

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA APLIKOVANÝCH VĚD
KATEDRA KYBERNETIKY**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

PLZEŇ, 2021

FRANTIŠEK SLÍŽ

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Fakulta aplikovaných věd

Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **František SLÍŽ**
Osobní číslo: **A17B0575P**
Studijní program: **B3918 Aplikované vědy a informatika**
Studijní obor: **Kybernetika a řídicí technika**
Téma práce: **Bezpilotní letadlo – Bicopter**
Zadávací katedra: **Katedra kybernetiky**

Zásady pro vypracování

1. Seznamte se se současnými konstrukcemi UAVs (Unmanned Aerial Vehicles). Vytvořte přehled existujících přístupů a metod řízení.
2. Zvolte jednu konkrétní variantu UAV a pro ni vypracujte podrobný matematický model.
3. Pro tuto variantu navrhnete vhodnou strategii stabilizujícího řízení kolem rovnovážného stavu.
4. Metodou simulace ověřte funkční vlastnosti navrženého řídicího algoritmu.

Rozsah bakalářské práce: **30-40 stránek A4**

Rozsah grafických prací:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

- OSCARSON, Oscar. Design, Modeling and Control of an octocopter. 2015.
- LUUKKONEN, Teppo. Modelling and control of quadcopter. *Independent research project in applied mathematics, Espoo*, 2011, 22.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Tomáš Myslivec**
Výzkumný program 1

Datum zadání bakalářské práce: **15. října 2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **24. května 2021**

Radová

Doc. Dr. Ing. Vlasta Radová
děkanka



J. Psutka

Prof. Ing. Josef Psutka, CSc.
vedoucí katedry

V Plzni dne 15. října 2020

PROHLÁŠENÍ

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě bakalářskou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí

V Plzni dne:
Vlastnoruční podpis

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval panu Ing. Tomáši Myslivcovi za odborné vedení, poskytnuté materiály, trpělivost a věcné připomínky k této bakalářské práci.

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem řídicího algoritmu, implementujícího stavovou zpětnou vazbu. Řídicí algoritmus má za účel stabilizaci bikopty v okolí rovnovážného stavu. V navazujícím kroku je rozšířen o regulaci polohy. Pro návrh řídicího algoritmu je třeba nejprve odvodit matematický model popisující dynamiku systému. Odvozený matematický model je převeden do stavového popisu a je vytvořen jeho linearizovaný model. Linearizovaný model je následně použit pro návrh řídicího algoritmu. Řídicí algoritmus zajišťuje stavová zpětná vazba s využitím metody LQR. Závěrečnou simulací je ověřena funkčnost navrženého řídicího algoritmu.

KLÍČOVÁ SLOVA

bezpilotní letoun, bikopty, matematické modelování, stavový popis, linearizace, stavová zpětná vazba

ABSTRACT

This bachelor thesis deals with proposal of state feedback control algorithm. Control algorithm is designed for stabilizing the bicopter around the equilibrium state. In the following step implementation of position control is added. Math model is needed for proposal of control algorithm. The following is the derivation of a mathematical model for an unmanned aerial vehicle with two rotors (bicopter). The obtained mathematical model is converted into a state description and its linearized model is created. The linearized state space model is used to propose a control algorithm. The control algorithm provides state feedback using the LQR method. The final simulation verifies the functionality of the proposed control algorithm.

KEY WORDS

Unmanned Aerial Vehicles, bicopter, mathematical modeling, state space description, linearization, state feedback

OBSAH

Seznam obrázků	7
1 Seznam značení	8
2 Seznam zkratek	9
3 Úvod	10
4 Dělení dronů	11
4.1 Dělení dle využití	11
4.1.1 Vojenské využití	12
4.1.2 Civilní a Komerční využití	12
4.2 dělení dle dráhy vzletu	13
4.2.1 UAV s horizontálním vzletem HTOL	13
4.2.2 UAV s vertikálním vzletem VTOL	14
4.2.3 Hybridní VTOL	14
4.3 Dělení dle použité konstrukce	15
4.3.1 Helikoptéry	16
4.3.2 Bikopty	17
4.3.3 Trikopty	18
4.3.4 Quadrokopty	19
4.3.5 Oktokopty	19
4.4 Technické parametry	20
4.5 Legislativní změny pro rok 2021	21
5 Metody a přístupy k řízení	22
5.1 Manuální řízení	23
5.2 Automatické řízení	25
6 Odvození matematických rovnic	26
6.1 Přejít mezi soustavami	27
6.2 Odvození úhlové rychlosti	30
6.3 Odvození sil a momentů působících v modelu	32
6.3.1 Síly a momenty generované v UAV	32
6.3.2 Síly působící na systém v pohyblivé soustavě	35
6.3.3 Odvození síly působící na těleso v pohyblivé soustavě	35
6.3.4 Síla potřebná pro levitaci UAV	36
6.4 Moment působící v pohyblivé soustavě	36
6.5 Nelineární model v pohyblivé soustavě	37
6.6 Nelineární model v inerciální soustavě	37
6.6.1 Verifikace odvozeného modelu	38

7	Linearizace	41
8	Návrh řídicího algoritmu	45
8.1	Stabilizace v ustálené poloze	45
8.2	Polohová regulace	48
9	Výsledky práce	52
10	Diskuze	53
11	Závěr	54

Seznam obrázků

4.1	Schéma dělení UAV	11
4.2	MQ-9 Reaper [4]	12
4.3	Umělý kolibřík vyvinutý firmou AeroVironment [6]	13
4.4	Příklad hybridního VTOL UAV [8]	15
4.5	Koaxiální helikoptéra	16
4.6	Nerovnoměrnost okamžité rychlosti	17
4.7	Náklon rotorů bikopty	18
4.8	Orientace rotorů trikopty	18
4.9	Orientace rotorů quadrokopty	19
5.1	Porovnání letových omezení quadrokopty bez možnosti náklonu rotorů (nalevo) s bikopty umožňující náklon rotorů v osách x a y (napravo)	22
5.2	Schéma řízení UAV	24
6.1	Soustava souřadnic používaná v letectví	26
6.2	Znázornění převodu mezi soustavami	27
6.3	Postupná rotace	28
6.4	Znázornění polohy a orientace modelovaných rotorů	32
6.5	Znázornění smyslu otáček rotorů p3,p4	34
6.6	Nelineární model bikopty v prostředí <i>Simulink</i>	38
6.7	Simulace vypočteného řízení pro levitaci v ustáleném bodě	39
6.8	Simulace levitace s otáčením kolem osy z	40
8.1	Stabilizace v ustálené poloze - pozice	47
8.2	Stabilizace v ustálené poloze - natočení	47
8.3	Stabilizace v ustálené poloze - reakce řízení	48
8.4	Schéma nelineárního modelu pro řízení polohy a náklonu	49
8.5	Regulace polohy	50
8.6	Regulace náklonu	50
8.7	Regulace polohy - akční zásah z matice \tilde{F}	51

1 SEZNAM ZNAČENÍ

zkratka	význam
A	matice dynamiky lineárního systému
\tilde{A}	rozšířená matice dynamiky lineárního systému
B	matice řízení lineárního systému
\tilde{B}	rozšířená matice řízení lineárního systému
C	matice popisující výstup lineárního systému
F	vektor síly
	případně stavový regulátor
\tilde{F}	rozšířený stavový regulátor
g	konstanta gravitačního zrychlení
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	prvky na diagonále matice rotace popisující rotace kolem os
J	matice setrvačnosti
K_T	konstanta popisující tah rotoru
K_τ	konstanta popisující točivý moment
l	délka ramene bikopty
m	hmotnost bikopty
P	matice popisující polohu rotorů
Q	matice penalizující stav při návrhu regulátoru metodou LQR
Q_c	matice říditelnosti
R	matice rotace
	případně matice penalizující zásah řízení při návrhu regulátoru metodou LQR
T_i	tah i-tého rotoru
u	vektor řízení
u_{eq}	vektor řízení pro udržení v rovnovážném bodě
W	transformační matice pro převod úhlových rychlostí v pohyblivé soustavě na derivace úhlů v inerciální soustavě
\tilde{x}	stavový vektor systému
\tilde{x}	rozšířený stavový vektor systému
\tilde{y}	výstupní vektor systému
$\tilde{\eta}$	vektor rotace kolem os
$\tilde{\theta}$	vektor translačních rychlostí
$\tilde{\xi}$	vektor polohy
$\tilde{\tau}$	celkový moment
χ	matice popisující orientaci rotorů
$\tilde{\omega}$	vektor úhlových rychlostí

2 SEZNAM ZKRATEK

zkratka	význam
ESC	Electronic speed controller
FC	Flight controller)
GSC	(Ground control station
HTOL	Horizontal take-off and landing
IMU	Inertial measurement unit
INS	Inertial navigation systems
LIDAR	Light Detection And Ranging
LQR	Linear-Quadratic Regulator
MEMS	Mikro elektro mechanické systémy
UAS	Unmanned Aircraft Systems
UAVs	Unmanned Aerial Vehicles
VTOL	Vertical Take-Off and Landing

3 ÚVOD

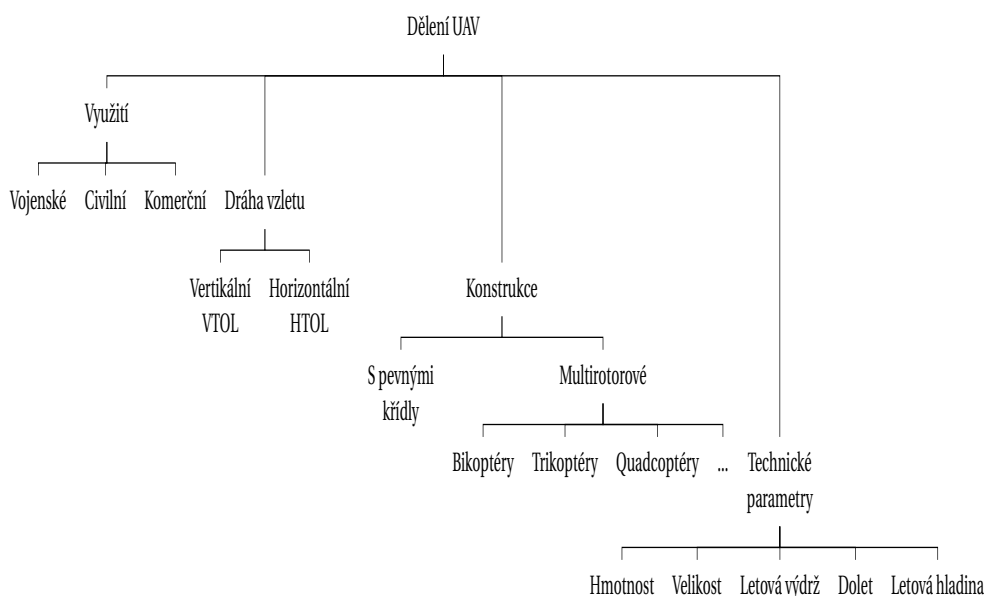
Cílem této práce je seznámit s tématem bezpilotních letounů, často označovaných anglickou zkratkou UAVs (Unmanned Aerial Vehicles). Tuto zkratku je též možné zaměnit s pojmem dron, který je používán jak ve vojenské, tak v komerční terminologii. Jsou zde nastíněny současné konstrukce a dělení. Následně je popsán princip jejich řízení.

Drony v dnešní době nabývají na popularitě především díky množství jejich využití. Původně byly vyvinuty především pro vojenské účely, avšak v dnešní době nacházejí značné využití v komerční a soukromé sféře. Jedním z řešených témat týkajících se UAVs jsou multirotorová zařízení. V současné době jsou v této oblasti často používána čtyř, šesti a osmi rotorová zařízení s vertikálním zdvihem. Tyto zařízení lze ovládat pouhou změnou rychlosti otáček jednotlivých rotorů. Tato práce se zabývá variantou UAV se dvěma rotory, jež se mohou naklápět nezávisle na sobě ve dvou osách. Varianta UAV se dvěma náklonnými rotory je známa pod názvem bikoptyra. Snížením počtu rotorů jsou sníženy nároky na spotřebovanou energii. Zároveň zůstává výhoda vertikálního vzletu. Bikoptyra je ovšem nejméně stabilní multirotorový stroj. Zvolená konstrukce tak přináší značné nároky na kvalitu regulace.

V druhé části práce je odvozen matematický model bikoptyry pomocí Newton-Eulerových pohybových rovnic. Aby bylo možné takovýto systém udržet v rovnovážné poloze, je nutné přidat řídicí algoritmus. Za tímto účelem je získaný matematický model převeden do stavového popisu a je vytvořena jeho linearizace v ustáleném stavu. K takto vytvořenému lineariзованému modelu je metodou LQR vytvořen stavový regulátor, který má za cíl držet systém v rovnovážné poloze. Po vytvoření regulátoru jež je schopný systém stabilizovat v ustáleném stavu je stavový popis rozšířen pomocí integrátorů, díky čemuž je možné regulovat systém do požadované polohy, blízké ustálenému stavu.

4 DĚLENÍ DRONŮ

Zprvu je vhodné ujasnit, co je myšleno pod pojmem dron. Cambridgeský slovní popisuje dron jako letoun, který nemá pilota, ale je ovládán vzdáleně [1]. Pro usnadnění je dále v práci použita zkratka UAV. Některé zdroje o UAV uvažují pouze pokud implementují algoritmus automatického řízení. V této práci je ovšem pojem dron a zkratka UAV rovnocenné a zaměnitelné označení pro tentýž systém. UAV označuje širokou paletu zařízení. UAV může být několika set gramový stroj určený především pro volnočasové využití, stejně tak jako několika tunový stroj osazený mnoha senzory schopný autonomního letu. Z těchto a dalších důvodů je zavedeno několik způsobů, jimiž je možné UAV dělit do menších skupin. Základní hlediska, podle nichž je možno tyto stroje dělit, jsou znázorněna níže.



Obrázek 4.1: Schéma dělení UAV

4.1 DĚLENÍ DLE VYUŽITÍ

UAV lze podle využití rozdělit do tří skupin. První z nich je vojenské využití, následuje civilní a komerční využití. Toto dělení souvisí s historií a prvotním využitím technologie používající bezpilotních vozidel. Zpočátku byly využívány především pro vojenské účely. Vojenské aplikace lze dále rozdělit především na mapování terénu, případně záznam dat pomocí připevněných senzorů a v neposlední řadě využití strojů, jež disponují zbraňovými systémy. Ze zřejmých bezpečnostních důvodů se do komerční a civilní sféry dostaly především stroje z první zmíněné skupiny.

4.1.1 VOJENSKÉ VYUŽITÍ

Z počátku nacházely využití právě ve vojenských operacích. Velké oblibě se těšily především při nebezpečných misích, kde bylo sníženo riziko lidských ztrát. V závislosti na dané aplikaci se značně liší i použitý stroj. Armáda vyvinula celou paletu různých UAV, od lehkých typů, jež mohou být ovládány jediným člověkem např. RQ-14 Dragon Eye určený především pro krátkodobý průzkum okolí [2]. Až po moderní stroje typu MQ-9 Reaper, který může nést až 4 střely typu Hellfire II a další výbavu, díky níž se jedná o UAV vhodné pro vzdušné útoky [3].



