

## Řešený popis systému "dvojitý integrátor"

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$A$   $B$   $C$

- Cílem navrhnout identický vektor stavu, přivazující násobný pol dynamice chyby vektoru.
- + varianta pro výhledování nežádané vstupní poruchy

### Identický vektor stavu

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad ; \quad L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

Chyba vektoru  $e \triangleq x - \hat{x}$

$$\dot{e} = \underbrace{(A - LC)}_{\triangleq A_e} e$$

$\triangleq A_e$  - o stabilitě a rychlosti výhledování  
vzhledují vlastní čísla iřazená  
vhodnou volbou  $L$

Nutná podmínka: pozorovatelnost

$$Q_c = \begin{bmatrix} C \\ C_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(Q_c) = 2$$

$\Rightarrow$  pozorovatelný systém

$$A_r = A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \det(sI - A_r)$$
$$= s^2 + l_1 s + l_2 = a_z$$

$$a_z^* = (s + p_r)^2 = s^2 + 2p_r s + p_r^2$$

$\uparrow$   
2-násobný reálný pól  $-p_r$

Diofantická rovnice

$$a_z^* = a_z \Rightarrow \begin{cases} l_1 = 2p_r \\ l_2 = p_r^2 \end{cases}$$

Alternativní implementace vektorů:  $\hat{x}$

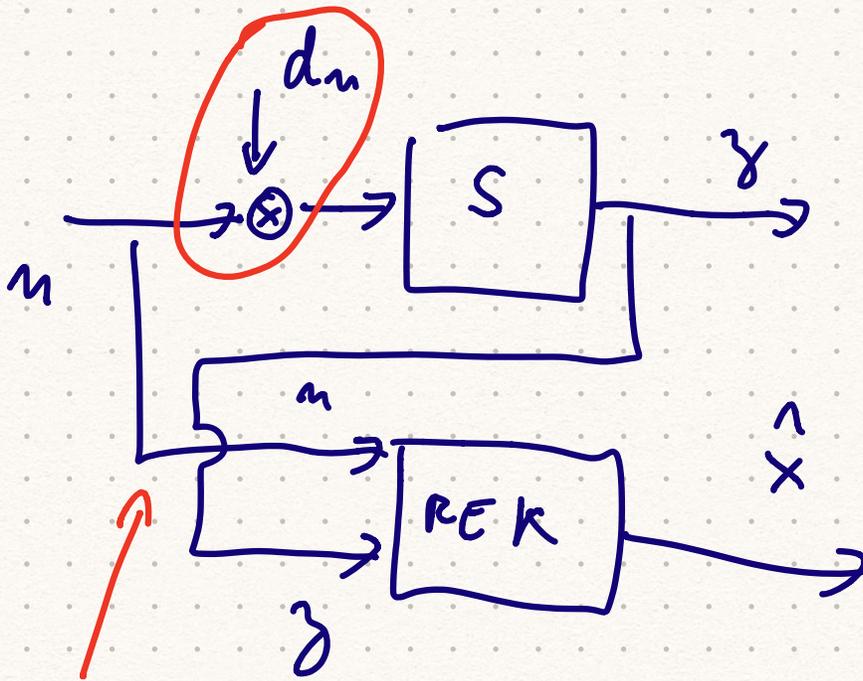
$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bm + L(y - C\hat{x})$$

