 2020. Dostupné také z: https://www.vyuka-vzdelavani.cz/

Na základních školách se v posledních letech začal rozšiřovat sortiment levných robotických pomůcek. Dnešní trh nabízí přehledné sady robotických pomůcek a jejich financování lze uskutečnit v rámci dotace s evropských fondů. Učitelé si mohou vybrat konkrétní robotickou pomůcku a průběžně ji zařazovat do výuky napříč všemi předměty.

1.3.3 Příklady praktického využití robotických pomůcek ve výuce matematiky

Bee-Bot

Žáci se pomocí robota mohou naučit sčítat a odčítat. Učitel jim připraví číselnou řadu, podle níž se bude robot pohybovat. Příklady žákům může zadat slovně nebo je rozdat na kartách. Následně žáci spočítají a naprogramují robota a učitel jejich práci pouze zkontroluje. Jakmile budou v činnostech zdatnější, učitel může přidat složitější úkoly.

Blue-Bot

Učitel může vytvořit větší síť, do níž libovolně umístí obrázky s daným počtem objektů a k nim přidá příslušné číslice do každého rohu. Žáci vymyslí nejkratší cestu od obrázku s daným počtem objektů k příslušné číslici. Obměnit lze množiny objektů nebo lze vymezit přesný počet kroků, které robot ujede.

S **Pro-Botem** se dají nakreslit různé geometrické útvary pomocí popisovače, jenž se umístí do těla robota. Žáci potom mohou naprogramovat robota podle naměřených kroků a vytvořit požadovaný geometrický objekt.

Ino-Bot umí stejně jako Pro-Bot malovat čáry. Žáci si mohou vybrat těleso, které potřebují vytvořit. Mohou naprogramovat robota podle zadaných kroků a vytvořit jeho síť. Při programování ale musejí dát pozor na jednotlivé vzdálenosti stran. Síť tělesa následně mohou vystřihnout a slepit do finální podoby.

2 PRAKTICKÁ ČÁST

V následujících kapitolách se budu věnovat teoretické analýze jednotlivých matematických úloh, které jsem později přetvořila do modifikované podoby. Matematické úlohy jsem použila z učebnice matematiky pro 4. ročník, nakladatelství FRAUS. Popisované úlohy poskytují nevšední pohled na propojení výuky matematiky s robotickou pomůckou Ozobot. Z tohoto propojení vznikl pedagogický experiment, který jsem realizovala osobně se žáky 1. a 4. ročníku 1. stupně základní školy.

Příprava celého experimentu spočívala v uchopení vybraných matematických úloh a jejich následné transformaci v aplikaci na webových stránkách www.edusense.com. V aplikaci jsem vytvořila trasu pro robotickou pomůcku Ozobot. Pokračovala jsem v přetváření úlohy do podoby, která byla spojena s cílem mé diplomové práce. Vzniklo modifikované zadání úlohy, jehož účelem bylo ověřování matematického výsledku. Žáci měli za úkol nejprve vyřešit matematickou úlohu. Výsledek, respektive jeho správnost žáci ověřovali v pracovním listu naprogramováním robotické pomůcky.

Každá zanalyzovaná úloha obsahuje algoritmický postup, podle něhož mohli žáci postupovat, aby dosáhli vytyčeného cíle. Pokud ověřování selhalo, museli se vrátit do matematické části a výsledek opravit. Přetvořila jsem celkem pět úloh, ke každé z nich jsem vložila strategické postupy vybraných žáků. Hodnocení žáků probíhalo v rámci skupin i v celé třídě. Rovněž jsem věnovala pozornost vybraným odpovědím žáků, jež jsou zaznamenány ve formě krátkého rozhovoru. Veškeré výsledky jsou vyhodnoceny v další kapitole.

2.1 TEORETICKÝ RÁMEC VYBRANÝCH ÚLOH

V této kapitole jsem podrobně zpracovala výukové cíle a očekávané výstupy z Rámcově vzdělávacího programu. Výukové cíle představují naplnění uskutečňovaných hodin. Pro snadnější pochopení pozdějšího obsahu jsem ještě zpracovala podkapitolu věnovanou rozvoji klíčových kompetencí. Kapitolu jsem doplnila krátkou prezentací třídy žáků, v níž se pedagogický experiment uskutečňoval. Před analytickou částí jednotlivých matematických úloh jsem považovala za podstatné vložit informace k procesu modifikace.

2.1.1 Výukové cíle a očekávané výstupy z RVP

Úloha 1 a její cíl

Žák určuje počet krychlí ve stavbě a zapisuje počty krychlí symbolicky do plánu stavby. Žák dokáže charakterizovat jednotlivé rozdíly mezi stavbami.

Očekávané výstupy

Žák rozezná a modeluje jednoduché tvary a souměrné útvary, vymodeluje jednoduchá tělesa, nachází v realitě jejich reprezentaci.

Úloha 2 a její cíl

Žák řeší slovní úlohy se zlomky, umí je zapsat číslem. Žák tvoří krychlovou stavbu podle zadání.

Očekávané výstupy

Žák řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel.

Úloha 3 a její cíl

Žák rozvíjí svůj vhled do rovnicových situací, dokáže přepsat rovnici pomocí zvířátek, myšleného čísla i čísel.

Očekávané výstupy

Žák ovládá některé řešitelské strategie jako: řetězení, od konce, vyčerpání všech možností. Objevuje zákonitosti jako cestu k urychlení řešení úlohy.

Úloha 4 a její cíl

Žák rozpozná rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník, modeluje geometrické útvary, určuje jejich obvod.

Očekávané výstupy

Žák aktivně používá některé geometrické jazyky. Žák získává zkušenosti s měřením v geometrii, včetně některých jednotek.

Úloha 5 a její cíl

Žák řeší problémovou úlohu, rozpozná vzorce, experimentuje v oblasti logiky.

Očekávané výstupy

Žák řeší problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.

2.1.2 Klíčové kompetence

Představené úlohy rozšiřují matematické znalosti a rozvíjí šest klíčových kompetencí. Kompetence k učení jsou postavené na pilířích motivace. Chuť poznávat podněcuje k další činnosti.

Kompetence k řešení problémů dovolují žákům budovat vlastní algoritmické postupy, které se mohou větvit a dále rozvíjet. Pozornost přitahuje zmíněný spekulativní přístup, který umožňuje žákům vytvářet kritický postoj. Tento aspekt je zmiňován v modelové úloze s krychlovými stavbami. Kompetence komunikativní podporují vzájemnou interakci učitele se žáky a mezi žáky v rámci skupiny. Tento faktor provází každou modelovou úlohu. Žáci formulují své názory, popisují jednotlivé kroky, představují finální výsledky. Kompetence sociální a personální žáci rozvíjejí v souvislosti s pozitivní atmosférou ve třídě. Vzájemný respekt mezi žáky tvoří základ pro žádoucí chování. Kompetence občanské je nutné rozvíjet především směrem k budoucímu profesnímu životu. Kompetence pracovní se formují z úspěšného řetězení vytvořených řešitelských strategií.

2.1.3 Charakteristika výukového prostředí

Základní škola při Gymnáziu Františka Křižíka v Plzni je zařazena do programu Začít spolu již 6. rokem. Podnětné prostředí školy poskytuje žákům ve výuce možnosti pracovat na tematických projektech nebo učit se v kooperujících skupinách v rámci center aktivit. Program vychází z konstruktivistického pojetí vzdělávání a vyučuje se zde matematika podle metody profesora Hejného.

Podstatou vzdělávání na této škole je především učební přístup, učební metody a používané efektivní strategie, které celkově působí na příznivý rozvoj žáků. Učení s těmito prvky v žácích vzbuzuje přirozenou potřebu vzdělávat se a podporuje se jejich vnitřní motivace. V hodinách je zohledňována emotivní stránka žáků, rovněž je využívaná práce s chybou, ověřování výsledků a badatelské pokusy.

2.1.4 FORMÁLNÍ PŘEDSTAVENÍ SKUPINY

Třídu navštěvuje 18 žáků, z toho jsou čtyři žáci se speciálními vzdělávacími potřebami. Dvěma žákům je s ohledem na jejich specifické poruchy učení poskytována podpůrná opatření a jednomu je věnovaná péče ze strany asistenta pedagoga. Nadaný žák je z celkového počtu jeden. Chlapecká skupina je složená z deseti chlapců a dívek je osm.

2.1.5 PROCES MODIFIKACE

Modifikace zadání vychází z podstaty pedagogického experimentu, jehož základem je proces ověřování pomocí algoritmického postupu při využití robotické pomůcky Ozobot ve výuce matematiky v prvním a čtvrtém ročníku základní školy.

Výňatek ze ŠVP školy ke klíčovým kompetencím[15]

k učení

Úkoly jsou zadávány tak, aby žáci samostatně objevovali možnosti využití informačních a komunikačních technologií.

k řešení problémů

Žákům jsou zadávány takové úlohy nebo projekty, které vedou při jejich řešení k tvořivému přístupu.

komunikativní

Při komunikaci žáci dodržují vžitá pravidla a zvyklosti.

sociální a personální

Žáci ohodnocují svoji práci a práci svých spolužáků a jsou vedeni pro práci v týmu, uplatňují se zásady kolegiality a pomoci.

občanské

Žáci jsou seznamováni s vazbami na bezpečnost při manipulaci s technologiemi a musí dodržovat obecná i školní nařízení.

[15] Charakteristika ŠVP "Začít spolu." Https://www.krizik.eu/zakladni-skola/charakteristika-svp-zacit-spolu [online]. Plzeň: Gymnázium Františka Křižíka, 2014 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.krizik.eu

pracovní

Bezpečně a účinně používají další technologie.

2.1.6 Popis použitých úloh

Současný koncept obsahu učebnice[16] je v souladu s Rámcově vzdělávacím obsahem. *„Proces poznávání začíná motivací. Dítě neví a chce vědět. Zajímá se, zkoumá, experimentuje. Do jeho vědomí se tak ukládají první dílčí poznatky příštího poznání, tzv. izolované modely.“* [17]Autoři učebnic matematiky rovněž uvádějí, že pokud žáci přicházejí na řešení při počítání předmětů sami a současně si uvědomují vztahy mezi nimi, pak je nazývaný vztah abstraktní.

Učebnice matematiky učitelům předkládají podnětné úlohy, z nichž mohou vymodelovat hodiny na míru. Mohou transformovat učivo podle podmínek třídy a plnit hlavní cíle výuky matematiky v daném ročníku. *„Každý matematický pojem, který musí žákům přiblížit, je přítomen nejen v úlohách k tomu určených, ale podružně i v mnoha dalších situacích. To pak vede k propojování jednotlivých poznatků a k tvorbě uceleného dynamického poznání.“* [18]

V představených matematických úlohách se žáci mohou setkat s různými překážkami, které hravou formou a přirozeně mohou překonávat. Zábavné části však nejsou vytržené z kontextu úloh, ale přibližují žákům okolní realitu.

Netradiční pojetí úloh zas přináší zcela jiný pohled na matematiku. Základy takové matematiky staví do popředí mravní hodnoty a znalosti jsou získávány vzájemnou diskusí nebo manipulací s předměty. Ve výuce matematiky je důležitá atmosféra vzájemné důvěry mezi učitelem a žáky. Společně mohou nacházet možná další možná řešení.

---

[16] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

[17] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

[18] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Vybrané úlohy jsou přiměřené k věku žáků. Různorodost v učebnicích matematiky podle Hejného metod nabízí učitelům možnosti postupovat tak, aby byli schopni využít jejich osobní potenciál.

Matematická prostředí jsou rozčleněna podle náročnosti, proto učiteli nabízí flexibilitu výběru. Nabídku rozšiřují různé pomůcky, které úlohy doplňují a umožňují získat matematické poznatky vlastní úvahou. Tento způsob výuky umožňuje žáků rozvíjet samostatné hledání řešení a nacházení dalších nových.

Interaktivní proces v hodinách matematiky doplňuje mozaika inovativních metod o dialog mezi učitelem a žákem. Diskuse nad problémovou situací při řešení matematických úloh nabízí žákům objevit kritické myšlení. Žáci se prostřednictvím komunikačních kruhů s učitelem a dalšími spolužáky dozvídají, jak s mylnými úsudky naložit. Poctivá analýza práce žáků vede k objevování chyb a poučení se z nich. Žáci v úloze mohou postupovat podle následujících kroků. Nejprve si krychlový objekt prohlédnou, zjistí, kolik krychlí vidí a ty neviditelné části si představí. S vizualizovanou představou si přečtou zadání. Krychlové stavby řešitelé postaví z pěnových modelů a nakonec počty krychlí zakreslí do plánu. Tímto způsobem vedená výuka dává učiteli prostor pro tvořivost, komunikaci mezi učitelem a žáky nebo žáky mezi sebou. Učitel může rozvinout plodnou diskusi, odhalit u konkrétního objektu chybný výsledek, demonstrovat užitý algoritmický postup.

První úloha rozvíjí prostorovou představivost a orientaci. Autoři pracují s geometrií prostřednictvím modelování krychlové stavby postavenou v prostoru. Důmyslné stavby se představují žákům postupně. V interaktivní učebnici pracuje učitel s obrazy modelů.

V druhé úloze se matematické prostředí mění. Žáci řeší slovní úlohu se zlomky, pomáhají si stavbami z krychlí. Manipulací s krychlemi modelují počty ze slovní úlohy, aby početní postup byl co nejpřesnější. Žáci si tímto způsobem osvojují požadované početní operace. Výukovou situaci učitel převede do systému algoritmických postupů, aby nevznikalo vytěsňování nebo přehlédnutí podstatných informací. Kombinace matematické úlohy v procesu ověřování s modifikovaným zadáním nepatří do běžného způsobu výuky. Experiment vznikl s myšlenkou neomezovat u žáků kreativitu osvědčenými postupy, ale pokud se netradičně, moderně uchopí, mohou být z hlediska didaktického procesu přínosné.

Třetí úloha žáky připravuje na řešení rovnic. Pozornost je věnována jedné rovnici, ve které žáci rozpoznávají odlišnou sílu zobrazených zvířat. Zvířata jsou žákům představena v podobě ikon. Zápis rovnice není číselný, ale ikonický. Ikony patří zvířatům z farmy dědy Lesoně, kde si spolu hrají a poměřují své síly. Žáci už pravidla pro přetahování mají zažitá, a proto do úlohy vstupuje nový prvek, prvek neznámé. Strategie řešení rovnic je propedeutikou ekvivalentních úprav. V modifikovaném zadání se žákům objevila stejná rovnice, však v jiné podobě než bylo původní zadání. Do zpracování úlohy byly pozvány nadané žákyně z paralelní třídy, jež podobu rovnic nanesly na pracovní list. Ověřováním správného výsledku robotikou žákům přineslo lepší porozumění vzájemných vztahů daných částí rovnice.

Ve čtvrté úloze se žáci seznamují s trojúhelníky. Používají geometrické pojmy a určují jejich obvody. Představené modely trojúhelníků jsou sestavené z dřívek. Dřívka pomáhají budovat představy o trojúhelníku. Pomocí dřívek žáci snadněji určují shody nebo rozdíly mezi stranami v trojúhelníku, dřívko totiž zastupuje jednotku délky. Poznatky posléze evidují v tabulce. Jakmile aktivně geometrické pojmy používají, mohou ověřit své výsledky v modelové úloze. Rozvíjení algoritmického myšlení se děje na základě didaktické hry SOVA. Žáci mezi sebou vedou řízený rozhovor. Z odpovědí na otázky vyvozují správný výsledek. Poznávají trojúhelník, který je následně zabudovaný do prostředí pro robotického Ozobota. Naznačený algoritmus využijí i v dalších případech. Ověření výsledku pomocí vizuálních pomůcek se osvědčilo a trasa s rytmem kódů přinesla očekávané výsledky.

Pátá úloha doplňuje soubor matematických úloh, jejichž výsledek byl použitý v modelovém experimentu. Představuje prostředí, v němž žáci manipulují s dřívky, podle jasných pravidel. Ohraničené úlohy nepředstavují omezené prostředí pro kreativitu při hledání dalších řešení, naopak přímou zkušeností se žákům vytvářejí struktury vztahů a souvislostí důležitých v geometrii. Osvojují si pojmy v rovině a zobrazují postupně složitější obrazce. Vyvozují pojmy shodné strany, stejně velké strany, určují vlastnosti daných útvarů. Experimentální část úlohy navazuje na geometrii ve smyslu mentální manipulace s nimi. Jakmile žáci sestaví zadanou konstrukci, pokračují oddělováním jednotlivých částí. Na první pohled není řešení vidět. K hlubšímu porozumění je vhodné demonstrovat první krok. Výsledek úlohy žáci nakonec ověří v navrženém postupu, případně odhalí chybu v algoritmu.

2.2 ÚLOHA S KRYCHLOVÝMI STAVBAMI

Zadání je pro žáky vytvořené jasně a srozumitelně. Úloha je koncipována tak, aby navazovala na ty předchozí, a všechny následující jsou zadané se vzrůstající náročností. Žáci si před řešením nejprve stavby prohlédnou, poté si všimnou jednotlivých odlišností v počtu a vzhledu. Ve své práci by měli pokračovat tak, že určí jejich přesný počet a až poté přejdou k vypracování jednotlivých plánů. V této fázi by neměla úloha žákům činit potíže.

Zde se zvyšuje počet krychlí, stejně tak se mění jejich postavení. Pokud si žáci na proces řešení nevzpomenou, mohou se vrátit v učebnici na začátek, kde si použitý algoritmický postup připomenou. Žáci si mohou tímto způsobem uvědomit širší souvislosti, právě tím, že při pohledu na jednotlivé stavby nevidí pouze její části, ale mohou ji vnímat jako celek. Z dekompozice se dostanou do fáze, kdy dané principy zobecňují a poté mohou optimalizovat efektivnější řešení.

V úloze se totiž opakuje vzor žluté, modré, červené a zelené stavby. Žlutá stavba je postavená jako první a má nejmenší počet krychlí, hned za ní se nachází modrá stavba, která má o jednu krychli navíc. Pokračuje červená stavba, u které se zvyšuje počet o jednu krychli a řadu staveb uzavírá zelená s největším počtem krychlí. Rozdíl mezi žlutou a zelenou stavbou jsou tři krychle.

V úloze 1 jde o stejné zákonitosti jako v úloze na str. 64/4. Žáci zde mohou identifikovat malou odlišnost. V předchozí úloze našli, že je rozdíl mezi první a druhou stavbou jedna krychle. Ovšem v té následující úloze ze str. 82/4 je rozdíl mezi první a druhou krychlí vyšší o 2. Dále je rozdíl mezi stavbami vždy o jednu krychli. Všimnou-li si opakující sekvence, pak mohou další řešení logicky vyvodit.

Metodický postup u žáků z prvního ročníku

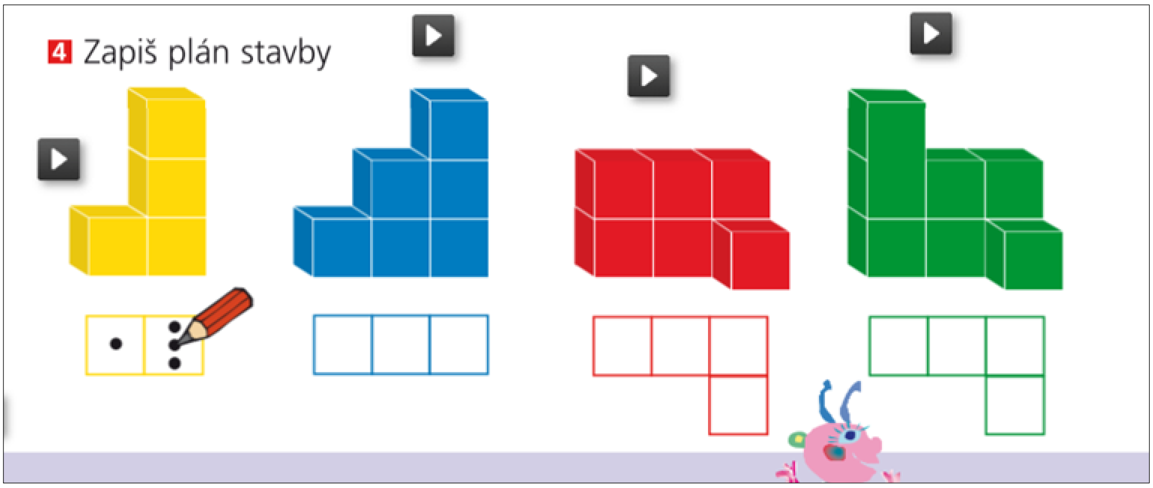
Zápis plánu stavby je v této úloze ve schématu pod žlutou stavbou. V počáteční fázi žáci přistupují k úloze jako k celku, až po prohlédnutí všech staveb se vrací zpět na začátek. Analyzují žlutou stavbu jako objekt poskládaný ze stejně velkých krychlí, pod ní registrují zápis plánu ve schématu. Schéma plánu stavbě je ve tvaru půdorysu a počty krychlí se označují symbolem, tečkou. Plán stavby může žákům připomínat část rozložené sítě hrací kostky.

U modré stavby sumarizují počet krychlí a zapisují je stejným způsobem jako v případě žluté stavby. V této fázi může docházet k mylnému zápisu z důvodu chybného rozlišení počtu nebo nepochopení zápisu v obecné rovině. Učitelka žákům pomůže radou, že se při zápisu do plánu počítá, kolik krychlí je v dané řadě při pohledu ze shora. K vnímání prostoru v ploše pracovního sešitu je problémovější. Ke zlepšení pochopení objektu v prostoru žákům mohou pomoci barevné pěnové kostky. Žáci staví stavbu podle obrázku z pracovního sešitu a počítají množství použitých krychlí. Následně zapisují do schématu stejný počet symbolů, teček.

Kooperace žáků 1. ročníku se žáky ze 4. ročníku[19]

Matematika 1/ 2. díl, str. 8/4

Zapiš plán stavby. Postupujeme stejně jako na str. 64/1.[20]



Obrázek 2: Stavby a plány staveb (HEJNÝ, 2010)

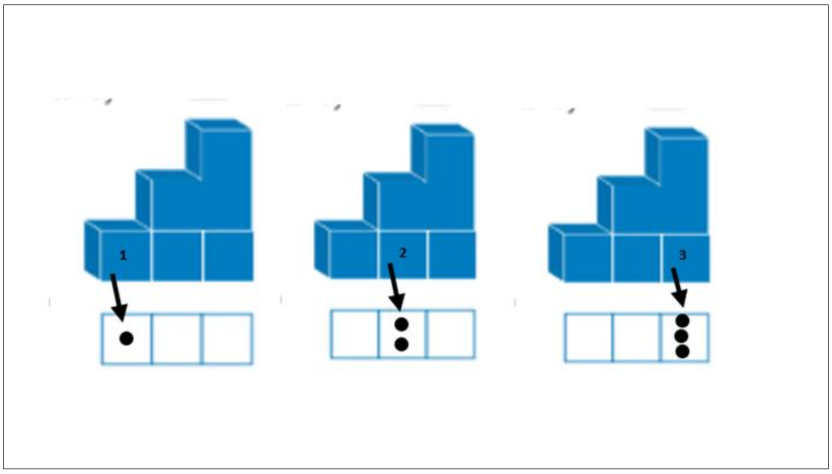
Učitelka v první třídě využívá moderní způsob výuky. Je zaměřena na kooperativní výuku, proto úlohy tohoto typu a jim podobné situuje do center aktivit. Žáci jsou schopni

[19] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.
[20] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

mezi sebou úlohy vyřešit a na konci hodiny jsou zvyklí o použitých strategiích diskutovat. Ve třídě většinou panuje pozitivní naladění.

Při řešení této úlohy si žáci nejprve přečetli zadání. V představě si každý žák předem vytvořil strukturu strategie postupu. Jelikož se jednalo o navazující úlohu, do které byl zakomponovaný počet krychlí vyšší, a žáci už měli strategii řešení zažitou, přivedla jsem je rovnou k diskusi. V ní mi žáci potvrdili, že ví, jakým způsobem budou v úloze pokračovat. V této fázi jsem žákům nabídla trochu jiný pohled, který nebyl na první pohled patrný. Žáky jsem motivovala k tomu, aby přemýšleli nad podstatou úlohy. Mohli by zkusit nahlížet na objekty z krychlí z různých stran, aby dospěli k závěru, jakým způsobem zápis do plánu udělají. Touto cestou jsem se snažila je přivést k uvědomění si podstaty dekompozice, rozkládání celku na menší části. Znamenalo to pro mě vymodelovat řešení podle užitého algoritmu. Tento způsob byl poněkud složitý, přizpůsobila jsem proto formu komunikace se žáky a zvolila metodu situační, aby byl tento problém snadněji vyřešen.

Strategie k vyřešení



Obrázek 3: Postup řešení (HEJNÝ, 2010)

1. **krok** – postavím jednu řadu z krychlí. Dám před sebe jednu krychli a do plánu stavby zapíši symbolicky počet jedna
2. **krok** – postavím druhou řadu, která bude stát hned vedle vpravo od první řady. Dám jednu krychli vedle vpravo od stojící krychle a na ní postavím druhou, pak zapíši symbolicky do plánu hned vedle vpravo od jedné tečky, tečky dvě

3. **krok** – postavím třetí řadu z krychlí, kterou postavím hned vedle vpravo od druhé. Nejprve dám jednu krychli, na ni postavím druhou a nakonec třetí krychli. Do plánu zapíši poslední zápis, tři tečky.

Vyřešení úlohy

Žáci předloženou úlohu vyřešili zcela správně. V této úloze jsem u nikoho nezaznamenala žádné potíže. V průběhu řešení jsem pozornost věnovala hlavně žákům se specifickými poruchami učení. Domnívala jsem se, že budou mít problémy s prostorovou orientací, ale praxe byla jiná. Co jsem zaznamenala, byla pomalejší práce ve srovnání s ostatními žáky.

Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	8	8	0
Dívky	10	10	0

Tabulka 2: Výsledky řešitelů

Vybraní řešitelé

Silvestr

Silvestr řešil úlohu správně. K úloze přistoupil se zkušenostmi, které získal z předchozích úloh. S počítáním potíže nemá. Úlohu měl rychle vypracovanou. Napadlo ho další řešení, které mi ukázal. Změnu by udělal v systému stavění krychlí. Na začátku by postavil řadu třech krychlí vedle sebe a do plánu by zapsal příslušný počet, potom by přidal jednu krychli na druhou krychli v pořadí a zakončil by stavbu dvěma krychlemi, jež patří nakonec stavby.

Karolína

Karolína mi hned po Silvestrovi prozradila své řešení. Svěřila se mi, že v případech úlohy s krychlovými stavbami vždy postupuje podle toho, jaký postup se naučila na začátku roku. Její strategie se shodovala s výše uvedenou strategií uvedenou v obrázku 3. Karolíně jdou početní operace velmi dobře, pokud má v hodinách matematiky potíže, vždy se zeptá.

2.2.1 MODIFIKACE ZADÁNÍ

Pro žáky z prvního ročníku naší školy jsem připravila úlohu, která měla za úkol ověřit řešení s krychlovými stavbami podle přeloženého algoritmického postupu. Propojila jsem programování s matematikou. K tomuto účelu jsem využila robotickou pomůcku Ozobot a předávat zkušenosti s ním měli žáci ze čtvrtého ročníku. Do hodin matematiky se obecně snažím co nejčastěji zařazovat situační a aktivizující metody. *„Aktivizující metody se vymezují jako postupy, které vedou výuku tak, aby se výchovně vzdělávacích cílů dosahovalo hlavně na základě vlastní učební práce žáků, přičemž důraz se klade na myšlení a řešení problémů. ˝*[21]

Celý experiment jsem založila na propojení aktivizačních metod, konstruktivistickém přístupu v procesu řešení v prostředí programování. Zvolila jsem formu algoritmu, který měl Ozobota zavést ke správnému výsledku. Výsledek z pracovního sešitu se měl shodovat s výsledkem, který jsem vymodelovala v prostředí trasy pro Ozobota. Tento způsob by měl rozvíjet myšlení a současně žákům poskytnout hravou formu ověření správnosti výsledku.

Žáci v pracovním listu naleznou část k vlastnímu tvořivému řešení. Algoritmus jsem vytvořila tak, aby neomezoval proces programování a aby dokázal žáky navést na podobně laděný případ. Neustále jsem měla na mysli úroveň a zkušenosti žáků. Rozdělila jsem pokyny do jednotlivých tabulek a poučila starší žáky o způsobu předávání informací mladším spolužákům. Všechny kroky vedly k eliminování případných nedostatků.

Začni plánkem č. 1

1. *Najdi podle plánu č. 1 stavbu, která mu odpovídá.*
2. *Vlož kódy pro Ozobota tak, aby dojel k vybrané stavbě.*
3. *Spusť Ozobota.*
4. *Jestliže Ti Ozobot dojede k vybrané stavbě, pak zkontroluj výsledek podle přiložené tabulky.*
5. *V případě, že Ti Ozobot dojede k jiné stavbě než je na listině, kódy oprav.*

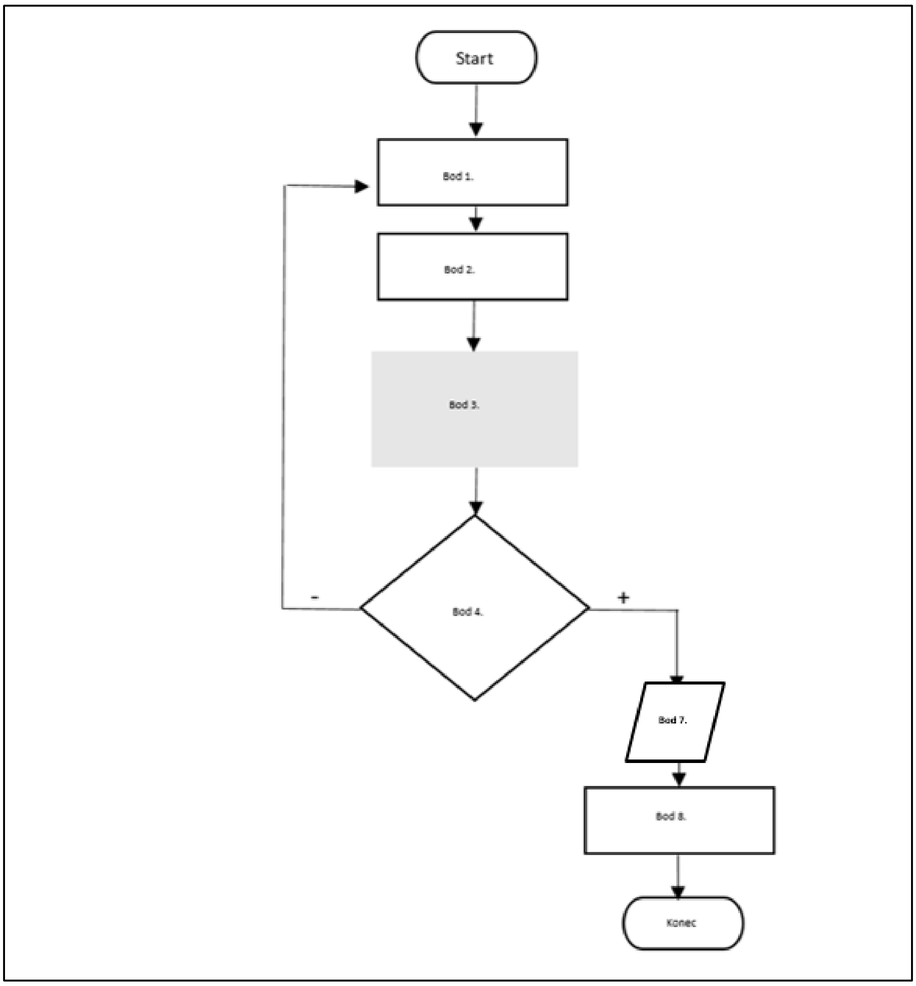
[21] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. Výukové metody. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

6. *Proces kódování opakuj od začátku*

7. *Jestliže Ozobot dojede ke správné stavbě, tento pracovní list máš splněný.*

8. *Pokračuj plánkem č. 2. Opakuj postup jako u plánku č. 1. Dokud neskončíš u posledního stavby*

Tabulky s pokyny byly celkem tři a žákům byly ve větším formátu vyvěšeny na tabuli ve třídě. Nejprve se seznámili s jejich obsahem, a pokud zapomněli, co mají dělat, poradil jim starší spolužák nebo šli tabulku znovu přečíst. Celý cyklus končí posledním plánem, který je odkázal na dodatečné porovnání s výsledky v pracovním sešitě. Konečná fáze představila žákům formu kontroly prostřednictvím důkazu, na který si s robotickou pomůckou přišli sami.