Obrázek 4.2: MQ-9 Reaper [4]

4.1.2 CIVILNÍ A KOMERČNÍ VYUŽITÍ

Díky možnosti osazovat UAV dodatečnými senzory, nacházejí využití v řadě aplikací. Příkladem mohou být:

- průzkum a mapování terénu
- pomoc při živelných pohromách s vyhledáváním a pomocí přeživším
- termální analýza
- monitorování a inspekce, člověku těžko dostupných míst
- 3D modelování
- vytváření fotografií a videí

Moderní UAV často využívají možnost nést více senzorů a vhodným způsobem kombinovat získaná data, tento přístup je označován jako sensorová fúze. Jedním z příkladů kombinace může být RGB kamera k níž je přidán LIDAR. Díky použití LIDARu je možné měřit vzdálenost k objektům, díky čemuž je zlepšena schopnost manévrovat ve vnitřních prostorech [5].

V praxi je ovšem tento přístup nákladný a nachází se především u strojů z dražší cenové relace, především tedy pro komerční využití. V případě civilního použití je kladen důraz na pořizovací cenu, tento nárok se projevuje na kvalitě a množství osazených senzorů. Výdrž letu je taktéž zkrácena díky levnějším bateriím s nižší kapacitou.

4.2 DĚLENÍ DLE DRÁHY VZLETU

Většinu z dnes používaných UAV lze rozdělit do dvou skupin. První skupina ke vzletu využívá pevných křídel připojených k trupu a motoru generujícího tah v horizontálním směru. Ke generování tahu jsou využívány různé druhy rotorů, v některých aplikacích dokonce proudové trysky. Využívají tak stejný letový princip jako letadla. Druhá varianta využívá různé množství motorů s vertikálním tahem, tato varianta je často označována jako VTOL (z angl. Vertical Take-Off and Landing). Existují i další konstrukce například umělý kolibřík vytvořený firmou AeroVironment [6]. Tento umělý kolibřík se svojí hmotností 19g spadá do kategorie nano UAV a je schopen létat za pomoci kmitání křídel. Takováto řešení jsou spíše ojedinělá a nebudou zde dále rozebírána.



Obrázek 4.3: Umělý kolibřík vyvinutý firmou AeroVironment [6]

4.2.1 UAV S HORIZONTÁLNÍM VZLETEM HTOL

UAV s pevnými křídly oproti strojům s vertikálním vzletem nabízejí větší doletové vzdálenosti. Důvodem je spotřeba energie pouze pro vytvoření dopředného tahu a vztlaku pod křídly. Tímto způsobem je taktéž možno dosáhnout vyšších letových rychlostí a zároveň vyššího maximálního zatížení.

Nevýhodou strojů s pevnými křídly, oproti multirotorovým strojům, je náročnější manévrovatelnost a neschopnost vznášet se na místě. Jedná se o stroje, které ke svému vzletu potřebují dosáhnout určitou počáteční rychlost. Často jsou označovány zkratkou HTOL (z angl. Horizontal take-off and landing), popisující jejich potřebu vzletové dráhy. Počáteční rychlost nemusí být nutně dosažena rozjezdem. Potřeba zkrátit vzletovou dráhu vedla k vyvinutí katalpovacích zařízení, která pomohou dosáhnouti potřebné vzletové rychlosti. U menších typů je možno tohoto principu dosáhnout manuálním odhozením.

U strojů o hmotností desítek kilogramů a výše se jedná o dominantní konstrukční řešení. Díky své vysoké výdrž a rychlosti letu jsou vhodné pro mapování rozsáhlých území a dlouhotrvající sledování. Některé typy UAV jako například Global Hawk mohou být použity pro lety trvající více než 30 hodin [7].

4.2.2 UAV S VERTIKÁLNÍM VZLETEM VTOL

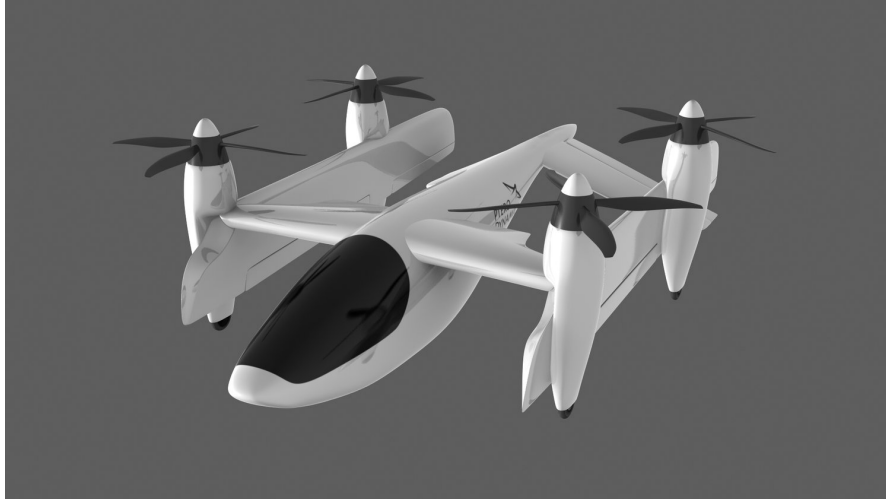
Mezi hlavní výhody patří především manévrovatelnost, schopnost vertikálního vzletu a možnost vznášet se na místě. Použitím vnitřního řízení je možno docílit vyšší letové stability v porovnání s předchozí variantou. Díky nízké ceně a relativně snadnému ovládní se těší velké oblibě v civilním sektoru. Tato obliba se projevuje rostoucím trhem a modernizací.

Kladné vlastnosti této varianty jsou do jisté míry vykoupeny nižší letovou účinností. Pro pouhý vzlet a udržení stroje ve vzduchu je nutno vynaložit značnou energii rotorů. Z těchto důvodů je kladen značný důraz na nízkou hmotnost stroje. Oproti variantě s pevnými křídly jsou schopny nést značně omezené množství nákladu. Malá nosnost omezuje použití velkokapacitních baterií a palivových nádrží. Délka trvání letu je tedy značně omezena. Zatímco HTOL UAV mohou setrvat ve vzduchu až desítky hodin, VTOL varianty se pohybují v řádu minut až jednotek hodin.

4.2.3 HYBRIDNÍ VTOL

Jedná se o skupinu UAV, snažící se kombinovat výhody konstrukcí s pevnými křídly s možností vertikálního vzletu. Díky vhodné konstrukci jsou schopny létat jako UAV s pevnými křídly a zároveň jako multirotorové stroje s vertikálním vzletem. Existuje několik možností jak předchozí dvě konstrukce kombinovat.

Část hybridních systémů využívá konstrukce s pevnými křídly, k nimž byly přidány vertikální rotory, čímž je získána možnost vertikálního vzletu a levitace. Sofistikovanější konstrukce využívají rotorů, jež jsou schopny měnit svůj náklon. Z počátku využívají vertikální tah rotorů, pro vertikální vzlet, popřípadě vznášení na místě a následně natočením rotorů přejdou do režimu v němž se řídí jako letadlo. Příkladem jednoho z řešení může být například Parus6c firmy PteroDynamics, který vzlétá jako quadrokoptéra a následně přechází do režimu letadla.



Obrázek 4.4: Příklad hybridního VTOL UAV [8]

4.3 DĚLENÍ DLE POUŽITÉ KONSTRUKCE

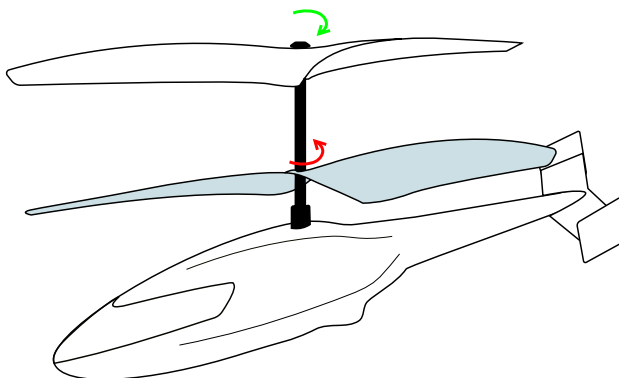
Jak již bylo naznačeno v předchozí kapitole, UAV lze podle konstrukce rozdělit na stroje s pevnými křídly a multirotorové stroje, přesněji by bylo vhodné psát o multimotorových strojích, jelikož rotory nejsou jedinou konstrukční možností. Tato práce se zabývá modelováním bikoptyry využívající otočné rotory, proto bude pozornost zaměřena právě na další multirotorové stroje.

V praxi jsou nejčastěji k vidění klasické helikoptéry a quadrokoptéry, nejedná se ovšem o jediná používaná konstrukční řešení těchto strojů. Mezi další konstrukce jež nachází v praxi aplikaci patří:

- Bikoptyry
- Trikoptyry
- Hexakoptyry
- Omnikoptyry

4.3.1 HELIKOPTÉRY

Helikoptéry lze podle konstrukce rozdělit na dva typy. Prvním typem jsou koaxiální helikoptéry.

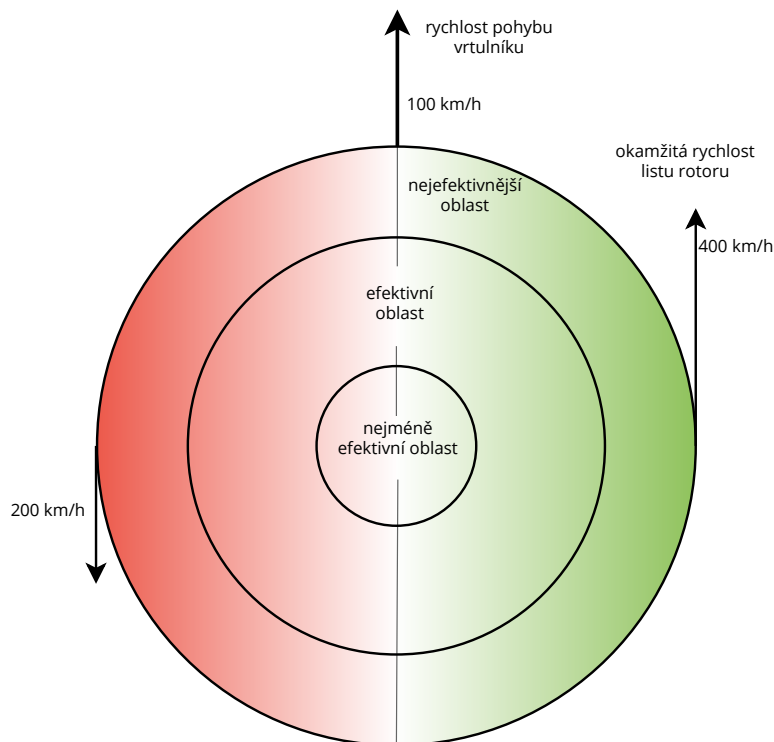


Obrázek 4.5: Koaxiální helikoptéra

Koaxiální helikoptéry využívají dva hlavní rotory pomocí nichž generují vertikální tah. Tyto rotory mají opačný smysl otáček, čímž odpadá nutnost ocasního rotoru pro kompenzaci otáčivého momentu. Dva hlavní rotory ovšem přináší složitější mechanickou konstrukci zajišťující různý smysl otáček.

Druhou skupinou jsou klasické helikoptéry s jedním hlavním a jedním ocasním rotorem. Díky jednoduché a robustní konstrukci se jedná o variantu používanou jak v běžném letectví tak u UAV. Jak již bylo zmíněno, ocasní rotor je součástí kompenzující otáčivý moment primárního rotoru. Další nezbytnou vlastností helikoptéry je schopnost měřit náklon listů rotoru a upravovat jej za letu. Tah generovaný jednotlivými listy je mimo jiné parametry, jako například průřez listu, výšku nad mořem a další, závislí na rychlosti otáčení rotoru. Okamžitá rychlost a s ní i tah se zvyšuje směrem ke konci listů. Efektivita tahu v závislosti na vzdálenosti od rotoru je schématicky znázorněna na obrázku 4.6.

Při letu může docházet k nerovnoměrnosti okamžité rychlosti listů rotoru. Příklad této nerovnoměrnosti je zobrazen v obrázku 4.6. Ve vyznačeném případě se helikoptéra pohybuje dopřednou rychlostí $100 \frac{km}{h}$, okamžitá rychlost na konci listů rotoru je $300 \frac{km}{h}$ a rotor se otáčí protisměru hodinových ručiček. Rychlost listů vůči zemi se v levé a pravé části rotace liší. Kompenzaci tohoto jevu lze provést již zmíněným náklonem hlavních listů rotoru. Podrobnější popis problému i řešení lze najít v druhé kapitole knihy *Helicopter Flying Handbook: FAA-H-8083-21B* [9].



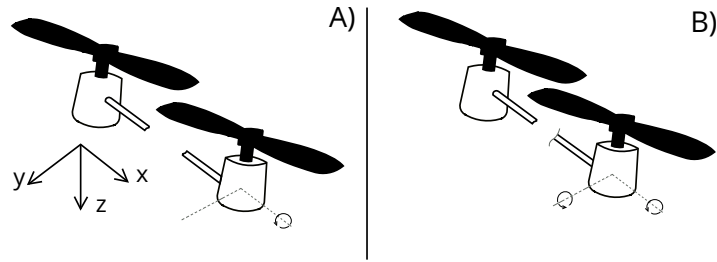
Obrázek 4.6: Nerovnoměrnost okamžité rychlosti

4.3.2 BIKOPTÉRY

Jak již samotné jméno uvádí, jedná se o stroj se dvěma rotory. Tímto označením lze popsat i klasickou helikoptéru. Pod názvem bikoptyera je zde ovšem myšlen stroj se dvěma vertikálními rotory, které se mohou naklánět. Náklon může probíhat kolem jedné nebo kolem dvou os, viz. obrázek 4.7.

První typ s náklonem rotorů pouze v jedné ose je mechanicky jednodušší, ale jedná se o systém náročnější na řízení jelikož nemůže vykonávat pohyb v jedné z os bez náklonu, celého těla stroje. Druhý systém je schopný pohybovat se ve všech směrech pouze pomocí náklonu svých rotorů. V této práci je uvažována druhá varianta a dále v práci bude odvozeno, že se jedná o systém s maticí říditelnosti plné hodnosti. Oproti první variantě se ovšem jedná o mechanicky náročnější systém.

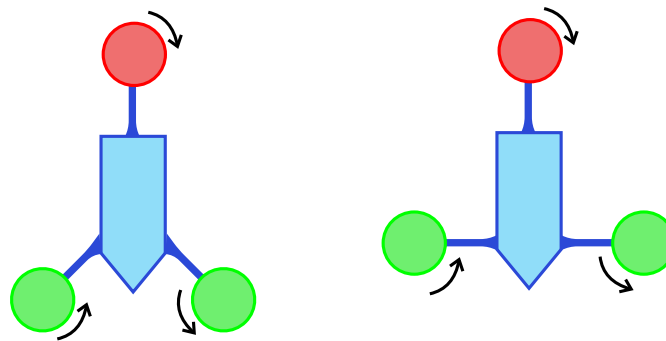
Díky použití dvou rotorů nejsou schopny bikoptyery dosahovat výkonů, letových výšek a nosnosti jako stroje s více rotory. O bikoptyerách lze číst jako o multirotorových strojích patřících k těm nejméně stabilním [10]. Nízká stabilita snižuje jejich aplikovatelnost pro natáčení. Díky snížení počtu rotorů je ovšem snížena i spotřeba energie.



