

Stavový popis systému „dvojitý integrátor“

$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u \quad y = \underbrace{[1 \quad 0]}_C x$$

- Cílem navrhnout identický vektorizátor stavu, přivazující násobný polí dynamice chyby vektorizace.
- + varianta pro vyhledování neznámé vstupní poruchy

Identický vektorizátor

$$\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B u + L (y - C \hat{x}) \quad ; \quad L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

Chyba vektorizace $\varepsilon \triangleq x - \hat{x}$

$$\dot{\varepsilon} = \underbrace{(A - LC)}_{\triangleq A_\varepsilon} \varepsilon$$

$\triangleq A_\varepsilon$ - o stabilitě a rychlosti vyhledávání
vzhledují vlastní čísla iřazena
vhodnou volbou L

Nutná podmínka: pozorovatelnost

$$Q_c = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(Q_c) = 2$$

\Rightarrow pozorovatelný systém

$$A_r = A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \det(sI - A_r) = s^2 + l_1 s + l_2 = a_z$$

$$a_z^* = (s + p_r)^2 = s^2 + 2p_r s + p_r^2$$

\uparrow
2-násobný reálný pól $-p_r$

Diofantická rovnice

$$a_z^* = a_z \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} l_1 = 2p_r \\ l_2 = p_r^2 \end{cases}$$

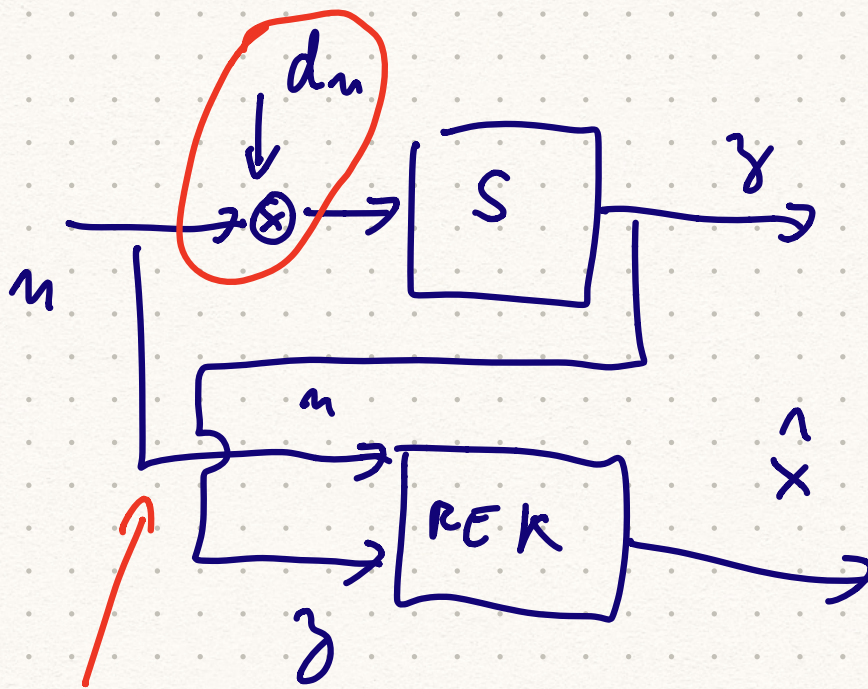
Alternativní implementace rekonstruktoru:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \\ &= (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \end{aligned}$$