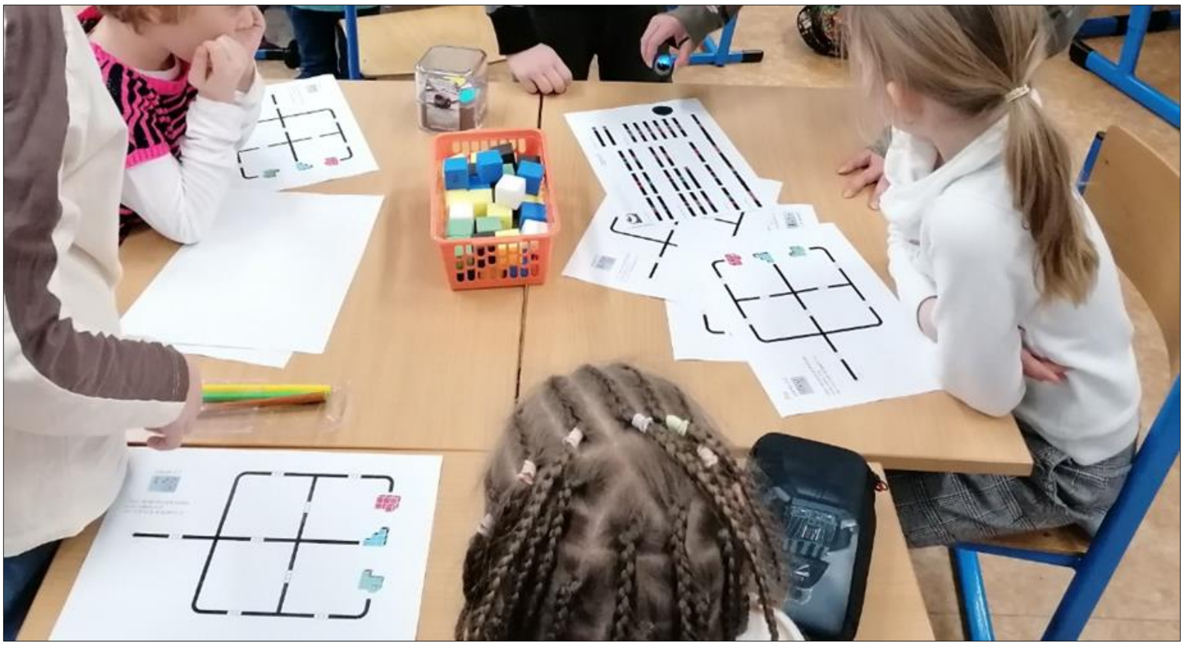


Obrázek 4: Algoritmický diagram

Modelová úloha

Po vyřešení matematické úlohy jsem obě třídy žáků seznámila s dalším postupem. Začala jsem tím, že jsem vyvěsila algoritmický postup na tabuli a všem žákům připravenou modelovou úlohu pomalu představila. Srozumitelně předané pokyny si rychleji zapamatovali žáci ze čtvrtého ročníku, svým mladším spolužákům radili jako učitelé.

Rady používali způsobem naznačení cesty ke správnému řešení. Následoval několikaminutový prostor pro dotazy. Zde jsem pečlivě sledovala, jestli došlo k úplnému pochopení úlohy. Mladší řešitelé komunikovali otevřeně a postupně získávali větší sebevědomí k vyřešení pro ně zcela nové úlohy.



Fotografie 1: Žáci při programování

Zadání k pracovnímu listu

„Jestli správně určíš stavbu podle plánu č. 1, tak vlož kódy a dojeď k ní.“

Společně jsme si prostudovali algoritmický postup úlohy. Třídní učitelka žáky rozdělila do předem připravených skupin. V nich se seznámili s robotem a jednotlivými kódy. Všechnu teorii získávali mladší žáci od starších. Pokračovali samostatnou prací v pracovních listech.

Algoritmický postup

1. *Najdi podle plánu č. 1 stavbu, která mu odpovídá.*

V pracovním listě s plánkem č. 1 identifikovali stavbu, která plánu odpovídala. V této etapě jsem u žáků sledovala, jak formulují své nápady, podle jakých vodítek hledají výslednou stavbu. Mohli pracovat podle mentální mapy, která jim zůstala při řešení nabídnutým algoritmickým postupem řazením jednotlivých krychlí. Podle něho mohli již na první pohled identifikovat zadanou stavbu. Postavím první krychli a zapíši symbolicky do plánu. Pokud by se tímto návodem žáci řídili, na první pohled by mohly na stavbu ukázat. Bohužel jsem tento fakt nestihla zaznamenat, protože jsem současně musela reagovat na více podnětů, které v dané situaci náhodně vznikaly. V příštím bádání bych se na tento bod zaměřila.

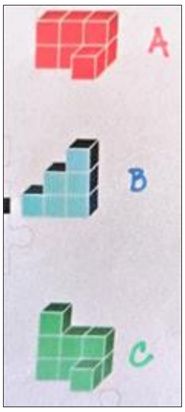
2. *Vlož kódy pro Ozobota tak, aby dojel k vybrané stavbě.*

V tomto okamžiku se ve větší míře zapojili starší spolužáci a vysvětlovali chování robota na trase. Pozorovala jsem, jak se snaží předat své zkušenosti mladším žákům, s jakou chutí jim v tabulce kódů detaily ukazovali. Ve třech skupinách po šesti dětech jsem viděla různé přístupy. K detailům se vrátím v bodě 5. Jestliže žáci splnili tuto část, mohli pustit Ozobota na trase.

3. *Spusť Ozobota.*

Než mohli žáci Ozobota na trase spustit, předcházela tomu jeho kalibrace. Poté jej položili na start a sledovali jeho jízdu až do konce. Všem žákům Ozobot dojel ke správné stavbě.

4. *Jestliže Ti Ozobot dojede k vybrané stavbě, pak zkontroluj výsledek podle přiložené tabulky.*



Obrázek 5: Stavby a jejich označení (HEJNÝ, 2010)

V tomto bodě jsem žákům vytvořila podmínku. Jestliže přijel Ozobot ke správné stavbě, pak si úsudek ověřili v tabulce. Modré stavbě podle plánu č. 1 náleželo písmeno A. V případě mylného vyhledávání museli postupovat podle bodu 5.

5. *V případě, že Ti Ozobot dojede k jiné stavbě než je v pracovním listě, kódy oprav.*

Žákům jsem vložila podmínku, aby byl splněný proces algoritmizace. V tomto případě by se žáci ve své činnosti vrátili k bodu 1. a celý cyklus by museli opakovat. V našem případě se zmýlil jeden žák. Vybarvil políčka pro kódy příliš sytou barvou, proto je musel opravit přelepením.

6. *Proces kódování opakuj od začátku.*

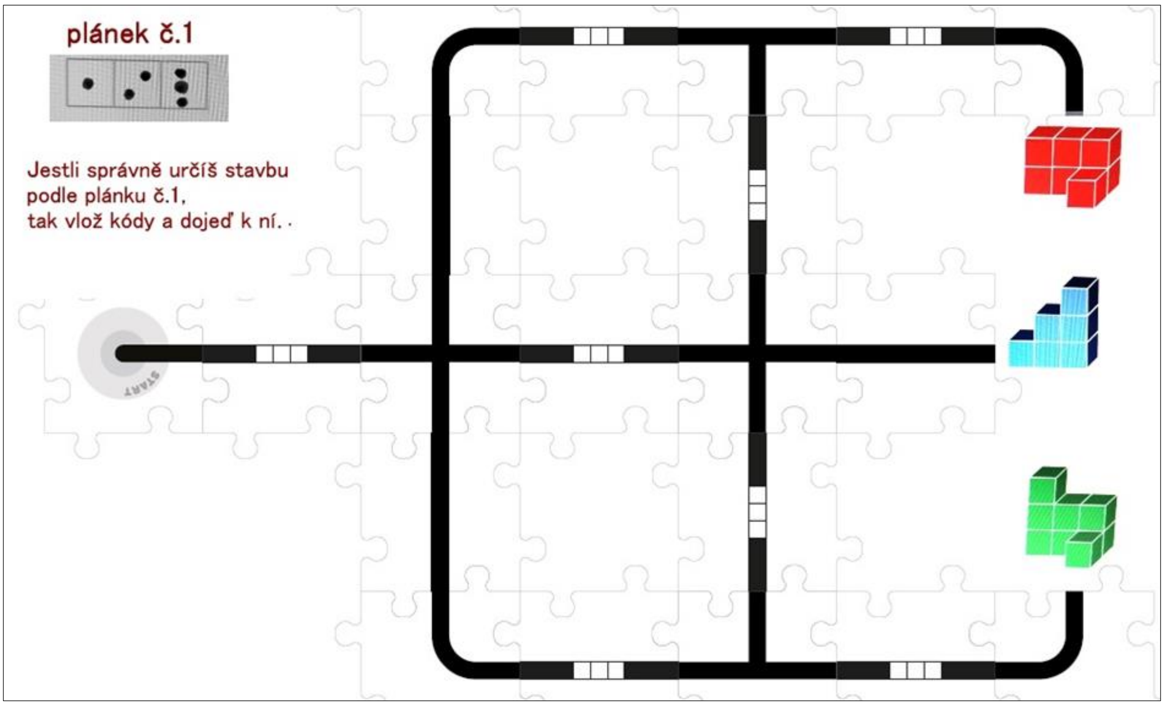
Nikdo ze žáků opakovat cyklus nemusel. V naší hodině přispívali starší žáci, kteří mohli ovlivnit úspěšnost žáků mladších. Všimla jsem si u dvou skupin, že žákům, kteří si cestu rozmýšlejí, starší spolužáci napovídají, jaký kód by byl nejvhodnější. Přesto jejich vzájemné ovlivňování vedlo k naplnění vytyčených cílů.

7. *Jestliže Ozobot dojede ke správné stavbě, tento pracovní list máš splněný.*

Všichni žáci vyhodnotili plánek č. 1 správně a přiřadili k němu stavbu. Však jsem přihlížela jejich tvořivému programování. Objevila jsem, že více jak dvanáct žáků se drželi postupu, kdy rovnou programovali přímou trasu pro Ozobota. Zvolili si takové kódy, které jej dovedly k vybrané stavbě. Zbylých šest žáků experimentovalo a objevili kódy, se kterými si trasu prodloužili a vyzkoušeli si tak další možnosti.

8. *Pokračuj plánkem č. 2. Opakuj postup jako u plánku č. 1 dokud neskončíš u posledního stavby.*

Předloženou modelovou úlohu řešilo osmnáct žáků a všem se podařilo všechny pracovní listy vypracovat a zhodnotit.



Obrázek 6: Ukázka pracovního listu

Technické parametry pracovního listu

Trasu pro Ozobota jsem vytvořila v aplikaci na webových stránkách.[22] Doplnila jsem ji prvky z učebnice.[23] Naskenované obrázky jsem propojila s trasou v programu Zoner Photo Studio. Ozobot patří do skupiny robotických pomůcek používaných k rozvoji informatického myšlení a výborně se do tohoto projektu hodil. K dispozici jsem měla pět kusů. K výbavě této pomůcky patřila tabulka kódů. Vybrala jsem kódy, které byly v této úloze použity.

[22] Virtuální puzzle do Ozobota. EDU Sence [online]. Gdańsk: EDUSENSE S.A., 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://puzzle.uczymydzieciprogramowac.pl/pl?fbclid=IwAR19oIb1H-6D0FL17wEgL7vmC-14mRaFHUMAuTXEBgBY1ZLZeipanMc-OjU
[23] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Obrázek 7: Kódy pro Ozobota (OzoCodes, 2021)

Možná úskalí při programování

Při vložení kódu se žákům mohlo stát, že vybraný kód namalují v jiném směru. V tabulce kódu je směr pohybu nakreslený, však na začátku se tento typ chyb většinou ukazuje. V naší hodině byli žáci poučeni, protože naši starší již touto zkušeností prošli. Téměř všem se podařilo vložit správný kód. Ti, kteří jej chybně vložili, jej museli opravit. Pro tento druh problému jsem měla připraveny pomůcky.

Analýza výsledků

V modelové úloze jsem žákům umožnila řešit matematickou úlohu algoritmicky. Tento návod jim byl ku pomoci. Všichni žáci byli podpořeni staršími k dosažení úspěchu. Pro jasnější výtah úspěšnosti je vnořená tabulka výsledků.

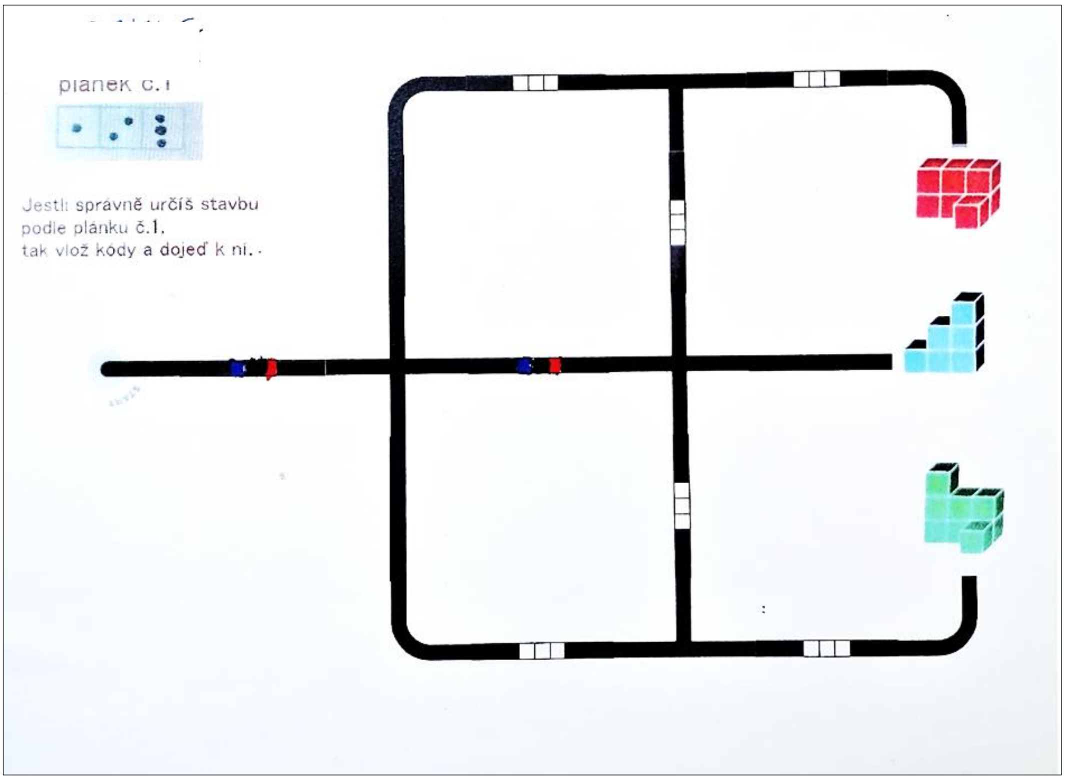
Činnosti	Řešitelé	Správně řešili	Řešili s chybami
1. Najdi podle plánu stavbu	18	18	0
2. Vlož kódy pro Ozobota	18	12 tradičně 6 kreativně	0
3. Spusť Ozobota	18	18	0
4. Kontrola rozhodnutí	18	17	1
5. Mylný úsudek	0	0	0
6. Cyklus se opakuje	0	0	0
7. Vypracovaný pracovní list	18	18	0
8. Všechny pracovní listy vypracovány	18	18	0

Tabulka 3: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé

<u>Roman z 1. ročníku</u>

V modelové úloze se Roman rychle zorientoval. V matematické části viděl řešení úlohy okamžitě po jejím přečtení. V hodině se dokázal soustředit na podstatné jevy, aniž by vynechal detailní a pečlivou práci. Využil strategii z předchozí úlohy a snažil se v modelové úloze o rychlou, precizní práci. Starší spolužáci byli s jeho prací spokojení a chválili ho za přístup. Roman se staršími žáky mluvil otevřeně, snažil se přijít na jiný druh trasy, proto po dokončení měl prostor vyzkoušet si práci s Ozobotem. Měl své nápady, ale netýkaly se přímo vybrané úlohy, proto zde nejsou prezentovány. Zásadní byl pohled na celý proces Romanovy řešitelské strategie. Uchopil matematickou úlohu v logických souvislostech a přenesl je do modelové úlohy. Oceňuji jeho výkon, protože směrem do dalšího řešení se mu bude dařit dosahovat naplánovaných cílů.



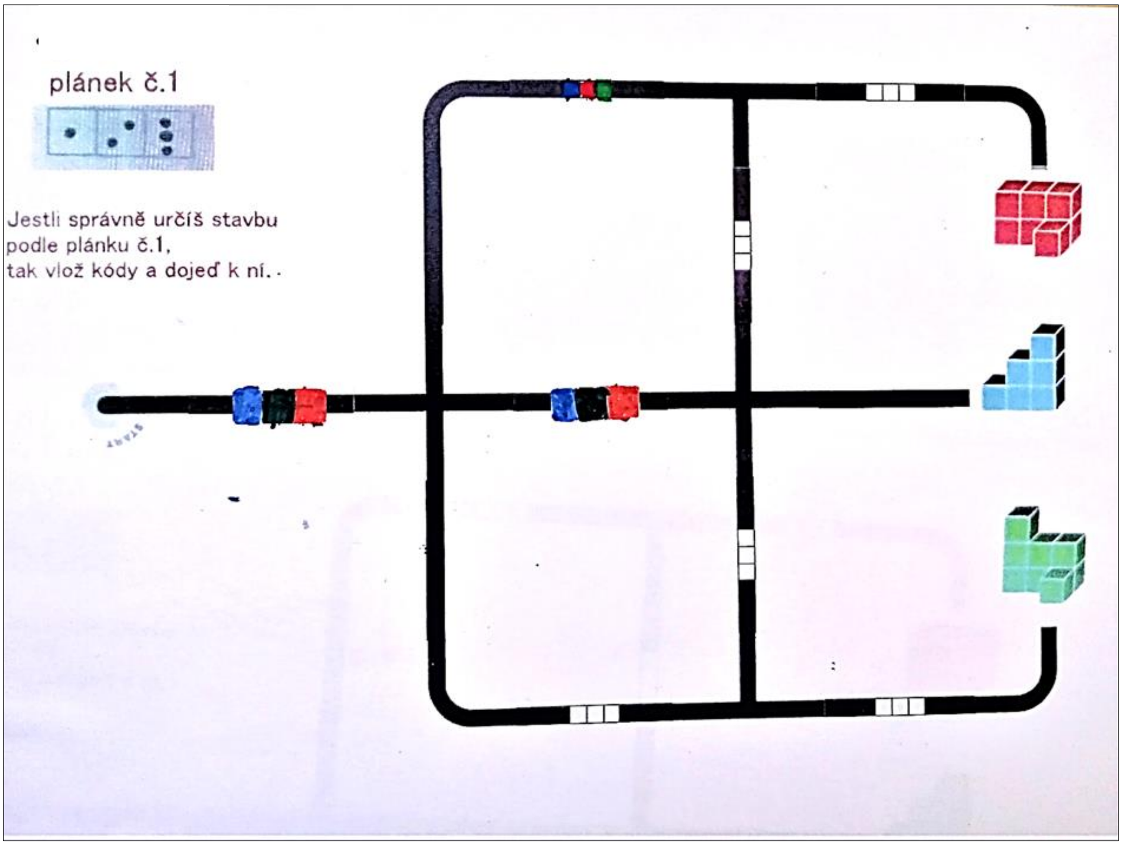
Obrázek 8: Pracovní list řešitele Romana

Martin z 1. ročníku

U Martina byl způsob řešení poněkud odlišný. Jeho vztah k matematice zatím není vyhraněný. Hodiny matematiky s aktivitou ale vítá. Rád zkouší nové způsoby, většinou ho ale příliš nepřesvědčí. Nemyslí si, že by byly něčím výjimečné, a proto k modelové úloze přistupoval poněkud skepticky. Odhadovala jsem, že nerad zažívá pocit neúspěchu, že mu práce s chybou vadí. Ovšem vždy záleží na pozitivním ovlivňování ze strany učitele, jestli se jeho postoj v tomto ohledu změní. Matematickou úlohu řešil bez problémů, modelovou už poněkud hůře. Po bezprostředním seznámení se s kódy pro Ozobota reagoval spíše negativně. Ptal se na směr kódů. Ze začátku nepřijímal dané barevné kombinace, zřejmě si přenášel zkušenosti z předchozích nezdarů, zde jen usuzuji.

Martinova strategie mě přitahovala ještě více, protože jsem ho sledovala, jak ji ovlivňují zkušenosti starších spolužáků, kteří byli k předáváním zkušeností opatrní a nevnucovali své názory. Nakonec byla jeho práce precizní, postupoval podle algoritmického návodu. Chybu udělal po delší době, kdy starší žáci do jeho postupu trochu zasahovali.

V tomto momentu jsem si uvědomila, že interakce ve skupině mu byla nepříjemná. Martin ve vztahu ke kooperaci zatím nevyzrál. Nepodařilo se mu správně vybarvit políčka pro kódy, a proto je musel opravit. Nakonec se mu vše podařilo a chtěl ještě naplánovat druhou trasu, ve které by zadal pokyny proto, aby se Ozobot otočil a vrátil se na začátek. Toto již bohužel nestihl dodělat.

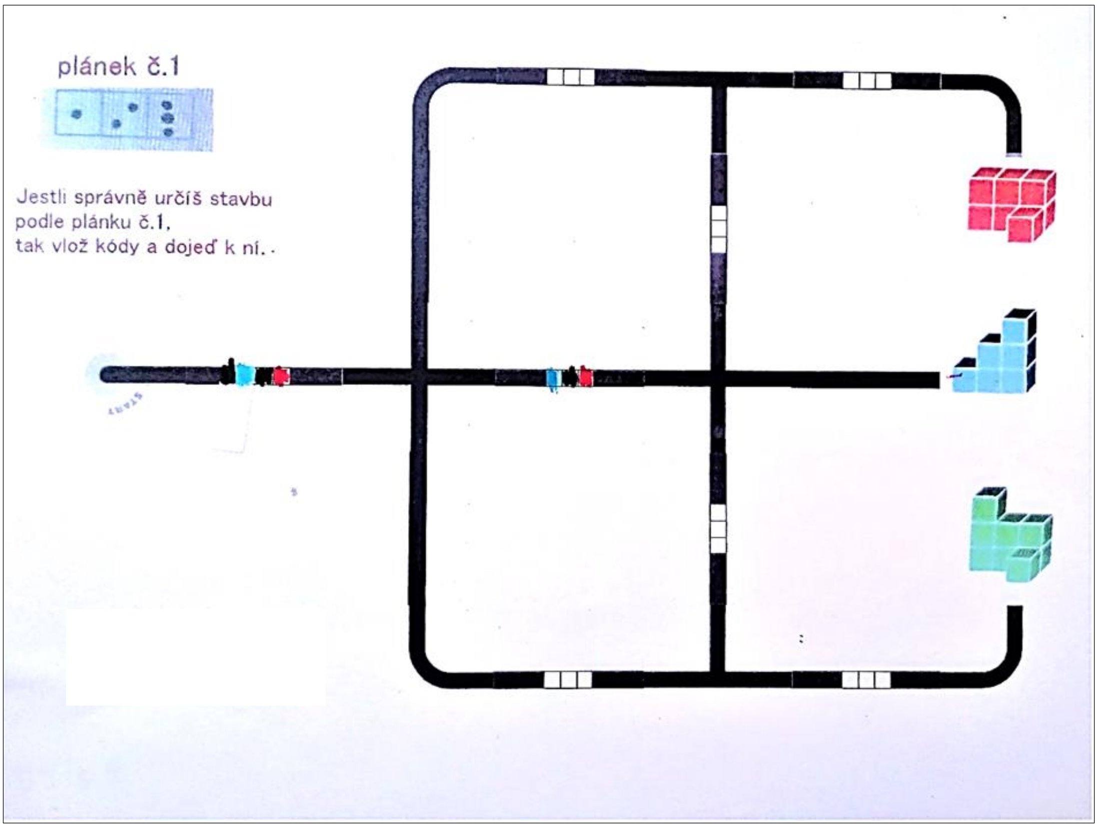


Obrázek 9: Pracovní list řešitele Martina

Richard z 1. ročníku

Richardovi se podařilo splnit vše, co bylo v modelových úlohách vytyčeno. I přes mírné poruchy učení se mu prostřednictvím algoritmizace a individuálnějšímu přístupu starších žáků podařilo vyřešit naplánované trasy. V matematice počítá svým vlastním tempem, vždy správně. Jeho tempo je oproti ostatním o něco pomalejší. Richard se v hodinách méně zapojuje a na složitější algoritmus v počítání potřebuje více času. V našem případě mu pomohla moje rada k dodržení algoritmického postupu. Radu v jiné formě dostal i od starších spolužáků, na ní ovšem nereagoval. Při respektování základních kroků se mu podařilo vše zvládnout.

Po zvládnutí prvního pracovního listu jeho sebedůvěra vzrostla a zlepšila se jeho komunikace v rámci skupiny. Potíže měl pouze s vybarvováním jednotlivých políček, protože jeho ruka ještě nebyla dostatečně uvolněná.



Obrázek 10: Pracovní list řešitele Richarda

Reflektování a evaluace vlastní práce

V rámci skupin

Hodnocení práce žáků probíhalo ve dvou fázích. První fáze byla situována do skupin, ve kterých žáci odpověděli na položené otázky. Na většinu otázek mladší žáci odpovídali kladně a stručně.

Otázky

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl výsledek vaší práce správný?

Hodnotící kruh

Druhá fáze byla věnovaná celkovému hodnocení obou skupin a jejich práce. Oddělila jsem výsledky řešených úloh a kooperaci mladších žáků se staršími. Na položené otázky měli žáci připravenou škálu čísel od jedné do pěti. Zvolila jsem stejnou formu jako u známkování. Smluvili jsme se na gestu, zdvižených prstech, kterým hodnocení vyjádřili.

Položené otázky

1. *Co jsi se dnes naučil/a..?*
2. *Čemu jsi nerozuměl/a..?*
3. *Co si budeš pamatovat….?*
4. *Zajímavé pro mě bylo…?*

Namátkou vybrané odpovědi

Ve větším množství žáků jsem neměla dostatek času dát prostor všem žákům. Pro účel zpětné vazby jsem vybrala pár žáků, kteří na otázky odpovídali. Ostatní své odpovědi sdělili kamarádovi.

Odpověď žákyně Valentýny na otázku č. 1*: „*Co jsi se dnes naučil/a…?“*

„To je jasný co jsem se naučila, ovládat robota. Naplánovat mu třeba trasu, aby dojel ke stavbě, kterou jsem našla.“

Odpověď žákyně Karolíny na otázku č. 2*: „Čemu jsi nerozuměla?“*

„Já všemu, protože jsem věděla, co mám dělat. Hodně mě bavilo, že jsem si povídala s kamarádkou Bárou. Je starší a už to uměla, a tak mi poradila. To bylo super.“

Odpověď žáka Karla na otázku č. 3: *„Co si budeš pamatovat…?“*

„Příště budu vědět, že nemám zapomenout na postup. To mi ze začátku nešlo, pak když jsem to udělal podle postupu, zvládl jsem to.“

Odpověď Lucie na otázku č. 4: *„Zajímavé pro mě bylo…?“*

„No, to můžu říct hned, pustit toho Ozobota a koukat, jestli dojede tam kam má. Neuměla jsem to a už to umím. Všechno mi šlo.“

2.2.2 SHRNUTÍ

V této úloze se podařilo naplnit vytyčené cíle. V matematické části žáci řešili úlohu s krychlovými stavbami s návazností na předchozí získané zkušenosti. Jejich způsob uchopení úlohy z hlediska myšlenkových operací byl téměř stejný. Nabízeným algoritmickým postupem jsem se snažila docílit toho, aby v obdobných úlohách identifikovali podstatná data a nalézali řešení efektivnějším způsobem.

Následovalo ověřování matematického řešení algoritmickým způsobem v prostředí určené pro přímou práci s robotickou pomůckou. Cíl modifikované úlohy byl splněn. Při dosahování cíle byla zachována konzistentnost na vazbu cíle matematické části. Při hodnocení bylo zjištěno, že žáky oslovila manipulace s robotickou pomůckou než užitý algoritmický postup. Z mého pohledu ale není upozaděn, protože by se žákům bez přesného návodu a kódování nepodařilo cílů dosáhnout. Přínos kombinované hodiny vidím v budoucí motivaci a možnostech jak matematiku tvořivě uchopit.

2.3 ÚLOHA SE ZLOMKY

Učitel zadá řešení slovní úlohy obsahující zlomky. Představí žákům dělení na dané části a modeluje krychlové stavby postupně. Žáci pracují v kooperujících skupinách.[24]

Obecné informace

Slovní úlohy patří do problematičtější oblasti matematiky. Úzce se v nich propojují čtenářské schopnosti, porozumění vztahům a souvislostem a znalostí z oblasti algebraických operací. Následuje budování řešitelských strategií založených na vyhledávání algoritmických cest ke správnému cíli. Proto učitel připravuje výukovou situaci s výběrem vhodných metod a forem práce, aby byl výsledek srozumitelný a jasný. Vyhýbá se přitom formalismu a respektuje zásady didaktické přípravy. Postupně žákům formuluje základní algoritmické postupy, nezapomíná přitom na prostor pro tvořivost.