Obrázek 4.7: Náklon rotorů bikoptéry

4.3.3 TRIKOPTÉRY

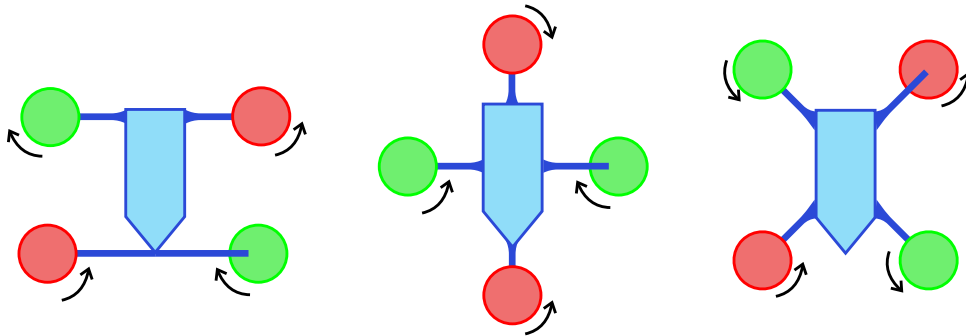
Název je odvozený od počtu použitých rotorů. Podobně jako u bikoptér se jedná o méně výkonné stroje. V porovnání s bikoptérou ovšem nabízí lepší stabilitu. Používají 2 konfigurace rotorů Y,T. Čelní rotory zpravidla bývají statické, zatímco ocasní rotor používá servo pro náklon. Díky takovéto konstrukci jsou schopny efektivního otáčení kolem vertikální osy souřadného systému. Čelní rotory mají stejný smysl otáček, ocasní rotor tak slouží ke kompenzaci vzniklého otáčivého momentu.



Obrázek 4.8: Orientace rotorů trikoptéry

4.3.4 QUADROKOPTÉRY

V dnešní době se jedná o velmi oblíbený model multirotorového stroje. Oproti předchozím zmíněným disponuje zejména stabilitou při levitaci. Stabilita a výkon čtyř rotorů umožňuje osazovat takovéto UAV dalšími senzory, díky čemuž nachází uplatnění například při filmování. Rotory quadrokotér jsou konstruovány především ve třech možnostech: H,+ ,x.



Obrázek 4.9: Orientace rotorů quadrokoptéry

Varianty quadrokoptér se statickými vertikálními rotory nejsou schopny horizontálního pohybu bez prvotního naklonění celého systému. Pro lepší manévrovatelnost byly vytvořeny varianty, jejichž rotory jsou schopny náklonu. Manévrovatelnost je v tomto případě vykoupěna složitějším řídicím algoritmem, nižší robustností a vyšší cenou.

4.3.5 OKTOKOPTÉRY

Lze se na ně dívat i jako na omnikoptéry. První část tohoto názvu *omni* v překladu z latiny znamená vše. Jedná se o UAV s rozmístěním rotorů díky němuž je schopno se pohybu a natočení v libovolném směru bez závislosti na jiných pohybech.

Podobně jako quadrokoptéry mohou být rotory rozmístěny vertikálně v konfiguracích X,+ . Vysoký počet rotorů umožňuje dosažení značných rychlostí a nosností. S vysokým počtem rotorů je ovšem spojena také vysoká spotřeba energie a vyšší pořizovací cena oproti předchozím typům multirotorových strojů.

4.4 TECHNICKÉ PARAMETRY

Dalším z ustálených způsobů klasifikace UAV je klasifikace podle výkonostních a technických parametrů. Takováto klasifikace je vhodná pro rychlé porovnání jednotlivých strojů. Mezi hlavní výkonostní parametry patří: maximální vzletová hmotnost, letová výdrž, maximální dolet, letová hladina, typ motoru, zatížení křídel a další.

Dělení podle hmotnosti		
Kategorie	Rozsah hmotnosti	Příklad
Super Heavy	>2000 kg	Global Hawk
Heavy	200 - 2000 kg	A-160
Medium	50 - 200 kg	Raven
Light	5 - 50 kg	RPO Midget
Micro	0.25 - 5 kg	Dragon Eye
Nano	<0.25 kg	Hummingbird

Tabulka 4.1: Tabulka popisující dělení UAV podle hmotnosti [11, 12]

Dělení letové výdrže a doletu			
Kategorie	Letová výdrž	Dolet	Příklad
High	>24 hours	>1500km	Predator B
Medium	5 – 24 hours	100 – 400 km	Silver Fox
Low	< 5 hours	< 100 km	Pointer

Tabulka 4.2: Tabulka popisující dělení UAV podle letové výdrže a doletu [11]

Dělení podle maximální letové hladiny		
Kategorie	Maximální letová hladina	Příklad
Low	< 1000 m	Pointer
Medium	1000 – 10000 m	Finder
High	> 10000 m	Darkstar

Tabulka 4.3: Tabulka popisující dělení UAV podle maximální letové hladiny [11]

Podrobnější popis klasifikace UAV lze najít například v článkách [11, 12, 13]

4.5 LEGISLATIVNÍ ZMĚNY PRO ROK 2021

Do 31.12.2020 podléhal provoz dronů na území české republiky leteckému předpisu L2 doplňku X [14]. Konkrétně zde byly rozlišovány pojmy bezpilotní letadlo (*UA*) a bezpilotní systém (*UAS*). Kde *UAS* značí samotný dron, vysílací stanici a další prvky nezbytné k umožnění letu. Od zmíněného data dál platí dle evropské komise harmonizovaná pravidla pro provoz *UAS* v členských státech evropské unie. Podklady pro tato pravidla byla vytvořena Evropskou agenturou pro bezpečnost letectví (*EASA*). Pravidla mají za účel usnadnit provoz na území členských států a rovněž omezit rizika spojená s tímto provozem. Vybraná rizika jsou popsány v práci [15]. Oficiální právně závazné texty popisující dané téma jsou volně dostupné na oficiálním Úředním věstníku EU. V době tvorby této práce se jedná především o *Prováděcí nařízení komise (EU) 2019/947* a *Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) 2019/945* [16, 17].

Nově jsou rozdělovány tři kategorie provozu [16].

1. Otevřená (Open)

Jedná se o kategorii zejména pro širokou veřejnost. Zahrnuje drony s nízkým provozním rizikem. Tato kategorie se dále dělí do kategorií typu A1-A3 a tříd typu C0-C4. Kategorie A určují provozní omezení a třídy C popisují fyzické vlastnosti dronu. Definice kategorií vycházejí z Evropského nařízení.

2. Specifická (Specific)

Kategorie určená pilotům/provozovatelům především s úmyslem provozovat dron profesionálně. Dron pro profesní užití ovšem může spadat do otevřené kategorie. Provoz v této kategorii je určen strojům, které překračují technické limity definované pro předchozí kategorii. Na provozovatele jsou kladeny výrazně vyšší nároky oproti otevřené kategorii.

3. Certifikovaná (Certified)

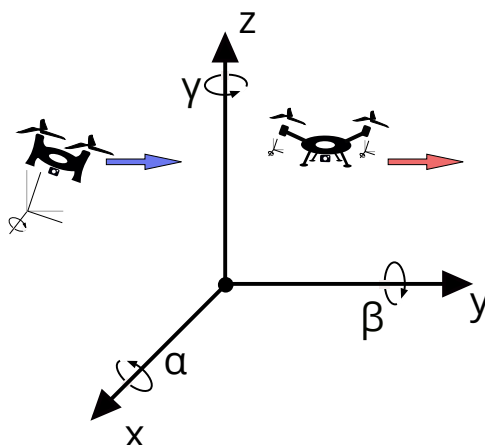
Jedná se o nejvyšší stupeň, s nejvyšším rizikem provozu. Zároveň se jedná o kategorii s nejpřísnějšími nároky. V nejbližších letech není předpokládáno využití a jedná se spíše o kategorii pro budoucí aplikace. V budoucnu se předpokládá využití pro přepravu osob případně materiálů, které mohou v případě nehody znamenat značné riziko pro třetí strany.

Bližší popis jednotlivých skupin a podkategorií lze nalézt mimo oficiálních vyhlášek EU také na internetové stránce *Létejte zodpovědně* [18]. Jedná se o edukační projekt pod záštitou Řízení letového provozu ČR, který má za cíl přenést aktuální informace o bezpečném provozování dronů k provozovatelům, pilotům a veřejnosti.

5 METODY A PŘÍSTUPY K ŘÍZENÍ

Množina existujících UAV je značně rozsáhlá. Požadavky na jednotlivé kategorie jsou odlišné. Z těchto důvodů není možno definovat jediný univerzální přístup k řízení. Záměrem této části je tudíž popsat obecný princip řízení UAV. Takovýto princip, který lze následně uplatnit pro řízení bikopty, jež je v této práci modelována.

Bikopty, popřípadě častěji užívané quadrokoptéry jsou systémy se šesti stupni volnosti. Konkrétně se jedná o tři translační a tři rotační pohyby. Tento pohyb lze v čase popsat pomocí kartézského systému souřadnic se třemi osami x, y, z a úhly natočení α, β, γ příslušících k daným osám. V případě bikopty s náklonem rotorů podél jedné osy nebo quadrokoptéry se statickými rotory, je počet aktuátorů nižší než počet stupňů volnosti. Z toho plynou jistá omezení na ovládání. Některé pohyby systému nelze provádět nezávisle na sobě. Příkladem je pohyb v osách x a y , který nelze provést bez naklonění celého UAV. Z tohoto důvodu je v této práci uvažována bikopty s náklonem rotorů ve dvou osách.



Obrázek 5.1: Porovnání letových omezení quadrokoptéry bez možnosti náklonu rotorů (nalevo) s bikopty umožňující náklon rotorů v osách x a y (napravo)

Poloha systému v prostoru lze popsat pomocí hodnot x, y, z, α, β a γ , znázorněných v obrázku 5.1. Pro řízení systému se ovšem používá vektor stavu \vec{x} obsahující navíc derivace zmíněných hodnot. Dostáváme tak znalosti polohy, natočení a rychlosti v daném časovém okamžiku. Při fyzikálním měření stavu systému ovšem nastávají potíže. UAV obsahují ve své konstrukci subsystém starající se o vnitřní měření. Tento subsystém je často značen IMU (z angl. Inertial Measurement Unit). Jedná se o elektronickou komponentu nezbytnou pro funkci celého systému. Levnější konstrukce UAV v IMU využívají především gyroskopy a akcelerometry, tvořené technologií MEMS (Mikro-Elektro-Mechanické systémy). Zmíněné senzory dokáží získat informace o dynamickém a statickém zrychlení tělesa. Měřené hodnoty jsou následně použity pro určení natočení a směru pohybu tělesa. Tyto senzory ovšem nedokáží přesně měřit polohu. Z těchto důvodů je běžně pro odhad stavu používána modi-

fikace Kalmanova filtru. Takováto řešení mohou trpět na posun určeného a reálného stavu. Tato chyba je způsobena nepřesným odhadem.

Pro řízení systému je informace o jeho aktuální poloze zásadní. Z tohoto důvodu existuje v UAV navigační jednotka, často označována zkratkou INS (z angl. Inertial navigation systems). INS používá data změřená pomocí IMU k určení aktuální polohy. Určování aktuální polohy probíhá v cyklu. Tento cyklus určí dráhu, o kterou se UAV za daný časový úsek posunulo a přičte ji k poloze z předchozího cyklu. Neustálým nasčítáváním chyby při určování aktuální polohy takto vzniká posun oproti reálné poloze. Takovýto systém proto není vhodný pro delší automatické řízení.

Dražší konstrukce UAV obsahují v IMU magnetometry. Magnetometry dokáží měřit magnetické pole země jako tří-dimenzionální vektor. Pomocí tohoto vektoru je možno kalibrovat posun v měřené hodnotě gyroskopů. Velký rozdíl oproti levnějším variantám však vytváří především systém GPS. Systém GPS dokáže přímo určovat polohu daného UAV. I tento systém však naráží na jistá technická omezení. Například nedokáže přesně určit vzdálenost od povrchu (pouze nadmořskou výšku), nedokáže určit orientaci UAV a mohou nastat problémy s připojením k družici. Proto se u dražších modelů používají další senzory polohy díky nimž jsou UAV schopny automatického letu.

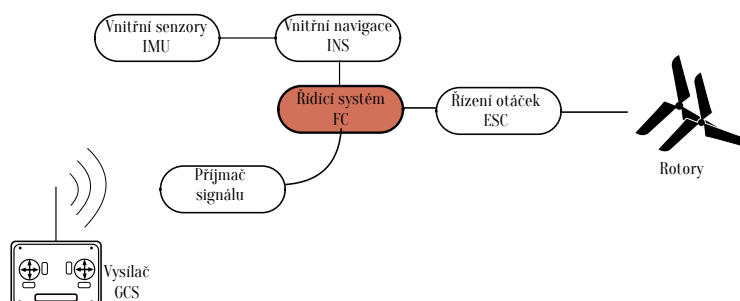
5.1 MANUÁLNÍ ŘÍZENÍ

Manuální ovládání funguje díky principu zpětnovazebního řízení. Požadovanou hodnotu zajistí uje člověk pomocí pozemního vysílače. Vysílací jednotku lze v anglické literatuře najít pod zkratkou GCS (Ground control stations). Základními ovládacími prvky jsou dva joysticky. Funkce těchto joysticků se liší v závislosti na použitém režimu ovladače. Jsou užívány především dva režimy.

- režim 1
Levý joystick ovládá horizontálním pohybem náklon kolem osy z a vertikálním pohybem náklon kolem osy y .
Pravý joystick ovládá horizontálním pohybem náklon kolem osy x a vertikálním pohybem tah rotorů. Tento režim nachází využití především v modelářství, kde převládají stroje typu HTOL.
- režim 2
Levý joystick ovládá horizontálním pohybem náklon kolem osy z a vertikálním pohybem zdvih rotorů.
Pravý joystick ovládá horizontálním pohybem náklon kolem osy x a vertikálním pohybem náklon kolem osy y . Jedná se o režim preferovaný u moderních multitorotových strojů typu VTOL.

Pomocí tohoto řízení je vyslán požadavek na změnu stavu systému. Odečtením požadovaného stavu vyslaného pomocí GCS a aktuálního stavu UAV získaného pomocí vnitřních senzorů vzniká odchylka. Tato odchylka vstupuje do řídicího systému, v anglické literatuře označovaného FC (Flight controller). Blok FC odchylku zpracuje a na jejím základě vyše akční

veličinu určující rychlost otáček rotorů k bloku řízení otáček, v anglické literatuře označovaný ESC (Electronic speed controller). ESC převede akční veličinu na sinusový signál, jež řídí otáčky střídavých rotorů. V případě konstrukcí s kyvnými rotory blok FC neřídí pouze otáčky rotorů, ale také jejich náklon. Náklon a otáčky rotorů mění dynamiku systému, která je následně opět zachycena vnitřními senzory.



Obrázek 5.2: Schéma řízení UAV

Ovládání UAV lze taktéž rozdělit podle jednotlivých letových režimů. Letový režim určuje jakým způsobem jsou interpretovány signály z vysílače a jakým způsobem s nimi řídicí systém interaguje. Řídicí systém může poskytovat pilotovi asistenci, jež je závislá na zvoleném letovém režimu. V zásadě lze rozdělit dvě hlavní skupiny letových režimů [19].