$$= (A - LC)\hat{x} + Bm + Ly$$

$= Av$   
vždy  
stabilní

2 vstupy rekonstrukce

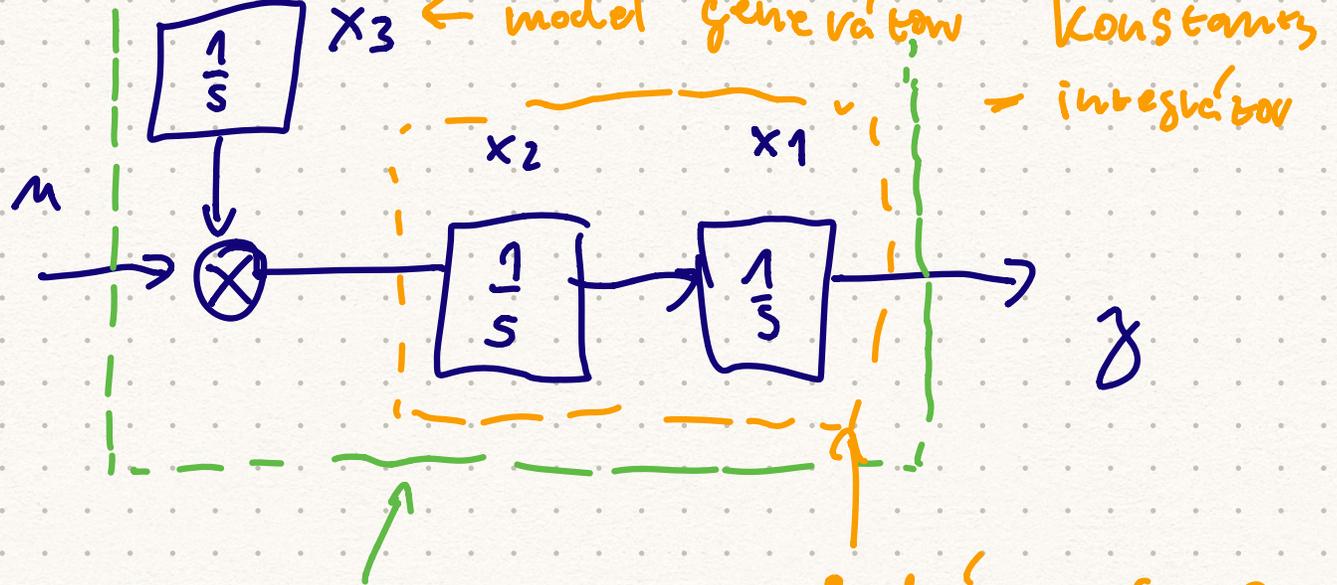
b) neznámá vstupní povaha



chybná informace o vstupu systému přiváděná  
do rekonstrukce  $\rightarrow$  offset v odhadu  $\hat{x}$

$E \neq 0!$

Řešení: zahrnutí modelu poruchy do rozšířeného  
systému a odhad rozšířeného stavu



rozšířený systém  $\bar{S}$  přechodný systém  $S$   
 $S$  vnitřním  
 modelem poruchy

Popis rozšířeného systému  $\bar{S}$ :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + u$$

$$\dot{x}_3 = 0$$

$$y = x_1$$

$$\Rightarrow \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = [1 \ 0 \ 0]$$

Rekonstruktor pro vzájemný systém:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\hat{x} + \bar{B}u + \bar{L}z$$

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} \bar{l}_1 \\ \bar{l}_2 \\ \bar{l}_3 \end{bmatrix}$$

$$|sI - \bar{A} + \bar{L}\bar{C}| = s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3 = a_z$$