Konkretizace

V zadání si žáci všimli prvního slovního spojení, které je přivedlo ke stavění stavby z krychlí. Než se pustili do stavění, pokračovali čtením textu. Častým problémem u žáků na prvním stupni shledávám v převedení textu do matematického jazyka. Matematická

[24] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

struktura zde obsažená nebyla žákům hned zcela srozumitelná. Při čtení slovní úlohy rovněž může dojít k vytěsnění nepotřebných informací. V této úloze však nadbytečná data nebo slova nebyla. Žáci by se měli snažit svou práci zjednodušovat.

Úloha obsahuje stavbu, která je postavena z deseti krychlí. Žáci museli podle zadání tento celek rozložit na části, tj. jednotlivé krychle a postavit danou stavbu. Najednou se ze zdánlivě jednoduché úlohy stal poněkud složitější problém. V první fázi by žáci měli spočítat, kolik je ve stavbě krychlí ve třetím podlaží. Bylo proto nutné, aby si připravili barevné krychle a postavili daný počet před sebe. K dispozici měli více než deset barevných krychlí, protože potřebovali jednotlivá podlaží od sebe barevně odlišit. Žáci postavili v pořadí další podlaží, čtvrté, protože si uvědomili, jakou část by měla obsahovat desetina z daného počtu krychlí. Poslední věta slovní úlohy zní *„Hledej více řešení."*

Věta by žáky měla motivovat k vyhledávání dalších řešení. V konstruktivně vedených třídách učitel žákům umožňuje nést odpovědnost za své jednání. Každý žák je na jiné úrovni. Větou *„Hledej více řešení",* je mu umožněno vyhledat svoji cestu k výsledku. Cesta k dalšímu řešení od žáka vyžaduje trpělivost a odhodlání.

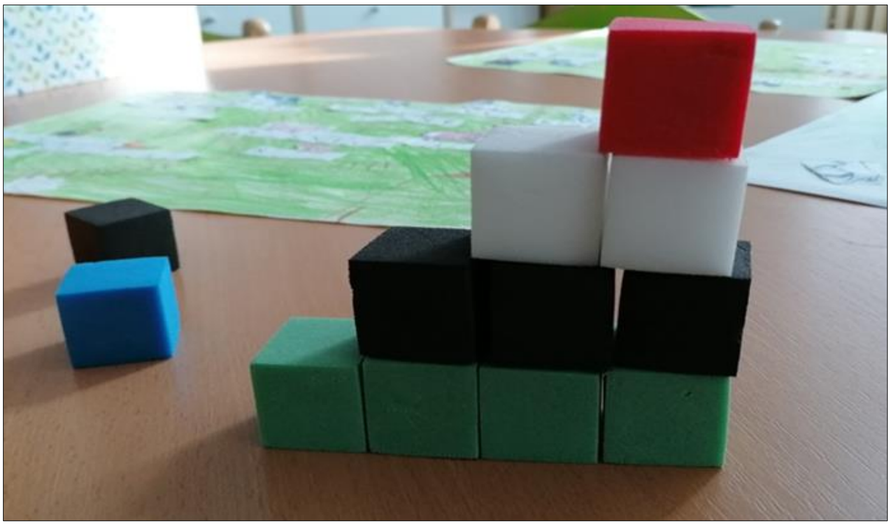
Metodický postup

Nejprve by si žáci měli přečíst zadání slovní úlohy. Pokračovali by ve čtení a zároveň měli zapisovat výpočty na papír, přitom manipulovat s krychlemi. Většina žáků by mohla postupovat podle naučeného algoritmu a současně by mohli uplatňovat dané početní operace se zlomky.

Nedorozumění mohlo ovšem nastat v řetězení informací. Ve větě, kde je obsaženo několik dat dohromady spojené spojkou a, jsou oba výroky pravdivé. Žáci by je proto měli identifikovat a odlišit. Údaje od sebe zkrátka oddělit a současně vždy přistavět daný počet krychlí. V pouhé numeraci by se mohli snadno ztratit, manipulací s krychlemi by ale eliminovali chybné výsledky. Po přečtení slovní úlohy by měli mít žáci stavbu z krychlí postavenou a hledat více možných řešení.

Matematika 4, učebnice str. 48/13

Vytvoř stavbu z 10 krychlí tak, aby ve třetím podlaží byla $\frac{1}{5}$ všech krychlí, ve čtvrtém podlaží byla $\frac{1}{10}$ krychlí a ve druhém a třetím podlaží byla dohromady $\frac{1}{2}$ všech krychlí. Hledej více řešení.[25]

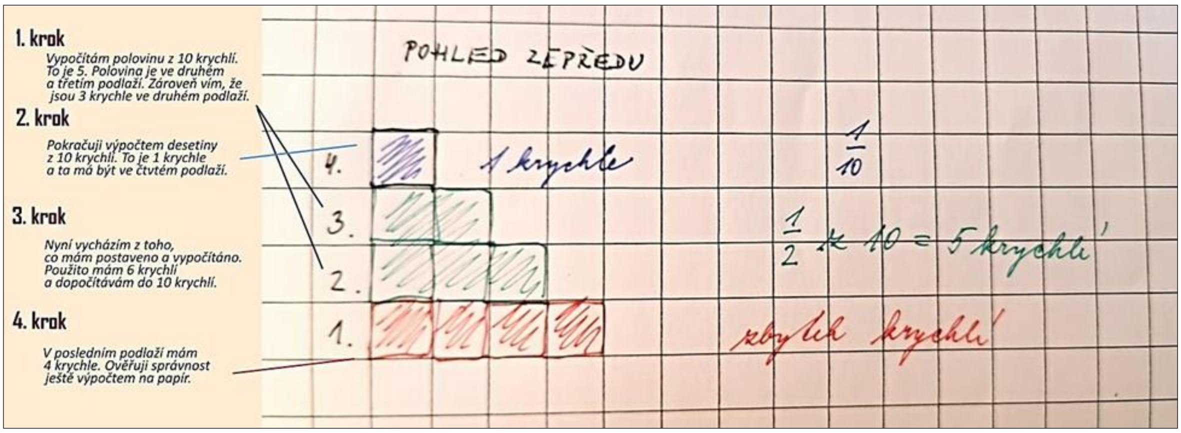


Fotografie 2: Vzhled stavby při vyřešení

Žáci pracovali individuálně na samostatný papír. Nejprve si zadání přečetli. V prvním kroku řešili třetí podlaží, proto si na papír zapsali příklad a zároveň si na stůl poskládali vedle sebe dvě stejně barevné krychle. Někteří žáci se v těchto příkladech zmýlili, špatně příklad vypočítali. Ovšem nyní nastal moment překvapení, protože si žáci mezi sebou začali porovnávat počty krychlí vyskládaných na lavici. Diskusi jsem připustila, protože jsem se mohla dozvědět, jakým způsobem chyba vznikla. Zjistila jsem, že chyba nevznikla neporozuměním textu, ale v numerice. Zdatnější žáci příklad vypočítali. Chybu odstranili opakovaným výpočtem.

V další etapě žáci vypočítali čtvrté podlaží izolovaně od druhého. Manipulací přidali do čtvrtého podlaží jednu krychli a měli polovinu stavby hotovou. Myslím polovinu v počtu podlaží postavené stavby. Formální znalost početních operací se zlomky je nutná, ovšem pouze v případě absolutního porozumění. Posledním výpočtem si žáci ověřili, že první podlaží je poskládáno ze čtyř krychlí.

[25] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.



Fotografie 3: Algoritmus řešení

Vyřešení slovní úlohy

Slovní úlohu řešilo celkem osmnáct žáků. Potíže numerického charakteru měli dva žáci s diagnostikovanou dyslexií a jedna dívka s poruchou pozorností. K vyřešení slovní úlohy jim pomohlo znovu si zopakovat algoritmus při počítání části z celku.

Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	10	10	2
Dívky	7	7	1

Tabulka 4: Výsledky řešení

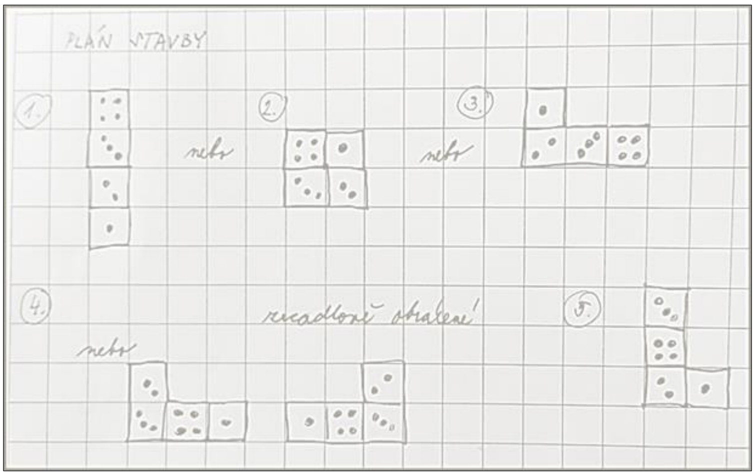
Vybraní řešitelé

Lenka

Při řešení slovní úlohy měla Lenka potíže. Především v oblasti numerického počítání zlomků. Pro Lenku bylo složité vypočítat a představit si počet krychlí v prvním kroku. V tomto momentě se hodila demonstrace počtu s krychlemi. Lenka si vzpomněla na princip počítání části z celku. Zlomek a celek zapsala správně a vypočítala vše podle osvojeného algoritmu. Bez názorné ukázky, by zůstaly její poznatky neúplné.

Ota

Ota se slovní úlohou neměl žádné potíže. Jeho hbité počítání umožnilo vyhledání dalšího řešení. Vyžádal si síť, do které si krychlové stavby zaznamenal. Symbolicky zvládl zaznamenat až pět způsobů dalšího řešení.



Fotografie 4: Otovy plány staveb

2.3.1 MODIFIKACE ZADÁNÍ

V technických oborech je kladen důraz na vyspělé prostorové myšlení. U žáků se buduje postupně. V dalším období získávají intuitivní představu o tvaru stavby v prostoru.

V této úloze slouží model krychlové stavby jako nástroj k porozumění početní operace se zlomky a stejně tak plní úlohu jako model v prostoru. Při zachování stejného počtu krychlí mění svůj vzhled.

Modifikace zadání úlohy spočívá v rozlišení stavby v prostoru podle plánu při zachování původního zadání. Navázala jsem na poslední větu. V metodické příručce k řešení úlohy autoři uvádějí mnoho řešení při rozložení devíti krychlí.

Zadání jsem uchopila kreativním způsobem a vytvořila jsem trasy s plány staveb, kdy pouze jedna stavba odpovídala zadání, vypadala však odlišně. Její vzhled nevypadal jako na obrázku 12. Držela jsem se zadání a cíle ověřit správný výsledek a pomocí vytvořeného algoritmu jsem pro tento účel opět využila robota Ozobota.

Posloupnost příkazů s podmínkou

1. Najdi plán stavby, která odpovídá stavbě z vyřešené slovní úlohy.

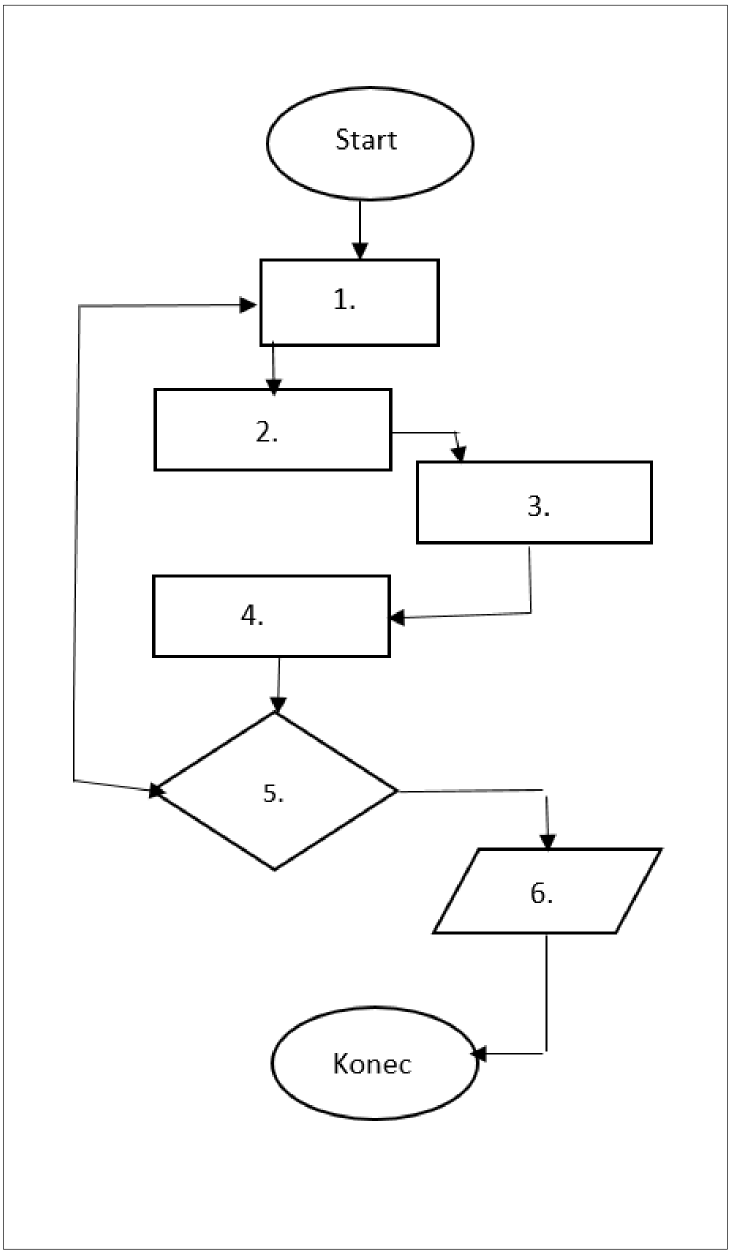
2. Vlož kódy pro Ozobota tak, aby dojel k výslednému plánu.

3. Spusť Ozobota.

4. Jestliže Ti Ozobot dojede k výslednému plánu stavby, zakroužkuj písmeno u něj přiložené.

5. V případě, že Ti Ozobot dojede k jinému než k výslednému, kódy oprav. Proces kódování opakuj od začátku.

6. Jestliže Ozobot dojede ke správnému plánu, zakroužkuj písmeno, úloha končí



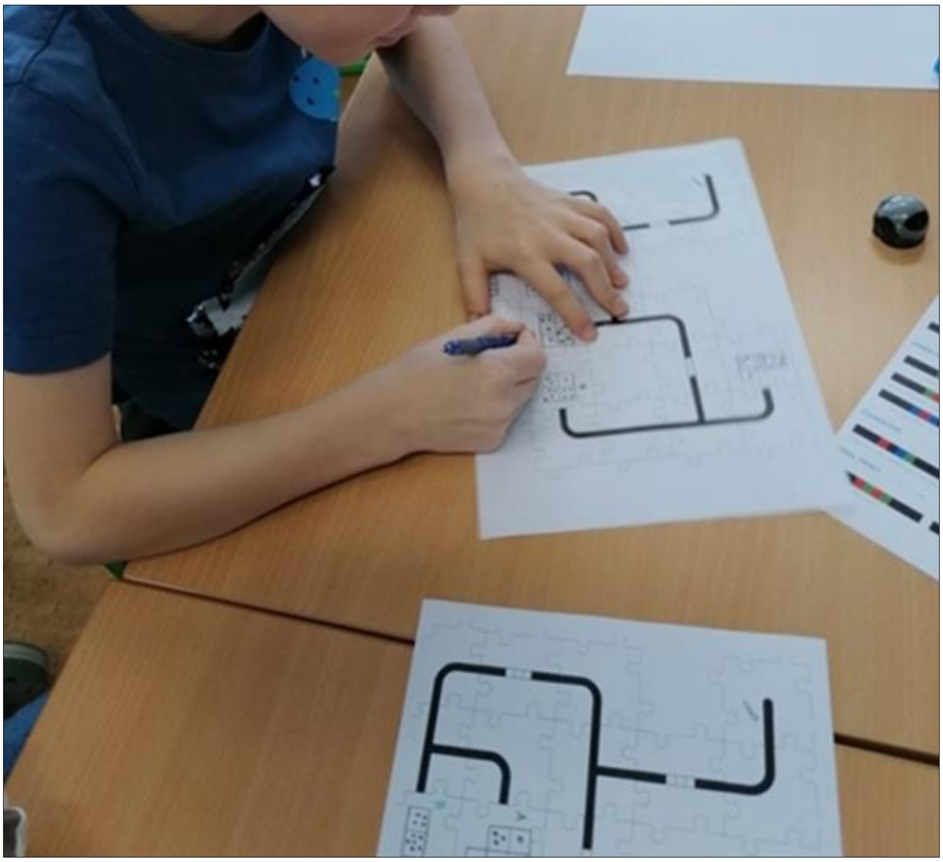
Obrázek 11: Algoritmický diagram

Modelová úloha

Experiment s modifikovaným zadáním navazuje na vyřešenou slovní úlohu. V této fázi žáci budou ověřovat své strategické kompetence a budou plánovat trasu pro robotickou pomůcku Ozobota tak, aby dojel k výsledné stavbě.

Před kódováním jsem žákům předala důležité instrukce a vyvěsila algoritmický postup na tabuli. Vytvořila jsem prostor pro krátkou diskusi, odpověděla jsem na otázky týkající se obslužnosti robota. Žáci v úloze postupovali podobně jako při řešení slovní úlohy. Potřebovali znát souvislosti zadaných částí z celku. V předchozí etapě řešili vztahy a souvislosti jedné stavby, zde ji podle zadání vyhledávali.

U číselných pojmů žáci řešili podstatné vlastnosti, které se měnily v závislosti s pojmy uvedených ve slovní úloze. U geometrických modelů, plánů staveb rozlišovali matematické symboly a podle nich stavěli.



Fotografie 5: Žák vkládající kódy

Zadání k pracovnímu listu

V pracovním listu máš připravenou trasu pro Ozobota. Tvým úkolem je naprogramovat ji tak, aby se se správnými kódy robot dostal ke správnému plánku stavby. (Pracuj se slovní úlohou z učebnice str. 87, úloha 13.)[26]

[26] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-943-8.

1. *Najdi plán stavby, která odpovídá stavbě z vyřešené slovní úlohy.*

Nejprve žáci identifikovali důležitá data ze slovní úlohy. Jakmile si postup řešení zopakovali, mohli se posunout do další etapy a vyhledat výsledný plán stavby. V prostředí slovní úlohy rozkládali celek na části a v této úloze museli celek označit. Ukázalo se, že žáci museli vytvořit vztah mezi stavbou a plánem stavby. Porovnávali shodné části a vyčlenili ty neshodné. Touto cestou vznikl algoritmický řetězec myšlení. K usnadnění práce si žáci stavby postavili.

Kroky vedoucí k řešení	**Stavba A, B, C, D, E**
1. Stavba z 10 krychlí, ve druhém a třetím podlaží 5 krychlí, z toho jsou 3 ve druhém podlaží a 2 ve třetím.	Stavba E, protože splňuje tyto podmínky. Stavba A, C, D splňují tyto podmínky.
2. ve čtvrtém podlaží je jedna krychle.	Odpovídá stavba E, A, C. Neodpovídají D, B.
3. dopočítáním 4 krychlí má celá stavba dohromady 10 krychlí.	Odpovídá stavba E, B. Neodpovídají A, C, D,
4. Závěry	Výsledná stavba je E, protože stavba B nesplňuje podmínku v bodě 2.

Tabulka 5: Stavby a jejich identifikace

2. *Vlož kódy pro Ozobota tak, aby dojel k výslednému plánu.*

Z tabulky kódů si žáci vybrali příslušné kódy. Správně kódovalo čtrnáct žáků. Dva z nich zaměnili pořadí barev. Další vyměnil kód vlevo za kód vpravo.

3. *Spusť Ozobota*.

Po kalibraci žáci spustili Ozobota a sledovali vlastní úspěch. Do tohoto momentu žáci plánovali a sestavovali z kódů algoritmický postup vedoucí k cíli, nyní s nadšením očekávali jeho naplnění.

4. *Jestliže Ti Ozobot dojede k výslednému plánu stavby, zakroužkuj písmeno u něj přiložené.*

Patnácti žákům se podařilo identifikovat správný plán, označený písmenem E. Dva žáci chybovali. Těm, co se nepodařilo dojet ke správnému cíli, výrazně jim pomohl vytvořený návod jak postupovat dál. Utřídili si myšlenky a znovu zkontrolovali schéma plánů staveb a podle nich je postavili. Nakonec přišli na výsledek. Pozitivní pocit se dostavil.

5. *V případě, že Ti Ozobot dojede k jinému než k výslednému, kódy oprav.*

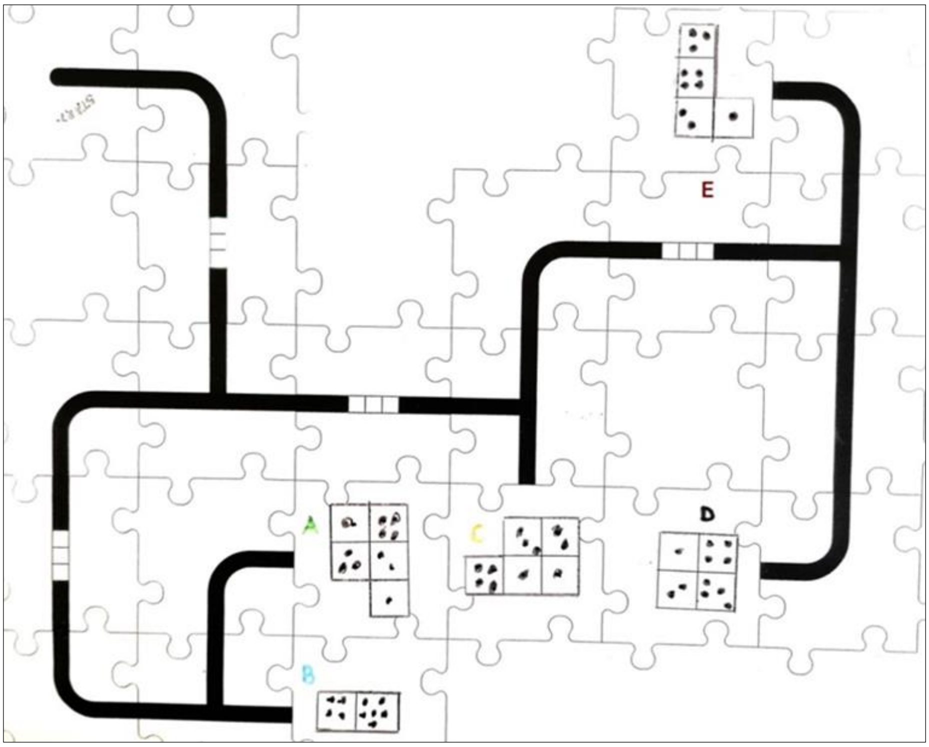
Oba žáci si uvědomili, k jaké stavbě naprogramují Ozobotovi cestu. Po předchozí zkušenosti s tabulkou kódů a chování Ozobota při jízdě neměli žádné potíže.

6. *Proces kódování opakuj od začátku.*

Opakovali dva žáci. Vrátit se zpět na začátek jim prospělo, z důvodu, že si všimli detailů, které předtím neviděli nebo je nebyli schopni rozlišit.

7. J*estliže Ozobot dojede ke správnému plánu, zakroužkuj písmeno, úloha končí.*

Pokynů se drželo patnáct žáků. Dva z nich písmeno nezakroužkovali. Za posledním detailem může pozornost. Udržet po celou dobu pozornost a vnímat všechny detaily bylo pro žáky náročné, i když známky únavy neprojevoval ani jeden z nich.



Obrázek 12: Ukázka pracovního listu

Technické parametry

Trasa s plány staveb byla vytvořena pomocí aplikace a plány staveb byly manuálně načrtnuté. Do trasy jsem vložila křižovatky, aby bylo pro žáky trasování obtížnější. Plány staveb, které se lišily od výsledného, jsem situovala do spodní části pracovního listu. V algoritmickém procesu si žáci procvičili prostorovou orientaci. Při plánování vytyčené trasy použili kód vpravo.

Obrázek 13: Kódy k programování (OzoCodes, 2021)

Možná úskalí při programování

Možné potíže mohly nastat při rozlišování směru vpravo a vlevo. Nejprve si žáci museli uvědomit postavení Ozobota na trase či před křižovatkou a poté museli rozhodnout o směru, kterým se vydá. Zkušení žáci se uměli rychle zorientovat, o vloženém kódu detailně nepřemýšleli. Předchozí programování jim tentokrát usnadnilo práci.

Analýza výsledků

Praktické ověření výsledku ze slovní úlohy se podařilo naplnit. V tabulce je znázorněný přehled o celkové úspěšnosti. Propojení algoritmického postupu s robotickou pomůckou žákům přineslo jiný úhel pohledu na proces ověřování. Ve vytvořené úloze dosáhli zpětné vazby na konkrétní výsledek a při samostatné práci reflektovali svůj úspěch. Po celou dobu řešení a programování udrželi svou pozornost a dokázali zkombinovat několik myšlenkových operací najednou. Algoritmicky vyřešili slovní úlohu, porovnávali jednotlivé stavby mezi sebou, diskutovali o potížích a správných strategiích, vkládali kódy do připravené trasy, manipulovali s robotickou pomůckou.

Úkony	**Řešitelé**	**Správně řešili**	**Řešili s chybami**
1. Najdi plán stavby	17	15	2
2. Vlož kódy	17	14	3
3. Spusť Ozobota	17	17	0

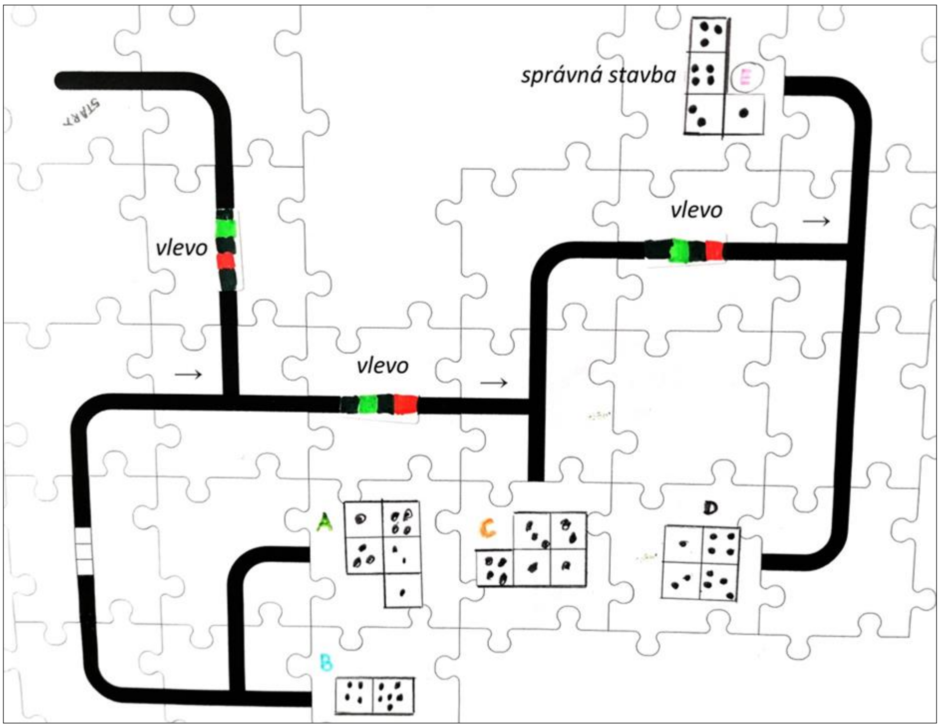
4. Zakroužkovalo výslednou stavbu	17	15	2
5. Oprava trasy	2	2	0
6. Proces kódování o začátku	2	2	0

Tabulka 6: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé a jejich strategie

<u>Jana</u>

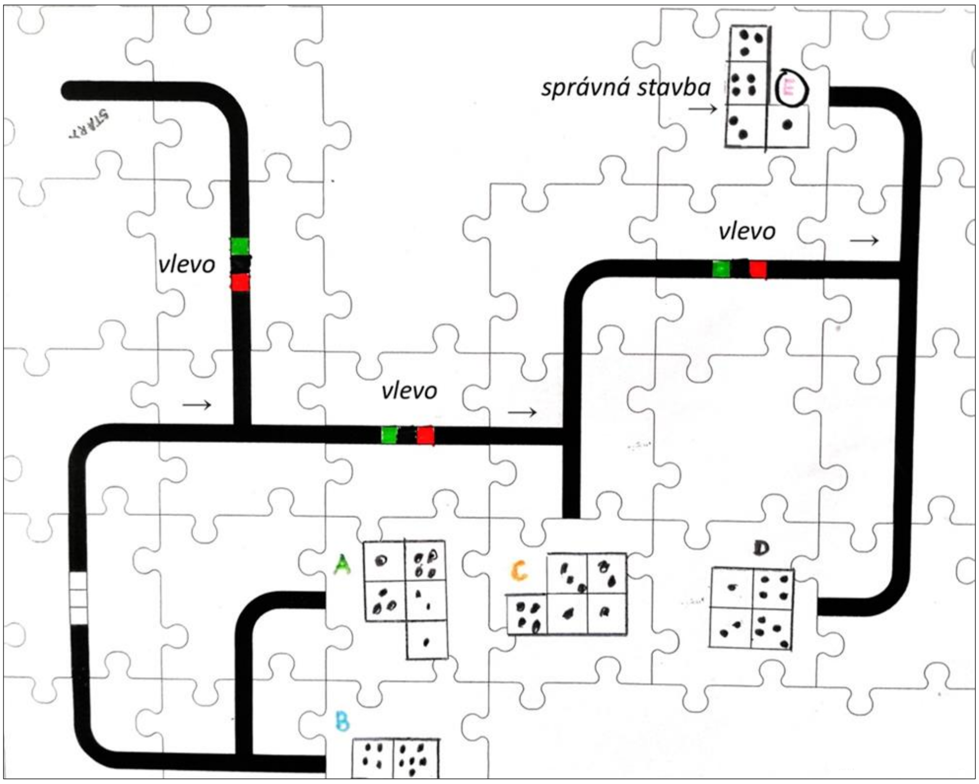
V hodině Janě kolísala pozornost. V početních výkonech postupovala podle nabídnutého postupu, dokázala udržet tempo s ostatními. V druhé části hodiny, kdy měla rozhodnout o správném plánu, byla její koncentrace zhoršená. Přistoupila jsem k Janě s návrhem vést si zápisky. Každou stavbu postavila podle plánu a zapsala si počty krychlí na každém podlaží. Nakonec správný výsledek odhalila. Pokračovala plánováním trasy. Po celou dobu pracovala aktivně a samostatně. Při spuštění Ozobota však odhalila další chyby. Kódy vybrala správné, ovšem mýlila se ve směru. Místo vlevo naprogramovala cestu doprava. Po překódování úlohu dokončila. Úspěch z dosaženého cíle Janu povzbudil.