První skupina přebírá kontrolu nad dronem ve chvíli, kdy pilot přestane manévrovat. Řídicí systém v tu chvíli stabilizuje dron v rovnovážné poloze. V anglické literatuře lze tuto skupinu najít pod názvem *self-level modes*. Patří sem například režim *Angle* a *Horizon*. Rozdíl mezi zmíněnými režimy je pouze v otáčení kolem os x a y . Režim *Angle* umožňuje rotaci pouze o úhel v nastaveném rozmezí. Naproti tomu režim *Horizon* rotaci neomezuje úhlem. Tato vlastnost rozšiřuje možnosti vzdušné akrobacie.

Druhou skupinou jsou nestabilizující režimy, kdy dron setrvává v naposledy zadané orientaci. Pokud pilot přestane manévrovat a takzvaně spustí ruce z řízení, řídicí systém nemá snahu navracet dron do rovnovážné polohy. Mezi zástupce této skupiny patří například tzv. *Acro mode* a *Air mode*. Pokud chce pilot stabilizovat dron v rovnovážné poloze musí tak učinit sám akčními zásahy pomocí GCS. Oproti stabilizujícímu režimu má pilot větší kontrolu nad pohybem dronu. Vyšší kontrola v rukách pilota poskytuje možnosti plynulejšího letu a pokročilé vzdušné akrobacie. Jedná se o superiorní režimy používané při natáčení za letu a při závodech dronů, kde je značnou výhodou manévrovatelnost. Jedná se ovšem o variantu méně přívětivou pro začátečníky.

Dále existují dvě používané metody řízení rotace dronu. První metoda převádí pohyb joysticku na požadovaný úhel náklonu. Dron tak může rotovat pouze v nastavených mezních hodnotách. Toto řešení je využito například u již zmíněného stabilizujícího režimu *Angle*. Druhou možností je převod pohybu joysticku na požadavek změny úhlové rychlosti. Pilot tak přímo nezadáva požadavek na úhel natočení dronu ale rychlost jakou se dron otáčí. Tento přístup je využít například u nestabilizujícího režimu *Acro*.

5.2 AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ

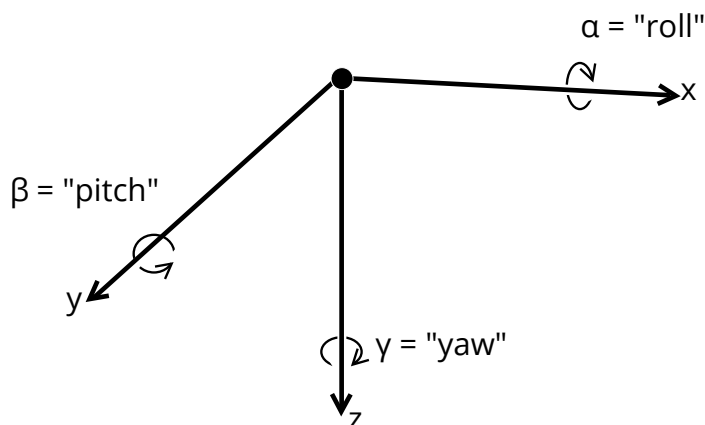
Automatické ovládání taktéž stojí na základech zpětnovazebního řízení. Ovšem v tomto případě je vytvoření požadovaného stavu a tím i dráhy letu závislé na samotném systému daného UAV. Jak již bylo zmíněno v úvodu kapitoly autonomní řízení je především záležitostí cenově náročnějších modelů. Pro autonomní řízení je totiž nutné UAV instrumentovat dodatečnými senzory a řídicími systémy. Autonomní řízení obsahuje celou škálu možností. Mezi nejjednodušší aplikace patří levitace, při níž se daný stroj snaží regulovat vnější vlivy prostředí. Složitější aplikací může být například bezpečnostní návrat. Mnoho dnešních UAV disponují bezpečnostní funkcí jež ošetřuje situace, kdy se dostanou mimo dosah GCS. V takovém případě se buď mohou vrátit na poslední bezpečné místo, řízeně přistát nebo zůstanou na daném místě. Tato funkce nabývá značné důležitosti u vojenských UAV, které operují na velké vzdálenosti. Ztráta spojení je u takových strojů jednou z hlavních příčin havárií.

6 ODVOZENÍ MATEMATICKÝCH ROVNIC

V této části práce je popsán postup odvození matematických vztahů, nutných k následnému sestavení matematického modelu. Modelovaným systémem je UAV s dvěma rotory, schopnými náklonu v 3D prostoru. Díky principu superpozice lze sílu generovanou těmito rotory rozložit do tří dílčích sil působících v jednotlivých osách souřadného systému. Tohoto je při odvození využito a každý z otočných rotorů je pro výpočet nahrazeny třemi statickými aktátory, orientovanými ve směru os souřadného systému.

Pro získání pohybových rovnic je možno použít dva přístupy: Newton-Eulerova metoda a Lagrangeova metoda. V této práci ze pro odvození zvolena první zmíněná metoda. Newton-Eulerova metoda pro odvození pohybových rovnic používá druhý Newtonův zákon, tedy zákon síly působící na těleso v inerciální soustavě.

Pro přehlednost výpočtů jsou využity dvě souřadné soustavy, ve kterých se systém modelován. Inerciální, pevná soustava představuje bod na ploché zemi k němuž je vztažen pohyb systému. Druhá pohyblivá soustava pevně spojená s tělesem. Pevná soustava respektuje konvence používané při modelování v letectví. Osa z je tudíž vertikální a směřuje k zemi. Gravitační síla tak na systém působí v kladném smyslu.



Obrázek 6.1: Soustava souřadnic používaná v letectví

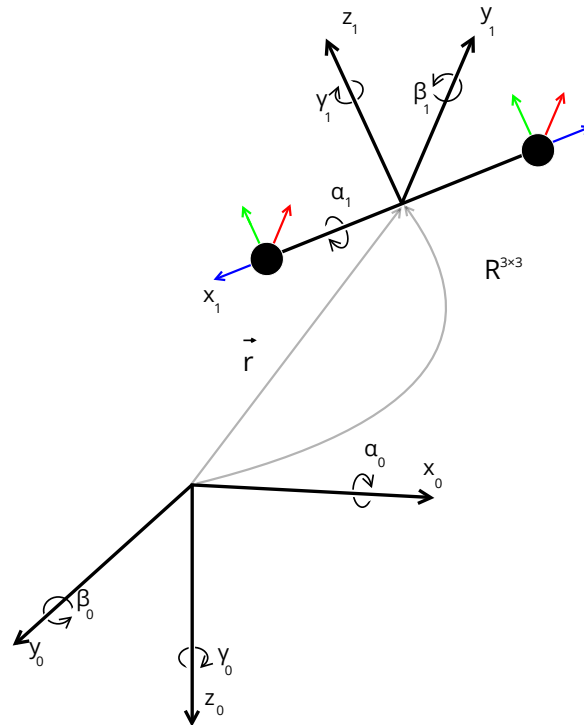
Pro jednoduché rozlišení mezi soustavami je v práci použito dvojí indexování. Vektory popřípadě proměnné s indexem 0 náležejí do pevné soustavy. Index 1 naproti tomu značí příslušnost k pohyblivé soustavě spojené s modelovaným systémem.

$$\xi_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \text{vektor polohy v inerciální soustavě} \quad (6.1)$$

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \text{vektor polohy v pohyblivé soustavě} \quad (6.2)$$

6.1 PŘECHOD MEZI SOUSTAVAMI

Mezi soustavami lze přejít posunutím počátku souřadnic o vektor \vec{r} a následnou rotací kolem os x, y, z . Změna orientace je dosažena pomocí matice rotace \mathbf{R} .



Obrázek 6.2: Znázornění převodu mezi soustavami

Matice rotace \mathbf{R} je reálná čtvercová matice. V trojrozměrném prostoru platí: $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Matice rotace je ortogonální maticí, tudíž platí

$$\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}. \quad (6.3)$$

Pokud $R_{0 \rightarrow 1}$ je maticí rotace převádějící pevnou soustavu na pohyblivou, pak platí, že sloupce této matice reprezentují jednotkové směrové vektory pevné soustavy vyjádřené v pohyblivé soustavě. Pokud je vektor posunutí \vec{r} uvažován nulový, což v tomto případě platí. Lze jakýkoliv vektor \vec{j} vyjádřit napříč soustavami pouze vynásobením příslušnou maticí rotace. Platí tedy

$$\vec{j}_0 = \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} \cdot \vec{j}_1, \quad (6.4)$$

$$\vec{j}_1 = \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} \cdot \vec{j}_0. \quad (6.5)$$

Využitím ortogonality a vztahu (6.4) lze získat vztah pro přepočítání matic rotací mezi soustavami. Lze tak psát

$$\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0}^T. \quad (6.6)$$

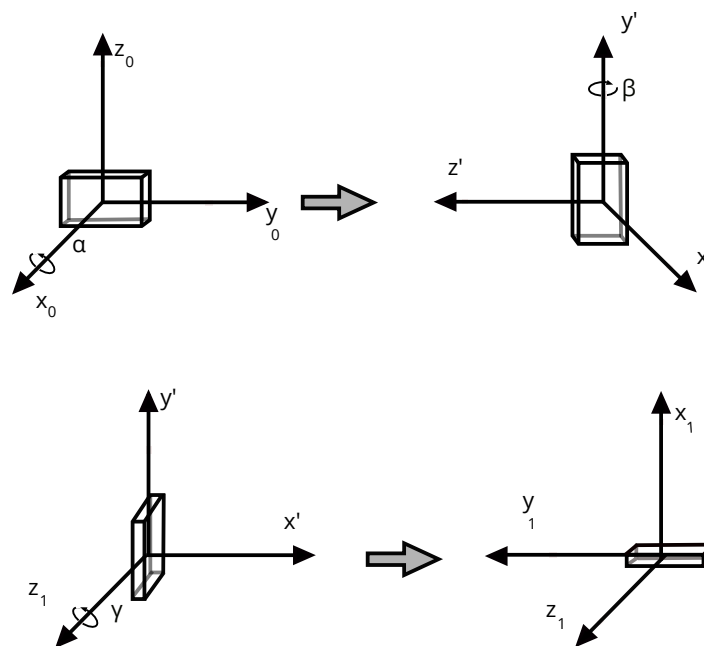
Samotná matice rotace $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}$ lze získat složením z dílčích rotací kolem os

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

$$\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.9)$$

kde $\mathbf{R}_x(\alpha)$ reprezentuje matici rotace kolem osy x o úhel α , $\mathbf{R}_y(\beta)$ rotaci kolem osy y o úhel β a $\mathbf{R}_z(\gamma)$ rotaci kolem osy z o úhel γ .



Obrázek 6.3: Postupná rotace

Na obrázku 6.3 je zobrazen princip postupné rotace. Pro přehlednost je úhel rotace vždy 90° . V prvním kroku je soustava rotována kolem osy x o úhel α . Tímto krokem z počátečních souřadnic v pevné soustavě x_0, y_0, z_0 přechází do x_0, y', z' , kde y', z' jsou dočasné hodnoty mezi pevnou a pohyblivou soustavou. Tento popis odpovídá matematickému zápisu

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = R_x(\alpha) \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

V druhém kroku probíhá rotace kolem osy y' o úhel β . Tímto krokem se soustava dostane do souřadnic x', y', z_1 . Souřadnice z_1 , je v tomto kroku již konečnou souřadnicí pohyblivé soustavy. Tento krok odpovídá zápisu

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z_1 \end{bmatrix} = R_{y'}(\beta) \begin{bmatrix} x_0 \\ y' \\ z' \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Posledním krokem je rotace kolem osy z o úhel γ . Tímto krokem jsou získány všechny souřadnice v pohyblivé soustavě. V třetím kroku je tudíž přejito k souřadnicím x_1, y_1, z_1 . Matematicky popsáno

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = R_z(\gamma) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z_1 \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Ze vztahů (6.10), (6.11), (6.12) lze odvodit

$$\vec{j}_1 = \mathbf{R}_z(\gamma) \cdot \mathbf{R}_{y'}(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \vec{j}_0. \quad (6.13)$$

Srovnáním (6.13) a (6.4) lze získat předpis pro výpočet matice rotace $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}$

$$\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \mathbf{R}_z(\gamma) \cdot \mathbf{R}_{y'}(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha). \quad (6.14)$$

Matice rotace $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}$ tak vychází ve tvaru

$$\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} c(\gamma) \cdot c(\beta) & -s(\gamma) \cdot c(\alpha) + c(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot s(\alpha) & s(\gamma) \cdot s(\alpha) + c(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot c(\alpha) \\ s(\gamma) \cdot c(\beta) & c(\gamma) \cdot c(\alpha) + s(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot s(\alpha) & -c(\gamma) \cdot s(\alpha) + s(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot c(\alpha) \\ -s(\beta) & c(\beta) \cdot s(\alpha) & c(\beta) \cdot c(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

kde c je zkratkou pro cosinus a s pro sinus.

Matice rotace pro převod z pohyblivé soustavy do pevné $\mathbf{R}_{1 \rightarrow 0}$ lze z předchozí matice odvodit pomocí vztahu (6.6) a vlastností ortogonální matice (6.3). Lze tudíž psát

$$\mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} = \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}^T = \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}^{-1}. \quad (6.16)$$

Matice rotace tak vyjde ve tvaru

$$\mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} = \begin{bmatrix} c(\gamma) \cdot c(\beta) & s(\gamma) \cdot c(\beta) & -s(\beta) \\ -s(\gamma) \cdot c(\alpha) + c(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot s(\alpha) & c(\gamma) \cdot c(\alpha) + s(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot s(\alpha) & c(\beta) \cdot s(\alpha) \\ s(\gamma) \cdot s(\alpha) + c(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot c(\alpha) & -c(\gamma) \cdot s(\alpha) + s(\gamma) \cdot s(\beta) \cdot c(\alpha) & c(\beta) \cdot c(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

kde c je zkratkou pro cosinus a s pro sinus.