$= A^T$
vždy
stabilní

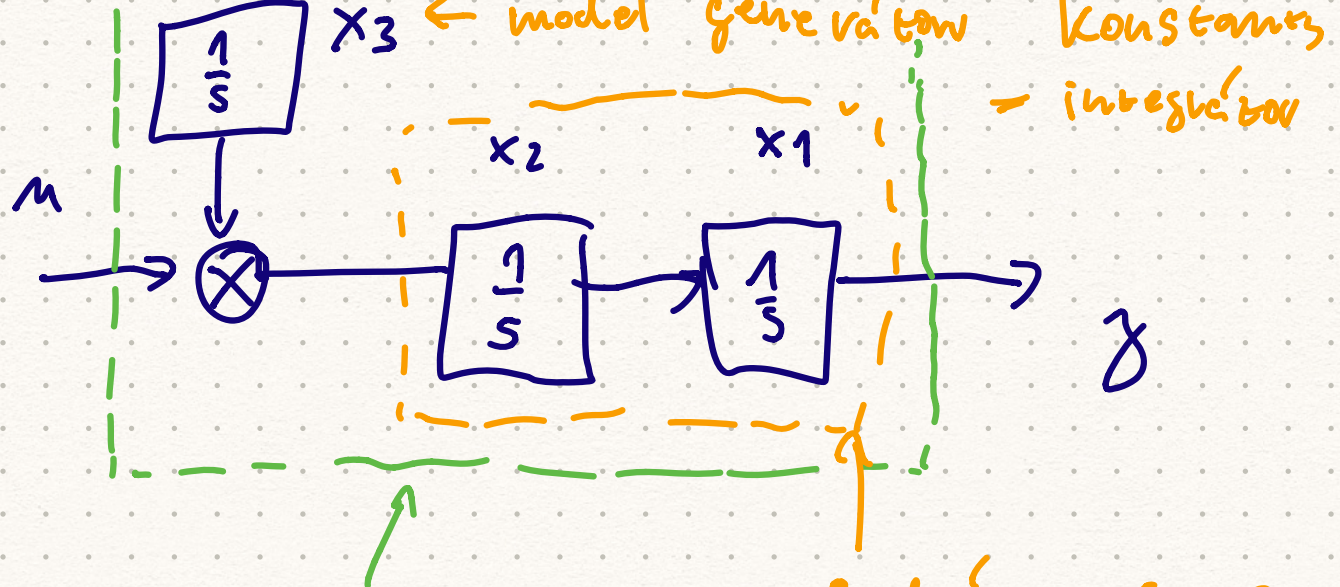
2 vstupy rekonstrukce

b) neznámá vstupní povaha



chybná informace o vstupu systému přiváděná
do rekonstrukce \rightarrow offset v odhadu \hat{x}
 $e \neq 0$!

Řešení: zahrnutí modelu poruchy do rozšířeného
systému a odhad rozšířeného stavu



rozšířený systém \bar{S}
 s vnitřním
 modelem poruchy

Popis rozšířeného systému \bar{S} :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3 + u$$

$$\dot{x}_3 = 0$$

$$y = x_1$$

$$\Rightarrow \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = [1 \ 0 \ 0]$$

Rekonstruktor pro rozšířený systém:

$$\dot{\hat{x}} = (\bar{A} - \bar{L}\bar{C})\hat{x} + \bar{B}u + \bar{L}z$$

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} \bar{l}_1 \\ \bar{l}_2 \\ \bar{l}_3 \end{bmatrix}$$

$$|sI - \bar{A} + \bar{L}\bar{C}| = s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3 = a_z$$

$$a_z^* = (s + p_r)^3 = s^3 + 3p_r s^2 + 3p_r^2 s + p_r^3$$

$$a_z \stackrel{!}{=} a_z^* \Rightarrow \begin{cases} l_1 = 3p_r \\ l_2 = 3p_r^2 \\ l_3 = p_r^3 \end{cases}$$