Fotografie 6: Pracovní list řešitelky Jany

Tomáš

Tomáš je typ žáka, kterého motivují problémové úlohy. V matematické části vyřešil úlohu okamžitě po jejím přečtení. Dokázal zdůvodnit každý krok, který vykonal. Jakmile se seznámil s prostředím modelové úlohy, výsledný plán našel, aniž by potřeboval model stavby postavit. Jeho matematicko-logické schopnosti jsou rozvinutější než u jeho spolužáků, proto jsem Tomáše vybídla k doplňkové aktivitě, požádala jsem ho o pomoc spolužákovi.

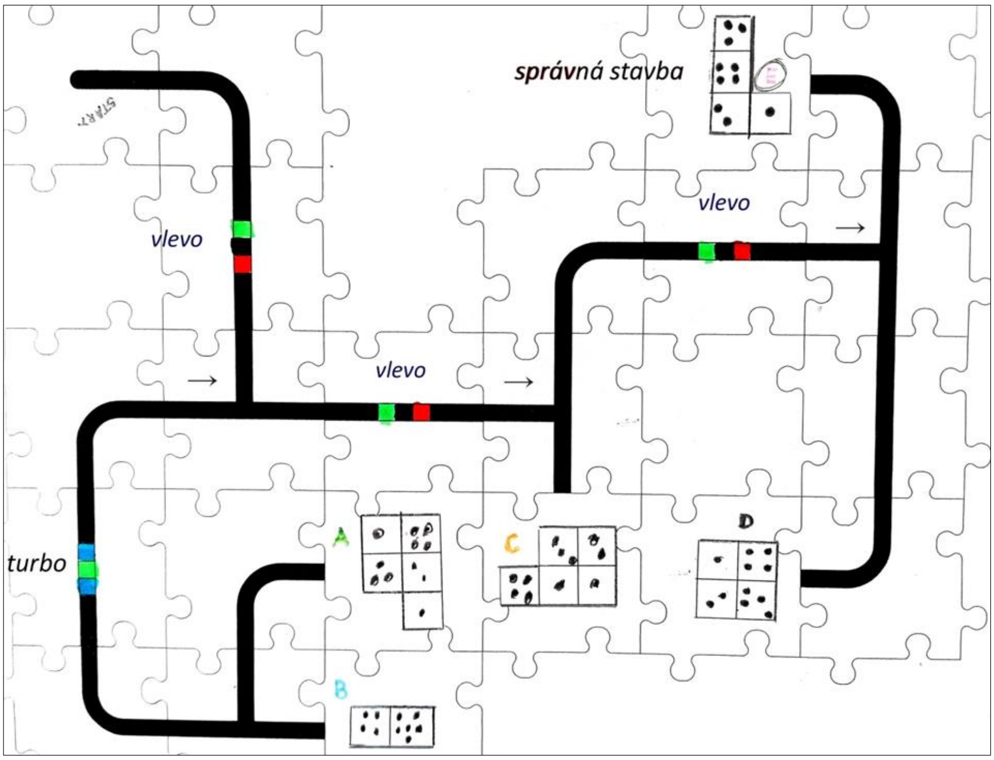


Fotografie 7: Pracovní list řešitele Tomáše

Milan

Milan přijal Tomášovu pomoc. Nejistotu měl v procesu vyhledávání správného plánu. V matematické části slovní úlohu řešil bez potíží. V paměti mu zůstala představa stavby, kterou hledal v modelové úloze. Do modelové úlohy byla zanesena jiná stavba. Tomáš Milanovi zopakoval algoritmický postup z předchozí části hodiny a vybídl ho, aby si každou stavbu podle plánu postavil a zapsal si počty krychlí na jednotlivá podlaží. Nakonec úspěšně plán stavby E odhalil. V kódování nechyboval a radost z dosaženého úspěchu se

i u Milana dostavil.



Fotografie 8: Pracovní list řešitele Milana

Reflektování a evaluace vlastní práce

V rámci skupin

Hodnocení každé vykonané aktivity patří do závěrečné části hodiny. V rámci utvořených skupin se žáci vyjadřovali k otázkám, na které měl každý z nich jiný názor. V menším uskupení je komunikace více otevřená a prostor pro vlastní názor dostanou všichni.

Kontrolní otázky:

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl výsledek naší práce správný?

Evaluace práce v hodnotícím kruhu

Klíčové okamžiky z hodnocení bylo možné zaznamenat jen u některých žáků. V rámci komunitního kruhu už nezbyl dostatek času na hodnocení všech. Uvádím odpovědi od namátkou vybraných žáků.

Odpověď žákyně Taťány na otázku 1: *„Co jsi se dnes naučila?"*

„Dnes jsem se naučila naprogramovat cestu Ozobotovi, aby dojel ke správnému plánu stavby. To se mi moc líbilo."

Odpověď žáka Miroslava na otázku 2: *„Čemu jsi dnes nerozuměl?"*

„Všemu jsem docela dobře rozuměl, akorát ve slovní úloze jsem raději použil kostky. Ověřil jsem si, že to řeším správně. Bavilo mě kódování. Mám rád, když vidím, že Ozobot trefí tam, kam chci."

Odpověď žáka Otmara na otázku 3: *„Co Tě překvapilo?"*

„No, poslední úkol. Chvátal jsem, abych to měl rychle hotový, a to písmeno u plánku jsem nezakroužkoval. To si budu pamatovat."

Odpověď žákyně Lucie na otázku 4: *„Co mohu příště použít?"*

„Asi postup. Jsem ráda, že jsem podle něho úkol vyřešila a pak jsem ještě musela vyhledat správný plánek. To bylo zajímavý."

2.3.2 SHRNUTÍ

Hodinu považuji za zdařilou. V první části hodiny byl žákům představený algoritmický postup, podle kterého mohli slovní úlohu se zlomky efektivněji vyřešit. Žáci v prostředí slovní úlohy fixovali početní operace se zlomky. V této etapě si nepočínali všichni správně. Někteří žáci uměli rozdělit celek na části a zapsat jej do zlomku, početní operaci ale nezvládli. Ke správnému výsledku je navedla manipulace s pomůckami a přesný návod, podle kterého krok po kroku postupovali.

V další části hodiny se žáci setkali s modifikovaným zadáním v hodině matematiky, do něhož zkušenosti z předchozí etapy přenesli. Na začátku řešili rozdělení krychlí v jednotlivých patrech a v druhé části museli vyhledat stavbu jí podobnou. V podobnosti byl ukrytý algoritmický postup řešení slovní úlohy. K tomuto účelu jsem vytvořila pracovní list. Pro znázornění řešení jsem využila kombinaci prostředí pro robotickou pomůcku Ozobota a plány staveb.

U žáků jsem pozorovala úspěchy i neúspěchy, jež pomocí algoritmických postupů řešili. Rozvoj algoritmického myšlení cestou experimentu žákům umožnil vnímat podstatné znaky, tam kde by je v běžném chodu vyučování neviděli.

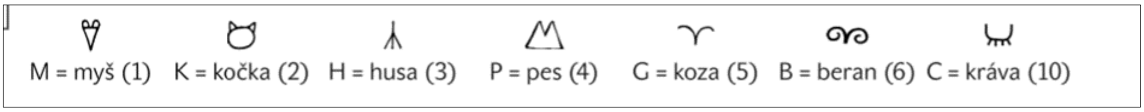
2.4 ÚLOHA S ROVNICÍ

Metodický profil úlohy

Žáci řeší rovnice s veličinou zapsanou ikonicky nikoliv číslem v prostřední farmy dědy Lesoně.

Konkretizace

Žáci se připravují na řešení rovnic postupně od prvního ročníku. V matematice se setkávají s rovnicemi v různých prostředích. Ta jsou přizpůsobena pro odhalování různých zákonitostí a jevů. Na farmě dědy Lesoně žije několik zvířat. Ze začátku žáci pouze poznávají ikony a jejich sílu. Teprve po setkání s nimi, je mají rozdělené do družstev, ve kterých si poměřují svou sílu. Síla je hodnota vyjádřená cifrou. Každé zvíře má svou ikonu a svou sílu, určitou veličinu.



Tabulka 7: Ikony zvířat dědy Lesoně a jejich hodnoty (HEJNÝ, 2010)

Porovnání dvou družstev mezi sebou je v počátku pro žáky zajímavé z hlediska stejného poměru pravé a levé strany. Před řešením přemýšlejí, k jakému družstvu by danou ikonu zvířete přidali, aby byly obě strany vyvážené. Přikládají zvířata podle vytvořeného principu. Úlohy se v průběhu ročníku mění a do prostředí je vložena neznámá v podobě masky, za kterou se zvíře může schovat. Žáci pak hledají vhodnou ikonu přiřazováním jedné a vyřazováním stejné či jiné ikony. Ukázkové úlohy jsou spirálovitě náročné a žáky připravují na možné setkání s rovnice v algebraickém zápisu.

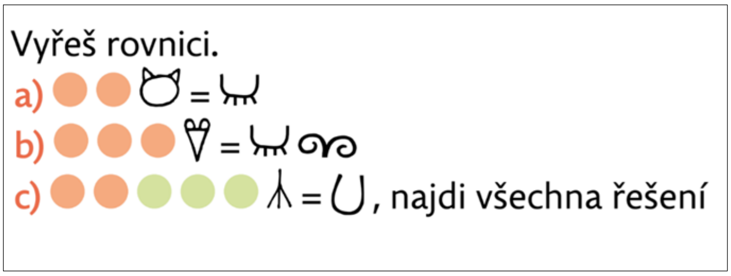
Metodický postup

V úloze žáci řeší tři rovnice. Rovnice a jejich řešení se ve třech příkladech liší. Třetí rovnice je nejrozšířenější a umožňuje další řešení. Druhá v pořadí je na jedné straně pouze jedna ikona s nejmenší hodnotou, na straně druhé ikony zvířat krávy, berana. Na pravé straně představuje síla zvířat hodnotu šestnáct, proto pro žáky bylo podstatné doplnit do tří polí hodnoty tak, aby síla zvířat odpovídala počtu patnáct.

Žáci po dosazování různých kombinací, nejprve porovnávají obě strany. Od prvního setkání s rovnicemi, posuzují co je odlišné a co je shodné. Své nápady si mohou zaznamenávat do poznámek, z nichž sestavují možná řešení. Žáci mohou používat zažité systémy práce. Při setkání s množinou masek budou vědět, že musejí pracovat jen s omezenými daty, protože nesmí přesáhnout hodnotu uvedenou na pravé straně rovnice.

Matematika: pro 4. ročník základní školy [27]

Úloha na str. 60/5, varianta b)



Obrázek 14: Znázornění rovnic s ikonami a neznámou (HEJNÝ, 2010)

Před samostatnou prací si žáci připravili pomůcky, které jim pomohou znázornit matematické vztahy. Pokud by měla být družstva zvířat stejně silná, pak v druhé rovnici se pravá i levá strana rovnají hodnotám šestnáct. Rovnice představuje tři neznámé a jedno zvíře, jehož síla se rovná jedné. Ekvivalentní úpravy rovnic žáci neodhalují hned. Aktivně pracují s číselnými hodnotami, ale ne přímo. Žáci dosazují za neznámou zvířata, která dohromady představují sílu zvířat na straně druhé. Dvě družstva se přetahují. Postupně dochází k propojování poznatků dříve získaných.

Strategie řešení

V prvním kroku žáci zjišťují hodnoty zvířat uvedených v rovnici. Jedna strana je jasně ohraničená, hodnotou 16, ikonou krávy (10) a berana (6). V té druhé mají vloženou ikonu myši (1) a zbylé tři masky představují neznámé. Jakmile si žáci uvědomí, že musejí hodnotu 15 rozdělit mezi tři zvířata, pak vědí, že hodnota síly zvířat bude stejná.

[27] HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Vyřešení úlohy

Ve třídě žáci řešili rovnici rozdílným způsobem. Někteří pokusem omylem a jiní vytvořili strukturu, z níž vyvodili podstatu matematické operace. Celkově se podařilo všem žákům úspěšně rovnici vyřešit. Tři žáci využili slovní podporu ze strany učitelky a asistentky.

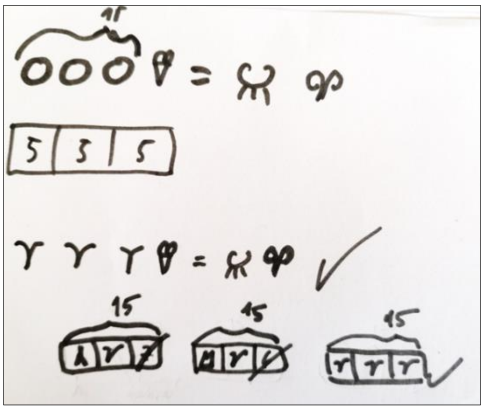
Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	10	10	2
Dívky	7	7	1

Tabulka 8: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé

<u>Kamil</u>

Rovnici úlohu Kamil řešil efektivně. Sestavil si rovnici se třemi neznámými na podkladě jiného matematického prostředí, prostředí sousedů. Koncept tří čísel není postavený na spoji stejných čísel, ale na formuli *„Každá tři čísla*." Kamil si je vytvořil pro lepší orientaci při kombinování hodnoty síly zvířat. Začal tím, že vyčlenil nejslabší zvířata, kočku a myš. S myší nepočítal, protože byla součást levé strany a domníval se, že pokud má být číslo patnáct zkombinováno, jednička a dvojka se u sousedů neobjeví. První políčko patřilo huse (3), další číslo zvýšil o jednu, zadal kozu (5) a poslední políčko mělo vyjít 7. Věděl, že žádné zvíře o této síle není. Pokračoval další kombinací. Zvýšil řadu sousedů o jednu. První políčko patřilo psovi (4), druhou ponechal koze (5) a třetí vycházelo na 6. Znovu políčko doplnil a šestku přeškrtl. Další řadu opět zvýšil o jednu, proto první zapsal kozu (5), druhé nechal opět stejnému zvířeti (5) a třetí už dopočítal a vložil ikonu kozy (5). Ikony vložil do rovnice na místo masek a celou ji zkontroloval.



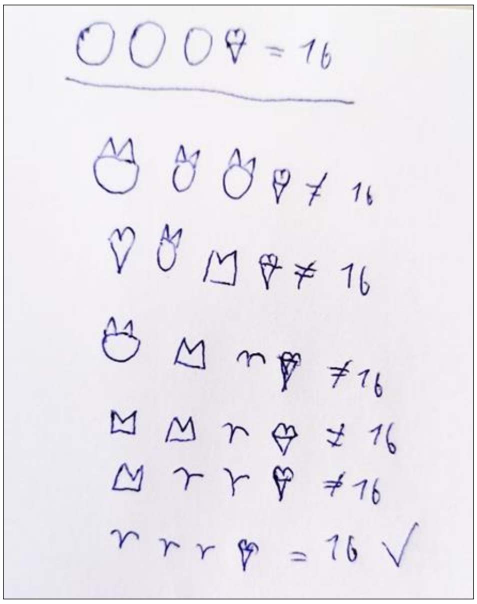
Fotografie 9: Kamilovo řešení

Emil

Při řešení rovnic Emil potřeboval pomoc. V matematice má potíže se záměnou tvarově podobných číslic, a proto kombinace číslic a ikon byla pro něj náročnější. Pomáhala mu asistentka, která zadání překreslila na papír, nechala Emila řešit rovnici samostatně a při každém jeho kroku pokládala otázku, aby se ujistila, jak Jiří postupoval. Po namáhavé práci nakonec volila čísla a připravila rovnici ve tvaru __+__+__+ 1 = 16. Po tomto pokusu rovnici vypočítal a převedl ji do formy ikon.

Anežka

Postup Anežky byl podobný jako u Tomáše. Tomáš si vybral efektivnější cestu. Anežka kombinovala sílu nejprve nejslabších zvířat, aby věděla, o kolik bude sílu zvyšovat, aby dosáhla výsledku patnáct. První strategii postavila ve tvaru kočka (2), kočka (2), kočka (2) a myš (1) a výsledek byl sedm, označila jako nerovnost a přemýšlela nad tvarem druhé řady, o kolik ji zvýší. Druhou řádku postavila zcela v jiném tvaru, pokusila se kombinovat tři rozdílné ikony. Výsledek jí vyšel pouze o jednu větší. Třetí řadu v původním rozložení zvýšila vždy o jednu a výsledek se pomalu přiblížil požadovanému číslu patnáct. Vypadalo, že strategii našla, však v dalších krocích bylo patrné, že nikoliv. Ve čtvrtém kroku a pátém kroku měla podobnou strategii a až při těchto krocích si uvědomila, že potřebuje sílu kozy (5). Až v sedmém řádku se jí podařila najít kombinace koza (5), koza (5), koza (5), myš (1). Pravá strana se shodovala s levou.

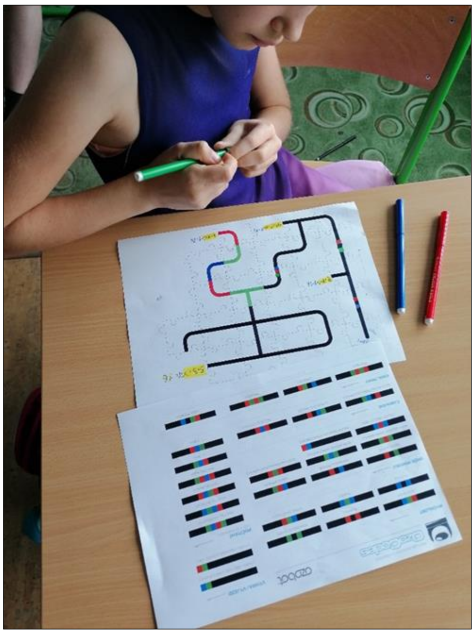


Fotografie 10: Anežčina strategie

2.4.1 Modifikace zadání

Druhá část úlohy představovala prověření znalostí z oblasti porozumění rovnic a ověření výsledku s robotickou pomůckou Ozobotem. Přípravu modifikovaného zadání si pro tuto úlohu připravily spolužačky žáků z paralelní třídy. Trojice dívek Radka, Milena, Ema vytvořily zajímavá schémata rovnic. Připravila jsem mapu trasy pro Ozobota a v diskusním kruhu jsme společně objevovaly algoritmický systém vedoucí k výsledku.

Dívky jsem si vybrala k této úloze pro jejich matematické nadání. Každá z nich vymyslela rovnici, která obsahovala určitý algoritmický postup v počítání. Ema tráví spoustu času čtením, v matematice interpretuje strategii řešení vlastními slovy. Sestavila rovnici tímto způsobem, myš (1) + ikona myši (1) + 1 + 1 = 16. Milena v matematice upřednostňuje složitější konstrukce příkladů, které snadno vypočítá, bohužel už nezdůvodní jejich řešení. Vytvořila rovnici v kombinaci, beran (6) + beran (6) + beran (6) + 1 = 16. Poslední rovnici vymyslela Radka. V hodinách matematiky bývá hodně nesoustředěná, rychle vypočítá výsledek a netrpělivě ho chce před třídou prezentovat. Často bývá se svou učitelkou v opozici. Třetí rovnici poskládala ve tvaru 4 + pes (4) + pes (4) + pes (4) + 1 = 16. Horlivá diskuse provázela sestavení poslední rovnice, která ověřuje správný výsledek matematické úlohy z učebnice. Dívky pro své vrstevníky postavili rovnici ve znění 5 + 5 + beran (5) + 1 = 16. V rámci kompletního matematického rozvoje jsem dívkám umožnila vložit své nápady do experimentu, který vznikl propojením matematiky a robotiky.

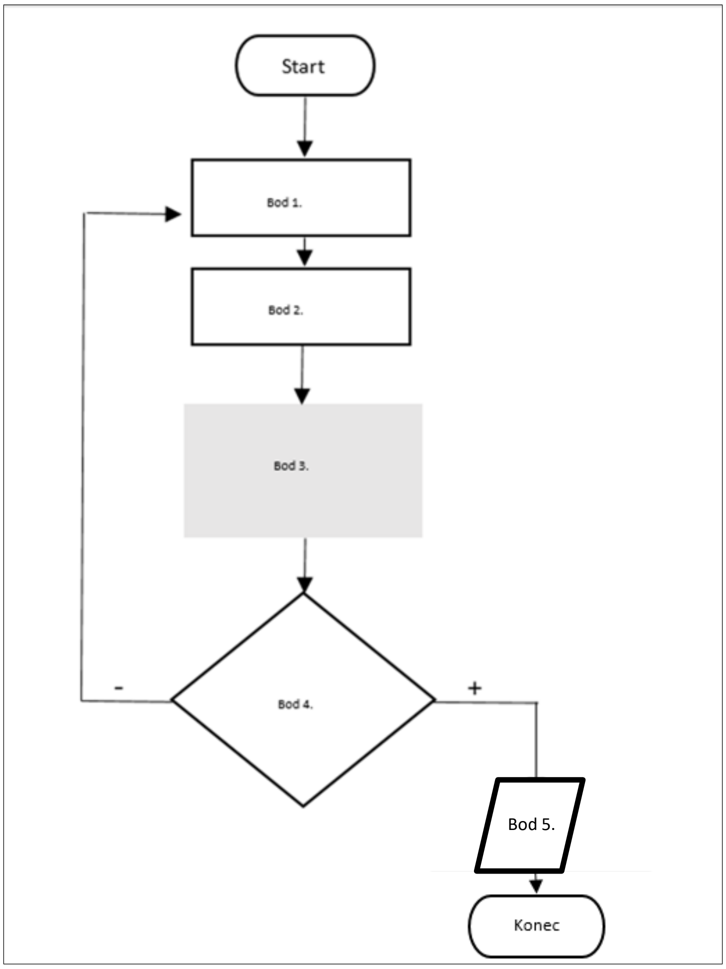


Fotografie 11: Příprava pracovního listu

Posloupnost příkazů s podmínkou

1. Porovnej pravou a levou stranu rovnice.
2. Naprogramuj Ozobota k té správné.
3. Spusť Ozobota.
4. Jestliže Ozobot dojede k rovnici, která není stejná jako výsledek úlohy z matematiky, pak se vrať na začátek a postup opakuj.
5. Jestliže jsi Ozobot dojel ke správné rovnici. Jsi v cíli. Úloha jsi splnil/a.

Při ověřování správného výsledku mohli žáci lépe identifikovat důležité vztahy daných částí rovnice. V hodině matematiky žáci řešili úlohu izolovaně. Struktura postupu se jim znovuobjevila při řešení modifikovaného zadání. Při pohledu na ostatní rovnice se žákům podstatné znaky seskupily, a tím došlo k prohloubení dosavadního poznání.



Fotografie 12: Algoritmus v diagramu

Modelová úloha

Průběh řešení

Před programováním si žáci vytvořili skupiny, v nichž byli zvyklí pracovat. Diskuse k vyhodnocení správného výsledku je důležitá. Konkrétní soudy vznikají na základě zobecnění, současně však generují schopnosti přemýšlet o rovnici jako o schématu s určitými pravidly.

1. *Porovnej pravou a levou stranu rovnice.*

Ve skupinách žáci třídili jednu rovnici za druhou, než se jim podařilo najít tu správnou.

<u>První rovnice</u> myš (1) + myš (1) + 1+ 1 ≠ 16

<u>Druhá rovnice</u> beran (6) + beran (6) + beran (6) + 1 ≠ 16

<u>Třetí rovnice</u> 4 + pes (4) + pes (4) + 1 ≠ 16

<u>Čtvrtá rovnice</u> 5 + 5 + koza (5) + 1 = 16

2. *Naprogramuj Ozobota k té správné rovnici, ve které se levá strana rovná té pravé.*

Žáci naprogramovali trasu Ozobotovi k té správné rovnici. Někteří si ji označili. Každý ze žáků pracoval na svém pracovním listě. Kamil se mýlil v kódech už na začátku trasy. Při ověření si všiml, že Ozobot zrychlil, i když se mohl zastavit na první křižovatce. Jeho plán vyšel.

3. *Spusť Ozobota.*

Po řádné kalibraci žáci pustili Ozobota na trasu a pozorovali jeho jízdu k výsledné rovnici.

4. *Jestliže Ozobot dojede k rovnici, která není stejná jako výsledek úlohy z matematiky, pak se vrať na začátek a postup opakuj.*

Analýzou na začátku programování se žákům podařilo úspěšně identifikovat výslednou stavbu. Každý ze žáků zvolil správné kódy, které vložil do prázdných políček. Na první křižovatce dostal Ozobot příkaz *„Jeď rovně*.“ Následoval dvakrát kód *„Zahni vlevo*.“

Obrázek 15: Kódy k programování (OzoCodes, 2021)

5. *Jestliže Ti Ozobot dojel ke správné rovnici. Jsi v cíli. Úloha jsi splnil/a.*

Úlohu splnili všichni. Ověřili výsledek pomocí algoritmického postupu. Žákům se potvrdilo správné řešení. Pracovní list byl založen do celkového portfolia žáků.

Fotografie 13: Diskuse žáků k výsledkům

Technické parametry pracovního listu

Trasu pro Ozobota jsem vytvořila ve spolupráci s Radkou, Milenou a Emou. Pracovní list s trasou doplnily svými schématy rovnic. V konečné fázi měl Ozobot dojet k výsledné rovnici. Na poslední křižovatce se Ozobot mohl rozhodnout, jakým směrem pojede. Zajímalo je, kolikrát pojede nalevo a napravo. Při této fázi jsem si uvědomila, jak motivující jsou zdánlivě nedůležité prvky, které do trasy mohou být vložené.

Možná úskalí při programování

Rozhovor na téma potíže při programování proběhl v rámci tvoření pracovního listu. Dívky si byly jisté, že by mohli žáci chybovat v kódech směru *„Jeď doprava“* a *„Jeď doleva.“*

Kódy vypadají jinak, proto vyloučily možnost mýlky v barevné kombinaci při vybarvování. Další nástrahy vyloučily.

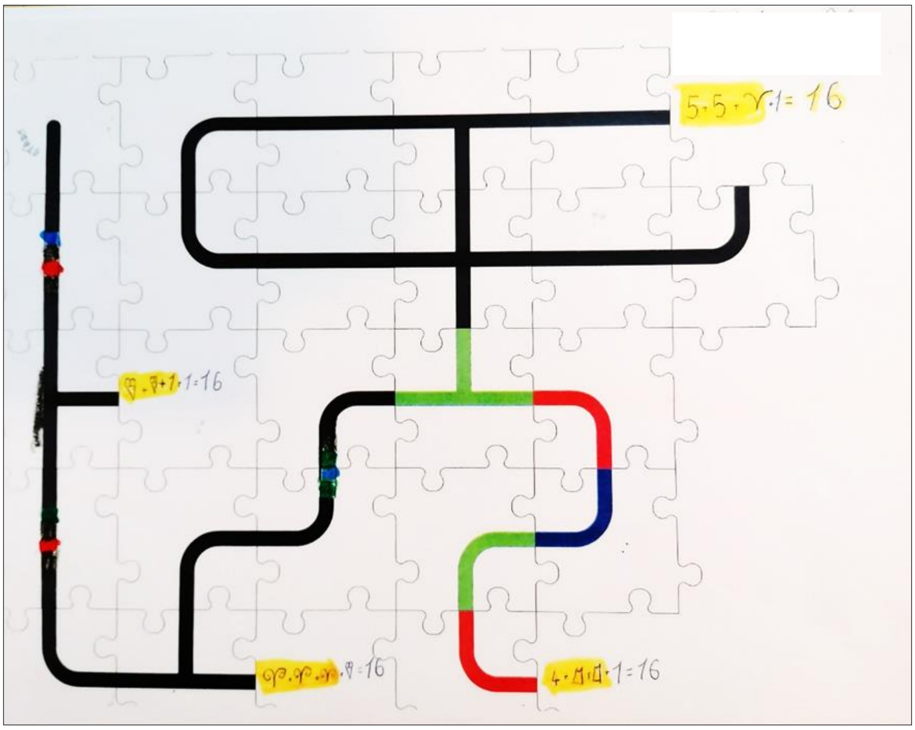
Činnosti	Řešitelé	Správně řešili	Řešili s chybami
1. Porovnej pravou a levou stranu rovnice.	17	17	0
2. Naprogramuj Ozobota k té správné rovnici.	17	17	0
3. Spusť Ozobota	14	14	3 (nekalibrovali)
4. Jestliže Ozobot dojede k rovnici, která není stejná jako výsledek úlohy z matematiky, pak se vrať na začátek a postup opakuj.	17	17	0
5. Jestliže jsi Ozobot dojel ke správné rovnici. Jsi v cíli. Úloha jsi splnil/a.	17	17	0

Tabulka 9: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé

Libor

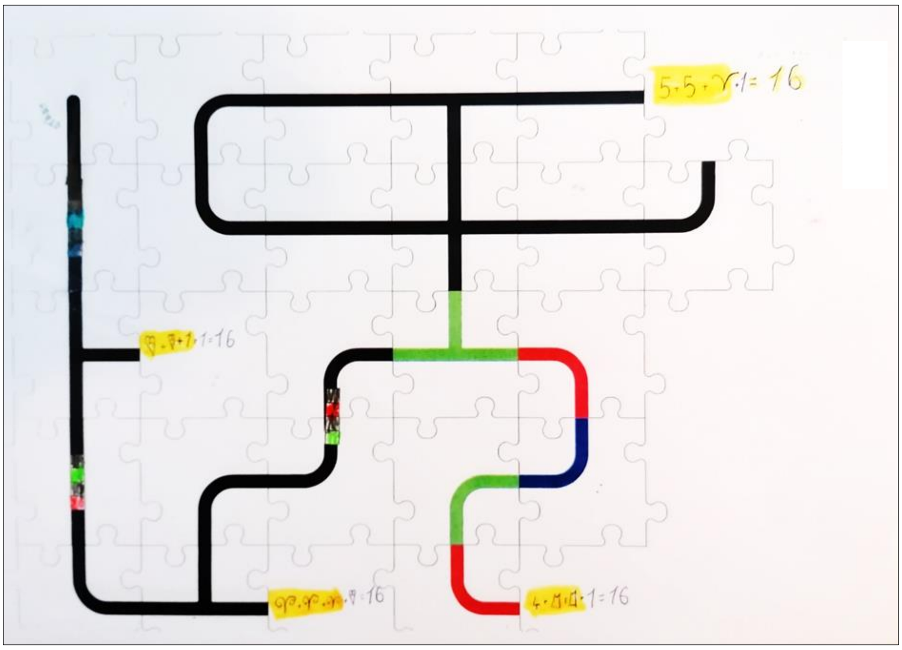
V hodině matematiky se projevoval jako Libor zdatný řešitel. Zvolil si efektivní strategii a kreativně si počínal i dále. Rovnice vytřídil téměř okamžitě. Do sešitu si převedl všechny zvířecí ikony do čísel, z důvodu rychlejšího sečtení. Vyhodnotil správnou rovnici v pravém horním rohu. Programování však změnil. Na poslední křižovatku vložil kód jiný, Ozobota naprogramoval kódem *„Skok rovně mimo dráhu*.“ Představil si jeho chování a alternativu použil. Jeho strategie byla správná a Ozobot přijel k výsledné rovnici. V modifikovaném prostředí se projevil kreativně, učební situace nebyla zcela striktně zadána a pokusil se vložit zajímavý trik, který ukázal ostatním spolužákům. Nadšení sdílel v hodnotícím kruhu.