6.2 ODVOZENÍ ÚHLOVÉ RYCHLOSTI

Pro odvození úhlové rychlosti lze vycházet ze známého vzorce pro výpočet translační rychlosti úhlového pohybu

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (6.18)$$

Po dosazení zde použitého značení a dosazení derivace polohy za rychlost získáme vzorec

$$\vec{v}_0 = \dot{\vec{\xi}}_0 = \vec{\omega}_0 \times \vec{\xi}_0. \quad (6.19)$$

Pro vektory $x, y \in \mathbb{R}^3$ lze vektorový součin přepsat do maticového ve tvaru

$$\vec{x} \times \vec{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{x}} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Ze vztahu (6.19) je patrná závislost úhlové rychlosti v inerciální soustavě na členu $\dot{\vec{\xi}}_0$. Tento člen lze získat derivováním vztahu (6.4) podle času. Matice rotace obsahuje členy s funkcemi úhlů. Úhly jsou v této aplikaci proměnné v čase, matice rotace tudíž není invariantní v čase. Je tedy nutno psát

$$\dot{\vec{\xi}}_0 = \dot{\mathbf{R}}_{1 \rightarrow 0} \vec{\xi}_1 + \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} \dot{\vec{\xi}}_1. \quad (6.21)$$

Vektor $\vec{\xi}_1$ je časově invariantní, jeho derivace podle času je tudíž nulová a vztah (6.21) lze tudíž přepsat do tvaru

$$\dot{\vec{\xi}}_0 = \dot{\mathbf{R}}_{1 \rightarrow 0} \vec{\xi}_1. \quad (6.22)$$

Pro další práci je polohový vektor $\vec{\xi}_1$ převeden do inerciální soustavy spojené se zemí pomocí vztahu (6.5). Je tak získán vztah

$$\dot{\vec{\xi}}_0 = \underbrace{\dot{\mathbf{R}}_{1 \rightarrow 0} \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}}_{\dot{\omega}_0} \vec{\xi}_0. \quad (6.23)$$

Takto získaná matice $\dot{\omega}_0$ lze po úpravě srovnat s předpisem (6.20) a získat tak členy vektoru $\dot{\omega}_0$. Popsaný zápis vypadá takto

$$\dot{\omega}_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\beta} \sin(\alpha) & -\dot{\beta} \cos(\beta) \\ \dot{\beta} \sin(\alpha) & 0 & \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \cos(\alpha) & \dot{\alpha} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{0z} & \omega_{0y} \\ \omega_{0z} & 0 & -\omega_{0x} \\ -\omega_{0y} & \omega_{0x} & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

Úhlová rychlost v pohyblivé soustavě lze odvodit obdobným způsobem. Vztah (6.23) je v tomto případě získán ve tvaru

$$\dot{\xi}_1 = \underbrace{\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0}}_{\dot{\omega}_1} \xi_1. \quad (6.25)$$

Matice $\dot{\omega}_1$ je tak vyjádřena ve tvaru

$$\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\beta)\dot{\alpha} & \cos(\beta)\sin(\gamma)\dot{\alpha} + \dot{\beta}\cos(\gamma) \\ -\sin(\beta)\dot{\alpha} & 0 & -\cos(\beta)\cos(\gamma)\dot{\alpha} + \dot{\beta}\sin(\gamma) \\ -\cos(\beta)\sin(\gamma)\dot{\alpha} - \dot{\beta}\cos(\gamma) & \cos(\beta)\cos(\gamma)\dot{\alpha} - \dot{\beta}\sin(\gamma) & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.26)$$

Vektor úhlových rychlostí v pohyblivé soustavě má pak tvar

$$\vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma)\dot{\alpha} - \dot{\beta}\sin(\gamma) \\ \cos(\beta)\sin(\gamma)\dot{\alpha} + \dot{\beta}\cos(\gamma) \\ -\sin(\beta)\dot{\alpha} \end{bmatrix}. \quad (6.27)$$

Pro převedení rovnic z pohyblivé soustavy do inerciální je nutné definovat vztah mezi derivacemi úhlů v inerciální soustavě a úhlovou rychlostí v pohyblivé soustavě. Za tímto účelem je třeba upravit odvozený vektor $\vec{\omega}_1$ (6.27) do tvaru

$$\vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}}_{\dot{\eta}}. \quad (6.28)$$

η v tomto vztahu představuje vektor úhlů natočení. Posledním krokem je osamostatnění derivace úhlů na jedné straně rovnice, čímž je získána matice \mathbf{W} . Matematicky zapsáno

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\cos(\gamma)}{\cos(\beta)} & \frac{\sin(\gamma)}{\cos(\beta)} & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ \frac{\sin(\beta)\cos(\gamma)}{\cos(\beta)} & \frac{\sin(\beta)\sin(\gamma)}{\cos(\beta)} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}} \vec{\omega}_1. \quad (6.29)$$

Rotační zrychlení v inerciální soustavě je získáno pomocí odvozené matice \mathbf{W} , následujícím způsobem

$$\dot{\eta}_0 = \mathbf{W}\vec{\omega}_1 \quad / \frac{d}{dt}(\cdot) \quad (6.30)$$

$$\ddot{\eta}_0 = \dot{\mathbf{W}}\vec{\omega}_1 + \mathbf{W}\dot{\vec{\omega}}_1. \quad (6.31)$$

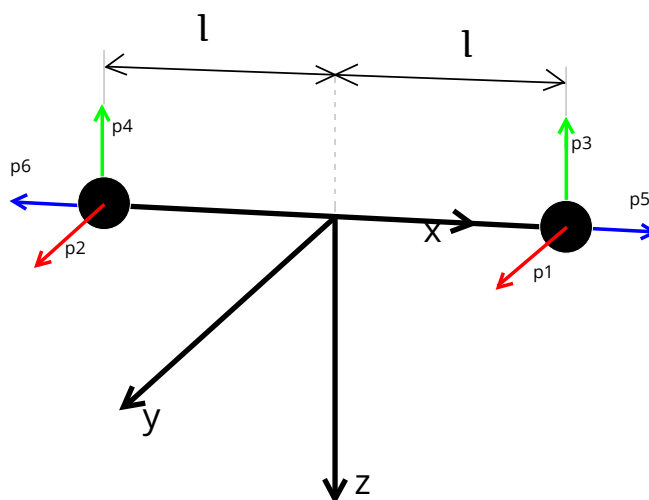
6.3 ODVOZENÍ SIL A MOMENTŮ PŮSOBÍCÍCH V MODELU

V následující kapitole budou odvozeny síly a momenty působící na daný model. Jedná se o síly a momenty generované pomocí aktuátorů a gravitační sílu působící na dané UAV. Pro usnadnění zápisu vztahů jsou odvození provedena pro pohyblivou soustavu pevně spojenou s tělem modelovaného UAV.

6.3.1 SÍLY A MOMENTY GENEROVANÉ V UAV

Pro výpočet sil a momentů je využito zjednodušeného modelu systému skládajícím se z hmotných bodů s definovanou maticí setrvačnosti. Model též předpokládá, že mezi rotory není rozdíl. Tento zjednodušující předpoklad umožňuje použití již odvozených vztahů. Vzorce pro výpočet sil a momentů generovaných rotory jsou převzaty z práce [20].

Pro výpočet je nejdřív nutné popsat matice definující polohu (P) a orientaci (χ) rotorů. Jak již bylo zmíněno otočné rotory jsou pro výpočet nahrazeny statickými. Rozměry matic tak odpovídají návrhu šesti-rotorového stroje. Sloupce matic popisují jednotlivé rotory v osovém systému $[x, y, z]^T$



Obrázek 6.4: Znázornění polohy a orientace modelovaných rotorů

Matice popisující polohu rotorů

$$P = \begin{bmatrix} l & -l & l & -l & l & -l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.32)$$

kde l představuje parametr určující vzdálenost od počátku souřadné soustavy.

Matice popisující orientaci rotorů je získána ve tvaru

$$\chi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & l & -l \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.33)$$

V obrázku 6.4 jsou rotory značené písmenem p (podle anglického *propeller*) a číslem. Číslo odpovídá sloupci v maticích P a χ , kde je daný rotor popsán.

Tah jednotlivých rotorů je vypočten pomocí vzorce

$$T_i = K_T \omega_i^2. \quad (6.34)$$

ω_p v tomto vztahu odpovídá úhlové rychlosti rotoru i . K_T je konstanta aproximující výsledek přesnějšího výpočtu. Pro danou úlohu je ovšem dostačující fyzikální odměření dané konstanty. Nejedná se tak o přímý výpočet, nýbrž o kombinaci fyzického měření a následného výpočtu.

Pro výpočet točivého momentu rotoru je použit vztah

$$\tau_i = K_\tau K_T \cdot \omega_i^2, \quad (6.35)$$

K_τ je opět konstanta kterou je pro danou aplikaci třeba experimentálně odměřit.

S popsány vztahy je možné získat předpis pro sílu generovanou rotory. Podrobnější odvození je uvedeno v práci [20]. Síla generovaná rotory je popsána vztahem

$$F_r = \sum_{i=1}^6 T_i \chi_i. \quad (6.36)$$

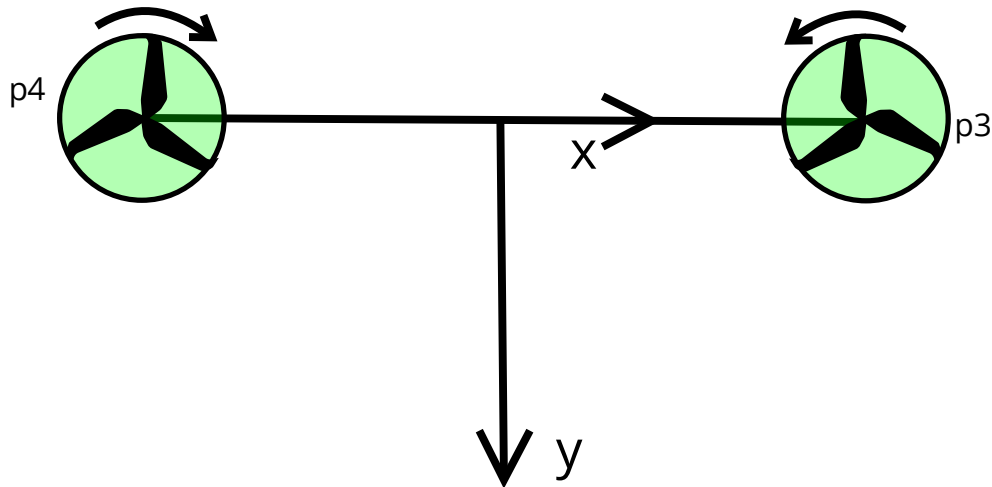
T_i v tomto vztahu odpovídá tahu i -tého rotoru a χ_i i -tému sloupci matici orientace rotorů. Tento vzorec opět využívá principu superpozice, jelikož výslednice sil generovaných rotory vznikne sumou dílčích sil.

Celkový moment generovaný rotory je v práci [20] odvozen ve tvaru

$$\tau_r = \sum_{i=1}^N P_i \times \chi_i T_i + \sum_{i=1}^N (-1)^{i+1} \chi_i \tau_i. \quad (6.37)$$

P_i v tomto vztahu odpovídá i -tému sloupci matice P , χ_i taktéž odpovídá i -tému vztahu. Druhá část vztahu s prvkem $(-1)^{i+1}$ reprezentuje moment vyvolaný ve smyslu otáček rotoru. Díky symetrii modelu je možno tuto část momentu vynulovat správným zvolením smyslu otáček. Rotory modelovaného systému jsou párové a je důležité aby jejich smysl otáček byl různý. U běžné hexakoptéry je více možností jak smysl otáček nastavit. V tomto případě je nutné počítat s fyzikální aplikovatelností, rotory reprezentující jeden otočný rotor musí mít stejný smysl otáček.

Vztah (6.37) naráží na problém jelikož, rotory p_5, p_6 jsou orientované proti sobě. Z tohoto důvodu musí být vztah pro rotory působící v ose x upraven. Díky jejich opačné orientaci popsané v matici χ by při použití prvku $(-1)^{i+1}$ nedošlo k vynulování jejich momentu, musí být tudíž pro tyto rotory ze vztahu vypuštěn.



Obrázek 6.5: Znázornění smyslu otáček rotorů p_3, p_4

Obrázek 6.4 znázorňuje rozdílný smysl otáček rotorů. Pokud by rotory měly stejný smysl otáček docházelo by k otáčení celého systému. Tento princip používá například quadrokoptéra se statickými rotory. Pro její otáčení kolem osy z je snížen výkon páru rotorů se stejným smyslem otáčení a o stejnou hodnotu je zvýšen výkon páru s opačným smyslem. Tímto způsobem začne být dominantní moment rychleji se otáčejících rotorů a natočí dané UAV. Tímto manévrem dokáže quadrokoptéra levitovat na místě a zároveň měnit úhel natočení kolem vertikální osy.

6.3.2 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA SYSTÉM V POHYBLIVÉ SOUSTAVĚ

Celková síla působící na systém je součtem sil generovaných UAV a vnějších sil působících na systém. V tomto případě se jedná o vektorový součet sil generovaných rotory (6.36) a gravitační síly. Pro jednoduchost je celková síla vyjádřena v pohyblivé soustavě spojené s UAV.

$$F_{celk} = F_r + R_{0 \rightarrow 1} m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad (6.38)$$

gravitační síla je v tomto vztahu vyjádřena pomocí pevné soustavy, v níž gravitační zrychlení působí ve směru osy z. Pro součet s celkovou silou rotorů je ovšem převedena do pohyblivé soustavy. Celková síla je reprezentována maticí

$$F_{celk} \begin{bmatrix} K_T (-u_6 + u_5) + mg (\sin(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\beta) \cos(\alpha) \cos(\gamma)) \\ K_T (u_2 + u_1) + mg (-\sin(\alpha) \cos(\gamma) + \sin(\beta) \cos(\alpha) \sin(\gamma)) \\ -K_T (u_4 + u_3) + mg \cos(\beta) \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \quad (6.39)$$

kde prvky u_{1-6} značí vstupy jednotlivým rotorům p_{1-6} . Konkrétně se jedná o hodnotu ω^2 použitou ve vztazích (6.34)(6.35).

6.3.3 ODVOZENÍ SÍLY PŮSOBÍCÍ NA TĚLESO V POHYBLIVÉ SOUSTAVĚ

Sílu lze podle druhého Newtonova zákona definovat podle vzorce

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad (6.40)$$

$$\vec{F}_1 = m \cdot \dot{\vec{\vartheta}}_1, \quad (6.41)$$

kde $\vec{\vartheta}_0$ představuje vektor translačních rychlostí. Prostým převedením je získán vztah pro translační zrychlení v inerciální soustavě

$$\vec{\vartheta}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}. \quad (6.42)$$

Aplikací vztahu (6.5) na vektor $\dot{\vec{\vartheta}}_0$ je získán vztah

$$\vec{\vartheta}_1 = \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} \dot{\vec{\vartheta}}_0. \quad (6.43)$$

Ze vztahu (6.25) je patrné

$$\dot{\vec{\omega}}_1 = \dot{\mathbf{R}}_{0 \rightarrow 1} \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0}, \quad (6.44)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_1 \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \dot{\mathbf{R}}_{0 \rightarrow 1}, \quad (6.45)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_1 \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \dot{\vec{\omega}}_1 \times \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} = \dot{\mathbf{R}}_{0 \rightarrow 1}. \quad (6.46)$$

Derivací vztahu (6.43) a následnou aplikací vztahů (6.42), (6.46), (6.4) je získán

$$\dot{\vec{\vartheta}}_1 = \dot{\vec{\omega}}_1 \times \vec{\vartheta}_1 + \frac{\vec{F}_1}{m}. \quad (6.47)$$

Ze vztahu (6.47) je následně vyjádřena síla působící v pohyblivé soustavě spojené s tělesem ve tvaru

$$\vec{F}_1 = m\dot{\vec{\theta}}_1 - m(\vec{\omega}_1 \times \vec{\theta}_1). \quad (6.48)$$

6.3.4 SÍLA POTŘEBNÁ PRO LEVITACI UAV

Síla generovaná rotory po setrvání ve zvolené výšce je odvozena z celkové síly působící na systém (6.39). Tato hodnota bude jedním z klíčových prvků použitých při následné linearizaci a stabilizaci systému. Levitace je zvolena jako stav kdy se systém nachází ve výšce 1m nad zemí a všechny ostatní prvky vektoru stavu jsou nulové.