\Rightarrow Výsledkem libovolné, konstantní poruchy,

v ustáleném stavu opět nulová chyba

$$\Sigma \rightarrow \emptyset$$

Souvislost pozorovatelnosti a Jordanovy NF

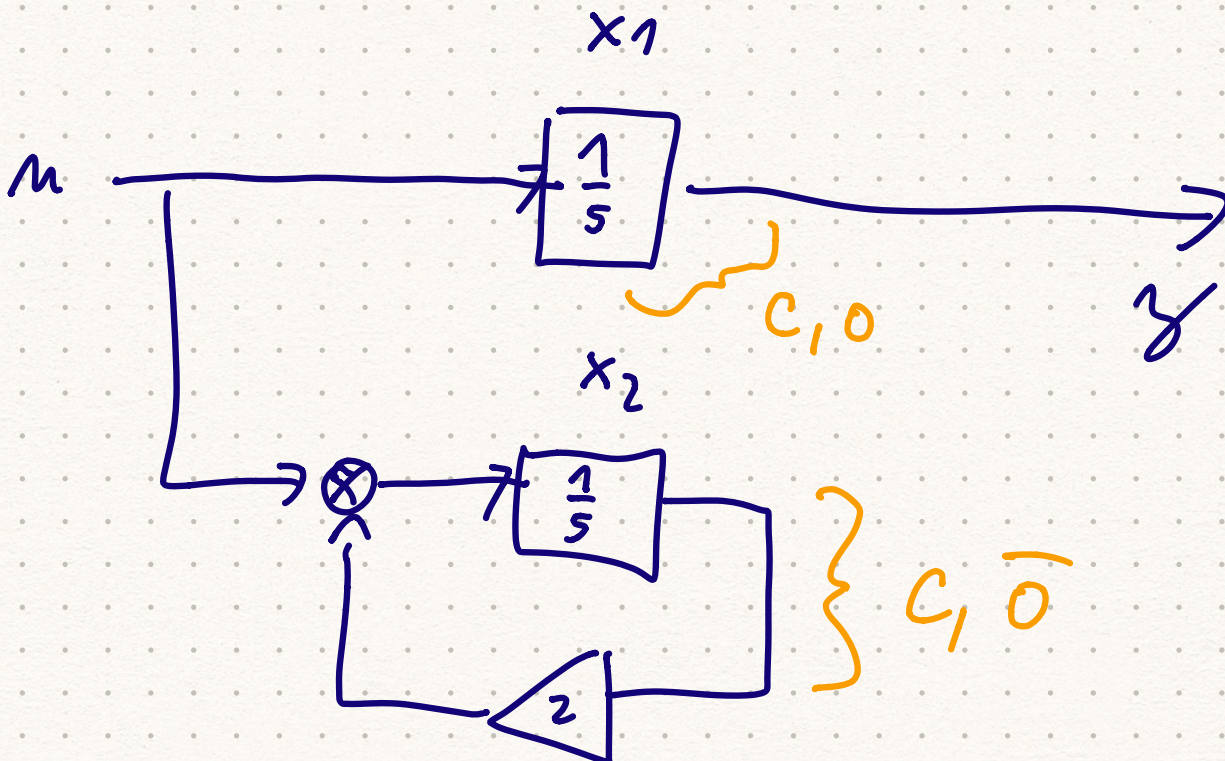
- Systém z předchozího příkladu již je v JNF!

2-násobný pól v \mathcal{D} - sériové spojení

2 integrátorů, zřetelné napojení na vstup

i výstup \Rightarrow současně viditelnost a pozorovatelnost

- Řiditelný, nepozorovatelný systém



Vnitřní popis:

$$\dot{x}_1 = u$$

$$\dot{x}_2 = 2x_2 + u$$

$$y = x_1$$

viditelnost
obou módů

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

nepozorovatelný mód e^{2t}

je v Jordánově
formě

Chyba rekonstrukce

$$|sI - A + LC| = (s - 2)(s + 1)$$

nestabilní
část
dynamiky,
kterou nelze
ovlivnit volbou

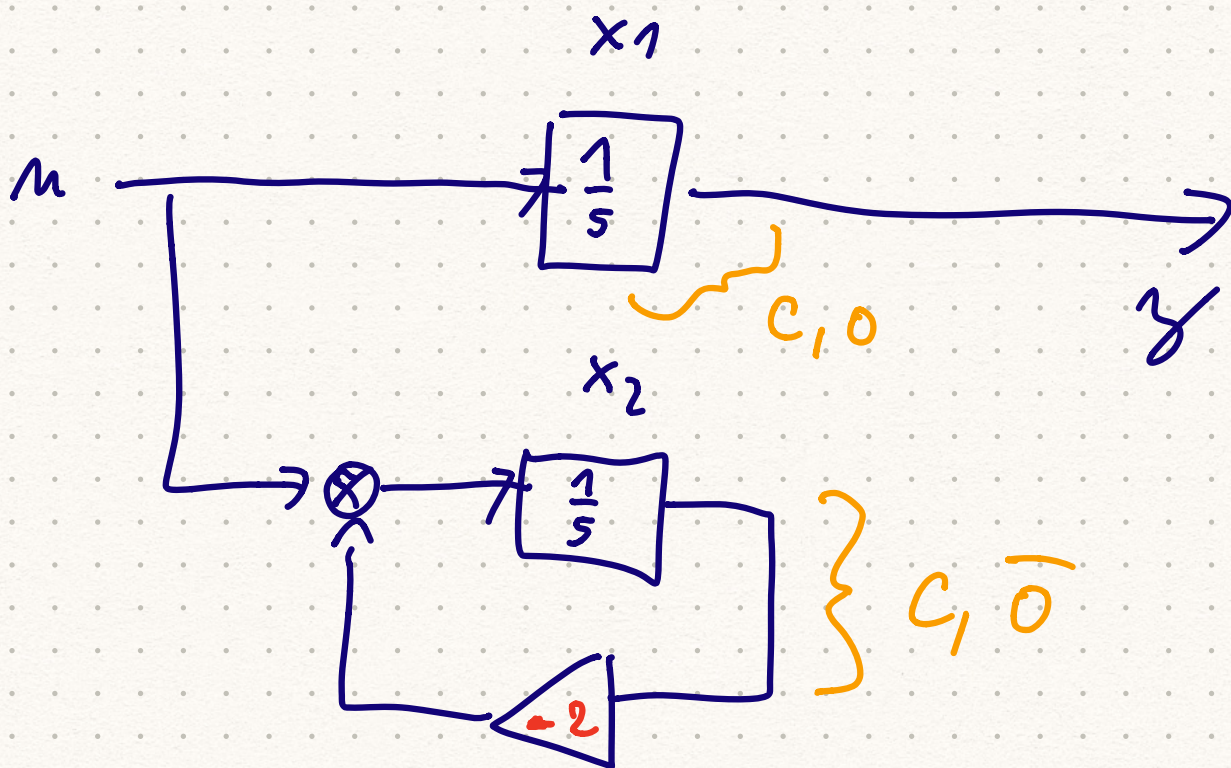
↓

$$e_2 = x_2 - \hat{x}_2 \rightarrow 0$$

x_1 lze vysledovat
s libovolnou dynamikou

nepozorovatelný a
 \Rightarrow nedetekovatelný systém

Podobný systém



Vnitřní popis:

$$\dot{x}_1 = u$$

$$\dot{x}_2 = -2x_2 + u$$

$$y = x_1$$

řiditelnost
obou módů

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

nepozorovatelnost
módu \bar{e}^{2t}

je v Jordánově
formě

Chyba rekonstrukce

$$|sI - A + LC| = (s + 2)(s + 2)$$

Dynamiku nelze
ovlivnit L ,

ale bude
stabilní

$\Rightarrow E_2 = x_2 - \hat{x}_2 \rightarrow 0$
(odcizení poč.
podmínky $x_2(0)$)

x_1 lze vysledovat
s libovolnou dynamikou

\Rightarrow nepozorovatelný ale
detekovatelný systém

Pozn. pozorovatelnost/detekovatelnost je
nezávislá na volbě souřadnic, přechod
na jinou reprezentaci $z = Tx$ nic nezmění,
důsledek I/O ekvivalence - nepozorovatelný
mód se nikdy neprojeví na výstupu.