Fotografie 14: Pracovní list řešitele Libora

Filip

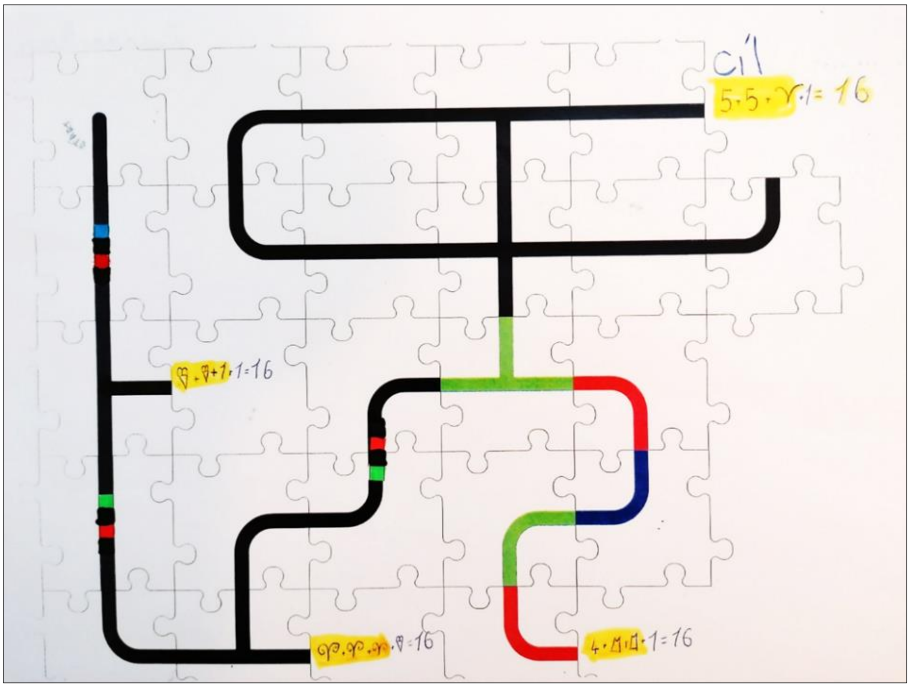
Podobné chování jako u Libora jsem zaznamenala u Filipa. Při řešení rovnic nebyl zcela samostatný, a proto zvýšil své úsilí ve fázi modifikační. Pamatoval na úskalí s ikonami, proto postupoval strategicky a zvolil převod ikon do čísel. Sestavil čtyři rovnice a vyhodnocoval, která z nich je správná. Podařilo se mu vyhodnotit rovnici vpravo nahoře v pracovním listu. Snažil se co nejrychleji naplánovat trasu pro Ozobota, aby svůj nápad ukázal jako Libor. Kreativní přístup spolužáka ho motivoval. Před první křižovatkou vložil kód *„Rychle."* Každý očekával, že Ozobot pojede rychle a u první křižovatky nebude vědět, jak se má rozhodnout. Kód rychle Ozobotovi umožnil křižovatku přejet, patrně neměl dlouhou vzdálenost, protože při běžné jízdě by se mohl rozhodnout jinak a zabočit doleva. Jirkova strategie byla potvrzena a správná. V hodnotícím kruhu Jirka představil svou realizovanou myšlenku.



Fotografie 15: Pracovní list řešitele Filipa

Ela

Při řešení rovnice v matematické části úlohy si Ela vytvořila schéma s ikonami. Postupným vylučováním řešení našla. V modifikované části zvolila ten samý postup a schéma sestavila z rovnic, které byly v pracovním listě připraveny. Jakmile měla správnou rovnici identifikovanou, naprogramovala trasu. Správný výsledek si označila slovem CÍL.



Fotografie 16: Pracovní list řešitelky Ely

Reflektování a evaluace vlastní práce

V rámci skupiny

Žáci po vypracování pracovního listu hodnotili průběh druhé části hodiny. Navzájem si položili připravené otázky. Volná diskuse po zodpovězení položených otázek mi ukázala, co každý žák zvlášť řešil. V menší skupině se podařilo žákům uvědomit, které pasáže jejich práce byly důležité. Filip s Liborem ukázali své strategie svým kamarádům, spolužákům, ti jejich nadšení opětovali. V této fázi mohou žáci mezi sebou porovnávat svoji strategii s druhými. Uvědomují si obtížnost úlohy a zároveň uvědomují, co si z učiva osvojili.

Kontrolní otázky:

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl výsledek naší práce správný?

Evaluace v hodnotícím kruhu

Hodnotící kruh probíhal v zadní části třídy. Řídila jsem pořadí jednotlivých odpovědí, kladla jsem důraz na logické uspořádání myšlenek. Vytvořila jsem žákům schéma čtyř otázek, na něž písemně odpověděli. Své odpovědi potom přečetli. Při prezentaci se jim vybavil průběh celé hodiny. Obě části hodiny byly pro žáky zajímavé.

2.4.2 Shrnutí

Úlohu jsem si vybrala se záměrem umožnit žákům pochopit širší souvislosti a vztahy v rovnicích. Hravé prostředí dědy Lesoně přineslo řadu kreativních momentů. Někteří žáci rozšířili své představy o možnostech řešení. Některým se podařilo úlohu lépe pochopit. Na začátku řešení rozpoznali podstatné části rovnice, mohli pak pokračovat dál a odhalovat ekvivalentní úpravy. Každý žák uchopil řešení rovnice svým způsobem. Algoritmický postup je nesvazoval, ale zkušenost z předchozích úloh jim umožnil dospět k tvořivému řešení.

V modelové úloze mohli žáci objevit důkaz jejich usuzování z předchozí části. Nadané spolužačky z paralelní třídy se do procesu počítání zapojily a společně s mými nápady vznikl pracovní list, v němž byla trasa pro robotickou pomůcku Ozobota. V kódování někteří žáci ukázali, jak je možné kreativně uchopit připravenou trasu.

2.5 ÚLOHA S TROJÚHELNÍKY A

V úloze žáci budou poznávat souměrné a jednoduché tvary a počítat jejich obvody. Zpočátku určí útvary, přiřadí jim dané geometrické pojmy. Pro usnadnění edukačního procesu je geometrie propojená s didaktickými pomůckami. Žáci sestaví geometrické útvary z dřívek. S dřívky manipulují už od prvního ročníku. V tomto případě je zařazení dřívek záměrné, protože součet dřívek je roven obvodu trojúhelníku.

Žákům jsou v úloze představeny tři typy trojúhelníků. Rovnoramenný je popisován jako trojúhelník, který má dvě strany stejně dlouhé a třetí různou. Vyobrazeny jsou takové, které mají ramena delší nebo kratší než základu. Činnosti modelování úlohy jsou spojeny s přiřazováním pojmů k danému trojúhelníku. Žáci pojmenují postranní strany jako ramena a třetí stranu, se kterou ramena sousedí, označí za základnu. Dalším typem trojúhelníku je trojúhelník rovnostranný. Při modelování rovnostranného trojúhelníku si žáci připraví stejný počet dřívek na každou stranu. Přiřadí pojmy strana a jeho název. Posledním vyobrazeným typem je trojúhelník různostranný. Základní vlastnosti vyvozují obdobně jako u předchozích typů trojúhelníků, strany jsou různě dlouhé.

Obvod trojúhelníku je představený na konci tohoto rozpoznávání. Jakmile žáci určí počty dřívek v každé straně, mohou je sečíst a tím vypočítají obvod každého z nich. Algoritmický postup k vyvození obvodu trojúhelníku je jim srozumitelný.

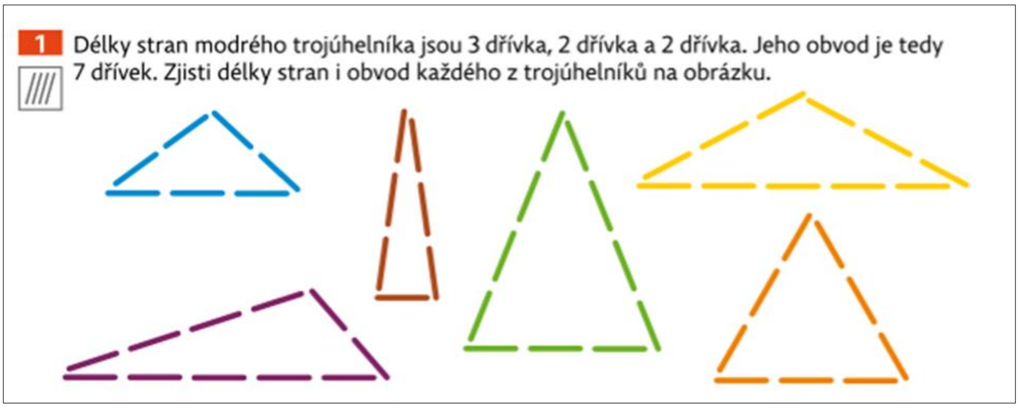
Fyzickou aktivitou žáci rozlišují trojúhelníky od sebe a s přesností bez měření určují jejich obvody. Pro tyto postupy práce jim pomůže evidence získaných poznatků. Evidencí získaných dat ověří svůj úsudek a zapamatují si algoritmický postup. Jestliže má trojúhelník jednu stranu stejně dlouhou jako druhou, pak třetí může být kratší delší nebo stejná. Jestliže je delší nebo kratší, jedná se o rovnoramenný trojúhelník. Je-li třetí strana stejně dlouhá, jedná se o rovnostranný. Posledním trojúhelníkem v algoritmickém postupu vyvozují různostranný, který má všechny strany jinak dlouhé.

Metodický postup

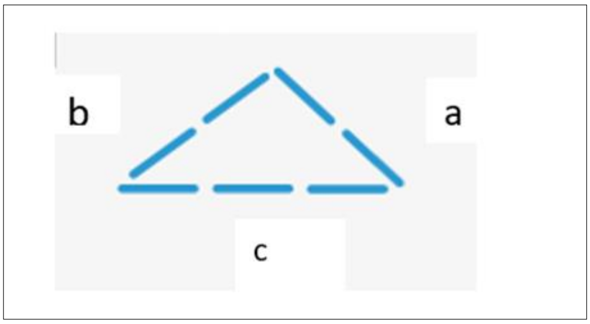
Předpokládám, že žáci uchopí úlohu podle zadání doporučeným způsobem. Naznačený algoritmus použijí i v dalších případech. První vymodelují modrý trojúhelník. Určí délku první strany a vyjádří počet dřívek číslicí. Pro snadnější monitorování změn v délce a počtu dřívek u obvodů, mohou využít evidenci v tabulce. Žákům doporučím vytvořit si tabulku, do které si zapíší zjištěná data.

Matematika: pro 4. ročník základní školy[28]

Úloha na str. 48/1



Obrázek 16: Zobrazení trojúhelníků z dřívek (HEJNÝ, 2010)



Obrázek 17: Rovnoramenný trojúhelník (HEJNÝ, 2010)

Jde o první setkání s trojúhelníky, kdy jsou nově zavedeny pojmy rovnoramenný, rovnostranný, různostranný. Ze zadání vyplývá, že si žáci mohou pomoci naučit rozlišovat jednotlivé typy trojúhelníků od sebe pomocí tabulky. Evidenční tabulku jsme se žáky vytvořili před zahájením vlastního poznání.

Trojúhelník (barva)	**Délka strany trojúhelníku (počet dřívek)**				**Obvod (počet dřívek**
	strana a	strana b	strana c	Trojúhelník nazýváme	

[28] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

modrý	2	2	3	rovnoramenný	7
fialový	2	4	5	různostranný	11
hnědý	3	3	1	rovnoramenný	7
zelený	4	4	3	rovnoramenný	11
žlutý	3	3	5	rovnoramenný	11
oranžový	3	3	3	rovnostranný	9

Tabulka 10: Typy trojúhelníků a jejich obvody

Během sestavování tabulky si žáci museli uvědomit shodné vlastnosti trojúhelníků. Princip vymezování jsem jim usnadnila nákresem a popisem jednotlivých stran. Stále jsem se odkazovala na zadání, z něhož vyplývaly jednotlivé kategorie. Jestliže bych bez počátečního vhledu do problému po žácích vyžadovala okamžité vypracování úlohy, aniž bych si ověřila, že instrukcím rozumí, patrně by proces řešení nebyl tak efektivní.

Na konci hodiny v rámci diskuse byly reflektovány dílčí úspěchy. I když žáci pracovali samostatně, většina z nich vyřešila úlohu správně. Pět žáků se mýlilo v názvosloví. Zaměnili pojem rovnoramenný za rovnostranný trojúhelník. Soustředili se na přesné zanášení dat do evidenční tabulky a méně na rozlišování trojúhelníků podle daných vlastnosti. Ve skupině chybujících byli žáci se specifickými poruchami učení. Ti potřebovali více času k procvičení a osvojení si nových pojmů. I tak jsem si dovolila modifikovat tuto úlohu do známého prostředí SOVA.

Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	9	5	3
Dívky	7	5	2

Tabulka 11: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé

Lenka

Koncentrace Lenky při vypracování úlohy nebyla ničím narušená. Stejně ale chybně označila trojúhelník rovnoramenný za rovnostranný. Šlo o mylné zařazení vstupních informací, proto si tuto chybu uvědomila, jakmile začala reflektovat svou práci. Vzpomněla si, že si nezapamatovala informaci, že v případě rovnoramenného trojúhelníku se jmenují jeho strany ramena a třetí strana je základna. V diskuzi přemýšlela o problému nahlas, v tom jí pomohlo vrátit se na začátek. Právě pro tyto účely modifikovala zadání do prostředí hry SOVA. Hra SOVA rozvíjí schopnosti při hledání účinné strategie.

Antonín

Antonín oproti Lence s pozorností potíže měl. Rozlišil správně jednotlivé strany, určil přesný počet dřívek a správně zapsal do tabulky. Potíže měl v jejich pojmenování. K chybnému vybavování pojmů bude docházet i ve fázi modifikované. Antonín bude na položené otázky odpovídat ano a ne a tím si ověří svůj úsudek. Při řešení úlohy je důležité umět formulovat postup, uvědomovat si vzájemné vztahy a souvislosti, vyhledávat podstatné informace. Výrazně mu pomohla dřívka. Postavil si dané trojúhelníky a pojmy si několikrát zopakoval. Při počítání obvodu žádné problémy neměl.

Leontýna

Leontýně vyšlo řešení na základě porovnávání jednotlivých stran. Zvolila si postup podle sloupců z tabulky. Nejprve určila počty jednotlivých stran v trojúhelníku a zapsala do kolonky. Jakmile zapsala délky stran, rozhodla, o jaký typ trojúhelníku se jedná. V poslední fázi spočítala celkový počet dřívek v daném útvaru. V závěru řešení si vytvořila žebříček hodnot a zaevidovaná data do nich přenesla. První místo zaujímal trojúhelník, který měl největší počet dřívek v obvodu jedenáct. Zjistila, že těchto trojúhelníků bylo nejvíce, následoval pouze jeden, který měl devět dřívek, dva zbývající měly sedm dřívek. Z těchto údajů vyvodila další souvislosti. Z tabulky vyčetla, že jedenáct a sedm dřívek v obvodu mají rovnoramenné trojúhelníky vyváženě, dva jedenáct a dva sedm.

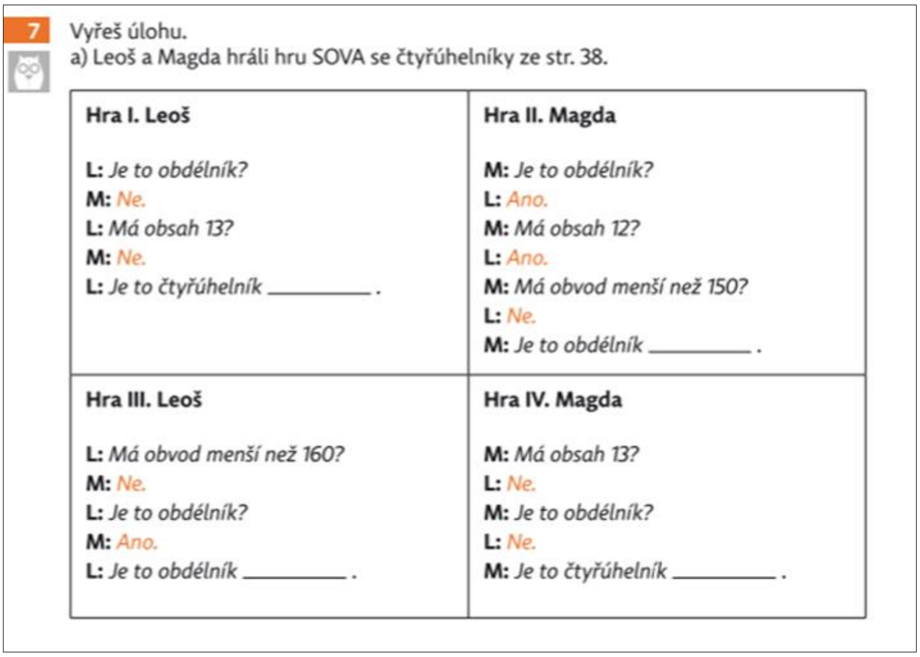
2.5.1 MODIFIKACE ZADÁNÍ

Zadání v učebnici jsem přetvořila do hry SOVA a ověřování výsledku zabudovala do prostředí trasy pro Ozobota. Využila jsem podnětnou didaktickou hru k rozvoji algoritmického a logického myšlení. Modifikace tkví v dotazování ANO/NE. Didaktickou hru žáci znají od 1. ročníku.

Žáci hledali daný předmět v množině objektů a vybírali jej podle vlastností. Otázky ve hře nesmí mířit přímo na daný předmět, spíše míří na jeho vlastnosti. Podstatou hry je výběr geometrických útvarů podle vlastností, čísel či dalších parametrů.

Uchopila jsem dva pojmy z probrané geometrie a vložila do úlohy. Sestavila jsem ji tak, aby v ní žáci ověřili svůj úsudek. V úloze hrají spolu dva žáci Leoš a Magda, proto v další části hodiny jsem žáky rozdělila do dvojic. Ve dvojicích si určili role, jeden z dvojice představoval Leoše a druhý Magdu. Po dramatizaci zapsali svou odpověď. Podle přiloženého algoritmu mohli pokračovat a programovat. Hru hráli ve dvojicích, proto podstatné kódy pro Ozobota budou také dva. Kód pirueta a tornádo. Ozobot reaguje svým chováním na správný úsudek ze hry SOVA.

Úlohu jsem zpracovala podle zadání z pracovního sešitu 4 na str.39/7.



7 Vyřeš úlohu.
a) Leoš a Magda hráli hru SOVA se čtyřúhelníky ze str. 38.

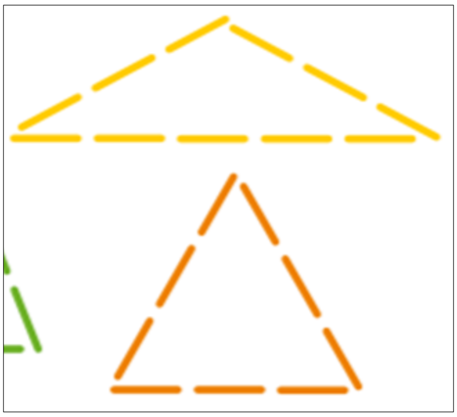
Hra I. Leoš **L:** *Je to obdélník?* **M:** *Ne.* **L:** *Má obsah 13?* **M:** *Ne.* **L:** *Je to čtyřúhelník* ________ .	**Hra II. Magda** **M:** *Je to obdélník?* **L:** *Ano.* **M:** *Má obsah 12?* **L:** *Ano.* **M:** *Má obvod menší než 150?* **L:** *Ne.* **M:** *Je to obdélník* ________ .
Hra III. Leoš **L:** *Má obvod menší než 160?* **M:** *Ne.* **L:** *Je to obdélník?* **M:** *Ano.* **L:** *Je to obdélník* ________ .	**Hra IV. Magda** **M:** *Má obsah 13?* **L:** *Ne.* **M:** *Je to obdélník?* **L:** *Ne.* **M:** *Je to čtyřúhelník* ________ .

Obrázek 18: Hra SOVA (HEJNÝ, 2010)

Strategie řešení

Trojúhelník (barva)	**Délka strany trojúhelníku (počet dřívek)**				**Obvod (počet dřívek**
	strana a	**strana b**	**strana c**	**Trojúhelník nazýváme**	
modrý	2	2	3	rovnoramenný	7
fialový	2	4	5	různostranný	11
hnědý	3	3	1	rovnoramenný	7
zelený	4	4	3	rovnoramenný	11
žlutý	3	3	5	rovnoramenný	11 (pro trasu A)
oranžový	3	3	3	rovnostranný	9 (pro trasu B)

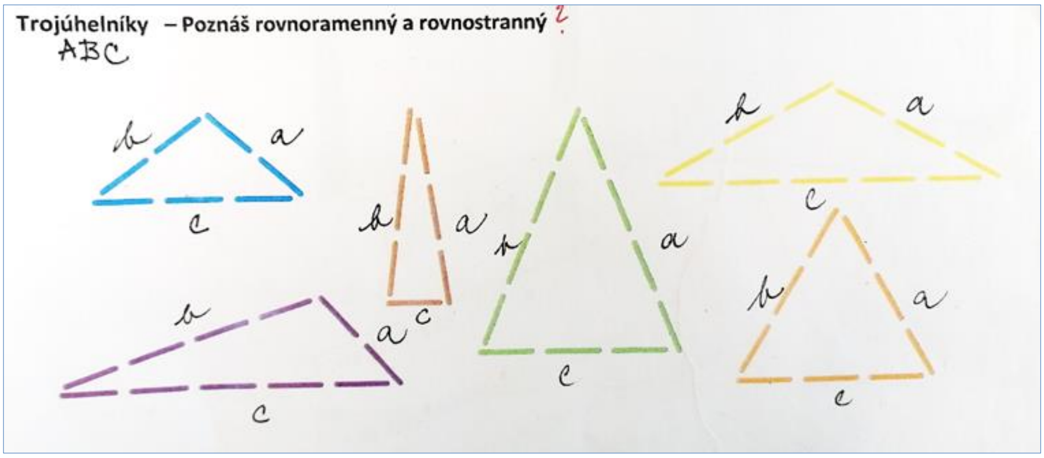
Tabulka 12: Evidence trojúhelníků



rovnoramenný trojúhelník (HEJNÝ, 2010)

rovnostranný trojúhelník[29]

Obrázek 19: Trojúhelníky (HEJNÝ, 2010)



Obrázek 20: Typy trojúhelníků (HEJNÝ, 2010)

[29] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Úloha A

Vložte předepsané kódy podle těchto kroků…

Leoš a Magda hráli hru SOVA s trojúhelníky z učebnice matematiky. Zahrajte si s nimi a nakódujte trasu pro Ozobota.

Hra I. – Myslím na trojúhelník z obrázku. (viz učebnice)[30]
L: Má obvod trojúhelníku více než 9 dřívek?
M: Ano.
L: Má strana c více dřívek než strana a?
M: Ano.
L: Má strana c více dřívek než strana b?
M: Ano.
L: Má strana a stejně dřívek jako strana b?
M: Ano.
L: Je to rovnoramenný trojúhelník.
M: odpověď ověř u paní učitelky.

Pokyny pro Ozobota:

START – PIRUETA - TORNÁDO – CÍL

Obrázek 21: Kódy pro Ozobota (OzoCodes, 2021)

[30] HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Hra SOVA

Otázka	**Odpověď**	**Trojúhelník z obrázku**
L: Má obvod trojúhelníku více než 9 dřívek?	M: Ano.	fialový, zelený, žlutý
L: Má strana c více dřívek než strana a?	M: Ano.	žlutý, fialový
L: Má strana c více dřívek než strana b?	M: Ano.	žlutý, fialový
L: Má strana a stejný počet dřívek jako strana b?	M: Ano.	žlutý
L: Je to rovnoramenný trojúhelník.	M: odpověď ověř u paní učitelky.	žlutý rovnoramenný

Trojúhelník (barva)	**Délka strany trojúhelníku (počet dřívek)**				**Obvod (počet dřívek**
	strana a	**strana b**	**strana c**	**Trojúhelník nazýváme**	
modrý	2	2	3	rovnoramenný	7
fialový	2	4	5	různostranný	11
hnědý	3	3	1	rovnoramenný	7
zelený	4	4	3	rovnoramenný	11
žlutý	3	3	5	rovnoramenný	11 (pro trasu A)
oranžový	3	3	3	rovnostranný	9 (pro trasu B)

Tabulka 13: Evidence trojúhelníků

Posloupnost příkazů s podmínkou

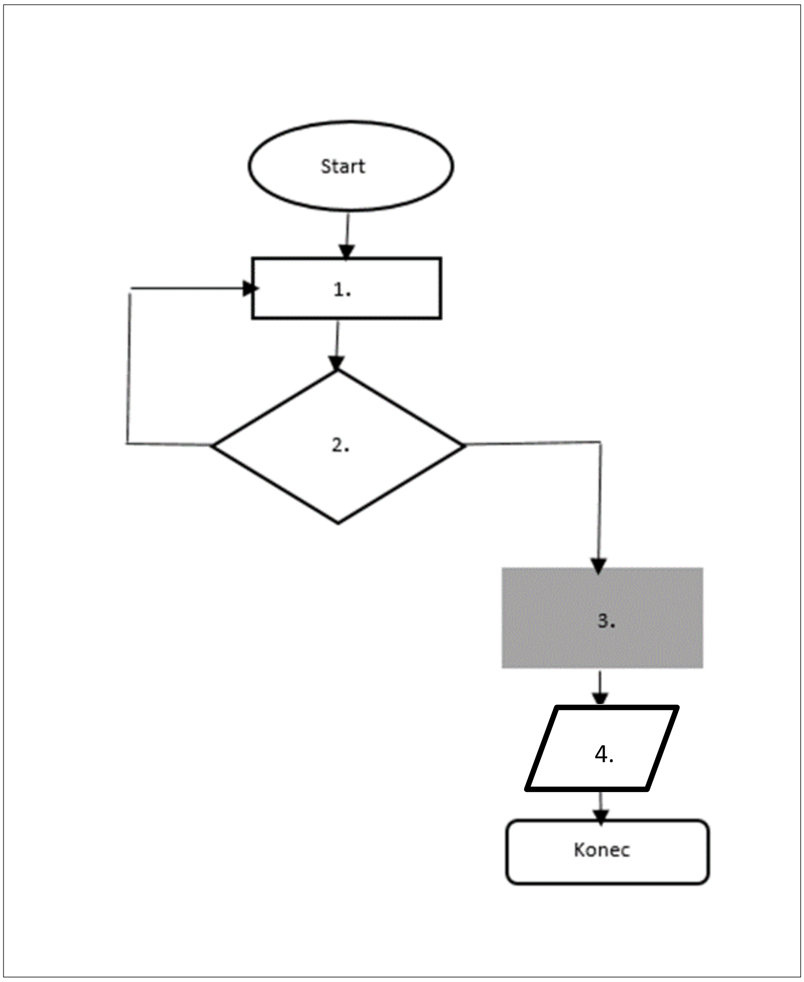
1. Zahraj si hru a výsledek ověř u paní učitelky.

2. Jestliže jsi správně odpověděl/a. Pokračuj. Zadej kódy podle pokynů učitelky.

Jestliže Tvá odpověď zněla jinak. Hru si hraj znovu.

3. Spusť Ozobota.

4. Ozobot se zachoval podle pokynů. Jsi u cíle.



Obrázek 22: Algoritmus v diagramu

Průběh řešení

V experimentu věnuji pozornost rozvoji algoritmického myšlení a současně pozoruji, jakým způsobem zasahuji do strategií, které žáci vymyslí. Algoritmický postup vyzkoušejí na Ozobotovi. Chování Ozobota v prostředí trasy ukáže správné kroky, které vedou od začátku k cíli a navíc ověřují správný úsudek. Pokud žáci správně usoudí, že výsledek je rovnoramenný trojúhelník, pak naprogramují trasu ve znění tornádo - pirueta.

Na zadní stranu tabule jsem umístila ceduli s obrázkem rovnoramenného trojúhelníku v provedení jako v učebnici a u něho přiložený pokyn kódů. V případě chybného úsudku se žákům Ozobot zachová jinak, proto vyhledají chybu a celý postup opakují od začátku. K celému procesu je potřebná učitelova dovednost klást otázky. Jestliže se mi podaří nasměrovat žáky ke správnému výsledku, pak jejich optimalizace v řešení bude v dalších úlohách úspěšnější.

Prostřednictvím experimentu jsem sledovala složitější strukturu algoritmů, které proběhly v rámci komunikačního procesu. Ve hře SOVA jde o obsáhlejší algoritmy myšlení. Hráč, který se ptá, zároveň vyvozuje odpověď. Druhý, který odpovídá, vytváří v komunikaci řetězce uzlů, majících povahu sémantických entit. Na těchto základech hráč, který se ptá, zařazuje získané informace do souvislostí a uzavírá je v odpověď. Otázky ve hře vystihují podstatné prvky trojúhelníku. Žáci se rozdělili do dvojic. Před prací jsem věnovala čas k přípravě algoritmického postupu. Se žáky jsem diskutovala o postupu, který jsme zapisovali na tabuli. Hlavní podmínku jsme zkoumali podrobněji.

1. ***Zahraj si hru a výsledek ověř u paní učitelky**.*

Ve dvojicích žáci sehráli hru podle pravidel. Ve hře SOVA jeden žák pokládal otázky druhému v logickém sledu. Otázka byla položena přímo k objektu a obsahovala podstatné pojmy z geometrie. Žák měl na konci rozhovoru pojmenovat geometrický útvar. Prostřednictvím této hry žáci kultivovali svůj komunikační projev, používali geometrické pojmy vztahující se k trojúhelníkům. V případě nedorozumění si žáci o problémech, které se jim v rozhovoru objevily, rozvedli diskuzi. K tomuto bodu jsem vyčlenila o něco více času. Trojúhelník správně rozlišilo šest dvojic z šestnácti. Žáci ve zbylých dvojicích zaměnili typy trojúhelníků.

2. ***Jestliže jsi správně odpověděl/a. Pokračuj. Zadej kódy podle pokynů učitelky.***

***Jestliže Tvá odpověď zněla jinak. Hru si hraj znovu**.*

V druhém kroku si žáci vyžádali kódy k programování. Obdrželi je na základě správného určení. V opačném případě museli hru zopakovat. Tentokrát jsem při rozhovoru asistovala. Všimla jsem si, že byl mylně označen rovnoramenný za rovnostranný. Proto jsem žáky vedla k vyvození správného úsudku. Jestliže má strana a, stejně dlouhou stranu jako b, pak strana c u rovnoramenného trojúhelníku má stranu delší nebo kratší. Jakmile si obě skupiny byly jisté, mohli kódovat.

3. ***Spusť Ozobota**.*

Žáci si připravili robota ke startu. Po zkušenostech z předchozích hodin matematiky a robotiky věděli, že jej musí kalibrovat, potom pustit na dráhu. Kódy správně na trasu nabarvili a sledovali, jak se Ozobot chová. V algoritmickém postupu si byli jisti úspěšného dokončení úlohy.