Výšku letu ovlivňují pouze rotory p_3, p_4 znázorněné na obrázku 6.5. Jak již bylo zmíněno, jedná se o párové rotory s opačným smyslem otáček, díky čemuž nedochází při jejich chodu k rotacím UAV kolem osy z. Navíc jsou rotory symetricky rozmístěny na ose x. Díky symetrii a předpokladu totožných vlastností je návrh řízení pro udržení ve stálé výšce značně zjednodušen. Vstup do obou rotorů vzhledem ke zmíněným vlastnostem bude totožný.

Potřebný vstup pro rotory je získán dosazením požadovaného vektoru stavu do matice (6.39). Vstup rotorů p_3, p_4 je v tomto kroku dosazen jako jedna proměnná u_{eq} . Takto popsaná celková síla má tvar

$$\begin{bmatrix} K_T (-u_6 + u_5) \\ K_T (u_2 + u_1) \\ -2K_T u_{eq} + mg \end{bmatrix}. \quad (6.49)$$

Po dosazení je třetí řádek matice odpovídající síle působící v ose z položen nule a u_{eq} je ze vzniklé rovnice vyjádřena jako

$$u_{eq} = \frac{gm}{2K_T}. \quad (6.50)$$

6.4 MOMENT PŮSOBÍCÍ V POHYBLIVÉ SOUSTAVĚ

Pro výpočet momentu je třeba použít 2. Eulerův zákon

$$\frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = \vec{\tau}, \quad (6.51)$$

kde J značí matici setrvačnosti

Následně je zapotřebí vztah pro výpočet momentu v inerciální soustavě převzatý z práce [20], kde je odvození rozebráno podrobněji. Vztah je získán ve tvaru

$$\vec{\tau}_0 \triangleq \frac{d}{dt}(\mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} J_1 \vec{\omega}_1) = \dot{\mathbf{R}}_{1 \rightarrow 0} J_1 \vec{\omega}_1 + \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} J_1 \dot{\vec{\omega}}_1. \quad (6.52)$$

Úpravou pomocí matice rotace $\mathbf{R}_{0 \rightarrow 1}$ je vztah (6.52) převeden do pohyblivé soustavy

$$\vec{\tau}_1 = \mathbf{R}_{0 \rightarrow 1} \vec{\tau}_0 \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} J_1 \vec{\omega}_1 + J_1 \dot{\vec{\omega}}_1 \quad (6.53)$$

$$= \vec{\omega}_1 \times (J_1 \vec{\omega}_1) + J_1 \dot{\vec{\omega}}_1. \quad (6.54)$$

6.5 NELINEÁRNÍ MODEL V POHYBLIVÉ SOUSTAVĚ

Nelineární model systému v pohyblivé soustavě je sestaven z rovnic vyjadřujících translační a rotační zrychlení. Translační zrychlení je odvozeno na základě sil (6.38), (6.48). Lze tedy psát

$$F_1 = F_{celk}, \quad (6.55)$$

$$\dot{\vec{\theta}}_1 = (\vec{\omega}_1 \times \vec{\theta}_1) + F_r + R_{0 \rightarrow 1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}. \quad (6.56)$$

Rotační zrychlení je získáno použitím vzorců (6.51), (6.54) a (6.37). Lze tedy zapsat

$$\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_r, \quad (6.57)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_1 = \frac{1}{J} (\vec{\tau}_r - (\vec{\omega}_1 \times J_1 \vec{\omega}_1)) \dot{\vec{\omega}}_1. \quad (6.58)$$

Vztahy odvozené pro vektor $\dot{\vec{\omega}}_1$ jsou získány ve tvaru

$$\ddot{\alpha}_0 = \frac{-\sin(\gamma) \cos(\beta) \sin(\beta) (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\alpha}^2 - \cos(\gamma) \sin(\beta) \dot{\beta} (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\alpha} + K_{tau} K_T (-u_6 + u_5)}{I_{xx}}, \quad (6.59)$$

$$\ddot{\beta}_0 = \frac{\cos(\gamma) \cos(\beta) \sin(\beta) (I_{xx} - I_{zz}) \dot{\alpha}^2 - \sin(\gamma) \sin(\beta) \dot{\beta} (I_{xx} - I_{zz}) \dot{\alpha} + (K_{tau} u_1 - K_{tau} u_2 + l(u_3 - u_4)) K_T}{I_{yy}}, \quad (6.60)$$

$$\ddot{\gamma}_0 = \frac{\cos(\gamma) \sin(\gamma) (\cos(\beta))^2 (I_{xx} - I_{yy}) \dot{\alpha}^2 + 2 (I_{xx} - I_{yy}) \cos(\beta) \left((\cos(\gamma))^2 - \frac{1}{2} \right) \dot{\beta} \dot{\alpha} - \cos(\gamma) \sin(\gamma) (I_{xx} - I_{yy}) \dot{\beta}^2 - (-u_1 l + u_2 l + K_{tau} (u_3 - u_4)) K_T}{I_{zz}}. \quad (6.61)$$

6.6 NELINEÁRNÍ MODEL V INERCIÁLNÍ SOUSTAVĚ

Translační zrychlení v inerciální soustavě je získáno pomocí matice rotace $\mathbf{R}_{1 \rightarrow 0}$ následujícím způsobem

$$\dot{\vec{\theta}}_0 = \mathbf{R}_{1 \rightarrow 0} \dot{\vec{\theta}}_1. \quad (6.62)$$

Pro představu jsou zde zobrazeny odvozené vztahy pro translační zrychlení osách. Jedná se o nejkratší z odvozených vztahů.

$$\ddot{x}_0 = \frac{-m(\cos(\alpha)\dot{z} + \sin(\alpha)\dot{y})\dot{\beta} - K_T(((u_6 - u_5)\cos(\gamma)) - \sin(\gamma)(u_2 + u_1)\cos(\beta) - \sin(\beta)(u_4 + u_3))}{m}, \quad (6.63)$$

$$\ddot{y}_0 = \frac{\dot{z} \dot{\alpha} m + \sin(\alpha) \dot{x} \dot{\beta} m - K_T (((u6 - u5) \cos(\gamma) - \sin(\gamma)(u2 + u1)) \sin(\beta) + \cos(\beta)(u4 + u3) \sin(\alpha) - \cos(\alpha)((u2 + u1) \cos(\gamma) + \sin(\gamma)(u6 - u5)))}{m}, \quad (6.64)$$

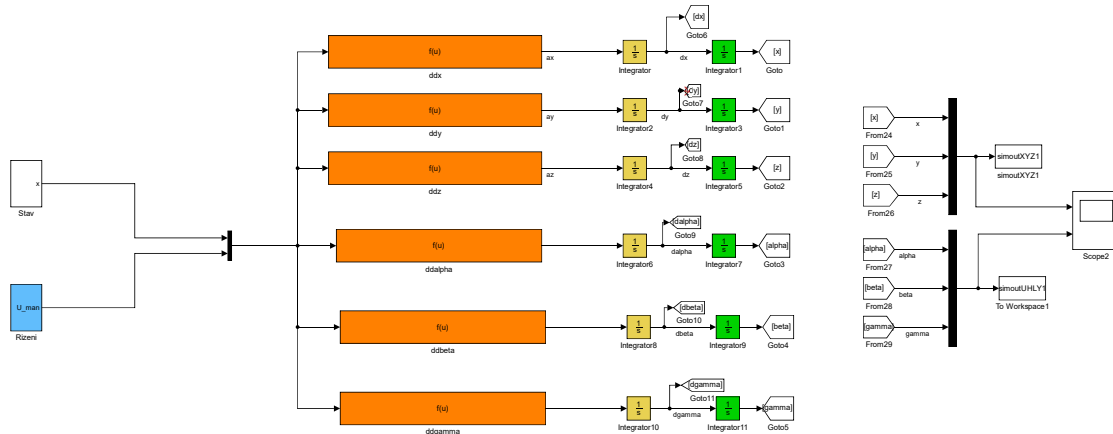
$$\ddot{z}_0 = \frac{-\dot{y} \dot{\alpha} m + \cos(\alpha) \dot{x} \dot{\beta} m + (((-u6 + u5) \cos(\gamma) + \sin(\gamma)(u2 + u1)) \sin(\beta) - \cos(\beta)(u4 + u3) K_T \cos(\alpha) + ((-u1 - u2) \cos(\gamma) + \sin(\gamma)) - u6 + u5) K_T \sin(\alpha) + mg}{m}. \quad (6.65)$$

Vztahy odvozené pro rotační zrychlení jsou pro zobrazení v této práci příliš rozměrné, proto jsou pouze v digitální příloze.

6.6.1 VERIFIKACE ODVOZENÉHO MODELU

Pro verifikaci matematického modelu vytvořeného z pohybových rovnic je využito softwarové prostředí *matlab/simulink*. Prostředí *Simulink* nabízí několik přístupů jak vytvořit matematický model. Jedním z možných přístupů je použití již definovaných bloků sloužících pro modelování leteckých aplikací, v nichž stačí k bloku připojit vstupní síly a momenty. V této práci je pro vytvoření matematického modelu použito funkcí získaných ze vztahů (6.31), (6.62).

Verifikace je prováděna několika vstupním vektorem $\vec{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6]^T$, ovládajícím otáčky jednotlivých rotorů. Manuálním nastavením bylo ověřeno předpokládané chování systému, při pohybu v souřadném systému a levitaci.

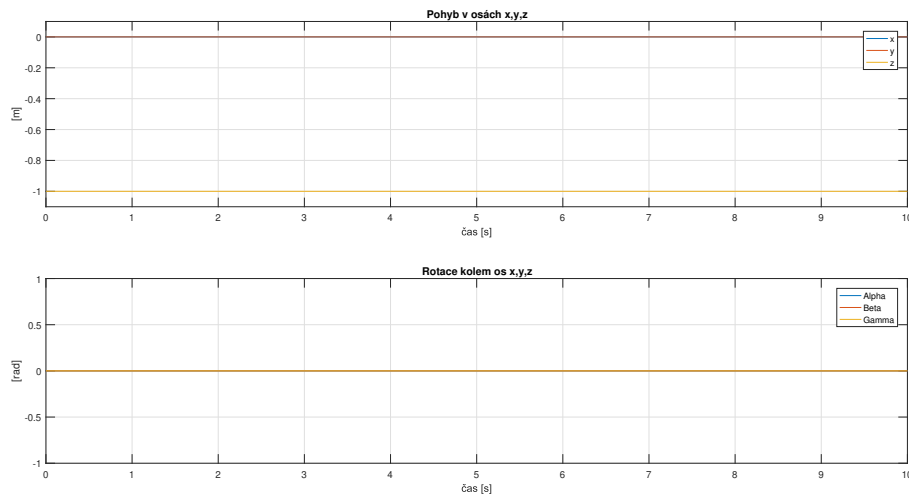


Obrázek 6.6: Nelineární model bikopty v prostředí *Simulink*

Hlavní částí modelovaného systému jsou oranžově zvýrazněné bloky fcn, jež nesou informaci o dynamice systému. Vstup modelu je aktuální stav a vektoru řízení \vec{u} obsažený v modrém subsystému. Výstupem oranžových bloků jsou aktuální hodnoty $[\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\gamma}]$ v čase. Tyto hodnoty jsou integrovány žlutými a zelenými bloky, čímž je snížen řád derivace a systém tak získá informaci o aktuálním stavu systému, kterou použije pro výpočet následujícího časového okamžiku.

Pomocí vytvořeného modelu bylo ověřeno řízení v rovnovážném stavu, kdy UAV levituje 1m nad zemí. Počáteční vektory stavu a řízení jsou pro tento případ zvoleny ve tvaru

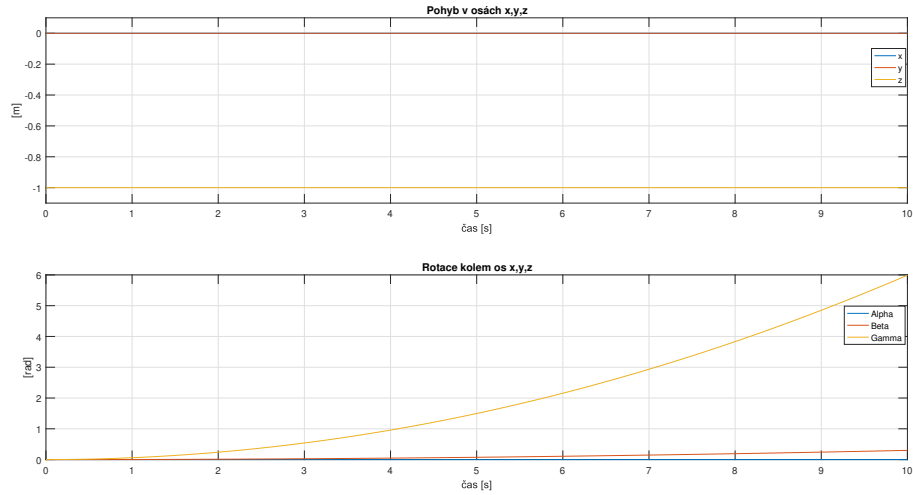
$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{gm}{2K_T} \\ \frac{gm}{2K_T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.66)$$



Obrázek 6.7: Simulace vypočteného řízení pro levitaci v ustáleném bodě

Z výsledku simulace je patrné, že systém zůstává stále ve stejné výšce. Odvozené řízení tudíž splňuje požadavky pro použití při linearizaci systému a virtuální model vykazuje předpokládané chování.

System se může dostat do stavu, kdy jeden z párových rotorů generuje menší otáčivý moment než druhý. Jedná se o efekt popsany u obrázku 6.5, který následně otáčí s UAV. Příkladem je otáčení kolem osy z pomocí vstupního vektoru $\vec{u} = [u, -u, \frac{gm}{2K_T}, \frac{gm}{2K_T}, 0, 0]^T$. V tomto případě nepatrně roste úhel β , rychlost růstu je závislá na hodnotě u a konstantě K_T .



Obrázek 6.8: Simulace levitace s otáčením kolem osy z

7 LINEARIZACE

Chování většiny reálných systémů odpovídá nelineárnímu charakteru. Část z těchto systémů lze považovat za lineární v určitém okolí rovnovážného popřípadě ustáleného stavu. Linearizace se provádí především kvůli rozsáhlé teorii lineárních systémů, která umožňuje tyto systémy řídit.

Pro vytvoření linearizovaného modelu je třeba převést systém do stavového popisu. Stavový popis je uvažován ve tvaru

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t) \quad \vec{x}(t) \in R^n, \vec{u}(t) \in R^m, \vec{y}(t) \in R^p \quad (7.1)$$

$$\vec{y}(t) = \mathbf{C}\vec{x}(t) \quad A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}, C \in R^{p \times n}. \quad (7.2)$$

\mathbf{A} v tomto popisu značí matici dynamiky, \mathbf{B} matici řízení a matice \mathbf{C} popisuje měřitelný výstup systému. Parametry $n = 12$, $m = 6$, $p = 12$.