$$a_z^* = (s + p_r)^3 = s^3 + 3p_r s^2 + 3p_r^2 s + p_r^3$$

$$a_z \stackrel{!}{=} a_z^* \Rightarrow$$

$$l_1 = 3p_r$$

$$l_2 = 3p_r^2$$

$$l_3 = p_r^3$$

⇒ Výsledkem libovolné, konstantní poruchy,

v ustáleném stavu opět nulová chyba

$$\varepsilon \rightarrow \emptyset$$

# Souvislost pozorovatelnosti a Jordanovy NF

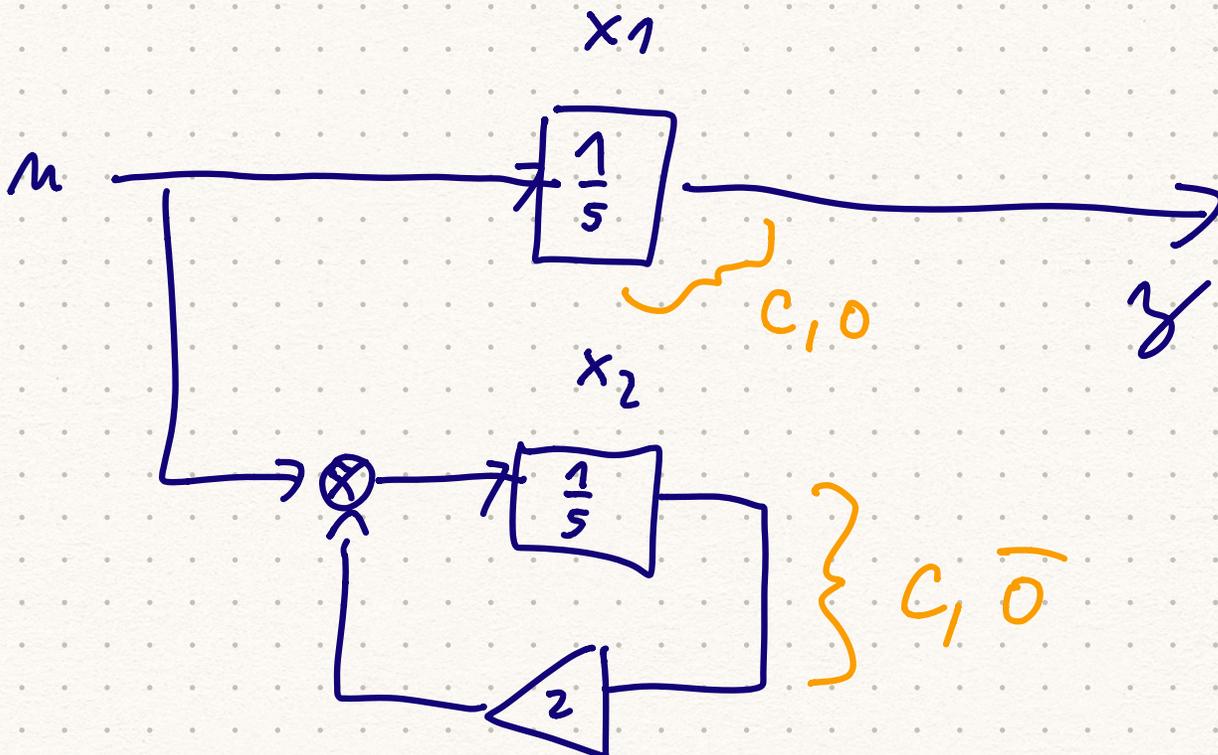
- o System z předchozího příkladu již je v JNF!

2-násobný pól v  $\mathcal{D}$  - sériové spojení

2 integrátoři, zřetelné napojení na vstup

i výstup  $\Rightarrow$  současně viditelnost a pozorovatelnost

- o Řiditelný, nepozorovatelný systém



Vnitřní popis:

$$\dot{x}_1 = u$$

$$\dot{x}_2 = 2x_2 + u$$

$$y = x_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

viditelnost  
obou módů

$$C = [1 \quad 0]$$

→ nepozorovatelná  
mód  $e^{2t}$

je v Jordánově  
formě

Chyba rekonstrukce

$$|sI - A + LC| = (s - 2)(s + 1)$$

nestabilní  
část  
dynamiky,  
kterou nelze  
ovlivnit volbou

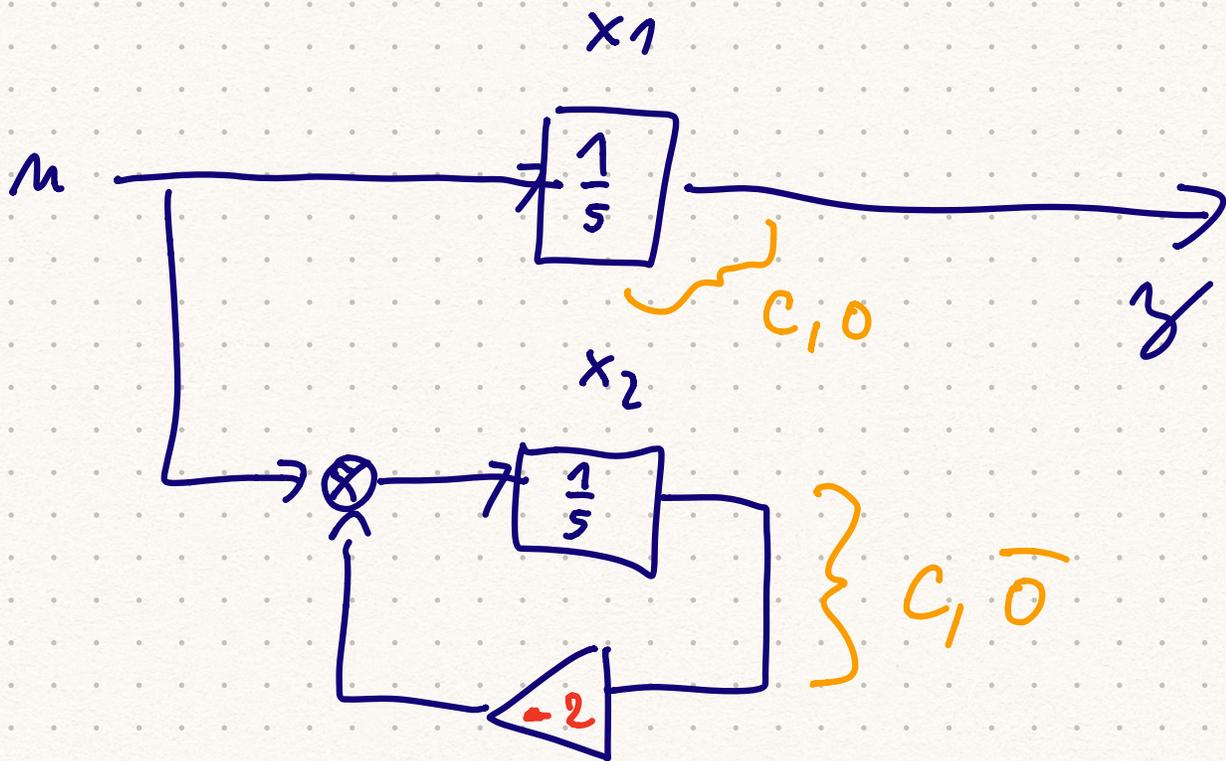
↳

$$E_2 = x_2 - \hat{x}_2 \rightarrow \mathcal{D}$$

$x_1$  lze vysledovat  
s libovolnou dynamikou

→ nepozorovatelný a  
nedetekovatelný systém

# Podobný systém



Vnitřní popis:

$$\dot{x}_1 = u$$

$$\dot{x}_2 = -2x_2 + u$$

$$z = x_1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

viditelnost  
obou módů  
nepozorovatelnost  
módu  $\bar{e}^{2t}$

je v Jordanově  
formě

Chyba rekonstrukce

$$|sI - A + LC| = (s + 2)(s + 2)$$

Dynamiku nelze  
ovlivnit  $L$ ,

ale bude  
stabilní

$\Rightarrow \mathcal{E}_2 = x_2 - \hat{x}_2 \rightarrow 0$   
(odcizení poč.  
podmínky  $x_2(0)$ )

$x_1$  lze vysledovat

s libovolnou dynamikou

$\Rightarrow$  nepozorovatelný ale  
detekovatelný systém

Pozn. pozorovatelnost/detekovatelnost je  
nezávislá na volbě souřadnic, přechod  
na jinou reprezentaci  $z = Tx$  nic nezmění,  
důsledek I/O ekvivalence - nepozorovatelné  
módy se nikdy neprojeví na výstupu.