Efektivnost v řešení kombinované úlohy ovlivnil algoritmický postup. Svou práci dokončilo se správným výsledkem všech šestnáct žáků. Pouze čtyři mylně označili typ trojúhelníku. Při ověřování problém odhalili a v postupu přirozeně opravili. Práce s chybou byla vedena přes opakování. Opakování již známého postupu pomohlo žákům k přenosu správné informace. Při osvojování nového učiva v geometrii mohlo dojít k chybnému transferu pojmu rovnoramenný trojúhelník za rovnostranný. Ozobot se zachoval podle pokynů, žáci pak viděli chybu a mohli ji opravit.

Technické parametry pracovního listu

Trasa byla jednoduše sestavena, protože obtížnější část úlohy zaujímala diskuse nad typem trojúhelníku. Žáci měli zadané kódy naprogramovat v určitém pořadí. Při programování už nedošlo k žádné mýlce, i když kódy měly stejnou barevnou škálu, však jiné uspořádání. Rozdíly ve dvojicích kódů vedli žáky k uvědomění si odlišností ve tvarech a pojmenování. Rovnoramenný trojúhelník byl naprogramován kódy tornádo, pirueta. Rovnostranný kódy pirueta, tornádo.

Možná úskalí při programování

Při programování se žákům mohlo stát, že políčko kódu vybarvily nevhodnou barvou. Sytější nebo jinak barevnou, než je určená k programování. Tento případ se ale v úloze nestal. Žáci mohli zaměnit barevné pořadí barev. Tornádo a pirueta jsou k sobě barevně inverzní. Žáci nemuseli opravovat kód. Správně kódy na trasu nanesli.

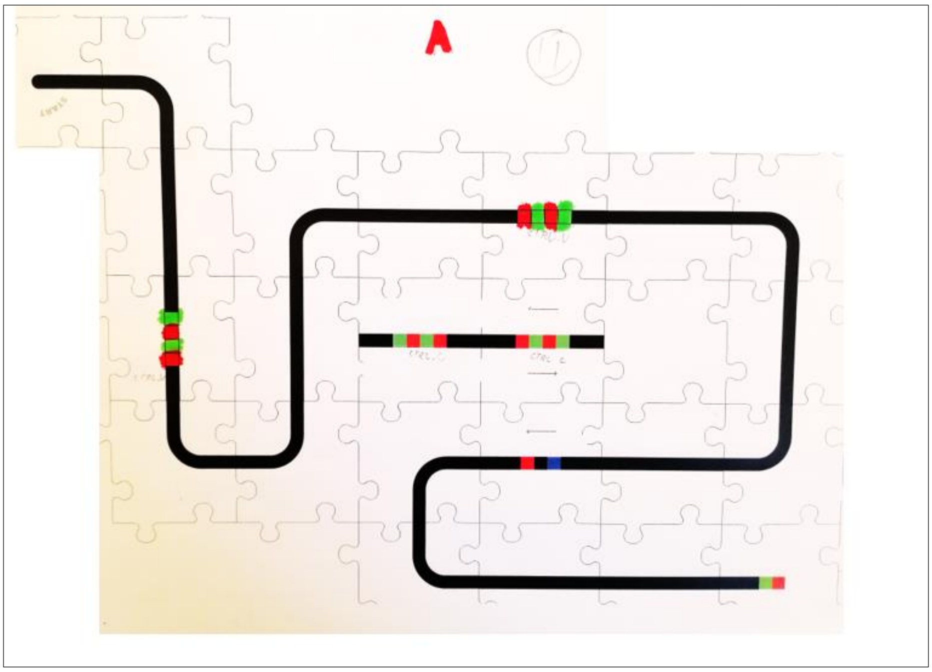
Činnosti	Řešitelé	Správně řešili	Řešili s chybami
1. Zahraj si hru a výsledek ověř u paní učitelky	16	12	4
2. Jestliže jsi správně odpověděl/a. Pokračuj. Jestliže Tvá odpověď zněla jinak. Hru si hraj znovu.	16	12	4
3. Spusť Ozobota	16	16	0
4. Ozobot se zachoval podle pokynů. Jsi u cíle.	16	16	0

Tabulka 14: Výsledky z řešení

Vybraní řešitelé

Milena a Jarmila

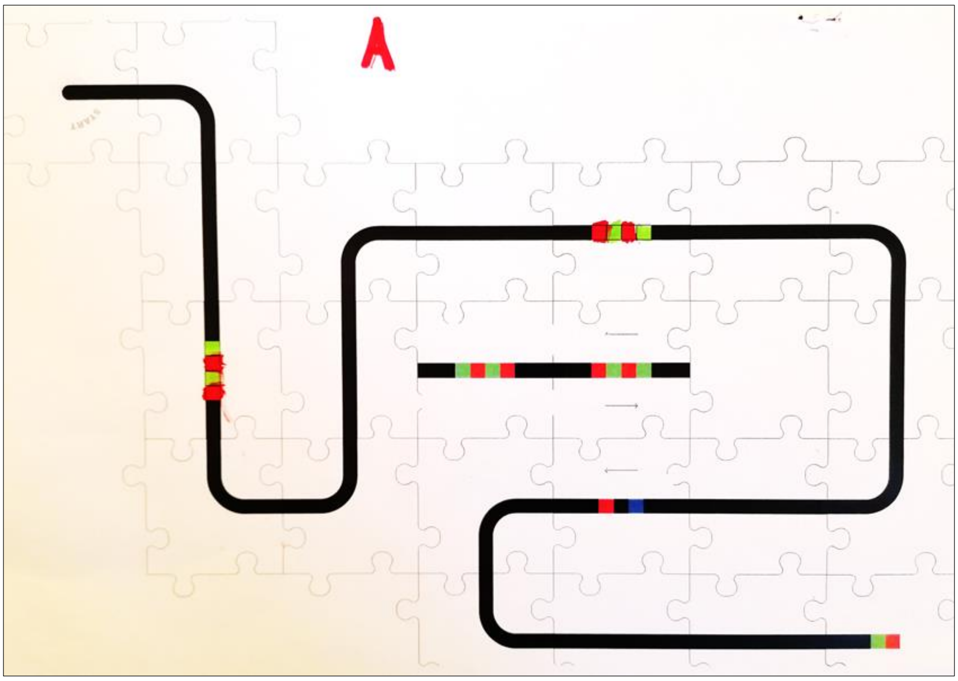
Hru děvčata sehrála podle pravidel. Otázky pokládala Milena a Jarmila odpovídala. Ještě před tím, než Jarmila typ trojúhelníku označila, ověřila si svůj úsudek z obrázku v učebnici. Celý proces tedy děvčata absolvovala znovu. Jarmila s každou otázkou vyčlenila trojúhelník, který se jí do kritérií nehodil. Nakonec správně určila barvu trojúhelníku. Typ nikoli. Označila žlutý za rovnostranný, proto děvčata hrála hru znova. Vložila jsem se do hry a vyčlenila jsem jí různostranný a rovnostranný trojúhelník. Potom si podstatných znaků všimla a opravila se. Úspěšně úlohu dokončily. Vizualizace problému Jarmile pomohla.



Fotografie 17: Pracovní list řešitelek Mileny a Jarmily

Klára a Bára

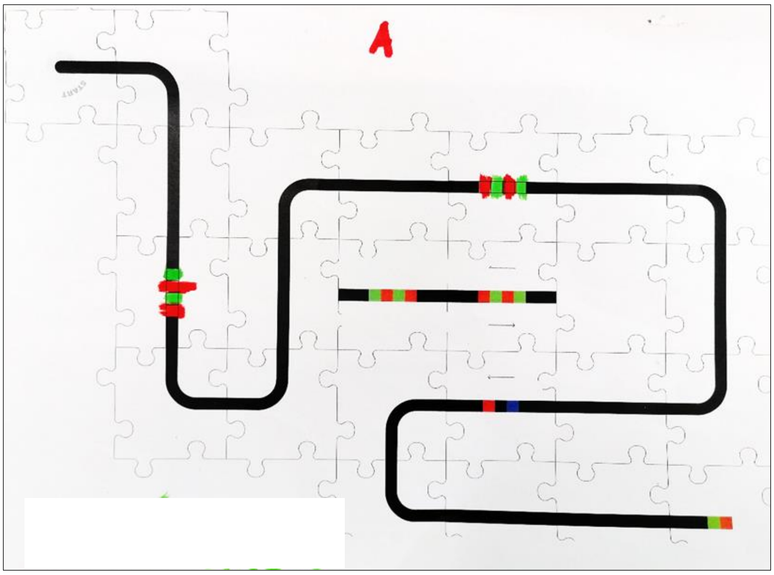
V modelové úloze děvčata řešila vše okamžitě bez viditelných potíží. Algoritmický postup jim byl zcela jasný. Ve hře se Klára a Bára řídily danými pravidly. Před započetím práce si rozdělily role a jednotlivé kroky, které učinily, ihned okomentovaly. V diskusi se dohodly, že jedna druhou budou kontrolovat. Klára dokáže výborně logicky myslet a Bára je při řešení opatrná, raději vše důkladně prověří, než vyřkne výsledek. V komunikaci se navíc děvčata výborně doplnila.



Fotografie 18: Pracovní list řešitelek Kláry a Báry

Pavel a Simon

Simon měl v páru dominantnější roli a úlohu vypracoval. Rovnoramenný trojúhelník splňoval zadaná kritéria položená v otázkách, proto jej žáci dovedli uhodnout. Pavel mu při práci monitoroval Simonovy kroky, kontroloval algoritmický postup. V kombinované úloze si byli jistí výsledkem, proto brzy vyhledávali v paletě kódů ty správné. Z předchozích úloh si ale pamatovali, že mohou zaměnit barevnou kombinaci kódů, proto byli obezřetní. V závěru hodiny přemýšleli nad otázkami, které by mohli položit svým spolužákům.



Fotografie 19: Pracovní list řešitelů Simona a Pavla

Reflektování a evaluace vlastní práce

Na konci hodiny měli žáci vymezený čas na posouzení průběhu experimentální a geometrické části. V hodnocení žáci odpovídali na konkrétní otázky. Jakmile je měli zodpovězené, věnovali čas ve vzájemné komunikaci v kruhu, ve kterém seděli všichni.

***Kontrolní otázky**:*

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl náš výsledek práce správný?

Evaluace práce v hodnotícím kruhu

V hodnotícím kruhu jsem kladla otázky pouze vybraných žáků. V rámci každé hodiny s modifikovaným zadáním jsem se snažila oslovit vždy žáky jiné. Během experimentu jsem sledovala jejich přístup, komunikaci ve dvojicích a využívání připravených algoritmických postupů. V kruhu jsem si vybrala konkrétní žáky, u nichž jsem si byla jistá, že měli drobné potíže.

Odpověď žákyně Lenky na otázku 1: *„Co jsi se dnes naučila?“*

„Ze začátku jsem měla strach, že otázkám v SOVĚ moc nerozumím, ale byla jsem s Luckou. Lucce jsem řekla, že mi to musí opakovat, nějak jsem nestihla porozumět otázkám, asi rychle mluvila. Pak už jsem uměla odpovědět. Využila jsem obrázky trojúhelníků. Vybírala jsem podle toho, jak se ptala. Už vím přesně, jaký trojúhelník je rovnoramenný a rovnostranný.“

Odpověď žáka Oskara na otázku 2: *„Čemu jsi dnes nerozuměl?“*

„Docela jsem nerozuměl otázkám v SOVĚ. Spíš je Dan rychle četl. Jinak mě to bavilo.“

Pokračoval odpovědí na další otázku…

„*Co Tě překvapilo?“*

„Tak to asi nic. Možná ty otázky, ale pak mi je Dan znovu řekl a věděl jsem, co mám dělat. Možná mě překvapilo kódování. Když jsme tornádo a piruetu vybarvovali, málem jsme se spletli, ale dobrý.“

Odpověď žákyně Radky na otázku 4: *„Co mohu příště použít?"*

„Já určitě postup. Pracovalo se mi dobře, protože jsem věděla, co mám dělat. To je pro mě důležitý."

2.5.2 Shrnutí

Na základě důležitých prvků žáci určovali rovinný útvar, se kterým se setkali v předchozí matematické úloze. Proces poznávání geometrických tvarů probíhal skrz práci s dřívky. Manipulaci s dřívky a získávání zkušeností s obvodem se uskutečňovalo formou dramatizace hry SOVA.

K ověření správného výsledku docházelo při objevování další algoritmické struktury. Smyslem úlohy bylo dostat do popředí podstatné znaky rovnoramenného trojúhelníku a přiřadit dané pojmy. K formování dalších algoritmů a jejich struktur vedlo přes interaktivní hru. V prostředí hry byly použity klíčové prvky, jež upozorňovaly na nejdůležitější části trojúhelníku. Žáci potřebovali pracovat s konkrétními pojmy, protože právě u nich si uvědomovali vzájemné vztahy a vyvozovali konkrétní souvislosti.

V případě, že by měla modelová úloha pokračování, postavení otázek by volili žáci sami. Při prvním setkání s pojmy a různými typy trojúhelníků je žáci přiřazovali k daným objektům. Z odpovědí žáků bylo patrné hledisko komunikace. Srozumitelné sdělení otázek se stalo před začátkem samotného programování klíčové. Ověření výsledku pomocí vizuální pomůcky se osvědčilo a trasa s rytmem kódů rovněž přinesla očekávaný výsledek.

2.6 Úloha s trojúhelníky B

Modelová úloha B navazuje na úlohu první. Varianta A byla vytvořena se záměrem k rozpoznání rovnoramenného trojúhelníku podle jeho vlastností a určení obvodu podle počtu dřívek. Druhá úloha je téměř stejná, jde však o trojúhelník rovnostranný. Dřívka jsou v prostředí geometrie významnou pomůckou. Pomocí stavění z dřívek žáci rozlišují délku strany. Obvod vyjádří snadněji, protože dřívka jasně geometrický útvar ohraničují.

Hra SOVA implementovaná do geometrie výrazně pomáhá při formování myšlenkových postupů v odhalování zadaných objektů. Geometrie je plná důležitých pojmů, a právě při dramatizaci je žáci přirozeně používají. Kultivuje žákům projev a obohacuje slovní zásobu. Kombinace geometrie a hry SOVA s moderní robotickou pomůckou byla pro žáky přitažlivá a výrazně přispěla k procesu poznávání a k hlubšímu porozumění geometrickým pojmům.

V ukázce modelové úlohy je vložená forma otázek použitých k odhalení rovnostranného trojúhelníku. Modifikované zadání s použitou kombinací kódů do trasy pro robotickou pomůcku Ozobota a vybrané řešitelské strategie. Při procesu hodnocení jsem nezaznamenala odlišné výsledky, proto jsem modelovou úlohu B ponechala jen ve strukturované formě. Pozitivní atmosféra ve třídě příznivě na žáky působila. Pokud by se při rozhovoru objevily nesrovnalosti, přistoupila bych k žákům a upřesnila pravidla ve hře SOVA. Tvůrčí prostředí pomohlo žákům s ověřením již objeveného výsledku.

Ukázka hry SOVA

Leoš a Magda hráli hru SOVA s trojúhelníky z učebnice matematiky. Zahrajte si s nimi a nakódujte trasu pro Ozobota.

Hra II. – Myslím na trojúhelník z obrázku. (viz učebnice)

M: Má obvod trojúhelníku méně než 11 dřívek?

L: Ano.

M: Má strana c více dřívek než strana a?

L: Ne.

M: Má obvod trojúhelníku více než 7 dřívek?

L: Ano.

M: Má strana c stejný počet dřívek jako strana a?

L: Ano.

M: Je to rovnostranný trojúhelník.

L: odpověď ověř u paní učitelky.

Pokyny pro Ozobota:

START – PIRUETA - TORNÁDO – CÍL

Obrázek 23: Kódy pro Ozobota (OzoCodes, 2021)

Trojúhelník (barva)	Délka strany trojúhelníku (počet dřívek)				Obvod (počet dřívek)
	strana a	strana b	strana c	Trojúhelník nazýváme	
modrý	2	2	3	rovnoramenný	7
fialový	2	4	5	různostranný	11
hnědý	3	3	1	rovnoramenný	7
zelený	4	4	3	rovnoramenný	11
žlutý	3	3	5	rovnoramenný	11 (pro trasu A)
oranžový	3	3	3	rovnostranný	9 (pro trasu B)

Tabulka 15: Evidence trojúhelníků

Hra SOVA

Otázka	**Odpověď**	**Trojúhelník z obrázku**
M: Má obvod trojúhelníku méně než 11 dřívek?	L: Ano.	oranžový, modrý, hnědý
M: Má strana c více dřívek než strana a?	L: Ne.	Hnědý, zelený, oranžový
M: Má obvod trojúhelníku více než 7 dřívek?	L: Ano.	oranžový
M: Má strana c stejný počet dřívek jako strana a?	L: Ano.	oranžový
M: Je to rovnostranný trojúhelník.	L: Odpověď ověř u paní učitelky.	oranžový rovnostranný

Posloupnost příkazů s podmínkou

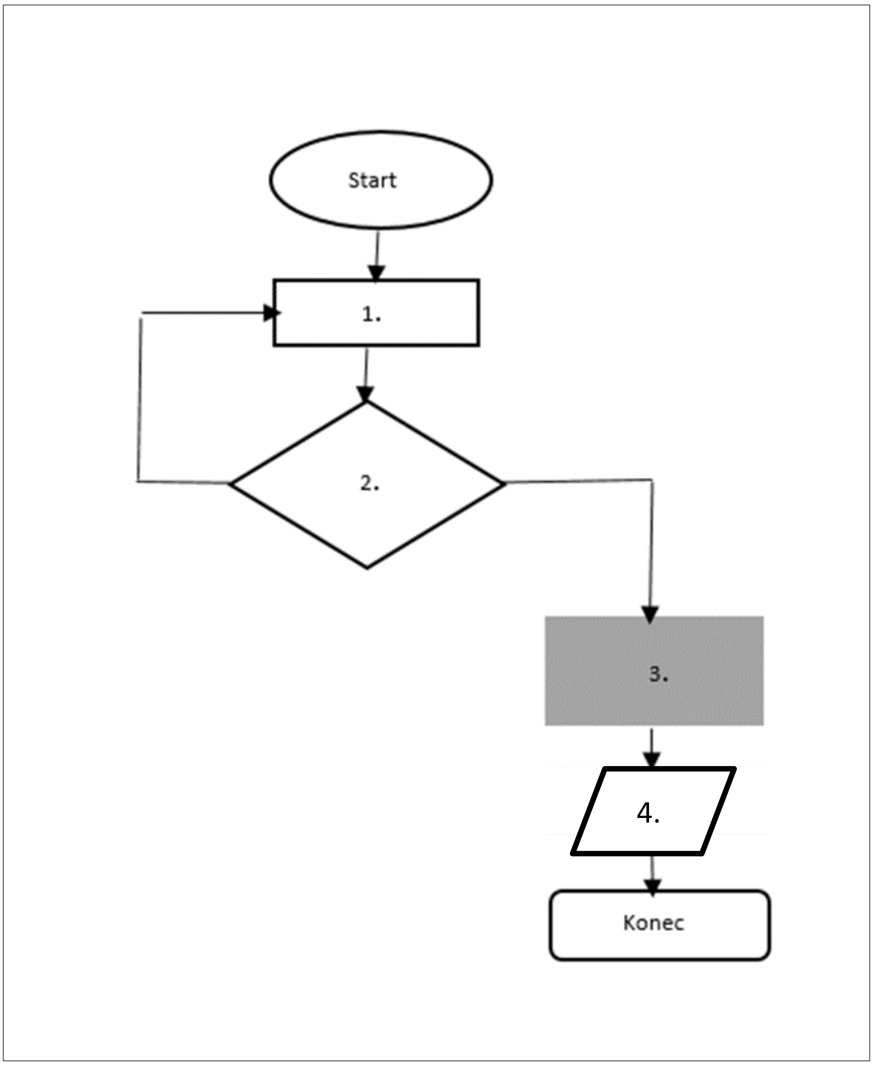
1. Zahraj si hru a výsledek ověř u paní učitelky.

2. Jestliže jsi správně odpověděl/a. Pokračuj. Zadej kódy podle pokynů.

Jestliže Tvá odpověď zněla jinak. Hru si hraj znovu.

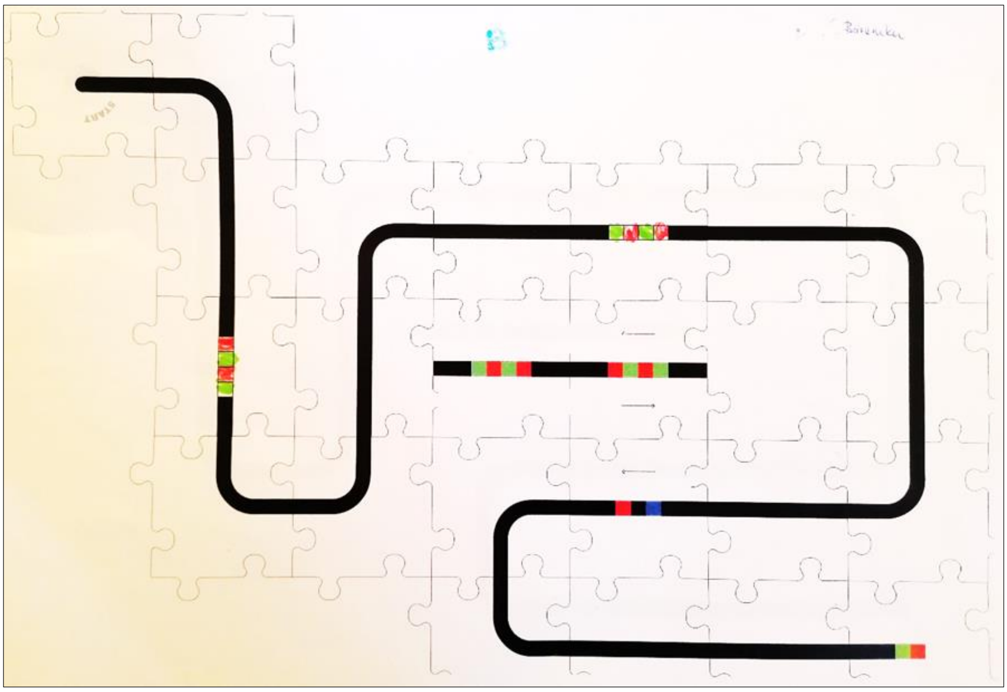
3. Spusť Ozobota.

4. Jestliže jsi správně naprogramoval, Ozobot se zatočí – pirueta, tornádo a dojede až do konce. Jsi u cíle.

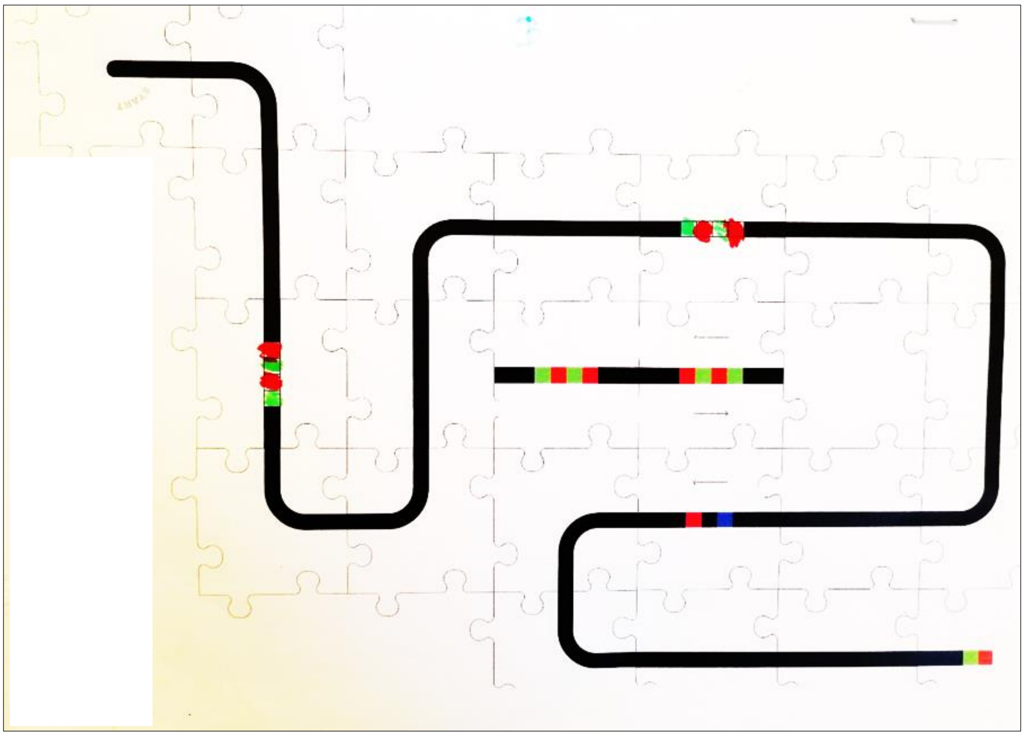


Obrázek 24: Algoritmus v diagramu

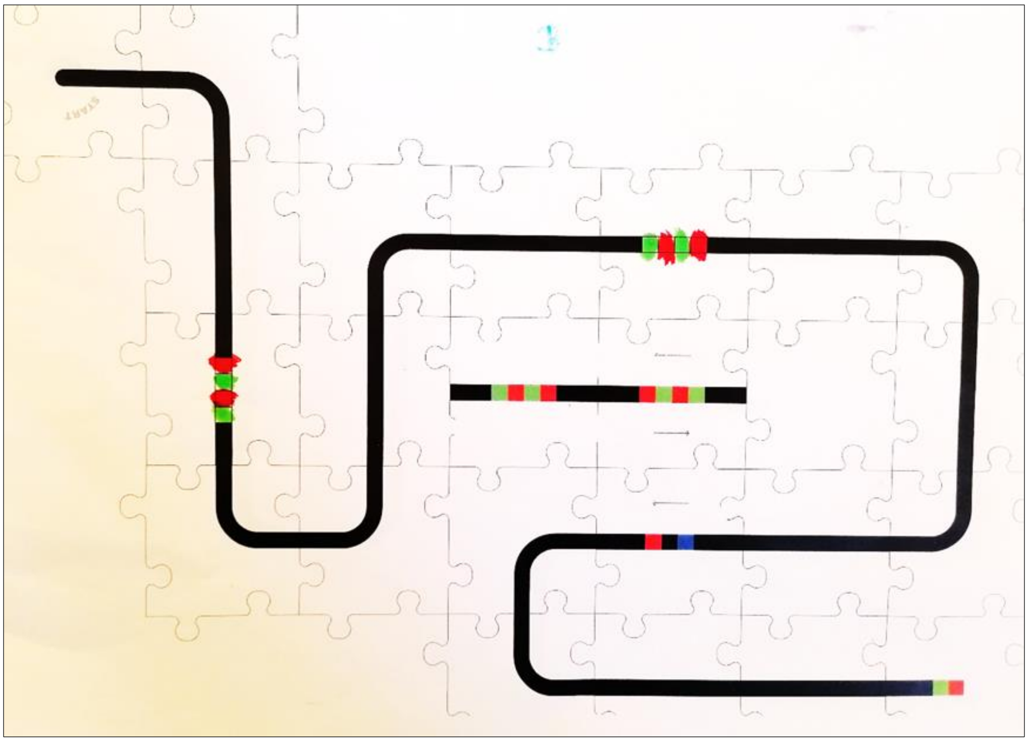
Ukázka pracovních listů



Fotografie 20: Pracovní list řešitelky Lenky



Fotografie 21: Pracovní list řešitelky Simony



Fotografie 22: Pracovní list řešitelky Radky

Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	8	8	0
Dívky	7	7	0

Tabulka 16: Výsledky řešení

2.6.1 SHRNUTÍ

Úspěšné řešení všech žáků vyplývá ze zkušeností z předchozí úlohy. Srozumitelný proces vytvořil strukturu pro další možné situace v podobně laděných úloh. Úspěšný výkon není nadsazený nad samotným procesem řešení ověřováním. Podstatné pro žáky je posloupnost při získávání potřebných znalostí. Kombinace třech didaktických postupů přispěla k pěstování dovedností při krokovém systému. Algoritmický postup není vždy spjatý jen s danou strukturou, ale vytváří prostor pro kreativní cesty v intelektuální činnosti žáků.

2.7 ÚLOHA S HLAVOLAMY I.

V úloze žáci uplatňují matematicko-logickou inteligenci. Objevují zákonitosti, třídí jednotlivé detaily a nalézají vztahy mezi nimi manipulací s dřívky. Pracují ve skupinách.

Konkretizace

Žáci se setkávají s úlohou, ve které získávají zkušenosti s nestandardní jednotkou. V úloze s hlavolamem je manipulativní prostředek zápalka. V učebnicích žáci řeší obdobné úlohy s dřívky. Pro žáky je důležité věnovat se pravidlům při vytváření geometrických útvarů.

V této úloze se žáci setkají s objektem celým a jeho úkolem je objekt přetvořit podle zadaných kritérií. Postupně algoritmicky žáci sestavují ze zápalek útvary nebo oddělují stejné části k jeho přetvoření. Manipulací se zápalkami při strategii pokus – omyl se žákům nakonec podaří výsledek najít. Tímto procesem se definují opakující se principy, které generují stejné vzorce.

Úloha se skládá ze dvou částí a obsahuje stejný počet obrazců. Žáci jsou schopni oba objekty přesně identifikovat. Znají vlastnosti trojúhelníků i čtverců. V objektu je dokážou rozdělit a přesně spočítat množství. Přesný počet objektů může být roven přesnému počtu kroků při jeho stavění. Jakmile žáci útvary postaví, odebírají zadaný počet sirek.

Metodický postup

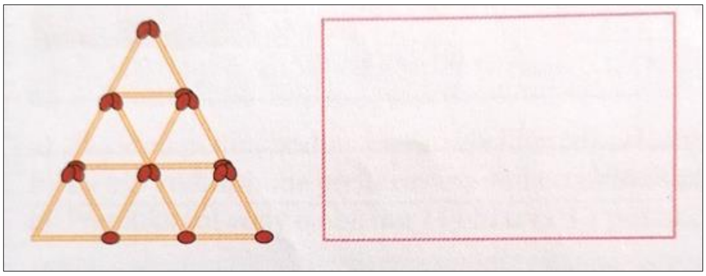
První úloha je reprezentována rovnostrannými trojúhelníky. Žáci identifikují geometrický útvar a početně rozdělují trojúhelník na stejné díly. Současně analyzují jejich uspořádání v prostoru a hledají vzájemné souvislosti. Tvořivé uchopení geometrie a znázornění čísla jako jeho reprezentanta motivují žáky k další činnosti. Jakmile obrazec žáci zanalyzují, pochopí druhou část úkolu a přirozeně zařadí metodu pokus-omyl. Pracují systematicky, odebírají pouze z určitých stran.

V této fázi je třeba si uvědomit, že do procesu vstupuje porovnávání. Pokud se žákům daří v postupu uspět, zařadí tři odebrané zápalky jako tři správné postupy. Velký úspěch jim přinese, když si uvědomí, co všechno během řešení postřehli. Odebírali zápalku zleva, i když na začátku si nevšimli, že jim zbydou dvě. Zadání neobsahuje větu o zbylých zápalkách, proto žáci dedukují, že zbýt pravděpodobně nemohou.