Vektor stavu je uvažován ve tvaru

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}. \quad (7.3)$$

Pro linearizaci bikoptyru je rovnovážný stav a rovnovážné řízení uvažováno ve tvaru

$$\vec{x}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{u}_{konst.} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{gm}{2K_T} \\ \frac{gm}{2K_T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.4)$$

Matice dynamiky a matice řízení linearizovaného systému jsou získány jako

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x_r, u_{konst.}}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}_{x_r, u_{konst.}}. \quad (7.5)$$

Funkce f_n lze získat derivací vektoru stavu

$$\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \\ f_{11} \\ f_{12} \end{bmatrix}. \quad (7.6)$$

Výsledná matice dynamiky

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{KT(u_{4eq} + u_{3eq})}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{KT(u_{4eq} + u_{3eq})}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l(u_{3eq} - u_{4eq})KT}{I_{yy}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.7)$$

Dosažením následujících parametrů $I_{xx} = 0.4 \cdot 10^{-3}$, $I_{zz} = 0.334 \cdot 10^{-1}$, $I_{yy} = 0.334 \cdot 10^{-1}$, $l = 0.2$, $m = 1$, $K_T = 0.1$, $K_{tau} = 0.01$, $g = 9.81$ vznikne matice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9.81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

Matice řízení vychází ve tvaru

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{KT}{m} & -\frac{KT}{m} \\ \frac{KT}{m} & \frac{KT}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{KT}{m} & -\frac{KT}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{tau}KT}{I_{xx}} & -\frac{K_{tau}KT}{I_{xx}} \\ \frac{K_{tau}KT}{I_{yy}} & -\frac{K_{tau}KT}{I_{yy}} & \frac{lKT}{I_{yy}} & -\frac{lKT}{I_{yy}} & 0 & 0 \\ \frac{lKT}{I_{zz}} & -\frac{lKT}{I_{zz}} & -\frac{K_{tau}KT}{I_{zz}} & \frac{K_{tau}KT}{I_{zz}} & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Dosazením stejných parametrů jako do matice dynamiky vzniká matice

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & -0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 & -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5 & -2.5 \\ 0.02994 & -0.02994 & 0.5988 & -0.5988 & 0 & 0 \\ 0.5988 & -0.5988 & -0.02994 & 0.02994 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.10)$$

Matice dynamiky A má nulová vlastní čísla. To znamená, že systém nemá stabilní póly a je potřeba mu je přidělit stabilizujícím řízením. Přidělit póly lze pouze systému, jehož všechny módy jsou říditelné. Říditelnost systému je možné zkoumat pomocí hodnoty matice říditelnosti. Má-li matice říditelnosti plnou hodnotu, pak je systém říditelný. Pokud by bylo třeba určit taktéž míru říditelnosti, bylo by třeba využít gramian říditelnosti. V tomto případě stačí hodnota matice říditelnosti popsána jako

$$h(Q_c) = h([\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]) = 12. \quad (7.11)$$

Hodnota matice říditelnosti je stejná jako dimenze vektoru stavu \vec{x} , což znamená že systém je plně říditelný.

8 NÁVRH ŘÍDÍCÍHO ALGORITMU

V této kapitole bude navržena stavová zpětná vazba. V první řadě bude navržena pro stabilizaci UAV v ustáleném stavu v němž je tvořen linearizovaný model. V druhém kroku bude stavová zpětná vazba využita pro polohovou regulaci. Řídicí algoritmus je navržen na základě informací o lineárním systému. Při jeho následné aplikaci na nelineární systém může dojít k chybám, pakliže se prvky stavového vektoru příliš vzdálí od ustálené hodnoty. V takovou chvíli se začne projevovat nelineární dynamika systému, která může být pro navržený řídicí systém nezvládnutelná.

Stavový regulátor namísto znalosti výstupu systému y jako běžné PID regulátory používá znalost současného stavu \vec{x} k cílenému řízení systému. Řízení systému probíhá pomocí vstupního vektoru \vec{u} . Ke stavovému popisu (7.1) je přidán regulátor \mathbf{F}

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad \vec{u}(t) = \mathbf{F}\vec{x} \quad (8.1)$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = \underbrace{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F})}_{\hat{\mathbf{A}}}\vec{x}(t) \quad (8.2)$$

Matic $\hat{\mathbf{A}}$ je novou maticí dynamiky systému se stavovou zpětnou vazbou. Matice \mathbf{F} je jediným volitelným prvkem ovlivňujícím dynamiku uzavřené smyčky. \mathbf{F} je volena tak aby se výsledný systém stal stabilní

8.1 STABILIZACE V USTÁLENÉ POLOZE

Ke stabilizaci UAV v ustálené poloze je využít lineární kvadratický regulátor (LQR). Jedná se o algebraickou metodu minimalizující kvadratickou formu

$$J = \int_0^{\infty} (\vec{x}(t)^T \mathbf{Q} \vec{x}(t) + \vec{u}(t)^T \mathbf{R} \vec{u}(t)) dt = \int_0^{\infty} \vec{x}(t)^T (\mathbf{Q} + \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F}) \vec{x}(t) dt. \quad (8.3)$$

Pomocí matic \mathbf{Q}, \mathbf{R} lze penalizovat stav a řízení. Pomocí těchto matic je nastavena zda je kladen větší důraz na rychlost regulace nebo na velikost akčních zásahů. Výpočet matice \mathbf{F} spočívá ve hledání bodů podezřelých z extrému.

Pro výpočet matice \mathbf{F} musí platit, že $\hat{\mathbf{A}}$ je stabilní matice, Matice \mathbf{Q} je pozitivně semidefinitní a zároveň matice \mathbf{R} je pozitivně definitní.

Pro řešení je třeba vyjít z Riccatiovy rovnice

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{F}) + \mathbf{Q} + \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{F}. \quad (8.4)$$

Následně definujeme kvadratickou formu ve tvaru

$$I = x_0^T \mathbf{P} x_0, \quad (8.5)$$

kde \mathbf{P} je řešení rovnice (8.4) a x_0 je stav v čase nula

Pomocí vztahů (8.4) a (8.5) lze odvodit

$$\mathbf{F} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}. \quad (8.6)$$

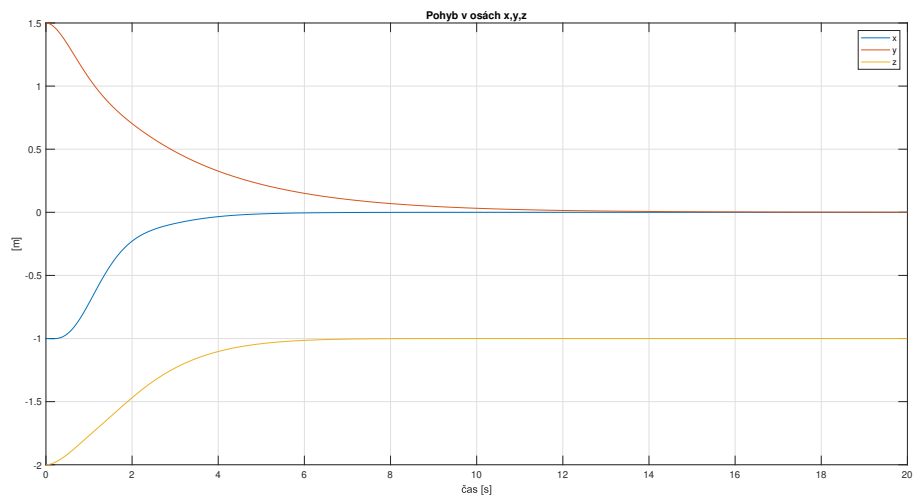
Matlab používá již vytvořenou funkci implementující zmíněné vztahy. Pro výpočet stavové zpětné vazby stačí definovat matice dynamiky a řízení společně s maticemi \mathbf{Q} a \mathbf{R} penalizujícími kritérium. Matice \mathbf{Q} a \mathbf{R} jsou diagonální čtvercové matice jejichž prvky na diagonále jsou zvoleny ve tvaru

$$diag(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} 1000 \\ 150 \\ 550 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix} \quad diag(\mathbf{R}) = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

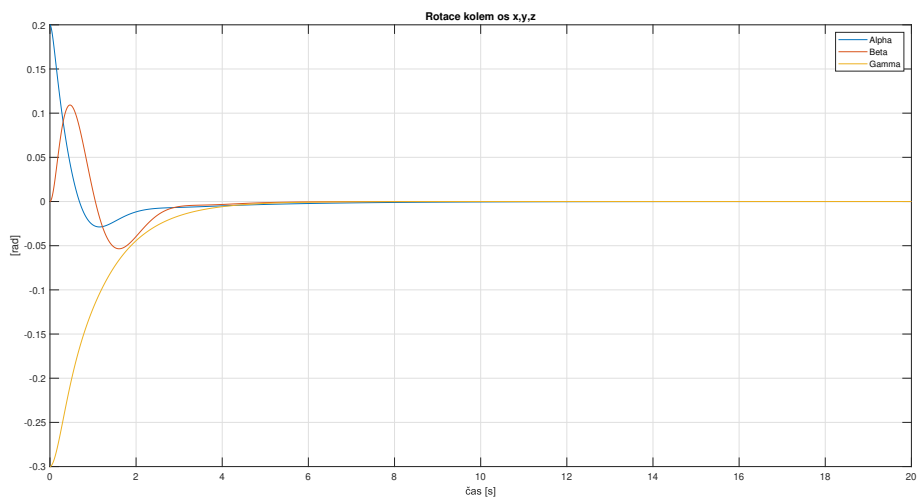
Vlastní čísla, přiřazená systému v uzavřené smyčce pomocí matice \mathbf{F} , nyní leží v záporné reálné polorovině. Podle vlastních čísel se tak nyní jedná o stabilní systém

$$\begin{bmatrix} -0.3876 \\ -0.8726 + 0.3080i \\ -0.8726 - 0.3080i \\ -1.0001 \\ -1.0108 \\ -2.0901 + 2.3113i \\ -2.0901 - 2.3113i \\ -2.3375 + 2.1003i \\ -2.3375 - 2.1003i \\ -6.8488 \\ -6.9884 \\ -28.8753 \end{bmatrix} \quad (8.8)$$

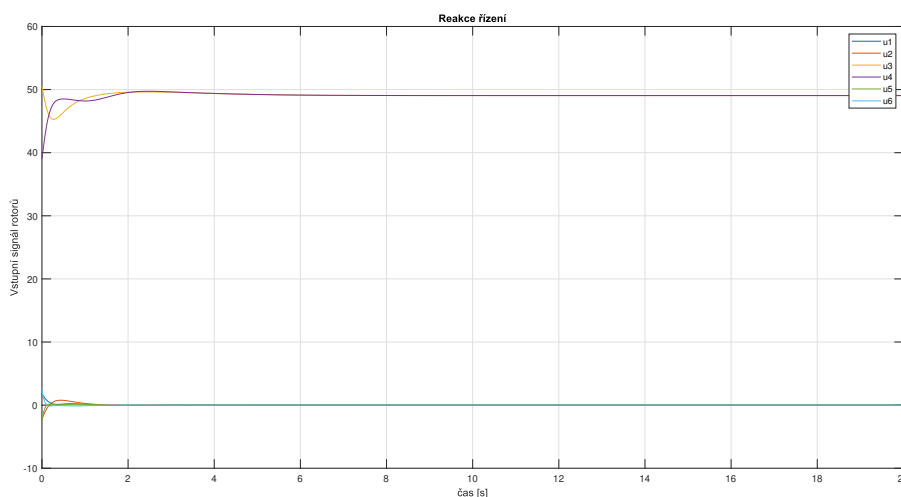
Reakce stavové zpětné vazby na počáteční podmínku $x = -1, y = 1.5, z = -2, \alpha = 0.2, \beta = 0, \gamma = -0.3$



Obrázek 8.1: Stabilizace v ustálené poloze - pozice



Obrázek 8.2: Stabilizace v ustálené poloze - natočení



Obrázek 8.3: Stabilizace v ustálené poloze - reakce řízení

Jelikož je regulátor navržen pro linearizovaný systém s konstantním vstupem, vektor $\vec{u}(t)$ je součtem konstantního řízení \vec{u}_{konst} (7.4) s vektorem $\vec{u}(t)$ získaným pomocí vztahu (8.1). Z počátku simulace je tak vidět dynamický jev vyvolaný maticí \mathbf{F} stabilizující systém v okolí ustáleného bodu, v němž je následně udržen konstantním vstupem.

8.2 POLOHOVÁ REGULACE

Polohová regulace využívá rozšíření předchozího stavového regulátoru. Oproti standardní stavové zpětné vazbě využívá rozšířené matice dynamiky a řízení. Rozšířený je zároveň vektor stavu. Vztahy (8.1) (8.2) lze přepsat do tvaru

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t), \quad \tilde{\mathbf{u}}(t) = \tilde{\mathbf{F}}\tilde{\mathbf{x}} \quad (8.9)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{F}})\tilde{\mathbf{x}}(t). \quad (8.10)$$

Stavový vektor nyní odpovídá předpisu

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \int \mathbf{x}. \quad (8.11)$$

Nová matice dynamiky $\tilde{\mathbf{A}}$ a matice řízení $\tilde{\mathbf{B}}$ je ve tvaru

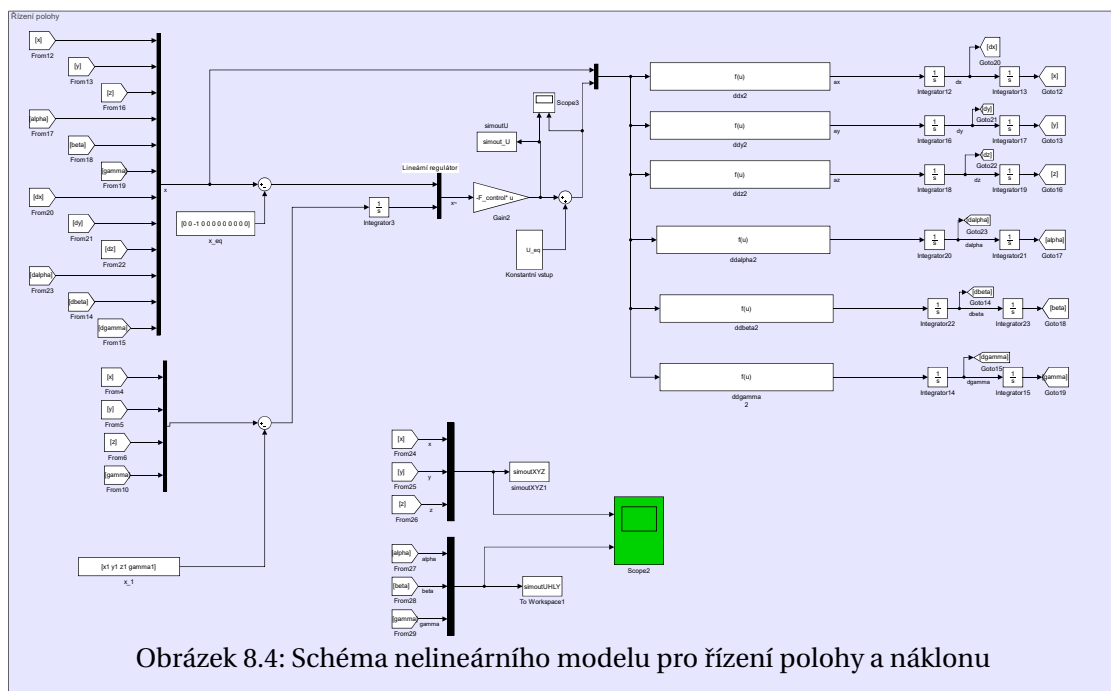
$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_A & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (8.12)$$

Bikoptera modelovaná v této práci předpokládá otočné rotory, které umožňují nezávislý pohyb ve všech směrech. Bez ovlivnění dalších hodnot popisujících UAV v prostoru lze taktéž upravovat úhel natočení γ . V případě úhlů α, β se jedná o manévry ovlivňující více hodnot. Při změnách úhlů α, β dochází k patrnému translačnímu pohybu, tento pohyb by byl v rozporu s regulací požadované polohy x, y, z z toho důvodu není regulace pro celý stav vhodná. Pro polohovou regulaci je vybrán vektor $[x, y, z, \gamma]^T$. Zvolené vektor regulovaných parametrů ovlivňuje matici o níž je rozšířena $\tilde{\mathbf{A}}$. Submatice I_A je v tomto případě zvolena ve tvaru

$$I_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8.13)$$

Maticе $\tilde{\mathbf{A}}$ stále musí zachovat charakter čtvercové matice. Maticе $\tilde{\mathbf{B}}$ stále musí mít stejný počet řádků jako matice dynamiky. Vnitřní dimenze matic tak musí odpovídat zápisu

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} A^{12 \times 12} & 0^{12 \times 4} \\ I_A^{4 \times 12} & 0^{4 \times 4} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} B^{12 \times 6} \\ 0^{4 \times 6} \end{bmatrix}. \quad (8.14)$$

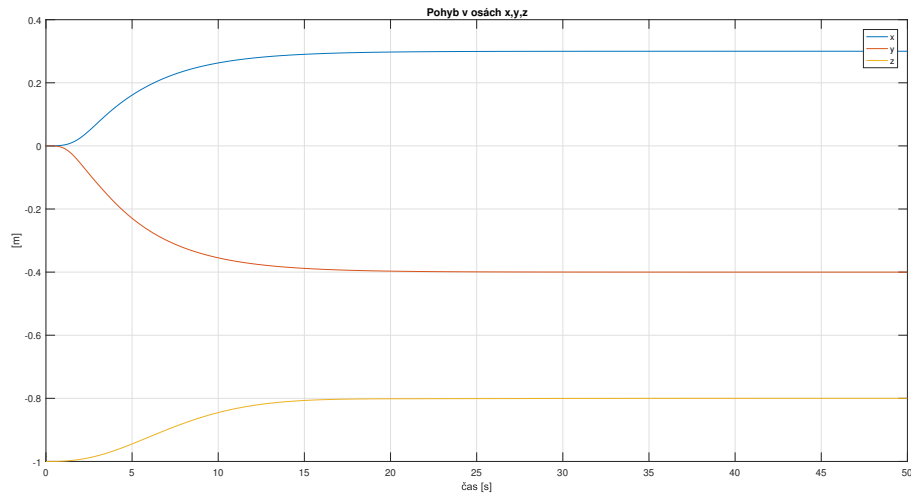


Matice $\tilde{\mathbf{Q}}$ také musí být pro tuto úlohu rozšířena

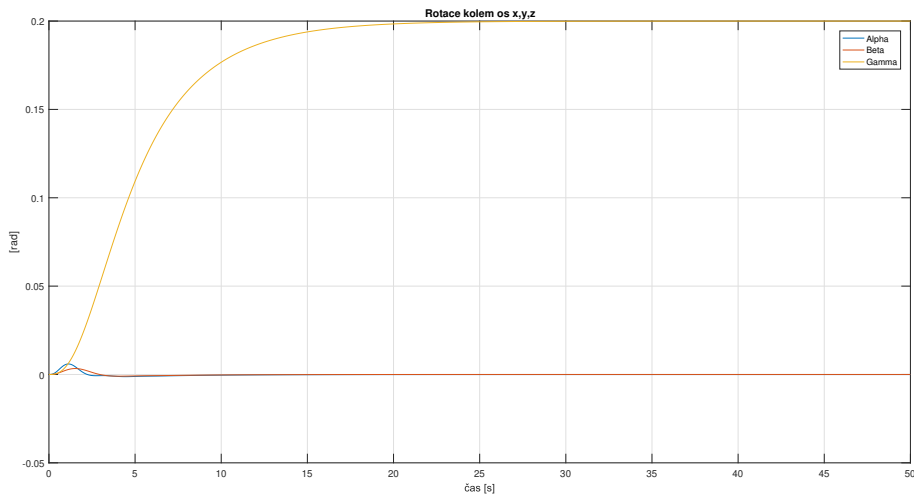
$$\tilde{\mathbf{Q}} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{12 \times 12} & \mathbf{0}^{12 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 12} & \mathbf{I}^{4 \times 4} \end{bmatrix}. \quad (8.15)$$

\mathbf{Q} obvykle odpovídá matici použité pro stabilizaci v ustáleném bodě. V tomto případě bylo vhodné urychlit přechodovou dynamiku kterou systém vykazoval. Matice \mathbf{Q} , tak byla použita ve tvaru matice identity vynásobené číslem 15.

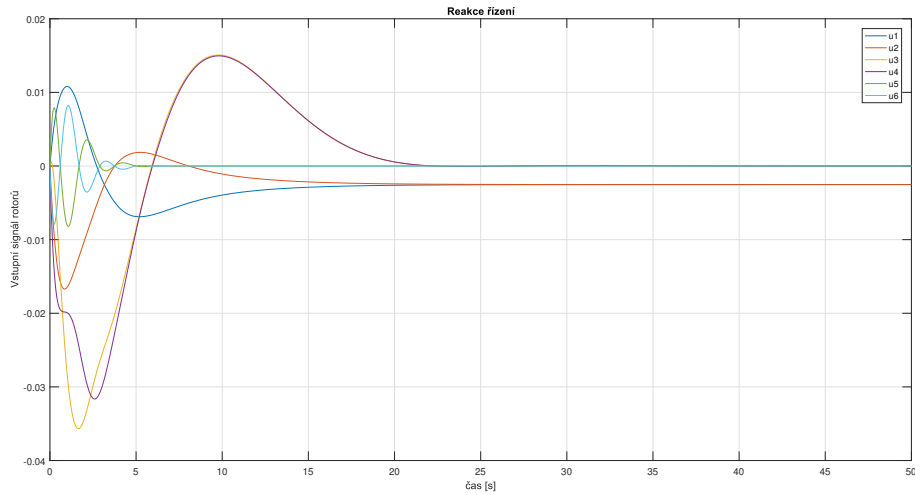
Regulace do požadované hodnoty $x = 0.3, y = -0.4, z = -0.8, \gamma = 0.2$.



Obrázek 8.5: Regulace polohy



Obrázek 8.6: Regulace náklonu



Obrázek 8.7: Regulace polohy - akční zásah z matice $\tilde{\mathbf{F}}$

Z výsledků simulace je patrná funkčnost vytvořené stavové zpětné vazby pro polohovou regulaci. Pakliže by byli definované požadované parametry na rychlost a přesnost regulace bylo by možné podle nich upravit matice \mathbf{Q} a \mathbf{R} .

Při razantních změnách od ustálené hodnoty lze narazit na neočekávané chování regulované soustavy. Regulace je navržena po linearizovaný systém a při větších změnách požadované hodnoty může systém opustit okolí v němž lze aproximovat lineárním modelem, což může vést k neschopnosti systém nadále stabilizovat. Při práci s regulátorem, vytvořeným na základě lineárního modelu, je nutné měnit požadovanou hodnotu pouze v okolí ustálené hodnoty, kde je systém linearizován.

9 VÝSLEDKY PRÁCE

Práce je zaměřena na bezpilotní dálkově ovládané prostředky, známé pod názvem drony. V úvodní kapitole se nachází seznámení s konstrukcemi a vlastnostmi dronů používaných v současné době. Je zde popsán principiální přístup k jejich řízení. Pro další práci byla vybrána konstrukce dronu se dvěma rotory schopnými náklonu kolem dvou os, známá jako bikoptéra.

Pro vytvoření vhodného řídicího algoritmu je třeba vytvořit popis systému. Z toho důvodu se práce dále zabývá odvozením matematického popisu systému. Za tímto účelem je použita Newton-Eulerova metoda. Pomocí zmíněné metody jsou odvozeny pohybové rovnice popisující vybraný systém. Na základě pohybových rovnic vztažených k inerciální soustavě je odvozen stavový popis systému. Systém je následně linearizován v ustáleném stavu, při němž levituje 1 m nad zemí za konstantního tahu rotorů.

Pro regulaci linearizovaného modelu je zvolena stavová zpětná vazba. Pomocí stavové zpětné vazby a metody LQR jsou dříve nestabilnímu systému přiřazeny stabilní póly. Systém je stabilizován v popsaném ustáleném stavu levitace. Funkčnost odvozené stavové regulace je v prostředí *Simulink* ověřena na nelineárním modelu.

Po vytvoření regulátoru pro stabilizaci v rovnovážném stavu je v práci navázáno a je vytvořena stavová zpětná vazba umožňující regulaci na požadovaný vektor polohy a natočení kolem osy z . K této regulaci je opět využit stavový regulátor vytvořený metodou LQR. Výsledek odvozeného regulátoru je prezentován na nelineárním modelu systému.

10 DISKUZE

Bikoptéra uvažovaná v této práci předpokládá rotory jež se mohou otáčet ve dvou osách, čímž může výsledný tah být popsán jako vektor v 3D prostoru. V rámci této práce by vytvořen i popis systému, jehož rotory se mohou otáčet pouze kolem jedné osy, takovýto systém nebyl plně říditelný. Konkrétně obsahoval dva neříditelné póly. V obou případech se jedná o systémy, které jsou navrženy symetricky.

V rámci dalších vylepšení by bylo možno vytvořit stavový regulátor s využitím zmíněné symetrie systému, popřípadě regulovat i systém s neříditelnými póly. Dále by bylo možné vytvořit komplexnější model systému uvažující například tření vzduchu a porovnat přínos komplexnějšího modelu. Pro další řízení by taktéž bylo možné přejít z Eulerových úhlů k použití kvaternionů.

11 ZÁVĚR

Práce se zabývá odvozením matematického popisu dronu se dvěma otočnými rotory a jeho následnou stabilizací a regulací do požadované polohy.

Matematický popis byl vytvořen na základě Newtonových a Eulerových vztahů popisujících působení sil a momentů. Výsledné pohybové rovnice v soustavě pevně spojené se zemí jsou použity pro vytvoření systému linearizovaného v ustáleném stavu levitace. Pro linearizovaný systém jsou vytvořeny dva stavové regulátory, za použití metody LQR. První regulátor stabilizuje systém v ustáleném stavu, zatímco druhý rozšiřuje první regulátor a umožňuje regulaci polohy systému. Stavové regulátory vytvořené pro linearizovaný systémy jsou následně ověřeny na nelineárním systému a výsledek je prezentován.

SEZNAM ZDROJŮ

1. *DRONE: meaning in the Cambridge English Dictionary*. Dostupné také z: <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/drone>.
2. *AeroVironment RQ-14 Dragon Eye Tactical Reconnaissance Unmanned Aerial Vehicle (UAV)*. Dostupné také z: https://www.militaryfactory.com/aircraft/detail.asp?aircraft_id=912.
3. *Predator RQ-1 / MQ-1 / MQ-9 Reaper UAV*. Dostupné také z: <https://www.airforce-technology.com/projects/predator-uav/>.
4. FORCE, US Air. *MQ-9 Reaper*. Yahoo!, 2012. Dostupné také z: <https://www.flickr.com/photos/usairforce/7414675214/>.
5. CORRIGAN, Fintan. *How Do Drones Work And What Is Drone Technology*. DroneZon, 2020. Dostupné také z: <https://www.dronezon.com/learn-about-drones-quadcopters/what-is-drone-technology-or-how-does-drone-technology-work/>.
6. *Hummingbird Nano Air Vehicle (NAV)*. Dostupné také z: <https://www.airforce-technology.com/projects/hummingbird-nano-air-vehicle/>.
7. WATTS, Adam C; AMBROSIA, Vincent G; HINKLEY, Everett A. Unmanned aircraft systems in remote sensing and scientific research: Classification and considerations of use. *Remote Sensing*. 2012, roč. 4, č. 6, s. 1671–1692.
8. *Transwing*. Dostupné také z: <https://www.pterodynamics.com/transwing>.
9. (ASA), Federal Aviation Administration (FAA)/Aviation Supplies & Academics. *Chapter 2 Aerodynamics of Flight. Helicopter Flying Handbook*. Aviation Supplies & Academics, Inc., 2019. ISBN 9781619549937. Dostupné také z: https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/helicopter_flying_handbook/media/hfh_ch02.pdf.
10. HREČKO, Lukáš; SLAČKA, Juraj; HALÁS, Miroslav. Bicopter stabilization based on IMU sensors. In: *2015 20th International Conference on Process Control (PC)*. 2015, s. 192–197.
11. ARJOMANDI, Maziar; AGOSTINO, Shane; MAMMONE, Matthew; NELSON, Matthieu; ZHOU, Tong. Classification of unmanned aerial vehicles. *Report for Mechanical Engineering class, University of Adelaide, Adelaide, Australia*. 2006.
12. KORCHENKO, AG; ILLYASH, OS. The generalized classification of unmanned air vehicles. In: *2013 IEEE 2nd International Conference Actual Problems of Unmanned Air Vehicles Developments Proceedings (APUAVD)*. 2013, s. 28–34.
13. SINGHAL, Gaurav; BANSOD, Babankumar; MATHEW, Lini. Unmanned Aerial Vehicle Classification, Applications and Challenges: A Review. 2018.
14. ICAO: Předpis L2 – Pravidla létání, Doplněk X – Bezpilotní systémy. 16-11-2017. Dostupné také z: <https://aim.rlp.cz/predpisy/predpisy/dokumenty/L/L-2/index.htm>.
15. BÉM, Tomáš. *DRONY JAKO BEZPEČNOSTNÍ RIZIKO*. Praha, 2019. Dostupné také z: https://is.ambis.cz/th/vv933/Bakalarska_prace.pdf. Bakalářská práce.

16. PROVÁDĚCÍ NAŘÍZENÍ KOMISE (EU) 2019/947 o pravidlech a postupech pro provoz bezpilotních letadel. 24-5-2019. Dostupné také z: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/CS/TXT/PDF/?uri=CELEX:32019R0947&from=CS>.
17. NAŘÍZENÍ KOMISE V PŘENESENÉ PRAVOMOCI (EU) 2019/945 o bezpilotních systémech a o provozovatelích bezpilotních systémů ze třetích zemí. 12-3-2019. Dostupné také z: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/CS/TXT/PDF/?uri=CELEX:32019R0945&from=CS>.
18. *Létejte zodpovědně* [https://letejtezodpovedne.cz/legislativa/jak_letame_nyni/kategorizace_provozu?clid=150]. (Accessed on 04/26/2021).
19. READE, John. *Flight Modes – Angle, Horizon, Acro what do they mean? – CNY Drones* [<https://www.cnydrones.org/flight-modes-angle-horizon-acro-what-do-they-mean/>]. 1-28-2018. (Accessed on 05/05/2021).
20. MYSLIVEC, Tomáš et al. *Omni-směrové school=Západočeská univerzita v Plzni, bezpilotní letadlo*. Plzeň, 2018. Diplomová práce.
21. *Helicopter Flying Handbook (FAA-H-8083-21B) Chapter 2* [https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/helicopter_flying_handbook/media/hfh_ch02.pdf]. (Accessed on 05/11/2021).