Koumák pro čtvrťáky: rozšiřující pracovní sešit pro všechny čtvrťáky, kteří chtějí víc vědět a přemýšlet ještě víc…[31]

Úloha na str. 150/ 2a)

Odeber tři zápalky tak, aby v obrazci zůstalo právě šest stejně velkých trojúhelníků.



Obrázek 25: Zápalkový hlavolam (BRLICOVÁ, 2018)

Žáci nejprve přečtou zadání. K vyřešení úlohy potřebují pomůcky, které mají k dispozici. Přesně definované zadání je vede k odebrání přesně tří zápalek. Ovšem potíž může být v tom, že musí zůstat právě šest stejně velkých trojúhelníků. Stejně velké trojúhelníky vzniknou právě tehdy, když žáci odeberou z každé strany jednu zápalku. Logické souvislosti hned žáci neuvidí, proto postupují přirozeně pokusem a omylem, vyčleňují nezdařené pokusy. Každým tahem vykonají jeden krok, tudíž zanedlouho dedukují počet zdařilých a nezdařených pokusů.

Postup práce ani způsob řešení není definován, proto mají žáci dostatek prostoru pro kreativitu. Ohraničený mají počet zápalek, který jim po vyřešení zůstane. Kromě toho žáci nesprávným výběrem zápalky, pracují s chybou. Zpětná vazba je nezbytnou součástí vyučování, cenným zdrojem k získávání dalších informací. V úloze se podněcuje aktivita k dokončení úkolu. Žáky vede motivace k vyřešení, protože si nesou pozitivní zkušenosti z předchozích úloh.

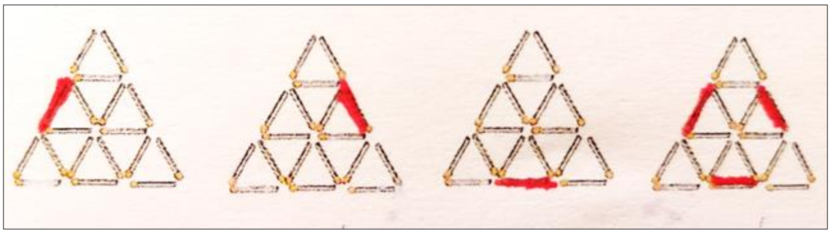
Strategie řešení

1. krok – (Délku strany znázorňují tři zápalky, jedna zápalka představuje nestandardní jednotku.) Odeberu jednu zápalku zleva.
2. krok – vyberu si směr, kterým budu postupovat a odeberu jednu zápalku zprava ve směru chodu hodinové ručičky.

[31] BRLICOVÁ, Věra, Lukáš COHORNA, Olga ČELIŠOVÁ, et al. Koumák pro čtvrťáky: rozšiřující pracovní sešit pro všechny čtvrťáky, kteří chtějí víc vědět a přemýšlet ještě víc... Brno: Didaktis, [2018]. ISBN 978-80-7358-288-3.

3. krok – odeberu poslední tři zápalky z poslední strany.

Strategie řešení je pouhým znázorněním jedné z mnoha možností.



Obrázek 26: Znázornění postupu v odebírání zápalek (BRLICOVÁ, 2018)

Vyřešení úlohy

Žáci řešili úlohu s menšími potížemi. Ve skupinách diskutovali a hledali správná řešení. Předmětem diskusí se staly hypotézy kolem odebraných zápalek. Někteří žáci ve skupinách prosazovali své strategie, odráželi zkušenosti z učebnicových úloh. Však správné řešení se jim dlouho nepodařilo najít. Interakce ve skupinách pomohla čtyřem z pěti najít řešení poměrně rychle. Tito žáci vysvětlovali svůj záměr a neřešili úlohu hned celou, pozorně sledovali kroky druhých, navazovali na ně, sestavovali nový algoritmus.

Řešitelé	Počet	Správný výsledek	Potíže při řešení
Chlapci	8	5	3
Dívky	7	7	0

Tabulka 17: Výsledky řešení

Fotografie 23: Emilova strategie

Vybraní řešitelé

Radek

Radek řešil úlohu v rámci skupiny, která si nevedla při hledání správného řešení zcela dobře. Nepodařilo se mu manipulovat se zápalkami tak, aby rozdělil obrazec na šest stejných trojúhelníků a zbyly mu tři. Pokus opakoval celkem třikrát, než si nechal do řešení vstoupit spolužáky. Odebíral tři zápalky, však vždy pouze z jedné strany. Jeho hypotéza se opírala o důkaz, který se shodoval s řešením. Radek sice našel šest stejně velkých trojúhelníků, nevšiml si však zbylých zápalek. Odebrány byly tři, zbylo jich pět. Dvě z nich zůstaly součástí obrazce.

Inge

Inge má potíže udržet pozornost. Pro porozumění potřebuje více času než ostatní žáci. V úloze si zpočátku počínala neobratně. Obrazec s druhými správně sestavila. Do fáze řešení se nezapojila, zůstala zdrženlivá až do posledního pokusu. Tohoto chování jsem si všimla a snažila se ji přimět ke spolupráci. Mezi tím její spolužáci našli první krok. Inge bez zaváhání tahy dokončila. Logické souvislosti úlohy jí neunikaly, jen potřebovala trochu víc času.

Bára

Bára patří k žákům, kteří se nejlépe naučí novým poznatkům pohybem a praktickou zkušeností. Vyhovuje jí manipulace s předměty. Od prvního ročníku v hodinách matematiky vyniká, pokud jde o úlohy, ve kterých si zhotoví náčrty nebo je řeší pomocí krychlí. Při řešení této úlohy nejprve odebrala sirku z pravé strany nahoře, ale věděla, že by jí zbývalo více trojúhelníků, než bylo zadáno. Pokračovala tak, že vrátila zápalku a odebrala tu pod ní, potom nechala řešit své spolužáky, kteří zkoušeli odebrat další. Nakonec sama viděla řešení dříve než ostatní. V momentě, kdy měla jasnou představu o výsledku, nechala své spolužáky vytvářet strategie a zajímalo ji jejich usuzování.

2.7.1 MODIFIKACE ZADÁNÍ

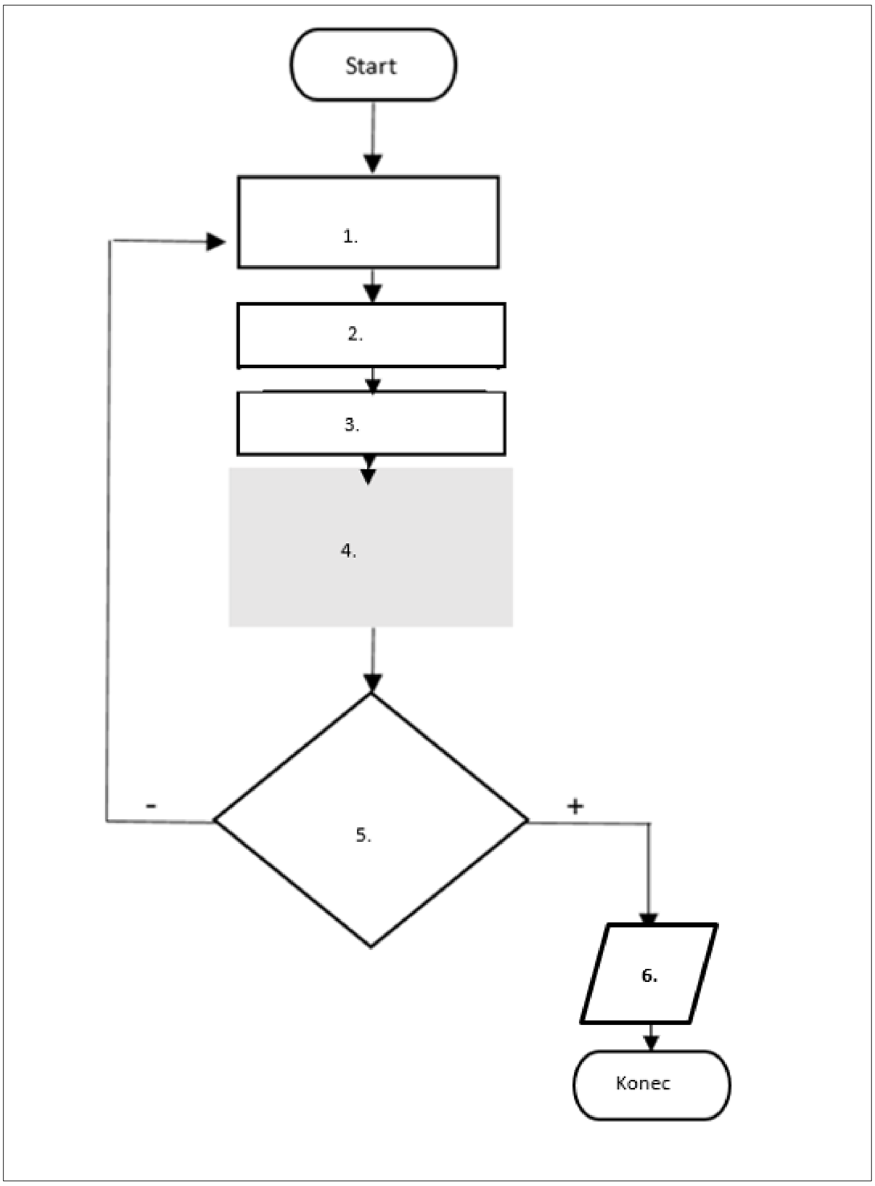
V logické úloze v matematické části žáci uplatnili své analyticko-syntetické schopnosti, stejně tak v úloze s modifikovaným zadáním. Podle prvního schématu jsem postupovala a zadání modifikovala. Uspořádala jsem jednotlivé množiny obrazců v řadách za sebou a vložila je do trasy pro robotickou pomůcku. Pro rozvoj algoritmického myšlení jsem vybrala robotickou pomůcku Ozobota. Vznikla modelová úloha, ve které žáci pracovali s vyřešeným výsledkem.

Tentokrát jsem trasu vymyslela obdobným způsobem jako v předchozích úlohách. Na mysli jsem měla zkušenosti žáků s kódováním, a proto jsem se věnovala rozvoji algoritmického myšlení v kontextu se zkušenostmi s obsluhou Ozobota. Vytvořila jsem pracovní list, do něhož jsem zakomponovala množiny obrazců. Jedna množina znázorňovala sadu řešení, které analogicky navazovaly na známý výsledek. U úlohy žáci srovnávali množiny mezi sebou. Pouze jeden algoritmický řetězec znázorňoval správné řešení.

Posloupnost příkazů s podmínkou

1. *Vyhledej správný postup odebírání sirek.*
2. *Vlož kódy pro Ozobota tak, aby projel celou trasu od začátku do konce. U správného výsledku Ozobot předvede piruetu.*
3. *Spusť Ozobota.*
4. *V případě, že se Ti Ozobot zastaví u nesprávného postupu, kód oprav.*
5. *Jestliže se Ti Ozobot zastaví u správného postupu, úlohu máš splněnou.*

V procesu ověřování jsem žákům umožnila manipulovat se zápalkami či jinými pomůckami. Do trasy vkládali kódy, na kterých se ve skupině domluvili. Vznikaly diskuse k výběru správného postupu. Odebírali zápalky a tvořili formule s výrokovou logikou. Ve dvou skupinách všechny vyobrazené postupy vyzkoušeli.



Obrázek 27: Algoritmus v diagramu

Modelová úloha

Po dokončení první části úlohy, čekala na žáky modelová úloha s ověřením správného postupu. Motivovaní žáci se pustili rovnou do programování. Proces ověření nespočíval v mechanickém vybarvování kódu do trasy, ale docházelo zde k přenosu informací a zkušeností z předchozí etapy. Žákům jsem umožnila používat manipulativní pomůcky, protože do pracovního listu jsem zanesla osm druhů množin s postupy. Mohli je roztřídit pouze vizuálně, však ve skupinkách debatovali, proč tento postup není vhodný.

Zadání k pracovnímu listu

1. Vyhledej správný postup odebírání sirek.

Ve skupinové práci žáci pracovali systematicky. Třídili množiny a vyhledávali správnou skupinu s postupem, ve kterém se odráželo zadání úlohy. K identifikaci správné množiny jim pomohlo sledovat zvýrazněné zápalky, které měly být odebrány.

2. ***Vlož kódy pro Ozobota tak, aby projel celou trasu od začátku do konce.***

Z tabulky kódů žáci vybrali jeden s pásma časování a cool trik. U postupu, kde byly chybné tahy, vložili pokyn pauza tři vteřiny, u správného se Ozobot zatočil kolem dokola, předvedl piruetu.

3. U správného výsledku Ozobot předvede piruetu*.*

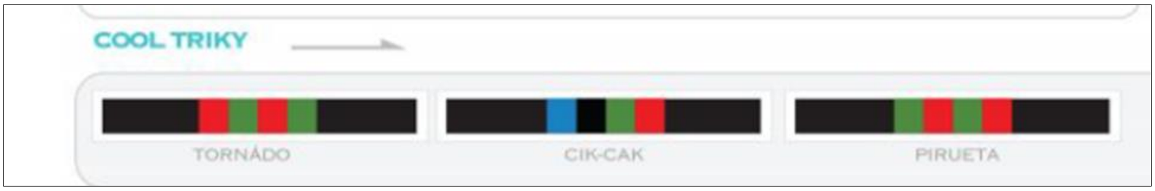
Do trasy jsem vybrala jinou kombinaci kódů. Umístěním jiných kódů se žákům rozšiřovaly zkušenosti v kódování. Pohyby Ozobota zase umožnily žákům sledovat jeho chování v prostoru pracovního listu. Tentokrát žáci viděli rozdíly v rychlosti jízdy, kterou Ozobot vykonával. Kód piruety jim představil otočení v prostoru o 360̊.

4. ***Spusť Ozobota.***

Před spuštěním Ozobota na trasu museli žáci dbát na kalibraci. Vliv na chování Ozobota na trase ovlivňovalo seřízení na kalibračním kolečku. Všichni žáci úspěšně roboty spustili.

5. ***V případě, že se Ti Ozobot zastaví u nesprávného postupu, kód oprav****.*

Pracovní list splnilo celkem pět skupin a dvě skupiny kód opravili. Nestalo se jim, že by mylně usuzovali, ale vložili téměř identický kód. Barevný rytmus kódu pirueta a tornádo je téměř shodný, rozdíl je v počáteční barvě. Dvě skupiny použili tornádo místo piruety. Při tornádu se Ozobot točí kolem dokola víckrát než u piruety.



Obrázek 28: Kódy pro Ozobota (OzoCodes, 2021)

6. ***Jestliže se Ti Ozobot zastaví u správného postupu,***

úlohu máš splněnou.

Úlohu splnily všechny skupiny. U správného postupu se zastavilo pět použitých Ozobotů. V modelové úloze žáci porozuměli algoritmickým postupům. Přiměřeně reagovali na modifikované zadání, které korespondovalo s matematicko-logickou úlohou.

Technické parametry pracovního listu

Pracovní list jsem vytvořila na webových stránkách www.edusense.com[32]. Zápalkové obrazce jsem zkopírovala z učebnice (BRLICOVÁ, 2018) a přetvořila v programu Zoner Photo Studio. Do pracovního listu jsem vložila barevnou trasu a rozčlenila v délce papíru do třetin. Po spuštění Ozobota žáci přiřazovali kódy k příslušným množinám obrazců. Políčka na kódy byly umístěny pod danou množinou.

Možná úskalí při programování

Při analýze v algoritmu jsem zjistila, že se některým skupinám podařilo kódy barevně zaměnit. Žáci nevěnovali pozornost barevnému vzoru. V předloze kódů jsou odlišené vloženým obrázkem kódu cikcak, i tak si při vkládání kódu do políček žáci nevšimli. V momentě, kdy žáci provedli opravu, si uvědomili důležitost principu nanášení barevného vzorce. Záměna pořadí vygeneruje jiný příkaz. Novou zkušenost si přenesli do další části hlavolamu.

Analýza výsledků

Modelovou úlohu vyřešili všichni žáci správným postupem. Při vyplňování pracovního listu se setkali s novými zkušenostmi, které později mohli znovu uplatnit. V prostředí, určené pro jízdu Ozobota, žáci nacházeli mnoho vztahů a souvislostí, dokonce se jim podařilo odhalit faktor, který mohl negativně ovlivnit ověřovaný výsledek z logicko-matematické úlohy.

Činnosti	Řešitelé	Správně řešili	Řešili s chybami
1. Vyhledej správný postup odebírání sirek	15 v 5 skupinách	15	0
2. Vlož kódy pro Ozobota a u správného předvede piruetu.	15	9	6
3. Spusť Ozobota	15	15	0
4. Oprava kódu.	15	9	6
5. Správný výsledek, splněný pracovní list.	15	15	0

Tabulka 18 : Výsledky řešení

[32] Virtuální puzzle do Ozobota. EDU Sence [online]. Gdaňsk: EDUSENSE S.A., 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://puzzle.uczymydzieciprogramowac.pl/pl?fbclid=IwAR19oIb1H-6D0FL17wEgL7vmC-14mRaFHUMAuTXEBgBY1ZLZeipanMc-OjU

Vybraní řešitelé

Ema, Ela a Milena

V hodině Ela zpřesnila děvčatům pravidla. Do úlohy vstoupila s postupem a požádala Emu a Milenu o spolupráci. Ema a Milena se projevují v hodinách matematiky poměrně stejně. Ema potřebuje více času na vypracování všech zadaných úkolů a u Mileny přetrvávají potíže v početních operacích. Děvčata motivovala variabilita úkonů. Ela Emě doporučila stavět obrazce ze zápalek. Milena vyhledávala kódy v tabulce. Nejdříve postavily obrazec a společně diskutovaly nad množinami postupů. Diskusi uzavřely ve chvíli, kdy našly správný postup. Ema zařadila kódy a Milena kalibrovala Ozobota. Způsob práce jim přinesl očekávaný výsledek. Správně zvolená strategie jim eliminovala chyby a pomohla při identifikaci podstatných úkonů.

Fotografie 24: Pracovní list řešitelek Ely, Emy a Mileny

Milan, Ota, Pavel

V této skupině řešila trojice chlapců úlohu jiným způsobem. Ověření správného postupu pouze vybrali a diskutovali o správnosti. Hlouběji studovali rysy jedné vybrané množiny a současně vkládali kódy. Jakmile rozlišili správný postup, vložili kód v opačném rytmu. Mýlili se v barevném rytmu kódu a zaměnili kód piruety za kód tornáda. Chyby v kódu odhalili až při prezentaci své práce. Postupovali algoritmicky, snažili se zdůvodnit každý krok vlastními slovy. Rozlišili podstatné znaky od nepodstatných a chybu provedli až na konci. Princip jejich práce byl postavený na vzájemné interakci, na zdůvodňování vlastních hypotéz.

Fotografie 25: Pracovní list řešitelů Milana, Oty a Pavla

<u>Lenka, Lucie a Marta</u>

V této skupině převažovala dominance Lucie. Vymodelovala obrazec pomocí zápalek a předváděla správné tahy. Marta vypracovala téměř celou úlohu. Lenka pouze kontrolovala správné tahy Marty. Po dokončení v pracovním listě Lenka odhalila chybu. Došlo ke stejné záměně kódů jako v případě chlapců. Lenka definovala správný kód a chybu opravila. Na rozdíl od skupiny chlapců, si chyby všimla hned po vybarvení kódu. Chlapci ji odhalili na základě chování Ozobota, Lenčina vynikající vizuální stránka odhalila chybu bezprostředně po jejím vzniku. Zaměřila se na detail barevné kombinace, možná se jí podvědomě vybavily předchozí zkušenosti, na jejichž základech chybu odhalila.

Fotografie 26: Pracovní list řešitelek Lenky, Lucie a Marty

Reflektování a evaluace vlastní práce

V rámci skupin

Reflexi vlastní práce žáci uskutečnili v rámci malé skupiny. V diskusi vlastními slovy odpovídali na kontrolní otázky, které visely na tabuli. Sdílení vlastních názorů v rámci skupiny je mnohem otevřenější, než v hodnotícím kruhu. Při práci v týmu byli žáci ochotni přijmout postupy druhých, usilovali o sebeprosazení a zajímali se o ověření správného výsledku.

Kontrolní otázky:

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl výsledek naší práce správný?

Evaluace práce v hodnotícím kruhu

Nejprve se žáci vyjádřili k celé hodině. Žáci svůj názor měli vyjádřit potleskem. Intenzita potlesku vyjadřovala, jestli se jim hodina líbila či nelíbila. Následně jsem zaznamenala odpovědi na zjišťovací otázky k učení, chování a výsledkům od namátkou vybraných žáků.

Odpověď žákyně Emy na otázku *1:* *„Co jsi se dnes naučila?"*

„Dnes jsem se toho naučila hodně. Tak v úloze jsem na začátku nevěděla jak odebrat ty správný zápalky, pak mě to napadlo a věděla jsem to. V tý druhý jsem byla ráda, že nám Bára rozdala úkoly. Měly jsme to celé dobře."

Odpověď žáka Pavla na otázku *2*: *„Čemu si dnes nerozuměl?"*

„Rozuměl jsem v podstatě asi všemu. Jen nás překvapilo v úloze s Ozobotem, že jsme vyměnili kódy. Spíš to bylo tím, že jsme hodně mluvili a nevšimli jsme si toho. Příště musíme být pozornější."

Odpověď žákyně Lenky na otázku 3: *„Co Tě překvapilo?"*

„V té druhé úloze mě překvapilo, jak nám to s holkama šlo dobře. Vím, že při skupinové práci je lepší spolupracovat a aby měl každý svůj úkol. Tak jsem holkám řekla, co mají dělat, že to takhle vyřešíme rychleji a asi dobře. Souhlasili, super. Nejvíc jsme se těšily, až pustíme Ozobota. Když udělal, co měl, měly jsme obrovskou radost."

Odpověď žáka Simona na otázku 4*: „Co mohu příště použít?"*

„My příště použijeme jiné fixy, protože ty co jsme použili Ozobot nepřečetl. Zelená barva byla moc tmavá. Místo piruety přečetl kód jiný a jel pomalu."

2.7.2 SHRNUTÍ

Matematicko-logickou úlohu a modelovou úlohu jsem rozdělila do několika částí. Algoritmické postupy na sebe navazovaly a současně vedly k ověření správného řešení. Vytyčené cíle byly naplněné. Prostřednictvím robotické pomůcky se žákům podařilo najít podstatné souvislosti a vyčlenit ty nepodstatné. V matematicko-logické části žáci aplikovali zkušenosti z učebnicových úloh. Dokázali zdůvodňovat jednotlivé kroky vedoucí ke správnému výsledku, respektovali postupy druhých.

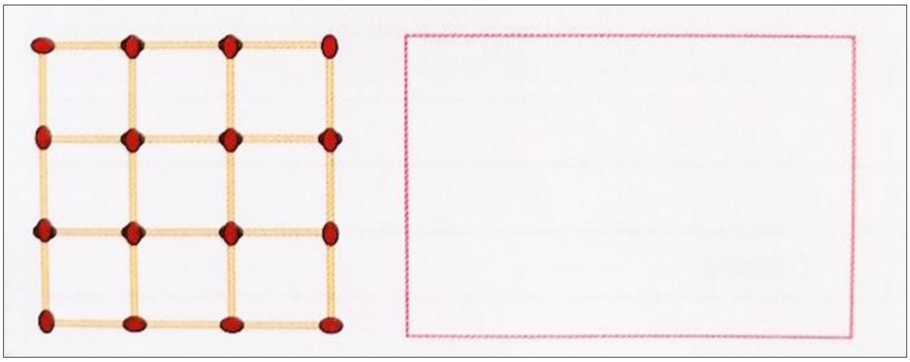
V modelové úloze bych zdůraznila jejich snahu ke kooperaci. Algoritmický systém se promítl napříč celou hodinou v různých podobách, ale tvořivý přístup neovlivnil. Pro mě bylo přínosné sledovat rozvíjení kompetencí směrem k budoucímu životu. Žáci komunikovali v rámci skupin mnohem efektivněji než by tomu bylo při samostatné práci.

2.8 ÚLOHA S HLAVOLAMY II.

Koumák pro čtvrťáky: rozšiřující pracovní sešit pro všechny čtvrťáky, kteří chtějí víc vědět a přemýšlet ještě víc…

Úloha na str. 150/ 2b)

Odeber čtyři zápalky tak, aby v obrazci zůstalo právě pět stejně velkých čtverců.



Obrázek 29: Zápalkový hlavolam (BRLICOVÁ, 2018)

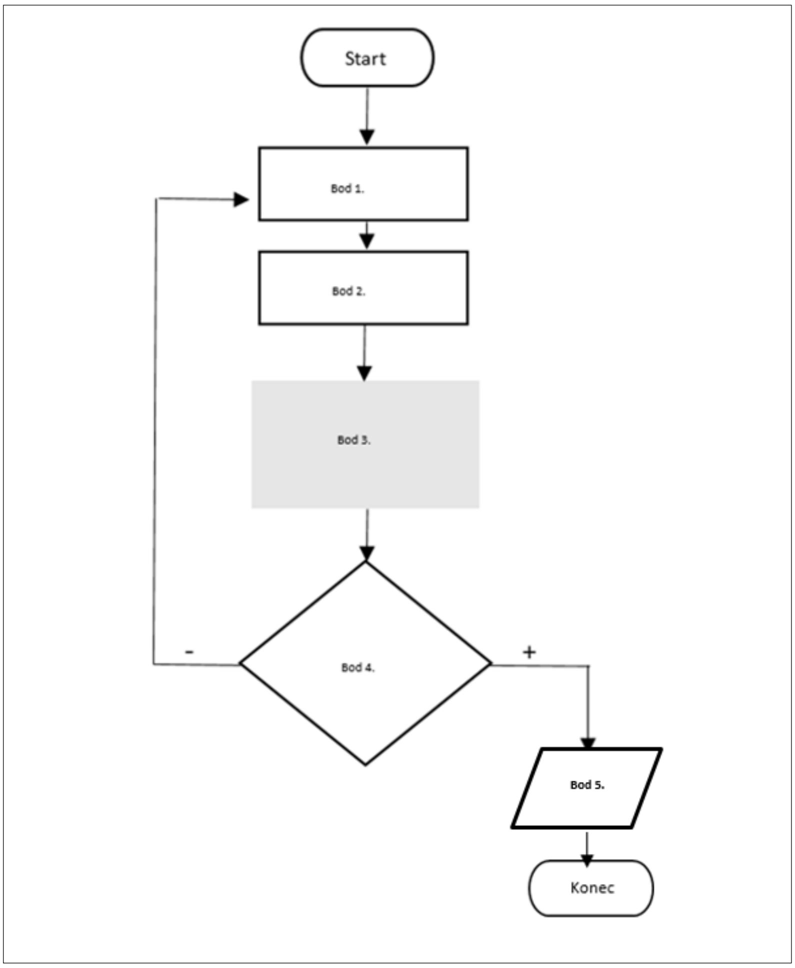
2.8.1 MODIFIKACE ZADÁNÍ

Druhá část úlohy navazuje na první část, jen se mění typ obrazce. Žáci v předchozí úloze řešili odebírání zápalek v trojúhelníku, nyní mají za úkol řešit čtverec a odebrat o jednu zápalku více. Vnímaví žáci rovnou vědí, jaký postup zvolí. Pokud v předchozí úloze odebírali tři zápalky z každé strany, bude postup stejný. Čtverec se skládá ze čtyř stran, odeberou-li žáci z každé strany jednu zápalku, zobrazí se jim řešení. Žáci budou odebírat opět tu prostřední.

Chtěla jsem přenesený algoritmus propojit s praxí, pro tento účel jsem zvolila podobně sestavený pracovní list jako v předchozí části. V prostředí trasy s robotickou pomůckou žáci ověří výsledek obdobným způsobem. Zajímalo mě, jestli dojde k přenesení algoritmického myšlení z předchozí činnosti do dalšího prostředí s obměnou. Žáci by mohli uplatnit způsob k rychlejšímu vyřešení nové úlohy. Jestliže identifikovali předchozí postup odebírání zápalek podle počtu stran, mohli v této úloze najít podobný vztah a vyvodit řešení. Tímto způsobem se žákům podařilo najít vzájemné souvislosti a efektivní řešení. Do modelové úlohy jsem vložila dvě trasy, ve kterých se robotická pomůcka Ozobot pohyboval jinak. Žáci mohli pozorovat chování Ozobota mimo dráhu a v prostoru na jedné polovině pracovního listu.

Posloupnost příkazů s podmínkou

1. *Vyhledej správný postup odebírání sirek.*
2. *Vlož kódy pro Ozobota tak, aby projel celou trasu od začátku do konce. Na konci je výsledný obrazec.*
3. *Spusť Ozobota.*
4. *V případě, že se Ti Ozobot k nesprávnému výsledku, kódy oprav.*
5. *Jestliže Ti Ozobot dojede ke správnému výsledku, úloha končí.*



Obrázek 30: Algoritmus v diagramu

Tabulku s postupem měli žáci k dispozici na tabuli ve třídě. Rozdělili se do stejných skupin a pokračovali v procesu kódování.

Modelová úloha

Průběh řešení

Modelové úloze žáci postupovali podle schématu. Tentokrát jsem se zaměřila na samotný proces programování a algoritmického ověřování správného výsledku. Nejprve jsem sledovala způsob odhalování vzájemných vztahů. Jestliže jejich usuzování vycházelo z analogie řešení předchozí části, nyní generalizovali všechny ostatní jevy, mohli určité rozdíly snadno přehlédnout. Z této fáze jsem vyvodila informaci, jak je důležité použité algoritmy neustále ověřovat. U této úlohy jsem zachovala skupiny ve stejném složení.

1 ***Vyhledej správný postup odebírání sirek.***

Žáci poměrně rychle našli správný postup odebírání zápalek. V pracovním listě byl proces odebírání rozfázovaný do kroků.

2. ***Vlož kódy pro Ozobota tak, aby projel celou trasu od začátku do konce. Na konci je výsledný obrazec*.**

Žáci z tabulky kódů vybrali kódy skok doprava a skok doleva. Ozobot se pohyboval skokem vpřed. Každý krok představoval jednu fázi v odebírání jedné zápalky, proto se dostal mimo trať celkem čtyřikrát. Na konci se zastavil u výsledku.

3. ***Spusť Ozobota*.**

Zkušení žáci Ozobota zkalibrovali a úspěšně jej na dráhu pustili.

4. ***V případě, že se Ti Ozobot k nesprávnému výsledku, kódy oprav.***

Všem skupinám se Ozobot správně rozjel na levou polovinu, ve které slalomem dráhu projel k výsledku. Pro žáky bylo zajímavé sledovat slalomovou dráhu, protože se střídaly podobné barevné kombinace kódů. Robotická pomůcka, která sledovala dráhu, z ní vyjela a našla její pokračování o kousek dál. Tímto chováním si přitáhl Ozobot značnou pozornost a podnítil v žácích kreativní uvažování. Modalita zadání pro žáky nebyla obtížná, proto se dostavil úspěch při jejím řešení.

5. ***Jestliže Ti Ozobot dojede ke správnému výsledku, úloha končí.***

V modelové úloze žáci ověřili správný výsledek okamžitě. Celkem pět skupin po třech žácích uvedlo jasná kritéria postupu. Z tabulky kódů si vybrali kódy pro směr skok doleva a skok doprava. Přenesené poznatky minimalizovali obtíže žáků a vedly k uplatnění jiných dovedností.

Technické parametry pracovního listu

Navrhla jsem design trasy podle schématu modelové úlohy pro zachování podmínek k ověření výsledků z předchozích etap. Obrazce ze sirek jsem vyhledala ve vyhledávači Google. Trasu pro Ozobota jsem graficky znázornila právě pro účel rozvoje prostorové orientace. Plochu, po které měl Ozobot algoritmicky jet, jsem rozdělila na dvě poloviny. Žáci měli vybírat kódy, podle určitého pravidla.

Obrázek 31: Kódy pro Ozobota (OzoCodes, 2021)

Fotografie 27: Žáci programují

Možná úskalí při programování

Při plánování jednotlivých kroků v úloze jsem se žáky neshledala žádné nedostatky. Po ověření se vyskytly potíže, které jízdu Ozobotovi překazily. Tentokrát jsem obrazce umístila blízko trasy a stalo se, že některým žákům přečetl objekt, i když se měl pohybovat pouze od čáry k čáře. Kreativně si žáci část objektu přelepili a umožnili Ozobotovi dojet k výsledné stavbě.

Analýza výsledků

Pracovní list vypracovaly všechny skupiny žáků. Žáci správně identifikovali algoritmický postup s konečným výsledkem. Naprogramovali Ozobota způsobem, který odrážel systematická řešení s prvky jiného uchopení. Přenesený algoritmus propojený s praxí neměl být pouze jednostranným rozvojem, ale komplexním rozvojem. Do analogie zkušeností a přehledné orientace problému se do popředí dostaly prvky, se kterými si žáci lehce poradili. V řadě třetí čtverec zasahoval do místa, které měl Ozobot přejet. Ozobot jej přečetl a zastavil se. Technicky si obrazce neměl všimnout. Žákům, kterým se stalo, že se Ozobot zastavil, místo přelepili.

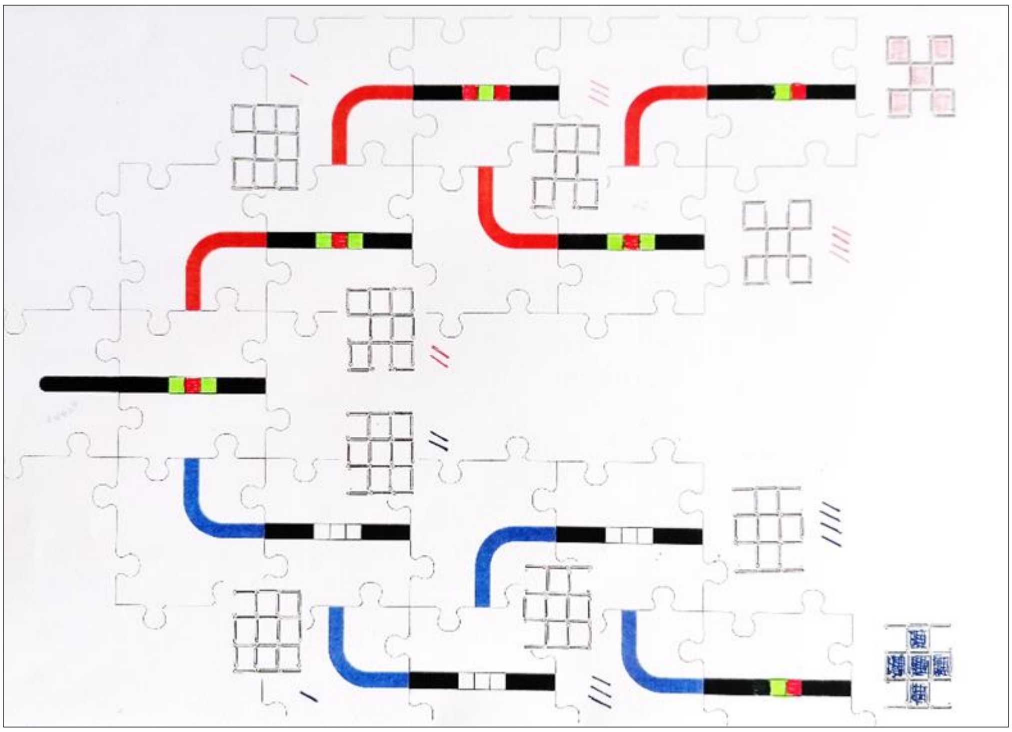
Činnosti	Řešitelé	Správně řešili	Řešili s chybami
1. Vyhledej správný postup odebírání sirek.	15 v 5 skupinách	15	0
2. Vlož kódy pro Ozobota	15	15	0
3. Spusť Ozobota	15	15	0
4. V případě nesprávného výsledku, kódy oprav	15	9 žáků nemělo potíže 6 žáků navrhlo změnu v pracovním listě	9
5. Úloha končí správným výsledkem.	15	15	0

Tabulka 19: Výsledky řešení

Vybraní řešitelé a jejich strategie

Alena, Romany a Lilly

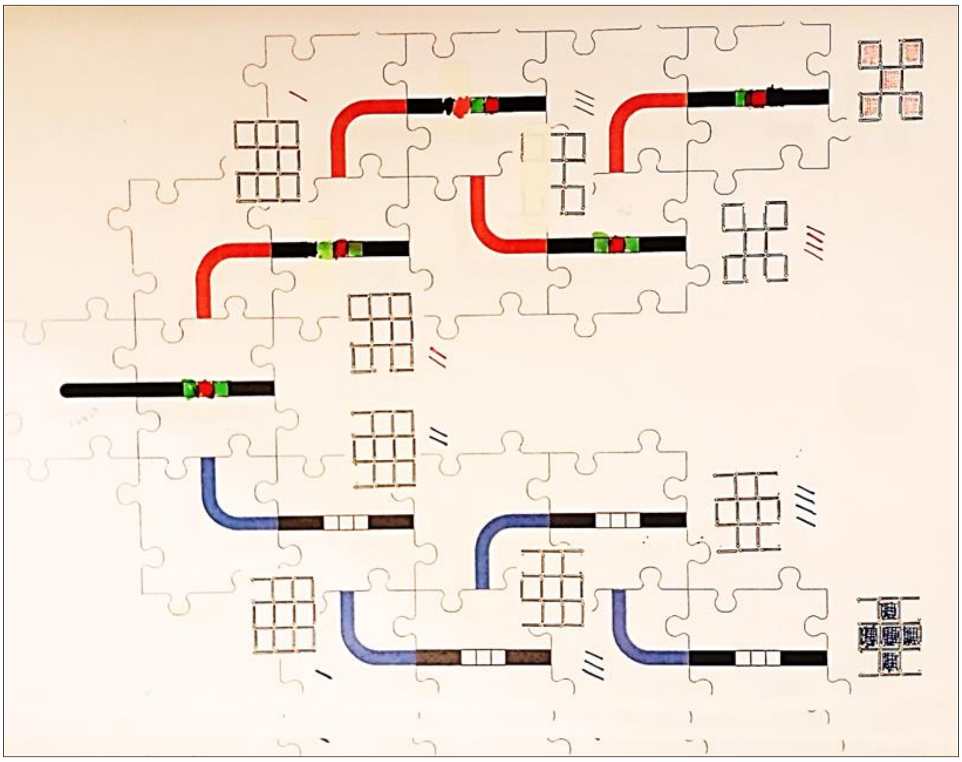
Modelovou úlohu dívky vypracovaly bez úprav trasy. Při plánování jednotlivých činností se domluvily, že se budou krok po kroku střídat. Rády mají prostor pro spolupráci a vyžadují přesné rozdělení. Uvažovaly a vyhodnocovaly každý krok. Ozobot přečetl pečlivě vybarvené kódy a děvčata zmíněné problémy se třetím obrazcem neměla.



Fotografie 28: Pracovní list řešitelek Aleny, Romany a Lilly

Milan, Oskar a Libor

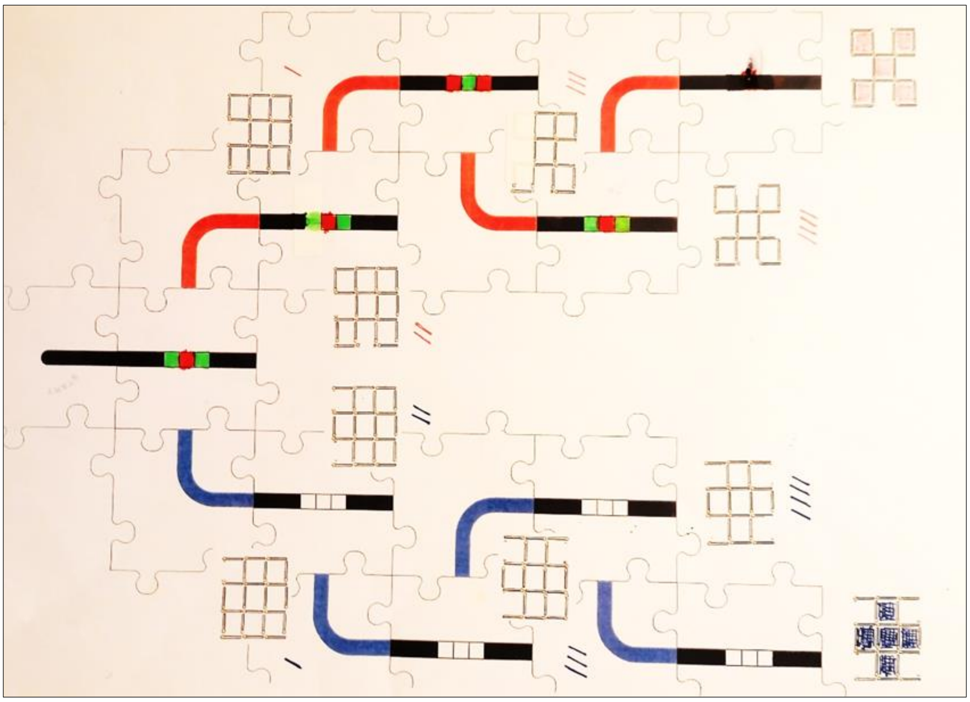
V druhé části modelové úlohy si chlapci vedli velmi dobře. Svou práci v pracovním listu zahájili diskusí, která vyústila v jasné rozhodnutí. Vzpomněli si na způsob řešení v předchozí úloze a tentokrát dbali na správný výběr kódu. Kód na trasu zanesli s kontrolou. S očekáváním pozorovali pohyb Ozobota po dráze a při třetím skoku doprava se zastavil. Žáci zvolili jinou strategii, přelepili část obrazce se zdůvodněním. Upravenou trasu Ozobot projel bez zastavení až do konce. Aplikovat správné řešení nebyl u chlapců žádný problém, nastal v situaci, která nebyla na první pohled patrná. Ztíženou situaci vyhodnotili prakticky. Záměr změny v pracovním listě si nakonec obhájili.



Fotografie 29: Pracovní list řešitelů Milana, Oskara a Libora

<u>Radek, Ota a Pavel</u>

V navazující modelové úloze chlapci postupovali k cíli podle přiloženého algoritmu. V průběhu programování si mezi sebou sdělili strategie k vyřešení kódování. Rozhodli se pro řešení Radka, protože vybral rychle kódy, které do trasy patřily. Navíc navrhl, že poslední kód být v dráze nemusí. Sledovali chování Ozobota a se svým výsledkem byli spokojeni. Závěry konzultovali s dalšími dvěma skupinami. Problémy s trasou, které měli chlapci ve skupině s Otou, neřešili. V momentě, kdy správně rozlišili správný postup v odebírání zápalek, nabarvili kódy, jejich algoritmický proces pokračoval do poslední fáze, kdy sledovali chování Ozobota v prostoru je napadlo, že s přenesenou zkušeností hned řešení odhalili. Bez předchozích zkušeností by jim vše trvalo mnohem déle. Zajímavá byla žhavá diskuse, při níž porovnávali svou úroveň při řešení téměř stejných úloh.



Fotografie 30: Pracovní list řešitelů Radka, Oty a Pavla

Reflektování a evaluace vlastní práce

V rámci skupin

Na konci hodiny žáci v rámci svých skupin komentovali průběh svého řešení. Hodnotili klady a zápory své práce. K interpretaci odpovědí jim pomáhaly otázky, které jsem vyvěsila na tabuli. Některé z nich si pamatovali, proto se vyjadřovali rovnou k motivaci do dalších podobně sestavených úloh. Rádi by sami vymysleli podobně kombinované úlohy. Přemýšleli o úloze, která by obsahovala více postupů dohromady. Konečné řešení by vycházelo z propojení těchto postupů. Do úlohy by zařadili vyhledávání informací z různých zdrojů, což považuji za přínosnou poznámku.

Kontrolní otázky:

Splnili jsme zadané úkoly?

Zvolili jsme správný postup práce?

Zapojili jsme se do práce aktivně?

Byl výsledek naší práce správný?

Evaluace v hodnotícím kruhu

Při hodnocení činností druhé části se žáci měli se vyjadřovat pouze k jedné vybrané činnosti, která byla v procesu důležitá, ojedinělá, motivující. Krátké odpovědi zaznamenali na tabuli v heslech.

Vybrané odpovědi na položené otázky

Odpověď Oty na otázku *1:* *„* *Co jsi se dnes naučil?"*

„Trpělivosti. S klukama jsme vždycky dost spěchali a po zkušenosti z tý úlohy s trojúhelníkama jsme se zklidnili. Dali jsme si pozor na kódy. Povedlo se nám to. Na konci jsem ještě navíc navrhnul políčka začernit, protože jsem přišel na to, že už tam nic programovat nemusíme."

Odpověď žáka Libora na otázku 2: *„Čemu jsi dnes nerozuměl?"*

,,No asi tomu, co dělal Ozobot na dráze. Vůbec jsme to nečekali, že se zastaví o ten obrázek. Část jsme přelepili, to nás napadlo rychle. Jen jsme nevěděli, jestli to můžeme udělat. Paní učitelka souhlasila. Super."

Odpověď žáka Pavla na otázku 3: *„Co Tě dnes překvapilo?"*

„Že jsme tu úlohu vyřešili dost rychle, asi bez té první by to tak nebylo. Bylo super vidět Ozobota, jak vyjede z dráhy a pak se napojí na druhé straně. To jsem nečekal."

Odpověď žákyně Lilly na otázku 4: *„Co mohu příště použít?"*

„Všechno. Naučily jsme se ve třídě programovat. Rádi půjdeme do jiných tříd, aby si to taky vyzkoušely. My jim ve všem můžeme pomoct."

2.8.2 SHRNUTÍ

V druhé úloze ověřovali žáci správný výsledek podobně jako v předchozí úloze. Přenesené poznatky jim umožnily překlenout nepodstatné části úlohy a výsledek si vyhledali rychle. Ve skupinách vznikaly četné diskuse, v nichž reprezentovali své strategie. Vyvozené závěry uměli žáci zformulovat, vždy ale nelze ukazovat jen viditelné výsledky. Jde o uložení algoritmického postupu do paměti, proto při řešení druhé úlohy jej žáci použili okamžitě. Strukturu jednotlivých kroků si vybavili okamžitě a v tomto momentě je pro ně motivující, že zkušeně vstupují do úlohy a soustředí se na problémy jiného charakteru. Výsledky odrážejí pozitivní prožitek z experimentu, kterým žáci prošli.

3 INTERPRETACE VÝSLEDKŮ A CELKOVÉ SHRNUTÍ

Výsledky žáků ukazují, že v tabulkách jsou vyšší hodnoty kladných výsledků. K mému poznání, šlo o přirozenou cestu k ověření správnosti výsledků. V každé činnosti žák očekává, že činí správně, očekává důkaz. Forma ověření se uskutečňuje různými metodami či činnostmi. Zvolila jsem si cestu trochu jiného rozvoje. Jistá forma algoritmu v životě jej usnadňuje a zefektivňuje. Zvolené algoritmické konstrukce rozvíjely žákům jejich strategie, vznikaly nevšední kreativní počiny. Malý robot byl pro tyto činnosti vhodným nástrojem.

Považuji za důležité zmínit samostatnost při řešení a současně i rozvoj kooperativní činnosti. Předpokládám, že připravené prostředí vytvořilo příznivou atmosféru pro formu kooperativní spolupráce, ve které vždy dosahovali žáci požadovaného výsledku. Pokud vycházím ze svých zkušeností, ne vždy se žákům podařilo dotáhnout některé úkoly do cíle. Ve zmíněných modifikacích se zodpovědnost k učení u žáků objevila. Každý žák se při činnostech projevoval spontánně, motivovaný ovlivnit alespoň z části proces řešení.

Předpokládám, že celková práce by nebyla kladně provedena a hodnocena v případě jejího opakování. Pokud bych pokračovala v podobně postavených úlohách, žáky by proces nemusel zajímat. Z pedagogického pohledu, bych musela vyhledat další možné varianty jak postavit úlohu a jak ji realizovat. Pro učitele je rovněž časově náročné věnovat hodiny tímto způsobem, protože množství učiva, které musí s žáky zvládnout, je poměrně mnoho.

	Úloha	**Řešitelé chlapci/dívky**	**Správný výsledek**	**Potíže při řešení**
Matematická část	1	10/8	18	0
	2	10/7	17	3
	3	10/7	17	3
	4	9/7	16	5
	5	8/7	15	3
Algoritmická část	1	10/8	18	1
	2	10/7	17	2
	3	10/7	17	3
	4	9/7	16	4
	5	8/7	15	6

Tabulka 20: Celkové výsledky řešení

3.1 DISKUSE

Matematická část propojená s modelovými úlohami vždy navazovala na vytyčené cíle. U každé úlohy jsou vloženy podstatné odstavce týkající se možných úskalí, která mohou konečné výsledky ovlivnit a analýza výsledků dokladuje jejich naplnění. Pro splnění úlohy žáci vynaložili značné úsilí, které mělo konkrétně dva cíle. Zajímavé úlohy je motivovaly ke splnění a podpora části s robotickou pomůckou motivaci téměř nepotřebovala. Přirozeně se pustili do úkolů a ověřování matematického výsledku přineslo hlubší zamyšlení nad konkrétní úlohou. Proces řešení měl ukončený závěr v podobě vyřešeného pracovního listu s Ozobotem. K objasnění všech sdělených informací ještě přiložím srovnání s dalšími autory, kteří řešili podobné otázky.

Vytváření komunikativních kompetencí žáků v matematice na 1. stupni ZŠ

Alena Hošpesová

„Komunikace je determinována tím, že diskutujeme o přesně vymezených pojmech, které jsou uspořádány a logicky na sebe navazují. Reforma je formulována tak, že dává učiteli svobodu a současně na něj klade značné nároky. Úspěch reformy bude záviset, podle mého soudu, na každodenní promyšlené práci učitele i žáků. Cílem přestává být probrat učivo, cílem je aktivní žák, který se něco naučil, umí to použít a dovede nám o tom třeba něco říci.“[33]

Algoritmus a vlastní vzdělávací zkušenost učitele

Jana Coufalová, Miroslava Chmelová, Regina Hrabětová

„Vytvoření algoritmu vede bezpochyby k zefektivnění početních procesů. Z hlediska matematiky je podstatné, jakou cestou žák k algoritmu dospěje. Cesta může být čistě formální, algoritmus je učitele žákům sdělen, vysvětlen, poté je žáky procvičován. Algoritmus může však být také výsledkem žákových objevů, cílem procesu hledání řízeného učitelem.“[34]

Využití IT ve výuce matematiky v primární škole

[33] Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 80-244-1311-6. ISSN 0862-9765.
[34] Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.

„Matematika patří mezi předměty, které nejsou založeny na pouhém získávání encyklopedických poznatků. Zvládnutí látky je podmíněno schopností samostatně řešit úlohy – nikoli jen podat správnou odpověď. Při řešení většiny úloh či problémů není až tak podstatný výsledek, jako spíše celý postup řešení. Proto musíme rozhodovat, jaký způsob IT prostředků pro konkrétní učivo využít.“[35]

3.2 DOPORUČENÍ PRO DALŠÍ PRAXI

Jednotlivé úlohy jsem zpracovala podrobně pro jejich případné praktické využití. Zaměřila jsem se na detaily a dílčí aktivity, zanalyzovala dané postupy a popsala případné nedostatky, které by se mohly během hodin vyskytnout. Vyhodnocení s reflektivní částí jsem do své práce přidala proto, aby učitelé mohli být inspirováni případnou motivací žáků. Matematika uchopena konstruktivistickým přístupem vzbudila u žáků nadšení experimentovat, proto jsem mohla objevit i netradiční řešení, která jsou součástí analýzy výsledků. Zajímavé by bylo, kdyby mohla být vytvořena publikace, která by nesla modifikovaná zadání a nabízela podobně laděné úlohy i s jinými robotickými hračkami. Uvnitř takové publikace by mohly být vložené malé i větší projekty, které by učitel mohl během roku do výuky zařadit.

[35] Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

4 ZÁVĚR

Diplomovou práci jsem zpracovala do dvou hlavních oddílů, teoretické a praktické části, které jsou děleny do kapitol a podkapitol.

Hlavním cílem práce bylo rozvíjení algoritmického myšlení v kontextu řešení matematických úloh. Zpracované téma bylo určené pro 1. stupeň základní školy.

Obsah teoretické části jsem vypracovala do několika kapitol, kde podrobněji analyzuji vybrané pojmy důležité pro pochopení praktické části. Nejprve jsem se věnovala definováním pojmu algoritmus a jeho znázornění ve vývojovém diagramu. Navázala jsem další částí, v níž jsem se charakterizovala formu myšlení spíše po teoretické stránce. Hlavním důvodem základního rozdělení bylo vysvětlit tyto pojmy, jejichž podstata se promítla v praktické části.

Konstruktivistické učení se prolíná celou praktickou částí, proto jsem se zaměřila na výčet jednotlivých prostředí, ve kterých žáci pracovali. Tato prostředí publikoval profesor Hejný, kdy byly implementovány do učebnic pro žáky na 1. stupni základních škol. Principy, jež profesor Hejný upřednostňuje, jsou založeny na samostatném uvažování, hledání důkazů v procesu řešení, ověřování strategií a na společné komunikaci.

V další kapitole jsem zanalyzovala prostředí robotických hraček, abych ukázala, zda je možné je využít pro rozvoj algoritmického myšlení. Robotické hračky jsou uzpůsobeny k tomu, aby byly použity do výuky. Vlastnosti jednotlivých hraček jsem zmínila pro jejich další využití. Na konec této kapitoly jsem vložila krátký výčet zajímavých námětů do hodin matematiky. V hodinách je může učitel použít vždy jiným způsobem.

V praktické části jsem se zaměřila na konkrétní úlohy a jejich strategie. V konstruktivisticky založené třídě jsem sledovala žáky při řešení problémově postavených úloh a zaznamenávala si jejich výsledky. Představila jsem třídu, v níž se pedagogický experiment uskutečňoval. Zmínila jsem kompetence, které se během odučených hodin u žáků rozvíjely. Vybraná prostředí byla zvolena pro přirozený rozvoj algoritmického myšlení. Během nich jsem vyhodnocovala správnost postupu při ověřování výsledků z matematické části hodiny a monitorovala možná úskalí v procesu programování. V analýze výsledků jsem pro jasnější přehled úspěšnosti při řešení a ověřování jsem vnořila tabulku výsledků řešení. V závěru každé úlohy jsou přehledně zpracované řešitelské strategie, jež popisují způsob uchopení úlohy a přístup žáků k problému. Konec praktické části je věnován reflexi, ve které žáci hodnotí výsledky své práce ve skupinách a v prostředí hodnotícího kruhu. Součást hodnocení uzavírá krátký dialog s vybranými jednotlivci.

Závěr praktické části jsem věnovala interpretaci výsledků, jež ukazují na pozitivní průběh pedagogického experimentu, vnořené tabulky a diskuse. V diskusi jsem zmínila podstatu zjištěných skutečností, které ovlivnily samotný vybudovaný proces. Doporučení pro další praxi jsem vložila pár myšlenek, jež by mohly být uchopeny a v budoucnu dále rozvíjeny.

Přínos diplomové práce považuji ve zpracování jednotlivých matematických úloh v procesu ověřování správnosti výsledků v kombinaci s robotickou pomůckou. Rozvoj algoritmického myšlení jako možný způsob rozvíjení systematického myšlení směrem k budoucímu profesnímu životu. Přínosné by bylo, kdyby mohla být vytvořena publikace, která by obsahovala modifikovaná zadání a nabízela soubor podobně laděných úloh se stejnými nebo jinými roboty.

5 RESUMÉ

Diplomová práce se zabývá rozvojem algoritmického myšlení v kontextu řešení matematických úloh na 1. stupni základní školy. Teoretická část obsahuje pojmy, které objasňují podstatu vytyčeného cíle. Analyzovány jsou pojmy algoritmus, myšlení, učení, konstruktivistický přístup ve výuce a matematická prostředí vytvořená profesorem RNDr. Milanem Hejným, CSc. Rozvoj algoritmického myšlení je uskutečňován při řešení v matematické části a v modelové úloze s robotickou didaktickou hračkou nazvanou Ozobot. V praktické části je pozornost věnována charakteristikou pěti úloh s modifikovaným zadáním, jejich strategiím a reflektivní částí.

Resume

The diploma thesis deals with the development of algorithmic thinking in the context of mathematical problems at the 1st stage of primary school. The theoretical part contains concepts that clarify the essence of the set goal. Analyzed are concepts of algorithm, thinking, learning, constructivist approach in teaching and mathematical environment created by Professor RNDr. Milan Hejný, CSc. The development of algorithmic thinking is carried out in solving in the mathematical part and in a model task with a robotic didactic toy called Ozobot. In the practical part, attention is paid to the characteristics of five tasks with modified assignments, their strategies and reflective part.

6 SEZNAM OBRÁZKŮ

7 SEZNAM TABULEK

8 SEZNAM FOTOGRAFIÍ

9 SEZNAM LITERATURY

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 80-244-1311-6. ISSN 0862-9765.

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas paedagogica. Mathematica. Olomouc: Univerzita Palackého, [199-]-2014. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. ISBN 978-80-244-2511-5. ISSN 0862-9765.

BALARINOVÁ, Jindra. Úvod do algoritmizace a programování pro děti. Ostrava: [Ostravská univerzita v Ostravě], 2015. ISBN 978-80-7464-711-6.

BUDÍNOVÁ, Irena, Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ a Helena DURNOVÁ. Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele. 2. vydání. Brno: Edika, 2018. ISBN 978-80-266-1275-9.

COUFALOVÁ, Jana, ed. Vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a učitele 1. stupně základního vzdělávání - Srní 2007: sborník z konference s mezinárodní účastí věnované vyučování matematiky na 1. stupni základní školy. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2007. ISBN 978-80-7043-548-9.

Definition of Algorithm. Https://www.edrawsoft.com/ [online]. EdrawSoft: SHENZHEN EDRAW SOFTWARE Co., 2021 [cit. 2021-02-01]. Dostupné z: https://www.edrawsoft.com/explain-algorithm-flowchart.html

Didaktické prostředí. Hejného metoda [online]. Praha: H-mat, 2018 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi

FRIEDMANN, Zdeněk. Trendy a aspekty ve výuce techniky a informatiky pro potřeby mateřských a základních škol. Brno: Masarykova univerzita, 2018. Odborné a technické vzdělávání. ISBN 978-80-210-9014-9.

HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ. Velký psychologický slovník. Ilustroval Karel NEPRAŠ. Praha: Portál, 2010. ISBN 978-80-7367-686-5.

HEINZEN, Thomas E., Scott O. LILIENFELD a Susan A. NOLAN. Kůň, který uměl počítat: proč je důležité myslet kriticky. Přeložil Alžběta JAMIESON. Praha: Portál, 2019. ISBN 978-80-262-1442-7.

Hejného metoda: Budování schémat: dítě ví i to, co jsme ho neučili. H-mat.cz [online]. Praha: h-mat.o.p.s., 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/budovani-schemat?fbclid=IwAR098GQHFBZLGjMNRtpixRkFCCaN4OnY397MpR_W69qseo_3cpaG1bUvU2g

HEJNÝ, Milan. Matematika: pro 4. ročník základní školy. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

Charakteristika ŠVP "Začít spolu." Https://www.krizik.eu/zakladni-skola/charakteristika-svp-zacit-spolu [online]. Plzeň: Gymnázium Františka Křižíka, 2014 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.krizik.eu

Katalog robotických pomůcek. Brno, 2020. Dostupné také z: https://www.vyuka-vzdelavani.cz/

Krychlové stavby. Hejného metoda [online]. Praha: H-mat, 2018 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/krychlove-stavby

LANGER, Stanislav. Algoritmy myšlení a možnosti jejich rozvíjení: příspěvek k teorii myšlení a k problematice učení. Hradec Králové: Kotva, c2004. ISBN 80-902210-3-3.

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. Výukové metody. Brno: Paido, 2003. ISBN isbn80-7315-039-5.

MAZÁČOVÁ, Nataša. Vybrané problémy obecné didaktiky. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-677-2.

Metodické kluby - Metodika realizace. Hejného metoda: Zasloužená radost z poznání [online]. Praha: H-mat, 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/sites/default/files/Matematicke_kluby_Metodika.pdf?fbclid=IwAR0o4wCkIoHChGbETvEXA5FCb4XaObOcSNfBbPOUSBeQUvOHMO8nP32k8js

MCMANUS, Sean. Jak se naučit programovat v 10 lekcích. Přeložil Tomáš POKORNÝ. Praha: Svojtka & Co., 2017. Super lekce. ISBN 978-80-256-2046-5.

OzoCodes. In: Ozobot ve výuce [online]. Děčín: Wordpress, 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://ozobot.sandofky.cz/wp-content/uploads/Ozobot-OzoCodes-Reference_CZ.pdf

Pedagogický experiment. Teorie tělesné výchovy a sportu [online]. Praha: studentske.eu, 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: http://telesna-vychova.studentske.eu/2008/03/pedagogick-experiment.html

PELÁNEK, Radek. Želví grafika: exkurze do programování, geometrie a umění. Brno: Computer Press, 2018. ISBN 978-80-251-4905-8.

PŠENČÍKOVÁ, Jana. Algoritmizace. Kralice na Hané: Computer Media, c2007. ISBN 978-80-86686-80-6.

Virtuální puzzle do Ozobota. EDU Sence [online]. Gdańsk: EDUSENSE S.A., 2021 [cit. 2021-01-28]. Dostupné z: https://puzzle.uczymydzieciprogramowac.pl/pl?fbclid=IwAR19oIb1H-6D0FL17wEgL7vmC-14mRaFHUMAuTXEBgBY1ZLZeipanMc-OjU

ZORMANOVÁ, Lucie. Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod. Praha: Grada, 2012. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4100-0.